

DIE NUTZUNG STATIONÄRER  
EMPFÄNGER ZUR  
CHARAKTERISIERUNG VON RADAR-  
INSTRUMENTEN UND ZUR  
BISTATISCHEN SAR-BILDGEBUNG

DISSERTATION  
zur Erlangung des Grades eines Doktors  
der Ingenieurwissenschaften

vorgelegt von  
Dipl.-Ing. Florian Behner

eingereicht bei der Naturwissenschaftlich-Technischen Fakultät  
der Universität Siegen  
Siegen 2022

Betreuer

Univ.-Prof. Dr.-Ing. habil. Otmar Loffeld

Universität Siegen

Erster Gutachter

Univ.-Prof. Dr.-Ing. Peter Haring Bolívar

Universität Siegen

Zweiter Gutachter

Univ.-Prof. Dr.-Ing. Joachim Ender

Universität Siegen

Tag der mündlichen Prüfung

25.01.2023

*In Gedenken an Univ.-Prof. Dr.-Ing. habil. Otmar Loffeld,  
welcher im April 2022 plötzlich von uns gegangen ist.*



## Zusammenfassung

Unter dem Titel „A Golden Age for Spaceborne SAR Systems“ proklamierte Prof. Alberto Moreira, Direktor des Instituts für Radartechnik und Hochfrequenzsysteme des DLR, in 2014, dass mit dem Start des TerraSAR-X im Jahre 2007 ein neues Zeitalter der hochauflösenden SAR-Satellitenfernerkundung begann. Mit dem Start der TanDEM-X-Mission, mit Sentinel-1 des ESA Copernicus Programms, der spanischen Aufklärungsmission PAZ, sowie ALOS-2 und vielen weiteren Systemen, aber im Besonderen mit dem Einstieg der kommerziellen Raumfahrt, dem NewSpace und dem Start der ersten Kleinsatelliten mit SAR-Instrument durch das finnische Start-up ICEYE, einer Ausgründung der Aalto-Universität, erweitert das Radar mit synthetischer Apertur hierbei in der Tat seine einstigen Anwendungsbereiche der militärischen Aufklärung und wissenschaftlichen Nutzung erstmals um vielfältige kommerzielle Anwendungen im Bereich der Umweltbeobachtung da sich durch eine große SAR-Satellitenkonstellation mit hoher Beobachtungsfrequenz ein konsistentes und auch kontinuierliches, globales Bild ergibt.

Dieses Umfeld hochverfügbarer Sender von Radarsignalen im Orbit ermöglicht nun die praktische Anwendung des bistatischen SAR insbesondere im Zusammenhang mit der bodengestützten Interferometrie mittels stationärem Radarempfänger. Ferner kann der Radarempfänger gleichzeitig zur Kalibrierung der Satellitensysteme eingesetzt werden. Diese beiden Themengebiete werden im Rahmen dieser Arbeit behandelt.

Nach Untersuchung der bistatischen Aufnahmegeometrie für die SAR-Bildgebung mit stationärem Empfänger, wird ein entsprechendes Signalmodell zur Beschreibung der erwarteten Messung entwickelt. Dies umfasst auch die Definition des Koordinatensystems, in denen später das fokussierte Radarbild vorliegen soll.

Zur Bildgewinnung aus den Messdaten wird ein Rückprojektions-Verfahren vorgeschlagen und entwickelt. Durch numerische Analyse der Aufnahmegeometrie ermöglicht es dieser Prozessor im allgemeinen Fall bistatische Messdaten in den zuvor genannten Radarkoordinaten zu fokussieren. Der Prozessor nutzt dabei ein Polynommodell zur Beschreibung des Entfernungsverlauf eines Ziels und lässt sich durch die Anwendung im Ortsbereich direkt durch komplexere Ausbreitungsmodelle und durch ein Modell der Antennen erweitern. Weiter werden für die spezielle bistatische Konfiguration mit linearer Sendertrajektorie und stationärem Empfänger zwei verschiedene Algorithmen für die Verarbeitung der Daten im Frequenzbereich erarbeitet und vorgestellt.

Um Experimente zur bistatischen SAR-Bildgebung zu ermöglichen, wurde im HITCHHIKER-Projekt ein Radarempfangssystem entwickelt und realisiert. Dieses System verfügt über vier Empfangskanäle mit einer Bandbreite von je 500 MHz im X-Band. Durch eine umfassende Charakterisierung des Systems können aus den aufgezeichneten Daten entsprechende physikalische Größen bestimmt werden.

Mit diesem System wurden mit den Radarsatelliten TerraSAR-X, TanDEM-X, PAZ und der ICEYE-Konstellation sowie, in Zusammenarbeit mit dem Fraunhofer FHR, auch mit dem flugzeuggetragenen PAMIR-Radarsystem bistatische Experimente durchgeführt. Zur Verarbeitung der Daten

aus den Experimenten muss zum einen die Position der Phasenzentren der genutzten Antennen bestimmt und weiter müssen das Sende- und das Empfangssystem aufgrund des kohärenten Abbildungsverfahrens synchronisiert werden, was beim HITCHHIKER-System durch einen gesonderten Empfangskanal erfolgt, welcher das Sendesignal auf direktem Wege der Sichtverbindung aufzeichnet. Um aus diesen Messungen den Zustand des Sendesystems zu bestimmen, wird ein Systemmodell der beteiligten Radarsatelliten beziehungsweise des PAMIR entwickelt und implementiert.

In Zusammenarbeit mit der spanischen Raumfahrtagentur INTA wird ferner in dieser Weise der HITCHHIKER-Empfänger genutzt, um das SAR-Instrument der PAZ-Mission zu vermessen. Neben dem genauen Richtdiagramm der X-Band-Hauptantenne des Instruments kann so mithilfe der erfassten Daten die Frequenz des Referenzoszillators an Bord des Satelliten gemessen und seine Zeitsynchronisation evaluiert werden.

## Abstract

Under the title “A Golden Age for Spaceborne SAR Systems”, Prof. Alberto Moreira, Director of the DLR Institute of Radar Technology and Radio Frequency Systems, proclaimed in 2014 that a new era of high-resolution SAR satellite remote sensing began with the launch of TerraSAR-X in 2007. With the launch of the TanDEM-X mission, with Sentinel-1 of the ESA Copernicus programme, the Spanish reconnaissance mission PAZ, as well as ALOS-2 and many other systems, but especially with the entry of commercial spaceflight, the New-Space and the launch of the first small satellites with a SAR instrument by the Finnish start-up ICEYE, a spin-off of Aalto University, synthetic aperture radar is in fact expanding its former areas of application of military reconnaissance and scientific use for the first time to include a wide range of commercial applications in the field of environmental observation, since a large SAR satellite constellation with a high observation frequency provides a consistent and continuous global situation picture.

This environment of highly available transmitters of radar signals in orbit now enables the practical application of bistatic SAR, especially in connection with ground-based interferometry using a stationary radar receiver. Furthermore, the radar receiver can be used simultaneously for the calibration of satellite systems. These two topics are addressed in this thesis.

After investigating the bistatic acquisition geometry for SAR imaging with a stationary receiver, a corresponding signal model is developed to describe the expected measurement. This also includes the definition of the coordinate system in which the focused radar image is to be available later.

A back-projection method is proposed and developed to obtain the image from the measurement data. By numerical analysis of the recording geometry, this processor makes it possible in the general case to focus bistatic measurement data in the previously mentioned radar coordinates. The processor uses a polynomial model to describe the range of a target

and can be directly extended by more complex propagation models and by a model of the antennas by applying this model in the spatial domain. Furthermore, for the special bistatic configuration with a linear transmitter trajectory and stationary receiver, two different algorithms to process the data in the frequency domain are developed and presented.

To enable experiments on bistatic SAR imaging, a radar reception system was developed and realised in the HITCHHIKER project. This system has four receive channels with a bandwidth of 500 MHz each in the X band. Through a comprehensive characterisation of the system, corresponding physical quantities can be determined from the recorded data.

With this system, bistatic experiments were carried out with the radar satellites TerraSAR-X, TanDEM-X, PAZ and the ICEYE constellation and – in collaboration with Fraunhofer FHR – also with the airborne PAMIR radar system. To process the data from the experiments, the position of the phase centres of the antennas used has to be determined and the transmitting and receiving systems have to be synchronised as a basis of the coherent imaging method. In order to determine the state of the transmission system from these measurements, a system model of the participating radar satellites and the PAMIR radar is being developed and implemented.

In cooperation with the Spanish space agency INTA, the HITCHHIKER receiver is also used in this way to characterise the SAR instrument of the PAZ mission. In addition to the radiation pattern of the instrument's main X band antenna, the data collected during the experiments can be used to measure the frequency of the reference oscillator on board the satellite and evaluate its time synchronisation.



# Inhaltsverzeichnis

1	Radar – Das Funkmessverfahren	1
2	Radar mit synthetischer Apertur	17
2.1	Interferometrie	23
2.2	Polarimetrie	27
3	SAR im Weltraum	31
4	Bistatisches SAR	43
4.1	Die Anfänge des bistatischen Radar	43
4.2	Bistatic Exploration	44
4.3	SABRINA	45
4.4	Das HITCHHIKER Projekt	46
4.5	Weitere Experimente mit stationärer Komponente	47
5	Signalmodell des SAR	49
5.1	Geometrie und Bildkoordinaten	49
5.2	Punktantwort und Modell des idealen Sensors	54
5.3	Ausbreitung von elektromagnetischen Wellen	57
5.4	Speckle	68
5.5	Beschreibung der Antennencharakteristik	69
6	Verarbeitung der Daten eines Radars mit synthetischer Apertur	73
6.1	Verarbeitung bei monostatischer Aufnahme	74
6.2	Verarbeitung von bistatischen Daten im Frequenzbereich	79
6.3	Ortsbereichsprozessor mit Polynommodell	80
7	Verarbeitung bistatischer Daten mit stationärer Komponente	91
7.1	Koordinatensystem des Radarbildes	91
7.2	Bodenauflösung	93
7.3	Frequenzbereichsprozessor mit Parameter	96
7.4	Frequenzbereichsprozessor mit Keystone-Transformation	103
7.5	Quick-Look Prozessor für das HITCHHIKER-Projekt	109
8	Das HITCHHIKER-System	113
8.1	Der X-Band-Empfänger	113
8.2	Lokale Frequenzerzeugung	120
8.3	Triggersystem	122
8.4	Messung der Pulsempfangszeiten	125
8.5	Signalaufzeichnung und Systemsteuerung	127
8.6	Modellierung der Antennen	128
8.7	Reflektoren und X-Band-Transponder	131
8.8	Detektorempfänger	134
9	Der TerraSAR-X-Satellit	139
9.1	Modell für den Sendepuls und die Frequenzerzeugung	139
9.2	Das Antennensystem	151

9.3	Die Position des Antennenphasenzentrums	164
9.4	TanDEM-X	166
9.5	PAZ	167
10	Vorverarbeitung und Synchronisierung	169
10.1	Kohärenter Empfang	169
10.2	Positionsbestimmung	170
10.3	Analyse des Referenzsignals und Synchronisierung	172
11	Die HITCHHIKER-Experimente	181
12	Zusammenfassung und Ausblick	199
	Literatur	203
	Symbole	229
	Akronyme	233
	Abbildungsverzeichnis	238
	Tabellenverzeichnis	243
A	Mathematische Notation und Zusammenhänge	245
A.1	Methode der stationären Phase	246
A.2	Betrachtungen zur Kardinalsinusfunktion	248
A.3	Betrachtungen zum Ortsvektor	250
A.4	Polynomiale Regression	251
A.5	Oszillatorfehler und die Allan-Varianz	252
A.6	Geometrische Zusammenhänge bei sphärischem Erdmodell	255
A.7	Polynomfunktion für harmonische Schwingungen	258
A.8	Verteilungsdichte des Rauschleistungspegels	261
B	Koordinatensysteme	263
B.1	Beschreibung von räumlichen Koordinaten	263
B.2	Höhenreferenzsysteme	268
B.3	Zeitskalen	270
B.4	Die Bewegung von Stationen an der Erdkruste	273
B.5	Referenzrahmen	275
C	Struktur der Rohdaten des HITCHHIKER-Systems	283
D	Befehle des HITCHHIKER-Empfängers	287
E	Liste der Experimente	289

# Radar – Das Funkmessverfahren

1

*“I have sent electrical vibrations toward the remote boundaries of the earth, and instead of the wall the earth has replied. In place of an echo I have obtained a stationary electrical wave, a wave reflected from afar. Stationary waves in the earth mean something more than mere telegraphy without wires to any distance. They will enable us to attain many important specific results impossible otherwise. For instance, by their use we may produce at will, from a sending-station, an electrical effect in any particular region of the globe; we may determine the relative position or course of a moving object, such as a vessel at sea, the distance traversed by the same, or its speed;”*

– Nikola Tesla, 1900 [Tes00]

Die grundlegende Idee, die Position eines Objekts mithilfe elektromagnetischer Wellen zu bestimmen, wurde demnach bereits im Jahr 1900 durch Nikola Tesla formuliert.

Nachdem die Existenz einer elektromagnetischen Welle durch James Clerk Maxwell in 1864 vorausgesagt wurde [Max65], war es Heinrich Hertz, dem die Erzeugung und der experimentelle Nachweis im Jahr 1886 gelang [Her94]. In den folgenden Jahren führte Hertz zudem erfolgreich Versuche zur Reflexion, Brechung und Polarisation der elektromagnetischen Wellen durch.

Weniger als 20 Jahre später war es schließlich Christian Hülsmeier<sup>1</sup>, welcher die Nutzung elektromagnetischer Wellen erfolgreich bei der Detektion eines Schiffes auf dem Rhein demonstrieren konnte. Seine in Abbildung 1.1 dargestellte Erfindung, das „Telemobiloskop“, konnte Hülsmeier in 1904 zwar erfolgreich patentieren [Hül04b; Hül04a], eine tatsächliche Anwendung in der Seefahrt fand die Technik zu diesem Zeitpunkt jedoch nicht.

Erst in den Jahren vor dem zweiten Weltkrieg wurde die Radartechnik Anfang der 1930er Jahre bei den späteren Kriegsparteien wiederentdeckt und zur Einsatzreife entwickelt. Die Radartechnik war hier insbesondere im Luftkrieg entscheidend und wurde sowohl in der Luftverteidigung als auch in der Offensive zur Zielführung eingesetzt [Cla97].

Auf Seiten Großbritanniens ist die Entwicklung der Radartechnik unweigerlich mit dem Namen Robert Watson-Watts verknüpft<sup>2</sup>, welcher die Detektion von Flugzeugen Anfang 1935 demonstrieren konnte. Dieses erfolgreiche Experiment führte zum Aufbau der „Chain Home“ einem Netzwerk von Kurzwellenradarsystemen zur Früherkennung deutscher Bomberverbände.

Im deutschen Reich wurde 1933 das Radarprinzip durch Rudolf Kühnhold<sup>3</sup> an der Nachrichten-Versuchsabteilung der Reichsmarine wiederentdeckt. Im Verlauf des Jahres 1934 wurde das als Funkmessung bezeichnete Verfahren in mehreren Experimenten von

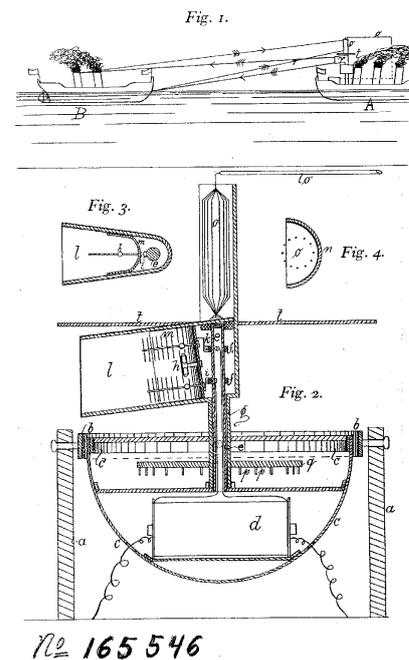


Abbildung 1.1: Darstellung des „Telemobiloskop“ in der Patentschrift.

<sup>1</sup>Christian Hülsmeier, deutscher Unternehmer und Erfinder (\* 25. Dezember 1881 in Eydelstedt, Niedersachsen; † 31. Januar 1957 in Ahrweiler)

<sup>2</sup>Sir Robert Alexander Watson-Watt, schottischer Physiker (\* 13. April 1892 in Brechin, Aberdeenshire; † 5. Dezember 1973 in Inverness)

<sup>3</sup>Rudolf Kühnhold, deutscher Physiker (\* 27. August 1903 in Schwallungen, Thüringen; † 1992)

<sup>4</sup>Paul-Günther Erbslöh (\* 18. Juni 1905; † 18. Februar 2002)

<sup>5</sup>Hans-Karl Herman Edwin Heinrich Freiherr von Willisen (\* 19. April 1906; † 26. Januar 1966)

<sup>6</sup>Bei der Kombination von zwei Freya Geräten als FuMG 41/42 „Mammut“.

<sup>7</sup>Das Passivradar Klein Heidelberg (siehe 4.1)

Kühnhold sowie von Paul-Günther Erbslöh<sup>4</sup> und Hans-Karl von Willisen<sup>5</sup> in der zu diesem Zweck neu gegründeten Gesellschaft für elektroakustische und mechanische Apparate mbH (GEMA) demonstriert.

Unter dem Druck des darauf folgenden zweiten Weltkrieges wurde die Radartechnik rasant weiterentwickelt und bereits viele Techniken wie phasengesteuerte Gruppenantennen<sup>6</sup> oder bistatisches Radar<sup>7</sup> in der Praxis eingesetzt. Weitere Fortschritte der Radartechnik folgten dabei stets den Entwicklungen ihrer Komponenten wie Verstärker, Antennen und später auch der Signalverarbeitung und Digitaltechnik. Parallel zur technologischen Entwicklung der Entfernungsmessung entwickelten sich eine Vielzahl von zivilen Anwendungen wie beispielsweise die Wetterbeobachtung und die Luftverkehrsüberwachung. Bezüglich der Systemparameter ist Radar eine sehr flexible Technologie, sodass heute leistungsfähige Systeme in einem großen Bereich des elektromagnetischen Spektrums arbeiten. Der Frequenzbereich reicht hier über sechs Größenordnungen vom Mittelwellenbereich beim Überhorizontradar bis zu Frequenzen oberhalb von 1 THz, also Wellenlängen von 300 m bis 0,3 mm.

## Das Grundprinzip

Um die Entfernung zu einem Ziel mithilfe elektromagnetischer Wellen zu bestimmen, wird die Welle in der Regel moduliert. Dazu wird beispielsweise vom Radargerät ein kurzer Hochfrequenzpuls ausgesendet und die Reflexionen dieses Pulses aufgezeichnet. Aus der Differenz  $\tau$  zwischen einem Referenzzeitpunkt und dem Empfangszeitpunkt der Reflexion kann der Signalweg durch

$$r = c\tau \quad (1.1)$$

als sogenannte Pseudoentfernung bestimmt werden. Bei einem monostatischen Radarsystem, bei dem sich Sender und Empfänger am gleichen Ort befinden, ist der Zeitpunkt des Sendens als Referenzzeitpunkt beim Empfänger genau bekannt. Somit kann die Zielentfernung zum Antennenphasenzentrum (APC) der Radaranterie durch  $R = r/2$  ermittelt werden. Das Auflösungsvermögen des Radarsystems bezüglich der Laufzeit, also in der Entfernung, ist dabei abhängig von der Länge des Sendeimpulses. Je kürzer der Impuls, desto besser sind Ziele mit geringem Entfernungsunterschied noch voneinander unterscheidbar.

Da nur ein geringer Teil der ausgesandten Leistung vom Zielobjekt reflektiert wird, sind sowohl die Sendeleistung als auch die Empfängerempfindlichkeit eines Radarsystems in der Regel sehr hoch. Die Sendeleistung  $P_T$  eines Radarsystems mit Gewinn<sup>8</sup>  $G_T$  der Sendeantenne breitet sich von ebendieser ausgehend kugelförmig aus. In einer Entfernung  $R_T$  beträgt die Leistungsdichte auf dieser Kugeloberfläche demnach

$$S_T = \frac{P_T G_T}{4\pi R_T^2}. \quad (1.2)$$

<sup>8</sup>Der Gewinn einer Antenne ist das Verhältnis ihrer maximalen Strahlungsleistung zur Strahlungsleistung einer ungerichteten Antenne (siehe Kap. 5.5).

Ein Objekt mit einer effektiven Reflexionsfläche  $\sigma$ , dem Radarquerschnitt (*radar cross section*, RCS), strahlt dabei eine Leistung

$$P_X = S_T \sigma \tag{1.3}$$

zurück. Der Radarquerschnitt ist dabei aufgrund von Gestalt und Material des reflektierenden Objekts im Allgemeinen von Eigenschaften der Welle, wie Frequenz und Polarisation und insbesondere stark von der Einfallrichtung der Welle und der Richtung zum Empfänger, also dem Beobachter, abhängig. Der RCS einer elektrisch leitenden Kugel des Radius  $R_S$  – welche groß gegenüber der Wellenlänge des Radar ist – entspricht mit  $\sigma = \pi R_S^2$  der geometrischen Fläche ihrer Parallelprojektion. In Tabelle 1.1, entnommen aus [Sko80], sind Beispiele für Werte des RCS gegeben.

Die Leistungsdichte der Reflexion ist am Ort des Empfängers wieder bestimmt durch

$$S_R = \frac{P_X}{4\pi R_R^2}, \tag{1.4}$$

somit beträgt die Leistung am Ausgang der Empfangsantenne

$$P_R = A_R S_R \tag{1.5}$$

mit ihrer Antennenwirkfläche[Fri46]

$$A_R = G_R \frac{\lambda^2}{4\pi}. \tag{1.6}$$

Insgesamt ergibt sich also der Ausdruck

$$P_R = P_T \frac{G_T G_R \lambda^2}{(4\pi)^3 R_T^2 R_R^2} \sigma, \tag{1.7}$$

die sogenannte Radargleichung. Für ein monostatisches Radar mit einziger Sende- Empfangsantenne ergibt sich ferner

$$P_R = P_T \frac{G^2 \lambda^2}{(4\pi)^3 R^4} \sigma, \tag{1.8}$$

die Empfangsleistung des Radarsystems ist demnach reziprok proportional zur vierten Potenz der Zielentfernung. Ein Radarsystem muss in der Lage sein, die hohen Werte der Leistungsübertragungsbilanz zu überbrücken. Mit den Parametern des Primärradars ASR-12<sup>9</sup> zur Flugsicherung ergibt sich bei der maximalen Reichweite von 148 km beispielsweise eine Übertragungsbilanz von  $-190 \text{ dB(m}^{-2}\text{)}$  bezogen auf einen Radarquerschnitt von  $1 \text{ m}^2$ .

Tabelle 1.1: Radarquerschnitt verschiedener Objekte im Mikrowellenbereich[Sko80].

	$\sigma/\text{m}^2$
Insekt	$10^{-5}$
Vogel	0,01
Mensch	1
Fahrrad	2
Automobil	100–200
Boot	0,02–10
Schiff	$10^3–10^5$
Kleinflugzeug	1
Verkehrsflugzeug	20–100

<sup>9</sup>Indra Sistemas ASR-12:  
 $\lambda = 10,7 \text{ cm}$ ,  $G = 34,5 \text{ dBi}$ .

### Ein optimales Empfangsfilter

Zur Detektion der Reflexion eines Ziels im Rauschen des Empfängers soll hier ein optimales Filter bestimmt werden. Dazu werden verschiedene zu optimierende Maße in [Woo53] diskutiert. Betrachtet man ein einzelnes Zielsignal, gestört durch additives weißes gaußsches Rauschen (AWGN), soll ein Filter gefunden werden, welches

<sup>10</sup>Das heißt, nach Ablauf der Signallaufzeit also bei  $t = \tau$ .

an der Position des Ziels<sup>10</sup> das Signal-Rausch-Verhältnis (SNR) maximiert. Mit der Übertragungsfunktion des gesuchten Filters  $H$  und der spektralen Leistungsdichte  $N_0$  des Rauschens kann die Rauschleistung nach Filterung mit der Wiener-Lee-Beziehung [OL07, (6.38), S. 187] als

$$N = N_0 \int_{-\infty}^{\infty} |H(f)|^2 df \quad (1.9)$$

bestimmt werden. Die momentane Leistung, bezogen auf das reflektierte Signal ist ferner gegeben durch das Betragsquadrat der Filterantwort

$$P_H(t) = \left| \int_{-\infty}^{\infty} S(f)H(f)e^{j2\pi t f} df \right|^2, \quad (1.10)$$

ausgedrückt als inverse Fouriertransformierte. Das Symbol  $S(f)$  bezeichnet dabei das Spektrum des empfangenen Radarpulses. Wird der Ausdruck des SNR

$$\frac{P_H(t)}{N} = \frac{\left| \int_{-\infty}^{\infty} S(f)H(f)e^{j2\pi t f} df \right|^2}{N_0 \int_{-\infty}^{\infty} |H(f)|^2 df} \quad (1.11)$$

mit der Energie des empfangenen Radarpulses nach dem Parseval'schen Theorem [OL07, (4.22), S. 122]

$$E_S = \int_{-\infty}^{\infty} |S(f)|^2 df \quad (1.12)$$

erweitert, ergibt sich der Ausdruck für das SNR zur Laufzeit  $\tau$  zu

$$\frac{P_H(\tau)}{N} = \frac{E_S}{N_0} \frac{\left| \int_{-\infty}^{\infty} S(f)H(f)e^{j2\pi \tau f} df \right|^2}{\int_{-\infty}^{\infty} |S(f)|^2 df \int_{-\infty}^{\infty} |H(f)|^2 df} \quad (1.13)$$

<sup>11</sup>Schwarz'sche Ungleichung:

$$\frac{\left| \int f(x)g^*(x) dx \right|^2}{\int |f(x)|^2 dx \int |g(x)|^2 dx} \leq 1$$

Der rechtsseitige Bruch kann nun mit der Schwarz'schen Ungleichung<sup>11</sup> [AS64, 3.2.11, S. 11] nach oben beschränkt werden. Das maximale SNR ist damit gegeben durch

$$\frac{P_H(\tau)}{N} = \frac{E_S}{N_0} \quad (1.14)$$

und wird mit der Filterübertragungsfunktion

$$H(f) = S^*(f) e^{-j2\pi \tau f} \quad (1.15)$$

erreicht. Wird der Empfangspuls als zeitlich verzögerter Sendepuls dargestellt, ergibt sich mit

$$S(f) = S_T(f) e^{-j2\pi \tau f} \quad (1.16)$$

die Übertragungsfunktion

$$H(f) = S_T^*(f) \quad (1.17)$$

und damit die Impulsantwort des Filters mit

$$h(t) = s_T^*(-t) \quad (1.18)$$

als das zeitinvertierte und komplex konjugierte Sendesignal. Da das Filter demnach auf das zu detektierende Signal angepasst ist wird es auch als *matched-filter*, also angepasstes Filter bezeichnet. Das Ausgangssignal dieses Filters entspricht mit

$$\begin{aligned} s_M(t) &= \int_{-\infty}^{\infty} s(t - \tau)h(\tau) d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} s(t - \tau)s_T^*(-\tau) d\tau \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} s(t + \xi)s_T^*(\xi) d\xi \end{aligned} \quad (1.19)$$

der Impulskorrelationsfunktion des Empfangssignals mit dem Sendepuls. Da das Empfangssignal als Überlagerung des gewichteten, zeitlich verzögerten Sendesignals betrachtet werden kann, ergibt sich die Antwort des *matched-filters* als Überlagerung der gewichteten und zeitlich verzögerten Autokorrelationsfunktion (AKF) des Sendepulses. Das SNR der Zielantworten ist dabei nach (1.14) proportional zur Energie  $E_S$  des Impulses. Wird das *matched-filter* genutzt, ist das Auflösungsvermögen des Radarsystems direkt durch die AKF des Sendepulses  $s_T$  gegeben, welche mit

$$\phi_T(t) = \int_{-\infty}^{\infty} |S_T(f)|^2 e^{j2\pi ft} df \quad (1.20)$$

als inverse Fouriertransformierte seiner spektralen Leistungsdichte bestimmt ist.

Eine geeignete Sendepulsform zur Nutzung des *matched-filter* ist demnach durch die Autokorrelationsfunktion bestimmt, welche wiederum lediglich vom Betragsquadrat seines Spektrums abhängt. Wird das *matched-filter* genutzt, um einen zeitlich ausgedehnten Impuls zur Verbesserung des zeitlichen Auflösungsvermögens zu verkürzen, wird dieses Verfahren auch als Pulskompression bezeichnet.

Die Reaktion des Radarsystems auf einen punktförmigen Reflektor wird im Folgenden als Punktantwort oder *point spread function* (PSF) bezeichnet. Die PSF beschreibt das Auflösungsvermögen des Radars in der Laufzeit und damit auch die Entfernungsauflösung.

Ein Rechteckimpuls der Dauer  $T$  und Amplitude  $a$  soll hier dazu beispielsweise betrachtet werden. Die Energie eines Pulses ist mit

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} |s(t)|^2 dt \quad (1.21)$$

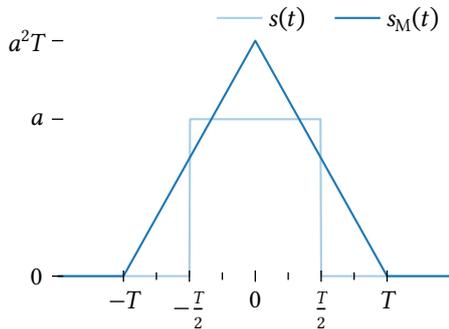


Abbildung 1.2: Punktantwort beim Rechteckpuls.

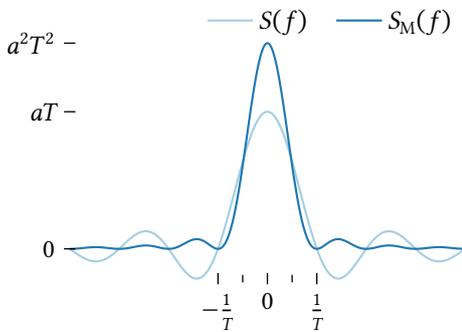


Abbildung 1.3: Spektrale Leistungsdichte beim Rechteckpuls.

also bei

$$s(t) = a \operatorname{rect}\left(\frac{t}{T}\right) \tag{1.22}$$

durch

$$E = a^2 \int_{-\infty}^{\infty} \operatorname{rect}\left(\frac{t}{T}\right) dt \tag{1.23}$$

$$= a^2 \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} dt = a^2 T \tag{1.24}$$

gegeben. Die *matched-filter*-Antwort, also die PSF ist beim Rechteckimpuls mit

$$s_M(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \operatorname{rect}\left(\frac{t+\tau}{T}\right) \operatorname{rect}\left(\frac{\tau}{T}\right) d\tau = \begin{cases} a^2 T \left(1 - \frac{|t|}{T}\right) & |t| \leq T \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \tag{1.25}$$

ein Dreieckimpuls. Dieser ist in Abbildung 1.2 dargestellt. Sein Spektrum ist als Fouriertransformierte gegeben durch

$$S(f) = a T \operatorname{si}(\pi T f) \tag{1.26}$$

die spektrale Leistungsdichte in Abbildung 1.3 damit

$$S_M(f) = a^2 T^2 \operatorname{si}^2(\pi T f). \tag{1.27}$$

Weitere Informationen zur *si*-Funktion sind im Anhang A.2 gegeben.

### Pulskompression

Die Idee der Pulskompression wurde nach [Kla+60] seit 1951 zunächst im Geheimen in den Bell Telephone Laboratories verfolgt und geht auf ein Patent [Dar49] zur Umgehung der Spitzenleistungsbeschränkung bei der Pulsübertragung zurück.

Ob die Reflexion eines Ziels im Empfängerrauschen zuverlässig detektierbar ist, hängt mit (1.14) direkt von der Energie des ausgesandten Pulses ab. Ist gleichzeitig eine hohe Auflösung notwendig, führt dies bei Rechteckpulsen zu kurzer Pulsdauer  $T$  und mit

$$P = \frac{E_S}{T} \tag{1.28}$$

unmittelbar zu sehr hohen Pulsleistungen. Die Pulsleistung ist im System jedoch durch die Spitzenleistung der Komponenten wie beispielsweise der Verstärker beschränkt. Mit der Beziehung in (1.20) hängt die PSF nach dem *matched-filter* jedoch nicht mehr direkt von der Pulsdauer, sondern nur von der spektrale Leistungsdichte des Radarpulses ab.

Die Unschärferelation in Gabors Kommunikationstheorie[Gab45, 1.26, S. 434] impliziert, dass ein kurzes Signal der Dauer  $\Delta t$  mit

$$\Delta f \geq \frac{1}{2} \frac{1}{\Delta t} \quad (1.29)$$

eine Bandbreite von mindestens  $\Delta f$  erfordert. Um eine gutes Auflösungsvermögen zu erreichen, ist demnach eine hohe Signalbandbreite erforderlich, welche jedoch auch mit langen Signalen bei konstanter Amplitude und damit gleicher Leistung und gleicher Energie durch Frequenzmodulation erreicht werden kann.

Wird die Frequenz innerhalb des Pulses ausgehend von einer Startfrequenz linear über der Zeit mit der Konstanten  $k$  verändert ergibt sich für den Puls der Länge  $T$  eine Frequenzänderung und damit Bandbreite von  $B = kT$ . Das Auflösungsvermögen ist dann  $\Delta t \approx 1/kT$ . Die Untersuchung eines solchen Signals findet sich im Folgenden.

Um die Pulskompression durchzuführen, wurden in der Vergangenheit zunächst dispersive Verzögerungsnetzwerke[Coo60] und später in der Regel akustische Oberflächenwellenfilter[But80], surface acoustic wave (SAW)-Filter, eingesetzt. Das elektrische Signal wird dazu am Ein- und Ausgang des Filters zu einer akustischen Welle mittels sogenannter Interdigitaltransducer<sup>12</sup> über den piezoelektrischen Effekt transformiert. Das frequenzabhängige Verzögerungsverhalten, beziehungsweise die Übertragungsfunktion der Filter, kann dabei durch die Gestaltung der Transducer realisiert werden, dessen Geometrie sich als *finite impulse response* (FIR)-Filter aus der gewünschten Impulsantwort ergibt.

<sup>12</sup>Interdigital ist eine Referenz auf seinen geometrischen Aufbau ineinandergreifender Finger.

Heute wird das Empfangssignal zur Pulskompression durch Abtastung aufgezeichnet und das Filter in digitaler Signalverarbeitung realisiert. Aufgrund der meist großen Länge der Impulsantwort des *matched-filter* wird das Filter in der Regel im Frequenzbereich mit der schnellen Fouriertransformation, der *fast fourier transform* (FFT) durch Multiplikation mit dem Spektrum des Empfangssignals angewendet.

Bei linearer Frequenzmodulation und im Vergleich zur Pulslänge kurzem Beobachtungszeitfenster besteht dazu noch die Möglichkeit, durch direkte Demodulation des Empfangssignals mit dem gesendeten Chirpsignal eine Beziehung zwischen Verzögerungszeit und der resultierenden Mischfrequenz herzustellen. Das pulskomprimierte Empfangssignal erhält man dann durch Fouriertransformation. Ist das Verhältnis aus Verzögerungszeit und Dauer der linearen Frequenzrampe gering, kann die abzutastende Bandbreite mit ebendiesem Verhältnis gegenüber der ausgesendeten Bandbreite reduziert werden. Das auch als frequenzmoduliertes Dauerstrichradar, *Frequency modulated continuous wave radar* (FMCW)*frequency modulated continuous wave radar* (FMCW), bezeichnete Verfahren findet daher insbesondere bei sehr hohen Bandbreiten oder kostengünstigen Systemen Anwendung.

## Das Spektrum des Chirpsignals

Bei Betrachtung eines linear-frequenzmodulierten Pulses

$$s(t) = a \operatorname{rect}\left(\frac{t}{T}\right) e^{j\pi kt^2} \quad (1.30)$$

der zeitlichen Dauer  $T$  und Modulationsrate  $k$  kann sein Spektrum durch das Fourierintegral

$$S(f) = a \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} e^{j\pi kt^2} e^{-j2\pi ft} dt \quad (1.31)$$

bestimmt werden. Zunächst wird der Puls ohne Frequenzmodulation, also  $k = 0$  betrachtet. In diesem Fall ist das Spektrum mit

$$\begin{aligned} S(f)|_{k=0} &= \frac{a}{-j2\pi f} e^{-j2\pi ft} \Big|_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} \\ &= \frac{a}{\pi f} \sin(\pi f T) \\ &= aT \operatorname{si}(\pi f T) \end{aligned} \quad (1.32)$$

durch die Kardinalsinusfunktion gegeben. Die erste Nullstelle von  $S(f)$  liegt bei  $f = T^{-1}$ . Für den Fall einer linear ansteigenden Frequenz, also  $k > 0$  wird der Integrand in

$$S(f)|_{k>0} = a \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} e^{j\pi kt^2} e^{-j2\pi ft} dt$$

zunächst mit quadratischer Ergänzung zu

$$= a e^{-j\pi \frac{f^2}{k}} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} e^{j\pi \left(kt^2 - 2ft + \frac{f^2}{k}\right)} dt$$

und weiter zu

$$= a e^{-j\pi \frac{f^2}{k}} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} e^{j\frac{\pi}{k}(kt-f)^2} dt \quad (1.33)$$

umgeformt. Wird die reelle Integrationsvariable  $t$  nun nach

$$\tau^2 = -j\frac{\pi}{k}(kt-f)^2 \quad (1.34)$$

substituiert, erfolgt die Integration mit

$$\begin{aligned} \tau &= \sqrt{-j} \sqrt{\frac{\pi}{k}} (kt-f) \\ &= \sqrt{\frac{\pi}{k}} e^{-j\frac{\pi}{4}} (kt-f) \end{aligned} \quad (1.35)$$

entlang der zweiten Winkelhalbierenden<sup>13</sup> der komplexen Zahlenebene. Das Differential wird damit zu

$$d\tau = \sqrt{\pi k} e^{-j\frac{\pi}{4}} dt. \quad (1.36)$$

Mit den Integralgrenzen in  $\tau$ ,

$$\tau_1 = -\sqrt{\frac{\pi}{2k}}(1-j) \left( f + k\frac{T}{2} \right) \quad (1.37)$$

und

$$\tau_2 = -\sqrt{\frac{\pi}{2k}}(1-j) \left( f - k\frac{T}{2} \right), \quad (1.38)$$

wird das Spektrum nun zu

$$S(f)|_{k>0} = a \frac{e^{j\frac{\pi}{4}}}{\sqrt{\pi k}} e^{-j\pi\frac{f^2}{k}} \int_{\tau_1}^{\tau_2} e^{-\tau^2} d\tau \quad (1.39)$$

und nach Aufteilen des Integrationsbereiches

$$= a \frac{e^{j\frac{\pi}{4}}}{2\sqrt{k}} e^{-j\pi\frac{f^2}{k}} \frac{2}{\sqrt{\pi}} \left( \int_0^{\tau_2} e^{-\tau^2} d\tau - \int_0^{\tau_1} e^{-\tau^2} d\tau \right), \quad (1.40)$$

können die Integrale durch die Gaußsche Fehlerfunktion [AS64, 7.1.1, S.297]  $\operatorname{erf}(z)$  als

$$S(f)|_{k>0} = a \frac{e^{j\frac{\pi}{4}}}{2\sqrt{k}} e^{-j\pi\frac{f^2}{k}} \left( \operatorname{erf} \left( -\sqrt{\frac{\pi}{2k}}(1-j) \left( f - \frac{kT}{2} \right) \right) - \operatorname{erf} \left( -\sqrt{\frac{\pi}{2k}}(1-j) \left( f + \frac{kT}{2} \right) \right) \right) \quad (1.41)$$

dargestellt werden.

Der Verlauf der Fehlerfunktion ist in Abbildung 1.4 für das Argument  $z = \sqrt{\frac{\pi}{2}}(1-j)x$  in Real- und Imaginärteil dargestellt. Die Fehlerfunktion ist ungerade<sup>14</sup>. Somit kann das Spektrum abschließend durch

$$S(f)|_{k>0} = a \frac{e^{j\frac{\pi}{4}}}{2\sqrt{k}} e^{-j\pi\frac{f^2}{k}} \left( \operatorname{erf} \left( \sqrt{\frac{\pi}{2k}}(1-j) \left( f + \frac{B}{2} \right) \right) - \operatorname{erf} \left( \sqrt{\frac{\pi}{2k}}(1-j) \left( f - \frac{B}{2} \right) \right) \right) \quad (1.42)$$

beschrieben werden. Die Bandbreite  $B$  entspricht dem Produkt  $|k| \cdot T$ . Für den verbleibenden Fall  $k < 0$  ist das Spektrum von

$$\tilde{s}(t) = a \operatorname{rect} \frac{t}{T} e^{-j\pi|k|t^2} = s(t)^* \quad (1.43)$$

<sup>13</sup>Der Integrationsweg, ursprünglich die reelle Achse, wird rotiert mit:  $\sqrt{-j} = \frac{1-j}{\sqrt{2}} = e^{-j\frac{\pi}{4}}$

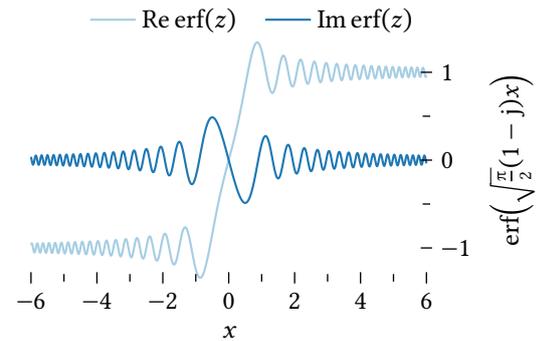


Abbildung 1.4: Verlauf der Fehlerfunktion.

<sup>14</sup>Somit ist:  $\operatorname{erf}(-z) = -\operatorname{erf}(z)$ . Weiter gilt:  $\operatorname{erf}(z^*) = \operatorname{erf}(z)^*$ .

nach [OL07, 2.38, S.62] durch

$$S(f)|_{k<0} = S(-f)^* = a \frac{e^{-j\frac{\pi}{4}}}{2\sqrt{|k|}} e^{j\pi\frac{f^2}{|k|}} \left( \operatorname{erf}\left(\sqrt{\frac{\pi}{2|k|}}(1+j)\left(f + \frac{B}{2}\right)\right) - \operatorname{erf}\left(\sqrt{\frac{\pi}{2|k|}}(1+j)\left(f - \frac{B}{2}\right)\right) \right) \quad (1.44)$$

bestimmt. Der Betrag ist dann für  $k \neq 0$  – bei linear fallender Frequenz – gegeben durch

$$|S(f)| = \frac{a}{2\sqrt{|k|}} \left| \operatorname{erf}\left(\sqrt{\frac{\pi}{2|k|}}(1-j)\left(f + \frac{B}{2}\right)\right) - \operatorname{erf}\left(\sqrt{\frac{\pi}{2|k|}}(1-j)\left(f - \frac{B}{2}\right)\right) \right| \quad (1.45)$$

und kann mit dem Dispersionsfaktor  $D = BT$  als Zeit-Bandbreite-Produkt und damit

$$|k| = \frac{D}{T^2} = \frac{B^2}{D} \quad (1.46)$$

als

$$|S(f)| = \frac{a\sqrt{D}}{B} \frac{1}{2} \left| \operatorname{erf}\left(\sqrt{\frac{\pi}{2}}(1-j)\sqrt{D}\left(\frac{f}{B} + \frac{1}{2}\right)\right) - \operatorname{erf}\left(\sqrt{\frac{\pi}{2}}(1-j)\sqrt{D}\left(\frac{f}{B} - \frac{1}{2}\right)\right) \right| \quad (1.47)$$

in Abhängigkeit von der Frequenz relativ zur Bandbreite dargestellt werden. In Abbildung 1.5 ist der Betrag der Chirpspektren der Bandbreite  $B$  verschiedener Dispersionsfaktoren  $D$  gezeichnet. Mit steigendem Dispersionsfaktor nimmt die Signalenergie außerhalb der Rechteckfunktion schnell ab.

Der Verlauf der Signalenergie  $E_O$  in Abhängigkeit von  $D$ , ermittelt durch numerische Integration von

$$\frac{E_O}{E} = 1 - \frac{E_I}{E} = 1 - 2 \frac{\int_0^{\frac{B}{2}} |S(f)|^2 df}{\int_{-\infty}^{\infty} |S(f)|^2 df} \quad (1.48)$$

$$= 1 - 2 \int_0^{\frac{1}{2}} \left| \operatorname{erf}\left(\sqrt{\frac{\pi}{2}}(1-j)\sqrt{D}\left(x + \frac{1}{2}\right)\right) - \operatorname{erf}\left(\sqrt{\frac{\pi}{2}}(1-j)\sqrt{D}\left(x - \frac{1}{2}\right)\right) \right|^2 dx \quad (1.49)$$

ist in Abbildung 1.6 aufgetragen. Die Fehlerfunktion kann nun für große Werte von  $D$  durch

$$\operatorname{erf}\left(\sqrt{\frac{\pi}{2}}(1-j)\sqrt{D}x\right) \approx \operatorname{sgn}(x) \quad (1.50)$$

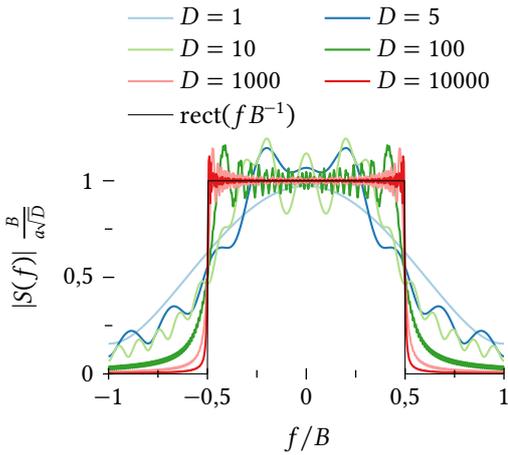


Abbildung 1.5: Das Spektrum eines Chirpsignals der Bandbreite  $B$ .

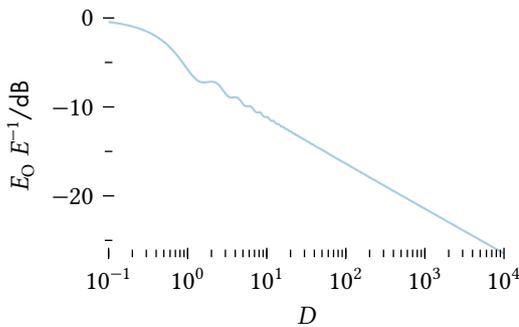


Abbildung 1.6: Anteil der Energie des Chirpsignals außerhalb der Bandbreite  $B$ .

genähert werden. Der Betrag des Spektrums ist damit durch

$$|S(f)| \approx \frac{a\sqrt{D}}{B} \frac{1}{2} \left| \operatorname{sgn}\left(\frac{f}{B} + \frac{1}{2}\right) - \operatorname{sgn}\left(\frac{f}{B} - \frac{1}{2}\right) \right| \quad (1.51)$$

gegeben und mit dem Zusammenhang

$$\operatorname{rect}(x) = \frac{1}{2} \left( \operatorname{sgn}\left(x + \frac{1}{2}\right) - \operatorname{sgn}\left(x - \frac{1}{2}\right) \right) \quad (1.52)$$

schließlich durch

$$|S(f)| \approx \frac{a\sqrt{D}}{B} \operatorname{rect}\left(\frac{f}{B}\right). \quad (1.53)$$

Zusammengefasst ist das Spektrum mit dieser Näherung durch

$$S(f) = aT \begin{cases} \operatorname{si}(\pi f T) & k = 0 \\ \frac{e^{j\frac{\pi}{4}}}{\sqrt{D}} \operatorname{rect}\left(\frac{f}{B}\right) e^{-j\pi\frac{T}{B}f^2} & k > 0 \\ \frac{e^{-j\frac{\pi}{4}}}{\sqrt{D}} \operatorname{rect}\left(\frac{f}{B}\right) e^{j\pi\frac{T}{B}f^2} & k < 0 \end{cases} \quad (1.54)$$

bestimmt.

## Die Autokorrelation des Chirpsignals

Um die Antwort des *matched-filter* bei Nutzung eines Chirpsignals mit linear modulierter Frequenz zu bestimmen, wird die Autokorrelationsfunktion des Chirpsignals bestimmt. Die Autokorrelation ist allgemein gegeben durch

$$\phi(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} s^*(t) s(t + \tau) dt \quad (1.55)$$

und mit dem Chirpsignal im äquivalenten Basisband

$$s(t) = a \operatorname{rect}\left(\frac{t}{T}\right) e^{j\pi k t^2} \quad (1.56)$$

in diesem Fall durch

$$\phi(\tau) = a^2 \int_{-\infty}^{\infty} \operatorname{rect}\left(\frac{t}{T}\right) \operatorname{rect}\left(\frac{t + \tau}{T}\right) e^{-j\pi k t^2} e^{j\pi k (t + \tau)^2} dt \quad (1.57)$$

gegeben. Für  $|\tau| > T$  überlappt die Einhüllende des Pulses nicht und der Integrand ist  $\forall t$  gleich Null. Weiter ist die Autokorrelationsfunktion gerade, sodass im Folgenden nur noch der Fall  $0 \leq \tau \leq T$  betrachtet werden muß. Die Rechteckfunktionen können dabei zur Einschränkung des Integrationsbereichs umgewandelt werden und das Integral wird nach Extraktion der nicht von der Integrationsvariablen abhängigen Terme zu

$$\phi(\tau) = a^2 e^{j\pi k \tau^2} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2} - \tau} e^{j2\pi k t \tau} dt. \quad (1.58)$$

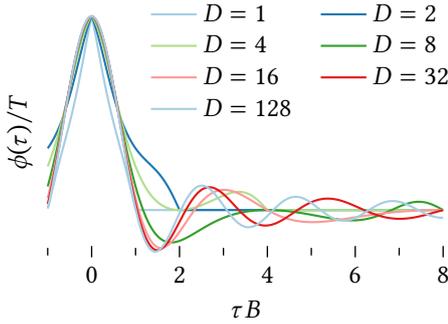


Abbildung 1.7: Autokorrelationsfunktion des Chirpsignals bei fester Bandbreite  $B$ .

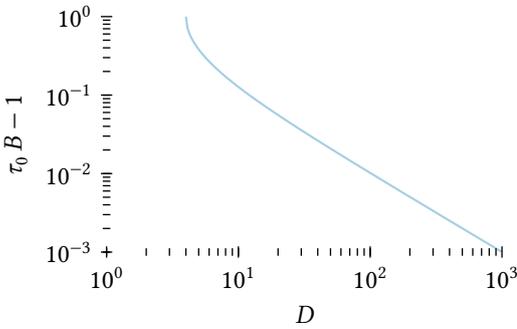


Abbildung 1.8: Verschiebung der Nullstelle der Autokorrelation des Chirpsignals in Abhängigkeit vom Dispersionsfaktor.

Die Lösung des Integrals für  $0 \leq \tau \leq T$  ist damit

$$\begin{aligned} \phi(\tau) &= a^2 \frac{e^{j\pi k\tau^2}}{j2\pi k\tau} e^{j2\pi k\tau t} \Big|_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}-\tau} \\ &= a^2 \frac{e^{j\pi k\tau^2}}{j2\pi k\tau} (e^{j\pi k\tau(T-2\tau)} - e^{-j\pi k\tau T}) \\ &= a^2 \frac{(T-\tau)}{j2\pi k\tau(T-\tau)} (e^{j\pi k\tau(T-\tau)} - e^{-j\pi k\tau(T-\tau)}) \\ &= a^2 T \left(1 - \frac{\tau}{T}\right) \text{si} \left(\pi k T \left(1 - \frac{\tau}{T}\right) \tau\right). \end{aligned} \quad (1.59)$$

Insgesamt ergibt sich durch die gerade Symmetrie also

$$\phi(\tau) = \begin{cases} a^2 T \left(1 - \frac{|\tau|}{T}\right) \text{si} \left(\pi k T \left(1 - \frac{|\tau|}{T}\right) \tau\right) & |\tau| \leq T \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (1.60)$$

als AKF des Chirpsignals.

Das Maximum  $a^2 T$  entspricht dabei der Energie des Pulses. Mit der Bandbreite des Signals  $B = kT$  und  $D = BT$  seinem Dispersionsfaktor, ergibt sich die erste rechtsseitige Nullstelle der si-Funktion bei

$$\tau_0 = \frac{1}{B} \left( \frac{D}{2} - \frac{\sqrt{D}}{2} \sqrt{D-4} \right), \quad (1.61)$$

sie tritt nur für  $D \geq 4$  auf. In Abbildung 1.7 ist die Autokorrelationsfunktion des Chirpsignals bei konstanter Bandbreite für eine Reihe verschiedener Dispersionsfaktoren aufgezeichnet. Aus der Dreiecksfunktion bei kleinem  $D$  geht die Autokorrelationsfunktion mit wachsendem Dispersionsfaktor in eine si-Funktion über.

Die zeitliche Verschiebung der ersten Nullstelle gegenüber der asymptotischen si-Funktion ist als  $\tau_0 B - 1$  in Abbildung 1.8 in Abhängigkeit vom Dispersionsfaktor dargestellt. Der Abstand vom Maximum der AKF zu ihrer ersten Nullstelle ist unter der Bezeichnung Rayleigh-Kriterium[Ray79] ein Maß für das Auflösungsvermögen des Radarsystems.

## Der Doppler-Effekt

Bewegen sich Sender und Empfänger einer elektromagnetischen Welle relativ zueinander, so unterscheidet sich die beobachtete Frequenz von der ausgesandten. Dieses Phänomen wird als Doppler-Effekt bezeichnet, benannt nach Christian Doppler, welcher mit seiner Theorie die unterschiedlichen Farben von Doppelsternen, bzw. von Sternen im Allgemeinen erklären wollte[Dop42]. Am Beispiel der Schallwellen findet Doppler zwei Gesetzmäßigkeiten, eine für den Fall eines bewegten Beobachters und den anderen der gegenüber dem Medium bewegten Quelle. Da er davon ausging, dass sich elektromagnetische Welle ebenfalls in einem Medium ausbreiten, übertrug er diese Gesetze auf sein eigentliches Problem.

Mit Albert Einsteins spezieller Relativitätstheorie (SRT) ist dieser Übergang jedoch unvereinbar. Denn die Postulate der SRT, das strenge Relativitätsprinzip und die Konstanz der Lichtgeschwindigkeit

in allen Inertialsystemen, lassen es einem Beobachter nicht zu, festzustellen, ob er absolut in Bewegung ist, sondern er kann nur seine relative Bewegung zum Bezugssystem messen. Der Doppler-Effekt ist daher auch eines der Phänomene die Einstein in [Ein08] untersucht. Er findet durch Transformation der Raumzeit die Beziehung

$$f = f_0 \frac{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{1 - \cos \varphi \frac{v}{c}} \quad (1.62)$$

für die beobachtete Frequenz  $f$  in Abhängigkeit von der Frequenz der Quelle  $f_0$ . Die Geschwindigkeit  $v$  des bewegten Systems ist dabei relativ zum ruhenden System, der Winkel  $\varphi$  der eingeschlossene Winkel zwischen Geschwindigkeitsvektor und der Verbindungslinie zwischen Beobachter und Quelle, der Ausdruck  $v_r = v \cos \varphi$  ist damit die Projektion der Geschwindigkeit auf die Sichtlinie. Eine Reihenentwicklung von (1.62) um  $v = 0$  ergibt die Näherung

$$f = f_0 \left( 1 + \frac{v}{c} \cos \varphi + \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2} \cos 2\varphi + \mathcal{O}(v^3) \right) \quad (1.63)$$

für die Beobachtungsfrequenz. Der lineare Term wird als Doppler-Effekt 1. Ordnung bezeichnet. Der quadratische Term, der Doppler-Effekt 2. Ordnung, beschreibt die Effekte der Zeitdilatation [Mes15, Kap. 13.5, S. 638–639].

Aufgrund der üblicherweise geringen Geschwindigkeiten von  $v < 10 \text{ km s}^{-1} \approx 3 \cdot 10^{-5} c$  beim Radar wird weiter nur der Doppler-Effekt 1. Ordnung betrachtet. Die Differenz von beobachteter und emittierter Frequenz

$$f_D = f - f_0 = f_0 \frac{v_r}{c} \quad (1.64)$$

wird mit Dopplerfrequenz bezeichnet. Der Fehler dieser Näherung kann gut durch den Doppler-Effekt 2. Ordnung beschrieben werden. Er hat Maxima, wenn der Geschwindigkeitsvektor parallel und auch wenn er orthogonal zur Sichtlinie steht und erreicht dann eine Amplitude von  $v^2/(2c^2)$ .

Beim Radar unterliegt sowohl die Welle von Radarsystem zum Reflektor, als auch die reflektierte Welle dem Doppler-Effekt. Im monostatischen Fall muss Gleichung (1.62) daher einmal ineinander eingesetzt werden. Erneute Reihenentwicklung von

$$f = f_0 \frac{1 - \frac{v^2}{c^2}}{\left(1 - \cos \varphi \frac{v}{c}\right)^2} \quad (1.65)$$

ergibt

$$f = f_0 \left( 1 + 2 \frac{v}{c} \cos \varphi + \frac{v^2}{c^2} (3 \cos^2 \varphi - 1) + \mathcal{O}(v^3) \right) \quad (1.66)$$

somit für die Dopplerfrequenz in der 1. Ordnung den doppelten Wert von

$$f_D = f_0 \cdot 2 \frac{v_r}{c}. \quad (1.67)$$

Die Dopplerverschiebung ist damit durch die lineare Abhängigkeit zwischen Sende- und Empfangsfrequenz eigentlich eine Skalierung des Signalspektrums. Mit der Wellenlänge des Sendesignals im freien Raum

$$\lambda_0 = \frac{c}{f_0} \quad (1.68)$$

und dem Einheitsvektor zum Ziel  $\hat{\mathbf{p}}$ , ist die Dopplerfrequenz durch

$$f_D = 2 \frac{v_r}{\lambda_0} = 2 \frac{\mathbf{v} \hat{\mathbf{p}}}{\lambda_0} \quad (1.69)$$

gegeben. Die Auswirkung des Doppler-Effekts auf die Antwort eines *matched-filters* wird für eine Pulsform in ihrer Ambiguitätsfunktion untersucht.

## Die Ambiguitätsfunktion

Die *ambiguity function* oder Ambiguitätsfunktion, wurde erstmals in [Woo53] zur Beschreibung der Eigenschaften einer Radarmodulation vorgeschlagen und wird daher auch häufig als *Woodward's ambiguity function* bezeichnet. Sie stellt die Korrelation der durch den Doppler-Effekt veränderten Wellenform mit der ausgesandten Wellenform  $s(t)$  dar. Ist die Signalbandbreite gegenüber der Mittenfrequenz gering, kann die durch den Doppler-Effekt auftretende Skalierung des Spektrums, durch eine Modulation mit der Dopplerfrequenz genähert werden. Diese Schmalband-Ambiguitätsfunktion ist in [Woo67] durch

$$\chi(f_D, \tau) = \int_{-\infty}^{\infty} s^* \left( t - \frac{\tau}{2} \right) s \left( t + \frac{\tau}{2} \right) e^{-j2\pi f_D t} dt \quad (1.70)$$

definiert, wobei in der Literatur noch weitere Definitionen existieren, welche sich aber nicht im Darstellungsprinzip unterscheiden und im Betragsquadrat in der Regel identisch sind [Bay+16]. Weiter kann eine Ambiguitätsfunktion auch im Frequenzbereich beschrieben werden. Die Definition aus [Kla60] nutzt dazu

$$\chi_2(f_D, \tau) = \int_{-\infty}^{\infty} S^*(f) S(f - f_D) e^{j2\pi f \tau} df \quad (1.71)$$

als inverse Fouriertransformation des um die Dopplerfrequenz verschobenen Signalspektrum multipliziert mit dem konjugiert komplexen, originalen Spektrum. Sie steht zur ersten Definition durch

$$\chi_2(f_D, \tau) = e^{j\pi f_D \tau} \chi(-f_D, \tau) \quad (1.72)$$

in Beziehung. Da nach (1.70) allgemein  $\chi(-f_D, \tau) = \chi^*(f_D, \tau)$  gilt, ist das Betragsquadrat  $|\chi_2(f_D, \tau)|^2 = |\chi(f_D, \tau)|^2$  beider Definitionen identisch.

Betrachtet man nun einen einfachen Puls der Dauer  $T$ , verschwindet die Ambiguitätsfunktion für  $f_D = 0$  gleich seiner Autokorrelationsfunktion gemäß (1.25) linear in  $|\tau|$  bei  $\pm\tau$ . An  $\tau = 0$  ist die Ambiguitätsfunktion des Rechteckpulses mit

$$\chi(f_D, \tau) = a^2 \int_{-\infty}^{\infty} \text{rect}\left(\frac{t - \tau/2}{T}\right) \text{rect}\left(\frac{t + \tau/2}{T}\right) e^{-j2\pi f_D t} dt$$

und für  $|\tau| < T$  mit

$$\begin{aligned} &= \int_{-\frac{T-|\tau|}{2}}^{\frac{T-|\tau|}{2}} e^{-j2\pi f_D t} dt \\ &= \begin{cases} T\left(1 - \frac{|\tau|}{T}\right) \text{si}\left(\pi f_D T\left(1 - \frac{|\tau|}{T}\right)\right) & \text{für } |\tau| < T \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (1.73) \end{aligned}$$

über die Dopplerfrequenz als si-Funktion gegeben – mit den ersten Nullstellen bei  $f_D = \pm T^{-1}$ , reziprok zur Pulsdauer. Die Ambiguitätsfunktion des Chirpsignals (1.56) kann analog zur Vorgehensweise bei seiner Autokorrelationsfunktion mit

$$\begin{aligned} \chi(f_D, \tau) &= a^2 \int_{-\infty}^{\infty} \text{rect}\left(\frac{t - \tau/2}{T}\right) \text{rect}\left(\frac{t + \tau/2}{T}\right) \\ &\quad e^{-j\pi k\left(t - \frac{\tau}{2}\right)^2} e^{j\pi k\left(t + \frac{\tau}{2}\right)^2} e^{-j2\pi f_D t} dt \end{aligned}$$

und wieder für  $|\tau| < T$  nach Ausmultiplizieren der in  $\tau$  und  $t$  quadratischen Terme sowie Zusammenfassen der Exponentialfunktionen mit

$$\begin{aligned} &= \int_{-\frac{T-|\tau|}{2}}^{\frac{T-|\tau|}{2}} e^{-j2\pi(f_D - k\tau)t} dt \\ &= \begin{cases} T\left(1 - \frac{|\tau|}{T}\right) \text{si}\left(\pi(f_D - k\tau)T\left(1 - \frac{|\tau|}{T}\right)\right) & \text{für } |\tau| < T \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (1.74) \end{aligned}$$

bestimmt werden. Das Chirpsignal besitzt damit, nach Scherung der Dopplerfrequenz mit  $f'_D = f_D - k\tau$ , die gleiche Ambiguitätsfunktion wie der unmodulierte Puls. Diese sind beide in Abbildung 1.9, für ein Chirpsignal mit Zeit-Bandbreite-Produkt von  $B \cdot T = 20$ , und zusätzlich der Ambiguitätsfunktion eines Pulses gleicher Energie mit der Pulsdauer von  $B^{-1}$  dargestellt. Es wird deutlich, dass die genaue Messung der Zielposition bei der Verwendung des Chirpsignals nicht ohne Kenntnis der Dopplerfrequenz möglich ist. Weiter ist eine gute Auflösung im Dopplerfrequenzbereich nur durch den langen unmodulierten Puls möglich.

Eine ausführliche Untersuchung der Ambiguitätsfunktion und Diskussion ihrer Eigenschaften ist in [EBM15] gegeben.

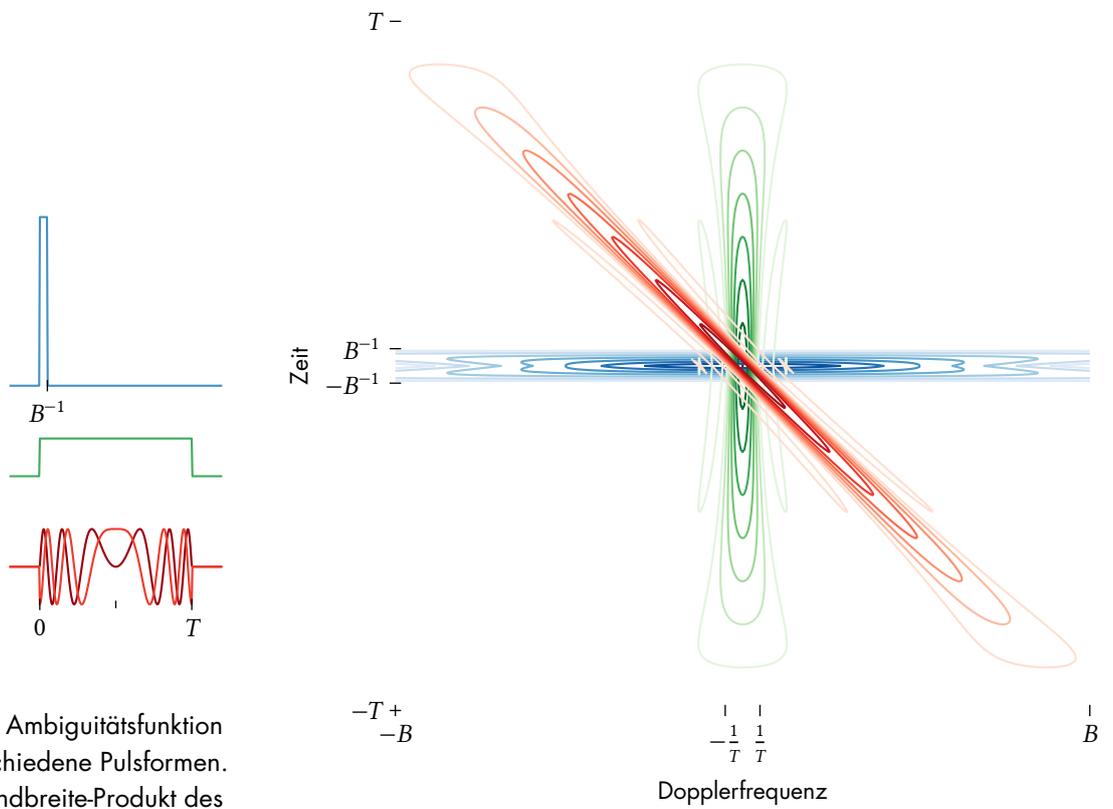


Abbildung 1.9: Ambiguitätsfunktion für verschiedene Pulsformen. Das Zeit-Bandbreite-Produkt des Chirpsignals beträgt  $BT = 20$ .

# Radar mit synthetischer Apertur

# 2

“When railroading time comes you can railroad  
— but not before.”  
— Robert A. Heinlein, *The Door Into Summer*

Mit diesem Zitat beschreibt Carl A. Wiley<sup>1</sup> die Anfänge der Entwicklung des Radars mit synthetischer Apertur dem synthetic aperture radar (SAR)[Wil85] und wie erst die Entwicklung verschiedener Technologien das SAR ermöglichten, welches seinerseits wiederum neue Entwicklungen durch seine Anwendung vorangetrieben hat. Er selbst gilt als Erfinder dieser im Jahre 1951 für Goodyear Aerospace entwickelten Technologie, die er 1954 schließlich patentieren konnte[Wil54].

Seine Idee war, das Auflösungsvermögen eines Radars für stationäre Ziele zu verbessern, indem man die Dopplerverschiebung dieser Ziele aufgrund der Eigenbewegung der Plattform auswertet. Nach dieser Betrachtungsweise nannte er sein Verfahren zu dieser Zeit auch *doppler beam sharpening* (DBS).

Betrachtet man nämlich eine bewegte Plattform der Geschwindigkeit  $\mathbf{v}$ , so wird ein Ziel – welches sich momentan an der Position  $\mathbf{p}$  in einem mitbewegten Koordinatensystem befindet – durch das Radar auf die Entfernung

$$r = 2 \|\mathbf{p}\| \tag{2.1}$$

abgebildet. Die Dopplerfrequenz der Reflexion dieses Ziels ist weiter durch

$$f_D = 2 \frac{\mathbf{v} \cdot \hat{\mathbf{p}}}{\lambda} = 2 \frac{v \cos \varphi}{\lambda} \tag{2.2}$$

gegeben. Während die Flächen auf denen sich Ziele gleicher Entfernung befinden – die Iso-Entfernungs-Flächen oder Isodiastemen<sup>2</sup> – demnach Kugeln darstellen, werden die Flächen gleicher Dopplerfrequenz – die Iso-Doppler-Flächen oder Isotachen<sup>3</sup> – durch einen konstanten Winkel  $\varphi$  zwischen Positionsvektor des Ziels und Geschwindigkeitsvektor der Plattform, also durch Kegelmäntel beschrieben.

Für eine Ebene bei  $z = z_0$  gilt für die Dopplerfrequenz mit  $\mathbf{v} = v\hat{\mathbf{x}}$  die Beziehung

$$f_D \frac{\lambda}{2} = \mathbf{v} \cdot \frac{\mathbf{p}}{\|\mathbf{p}\|} = \frac{vx}{\sqrt{x^2 + y^2 + z_0^2}}, \tag{2.3}$$

damit sind die Iso-Doppler-Linien auf der Ebene mit

$$\frac{4v^2 - f_D^2 \lambda^2}{f_D^2 \lambda^2} \frac{x^2}{z_0^2} - \frac{y^2}{z_0^2} = 1 \tag{2.4}$$

<sup>1</sup>Carl Atwood Wiley, amerikanischer Mathematiker und Ingenieur (\* 30. Dezember 1918 in Princeton, New Jersey; † 21. April 1985 in Westchester, Los Angeles)

<sup>2</sup>altgr. διάστημα – Abstand

<sup>3</sup>altgr. τάχος – Geschwindigkeit

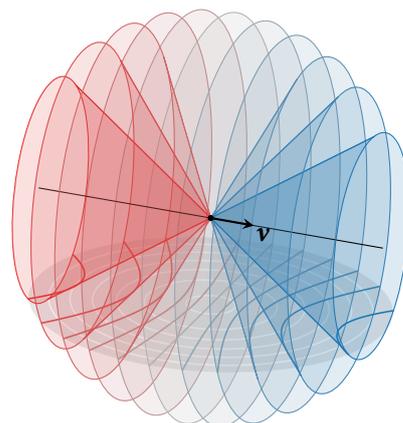


Abbildung 2.1: Doppler in der Umgebung der bewegten Plattform.

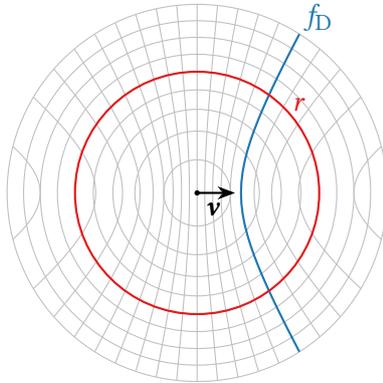


Abbildung 2.2: Doppler und Entfernung beim monostatischen Radar.

als Hyperbeln gegeben. In Abbildung 2.1 ist die Umgebung der bewegten Plattform dargestellt. Ziele, auf welche sich die Plattform zubewegt, weisen eine positive Dopplerfrequenz auf, sind demnach blauverschoben. Hinter der Plattform ist die Frequenzdifferenz durch den Doppler-Effekt negativ, die Zielreflexionen weisen also eine Rotverschiebung auf. Die Linien gleicher Entfernung bilden mit den Linien gleicher Dopplerfrequenz in der Ebene ein Gitter. Durch Filtern des Empfangssignals im Bereich der Dopplerfrequenz, beziehungsweise damit auch in  $\varphi$ , können damit Ziele, welche unter diesem Winkel erscheinen, selektiert werden. Diese Methode ergibt damit zusammen mit der Entfernungsauflösung des Radarsystems ein zweidimensionales Bild.

Gemäß Abbildung 2.2 ist das Auflösungsvermögen dabei im Bereich orthogonal zum Geschwindigkeitsvektor am besten – entlang der Bewegungsrichtung ist keine zweidimensionale Auflösung möglich. Ferner existieren symmetrisch an der Bodenspur der Plattform jeweils zwei mögliche Bodenpositionen für ein Koordinatenpaar aus Entfernung und Dopplerfrequenz. Die Bodenkoordinaten einer Detektion bei  $(r, f_D)$  sind nach Einsetzen von (2.1) in (2.3) durch

$$x = \hat{v} \cdot \mathbf{p} = \frac{\lambda f_D}{2} \frac{r}{v} \tag{2.5}$$

und die zweite Koordinate damit als

$$y = \pm \sqrt{\left(1 - \frac{f_D^2 \lambda^2}{v^2 4}\right) \frac{r^2}{4} - z_0^2} \tag{2.6}$$

gegeben. Um eine eindeutige Abbildung zu erreichen, müssen diese beiden Lösungen durch ein räumliches Filter getrennt werden, dieses Filter ist in der Regel die Antenne des Radarsystems.

Die Verbesserung der Auflösung orthogonal zur Entfernungsrichtung erfolgte zu Beginn der Entwicklung in Echtzeit durch eine direkte Filterung des Empfangssignals unter Nutzung einer speziellen Kathodenstrahlröhre als Kurzzeitspeicher. Das Empfangssignal des Radars wurde später auch auf fotografischem Film oder Magnetband aufgezeichnet, die Fokussierung der Reflexionen erfolgte dann nach der Messung am Boden durch ein optisches System. Einhergehend mit dieser Methodik ist die heute übliche Betrachtungsweise des SAR als holografische Aufnahme.

Bewegt sich das Radarsystem auf einer linearen Trajektorie, also mit konstantem Geschwindigkeitsvektor, ist die Geometrie bezüglich eines Zieles zu dieser rotationssymmetrisch. In Zylinderkoordinaten kann das Problem somit in zwei Dimensionen beschrieben werden.

Die Position eines Zieles ist dabei gegeben durch seinen kürzesten Abstand zur Trajektorie  $\rho$  und  $\xi$ , die dazugehörige Position des Lotfußpunktes entlang der Geraden. Die Länge des Signalweges ist damit in Abhängigkeit von der linearen Position  $x$  des Radars durch

$$r(x; \xi, \rho) = 2\sqrt{\rho^2 + (x - \xi)^2} \tag{2.7}$$

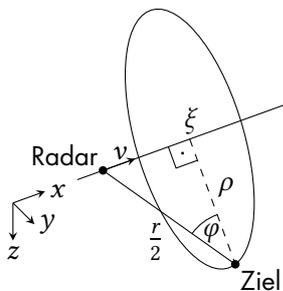


Abbildung 2.3: Die Geometrie eines Ziels beim monostatischen Radar ist bei linearer Trajektorie rotationsinvariant.

gegeben. Das empfangene Radarecho des Ziels

$$s_r(t, x) = \sigma s\left(t - \frac{r}{c}\right) \quad (2.8)$$

ist das mit  $\sigma$  gedämpfte, zeitlich verschobene Sendesignal mit der entsprechenden Verzögerung  $r/c$ . Für sein Spektrum entlang der Zeit  $t$  gilt damit

$$S_r(f, x) = SH = S(f) \sigma A\left(\frac{x - \xi}{r/2}\right) e^{-j2\pi f r/c}, \quad (2.9)$$

wobei die Zielreflexion mit der Aperturfunktion der Radarantenne  $A$  in Abhängigkeit vom Sinus des Blickwinkels zum Ziel – ihr Argument entspricht gerade  $\sin \varphi$  – gewichtet wird. Mit der Wellenzahl  $k = 2\pi f/c$  wird die Radarabbildung des Ziels durch

$$H(k, x) = \sigma A\left(\frac{x - \xi}{r/2}\right) e^{-jkr} \quad (2.10)$$

beschrieben. Entlang der Positionskoordinate  $x$  ist die Momentanfrequenz  $\psi$  des Signals dann bei der Wellenzahl  $k$  durch die Ableitung des Arguments von  $H$  also

$$\psi(k, x) = \frac{-k}{2\pi} \frac{dr}{dx} = \frac{-f}{c} \frac{dr}{dx} \quad (2.11)$$

gegeben. Die Ableitung des Signalweges ist dabei mit

$$\frac{dr}{dx} = 2 \frac{x - \xi}{\sqrt{\rho^2 + (x - \xi)^2}} \quad (2.12)$$

für kleine Aperturlängen, also  $(x - \xi) \ll \rho$  näherungsweise linear. Damit ist das Empfangssignal in diesem Bereich linear frequenzmoduliert, womit die Auflösung entlang der Positionskoordinate für dieses Ziel durch Pulskompression (Kapitel 1) erreicht werden kann.

Das Spektrum bezüglich der Positionskoordinate kann als Fouriertransformierte

$$H'(k, k_x) = \int_{-\infty}^{\infty} H(k, x) e^{-jk_x x} dx \quad (2.13)$$

mithilfe der Methode der stationären Phase<sup>4</sup> (Anhang A.1) bestimmt werden. Das Integral

$$H'(k, k_x) = \int_{-\infty}^{\infty} A\left(\frac{x - \xi}{r/2}\right) e^{-j(kr + k_x x)} dx \quad (2.14)$$

ist durch den Punkt der stationären Phase als Extremstelle des Arguments des Integranden bestimmt. Dieser ist durch die Bedingung

$$k \frac{dr}{dx} + k_x = 0 \quad (2.15)$$

<sup>4</sup>  $\int_{-\infty}^{\infty} g(t) e^{j\psi(t)} dt \approx \sqrt{\frac{2\pi}{|\psi''(t_0)|}} e^{\pm j\frac{\pi}{4}} e^{j\psi(t_0)}$

beziehungsweise

$$2k \frac{x_0 - \xi}{\sqrt{\rho^2 + (x_0 - \xi)^2}} = -k_x$$

nach Quadrierung und Lösung der quadratischen Gleichung durch

$$x_0 - \xi = \frac{-k_x \rho}{\sqrt{4k^2 - k_x^2}} \quad (2.16)$$

gegeben. Mit der zweiten Ableitung des Arguments

$$-k \frac{d^2 r}{(dx)^2} = -2 \frac{k \cdot \rho^2}{(\rho^2 + (x - \xi)^2)^{\frac{3}{2}}} < 0 \quad (2.17)$$

kann der Wurzelterm der Näherung zu

$$\sqrt{\frac{2\pi}{kr''(x_0)}} = \frac{2k\sqrt{2\pi\rho}}{(4k^2 - k_x^2)^{\frac{3}{4}}} = C(k, k_x; \rho) \quad (2.18)$$

bestimmt werden. Das Spektrum ist dann mit

$$H'(k, k_x; \rho, \xi) = C(k, k_x; \rho) \cdot A\left(-\frac{k_x}{2k}\right) e^{-j\frac{\pi}{4}} e^{-j\rho\sqrt{4k^2 - k_x^2}} e^{-j\xi k_x} \quad (2.19)$$

als gleichfalls frequenzmoduliertes Signal gegeben. Das Spektrum ist von der  $\xi$ -Koordinate des Ziels lediglich durch einen linearen Phasenterm in  $k_x$ , der Raumfrequenz entlang der Positionskoordinate  $x$  abhängig. Die Bandbreite entlang dieser Frequenz ist im Wesentlichen durch die Aperturfunktion  $A$  bestimmt. Das Argument dieser Funktion ist nun über das Verhältnis der Raumfrequenzen von Entfernungs- und Positionskoordinate gegeben. Betrachten wir eine Antenne mit dem Öffnungswinkel  $2\varphi_0$  und modellieren diese als ideales Filter – achsensymmetrisch bezüglich  $u = 0$  – durch

$$A(u) = \text{rect}\left(\frac{u}{2 \sin \varphi_0}\right), \quad (2.20)$$

ergibt sich damit eine Bandbreite in  $k_x$  von

$$B_x = 4k \sin \varphi_0 \quad (2.21)$$

und die Auflösung des SAR entlang der  $x$ -Koordinate ist mit  $k = 2\pi/\lambda$  und nach Kompensation der Phasenfunktion im Spektrum dann im Ortsbereich durch

$$\delta_x \approx \frac{2\pi}{B_x} = \frac{\lambda}{4 \sin \varphi_0} \quad (2.22)$$

gegeben. Im Grenzfall einer unendlichen langen Apertur mit  $\varphi_0 = 90^\circ$  ergibt sich demnach das maximale Auflösungsvermögen von

$$\delta_x \approx \frac{\lambda}{4}. \quad (2.23)$$

Die Auflösung des SAR ist dabei umso besser, je größer der Winkel  $\varphi_0$  gewählt wird. Wird eine reale Antenne als Filter genutzt<sup>5</sup> bedeutet dies, dass im Gegensatz zur Radarabbildung mit der realen Apertur, sich die Auflösung beim SAR durch eine kürzere reale Apertur verbessert. Ist der Öffnungswinkel  $\varphi_0$  für ein Ziel unabhängig von seiner Entfernung, so ist auch das räumliche Auflösungsvermögen des SAR entfernungsunabhängig. Wird die Antennenfunktion als Rechteck mit der Halbwertsbreite der realen Apertur genähert – gilt also  $\varphi_0 = \frac{\lambda}{2L}$  – so entspricht die Auflösung (2.22) in diesem Fall mit

$$\delta_x \approx \frac{\lambda}{4} \frac{1}{\sin \frac{\lambda}{2L}} \approx \frac{L}{2} \quad (2.24)$$

gerade der halben, realen Antennenapertur.

Liegt das Maximum des Antennendiagramms bei einem Winkel  $\varphi_c$  gegenüber der Orthogonalen, so ist die Mittenfrequenz des Spektrums in  $k_x$  mit

$$\sin \varphi = \frac{x - \xi}{r/2} = -\frac{k_x}{2k} \quad (2.25)$$

durch

$$k_{x,c} = -2k \sin \varphi_c \quad (2.26)$$

bestimmt. Sie wird mit Doppler-Zentroid-Frequenz, beziehungsweise *Doppler centroid frequency* bezeichnet.

Häufig werden verschiedene SAR-Aufnahmemodi nach der Realisierung des räumlichen Filters und damit der eventuell ortsvarianten Aperturfunktion unterschieden. Wird die Ausrichtung der Radarantenne bezüglich der Trajektorie des Radarsystems konstant gehalten, wird dies als Streifenmodus oder *stripmap mode* bezeichnet. Die synthetische Apertur wird dabei direkt durch die reale Apertur der Radarantenne bestimmt. Ist die Hauptstrahlrichtung der Antenne dabei nicht rechtwinklig zur Bewegungsrichtung des Radars ausgerichtet, wird dies *squint mode-SAR* genannt.

Beim *stripmap mode-SAR* kann das Radarsystem quasi kontinuierlich einen Streifen parallel zur Bewegung abbilden. Die Abbildungseigenschaften sind dabei über die Positionskoordinate konstant, da die Ziele innerhalb des Streifens durch die Bewegung der Radarplattform durch die gesamte synthetische Apertur erfasst werden.

Wird die Antenne stattdessen während der Aufnahme mechanisch oder elektronisch geschwenkt, arbeitet das SAR im Scheinwerfermodus oder *spotlight mode*. Wenn die Antenne dabei mit der Winkelgeschwindigkeit eines Referenzziels nachgeführt wird, kann somit die synthetische Apertur unabhängig von der realen Apertur quasi beliebig verlängert werden. Die Auflösung des SAR wird damit wesentlich verbessert, durch den Schwenkvorgang kann die Aufnahme jedoch nicht kontinuierlich verlaufen und die Ausdehnung der Radaraufnahme entlang der Bewegungsrichtung des Radarsystems ist begrenzt. Wird die Schwenkgeschwindigkeit im Scheinwerfermodus verringert, bewegt sich der Antennenfußabdruck mit gegenüber dem Streifenmodus reduzierten Geschwindigkeit, kommt aber im Gegensatz zum

<sup>5</sup>Die Nullwertbreite einer uniform belegten, realen Apertur der Abmessung  $L$  ist nach [Kar18, Anh. C.3]  $2\varphi_0 = 2\frac{\lambda}{L}$ . Die Halbwertsbreite entspricht in etwa der Hälfte dieses Wertes.

gerade zuvor beschriebenen Fall nicht ganz am Referenzziel zum stehen. Dieser Modus wird mit *sliding spotlight mode* bezeichnet.

## Abtastung und Wahl der Pulswiederholrate

Üblicherweise wird die Entfernungsmessung beim SAR durch wiederholtes Aussenden einer gleichen Pulsform mit anschließender Pulskompression durchgeführt. Durch dieses Verfahren ergibt sich zeitlich und damit entlang der Bewegung eine Abtastung. Die Frequenz, mit welcher die Pulse ausgesandt werden, nennt man beim Radar Pulswiederholrate oder Pulswiederholfrequenz (PRF) – die zugehörige Dauer zwischen dem Beginn zweier aufeinanderfolgender Pulse heiße Pulswiederholintervall (PRI). Für die PRF ergeben sich beim SAR nun zwei grundsätzliche Bedingungen. Um Aliasing durch Unterabtastung – beim SAR auch als Azimut-Mehrdeutigkeiten bezeichnet – zu vermeiden, ist die PRF nach Unten durch die zeitliche Bandbreite des Empfangssignals begrenzt. Bewegt sich der Sensor mit der Geschwindigkeit  $v$  ist diese durch die Abhängigkeit  $x = v \cdot t$  direkt aus (2.21) durch

$$B_t = v \frac{B_x}{2\pi} = \frac{v}{\delta_x} = 4 \frac{v}{\lambda} \sin \varphi_0 \quad (2.27)$$

gegeben. Um eine fehlerfreie Rekonstruktion zu erreichen, gilt für PRF damit

$$f_P \geq B_t. \quad (2.28)$$

Da sich das Sendesignal im Abstand  $T_P = f_P^{-1}$  periodisch wiederholt, können lediglich Laufzeiten innerhalb des Intervalls  $T_P$  eindeutig gemessen werden. Damit ist – auch bei Kenntnis der Laufzeit der ersten Reflexion – die Laufzeitdifferenz zwischen erster und letzter empfangener Reflexion auf das Pulswiederholintervall zu begrenzen. Für das SAR bedeutet dies, dass seine Antenne den abgebildeten Streifen – hier auch Schwad genannt – in der Entfernung auf  $\Delta\rho = c \cdot T_P$  begrenzt. Umgekehrt gilt damit für die PRF eine Obergrenze mit

$$f_P \leq \frac{c}{\Delta\rho}, \quad (2.29)$$

in Abhängigkeit von der Schwadbreite. Es gilt somit zusammenfassend

$$\frac{v}{\delta_x} \leq f_P \leq \frac{c}{\Delta\rho}. \quad (2.30)$$

Mit feinerer Auflösung steigt demnach die untere Grenze und gleichzeitig sinkt mit größerer Schwadbreite die obere Grenze der PRF. Da die Lichtgeschwindigkeit konstant ist und auch die Geschwindigkeit der Sensorplattform – insbesondere bei Satelliten auf üblichen Bahnen – nur gering variiert, ist es ohne weitere Maßnahmen nicht möglich, bei fester Schwadbreite das Auflösungsvermögen entlang der synthetischen Apertur – oder bei fester Auflösung die Schwadbreite – beliebig zu steigern.

## 2.1 Interferometrie

Bei Abbildungsverfahren mit kohärenten<sup>6</sup> Wellen, kann man die Überlagerung, also Interferenz dieser Wellen nutzen, um eine Messgröße zu bestimmen. Dieses Verfahren, die Interferometrie, findet dabei in der optischen Mess- und Inspektionstechnik Anwendung, in der Radioastronomie als *very long baseline interferometry* (VLBI), bei der Detektion von Gravitationswellen und als Radarinterferometrie beim SAR.

Durch Vergleich des durch die Laufzeit verzögerten Radarsignals mit dem lokalen Oszillator im Radarsystem, entsteht beim Empfangssignal, zusätzlich zur Phasenverschiebung durch die Reflexion am Ziel, ein der Laufzeit proportionaler Phasenwert. Während die Variation dieser Phase beim SAR genutzt wird, um ein Ziel mit hoher Auflösung abzubilden, verbleibt für jeden Bildpunkt der fokussierten Aufnahme ein Phasenwert, welcher mit der Entfernung bei Dopplernull zu den reflektierenden Zielen in dieser Auflösungszelle verknüpft ist. Da die Phase mit der Wellenlänge des Radarsignals im Bereich weniger Zentimeter mehrdeutig ist und hier zudem durch die Überlagerung mehrerer Ziele in einer Zelle und derer Reflexionseigenschaften eine unbekannte Phase hinzukommt, kann die Phaseninformation einer einzelnen Aufnahme in der Regel nicht genutzt werden.

Durch Vergleich dieser Phasen mit einer weiteren Aufnahme kann die unbekannte Phase jedoch unter bestimmten Voraussetzungen eliminiert werden und mit der Differenzphase eine Abstandsänderung zwischen den Aufnahmen unterhalb der Wellenlänge also mit einer Genauigkeit im Millimeterbereich gemessen werden.

Betrachtet man dazu die Geometrie in Abbildung 2.4A, so kann, wenn sich beispielsweise die Radarsysteme der beiden monostatischen Aufnahmen im Abstand der im Vergleich zum Zielabstand sehr kurzen Basislinie  $B$  zueinander befanden, aus der Phasendifferenz der Aufnahmen, auf den Einfallswinkel  $\phi$  der reflektierten Welle bezüglich der Basislinie des Interferometers geschlossen werden. Damit können die Bildpunkte des zweidimensionalen Radarbildes um eine dritte Koordinate ergänzt werden, um beispielsweise ein digitales Geländemodell der Erdoberfläche aufzunehmen.

Mithilfe des Kosinussatzes kann der Zusammenhang zwischen den Abständen  $\rho$  und  $\rho - \delta$  der Aufnahmen I1 und I2 eines Ziels unter dem Sichtwinkel  $\phi$  durch

$$(\rho - \delta)^2 = \rho^2 + B^2 - 2\rho B \cos\left(\frac{\pi}{2} - \phi\right) \quad (2.31)$$

$$-\delta + \frac{\delta^2}{2\rho} = \frac{B^2}{2\rho} - B \sin \phi \quad (2.32)$$

beschrieben werden. Da die Entfernungsdifferenz und die Basislinie mit  $\delta, B \ll \rho$  gegenüber der Zielentfernung gering ist, werden die quadratischen Terme vernachlässigt[UL15] und die Entfernungsdifferenz ist durch

$$\delta = B \sin \phi \quad (2.33)$$

<sup>6</sup>Wellen sind kohärent, wenn ihre Zeitabhängigkeit bis auf eine Phasenverschiebung gleich ist. Diese Eigenschaft kann zu unterschiedlichen Zeiten als zeitliche Kohärenz, oder an unterschiedlichen Orten als räumliche Kohärenz betrachtet werden.

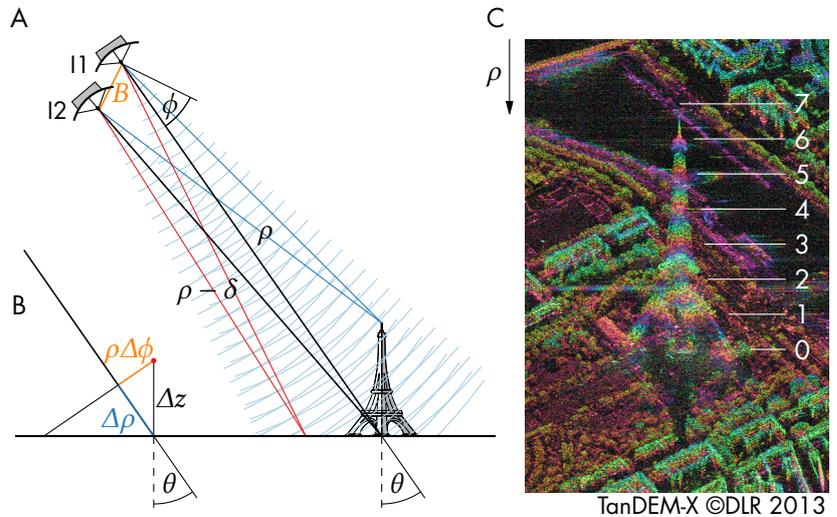


Abbildung 2.4: Geometrische Zusammenhänge bei der SAR-Interferometrie.

bestimmt. Die Phasendifferenz der Bilder ist mit der Wellenzahl  $k = 2\pi/\lambda$  durch  $\Delta\varphi = -2k\delta = -k_E\delta$  gegeben, da das Signal beim monostatischen Radar die Entfernungen zweimal durchläuft. Entsprechend der effektiven Wellenzahl  $k_E = 2k$  wird fortan auch eine effektive Wellenlänge  $\lambda_E = \lambda/2$  verwendet. Arbeitet das Interferometer mit einem bistatischen Radarsystem, ist die Phasendifferenz  $\Delta\varphi = -k\delta$  – hier entsteht diese nur auf dem Signalweg der Reflexion und die effektiven Größen entsprechen den physikalischen. Unter der Voraussetzung, dass der betrachtete Sichtwinkelbereich eingeschränkt ist, ergibt sich durch lineare Entwicklung um  $\phi_0$  eine Phasendifferenz von

$$\Delta\varphi = -k_E B \sin \phi_0 - k_E B \cos \phi_0 \cdot \Delta\phi \quad (2.34)$$

wobei  $B_\perp = B \cos \phi_0$  der Projektion der Basislinie auf die Normale der Sichtlinie entspricht. Um einen Zusammenhang zwischen der Sichtwinkeländerung und der dem vertikalen Abstand eines Ziels  $\Delta z$  zu einer horizontalen Ebene herzustellen, kann mit der Geometrie aus Abbildung 2.4B unter der Annahme einer nahezu geraden Phasenfront, die Wegstrecke durch das Winkelinkrement  $\rho\Delta\phi$  mit dem Einfallswinkel  $\theta$  durch

$$\rho\Delta\phi = \frac{\Delta z}{\sin \theta} + \frac{\Delta\rho}{\tan \theta} \quad (2.35)$$

und damit

$$\Delta\varphi = -k_E B_\perp \tan \phi_0 - k_E \frac{B_\perp}{\rho} \cdot \frac{\Delta z}{\sin \theta} - k_E \frac{B_\perp}{\rho} \cdot \frac{\Delta\rho}{\tan \theta} \quad (2.36)$$

in einen Phasenanteil abhängig von  $\Delta z$  der Zielhöhe und einen Phasenanteil abhängig von der Entfernungsdifferenz  $\Delta\rho$  aufgeteilt werden, welcher den Phasenverlauf der horizontalen Ebene beschreibt. Abbildung 2.4C zeigt ein Interferogramm vom Eiffelturm in Paris, Frankreich, nach Korrektur dieses Phasenverlaufs. Wird

die Änderung der Phasendifferenz in Bezug auf eine Änderung von  $\Delta z$  betrachtet, ergibt sich eine Empfindlichkeit, beziehungsweise vertikale oder interferometrische Wellenzahl[Kri+10] von

$$k_z = \frac{d\Delta\phi}{d\Delta z} = -k_E \frac{B_{\perp}}{\rho} \frac{1}{\sin\theta} \quad (2.37)$$

oder mit  $2\pi/k_z$  der Abstand der Phasenmehrdeutigkeiten in  $\Delta z$  die *height of ambiguity* zu

$$\Delta z_A = -\lambda_E \frac{\rho}{B_{\perp}} \sin\theta. \quad (2.38)$$

Für das Beispiel in Abbildung 2.4C mit einer Basislinie zwischen TerraSAR-X und TanDEM-X von  $B_{\perp} = 226,46$  m, bei einem Abstand von  $\rho = 615,5$  km und einem Einfallswinkel von  $\theta = 34,6^\circ$ , ergibt sich alle  $|\Delta z_A| = 48$  m eine Mehrdeutigkeit. Somit durchläuft die Phase entlang des 324 m hohen Eiffelturms 6,75 Phasenzyklen.

Wie das Beispiel zeigt, treten auch bei der Nutzung der Phasendifferenz zwischen zwei Aufnahmen noch Mehrdeutigkeiten auf. Ein Grund dafür ist, dass man eine hohe Empfindlichkeit des Interferometers erreichen möchte, woraus sich jedoch ein geringerer Abstand der Mehrdeutigkeiten ergibt. Bevor die Phaseninformation in eine Zielhöhe überführt werden kann, ist es notwendig, diese Mehrdeutigkeiten mittels des sogenannten *phase unwrapping* aufzulösen. Hierzu existieren eine Vielzahl unterschiedlicher Lösungsansätze wie beispielsweise [Cos98; Lof+08; EA05], welche das Problem mittels Vorannahmen und Einschränkung der Lösungsmenge bearbeiten. Eine eindeutige Lösung kann für ein einzelnes Interferogramm im Allgemeinen nicht gefunden werden. Zur Verarbeitung der Daten der TanDEM-X Mission werden mehrere Interferogramme unterschiedlicher Basislinien genutzt, um den Lösungsraum weitestgehend zu reduzieren[LFB18].

Eine weitere Schwierigkeit bei der interferometrischen Messung ist die Dekorrelation zwischen den Aufnahmen. Neben dem unterschiedlichen Empfängerrauschen in beiden Aufnahmen tragen auch Änderungen der Bildgeometrie, wie die Messung unterschiedlicher Aspektwinkel und damit Dopplerspektren, die Änderung des Einfallswinkels zwischen den Aufnahmen, wodurch sich auch die Rückstreuungseigenschaften<sup>7</sup> ändern, oder auch Veränderungen innerhalb der Szene zwischen den Aufnahmen durch beispielsweise Vegetation oder Umwelteinflüsse zur Dekorrelation der Messungen bei. Der Einfallswinkel ändert sich insbesondere mit wachsender Basislinie, die Korrelation verringert sich im Modell<sup>8</sup> nach [ZV92] linear mit dieser Änderung. Die Winkeländerung, bei welcher die Korrelation verschwindet kann, in Abhängigkeit von der Entfernungsauflösung  $\delta_\rho$ , durch die kritische Basislinie

$$B_{\perp,c} = \lambda_E \frac{\rho}{\delta_\rho} \tan\theta \quad (2.39)$$

ausgedrückt werden. Für TerraSAR-X liegt diese im monostatischen Fall, bei 300 MHz Bandbreite, zwischen 10 km und 37 km für einen Einfallswinkelbereich von  $30^\circ - 55^\circ$ .

<sup>7</sup>der Speckle der Auflösungszelle

<sup>8</sup>Die Streuzentren werden hier horizontal gleichverteilt innerhalb der Auflösungszelle angenommen.

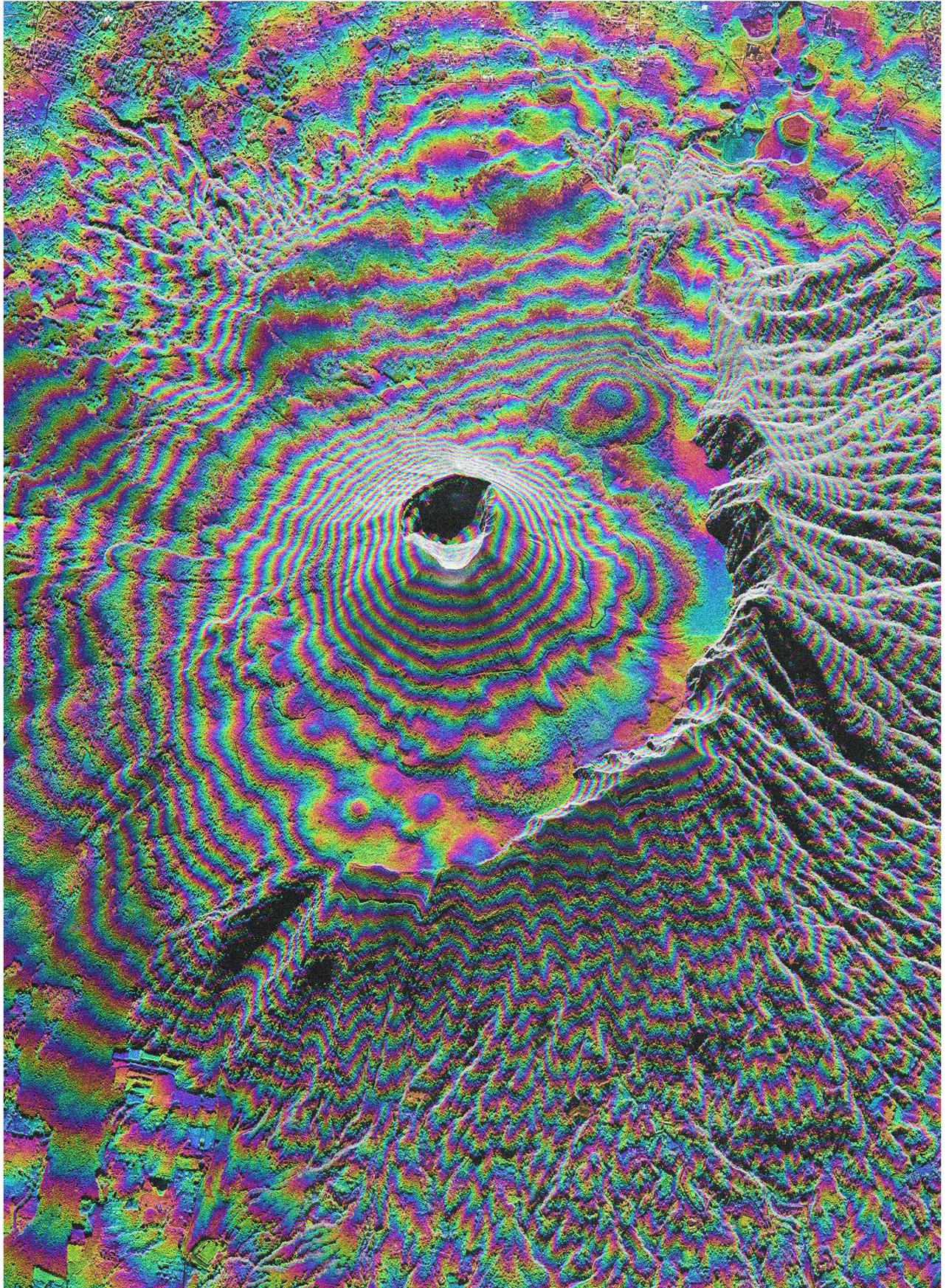


Abbildung 2.5: Interferogramm des Vesuv, Neapel, Italien, aufgenommen am 29. Juni 2014 durch die TanDEM-X Mission. Kombination der Intensität des Interferogramms mit seiner Phaseninformation. ©DLR 2014.

Neben der Möglichkeit, die Interferometrie zur weiträumigen Vermessung der Topografie zu nutzen, wie beispielsweise die interferometrische Vermessung des Vesuv in Neapel, Italien in Abbildung 2.5 durch die TanDEM-X Mission, können auch schnelle Änderungen wie Bewegung in der Radarszene durch die *along track interferometry (ATI)* beim Vergleich zweier mit kurzem Abstand entlang des Flugpfades aufgenommener Radarbilder gemessen werden. Ferner besteht die Möglichkeit im *co-seismic interferogram* Verschiebungen durch Erdbeben abzubilden[Mas+93]. Durch Untersuchung einer Zeitreihe von Interferogrammen in der differentiellen Interferometrie oder durch Beobachtung von *permanent scatterers*[FPR99], also zeitlich sehr stabilen Reflektoren in der Radarszene, lassen sich Veränderungen auch über lange Zeiträume überwachen.

## 2.2 Polarimetrie

Elektromagnetische Wellen sind als Transversalwellen polarisierbar. Wird der elektrische Feldvektor in der Ebene senkrecht zur Ausbreitungsrichtung betrachtet, nennt man die Welle linear polarisiert, wenn der Feldvektor in dieser Ebene unter einem konstanten Winkel schwingt, sich die Spitze des Feldvektors demnach auf einer Ursprungsgeraden bewegt. Werden zwei linear polarisierte Wellen mit einer Phasenverschiebung in der Zeitabhängigkeit überlagert, bewegt sich die Spitze des resultierenden Feldvektors mit konstanter Winkelgeschwindigkeit auf einer Ellipsen- beziehungsweise einer Kreisbahn. Für jeden dieser Zustände lässt sich eine orthogonale Polarisation finden, womit es möglich wird, mithilfe zweier orthogonaler Zustände die Änderung der Polarisation der Radarwelle durch die Szene in der Polarimetrie zu messen.

Werden nun linear polarisierte Wellen mit orthogonalen Zuständen durch eine horizontal und eine vertikal polarisierte Antenne gesendet und auch jeweils empfangen, ergibt sich im Ergebnis dieser vier Messungen hh, hv, vh und vv, beispielsweise für jeden Bildpunkt eines SAR-Bildes eine Streumatrix, die sogenannte Sinclair-Matrix[Boe07]

$$E_s = \begin{pmatrix} E_{s,H} \\ E_{s,V} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_{hh} & S_{hv} \\ S_{vh} & S_{vv} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} E_{i,H} \\ E_{i,V} \end{pmatrix} = S \cdot E_i, \quad (2.40)$$

welche den Zusammenhang zwischen dem einfallenden  $E_i$  und reflektierten Feldstärkevektor  $E_s$  beschreibt. Die Messungen für hv und vh sind im monostatischen Fall aufgrund der Reziprozität des Messverfahrens im Betrag gleich. Die Messung unterschiedlicher orthogonaler Basen können ineinander überführt werden. Die Streumatrix stellt damit eine Erweiterung des Reflexionskoeffizienten, beziehungsweise des RCS dar und liefert weitergehende Informationen zur Klassifizierung des Reflektors.

Um eine Klassifizierung zu unterstützen, wird die Streumatrix in eine Darstellung zerlegt, welche eine physikalische Interpretierbarkeit der Koeffizienten ermöglicht. Eine dieser Zerlegungen [CP96]

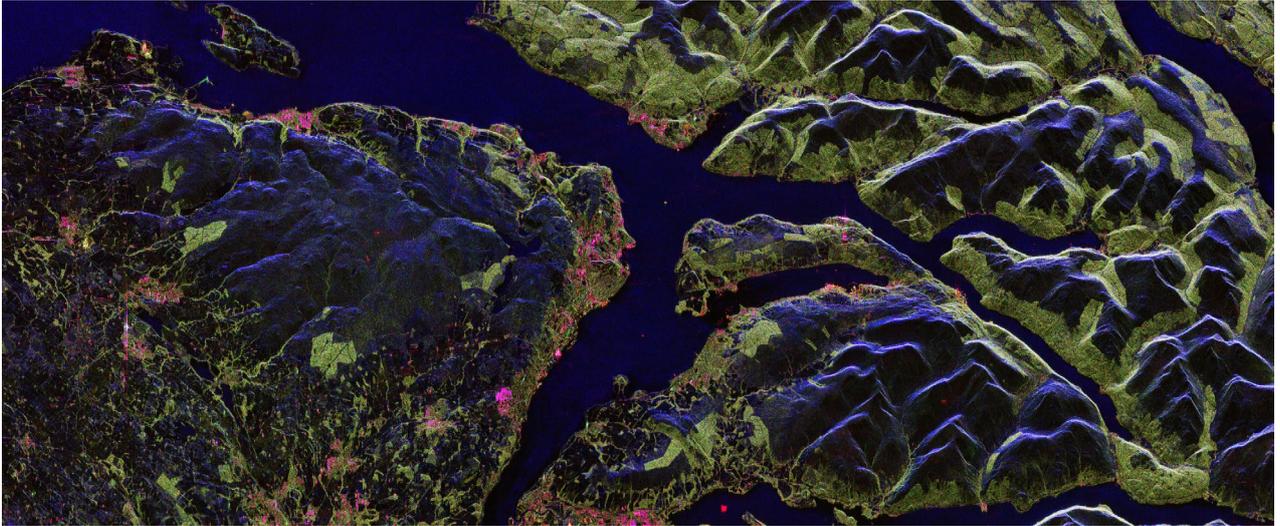


Abbildung 2.6: Voll-polarimetrische Abbildung des *upper Firth of Clyde* nahe Glasgow, Schottland, aufgenommen am 05. Mai 2007 durch ALOS PALSAR. Dargestellt ist die Pauli-Zerlegung der Streumatrix. Derivative Work Product – ©JAXA, METI 2007

wird mithilfe von Pauli-Matrizen

$$\sigma_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \sigma_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma_3 = \begin{pmatrix} 0 & -j \\ j & 0 \end{pmatrix} \quad (2.41)$$

aus der Quantenmechanik, unter Erhaltung der Leistung, mit

$$\mathbf{S} = \begin{pmatrix} S_{hh} & S_{hv} \\ S_{vh} & S_{vv} \end{pmatrix} = \sum_{i=0}^3 \frac{z_i}{\sqrt{2}} \sigma_i \quad (2.42)$$

durchgeführt. Die Koeffizienten der Pauli-Basis sind dann

$$z_0 = \frac{S_{hh} + S_{vv}}{\sqrt{2}}, \quad z_1 = \frac{S_{hh} - S_{vv}}{\sqrt{2}}, \quad z_2 = \frac{S_{hv} + S_{vh}}{\sqrt{2}} \quad \text{und} \quad z_3 = j \frac{S_{hv} - S_{vh}}{\sqrt{2}}, \quad (2.43)$$

wobei  $z_3$  unter der Bedingung  $S_{hv} = S_{vh}$  verschwindet, und

$$z_2 = \sqrt{2} S_{hv} \quad (2.44)$$

vereinfacht werden kann. In der physikalischen Interpretation entspricht  $\sigma_0$  der Streumatrix einer Kugel, einer Platte oder eines Tripelspiegels, der Koeffizient  $z_0$  also dem Beitrag einfacher oder ungerader Anzahl Reflexionen. Der zweite Koeffizient  $z_1$  beschreibt die Beiträge nach zweifacher beziehungsweise gerader Anzahl Reflexionen durch beispielsweise einen entlang einer der Polarisationsrichtungen orientierten Dieder wie eine zur Horizontalen rechtwinklige Fläche. Der Koeffizient  $z_2$  repräsentiert schließlich Streuer, welche imstande sind mit orthogonaler Polarisation zur einfallenden Welle zu reflektieren. Ein Beispiel dafür ist die Volumenstreuung bei Vegetation.

Abbildung 2.6 zeigt das Ergebnis einer voll-polarimetrischen SAR-Messung im L-Band durch den Satelliten ALOS-PALSAR. Dargestellt ist die Pauli-Zerlegung der Streumatrix in der Konvention

$(R, G, B) = (|z_0|^2, |z_2|^2, |z_1|^2)$ . Weitestgehend glatte Oberflächen, wie die Wasseroberfläche oder unbewachsene Berghänge erscheinen hier in dunklem Blau, da die zurückgestrahlte Energie hauptsächlich durch zweifache Reflexion entsteht. Städtische Gebiete sind im roten und blauen Kanal präsent, da hier zumeist direkte oder dreifache Reflexion vorkommt. Starke Vegetation wie Baumkronen werden als Volumenstreuer grün dargestellt.

Während die Polarimetrie und die Streumechanismen beim monostatischen SAR bereits sehr gut untersucht sind, ist die Anwendung beim bistatischen SAR aufgrund der starken Abhängigkeit von der Abbildungsgeometrie bisher wenig untersucht[WAL19; Clo06].



# SAR im Weltraum

# 3

“Spaceborne Synthetic Aperture Radar is the only imaging sensor technology that can provide all-weather, day-and-night and high-resolution images on a global scale.”

— Alberto Moreira, DLR [Mor14]

Bei optischen Sensoren auf Satelliten ist die Bodenauflösung durch die maximale Größe der Apertur von wenigen Metern begrenzt. Da beim SAR die Apertur durch die Bewegung der Plattform synthetisiert wird, lässt diese sich beliebig wählen, ohne die Beschränkungen beim Bau und Transport der Satelliten zu verletzen.

Ein weiteres Problem bei der Erdfernerkundung ist die Bedeckung der Erde durch Wolken. Das globale Jahresmittel der Bewölkung liegt bei 70 % der Erdoberfläche [Stu+13], wobei die Bedeckung in Abhängigkeit von der geographischen Breite um  $\pm 20\%$  gegenüber dem Mittel schwankt, sodass bestimmte Regionen auf der Erde nur sehr selten mit optischen Sensoren beobachtet werden können. Ferner sind passive Sensoren für sichtbares Licht abhängig von der Beleuchtung durch die Sonne, was zum einen die Interpretierbarkeit der Daten bei unterschiedlichem Sonnenstand erschwert sowie die Beobachtung der Schattenseite der Erde verhindert. Ein Radarsystem ist von diesen Problemen nicht betroffen, da es als aktiver Sensor unabhängig von externer Beleuchtung arbeitet und die Radarsignale bei den genutzten Wellenlängen eine Wolkendecke ohne effektive Dämpfung durchdringen.

Die wissenschaftliche Nutzung von SAR auf Satellitensystemen begann Ende der 1970er-Jahre mit dem Start des Seasat Satelliten der NASA. Auf der Entwicklung der digitalen Rechner-technik aufbauend, folgten in den 1990er-Jahren die ersten Missionen mit ERS-1/2 der europäischen Weltraumorganisation (ESA) und JERS-1 der heutigen JAXA, welche über einen längeren Zeitraum kontinuierlich Daten mit gleichbleibender Qualität lieferten. Ein weiterer Meilenstein wurde im Jahr 2000 mit der *Shuttle Radar Topography Mission* (SRTM) erreicht, welche mittels SAR-Interferometrie erstmals ein globales digitales Höhenmodell der Erdoberfläche erstellen konnte. Diese hierbei erhobenen Daten brachten eine große Zahl wissenschaftlicher Disziplinen sowie auch kommerzielle Anwender mit den Radarverfahren in Kontakt. Mit dem Start von TerraSAR-X im Jahr 2007 stand auch erstmals ein SAR mit einer geometrischen Auflösung unterhalb eines Meters für nicht militärische Anwender zur Verfügung. Die Entwicklung dieser zivilen Fernerkundungsmissionen ist in Abbildung 3.1 dargestellt. Aktuell existieren 21 aktive, wissenschaftlich nutzbare Satelliten mit SAR-Nutzlasten.

Die Radarsysteme der Satelliten arbeiten dabei je nach Anwendung bei unterschiedlichen Frequenzen, welche historisch [IEE03]

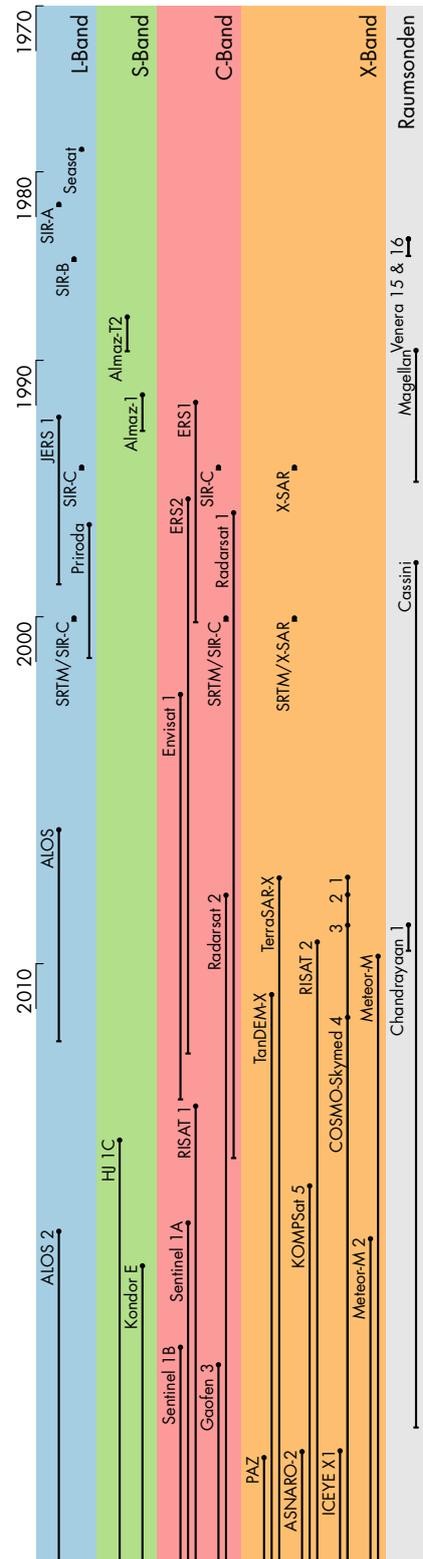


Abbildung 3.1: Zivile Fernerkundungsmissionen mit SAR-Nutzlast.

Tabelle 3.1: International zugelassene [ITU 16] Frequenzbänder für SAR auf Erdfernerkundungssatelliten.

Frequenzbereich (MHz)	Bezeichnung <sup>†</sup>	Bandbreite (MHz)
432–438	UHF	6
1215–1300	L	85
3100–3300	S	200
5250–5570	C	320
8550–8650	X	100
9200–10400	X	1200
13250–14000	K <sub>u</sub>	750
17200–17300	K <sub>u</sub>	100
24050–24250	K	200
35500–36000	K <sub>a</sub>	500
94000–94100	W	100
130000–134000	mm	4000

<sup>†</sup>Radarbandbezeichnungen nach IEEE-Standard [IEEE03]

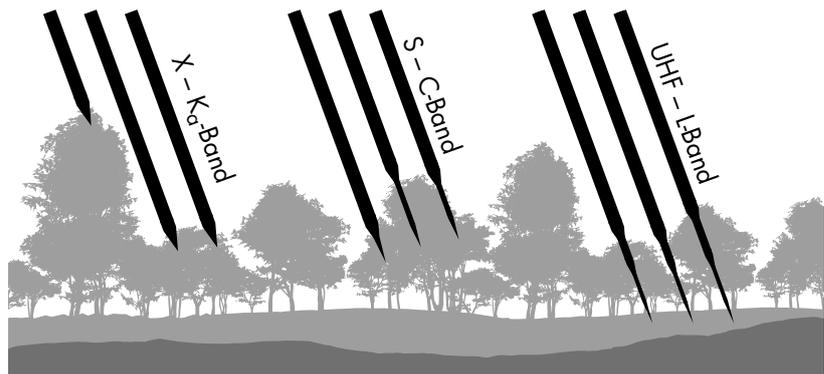


Abbildung 3.2: Durchdringung von Bewuchs durch Radarwellen verschiedener Frequenzen.

durch bestimmte Buchstaben gekennzeichnet werden. Das weiter anwachsende Interesse verschiedener wissenschaftlicher Disziplinen an der Fernerkundung mit SAR hat auch zur Erweiterung der durch die International Telecommunications Union (ITU) internationale Fernmeldeunion zugelassenen Frequenzbereiche geführt, sodass heute im X-Band eine Signalbandbreite von bis zu 1,2 GHz von Radarsystemen genutzt werden kann, was eine Entfernungsauflösung von 13 cm ermöglicht. Die verschiedenen Radarbänder mit den zugelassenen Bandbreiten sind in Tabelle 3.1 aufgeführt.

Die Wahl des optimalen Frequenzbandes eines Radarsystems wird maßgeblich von der Anwendung bestimmt, in der die Radarbilder verwendet werden. Wichtige Eigenschaften sind hierbei beispielsweise die verfügbare Bandbreite und damit die erreichbare Entfernungsauflösung, aber auch die Fähigkeit der Radarsignale Laub, Vegetation und Wetter zu durchdringen oder sogar in den Boden einzudringen. Dies ist in Abbildung 3.2 dargestellt. Höhere Frequenzen im X- oder K<sub>a</sub>-Band werden dabei direkt an der Oberfläche des Laubes reflektiert und dringen nahezu gar nicht in die Vegetation ein. Bei längeren

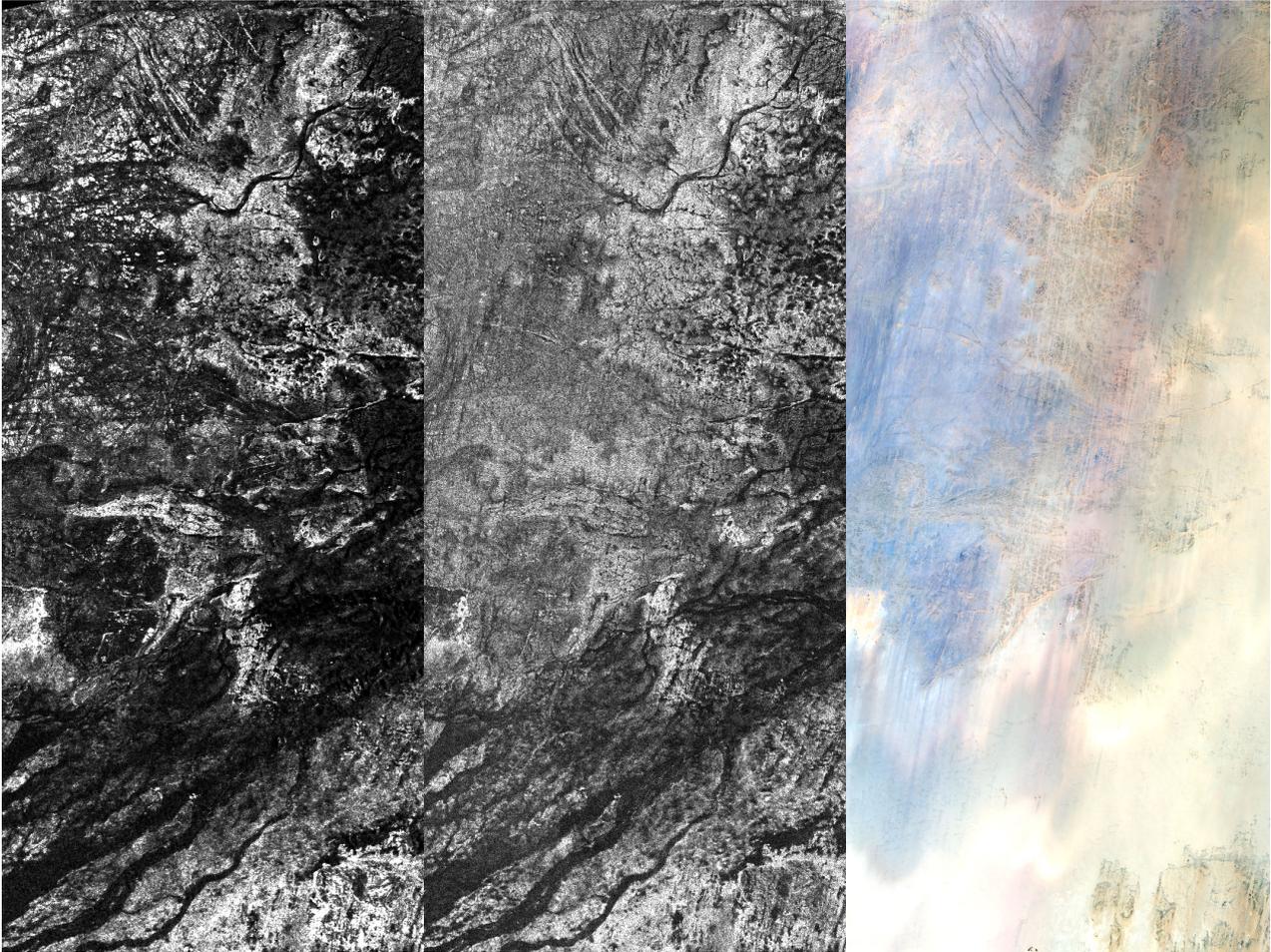


Abbildung 3.3: Bodenstrukturen im Osten der libyschen Wüste. Der linke Teil zeigt eine L-Band SAR-Aufnahme durch ALOS-PALSAR, die mittlere Abbildung wurde im C-Band durch Sentinel-1 aufgenommen, das rechte Bild stammt von Sentinel-2 und zeigt den sichtbaren Anteil des Spektrums. ©JAXA,METI 2008 und Copernicus Sentinel data 2019

Wellenlängen ab 30 cm durchdringen die Radarwellen die Vegetation bereits mühelos und lassen insbesondere auch Rückschlüsse auf Prozesse und Strukturen innerhalb des Bodens zu. Abbildung 3.3 zeigt Strukturen im Boden, aufgenommen mit unterschiedlichen Wellenlängen. Durch den trockenen Sandboden im Osten der libyschen Wüste ist hier auch die Messung der Reflexionen noch im C-Band möglich.

Die Fähigkeit, Vegetation zu durchdringen, wird zum Beispiel bei der Bestimmung der Biomasse der Erde mit dem PolInSAR<sup>1</sup>-Verfahren genutzt. Satellitenmissionen für diese Anwendung sind die mit einem Start im Jahr 2023 geplanten BIOMASS Mission der ESA sowie der Missionsvorschlag Tandem-L des DLR.

Radarsysteme zur Nutzung in der Geodäsie oder militärischen Aufklärung, welche eine hochaufgelöste Abbildung der Erdoberfläche erreichen wollen, arbeiten zumeist im X-Band.

<sup>1</sup>PolInSAR bezeichnet ein SAR, welches gemeinsam Polarimetrie und Interferometrie einsetzt.

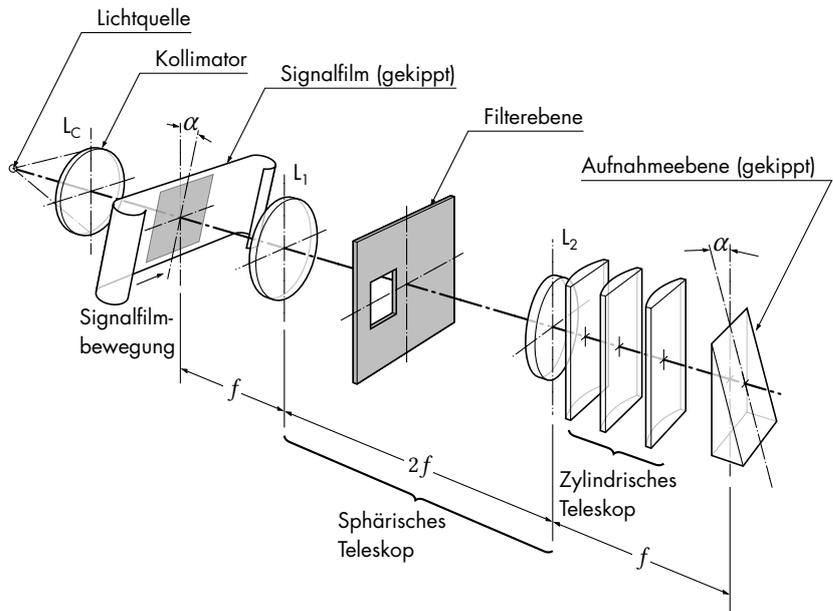


Abbildung 3.4: Aufbau des Precision Optical Processors [But02] im Quill Programm.

## Das Quill Experiment

Lange Zeit wurde die im Jahr 1978 durch die National Aeronautics and Space Administration (NASA) geführte SEASAT-Mission als erstes SAR im Weltraum betrachtet. Das *National Reconnaissance Office (NRO)* der Vereinigten Staaten von Amerika (USA) entließ jedoch im Juli 2012 Dokumente [But02] zu einem Satellitensystem mit dem Decknamen Quill aus der Geheimhaltung, welches die Nutzbarkeit eines SAR im Orbit bereits im Dezember 1964, über 10 Jahre vor der SEASAT-Mission, experimentell nachgewiesen hat.

Das verwendete Radarsystem KP-II basierte auf dem AN/UPQ-102 System, welches von Goodyear Aerospace für den Einsatz in Flugzeugen produziert wurde. Es arbeitete im X-Band bei 9,6 GHz mit einer Entfernungsauflösung von ca. 13 m und erreichte bei einer Antennenlänge von 4,5 m die erwartete Auflösung von 2,3 m entlang des Flugpfades.

Da zu diesem Zeitpunkt die Digitalrechner-technik noch nicht imstande war, die während der Experimente aufgezeichneten Signale in sinnvoller Zeitdauer zu verarbeiten, wurde ein auf den Arbeiten von Lou Cutrona (University of Michigan) aufbauender optischer Prozessor entwickelt. Dazu wurde das Empfangssignal des Radarsystems an Bord des Satelliten mithilfe einer Kathodenstrahlröhre zeilenweise auf einen fotografischen Film übertragen. Dieser Film wurde – entsprechend der Technologie bei den optischen Aufklärungssatelliten dieser Zeit – in einer Bergungskapsel abgeworfen und am Fallschirm in der Luft von einem speziell ausgerüsteten Flugzeug aufgenommen. Eine weitere Möglichkeit der Datenaufzeichnung ergab sich bei Sichtverbindung zu einer Bodenstation, wobei der Satellit die empfangenen Signale direkt über Funk zur Aufzeichnung am Boden übermittelte.

Der in Abbildung 3.4 dargestellte optische Prozessor, *Precision*

*Optical Processor* genannt, nutzte bereits die wenige Jahre zuvor entwickelten Laserlichtquellen, um das SAR Bild zu fokussieren. Er basiert dabei auf dem Grundprinzip des optischen Korrelators [Van64], welcher die Eigenschaft von Linsen nutzt, für ein räumliches Amplitudenmuster einer ebenen Welle die Fouriertransformierte in der Brennebene zu erzeugen.

Obwohl das Experiment hinsichtlich der technischen Aufgabenstellung erfolgreich war, dauerte es, soweit bekannt, bis zum Ende der 1980er-Jahre bis das erste operativ eingesetzte Aufklärungssatellitensystem mit SAR realisiert wurde. Es war der Start des ersten Satelliten des Lacrosse/Onyx Systems der USA, das noch bis heute eingesetzt wird und dessen Existenz erst im Jahr 2008 durch das NRO bestätigt wurde. In Abbildung 3.5 sind die bekannt gewordenen Aufklärungsmissionen mit SAR in der zeitlichen Abfolge dargestellt. In der Regel sind die technischen Einzelheiten der Sensoren jedoch geheim gehalten und nur der Name und Startzeitpunkt der einzelnen Satelliten bekannt.

## Die SEASAT-Mission

Das Radarsystem an Bord des SEASAT-A/SEASAT-1 Satelliten war im Zeitraum von Juli 1978 bis zu seiner Fehlfunktion im Oktober desselben Jahres die erste zivile Demonstration eines SAR im Weltraum und dabei Vorläufer einer Reihe weiterer Missionen der NASA, wie dem *Venus Orbiting Imaging Radar (VOIR)* und den Missionen des *Shuttle Imaging Radar (SIR)*.

Das System war in der Lage kontinuierlich SAR-Daten im *strip-map*-Modus mit einer Schwadbreite von 100 km bei 25 m Auflösung zu liefern. Es arbeitete im L-Band bei einer Frequenz von 1275 MHz und verfügte über eine planare Gruppenantenne von 10,74 m × 2,16 m [Jor80].

Die Mission war hauptsächlich der Fernerkundung der Meere gewidmet und verfügte neben dem SAR noch über drei weitere Mikrowelleninstrumente – ein Radar-Scatterometer, ein Altimeter und ein Radiometer [BS80].

Obwohl das System nur dreieinhalb Monate betrieben werden konnte, wurden 42 Stunden Rohdaten des SAR-Instruments mithilfe der Bodenstationen empfangen. Aufgrund der hohen Datenrate des SAR konnten diese Daten nicht auf dem Satelliten gespeichert werden. Die Auswertung dieser Daten war im Anschluss an die Mission die Basis einer Vielzahl wissenschaftlicher Veröffentlichungen [Eva+05]. Abbildung 3.6 zeigt ein Radarbild des Siegerlandes, aufgenommen am 09. Oktober 1978 durch SEASAT-1. Die Daten stammen aus einem Projekt der NASA Alaska Satellite Facility zur digitalen Prozessierung der Daten im Jahr 2013. Ursprünglich wurden die SAR-Daten der Mission optisch fokussiert.

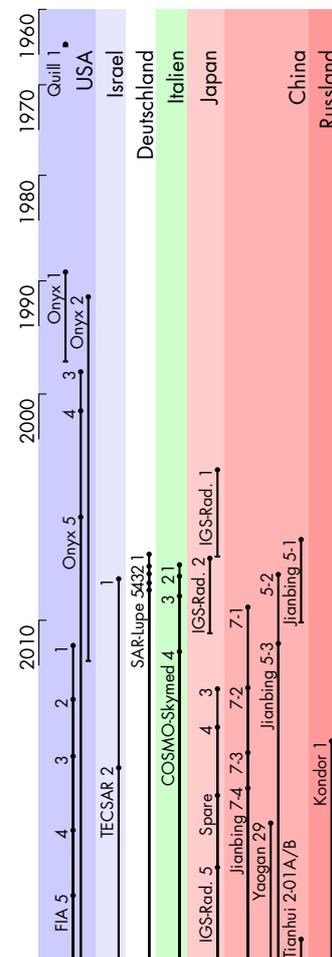


Abbildung 3.5: Mutmaßliche Aufklärungsmissionen mit SAR-Nutzlasten



Abbildung 3.6: Radarbild des Siegerlandes, aufgenommen am 09. Oktober 1978 durch SEASAT. Die Entfernungsrichtung verläuft im Bild von oben nach unten. Credits: NASA 1978, processed by ASF DAAC 2013.

## Die European Remote Sensing Satellites

Der erste der beiden *European Remote Sensing Satellites*, ERS-1, wurde im Juli 1991 in den Orbit gebracht, gefolgt von ERS-2, welcher im April 1995 startete. Neben weiteren Instrumenten zur Erdfernerkundung trugen beide Satelliten mit dem *Active Microwave Instrument* (AMI) ein C-Band Radar zur SAR-Bildgebung mit einer Auflösung von 30 m bei einer Bildstreifenbreite von 100 km.

Als zum Start von ERS-2 klar wurde, dass ERS-1 noch in Betrieb war, wurde vonseiten der wissenschaftlichen Nutzergemeinschaft der Wunsch geäußert, die beiden identischen Instrumente in einer ERS-1/ERS-2-Tandem-Mission weiter zu betreiben, um neue Anwendungen in der Interferometrie und der differentiellen Interferometrie zu ermöglichen. Hiermit ergab sich die Möglichkeit, ein Gebiet auf der Erde mit dem zweiten Satelliten bereits nach einem Tag wieder abzubilden und damit eine hohe Kohärenz der Phasenwerte zu ermöglichen[Fle13].

Insbesondere dieser Teil der ERS-Mission sowie seine Fortführung mit ERS-2 und der Nachfolgemission Envisat führten zu einem großen Interesse und wissenschaftlichen Erfolgen im Bereich der SAR-Interferometrie insbesondere in Europa. Abbildung 3.7 zeigt ein Interferogramm von Siegen, welches durch die ERS-1/ERS-2-Tandemmission am 13. und 14. August 1995 aufgezeichnet wurde.

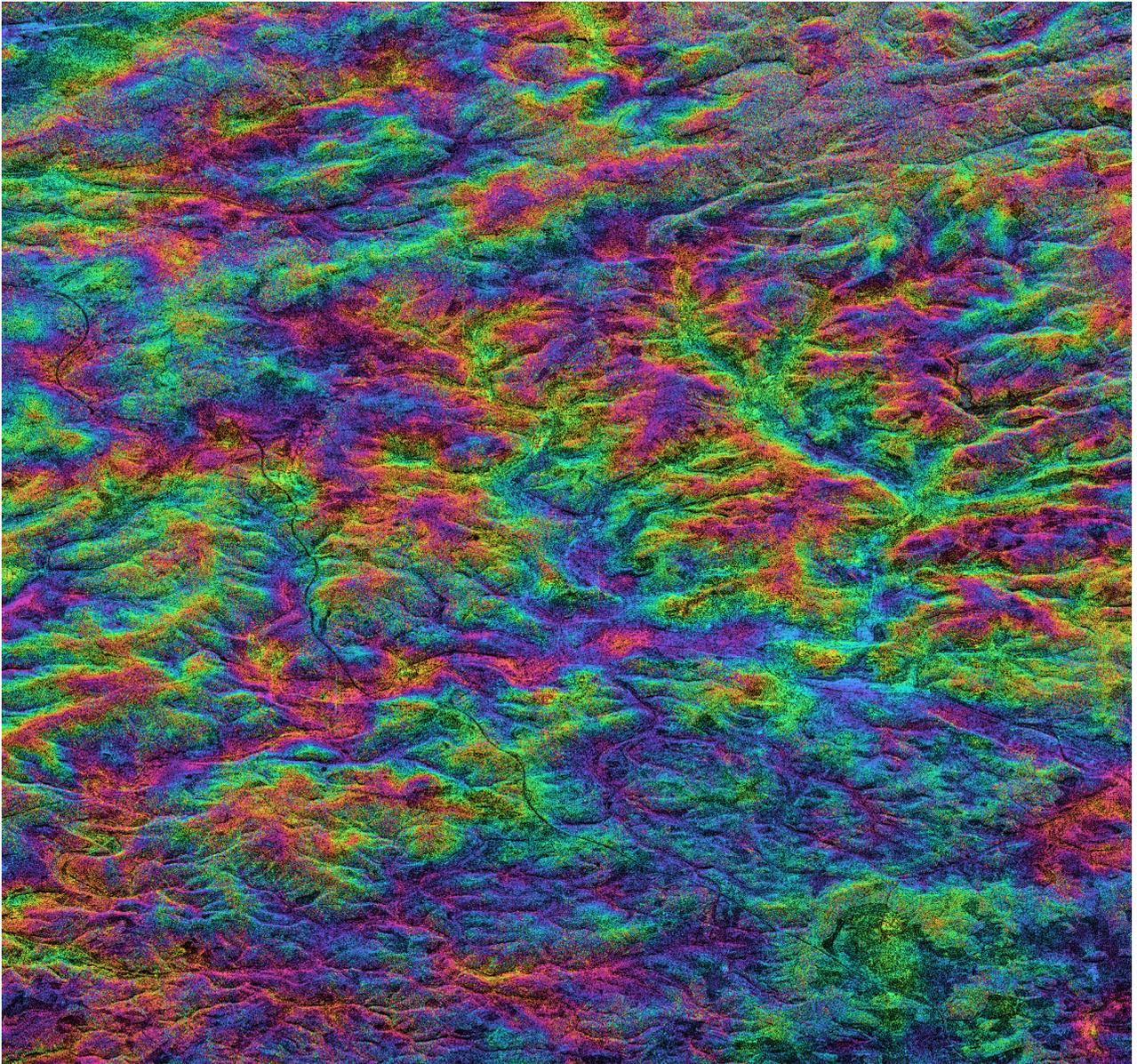


Abbildung 3.7: Interferogramm von Siegen. Die zugrundeliegenden Daten wurden am 13. und 14. August 1995 durch ERS-1 und ERS-2 aufgezeichnet. Die Entfernungsrichtung verläuft im Bild von oben nach unten. Credits: ERS-1/ERS-2 L1 SLC data ©ESA 2019.

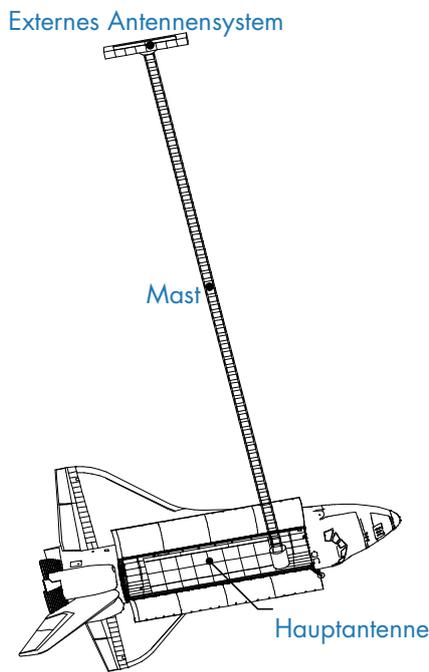


Abbildung 3.8: Das Space Shuttle der STS-99 Mission mit der SRTM Nutzlast.

## Die Shuttle Radar Topography Mission

Die *Shuttle Radar Topography Mission* (SRTM) resultierte im seinerzeit umfangreichsten, hochaufgelösten, globalen digitalen Höhenmodell (DEM). Das Projekt war eine Kooperation der NASA, der *National Geospatial-Intelligence Agency* (NGA) sowie des DLR und der italienischen Weltraumagentur (ASI). Mithilfe jeweils zweier Antennen wurden SAR-Interferogramme im C- und X-Band aufgezeichnet und zu einem DEM mit einer geometrischen Auflösung von einer Bogensekunde ( $\approx 30$  m) verarbeitet [Far+07]. Die Mission wurde im Jahr 2000 mit dem *Space Shuttle*-Flug STS-99 durchgeführt. Abbildung 3.8 stellt die Komponenten des Radar-Interferometers dar. Die zweite Empfangsantenne der Radarsysteme war am Ende des 60 m langen Mastes untergebracht, welcher im Orbit aus der Nutzlastbucht ausgefahren wurde.

Die SRTM steht dabei in einer Reihe von Radarexperimenten welche durch das *Jet Propulsion Laboratory* (JPL) mit dem *Space Shuttle* durchgeführt wurden. Bereits der zweite Shuttleflug STS-2 transportierte das *Shuttle Imaging Radar-A* (SIR-A). Die Erhebung eines globalen Höhenmodells mit konsistenter Datenqualität, die Kenntnis von der vollständigen Erdgestalt ist eine Grundlage der modernen Geowissenschaften insbesondere bei hydrologischen oder atmosphärischen Simulationen [Far+07], wodurch der SRTM wissenschaftlich eine besondere Bedeutung zusteht.

Zum damaligen Zeitpunkt und auch noch heute ist die interferometrische SAR-Bildgebung das Hauptinstrument, die Topografie der Erdoberfläche im globalen Maßstab zu erfassen.

## TerraSAR-X und die TanDEM-X Mission

Mit dem Start von TerraSAR-X am 15. Juni 2007, beginnt die deutsche Radarfernerkundungsmission, realisiert als Partnerschaft zwischen dem DLR als öffentliche Raumfahrtagentur und dem privaten Unternehmen EADS Astrium, mit dem Zweck sowohl wissenschaftlichen Anwendern als auch dem kommerziellen Markt hochwertige Fernerkundungsdaten mittels des X-Band-SAR, dem Hauptinstrument der Mission, zu bieten [BWP08].

Das Radarsystem verfügt über eine aktive phasengesteuerte Gruppenantenne und ermöglicht somit, neben der Abbildung im *stripmap* auch Modi welche eine agile Strahlschwenkung benötigen wie *spotlight* oder *scan sar*. Mit einer Entfernungsauflösung von bis zu 50 cm bietet das System zudem auch die bislang höchste Auflösung eines zivilen SAR.

Die Flexibilität des Instruments ermöglicht zudem die experimentelle Untersuchung einer Vielzahl wissenschaftlicher Fragestellungen in der Untersuchung der Anthroposphäre, der Biosphäre, Kryosphäre, Geosphäre und Hydrosphäre [EMR19] und die Demonstration einiger neuer Modi und Verfahren im Bereich des SAR [Mit+12; Mit+16; Zhu11].

Abbildung 3.9 zeigt die Universität Siegen im Radarbild, aufge-



Abbildung 3.9: Radarbild der Universität Siegen, aufgenommen am 16. November 2015 durch TerraSAR-X im Rahmen eines Experiments mit dem HITCHHIKER-System. Die Entfernungsrichtung verläuft im Bild von oben nach unten. Die Farbkanäle enthalten drei Subaperturen der *staring spotlight*-Aufnahme (von Rot nach Blau steigende Dopplerfrequenz). Die Farbe zeigt damit, unter welchem Sichtwinkel der wesentliche Teil des Signals vom Objekt reflektiert wurde. Bei blauer Farbe ist die Reflexion bei der Sicht des Sensors nach vorn in Flugrichtung am stärksten, bei Rot beim Eintreffen der Reflexion von hinten. Unbunt erscheinende Reflexionen sind ungerichtet. ©DLR 2015.

nommen durch TerraSAR-X im *staring spotlight*-Modus, welcher Auflösungen von bis zu  $50\text{ cm} \times 25\text{ cm}$  ermöglicht. Die lange synthetische Apertur wurde zur Darstellung im Dopplerbereich in drei zusammenhängende Teilaperturen mit steigender Dopplerfrequenz aufgeteilt und die so resultierenden Bilder unterschiedlicher Aspektwinkel in dieser Folge in die Farbkanäle Rot, Grün und Blau eingefügt. Ungerichtete Reflexionen erscheinen in dieser Darstellung unbunt, gerichtete in einer sichtwinkelabhängigen Farbe.

Am 21. Juni 2010 wurden die Missionsziele mit Start des TanDEM-X-Satelliten insbesondere um eine umfangreiche interferometrische Erfassung eines globalen Oberflächenmodells erweitert. Beide Satelliten fliegen dazu in sehr enger Formation bis zu einem minimalen Abstand von 150 m und ermöglichen neben der unabhängigen Nutzung beider Systeme auch einen bistatischen Betrieb in dem einer der Satelliten sendet und beide das reflektierte Signal simultan empfangen[Zin+08].

Das angestrebte, globale Höhenmodell stellt mit einer räumlichen Auflösung von  $12\text{ m} \times 12\text{ m}$ , einer fast vollständigen Abdeckung der Landmasse und einer erreichten Höhengenaugigkeit von 1 m eine deutliche Verbesserung gegenüber dem Ergebnis der SRTM dar. Die initiale Aufnahme des DEM war in 2015 abgeschlossen, seitdem wird dieses durch fortlaufende Messung verbessert, sowie Änderungen

erfasst[LSF20].

Obwohl die Missionsdauer auf fünf Jahre ausgelegt war, sind beide Satelliten im Jahr 2022 noch im Einsatz. Weitergehende technische Informationen zu TerraSAR-X und dem TanDEM-X-Satelliten sind in Kapitel 9 zu finden.

## PAZ

Das X-Band-SAR-System PAZ, spanisch für Frieden, ist der erste Radarsatellit des spanischen Erdbeobachtungsprogrammes (PNOTS). Der Start erfolgte nach mehrfacher Verzögerung des im Jahr 2015 geplanten Termins schließlich am 22. Februar 2018[Lum+19]. Die Plattform des PAZ basiert auf TerraSAR-X, insbesondere im Bereich der SAR-Antenne und des Frontends ergeben sich jedoch einige technische Änderungen gegenüber dem TerraSAR-X-System. Diese Änderungen sind in Kapitel 9.5 beschrieben.

Obwohl der Betrieb des PAZ durch das Unternehmen Hisdesat erfolgt, während TerraSAR-X und TanDEM-X durch DLR und Airbus betrieben werden, bieten die drei Satelliten als gemeinsame Konstellation kürzere Wiederholzeiten für Aufklärung und Interferometrie, sowie Redundanz und Kontinuität[Lum+19].

In Kooperation mit der spanischen Raumfahrtagentur INTA, welche für die wissenschaftliche Nutzung des Satelliten verantwortlich ist, wird die Kalibrierung des PAZ-SAR-Instruments durch den Einsatz des HITCHHIKER-Empfangssystems zur Aufzeichnung des Satellitensignals und Vermessung der Antennencharakteristik am Boden unterstützt.

## Copernicus und Sentinel-1

Das Copernicus Programm, zuvor *Global Monitoring for Environment and Security* (GMES), ist eine europäische Initiative um Informationsdienste zu den Themen Umwelt und Sicherheit einzurichten. Die ESA ist in dieser Initiative für die Weltraumkomponente und Erhebung der Satellitendaten zuständig. Neben der Bereitstellung der Daten bisheriger Missionen, sind mit der Sentinel Satellitenserie in diesem Programm auch dedizierte Fernerkundungsmissionen vorgesehen.

Die vier bisher geplanten Sentinel-1 Satelliten stellen dabei eine bildgebende Radarkomponente im C-Band. Ihre Anwendung im Rahmen des Programms sind die Beobachtung des Meereises, die Überwachung der Meeresumwelt und von geologischen Massenbewegung, die Kartierung von Wald, Wasserflächen und Landwirtschaft, sowie die Unterstützung humanitärer Hilfe durch Kartierung von Krisengebieten[Att+09].

Das System knüpft dabei an die Missionen ERS-1, ERS-2 und Envi-sat an, dabei soll der Betrieb jedoch nicht mehr experimentell durch Nutzeranfragen erfolgen, sondern operationell und gesichert Daten bereitstellen. Hier stehen Kontinuität und globale Abdeckung im Vordergrund. Die Systeme arbeiten dazu nach einem festen Zeitplan pro Orbit bis zu 25 Minuten im *Interferometric Wide Swath mode*

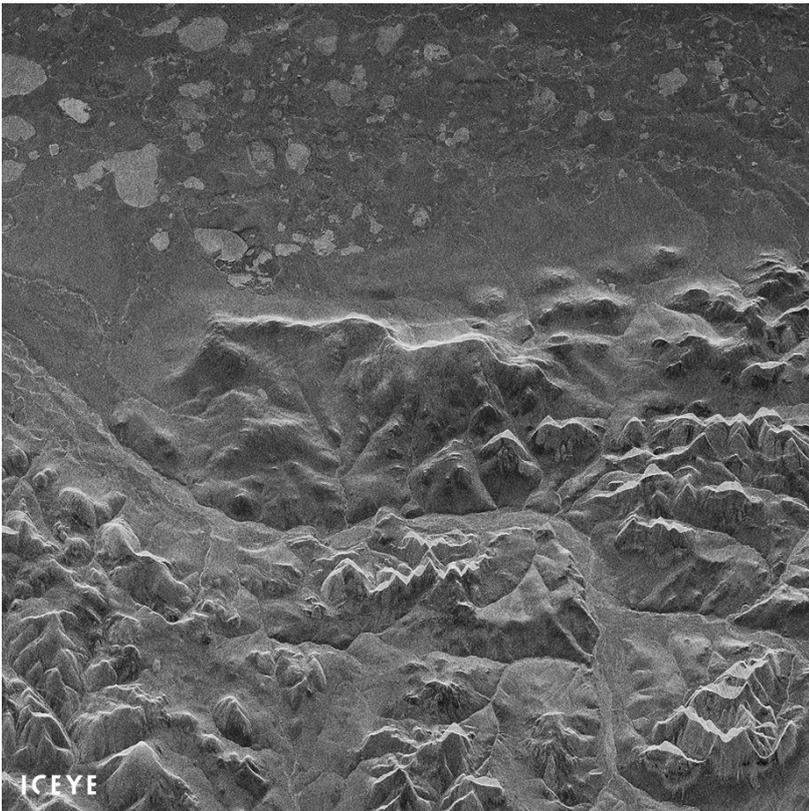


Abbildung 3.10: Das erste veröffentlichte Radarbild des ICEYE-X1 zeigt das Noatak National Preserve in Alaska[ICEYE18].

( $IW$ )<sup>2</sup> zur Abbildung der Landmasse durch 250 km breite Streifen mit einer Auflösung von  $5\text{ m} \times 25\text{ m}$  und in der verbleibenden Zeit über den Ozeanen im *wave mode* zur Beobachtung von Wasserwellen und Wind.

Mit dem Start von Sentinel-1A am 3. April 2014 und Sentinel-1B am 25. April 2016 sind aktuell zwei Radarsysteme in Betrieb. Das maximale Auflösungsvermögen des C-Band Radars, dem einzigen Instrument der Satelliten, beträgt  $5\text{ m} \times 5\text{ m}$  im *strip map mode* bei zwei gemessenen Polarisationen. Abbildung 5.7 auf Seite 61 zeigt eine polarimetrische SAR-Aufnahme durch Sentinel-1 im *IW*-Modus.

## ICEYE

Die Entwicklung der privaten Raumfahrt seit der Jahrtausendwende hat zur Gründung einer Vielzahl von Unternehmen geführt, welche unter dem Begriff des New Space zusammengefasst werden.

Eines dieser Unternehmen, ICEYE Oy (Espoo, Finnland), formte sich 2014 als Ausgründung der Aalto-Universität (Finnland) mit dem Ziel, eine Konstellation aus 18 Kleinstsatelliten mit SAR aufzubauen. Im Januar 2018 startete dazu der erste Satellit ICEYE-X1 mit einer PSLV Trägerrakete<sup>3</sup> in einen sonnensynchronen, niedrigen Erdorbit.

Mit ICEYE-X1 wurde dabei erstmals ein SAR auf einem Satelliten mit einem Gesamtgewicht von weniger als 100 kg realisiert. Die Radarnutzlast arbeitete im X-Band mit einer Auflösung von 10 m bei einer Bildgröße von  $80\text{ km} \times 40\text{ km}$ . Abbildung 3.10 zeigt das erste veröffentlichte SAR-Bild, aufgenommen von ICEYE-X1 am

<sup>2</sup>Dieser Modus nutzt das beim TerraSAR-X[Met+07] erprobte TOPSAR zur gleichzeitigen Abbildung dreier Streifen. Um Interferogramme zwischen den Aufnahmen bilden zu können, wird die Antennenschwenkung bei jeder wiederholten Aufnahme gleich ausgeführt.

<sup>3</sup>PSLV steht für das Indian Polar Satellite Launch Vehicle. Die PSLV-C40 Mission trug 31 Satelliten als Gesamtnutzlast von 1323 kg in einen sonnensynchronen Orbit (SSO). Der Start erfolgte am 12. Januar 2018 vom Satish Dhawan Space Centre nahe Chennai, Indien.

Tabelle 3.2: Technische Daten der zweiten Generation der ICEYE-Satelliten[ICEYE21].

Mittelfrequenz	9,65 GHz
Blickrichtung	links & rechts
Antennengröße	3,2 m × 0,4 m
PRF	2 kHz – 10 kHz
Bandbreite	37,6 MHz – 299 MHz
Spitzenleistung	3,2 kW
Polarisation	vv
Masse	85 kg
Downlink	X-Band, 140 Mbit s <sup>-1</sup>
Orbithöhe	560 km – 580 km
Inklination	97,7° (SSO)
Orbitzyklus	18 Tage – 24 Tage
LTAN	22:30, 15:05, 14:04, 21:36

15. Januar 2018.

Mit dem erfolgreichen Start der ICEYE-X2 Mission im Dezember 2018 endete die erste Mission, welche ihre Aufgabe – die Demonstration der Technologie – erfüllt hatte. Im Juli 2019 wurde die Konstellation erfolgreich um zwei Satelliten erweitert. Diese Sensoren ermöglichen eine Auflösung besser als 1 m im *spotlight mode*. Es folgten im September 2020 zwei, im Verlauf des Jahres 2021 sechs sowie im Januar 2022 nochmals zwei Satelliten, sodass neben dem Prototypen mittlerweile 16 operative Satelliten im Einsatz sind.

Als ICEYE-Satelliten der zweiten Generation basieren sie auf dem Testsystem ICEYE-X2. In Tabelle 3.2 sind technische Daten[ICEYE21] der SAR-Nutzlast sowie, für die ersten vier Satelliten, Bahndaten wie die Ortszeit des aufsteigenden Knotens (LTAN) angegeben.

Neben ICEYE streben auch noch weitere Unternehmen wie Capella Space, Inc. (San Francisco, Kalifornien, USA) und Umbra Lab, Inc. (Santa Barbara, Kalifornien, USA) an, Kleinsatelliten zur Radarbildgebung zu entwickeln und zu betreiben. Capella Space konnte seine Technologie mit dem Start von Capella Sequoia am 31. August 2020 erfolgreich demonstrieren. Dieses X-Band SAR war das erste einer geplanten Konstellation von 36 Satelliten. Bis Anfang 2022 wurden für Capella 8 Satelliten in ihren Orbit gebracht. Umbra Labs hat seit dem 13. Januar 2022 zwei SAR-Sensoren im Orbit.

# Bistatisches SAR

Dieses Kapitel bietet eine Einführung in das Themengebiet des bistatischen SAR. Beginnend mit einer Übersicht über frühe Entwicklungen im bistatischen Radar, werden insbesondere die Vorarbeiten im bistatischen SAR mit stationärer Komponente, sowie die Arbeiten zum bistatischen SAR am Zentrum für Sensorsysteme der Universität Siegen beschrieben. Weiterhin gibt das Kapitel eine Übersicht des HITCHHIKER-Projekts.

## 4.1 Die Anfänge des bistatischen Radar

Das Adjektiv bistatisch bedeutet im Kontext eines Radarsystems, dass sich Empfangskomponente und Sender des Systems an unterschiedlichen Standorten befinden. Die Positionen der beiden Systemkomponenten sind dabei entgegen der eigentlichen Wortbedeutung jedoch nicht zwingend konstant, sondern es befinden sich eine oder auch beide Teilsysteme möglicherweise auf einer bewegten Plattform. Ihr Abstand ist jedoch charakteristischerweise gegenüber der Entfernung zu den beobachteten Zielen so groß, dass er gegenüber einer monostatischen Betrachtung nicht vernachlässigt werden kann.

Dabei ist es möglich bestehende Infrastruktur, zumeist den Sender eines monostatischen Radarsystems, zu verwenden und nur die komplementäre Komponente zu betreiben. Im Fall des Empfängers wird ein solches System als passives Radar, oder *hitchhiker* bezeichnet. Die Sendeinfrastruktur kann dabei auch durch ein ziviles Rundfunksystem oder gegnerisches Radarsystem gestellt werden.

Schon früh in der Geschichte der Radarentwicklung findet sich mit dem *Klein-Heidelberg*-Gerät ein Beispiel für ein solches Empfangssystem. Das System diente im zweiten Weltkrieg der Luftraumüberwachung im Bereich des Ärmelkanals. Dazu waren sechs *Klein-Heidelberg*-Stellungen entlang der kontinentalen Küstenlinie verteilt, welche die Aussendung des britischen *Chain Home*<sup>1</sup>-Radarsystems auf der britischen Seite des Kanals zur bistatischen Ortung britischer Flugzeuge nutzte [GW10].

Neben dem Vorteil, dass die passiven Empfangssysteme nicht per Funkortung lokalisiert und damit gezielt gestört oder zerstört werden können, verhindert die Nutzung eines gegnerischen Radarsignals auch allgemeine elektronische Gegenmaßnahmen, da diese gleichermaßen auch den Empfänger des sendenden Radarsystems betreffen würden. Außerdem ist beim bistatischen Radar zu beachten, dass sich der Radarquerschnitt der Ziele aufgrund des Unterschiedes zwischen Einfallswinkel und Reflexionswinkel deutlich vom monostatischen RCS unterscheiden kann.

<sup>1</sup>*Chain Home* nutzte ein kurzes (20  $\mu$ s) und leistungsstarkes (750 kW) Signal bei 20 MHz – 30 MHz und einer geringen PRF von 25 Hz kombiniert mit einer sehr breiten, flutlichtartigen, Sendeantennenkeule. Die vielen Radarstandorte arbeiteten dabei mithilfe des Stromnetzes synchron.

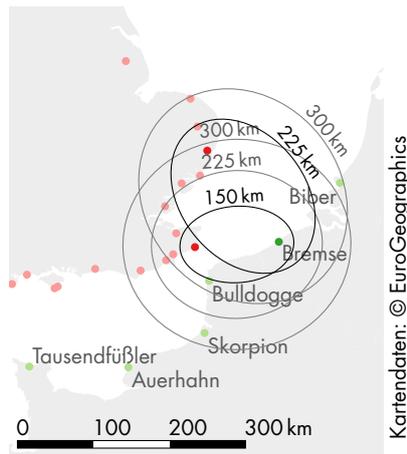


Abbildung 4.1: Entfernungselipsen beim bistatischen Radar am Beispiel des empfangenden Klein-Heidelberg Geräts und des Sendernetzwerks der britischen Chain Home.

Während die Positionen gleichen Abstandes zum Radarsystem im monostatischen Fall mit  $R = \|\mathbf{p} - \mathbf{p}_{TR}\| = \text{const.}$  auf konzentrischen Kreisen beziehungsweise Kugelflächen liegen, befinden sich die möglichen Zielpositionen bei einem bistatischen Abstand von  $R = \|\mathbf{p} - \mathbf{p}_T\| + \|\mathbf{p} - \mathbf{p}_R\| = \text{const.}$  auf einer Ellipse oder im  $\mathbb{R}^3$  auf einem Rotationsellipsoiden, in dessen Brennpunkten Sender und Empfänger stehen.

Abbildung 4.1 zeigt die *Klein-Heidelberg*-Stellungen in Westeuropa (grün) sowie die Standorte der *Chain-Home*-Sender an der britischen Küste (rot). Des Weiteren sind bistatische Entfernungselipsen für die *Klein-Heidelberg*-Stellung *Bremse* in Kombination mit zwei unterschiedlichen *Chain-Home*-Sendemasten dargestellt. Neben der bistatischen Entfernungsmessung konnte das System durch Schwenken der Antenne auf das Zielmaximum die Peilung zum Ziel mit einer Genauigkeit von  $\pm 10^\circ$  ermitteln[GW10].

Obwohl nach [QDH13] erste Arbeiten und Experimente zum bistatischen SAR bereits Ende den 1970er durchgeführt wurden, ist das Thema Anfang der 2000er Jahre insbesondere zur [EUSAR2004] und [IGARSS2003] in den Fokus einiger Arbeitsgruppen gerückt, sodass hier in der Folge viele Experimente[Can+04; WBE04] und theoretische Arbeiten zum bistatischen SAR entstanden.

Zu den allgemeinen Vorteilen bei der Nutzung eines bistatischen Radars, entsteht beim SAR insbesondere durch die veränderte Geometrie die Möglichkeit, die Anwendung von SAR auch auf einer bewegten Plattform im Vorausblick einzusetzen, was im monostatischen Fall nicht möglich ist. Dieses Konzept, unter Nutzung eines bewegten Sendesystems mit senkrechter Trajektorie zum Empfängerpfad, wurde als *forward looking SAR* erstmals im Jahr 2010 durch das Fraunhofer FHR demonstriert[Wal+10b].

## 4.2 Bistatic Exploration

Im Sommer 2006 begann ein umfangreiches Forschungsvorhaben der Institute FGAN-FHR<sup>2</sup>, ZESS und des Forschungszentrums für Multidisziplinäre Analysen und Angewandte Systemoptimierung (FOMAAS), um verschiedene Problemstellungen der Fernerkundung mit bistatischem SAR zu untersuchen[End+06].

Das DFG geförderte Paketvorhaben *Bistatic Exploration* umfasste dabei sechs Teilprojekte die sich in der Durchführung der Arbeiten ergänzten. Die Aufgaben der Teilprojekte waren dabei die modulare SAR-Simulation (ModSAR-Sim), die bistatische Unterfliegung des TerraSAR-X-Satelliten mit dem flugzeuggetragenen SAR-System PAMIR (TerraPAMIR)[Esp+08; Wal+10a], die Positions- und Lagebestimmung für bistatische Missionen (AtPos), die Raum- und Zeitsynchronisation bistatischer Plattformen (BiSARSynch)[Wei06], die Bildgewinnung aus bistatischen SAR-Rohdaten (BiFOCUS) und die interaktive Verarbeitung und Visualisierung von SAR-Daten (SARVis).

Bereits vor Beginn des Förderzeitraums wurden durch das FHR

<sup>2</sup>Forschungsinstitut für Hochfrequenzphysik und Radartechnik (FHR) der Forschungsgesellschaft für Angewandte Naturwissenschaften e. V. (FGAN). Im August 2009 als Fraunhofer FHR in die Fraunhofer-Gesellschaft eingegliedert.

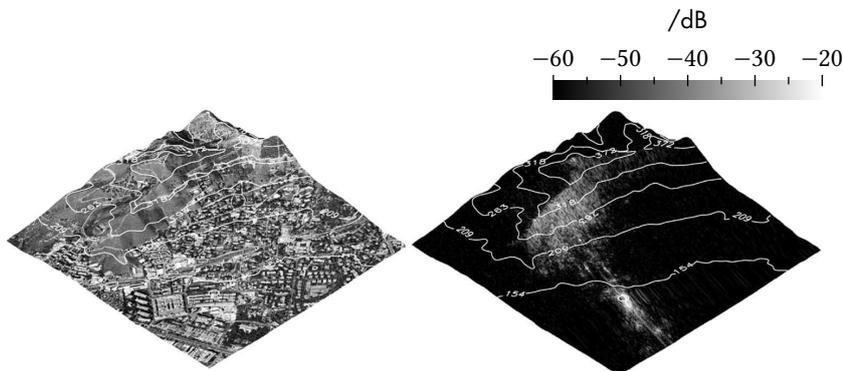


Abbildung 4.2: Ein bistatisches SAR-Bild der SABRINA-Experimente (rechts), gemeinsam mit einem Luftbild der Szene (links). Entnommen aus [San+07].

bistatische Experimente in der Konfiguration Flugzeug–Flugzeug durchgeführt [WBE04; EWB04] was insbesondere zu Beginn des Projekts zur Evaluierung der Signalverarbeitung hilfreich war. Zusätzlich mussten zum Test der wichtigen Synchronisation für das Hauptexperiment TerraPAMIR experimentelle Untersuchungen durchgeführt werden. Beispiele solcher Experimente war der Empfang des Satellitensignals in der Konfiguration Satellit–Boden und ein bildgebendes Experiment mit stationärem Sender am Boden und einem flugzeuggetragenen Empfänger [Esp+08].

Neben der Durchführung der Experimente und der Untersuchung technischer Problemstellungen im Rahmen der bistatischen Bildgebung, entstanden im Umfeld des Vorhabens eine Reihe von Publikationen zur bistatischen SAR-Fokussierung. Aus dem ZESS sind hier insbesondere die Arbeiten [Lof+04; NLN06; Wan+10] zu nennen. Während dieses Projekts wurde durch das DLR ein dem TerraPAMIR vergleichbares Experiment [Rod+10] durchgeführt.

### 4.3 SABRINA

Das Projekt HITCHHIKER, aus welchem diese Arbeit entstand, wurde maßgeblich durch ein bistatisches Experiment der Universität Politècnica de Catalunya inspiriert. Dieses Experiment namens *SABRINA*<sup>3</sup> umfasste die Entwicklung eines C-Band-Empfängers, welcher in Kombination mit den SAR-Systemen auf den Satelliten ERS und ENVISAT zur bistatischen Bildgebung stationär am Boden eingesetzt wurde und im Dezember 2005 erstmals Daten für ein bistatisches SAR-Bild erfassen konnte [San+06]. Das System zeichnet dazu, beginnend bei einer aus einem Modell der Satellitenbahn bestimmten Startzeit, kontinuierlich eine Bandbreite von 15 MHz bei einer Mittenfrequenz von 5,3 GHz auf. Das Triggern des Systems auf die Empfangsleistung erzielte hier keine zuverlässigen Ergebnisse. Abbildung 4.2 zeigt das erste bistatische SAR-Bild der SABRINA Experimente, entnommen aus [San+07], welches in der vollen Auflösung erfasst werden konnte, projiziert auf ein DEM (rechts) neben einem Luftbild der Szene (links). Die geringe Bandbreite des Sendesystems von 16 MHz und kurze Beleuchtungsdauer des *stripmap*-Modus resultieren in einer zur Szenenausdehnung

<sup>3</sup>*SAR Bistatic Fixed Receiver for Interferometric Applications*



Abbildung 4.3: Das erste Zweikanalempfangssystem während eines Experiments.

<sup>4</sup>Die Gründe für die Dekorrelation sind die kurze Wellenlänge im X-Band und der zeitliche Abstand der Aufnahmen von 11 Tagen, dem Orbitzyklus von TerraSAR-X.

<sup>5</sup>Ein Arbiträr-Funktionsgenerator (AWG) im System liest dazu die Abtastwerte aus seinem Speicher und erzeugt die analoge Inphase- und Quadraturkomponente der Wellenform.

geringen Bodenauflösung von etwa 10 m und erschweren eine Nutzung der Bilddaten. Die Nutzung des Systems zur Erzeugung von Höhenmodellen mittels Interferometrie wurde in [DLM10] näher untersucht. In einer späteren Entwicklung wurden mit *SABRINA-X* von dieser Arbeitsgruppe auch bistatische Experimente mit TerraSAR-X durchgeführt[Bro+10a].

#### 4.4 Das HITCHHIKER Projekt

Auf die Erfahrungen aus *Bistatic Exploration* aufbauend, wurde zu Beginn des Jahres 2009 am Zentrum für Sensorsysteme beschlossen, die Entwicklung eines eigenen X-Band-Empfangssystems zu beginnen. Basierend auf dem Konzept des *SABRINA*-Experiments war das Ziel dieses Projekts die Aufzeichnung von Radarbildern in einer bistatischen Konfiguration mit dem Satellitensystem TerraSAR-X als Sendekomponente. Nachdem ein erster Prototyp mit Unterstützung des FGAN-FHR, Abteilung Passive Sensorik, Störverfahren und Klassifizierung (PSK) realisiert wurde, konnten im Juli 2009 erstmals erfolgreich Daten aufgezeichnet und zu Radarbildern verarbeitet werden. Durch die hohe Sendebandbreite und den Scheinwerfermodus des TerraSAR-X konnten hierbei eine hohe Auflösung und somit eine gute Abbildung erreicht werden.

Es wurden zunächst zwei Empfangskanäle realisiert, wobei ein Kanal zur Synchronisation mit dem Sendesystem und der zweite zur Szenenabbildung genutzt werden konnte[BR10; Reu+10]. Dieses erste Empfangssystem ist in Abbildung 4.3 dargestellt. Es kann eine Bandbreite von 500 MHz bei einer Mittenfrequenz von 9,65 GHz mit einer Gesamtdauer von 1 s aufzeichnen. Da die Signalaufzeichnung, mit dem Referenzsignal getriggert, nur jeweils für die Dauer des Empfangsfensters erfolgt, ergibt sich mit einem Tastgrad von 30 % eine Reduktion des Speicherbedarfs von 70 % gegenüber einer kontinuierlichen Aufzeichnung.

Nachdem Experimente zur *multi-pass*-Interferometrie[Nie+10b] starke Dekorrelation zwischen der Phaseninformation des Bildpaares zeigte<sup>4</sup>, wurde das Empfangssystem im Jahre 2010 auf vier Kanäle erweitert, womit drei Antennen zur Szenenabbildung eingesetzt werden können. Dies ermöglicht Experimente zur *single-pass*-Interferometrie und zur Polarimetrie[Nie+10a]. Des Weiteren werden Daten des HITCHHIKER-Empfängers aus den bistatischen Experimenten mit TerraSAR-X anderen Forschungsgruppen zur Verfügung gestellt[Beh+14; Beh+16b].

Mit dem Ziel, weitere bistatische Konfigurationen zu untersuchen und eine Unabhängigkeit von einem bestimmten Sendesystem zu erreichen, wurde der HITCHHIKER-Empfänger, beginnend im Jahr 2012 durch die Entwicklung und Realisierung eines Sendesystems, zu einem vollständigen, aktiven Radarsensor erweitert[Reu+12; Reu+14].

Als Besonderheit kann dieses System neben beliebigen, abgetasteten Wellenformen<sup>5</sup> ein analoges Rauschsignal erzeugen, welches

verstärkt und pulsmoduliert als Sendesignal für das Radarsystem genutzt wird. Das Sendesignal wird dabei zur Verwendung in der Pulskompression vom Empfangssystem durch einen separaten Kanal aufgezeichnet. Das Sendesystem wurde zunächst zusammen mit dem HITCHHIKER-Empfangssystem stationär zur Verfolgung und Abbildung bewegter Fahrzeuge genutzt[Reu+16].

Mit der Verfügbarkeit des *staring spotlight*-Modus<sup>6</sup> für wissenschaftliche TerraSAR-X-Nutzer konnte erstmals im November 2014 eine bistatische Aufnahme mit diesem Modus durch das HITCHHIKER-System aufgezeichnet werden[Beh+16a].

Im September des Jahres 2014 konnte zudem ein gemeinsames Experiment mit der Abteilung Array-gestützte Radarbildgebung (ARB) des Fraunhofer-Institut für Hochfrequenzphysik und Radartechnik FHR in Siegen durchgeführt werden. Das Flugzeugradar PAMIR nahm zur tomografischen Abbildung mehrere SAR-Bilder von einem Gebiet in der Nähe von Siegen mit in der Flughöhe gestaffelten Trajektorien auf. Während dieser Aufnahme bot sich die Möglichkeit die Reflexion gleichzeitig mit den drei Empfangskanälen des HITCHHIKER-Systems vom Boden aus aufzuzeichnen, um so für jede der acht Flugbahnen drei SAR-Bilder für eine bistatische SAR-Tomografie zu erzeugen[Beh+16a].

Eingebettet in das HITCHHIKER-Projekt wurde zudem die Möglichkeit experimentell untersucht, geostationäre Rundfunksysteme zur multistatischen SAR-Bildgebung zu nutzen[Nie+16; Nie+18]. Ferner wird in der Arbeit [Beh+19] ein kostengünstiges Empfangssystem vorgestellt, welches als Passivradar mittels OFDM-Rundfunksignalen genutzt werden soll, die Genauigkeit der im Projekt entwickelten Navigationseinheit in der flugzeuggestützten SAR-Bildgebung zu evaluieren.

Im Rahmen des Projekts wurden mehrere Abschlussarbeiten betreut, welche sich mit der Realisierung von Systemkomponenten[Liu11; Vog12; Aff15; Aff16; Aff17] oder mit der Entwicklung und Implementierung von Algorithmen[Spi13; Mas14; Bub15] befassen.

## 4.5 Weitere Experimente mit stationärer Komponente

Eine der ersten Arbeiten zur Nutzung stationärer Empfangssysteme zur SAR-Bildgebung ist in [Caz+00] gegeben. Hier wird digitaler Satellitenrundfunk als Sendesignal eingesetzt wobei die verbleibende Bewegung der Satelliten im geostationären Orbit zur Erzeugung der synthetischen Apertur eingesetzt werden. Neben einer theoretischen Betrachtung der Geometrie und der erreichbaren Auflösung, wurde das Verfahren auch experimentell demonstriert. Aktuell wird das Konzept wieder vermehrt aufgenommen und der digitale Satellitenrundfunk [Nie+18] als Sender für bistatische SAR-Bildgebung beziehungsweise die Zielabbildung im ISAR[Bri+17] genutzt. In [Che02] wird außerdem die Nutzung von Navigationssignalen des Global Positioning System (GPS) in ähnlicher Weise vorgeschlagen und später in [Ant+12] auch demonstriert.

<sup>6</sup>Beim *staring spotlight*-Modus wird der Antennenfußabdruck des TerraSAR-X während der Aufnahme stationär an einer Bodenposition gehalten, dies verlängert die synthetische Apertur im Vergleich zum *sliding spotlight*-Modus, wo die Geschwindigkeit des Fußabdrucks lediglich reduziert wird. Die Szenenausdehnung ist dadurch jedoch auf die Breite der Antennenkeule beschränkt.

Werden dedizierte Radarsensoren als Sendekomponente genutzt, ergeben sich aufgrund der Optimierung des Sendesignals auf diese Anwendung Vorteile in der Abbildung. Durch eine hohe Signalbandbreite kann hier eine gute Entfernungsaufösung erreicht werden und die monostatisch erzielte synthetische Apertur der Systeme kann auch bistatisch genutzt werden. Erste Experimente mit einem stationären Empfangssystem und einem flugzeuggetragenen Sender im  $K_a$ -Band, durchgeführt im Mai 2004 mit dem monostatischen Radarsystem MEMPHIS des Fraunhofer FHR, sind in [Bal05] präsentiert. Ähnliche Experimente wurden erfolgreich im X-Band, im Jahr 2006 mit dem XWEAR-System des DRDC<sup>7</sup> [Wal+09], sowie im Dezember 2007 mit dem Ingara-Radarsystem des DSTO<sup>8</sup> [Goh+08] durchgeführt. In China fanden erste Experimente dieser Art durch das IECAS<sup>9</sup> im August 2011 statt [QDH13, S. 242]. Eine Sonderstellung nehmen hier Experimente des FOI<sup>10</sup>, Schweden ein, welche in den Jahren 2006 [Ras+07] und 2007 [Ula+10] gemeinsam mit armasuisse, Schweiz durchgeführt wurden. Dabei wurde ein stationärer Empfänger im UKW-Bereich von 28 MHz – 73 MHz eingesetzt, um bistatische Aufnahmen mit dem flugzeuggetragenen CARABAS-II System des FOI zu erhalten.

<sup>7</sup>Defence Research and Development Canada, Kanada

<sup>8</sup>Defence Science and Technology Organisation, Australien

<sup>9</sup>Chinesische Akademie der Wissenschaften.

<sup>10</sup>Schwedisches Forschungsinstitut der Verteidigung, *Totalförsvarets forskningsinstitut* (FOI)

Parallel zum *SABRINA*-Projekt wurden im Dezember 2005 auch in Südengland [WBG07] erste bistatische SAR-Bilder mit stationärem Empfänger und einem Radarsatelliten als Sender gemessen. Später wurden in der gleichen Konfiguration mit ERS/ENVISAT noch weitere Experimente durchgeführt [KN12; Sam+12] und [Ang+17], wobei nach Ausfall des ENVISAT im April 2012 und bis zum Start des Sentinel-1A im April 2014, bei der ERS-Mittelfrequenz zeitweise kein Sendesystem zur Verfügung stand.

Im Anschluss an die ersten Experimente des HITCHHIKER-Empfängers im Juli 2009 zusammen mit TerraSAR-X wurde dieselbe Konfiguration auch von anderen Gruppen genutzt. Neben der Weiterentwicklung des spanischen Systems zu *SABRINA-X* [Bro+10b] entstanden auch im IECAS [Wan+13; Sha+14; Zha+16], China, der Warsaw University of Technology [MSB13], Polen, den Sandia National Laboratories [Yoc+14; WY14], USA, sowie der Polytechnischen Universität Bukarest [Ang+16], Rumänien ähnliche Empfangssysteme.

# Signalmodell des SAR

Dieses Kapitel führt das Modell zum SAR zur Beschreibung der Messwerte des SAR-Sensors ein. Weiterhin sind Effekte bei der Ausbreitung elektromagnetischer Wellen beschrieben, welche aus einer Erdumlaufbahn gesendet und auf der Erdoberfläche empfangen werden.

## 5.1 Geometrie und Bildkoordinaten

Ein monostatisches SAR nimmt als Seitensichtradar ebenso wie eine optische Kamera – genauer eine Zeilenkamera senkrecht zur Bewegungsrichtung – ein zweidimensionales Bild auf. Entlang der Bewegungsrichtung ist die Abbildungsgeometrie beider Systeme auch äquivalent. In der zweiten Dimension der Bilder erfolgt die Abbildung jedoch sehr unterschiedlich. Während der Radarsensor diese mittels Entfernungsmessung realisiert, ist die zweite Bildkoordinate bei der optischen Abbildung über den Winkel zur Abbildungsebene gegeben. Bewegen sich beide Sensoren auf der selben Trajektorie, kann somit keine vergleichbare Abbildung erreicht werden. Zur Verdeutlichung ist in Abbildung 5.1 die Bildgebung in der Ebene orthogonal zur Bewegung dargestellt. Der Radarsensor in der linken Bildhälfte löst die Szene in Entfernungsrichtung auf – Objekte mit gleicher Entfernung und damit gleichem Bildpunkt befinden sich dabei auf zum Sensor konzentrischen Kreisen. Die Entfernungsauflösung ist beim Radar vom Abstand zum Sensor unabhängig. Beim optischen Sensor auf der rechten Seite wird die Auflösung über den Winkel zum Objekt erreicht. Objekte, welche sich auf einem vom Sensor ausgehenden Strahl befinden, werden damit auf den gleichen Punkt in der Bildebene abgebildet. Die Auflösung ist damit abhängig

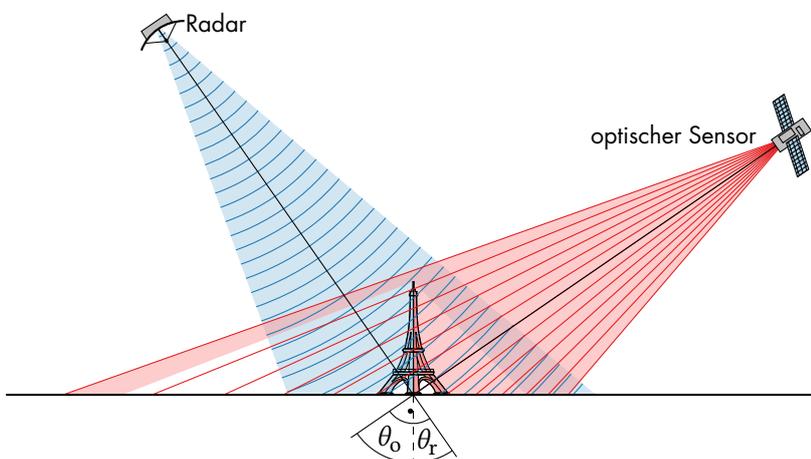


Abbildung 5.1: Abbildung durch Entfernungsmessung sowie durch einen optischen Sensor bei ähnlicher Perspektive.

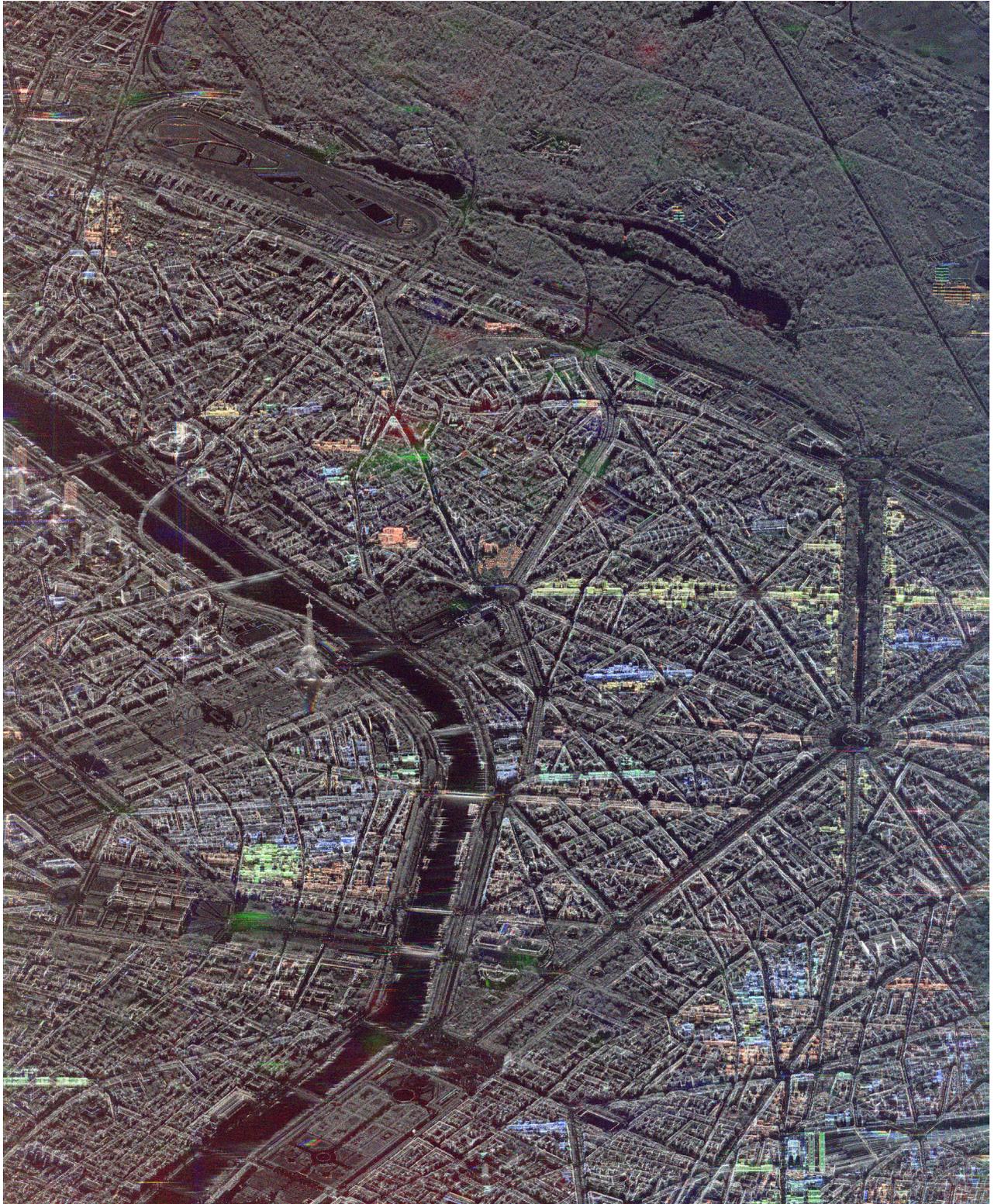


Abbildung 5.2: Radarbild von Paris, aufgenommen am 17. November 2014 durch TerraSAR-X. Der Schrägabstand verläuft im Bild von oben nach unten. Credits: DLR 2017.



Abbildung 5.3: Äquivalente optische Abbildung von Paris, in der Darstellung durch Google Earth Pro 7.3.3. Credits: GoogleEarth 2020.

von der Objektentfernung – in der Nähe des Sensors können feinere Strukturen aufgelöst werden. Stehen die Sichtlinien zu einem Objekt im rechten Winkel zueinander, gilt also für die Einfallswinkel der Sensoren  $\theta_r + \theta_o = 90^\circ$ , verlaufen die Linien, entlang derer die Objekte auf den gleichen Bildpunkt abgebildet werden, parallel zueinander. In einer bestimmten Entfernung liegen diese sogar näherungsweise aufeinander. Unter diesen Umständen entsteht bei beiden Sensoren eine ähnliche Perspektive und damit auch ein vergleichbarer Bildeindruck. Vergleicht man dazu die Aufnahme von Paris durch TerraSAR-X in Abbildung 5.2<sup>1</sup> mit einem Einfallswinkel von  $34,69^\circ$  im Bildzentrum mit Abbildung 5.3, einer synthetisch durch Abbildung des dreidimensionalen Modells in GoogleEarth erstellten Aufnahme mit dem komplementären Einfallswinkel, so werden die Objekte in gleicher geometrischer Relation zueinander abgebildet.

<sup>1</sup>Die Radaraufnahme entstand im Staring-Spotlight-Modus, wobei die Farbkanäle drei aufeinanderfolgende Subaperturen in der Dopplerfrequenz und damit im Sichtwinkel enthalten.

Die Darstellung von SAR-Bildern mit der nahen Entfernung zum Sensor am oberen Ende des Bildes erleichtert demnach wesentlich die Interpretation der Bilder, da Erfahrungen aus optischen Abbildungen vom Betrachter direkt auf das SAR-Bild übertragen werden können. Innerhalb dieser Arbeit sind die Radarbilder deshalb in der Regel in dieser Art abgebildet.

Trotz der ähnlichen Perspektive werden die Objekte aufgrund der unterschiedlichen Position der Sensoren jedoch unterschiedlich abgebildet. Während im optischen Bild die sozusagen dem Betrachter zugewandte Seite der Objekte – beispielsweise des Eiffelturmes – abgebildet wird, erfolgt im Radarbild die Abbildung der Rückseite, da sich der Radarsensor auf der gegenüberliegenden Seite des Objekts befindet. Erhebt sich das Objekt über die Bodenebene, so fallen seine Reflexionen in die gleiche Entfernung wie die Reflexionen des in Richtung des Radarsensors vorgelagerten Boden oder weiterer Objekte mit geringerer Höhe. Im SAR-Bild sind die Objekte in den entsprechenden Bildpunkten somit überlagert, was häufig als sogenannter *layover* bezeichnet wird. Des Weiteren entstehen durch erhabene Objekte Verdeckungen der vom Sensor aus betrachtet dahinter liegenden Bereiche und damit dunkle Schattenbereiche, aus denen keine Reflexionen vom Radar erfasst werden. Bei einem bistatischen Radar entsteht zusätzlich ein zweiter Schatten am Objekt auf der dem Sendesystem gegenüberliegenden Seite, während diese beiden Schattenbereiche beim monostatischen Radar exakt aufeinander fallen.

Obwohl viele Anwendungen die Bilddaten wie auch beim optischen Sensor in geographischen Koordinaten, also nach expliziter Geokodierung benötigen, um diese beispielsweise mit Daten anderer Sensoren zu vergleichen, ist es sinnvoll, die Fokussierung der Radardaten zu einem SAR-Bild in einem Koordinatensystem durchzuführen, welches eine nähere Bindung zum Aufnahmeprozess aufweist.

Diese sogenannten Radarkoordinaten eines Ziels sind üblicherweise durch die Zeit oder Position gegeben, bei welcher das Radarsystem die Reflexion dieses Ziel unter einer bestimmten Dopplerverschiebung, also mit einem spezifischen Wert der Entfernungsände-

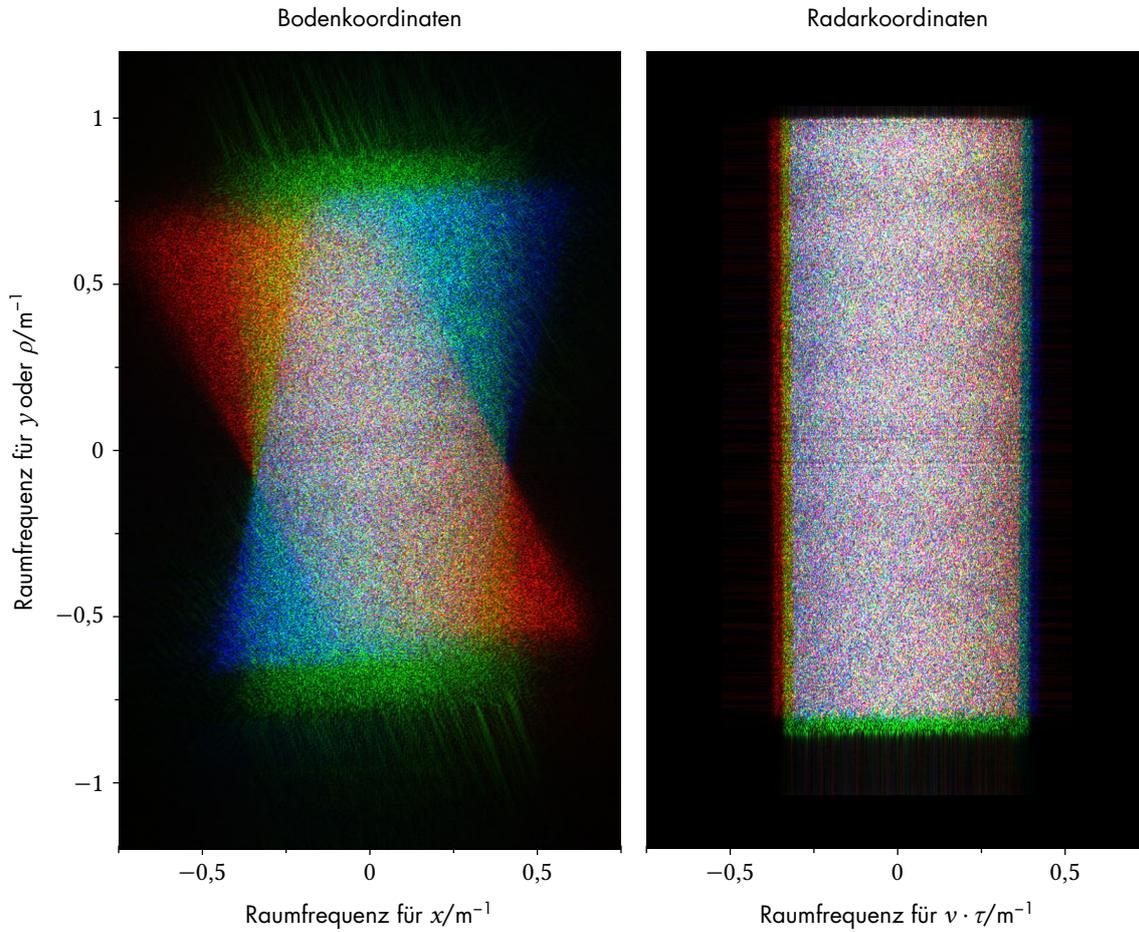


Abbildung 5.4: Spektren eines bistatischen Radarbildes mit stationärer Empfängerkomponente. Die Farbkomponenten der Darstellung enthalten die Spektren dreier Bildausschnitte entlang der Bewegungsrichtung des Senders, in Boden- und Radarkoordinaten.

rung empfängt. Die zweite Koordinate ist dann durch die Zielentfernung zu diesem Zeitpunkt gegeben. Häufig wird die Referenzdopplerverschiebung zu Null gewählt – diese Koordinaten werden als Doppler-Null-Koordinaten[Bam04] bezeichnet. Beim monostatischen Radar befinden sich alle Ziele einer bestimmten Zeitkoordinate damit auf der Ebene, welche den aktuellen Geschwindigkeitsvektor der Plattform als Normale beinhaltet. Allgemein werden die Koordinaten einer Zielposition  $\mathbf{p}$  mit dem zugehörigen Gesamtentfernungsverlauf  $r(\mathbf{p}, t)$  und dessen zeitlicher Ableitung  $\dot{r}(\mathbf{p}, t)$  durch die Zeitkoordinate  $\tau$  zur Dopplerreferenz  $d$  durch

$$\tau \in \{ t \mid \dot{r}(\mathbf{p}, t) = d \} \quad (5.1)$$

und der zugehörigen Zielentfernung

$$\rho = r(\mathbf{p}, \tau) \quad (5.2)$$

gegeben. Insbesondere bei komplexeren Geometrien wie dem bistatischen SAR mit einer stationären Komponente ist die PSF im

SAR-Bild in Bodenkoordinaten stark von der Position abhängig, während sie in Radarkoordinaten weitestgehend konstant ist. In Abbildung 5.4 sind dazu die Spektren von kleineren Ausschnitten aus dem jeweiligen Radarbild in Bodenkoordinaten sowie in Radarkoordinaten dargestellt. Die Spektren der drei Ausschnitte – entnommen entlang der Bewegungsrichtung des Sendesystems – sind dazu in die Farbkanäle der Abbildung, Rot, Grün und Blau kodiert. Während die Leistungsdichte dieser Spektren im Ergebnis in Radarkoordinaten an allen drei Positionen eine gleiche Form aufweist, sind die Spektren für die Bildausschnitte in Bodenkoordinaten abseits der Dopplernullebene, welche die Position des Empfängers beinhaltet, stark geschert.

Die PSF und die Bildauflösung sind damit in Bodenkoordinaten stark ortsvariant und beispielsweise eine effektive Unterdrückung der Nebenzipfel durch Gewichtung<sup>2</sup> des Bildspektrums ist nicht möglich.

Die inverse Koordinatentransformation, das Bestimmen der Bodenkoordinaten aus den Radarkoordinaten, ist nicht direkt und auch nicht immer eindeutig möglich. Für den zuvor betrachteten Fall der Doppler-Null-Koordinaten<sup>3</sup> einer bistatischen Geometrie mit stationärem Empfänger an  $\mathbf{p}_R$  und Sender mit  $\mathbf{v}_T$  an  $\mathbf{p}_T$  ist die Bodenkoordinate  $\mathbf{p}$  auf der Zieloberfläche  $S$  durch

<sup>2</sup>sog. *spectral taper*

<sup>3</sup>Mit der Zielentfernung

$$r(\mathbf{p}, t) = \|\mathbf{p} - \mathbf{p}_T(t)\| + \|\mathbf{p} - \mathbf{p}_R\|$$

ist die Ableitung

$$\dot{r}(\mathbf{p}, t) = \frac{d}{dt} \|\mathbf{p} - \mathbf{p}_T(t)\|$$

nach (A.26) durch

$$\dot{r}(\mathbf{p}, t) = \frac{\mathbf{p}_T(t) - \mathbf{p}}{\|\mathbf{p} - \mathbf{p}_T(t)\|} \cdot \mathbf{v}_T(t)$$

und  $\tau$  durch  $\tau \in \{ t \mid (\mathbf{p}_T(t) - \mathbf{p}) \cdot \mathbf{v}_T(t) = 0 \}$  gegeben.

$$\mathbf{p} \in \left\{ \mathbf{p}' \in S \mid \begin{aligned} &(\mathbf{p}_T(\tau) - \mathbf{p}') \cdot \mathbf{v}_T(\tau) = 0 \\ &\wedge \|\mathbf{p}' - \mathbf{p}_R\| + \|\mathbf{p}' - \mathbf{p}_T(\tau)\| = \rho \end{aligned} \right\}, \quad (5.3)$$

ein System nichtlinearer Gleichungen bestimmt. Um eine Umkehrbarkeit der Hintransformation zu erreichen, können die Bodenkoordinaten hier in mehrere Gebiete geteilt werden. Wird die Betrachtung damit auf eines der Gebiete als Teilmenge der Fläche  $S$  beschränkt, kann man die Hintransformation für diesen Bereich als bijektiv betrachten. Eine Lösung von (5.3) kann im Allgemeinen nur numerisch gefunden werden.

## 5.2 Punktantwort und Modell des idealen Sensors

Um eine Schnittstelle zwischen Radarsensor und dem SAR-Prozessor zu definieren, soll in diesem Abschnitt die Punktantwort beziehungsweise die Antwort der Radarszene und damit ein Modell für das Empfangssignal eines idealen Sensors abgeleitet werden. Der somit beschriebene Datensatz dient als Eingangsdaten für verschiedene Prozessortypen und wird aus den Rohdaten durch einen für den Sensor spezifischen Präprozessor erzeugt.

Der ideale Radarsensor, welcher dem Modell als Grundlage dient, empfängt sein ausgesandtes Signal, nachdem es durch den Weg über einen Reflektor am Ort  $\mathbf{p}$  – das Radarziel – verzögert und gedämpft wurde. Für den Sensor mit der Position  $\mathbf{p}_T$  des Antennenphasenzentrums (APC) seiner Sendeantenne und des APC  $\mathbf{p}_R$  seiner Empfangsantenne, welche sich an unterschiedlichen Orten befinden

können, ist dieser Signalweg zum Ziel  $r_Z$  damit durch

$$r_Z(t; \mathbf{p}) = \|\mathbf{p} - \mathbf{p}_R(t)\| + \|\mathbf{p} - \mathbf{p}_T(t)\| \quad (5.4)$$

bestimmt. Nach Pulskompression ist das Empfangssignal

$$s_Z(r, t; \mathbf{p}) = C_R C_T \gamma(\mathbf{p}) \phi(r - r_Z(t; \mathbf{p})) \quad (5.5)$$

mit den Antennencharakteristiken  $C_T, C_R$ , als verzögerte und mit der komplexen Reflektivität  $\gamma$  gedämpfte PSF  $\phi$  gegeben, wobei diese bei Verwendung eines inversen Filters durch

$$\phi(r) = \text{si}\left(\pi \frac{B}{c} r\right) \quad (5.6)$$

beschrieben werden kann. Der Ausdruck  $c/B$  gibt dabei die Entfernungsauflösung des Radarsystems in Abhängigkeit von seiner Systembandbreite  $B$  an. Die Antennencharakteristik, hier beispielsweise für den Sender, ist jeweils von der Sichtlinie  $\mathbf{p}_{\text{lt}} = \mathbf{p} - \mathbf{p}_T$  zum Ziel, von der Orientierung der Antenne, und – bei elektronischer Keulenschwenkung – von der Zeit abhängig.

Das gesamte Empfangssignal ist dann für Radarziele auf einer Oberfläche  $S$  durch das Integral

$$s(r) = \int_S s_Z(r, t; \mathbf{p}) d\mathbf{p} \quad (5.7)$$

bestimmt. Üblicherweise – und damit auch in diesem Modell – wird das Empfangssignal von einer Mittenfrequenz  $f_0$  und damit entsprechend mit der Referenzwellenzahl  $k_0 = 2\pi \cdot f_0 \cdot c^{-1}$  zunächst in das Basisband demoduliert, dort abgetastet und in sogenannten Empfangssegmenten gespeichert. Die somit abgetastete Laufzeit wird durch Multiplikation mit der Vakuumlichtgeschwindigkeit  $c$  in eine Abtastung in der Pseudoentfernung mit dem Abstand  $R_i$  überführt. Weiter entsteht durch das Senden der Pulse mit dem PRI  $T_i$  zusätzlich eine Abtastung in der Zeit zu den Abtastpunkten  $k \cdot T_i$ . Die Differenz zwischen Sendezeitpunkt und dem ersten darauf folgenden Abtastwert wird dabei für jedes Empfangssegment  $m$  durch die Pseudoentfernung  $R_0$  beschrieben und die Abtastwerte in der Entfernung mit dem Index  $n$ , befinden sich dann relativ zum Sendezeitpunkt bei

$$R_0(m) + nR_i. \quad (5.8)$$

Da der Datensatz nicht notwendigerweise ein Empfangssegment für jeden ausgesandten Puls enthält, wird der Zusammenhang zwischen dem Segmentindex und dem Pulsindex des Senders durch die Zuordnung  $k = Z(m)$  hergestellt. Für diesen Modellsensor ist das abgetastete Radarsignal dann zusammenfassend durch

$$s(n, m) = \int_S C_R C_T \gamma(\mathbf{p}) \cdot \phi(R_0(m) + nR_i - r_Z(m; \mathbf{p})) \cdot e^{-jk_0 r_Z(m; \mathbf{p})} e^{jk_0 R_0(m)} d\mathbf{p} \quad (5.9)$$

<sup>4</sup>HDF ist eine plattformunabhängige Softwarebibliothek, welche die strukturierte Speicherung großer Datenmengen und komplexer Datentypen ermöglicht. Dabei können die Daten durch Metadaten annotiert werden. Das HDF wird in der Wissenschaft und insbesondere auch in der Fernerkundung häufig genutzt.

Tabelle 5.1: Daten und ihre Symbole im Signalmodell

Datensatz	Symbol
Basisbandsignal	$s(n, m)$
Referenzwellenzahl	$k_0$
Entfernungsabtastintervall	$R_i$
Entfernung zum ersten Abtastwert	$R_0(m)$
Pulsindex	$Z(m)$
Empfangszeit des ersten Abtastwertes	$t(m)$
Position des APC des Empfängers	$\mathbf{p}_R(m)$
Geschwindigkeit des Empfängers	$\mathbf{v}_R(m)$
Orientierung des Empfängers	$\boldsymbol{\alpha}_R(m)$
Koordinatensystem am Empfänger	$\hat{\mathbf{x}}_R(m)$ $\hat{\mathbf{y}}_R(m)$ $\hat{\mathbf{z}}_R(m)$
Position des APC des Senders	$\mathbf{p}_T(m)$
Geschwindigkeit des Senders	$\mathbf{v}_T(m)$
Orientierung des Senders	$\boldsymbol{\alpha}_T(m)$
Koordinatensystem am Sender	$\hat{\mathbf{x}}_T(m)$ $\hat{\mathbf{y}}_T(m)$ $\hat{\mathbf{z}}_T(m)$
Antennenmodell des Empfängers	$C_R(\dots)$
Antennenmodell des Senders	$C_T(\dots)$

gegeben. Der erste Exponentialterm beschreibt die zeitliche Verzögerung der Oszillatorschwingung mit der Referenzwellenzahl, der zweite bezieht die Phase des Signals auf die Referenzentfernung  $R_0$ , um eine mit dem Basisbandsignal konsistente Darstellung zu erhalten.

Ein Präprozessor übersetzt nun die Rohdaten eines Sensors in dieses Signalmodell und erzeugt einen sensorunabhängigen Datensatz im Hierarchical Data Format (HDF5)<sup>4</sup>[The19; The20]. Das vorgestellte Modell kann für alle Konfigurationen eingesetzt werden, solange die Intrapulsmodulation – also die zeitliche Skalierung des Radarpulses durch den Doppler-Effekt – vernachlässigbar ist, da sonst die Pulskompression erst später im Prozessor erfolgen kann.

In Tabelle 5.1 sind die Rohdaten im Modelldatensatz aufgelistet. Das Empfangssignal des Radarsensors im Basisband ist eine Matrix des Typs  $N \times M$  und beinhaltet  $N$  Abtastwerte in Entfernung, für  $M$  empfangene Segmente. Das Rohdatensignal ist weiter beschrieben durch die skalare Referenzwellenzahl  $k_0$  und das Abtastintervall in Entfernung  $R_i$ , sowie drei Matrizen des Typs  $1 \times M$ , welche die Entfernung zum ersten Abtastwert, den Pulsindex und die Empfangszeit des ersten Abtastwertes in der Zeitskala des GPS beinhalten.

Weiter enthält der Datensatz die Position und Orientierung der Sende- und Empfangsantenne als Matrizen des Typs  $3 \times M$ . Die Position beschreibt das APC der Antenne in kartesischen Koordinaten, regulär im Earth-Centered–Earth-Fixed (ECEF)-System beziehungsweise dem International Terrestrial Reference System (ITRS). Im gleichen Koordinatensystem und vom selben Typ sind weiter die Geschwindigkeit und die Basisvektoren der Antennenkoordinatensysteme gegeben. Zusätzlich ist die Orientierung der Antennenkoordinatensysteme noch in einer kompakteren Darstellung als Quaternionen  $\boldsymbol{\alpha}$  durch eine Matrix des Typs  $4 \times M$  enthalten.

Die Charakteristiken  $C_T(u, v)$  und  $C_R(u, v)$  der Sende- und Empfangsantenne liegen gemäß Abschnitt 5.5 abgetastet als orthogonale Projektion vor. Während eine mechanische Strahlschwenkung durch eine zeitveränderliche Orientierung des Antennenkoordinatensystems repräsentiert ist, kann die elektronische Strahlschwenkung durch eine zeitveränderliche Antennencharakteristik dargestellt werden. Dazu sind  $P$  verschiedene Keulen als komplexes dreidimensionales Feld des Typs  $U \times V \times P$  gespeichert. Die Zuordnung der Segmentindex  $m$  zur Keulenindex  $p$  wird wieder durch eine Matrix vom Typ  $1 \times M$  hergestellt. Weiter ist der Ursprung und das Abtastintervall in  $u$  und  $v$  für jede Keule durch Matrizen vom Typ  $1 \times P$  gegeben. Die Koordinaten  $u$  und  $v$  werden beispielsweise für den Sender aus der Geometrie mit der Sichtlinie  $\mathbf{p}_{lt}$  über die Beziehung

$$u = \hat{\mathbf{x}}_T(m) \cdot \hat{\mathbf{p}}_{lt} \quad (5.10)$$

beziehungsweise

$$v = \hat{\mathbf{y}}_T(m) \cdot \hat{\mathbf{p}}_{lt} \quad (5.11)$$

als Projektion ihres Einheitsvektors auf die Basisvektoren der Grundebene des Antennenkoordinatensystems bestimmt.

Neben dem Präprozessor für das HITCHHIKER-System wurden auch solche für die Sensoren PAMIR, AER-II und Memphis der FGAN/Fraunhofer-FHR sowie für das AMI auf ERS-1/2 beziehungsweise ASAR auf Envisat und C-SAR auf Sentinel-1 der ESA implementiert. Die so vorprozessierten Daten können dann mit den gleichen Prozessorimplementierungen verarbeitet werden. Sollten einzelne interne Modelle zur Fokussierung in den Prozessoren bestimmte Parameter benötigen, werden diese aus der im Signalmodell beschriebenen Geometrie ebenfalls im SAR-Prozessor ermittelt.

### 5.3 Ausbreitung von elektromagnetischen Wellen

Radarwellen breiten sich als elektromagnetische Wellen, gleich dem sichtbaren Licht mit Lichtgeschwindigkeit aus. Nach Empfehlung der 15. Generalkonferenz des Bureau International des Poids et Mesures (BIPM)[BIP75] beträgt ihr Wert im Vakuum, also bei Abwesenheit eines Mediums,  $c = 299\,792\,458$  m/s und wurde mit der Neudefinition des Meters abhängig von der Laufzeit des Lichts, zur 17. Generalkonferenz des BIPM[BIP83] auf diesen Wert festgelegt.

Wird die Wellenausbreitung in Inertialsystemen betrachtet, so ist der Wert der Lichtgeschwindigkeit, nach der speziellen Relativitätstheorie [Ein08] in allen diesen Systemen die gleiche Konstante, unabhängig von der Bewegung des Beobachters zur Quelle. Erfährt das Bezugssystem keine Beschleunigung, breitet sich die elektromagnetische Welle geradlinig aus, womit der Weg der Welle und mit  $c$  dann auch dessen Laufzeit, durch den geometrischen Abstand zwischen Beobachter und Quelle bestimmt werden kann.

Eine Lösung der Maxwell'schen Gleichungen für ein eindimensionales Feld in einem homogenen, isotropen<sup>5</sup>, nichtleitenden Medium kann als ebene Welle in Ausbreitungsrichtung  $\xi$  durch eine harmonische Schwingung mit dem Argument

$$\phi = \omega t - \alpha \xi - \phi_0 \quad (5.12)$$

beschrieben werden [Str41, Kap. 5.2]. Die Periodizität der Schwingung in der Zeit ist dabei durch die Frequenz  $f = \omega/2\pi$  gegeben während sie im Ort durch die Wellenzahl  $\alpha$  beziehungsweise durch die Wellenlänge  $\lambda = 2\pi/\alpha$  bestimmt ist.

Ebenen konstanter Phasenwerte ergeben sich für  $\phi = \text{const.}$  Mit dem totalen Differential von (5.12)

$$d\phi = \omega dt - \alpha d\xi = 0 \quad (5.13)$$

kann die Geschwindigkeit, mit der sich diese Ebenen fortbewegen, zu

$$v_p = \frac{d\xi}{dt} = \frac{\omega}{\alpha} \quad (5.14)$$

bestimmt werden. Diese Geschwindigkeit wird als Phasengeschwindigkeit der Welle bezeichnet. Sie beschreibt jedoch nicht notwendigerweise die Geschwindigkeit, mit der sich die Energie der Welle beziehungsweise ein Signal ausbreitet.

<sup>5</sup>Isotropie bezeichnet die Unabhängigkeit der Materialeigenschaften des Mediums von der Richtung.

Der Zusammenhang zwischen der Frequenz  $\omega$ , der Ausbreitungskonstanten  $k$ , den Materialkonstanten  $\mu = \mu_0\mu_r$ ,  $\varepsilon = \varepsilon_0\varepsilon_r$  und der Leitfähigkeit  $\sigma$  ist dabei durch

$$k^2 = \mu\varepsilon\omega^2 + j\mu\sigma\omega \quad (5.15)$$

gegeben, wobei die allgemein komplexe Ausbreitungskonstante durch  $k = \alpha + j\beta$  ausgedrückt wird. Damit gilt ebenfalls

$$k^2 = \alpha^2 - \beta^2 + j2\alpha\beta \quad (5.16)$$

wobei für  $\sqrt{k^2}$  die Lösung mit positivem Imaginärteil gewählt wird. Im dielektrischen Medium, mit  $\sigma = 0$  und damit  $\beta = 0$  gilt vereinfacht

$$\alpha = \omega\sqrt{\mu\varepsilon} \quad (5.17)$$

und damit für die Phasengeschwindigkeit nach (5.14), mit  $c^{-1} = \sqrt{\varepsilon_0\mu_0}$ ,

$$v_p = \frac{1}{\alpha} = \frac{c}{\sqrt{\mu_r\varepsilon_r}}. \quad (5.18)$$

Bildet man das Verhältnis von Lichtgeschwindigkeit zur Phasengeschwindigkeit so wird dieser Quotient

$$n = \frac{c}{v_p} = c\frac{\alpha}{\omega} = \sqrt{\mu_r\varepsilon_r} \quad (5.19)$$

in der Optik Brechungsindex genannt. Eine Phasengeschwindigkeit charakterisiert eine periodische Welle mit unbegrenzter Ausdehnung. Soll die Ausbreitungsgeschwindigkeit eines modulierten Signals bzw. eines Pulses oder zeitlich begrenzten Pulszuges bestimmt werden, sollte die sogenannte Gruppengeschwindigkeit  $v_G$  betrachtet werden. Nach Betrachtung der inversen Fouriertransformierten eines bandbegrenzten Spektrums  $A(k)$ ,  $k \in \mathbb{R}$  und anschließender Entwicklung der Kreisfrequenz  $\omega(k)$  um die Wellenzahl  $k_0$  kann die Geschwindigkeit, mit der sich das Wellenpaket fortbewegt, nach [Str41, Kap. 5.17] durch Ableitung der Frequenz nach der Wellenzahl  $k$  an  $k_0$ , also

$$v_G = \left. \frac{d\omega}{dk} \right|_{k_0} \quad (5.20)$$

sowie mit  $k = 2\pi/\lambda$  und  $\omega = v_p k$

$$v_G = \frac{d}{dk}(v_p k) = v_p + k \frac{dv_p}{dk} = v_p - \lambda \frac{dv_p}{d\lambda} \quad (5.21)$$

gefunden werden. Im Falle eines nicht-dispersiven Mediums mit, im Bezug auf Wellenlänge beziehungsweise Wellenzahl konstanter Phasengeschwindigkeit, ist die Gruppengeschwindigkeit mit der Phasengeschwindigkeit identisch. In diesem Falle und im Medium mit sogenannter normaler Dispersion<sup>6</sup> beschreibt die Gruppengeschwindigkeit auch die Geschwindigkeit, mit welcher sich die Energie der Welle beziehungsweise damit auch Information ausbreitet.

In der Nähe einer Resonanz verlieren Phasen- und Gruppengeschwindigkeit jedoch diese Bedeutung. Eine Betrachtung dieses

<sup>6</sup>Bei normaler Dispersion steigt der Brechungsindex mit zunehmender Frequenz, dargestellt nach der Wellenlänge ist also die Ableitung  $dn/d\lambda < 0$ .

Problems ist durch die Untersuchung eines Einschaltvorgangs in [SB14] gegeben. Diese Arbeit führt den Begriff der Frontgeschwindigkeit ein, mit der sich die erste Wirkung des Signals fortbewegt. Es wird gezeigt, dass diese der Vakuumlichtgeschwindigkeit  $c$  entspricht. Die Bestimmung der Energiegeschwindigkeit im betrachteten Fall ist jedoch komplex und bedarf zusätzlicher Definitionen, kann also nicht in der Allgemeinheit betrachtet werden.

## Der Sagnac-Effekt

Gemäß Einsteins Postulaten der speziellen Relativitätstheorie gilt die Konstanz der Lichtgeschwindigkeit in Inertialsystemen [Ein08], jedoch nicht notwendigerweise in beschleunigten, wie einem rotierenden, Bezugssystem.

Bezugnehmend auf ein von Michelson vorgeschlagenes Experiment, um mittels Interferenz zweier entgegengesetzt im Kreislaufender kohärenter Strahlen eine Rotation dieser Anordnung absolut nachzuweisen, stellte Max von Laue [Lau11] fest, dass die spezielle Relativitätstheorie – ohne Widerspruch zum genannten Postulat – hier die gleiche Laufzeitdifferenz wie auch die Lorentz'sche Äthertheorie vorhersagt. Durchgeführt wurde ein solches Experiment 1913 durch Georges Sagnac [SB13], um die Theorie des Lichtäthers zu verifizieren. Es zeigte eine gute Übereinstimmung mit der Vorhersage – und damit auch mit der Relativitätstheorie.

Realisiert wird eine dem Sagnac-Experiment ähnliche Anordnung in Laserkreiseln oder – durch Nutzung von Lichtwellenleitern – Faserkreiseln zur Bestimmung der Rotationsrate dieses Instruments und damit insbesondere in der Trägheitsnavigation von Fahrzeugen. Weiter wurde dieses Prinzip in der Geodäsie sogar zur Beobachtung der Erdrotation [Klü+05] angewandt.

Der Sagnac-Effekt durch die Erdrotation auf den Gang von Uhren wurde 1971 durch Hafele und Keating [HK72] bestätigt. Im Jahr 1984 gelang der Nachweis [AWA85] auch mithilfe der Signale des GPS unter weltweit verteilten Beobachtungen.

Eine umfassende Analyse der relativistischen Effekte beim GPS sind in der Arbeit von Neil Ashby [Ash03] gegeben. Neben dem Sagnac-Effekt werden auch die Zeitdilatation von Uhren auf einer Erdumlaufbahn durch ihre Bahngeschwindigkeit und das Gravitationspotential analysiert.

Um den Sagnac-Effekt im Rahmen dieser Arbeit zu behandeln, wird das Problem der Entfernungsmessung nicht im mitrotierenden, erdfesten Koordinatensystem betrachtet, sondern in einem Koordinatensystem, welches zwar keine Translation zum vorgeannten System aufweist, jedoch gegenüber den Fixsternen in der Orientierung ruht. Ein solches System kann in der hier relevanten Betrachtung als Inertialsystem aufgefasst werden, wodurch sich der Signalweg wieder geradlinig beschreiben lässt.

In erster Näherung wird dieses Inertialsystem – unter Vernachlässigung der Polkoordinaten und der Orientierung der Rotationsachse und mit der mittleren Rotationsrate  $\omega$  aus dem WGS84 in Tabel-

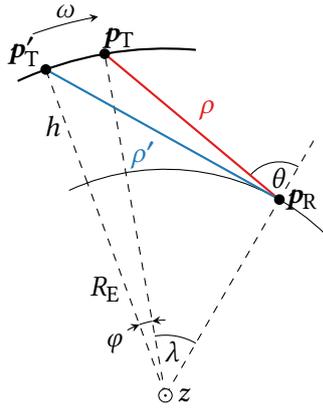


Abbildung 5.5: Signalausbreitung im erdfesten Bezugssystem.

$$\mathbf{p}' = \begin{pmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi & 0 \\ \sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \mathbf{p} \quad (5.22)$$

aus den erdfesten Koordinaten gegeben. Um nun die Vakuum-signallaufzeit zu bestimmen, wird der Empfangszeitpunkt als Epoche gewählt und die Position des Senders im Inertialsystem sowie die Laufzeit dann mit der Länge der Sichtlinie  $\rho' = \|\mathbf{p}'_T - \mathbf{p}_R\|$  über  $\varphi = -\omega c^{-1} \rho'$  iterativ bestimmt.

Um die Magnitude des Sagnac-Effekts zu ermessen, wird der Fall in Abbildung 5.5 betrachtet, in dem sich Sender und Empfänger in der Äquatorebene befinden. Der Abstand zwischen Sender und Empfänger ist hier über den Kosinussatz durch

$$\rho = \sqrt{(R_E + h)^2 + R_E^2 - 2R_E(R_E + h) \cos \lambda} \quad (5.23)$$

bestimmt und die Entfernungsänderung kann abhängig von  $\lambda$  mit

$$\frac{\partial \rho}{\partial \lambda} = -\frac{R_E(R_E + h) \sin \lambda}{\rho} \quad (5.24)$$

und  $\varphi = -\omega c^{-1} \rho' \approx -\omega c^{-1} \rho$  durch

$$\Delta \rho = \varphi \frac{\partial \rho}{\partial \lambda} = R_E(R_E + h) \frac{\omega}{c} \sin \lambda \quad (5.25)$$

beschrieben werden. Durch Anwendung des Sinussatzes kann der Zusammenhang zwischen der Längengraddifferenz und dem Einfallswinkel zu

$$\lambda = \theta - \arcsin \left( \frac{R_E}{R_E + h} \sin \theta \right) \quad (5.26)$$

gefunden werden, womit sich schließlich der Entfernungsfehler durch den Sagnac-Effekt als

$$\Delta \rho = R_E \frac{\omega}{c} \sin \theta \cdot \left( \sqrt{(R_E + h)^2 - R_E^2 \sin^2 \theta} - R_E \cos \theta \right) \quad (5.27)$$

in Abhängigkeit vom Einfallswinkel ausdrücken lässt.

Dieser Fehler ist in Abbildung 5.6 über der Bahnhöhe der Satelliten und dem Einfallswinkel  $\theta$  mit einem Intervall von  $5^\circ$  zum Empfänger aufgetragen. Im low earth orbit (LEO) liegt der Entfernungsfehler im Bereich von 0,1 m – 5 m, im Höhenbereich der Global Navigation Satellite System (GNSS)-Satelliten bei 2 m – 40 m.

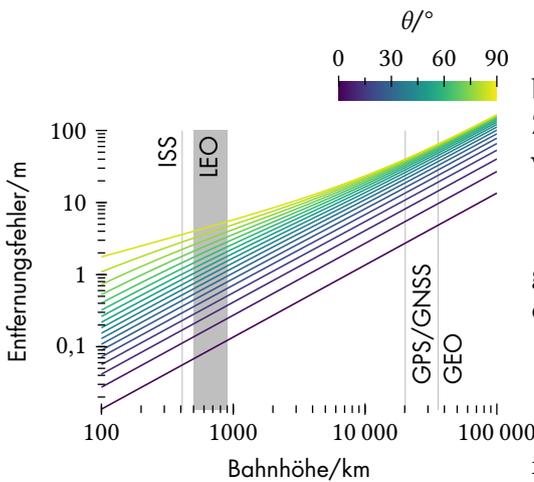


Abbildung 5.6: Entfernungsfehler durch den Sagnac-Effekt.

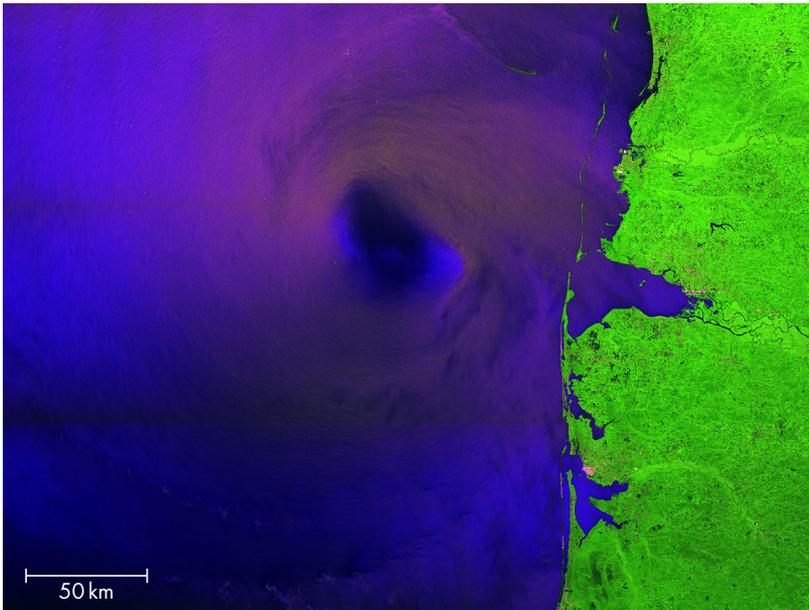


Abbildung 5.7: Aufnahme des Hurrikans Sally durch Sentinel-1 am 15.09.2020. Credits: ESA 2020.

## Einfluss der Troposphäre

Ausgehend von der Erdoberfläche erstreckt sich die Troposphäre, die unterste Schicht der Erdatmosphäre, bis zur Tropopause<sup>7</sup> in einer Höhe von 6 km – 18 km. Da in diesem Bereich das Wettergeschehen zu finden ist, ist eine Vorhersage des Zustandes der Troposphäre ohne lokale Messungen schwierig. Oberhalb der Tropopause liegt die Stratosphäre bis zu einer Höhe von etwa 50 km. In der Troposphäre und der Stratosphäre ist die Zusammensetzung der Luft von der Höhe unabhängig, daher werden diese Schichten der Homosphäre zugeordnet.

Ein Radarsystem im LEO befindet sich außerhalb der Atmosphäre, das Radarsignal durchläuft diese demnach zweimal vollständig. Ein Radar an Bord eines Flugzeugs befindet sich in der Regel innerhalb der Troposphäre, ebenso Systeme, welche am Boden stationiert sind.

<sup>7</sup>Die Tropopause markiert das Ende des Temperaturabfalls mit steigender Höhe innerhalb der Troposphäre.

## Dämpfung durch Atmosphäre und Wetter

Ein Signal wird bei der Ausbreitung in der Atmosphäre zum einen im Medium Luft teilweise absorbiert, zum anderen durch Wettererscheinungen wie Nebel, Wolken und Niederschlag gedämpft. Der Einfluss dieser Phänomene auf das Signal steigt dabei tendenziell mit der Frequenz, wobei die Auswirkungen bereits im C-Band sichtbar werden können, wie die Aufnahme von Sentinel-1 in Abbildung 5.7 zeigt. Sichtbar in dem polarimetrischen Radarbild sind hier die Regenbänder des Hurrikans Sally am 15. September 2020 vor der Küste in Pensacola, Florida (USA), welche das windstille Auge umkreisen.

Die Dämpfung eines Signals, welches sich eine Weglänge  $R$  durch feuchte Luft ausbreitet, wird durch die Beziehung

$$A = \gamma R \quad (5.28)$$

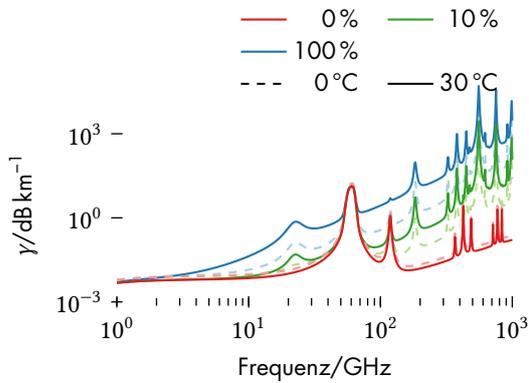


Abbildung 5.8: Spezifische Dämpfung der Atmosphäre.

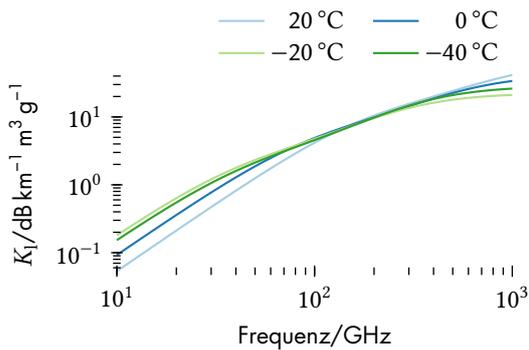


Abbildung 5.9: Spezifischer Dämpfungskoeffizient von Wolken und Nebel.

beschrieben. Die spezifische Dämpfung  $\gamma$  kann nach der Methode in [ITU19b] im Bereich bis 1000 GHz durch Summierung der Beiträge der Absorptionslinien des Sauerstoffes und des Wasserdampfes bestimmt werden. Spektral kontinuierliche Anteile der Dämpfung werden beim Sauerstoff gesondert modelliert, beim Wasserdampf mithilfe einer Pseudo-Spektrallinie.

Die nach diesem Modell ermittelte spezifische Dämpfung ist in Abbildung 5.8 bei Normaldruck für unterschiedliche Temperaturen und Werte der relativen Luftfeuchtigkeit dargestellt. Die erste Resonanzabsorption ist bei einer Linie des Wasserdampfes, bei 22,23 GHz. Für Frequenzen bis zum Ku-Band ist die Dämpfung durch die atmosphärischen Gase gering. Bei einer Richtfunkverbindung über 60 km in Bodennähe beispielsweise, ergibt sich im X-Band bei hoher Luftfeuchtigkeit eine Dämpfung von etwa 1 dB. Die Zenitdämpfung bei Übertragung senkrecht durch die gesamte Atmosphäre, liegt bei gleichen Bedingungen unter 0,1 dB.

Innerhalb von Wolken und bei Nebel liegt – im Gegensatz zum gasförmigen Wasserdampf – Wasser in flüssiger oder fester Form als Eis vor. Zur Beschreibung der spezifischen Dämpfung basiert das Modell nach [ITU19c] auf der Rayleigh-Streuung, die Permittivität des Wassers wird hierbei nach [LHM91] bestimmt. Die spezifische Dämpfung ergibt sich dann mit

$$\gamma_c = K_1(f, T) M \quad (5.29)$$

proportional zur Dichte  $M$ , welche die Masse an flüssigem Wasser im betrachteten Volumen beschreibt. Der durch das Modell gegebene spezifische Dämpfungskoeffizient  $K_1$  ist in Abbildung 5.9 in Abhängigkeit von der Frequenz  $f$ , für verschiedene Temperaturen  $T$  dargestellt. Typische Werte für  $M$  reichen bis zu  $0,5 \text{ g m}^{-3}$  für starken Nebel, in Wolken sind ähnliche Werte zu finden. Im Mikrowellenbereich bis 50 GHz liegt die spezifische Dämpfung demnach unter  $1 \text{ dB km}^{-1}$ .

Um die Dämpfung eines Signals zu bestimmen, welche die gesamte Wolkendecke durchdringt, kann auch die Säulendichte  $L$  für flüssiges Wasser in der Atmosphäre betrachtet werden. Dieser Wert wird kontinuierlich von Erdfernerkundungssatelliten mittels Radiometrie global gemessen [KSR94]. Die Dämpfung für einen Signalpfad mit Einfallswinkel  $\theta$  ist dann durch

$$A = \frac{L K_1(f, T = 0^\circ \text{C})}{\cos \theta} \quad (5.30)$$

gegeben. Die Werte von  $L$  sind dazu auf die für  $K_1$  angenommene Temperatur von  $T = 0^\circ \text{C}$  reduziert. In Abbildung 5.10 ist die Säulendichte flüssigen Wassers in der Atmosphäre global dargestellt. Die Abbildung zeigt die Werte, welche mit einer Häufigkeit von 1 % eines durchschnittlichen Jahres auftreten.

Der Einfluss von Niederschlag ist gegenüber den bisher betrachteten Effekten auch im Mikrowellenbereich stärker ausgeprägt. Zur Vorhersage der Dämpfung durch Regen wird in [ITU05] die spezifische Dämpfung bei einer Niederschlagsintensität  $R/\text{mm h}^{-1}$

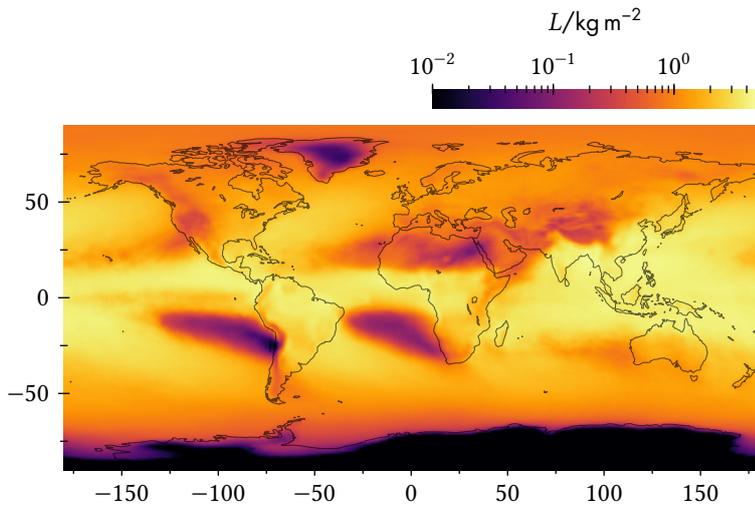


Abbildung 5.10: Gesamtgehalt an flüssigem Wasser in einer Säule der Atmosphäre bei einer Häufigkeit von 1 % eines durchschnittlichen Jahres.

mit

$$\gamma_r = kR^\alpha \tag{5.31}$$

bestimmt. Die beiden Koeffizienten  $k$  und  $\alpha$  hängen dabei von der Polarisation der Welle und ihrer Frequenz ab.

Wie in Abbildung 5.11 ersichtlich, führt starker Regen auch im X-Band zu signifikanten Dämpfungswerten, der Regen ist damit auch im Radarbild sichtbar[DC10]. Neben einer Schattenbildung durch die Dämpfung der Bodenreflexion ist auch die direkte Reflexion durch die Niederschlagszelle zu erkennen. Im X-Band ist die Auswirkung starken Niederschlags bereits signifikant – wie Abbildung 5.12, eine SAR-Aufnahme durch TerraSAR-X demonstriert. Zum Vergleich sind die Messungen[NOA91] eines Niederschlagsradars im S-Band gegeben. Die sogenannte Reflektivität  $Z$  ist eine nach [Sko90, S. 23.2ff.] mit

$$Z \propto \frac{\sigma}{V} \tag{5.32}$$

dem – auf das vom Radarpuls eingenommenen Impulsvolumen  $V$  bezogenen – effektiven Radarquerschnitt proportionale Größe. Sie wird in der Regel logarithmisch in der Einheit dBZ := dB(mm<sup>6</sup>/m<sup>3</sup>) dargestellt. Zwischen der Niederschlagsintensität und der Reflektivität gilt eine (5.31) gleiche, empirische Beziehung[Wei15]

$$Z = aR^b = 256 \cdot R^{1.42}. \tag{5.33}$$

Die hier eingesetzten Konstanten werden dabei einheitlich im Radarverbund des Deutschen Wetterdienstes verwendet, im allgemeinen sind diese jedoch von der Art des Niederschlags abhängig.

### Der Brechungsindex von Luft

Der Brechungsindex  $n$  verschiedener Gase, beziehungsweise der Luft wird für den Mikrowellenbereich seit Anfang des 20. Jahrhunderts systematisch untersucht. Für ein Gemisch aus Luft und Wasserdampf

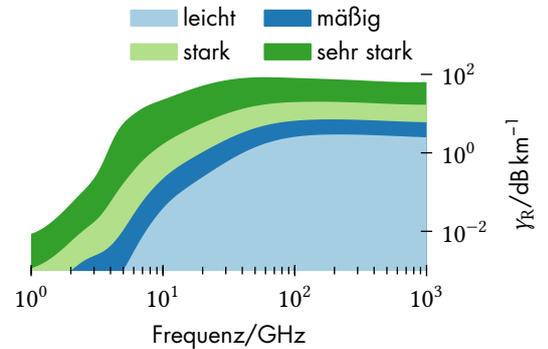


Abbildung 5.11: Spez. Dämpfung durch Regen verschiedener Stärke.

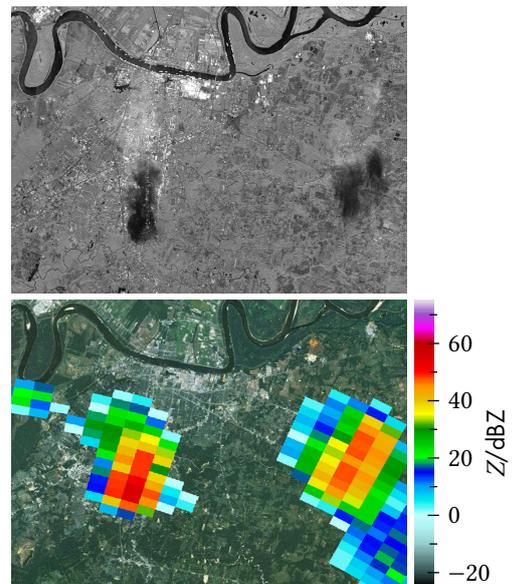


Abbildung 5.12: Regenzellen in einem X-Band SAR-Bild sowie im Wetterradar. ©DLR, NOAA 2008

wie es in der Atmosphäre vorliegt, wird in [Bou63], beziehungsweise [ITU17a] die Beziehung

$$N = (n-1) \cdot 10^6 = 77,6 \frac{\text{K}}{\text{hPa}} \cdot \frac{P}{T} - 5,6 \frac{\text{K}}{\text{hPa}} \cdot \frac{e}{T} + 3,75 \cdot 10^5 \frac{\text{K}^2}{\text{hPa}} \cdot \frac{e}{T^2} \quad (5.34)$$

für das Funk-Brechungsvermögen  $N$  genannt. Der Brechungsindex des Gemischs ist damit von seiner absoluten Temperatur  $T$ , dem Gesamtdruck  $P$  und dem Partialdruck des Wasserdampfes  $e$  abhängig. Bis zu einer Frequenz von etwa 15 GHz, unterhalb der ersten Absorptionslinie des Wasserdampfes bei 22 GHz kann der Brechungsindex als konstant angesehen werden und damit Luft als nicht-dispersives Medium, der Brechungsindex ist damit zur Beschreibung der Signalgeschwindigkeit geeignet.

Um den Partialdruck des Wasserdampfes zu ermitteln, können lokale Messungen der Luftfeuchtigkeit hinzugezogen werden. Der Zusammenhang mit der absoluten Luftfeuchtigkeit  $\rho$  ist durch

$$e = \rho T R_w = 4,6152 \cdot 10^{-3} \frac{\text{hPa m}^3}{\text{K g}} \cdot T \rho \quad (5.35)$$

mit der spezifischen Gaskonstante  $R_w = 461,52 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$  des Wasserdampfes gegeben. Ist nur die relative Feuchte  $U$  bekannt, wird der Partialdruck  $e$  als Teil des Sättigungsdampfdruckes  $E$  ermittelt. Der Sättigungsdampfdruck von Wasser kann nach der Methode aus [Buc81] durch

$$E = f a \exp\left(\frac{(b - t d^{-1}) t}{t + c}\right) \quad (5.36)$$

mit dem sogenannten *enhancement factor*

$$f = 1 + A + P \cdot (B + C t^2) \quad (5.37)$$

und den Koeffizienten

	a	b	c	d
Wasser	6,1121 hPa	18,729	257,87 °C	227,3 °C
Eis	6,1115 hPa	23,036	279,82 °C	333,7 °C

sowie

	A	B	C
Wasser	$7,2 \cdot 10^{-4}$	$3,2 \cdot 10^{-6} \text{ hPa}^{-1}$	$5,9 \cdot 10^{-10} \text{ hPa}^{-1} \text{ °C}^{-2}$
Eis	$2,2 \cdot 10^{-4}$	$3,83 \cdot 10^{-6} \text{ hPa}^{-1}$	$6,4 \cdot 10^{-10} \text{ hPa}^{-1} \text{ °C}^{-2}$

jeweils für den Dampfdruck über flüssigem Wasser in Temperaturbereich für  $t$  von  $-40 \text{ °C} - 50 \text{ °C}$  und über Eis im Temperaturbereich  $-80 \text{ °C} - 0 \text{ °C}$  bestimmt werden.

Die Verzögerung durch die Ausbreitung in Luft, welche zusätzlich zur Weglänge  $R$  bei Ausbreitung im Freiraum erscheint, kann dann durch das Wegintegral

$$\Delta R = \int_S (n-1) ds = 10^{-6} \int_S N ds \quad (5.38)$$

aus dem Verlauf des Brechungsindex  $n$ , beziehungsweise  $N$  bestimmt werden. Wird die Brechzahl im betrachteten Gebiet als konstant angenommen, ist die Verzögerung direkt durch  $\Delta R = NR \cdot 10^{-6}$  gegeben.

Durchläuft eine elektromagnetische Welle die gesamte Atmosphäre, ausgehend von einer Bodenstation zu einer Station im Orbit oder umgekehrt, wird der Signalweg – außer im Zenit – durch Brechung gebogen. Der Grund dafür ist der mit der Höhe veränderliche Brechungsindex in der Atmosphäre. Der Einfallswinkel der Welle entspricht damit nicht dem geometrisch erwarteten Wert, was als astronomische Refraktion bezeichnet wird. Die Winkelabweichung nimmt zum Horizont hin zu – in [ITU17b] wird ein Maximum von  $0,65^\circ$  angegeben. Bei Einfallswinkeln kleiner  $60^\circ$  liegt die Abweichung unter  $0,04^\circ$ .

Die Verzögerung eines schrägen Signalpfades durch die Atmosphäre wird modelliert durch die Beziehung

$$\Delta R = m_h(\epsilon)\Delta R_h + m_w(\epsilon)\Delta R_w \quad (5.39)$$

als Summe einer hydrostatischen (h) und nassen (w) Komponente. Diese beiden Komponenten werden jeweils aus ihrer Zenitverzögerung gebildet, welche mit der zugehörigen *mapping function* gewichtet wird. Im Rahmen dieser Arbeit wird die Gewichtung nach [Nie96] verwendet, welche neben dem Elevationswinkel  $\epsilon$  des Signals an der Bodenstation, von der geographischen Breite und der Höhe der Station sowie von der Tagesnummer des Jahres abhängt.

Die hydrostatische Zenitverzögerung wird ferner nach [Saa72] als Auswertung von (5.38) mit den von  $e$  unabhängigen Termen aus (5.34), als

$$\Delta R_h = 77,6 \cdot 10^{-6} \frac{\text{K}}{\text{hPa}} \cdot \frac{R_d}{g_m} P \quad (5.40)$$

in Abhängigkeit vom atmosphärischen Druck  $P$  an der Bodenstation modelliert. Eine Schätzung der Zenitverzögerung durch die nasse Komponente wird nach [MP09] durch

$$\Delta R_w = 0,375 \frac{\text{K}^2}{\text{hPa}} \cdot \frac{R_d}{T_m g_m} \frac{e}{\lambda + 1} \quad (5.41)$$

vorgenommen. In beiden Gleichungen ist  $R_d = 287,05 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$  die spezifische Gaskonstante trockener Luft. Die mittlere Schwerebeschleunigung am Massezentrum der Atmosphärensäule wird durch

$$g_m = 9,784 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \left( 1 - 2,66 \cdot 10^{-3} \cdot \cos 2\phi_0 - 0,28 \cdot 10^{-3} \frac{1}{\text{km}} \cdot h_0 \right) \quad (5.42)$$

für eine Bodenstation der geographischen Breite  $\phi_0$  und Höhe  $h_0$  beschrieben. Die effektive, mittlere Temperatur der atmosphärischen Säule des Wasserdampfes  $T_m$  kann aus dem Verlauf von Temperatur und Druck des Wasserdampfes<sup>8</sup> ermittelt werden.

Der Gradient des Wasserdampfdrucks wird mit  $\lambda$  bezeichnet. Parameter, für die keine Bodenmessdaten zur Verfügung stehen, werden

8

$$T_m = \frac{\int_{h_0}^{\infty} e(h)/T(h) dh}{\int_{h_0}^{\infty} e(h)/T^2(h) dh}$$

durch ein zeit- und ortsvariantes Modell ergänzt. Die Koeffizienten dieses Modells ergeben sich aus Langzeitbeobachtungen des globalen Klimas.

## Die Ionosphäre

Im Bereich der Erdatmosphäre von 50 km – 2000 km oberhalb der Oberfläche werden die Gase durch energiereiche Strahlung ionisiert [ITU98], hierbei hauptsächlich harte Ultraviolett- und Röntgenstrahlung, ausgehend von der Sonne. In dieser sogenannten Ionosphäre bilden sich durch Ionisierung verschiedener Gase lokale Maxima der Elektronendichte, welche nach steigender Höhe mit D-, E- und F-Schicht bezeichnet werden. Das höchste Dichtemaximum, die F-Schicht, liegt dabei im Bereich von 250 km – 350 km über der Erdoberfläche, am Äquator auch bis zu 500 km womit die Ionosphäre unter üblichen Bedingungen knapp unterhalb der Orbits der meisten Fernerkundungssatelliten im LEO liegt.

An den – durch Ionisation leitfähigen – Schichten der Ionosphäre werden Signale bis zum Kurzwellenbereich bei etwa 30 MHz reflektiert, was auf der Erde zur weltweiten Kommunikation genutzt wird. Höherfrequente Signale können die Ionosphäre durchdringen, erfahren jedoch bis etwa 12 GHz neben einer zusätzlichen Verzögerung weitere Veränderungen durch Dispersion und Refraktion – da der Brechungsindex der Ionosphäre frequenz- und ortsvariant ist – sowie eine Rotation der Polarisationssebene durch den Faraday-Effekt. Fluktuationen im Brechungsindex führen ferner bei Frequenzen bis 3 GHz zu Szintillation, das heißt zu Schwankungen in Amplitude und Phase der Signale. Eine weitere Dämpfung bei Signalen im Mikrowellenbereich ist in der Regel zu vernachlässigen.

Der Einfluss auf ein Signal, welches sich durch die Ionosphäre ausbreitet, wird im Wesentlichen durch die Flächendichte der Elektronen entlang des Signalpfades, den *total electron content* (TEC) bestimmt. Dieser ist als Wegintegral

$$N_T = \int_S n_e ds, \quad (5.43)$$

mit der Elektronenkonzentration  $n_e$  entlang des Pfades  $S$  gegeben. Der TEC wird üblicherweise in der Einheit TEC *units* (TECU) mit  $1 \text{ TECU} \equiv 10^{16} \text{ e/m}^2$  bemessen.

In Abbildung 5.13 ist der TEC global für einen zur Erdoberfläche vertikalen Integrationspfad dargestellt. Der vertikale TEC [IGS20] wurde indirekt aus GPS-Beobachtungen bestimmt und zeigt den Zustand der Ionosphäre am 15. Juli 2000 um 23:00Z. Die ungewöhnlich hohen Werte von bis zu 112 TECU auf der Tagseite der Erde traten infolge eines geomagnetischen Sturmes auf. Dieser wurde durch das *Bastille Day event* ausgelöst, einer Sonneneruption am vorangegangenen 14. Juli. Bei geringer Sonnenaktivität liegen die Maxima des vertikalen TEC im Bereich von 25 TECU – 50 TECU. Neben der Strahlung der Sonne liefern auch die kosmische Hintergrundstrahlung sowie Meteore einen Beitrag zur Ionisation der Atmosphäre.

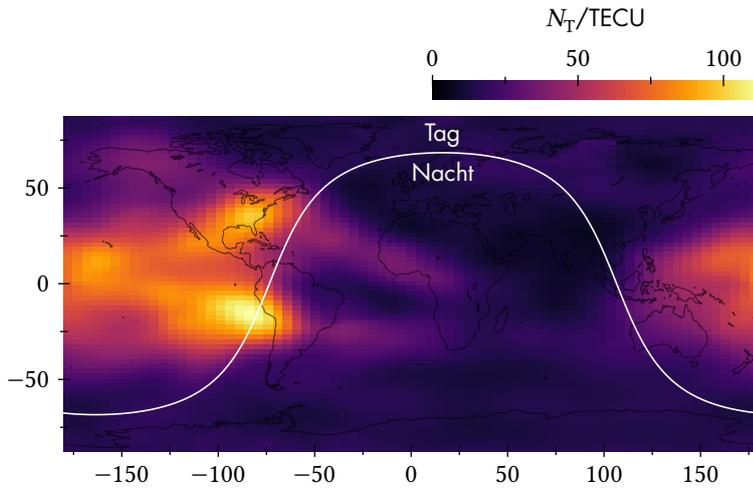


Abbildung 5.13: Vertikaler TEC aus GPS-Beobachtungen vom 15. Juli 2000 um 23:00Z während eines geomagnetischen Sturms.

Um den TEC für einen Signalpfad abzuschätzen, existieren im Bereich der Satellitennavigation verschiedene Modelle. Hier ist beispielsweise das einfache Modell von Klobuchar[Klo87] zu nennen, welches beim GPS genutzt wird oder das Modell des Galileo-GNSS, welches auf dem deutlich komplexeren NeQuick-G-Algorithmus basiert. Beim Klobuchar-Modell wird der vertikale TEC mithilfe von varianten<sup>9</sup> Koeffizienten geschätzt und die Ionosphäre basierend auf einem Kugelschalenmodell als einzelne Schicht mit einer Höhe von 350 km modelliert. Der TEC für einen Signalpfad wird dann durch Projektion des vertikalen TEC am Schnittpunkt des Pfades mit der Modellschicht bestimmt.

Eine Abschätzung der zusätzlichen Gruppenlaufzeit kann – linear zum TEC aus Gleichung (5.43) – durch

$$t_G = 1,345 \frac{\text{ns GHz}^2}{\text{TECU}} \cdot \frac{N_T}{f^2} \tag{5.44}$$

beziehungsweise als Weglänge durch

$$\Delta R = 0,403 \frac{\text{m GHz}^2}{\text{TECU}} \cdot \frac{N_T}{f^2} \tag{5.45}$$

erfolgen, die Phase des Signals ändert sich dabei mit äquivalentem Wert, aber gegensätzlichem Vorzeichen. Die Laufzeit ist proportional zu  $f^{-2}$  und somit die durch Dispersion hervorgerufene Laufzeitdifferenz zwischen Signalanteilen bei maximaler und minimaler Frequenz bei gegebener Bandbreite proportional zu  $f^{-3}$ .

Die Signalverzögerung ist in Abbildung 5.14 in Abhängigkeit von Frequenz und TEC als Entfernung dargestellt. Im X-Band liegt diese Verzögerung für den einfachen Signalweg unterhalb eines Meters.

Der Winkel der Faraday-Rotation kann mit der mittleren Flussdichte des Erdmagnetfelds von  $B = 50 \mu\text{T}$  näherungsweise durch

$$\theta = 0,236 \frac{\text{mrad GHz}^2}{\text{TECU } \mu\text{T}} \cdot \frac{N_T B}{f^2} = 11,8 \frac{\text{mrad GHz}^2}{\text{TECU}} \cdot \frac{N_T}{f^2} \tag{5.46}$$

<sup>9</sup>Die Modellkoeffizienten werden beim GPS mit der Navigationsnachricht übertragen. Sie beschreiben Amplitude und Dauer eines Kosinuspulses zur Modellierung des vertikalen TEC in Abhängigkeit vom Breitengrad.

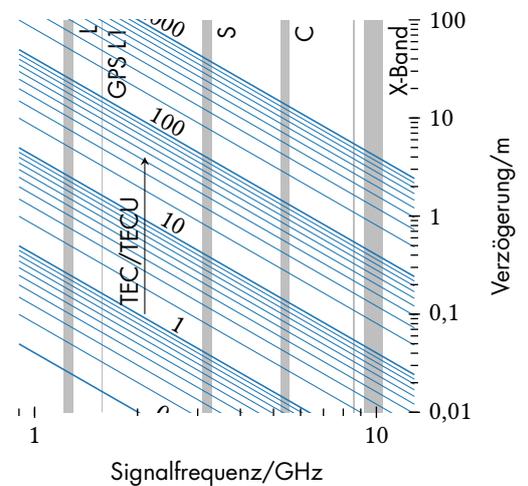


Abbildung 5.14: Signalverzögerung durch die Ionosphäre.

bestimmt werden [ITU19a]. Der Effekt ist im X-Band mit einem Drehwinkel von maximal  $2^\circ$  gering, im L-Band jedoch mit einem Faktor von 64 größer und damit signifikant. Der Einfluss der Ionosphäre auf die SAR-Bildgebung wird speziell in [GST17b] behandelt.

## 5.4 Speckle

Bei einer Bildgebung mittels kohärenter Wellen, führt die Abbildung mehrerer Streuzentren innerhalb einer Auflösungszelle zu Interferenz und damit zu einer Helligkeitsmodulation dieser Auflösungszelle. Der Grund dafür sind Phasendifferenzen der reflektierten Wellen bei der Überlagerung der Streuzentren. Wird eine – auf die genutzte Wellenlänge bezogen – raue Oberfläche abgebildet, ergibt sich somit auch bei einer sonst homogenen Reflexion ein chaotisches Muster – der Speckle. Der Effekt tritt unter den eingangs genannten Bedingungen auf, also bei elektromagnetischen Wellen wie einer optischen Abbildung durch Laserlicht, beim Radar und damit auch beim SAR, aber auch bei der Abbildung durch Ultraschall. Das Interferenzphänomen tritt ferner bei der Funkübertragung auf, wird hier jedoch als Schwund oder Fading bezeichnet.

Sind die Phasenwerte der Reflexionen innerhalb der Auflösungszellen annähernd gleichverteilt, so ist die Varianz der interferenzbedingten Amplitudenänderung direkt proportional zur Amplitude der Einzelreflexionen. Der Speckle kann damit als multiplikatives Rauschen angesehen werden und reduziert die Interpretierbarkeit der Messungen. Bildmerkmale werden durch den Speckle maskiert und die Radarahelligkeit einer einzelnen Auflösungszelle kann nicht mehr eindeutig geschätzt werden. Im Gegensatz zum additiven Rauschen durch das Radarsystem selbst, ist der Speckle eine Eigenschaft der Radarszene und kann nicht durch ein leistungsfähigeres System reduziert werden.

Ändert sich die Geometrie, beispielsweise durch den Sichtwinkel entlang der Apertur, oder wird eine andere Mittenfrequenz und damit Wellenlänge betrachtet, so ändern sich damit auch die Phasenbeziehungen der Streuzentren innerhalb der Auflösungszelle zueinander – und damit auch das resultierende Specklemuster.

Werden aus den Radardaten Subaperturen entlang der synthetischen Apertur oder Subbänder<sup>10</sup> im Entfernungsfrequenzbereich gebildet, so kann der Speckle durch Mitteln über die Intensitäten der Subapertur- beziehungsweise Subbandbilder [LCH83] reduziert werden.

Des Weiteren werden für ein Einzelbild räumliche Filter zur Reduktion des Speckle eingesetzt. Häufig genutzte Verfahren sind hier das Lee-Filter [Lee80; Lee86] und das Frost-Filter [Fro+82], heute werden aber auch komplexere Verfahren wie *non-local means* [Hu+15] genutzt.

Um den Speckle beim SAR zu demonstrieren, zeigt Abbildung 5.15 ein Radarbild von Flevoland in den Niederlanden, aufgenommen am 15.09.2020 durch Sentinel-1B<sup>11</sup> im C-Band bei einer Wellenlänge

<sup>10</sup>Jeder Ausschnitt des 2D-Spektrums des Radarbildes kann genutzt werden, um ein vollständiges Bild mit geringerer Bandbreite und damit Auflösung zu erzeugen.

<sup>11</sup>Durch die Nutzung des TOPSAR-Modus ist die Auflösung in Entfernungsrichtung deutlich besser als entlang der synthetischen Apertur.

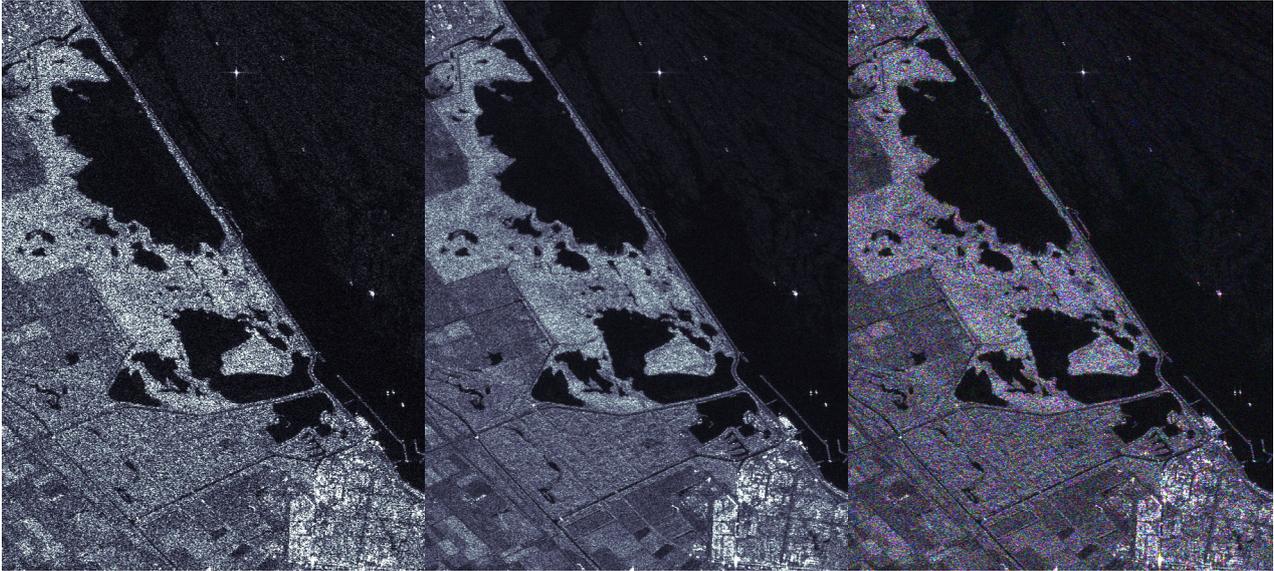


Abbildung 5.15: SAR-Aufnahme von Flevoland (NL) im C-Band durch Sentinel-1. Das linke Bild zeigt das Ergebnis eines einzelnen Subbandes in der Entfernungsfrequenz, das mittlere Bild das Mittel über die Intensitäten aller Subbandbilder. Im rechten Bild sind drei Subbandbilder jeweils durch die Farbkanäle repräsentiert. © Copernicus Sentinel data 2020

von 55,5 mm. Die Einzelbilder wurden durch Bildung von vier Subbändern im Entfernungsfrequenzbereich erzeugt. Im linken *single look* Bild, dem Ergebnis eines einzelnen Subbandes, ist der Speckle-Effekt deutlich zu erkennen. Er wird insbesondere in Bereichen landwirtschaftlicher Nutzung wie Feldern oder Weideflächen, aber auch teilweise auf der Wasseroberfläche sichtbar. Gegenüber dem additiven Rauschen des Systems, welches sich in den dunklen Bereichen ruhiger Wasseroberfläche offenbart, wirkt der Speckle deutlich dominanter. In der Mitte der Abbildung wurde durch Mitteln der Intensitäten der Subbandbilder ein *multi look*-Ergebnis erzeugt. Der Speckle ist im Vergleich zum linken Radarbild bereits deutlich reduziert. Das rechte Bild zeigt drei *single looks* unabhängiger Subbänder in seinen drei Farbkanälen und verdeutlicht so die Unterschiede in den Specklemustern der drei Subbandbilder.

## 5.5 Beschreibung der Antennencharakteristik

Bei einem Radarsensor sind Sende- und Empfangsantenne als Übergang von der leitungsgebundenen elektromagnetischen Welle in eine Freiraumwelle die geometrischen Bezugspunkte für die Laufzeitmessung. Die elektromagnetische Welle breitet sich von der Sendeantenne nahezu kugelförmig aus. Der Mittelpunkt der kugelförmigen Flächen gleicher Phase wird als Phasenzentrum der Antenne (APC) bezeichnet. Ist die Phasenfront der Antenne nicht kugelförmig, so wird üblicherweise mit der Methode der kleinsten Quadrate das Phasenzentrum so gelegt, dass die Phasenabweichung zur Kugelwel-

<sup>12</sup>Der Bereich im Antennendiagramm von seinem Maximum, der Hauptstrahlrichtung, bis zu den benachbarten Nullstellen wird als Hauptkeule bezeichnet.

<sup>13</sup>Das Fernfeld, auch Fraunhofer-Gebiet einer Antenne mit der maximalen Abmessung  $d$  beginnt, von der Antenne weggerichtet, mit dem Fernfeldabstand von  $2d^2\lambda^{-1}$ [KS74].

<sup>14</sup>Der Quotient der Feldstärken ist entfernungsunabhängig, da die Entfernungsabhängigkeit der Feldstärke im Fernfeld Kugelsymmetrie aufweist.

le in der Hauptkeule<sup>12</sup> minimiert wird. Der verbliebene Phasenfehler kann dann in der weiteren Verarbeitung berücksichtigt werden.

Weiter dienen die Antennen dem Radarsystem als räumliches Filter. Die Filterwirkung kann durch die elektrische Feldstärke  $E$  im Fernfeld<sup>13</sup> beschrieben werden. Die sogenannte Richtcharakteristik der Antenne ist dann in Abhängigkeit der Kugelkoordinaten  $\vartheta$  und  $\varphi$  unabhängig von der Entfernung<sup>14</sup>, gegeben durch

$$C(\vartheta, \varphi) = \frac{\|E(\vartheta, \varphi; r)\|}{\max \|E(\vartheta, \varphi; r)\|} \quad (5.47)$$

und stellt die normierte Feldstärke dar. Für Leistungen gilt dann entsprechend

$$\frac{S_r(\vartheta, \varphi; r)}{\max S_r(\vartheta, \varphi; r)} = C^2(\vartheta, \varphi) \quad (5.48)$$

für die normierte Strahlungsdichte. Die Wirkung einer Antenne ist dabei gemäß der Reziprozität nicht abhängig von der Nutzung als Sende- oder Empfangsantenne. Die Empfangscharakteristik einer hier betrachteten Antenne ist also gleich ihrer Sendecharakteristik[Kar18, Kap. 9]. Eine weitere wichtige Kenngröße ist der Antennengewinn  $G$ , gegeben mit

$$G = \frac{4\pi r^2}{P_G} \max S_r(\vartheta, \varphi; r) \quad (5.49)$$

als das Verhältnis von maximaler Strahlungsleistung der Antenne im Abstand  $r$  zur Strahlungsleistung einer isotrop strahlenden Antenne, welche gleich der betrachteten Antenne mit der Generatorleistung  $P_G$  gespeist wird.

Das Produkt aus Gewinn und Generatorleistung wird auch als äquivalente isotrope Strahlungsleistung, *equivalent isotropically radiated power* (EIRP)

$$P_{\text{eirp}} = G P_G \quad (5.50)$$

bezeichnet[Kar18, Kap. 9.3].

Daneben ist der Begriff des Richtfaktors gebräuchlich. Der auch als Direktivität bezeichnete Quotient

$$D = \frac{4\pi r^2}{P_S} \max S_r(\vartheta, \varphi; r) \quad (5.51)$$

entspricht im Prinzip dem Antennengewinn, er ist jedoch nicht auf die Generatorleistung sondern die abgestrahlte Leistung

$$P_S = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi S_r(\vartheta, \varphi) r^2 \sin \vartheta d\vartheta d\varphi \quad (5.52)$$

als Integral der Leistungsdichte über gesamten Raum in Kugelkoordinaten bezogen. Eingesetzt ergibt sich damit der Richtfaktor – nach Löschen der Entfernungsabhängigkeit und Bezug des Integranden auf den Maximalwert zu

$$D = \frac{4\pi}{\int_0^{2\pi} \int_0^\pi C^2(\vartheta, \varphi) \sin \vartheta d\vartheta d\varphi}, \quad (5.53)$$

abhängig vom Integral der quadrierten Richtcharakteristik.

Um die verschiedenen Antennensysteme konsistent zu beschreiben wird folgende Konvention für das Koordinatensystem einer Antenne verwendet: Die  $z$ -Achse ist entlang der nominellen Hauptstrahlrichtung der Antenne ausgerichtet, bei elektronisch geschwenkten Gruppenantennen wird die Ausrichtung des Koordinatensystems im Bezug zur Antennenengeometrie beim Schwenken beibehalten – insofern der Schwenkwinkelbereich der Antenne  $\pm 45^\circ$  nicht überschreitet. Die Ausrichtung entspricht dann der ungeschwenkten Hauptstrahlrichtung. Die  $x$ -Achse ist bei linearer Polarisation der Antenne parallel zum elektrischen Feldvektors in der Hauptkeule. Die  $y$ -Achse ergänzt das Koordinatensystem zum Rechtshandsystem. Der Ursprung des Antennenkoordinatensystems befindet sich im Phasenzentrum der Antenne bei der Mittenfrequenz des genutzten Bandes. Abbildung 5.16 stellt ein solches System dar.

Zur Nutzung im SAR-Prozessor wird das Fernfelddiagramm orthogonal auf die  $x$ - $y$ -Ebene projiziert und als reguläres Gitter gespeichert. Dieses repräsentiert damit den Halbraum vor der Antenne wobei die Auflösung – bei konstanter Gitterweite – mit Abstand zur Hauptstrahlrichtung abnimmt. Aus diesem Gitter mit den Koordinaten  $u$  und  $v$  kann dann im Prozessor für einen Vektor  $\mathbf{p}$  zum betrachteten Punkt der Antennengewinn mit der Beziehung

$$\begin{aligned} u &= \hat{\mathbf{x}} \cdot \mathbf{p} \|\mathbf{p}\|^{-1} \\ &= \hat{\mathbf{x}} \cdot \hat{\mathbf{p}} \\ v &= \hat{\mathbf{y}} \cdot \hat{\mathbf{p}} \end{aligned} \quad (5.54)$$

interpoliert werden. Die Gitterkoordinaten  $u$  und  $v$  sind dabei die Richtungskosinus des Vektors  $\mathbf{p}$  im Antennenkoordinatensystem. Eine Beziehung zu den Kugelkoordinaten kann mit

$$\begin{aligned} \vartheta &= \arcsin \sqrt{u^2 + v^2} \\ \varphi &= \arctan 2(v, u) \end{aligned} \quad (5.55)$$

gefunden werden. Im Gitter gilt dann entsprechend  $u^2 + v^2 \leq 1$ . In der Abbildung 5.17 ist beispielsweise das Antennendiagramm einer Hornantenne des Empfängers in  $u$ - $v$ -Koordinaten dargestellt.

Mit der Transformation aus den Kugelkoordinaten auf der Einheitskugel können über die Jacobi-Determinante

$$\begin{aligned} \det \mathbf{J} &= \begin{vmatrix} \frac{d\vartheta}{du} & \frac{d\vartheta}{dv} \\ \frac{d\varphi}{du} & \frac{d\varphi}{dv} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \frac{u}{\sqrt{u^2+v^2}\sqrt{1-u^2-v^2}} & \frac{v}{\sqrt{u^2+v^2}\sqrt{1-u^2-v^2}} \\ \frac{-v}{u^2+v^2} & \frac{u}{u^2+v^2} \end{vmatrix} \\ &= \frac{1}{\sqrt{u^2+v^2}\sqrt{1-u^2-v^2}} \end{aligned} \quad (5.56)$$

mit dem Transformationssatz für Integrale über

$$d\vartheta d\varphi = |\det \mathbf{J}| du dv \quad (5.57)$$

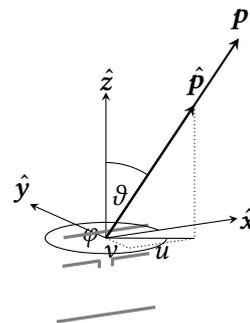


Abbildung 5.16: Lokale Koordinaten der Antenne mit den Einheitsvektoren  $\hat{x}$ ,  $\hat{y}$  und  $\hat{z}$ .

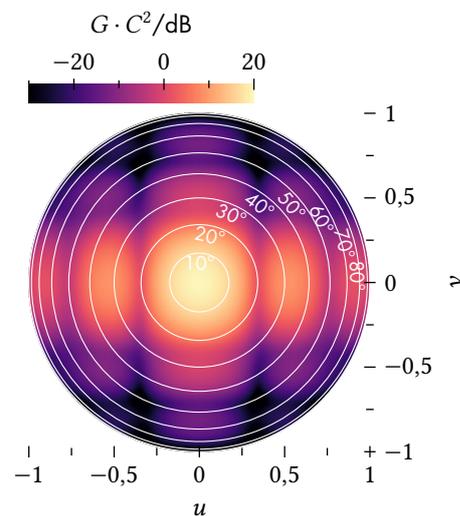


Abbildung 5.17: Antennendiagramm einer Hornantenne.

auch Integrale wie bei der Bestimmung des Richtfaktors

$$D = \frac{4\pi}{\int_0^{2\pi} \int_0^\pi C^2(\vartheta, \varphi) \sin \vartheta d\vartheta d\varphi}, \quad (5.58)$$

mit der Beziehung  $\sin \vartheta = \sqrt{u^2 + v^2}$  im  $z$ -positiven Halbraum als

$$D = \frac{4\pi}{\int_{-1}^1 \int_{-\sqrt{1-v^2}}^{\sqrt{1-v^2}} \frac{C^2(u,v)}{\sqrt{1-u^2-v^2}} du dv} \quad (5.59)$$

in den vorgestellten Koordinaten gelöst werden.

Grundsätzlich ist es einer Antenne nicht möglich, die Gesamtfeldstärke, das heißt die Norm des Feldstärkevektors, zu detektieren sondern nur einen Anteil in gleicher Polarisation. Die von der Antenne empfangene Größe bei linearer Polarisation ist damit durch die Projektion

$$E_{\text{RP}} = \mathbf{E} \cdot \hat{\mathbf{u}}_{\text{RP}} \quad (5.60)$$

auf den Richtungsvektor der Referenzpolarisation  $\hat{\mathbf{u}}_{\text{RP}}$  gegeben. Gemäß der Reziprozität ist damit auch das hauptsächlich abgestrahlte  $E$ -Feld in  $\hat{\mathbf{u}}_{\text{RP}}$  ausgerichtet. Nach [IEEE145] steht die sogenannte Kreuzpolarisation an einem Ort stets orthogonal zur dortigen Referenzpolarisation. Eine ideale linear polarisierte Antenne würde somit kein Signal dieser Polarisation in  $\hat{\mathbf{u}}_{\text{XP}}$  empfangen.

Folgend aus der Orientierung der in diesem Abschnitt beschriebenen Antennenkoordinaten, wäre die Referenzpolarisation in  $\hat{\mathbf{x}}$  und damit die Kreuzpolarisation in  $\hat{\mathbf{y}}$  orientiert. In Kugelkoordinaten sind damit die Feldstärken der Referenz- und Kreuzpolarisation durch

$$\begin{aligned} E_{\text{RP}} &= \mathbf{E} \cdot \hat{\mathbf{x}} = E \cdot (\hat{\boldsymbol{\vartheta}} \cos \vartheta \cos \varphi - \hat{\boldsymbol{\varphi}} \sin \varphi) \\ E_{\text{XP}} &= \mathbf{E} \cdot \hat{\mathbf{y}} = E \cdot (\hat{\boldsymbol{\vartheta}} \cos \vartheta \sin \varphi + \hat{\boldsymbol{\varphi}} \cos \varphi) \end{aligned} \quad (5.61)$$

gegeben. Eine weitere, in [Lud73] als dritte Definition beschriebene Darstellungsform basiert auf der üblichen Geometrie bei der Fernfeldmessung von Antennen. Dazu wird die zu testende Antenne mit  $\hat{\mathbf{z}}$  in horizontaler Ebene an einem Mast montiert und von einer Messsonde durch azimutale Rotation der Antenne vermessen. Um das gesamte Antennendiagramm zu erfassen, werden sowohl Messsonde als auch die Antenne zwischen den azimutalen Messungen in  $\varphi$  gleichermaßen rotiert. In Kugelkoordinaten ist damit die Referenzpolarisation durch

$$E_{\text{RP}} = E \cdot (\hat{\boldsymbol{\vartheta}} \cos \varphi - \hat{\boldsymbol{\varphi}} \sin \varphi) \quad (5.62)$$

und damit die Kreuzpolarisation durch

$$E_{\text{XP}} = E \cdot (\hat{\boldsymbol{\vartheta}} \sin \varphi + \hat{\boldsymbol{\varphi}} \cos \varphi) \quad (5.63)$$

bestimmt. Im Bereich der Hauptstrahlrichtung entlang  $\hat{\mathbf{z}}$ , ergo  $\vartheta \rightarrow 0$  sind beide Definitionen äquivalent.

# Verarbeitung der Daten eines Radars mit synthetischer Apertur

Zur Fokussierung der vom SAR aufgezeichneten Daten wird das reflektierte Signal  $s(r', t)$  entlang verschiedener Linien integriert. Der Integrationsweg ist bestimmt durch die Laufzeit des Signals, welches von einem Streuer an einer Position  $\mathbf{p}$  reflektiert wird, beziehungsweise den zeitlichen Verlauf des Signalweges  $r(t, \mathbf{p})$ . Durch Variation der angenommenen Punktkoordinaten entsteht eine Abbildung der Szene. Dieses Verarbeitungsverfahren wird in der Literatur als Rückprojektion bezeichnet. Soll das Bild  $I$  in Radarkoordinaten<sup>1</sup> bestimmt werden, ist es notwendig, die Position der Streuer in Abhängigkeit von diesen Koordinaten als  $\mathbf{p}(\rho, \tau)$  auszudrücken. Die Abbildung kann durch das Integral

$$I(\rho, \tau) = \int_{-\infty}^{\infty} A(t, \mathbf{p}(\rho, \tau))s(r(t, \mathbf{p}(\rho, \tau)), t) dt \quad (6.1)$$

in allgemeiner Form beschrieben werden und lässt sich direkt durch komplexere Modelle erweitern, beispielsweise solche, welche die Signalausbreitung in der Atmosphäre beschreiben. Die Aperturfunktion<sup>2</sup>  $A(t, \mathbf{p}(\rho, \tau))$ , welche Zeit- und Zielpositionsabhängig ist, beschränkt die Integration auf den Bereich, in welchem Signalbeiträge des entsprechenden Ziels erwartet werden. Die Auswertung des Empfangssignals bei beliebigen Entfernungen  $r$  ist mit den üblicherweise zeitdiskret vorliegenden Daten nicht ohne Interpolation möglich. Als Whittaker-Shannon Interpolation kann diese jedoch mit

$$I(\rho, \tau) = \int_{-\infty}^{\infty} A(t, \mathbf{p}(\rho, \tau)) \int_{-\infty}^{\infty} S(k, t) e^{jkr(t, \mathbf{p}(\rho, \tau))} dk dt \quad (6.2)$$

als Integration des Spektrums  $S$  nach Anpassung des Phasengangs dargestellt werden. Betrachtet man die Fouriertransformierte

$$S_f(\kappa, \omega) = \iint_{-\infty}^{\infty} I(\rho, \tau) e^{-j\omega\tau} e^{-j\kappa\rho} d\tau d\rho = \iiint_{-\infty}^{\infty} A(t, \mathbf{p}(\rho, \tau)) S(k, t) \cdot e^{jkr(t, \mathbf{p}(\rho, \tau))} e^{-j\omega\tau} e^{-j\kappa\rho} dk dt d\tau d\rho \quad (6.3)$$

über beide Dimensionen des Bildes entlang der Bildkoordinaten  $\rho$  und  $\tau$ , so kann nach Änderung der Integrationsreihenfolge, das Spektrum des Empfangssignals nach

$$S_f(\kappa, \omega) = \iint_{-\infty}^{\infty} S(k, t) \iint_{-\infty}^{\infty} A(t, \mathbf{p}(\rho, \tau)) e^{j(kr(t, \mathbf{p}(\rho, \tau)) - \omega\tau - \kappa\rho)} d\tau d\rho dk dt \quad (6.4)$$

<sup>1</sup>Die Radarkoordinaten werden durch den Zeitpunkt  $\tau$ , an dem das Minimum des Abstandsverlaufes  $r$  für ein Ziel am Punkt  $\mathbf{p}$  erreicht wird und den zugehörigen Abstand  $\rho = r(\tau)$  zu diesem Zeitpunkt gebildet. Weitere Informationen und eine Definition finden sich in Kapitel 5.1.

<sup>2</sup>Die Aperturfunktion wird üblicherweise mithilfe der Antennendiagramme von Sender und Empfänger bestimmt. Sie könnte ferner jedoch auch nicht-isotrope Rückstreuungseigenschaften an bestimmten Zielpositionen berücksichtigen.

aus dieser Transformation herausgelöst werden. Es verbleibt somit nach

$$S_I(\kappa, \omega) = \iint_{-\infty}^{\infty} S(k, t) S_K(k, t, \kappa, \omega) dk dt \quad (6.5)$$

die 2D-Fouriertransformierte  $S_K(k, t, \kappa, \omega)$  des Prozessorkerns als unbekannt, welche im Folgenden unter Einschränkung der Allgemeinheit mithilfe der Methode der stationären Phase bestimmt werden soll.

Das fokussierte Bild ergibt sich nach Rücktransformation mit

$$\begin{aligned} I(\rho, \tau) &= \frac{1}{4\pi^2} \iint_{-\infty}^{\infty} S_I(\kappa, \omega) e^{j\omega\tau} e^{j\kappa\rho} dk dt d\kappa d\omega \\ &= \frac{1}{4\pi^2} \iiint_{-\infty}^{\infty} S(k, t) S_K(k, t, \kappa, \omega) e^{j\omega\tau} e^{j\kappa\rho} dk dt d\kappa d\omega \end{aligned} \quad (6.6)$$

entlang beider Dimensionen des Bildspektrums. Diese Gleichung soll als Grundlage zur Ableitung von Prozessoren dienen, welche überwiegend im Spektralbereich arbeiten.

## 6.1 Verarbeitung bei monostatischer Aufnahme

Zur Bestimmung des Prozessorkerns aus Gleichung (6.5) wird der Fall einer linearen Sensorbewegung mit konstanter Geschwindigkeit  $v$  betrachtet. Ferner wird zur Vereinfachung davon ausgegangen, dass sich der Sensor innerhalb der Laufzeit, das heißt zwischen Senden und Empfangen des Signals, nicht bewegt. Diese Näherung wird als Start-Stop-Approximation bezeichnet. Der Prozessorkern

$$S_K(k, t, \kappa, \omega) = \iint_{-\infty}^{\infty} A(t, \mathbf{p}(\rho, \tau)) e^{j(kr(t, \mathbf{p}(\rho, \tau)) - \omega\tau - \kappa\rho)} d\tau d\rho \quad (6.7)$$

im Frequenzbereich  $\kappa$ - $\omega$  wird für diese Einschränkungen mit der Geometrie in Abbildung 6.1 betrachtet.

Der Signalweg kann durch den doppelten Abstand zwischen Sensor und Ziel mit

$$\begin{aligned} r(t, \rho, \tau) &= 2\sqrt{\frac{\rho^2}{4} + v^2(t - \tau)^2} \\ &= \sqrt{\rho^2 + 4v^2(t - \tau)^2} \end{aligned} \quad (6.8)$$

beschrieben werden, die Aperturfunktion wird mit

$$A(t, \rho, \tau) = D\left(-\frac{2v(t - \tau)}{r(t, \rho, \tau)}\right) \quad (6.9)$$

angenommen. Das Argument des Zweiweg-Antennendiagramms  $D$  ist als Richtungskosinus<sup>3</sup> gegeben. Der Prozessorkern ist damit

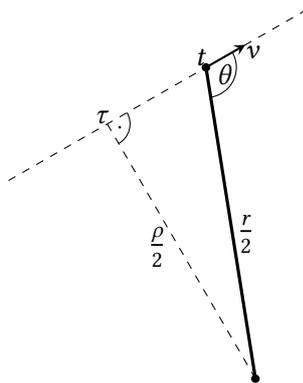


Abbildung 6.1: Der Signalweg bei linearer Sensorbewegung.

<sup>3</sup> $\cos \theta = -2v(t - \tau)r^{-1}(t, \rho, \tau)$

$$S_K(k, t, \kappa, \omega) = \iint_{-\infty}^{\infty} D\left(\frac{-2v(t-\tau)}{\sqrt{\rho^2 + 4v^2(t-\tau)^2}}\right) e^{j(k\sqrt{\rho^2 + 4v^2(t-\tau)^2} - \omega\tau - \kappa\rho)} d\tau d\rho \quad (6.10)$$

wobei zunächst die Transformation von  $\tau$  nach  $\omega$  ausgeführt wird. Die Transformation wird dabei mit der Methode der stationären Phase<sup>4</sup> (Anhang A.1) gelöst. Dazu wird der Punkt der stationären Phase mit

$$4v^2(t - \tilde{\tau})^2 = \frac{\frac{\omega^2}{4v^2}\rho^2}{k^2 - \frac{\omega^2}{4v^2}} \quad (6.11)$$

beziehungsweise

$$\tilde{\tau} = \frac{\frac{\omega}{2v}\rho}{2v\sqrt{k^2 - \frac{\omega^2}{4v^2}}} + t \quad (6.12)$$

durch Extremwertsuche der Phasenfunktion ermittelt. Nach Einsetzen von  $\tilde{\tau}$  ist der Prozesskern durch

$$S_K(k, t, \kappa, \omega) = D\left(\frac{\omega}{2vk}\right) e^{-j\omega t} \int_{-\infty}^{\infty} C(k, \rho, \omega) e^{j\rho\sqrt{k^2 - \frac{\omega^2}{4v^2}}} e^{-j\kappa\rho} d\rho \quad (6.13)$$

mit der Normierung

$$C(k, \rho, \omega) = \frac{|k|}{2v} \frac{\sqrt{\frac{2\pi|\rho|}{\sqrt{k^2 - \frac{\omega^2}{4v^2}}}}}{\sqrt{k^2 - \frac{\omega^2}{4v^2}}} e^{j\frac{\pi}{4}} \quad (6.14)$$

beschrieben. Das Fourierintegral über  $\rho$  aus (6.13), kann gelöst werden zu

$$\begin{aligned} & \frac{|k|}{2v} \frac{\sqrt{\frac{2\pi}{\sqrt{k^2 - \frac{\omega^2}{4v^2}}}}}{\sqrt{k^2 - \frac{\omega^2}{4v^2}}} e^{j\frac{\pi}{4}} \int_{-\infty}^{\infty} \sqrt{|\rho|} e^{j\rho\sqrt{k^2 - \frac{\omega^2}{4v^2}}} e^{-j\kappa\rho} d\rho \\ &= -\frac{\pi e^{j\frac{\pi}{4}}}{2v} \frac{|k|}{\sqrt{\sqrt{k^2 - \frac{\omega^2}{4v^2}} \left| \sqrt{k^2 - \frac{\omega^2}{4v^2}} - \kappa \right|}} \end{aligned} \quad (6.15)$$

und ergibt mit

$$S_K(k, t, \kappa, \omega) = -\frac{\pi e^{j\frac{\pi}{4}}}{2v} D\left(\frac{\omega}{2vk}\right) e^{-j\omega t} \cdot \frac{|k|}{\sqrt{\sqrt{k^2 - \frac{\omega^2}{4v^2}} \left| \sqrt{k^2 - \frac{\omega^2}{4v^2}} - \kappa \right|}} \quad (6.16)$$

<sup>4</sup>Das Integral  $\int_{-\infty}^{\infty} g(x)e^{jf(x)} dx$  kann bei stark variierender Phasenfunktion  $f(x)$  durch den Ausdruck  $g(\tilde{x})e^{j\text{sgn}(f''(\tilde{x}))f(\tilde{x})} e^{j\frac{\pi}{4}} \sqrt{2\pi |f''(\tilde{x})|^{-1}}$  approximiert werden. Der Punkt stationärer Phase  $\tilde{x}$  ist eine Extremstelle von  $f(x)$ , das heißt ihre Ableitung  $f'(\tilde{x})$  ist dort gleich null.

den Prozessorkern für die lineare Sensorbewegung. Wird der Term (6.14) in  $\rho$  als konstant betrachtet, kann dieser aus dem Fourierintegral herausgezogen und der Prozessorkern mit einer Referenzentfernung  $\rho_0$  durch

$$S_K(k, t, \kappa, \omega) \approx 2\pi D\left(\frac{\omega}{2vk}\right) C(k, \rho_0, \omega) \delta\left(\sqrt{k^2 - \frac{\omega^2}{4v^2}} - \kappa\right) e^{-j\omega t} \quad (6.17)$$

genähert werden. Einsetzen in (6.5) ergibt das Spektrum des fokussierten Bildes als

$$S_I(\kappa, \omega) = 2\pi \iint_{-\infty}^{\infty} S(k, t) D\left(\frac{\omega}{2vk}\right) \cdot C(k, \rho_0, \omega) \delta\left(\sqrt{k^2 - \frac{\omega^2}{4v^2}} - \kappa\right) e^{-j\omega t} dk dt \quad (6.18)$$

wobei die Integration über  $t$  eine Fouriertransformation des Spektrums  $S(k, t)$  nach  $S(k, \omega)$  darstellt. Wird unter der Integration über  $k$  die Siebeigenschaft der  $\delta$ -Funktion angewandt, ergibt sich hier mit der Bedingung

$$k = \sqrt{\kappa^2 + \frac{\omega^2}{4v^2}} \quad (6.19)$$

das Spektrum zu

$$S_I(\kappa, \omega) = 2\pi S\left(\sqrt{\kappa^2 + \frac{\omega^2}{4v^2}}, \omega\right) D\left(\frac{\omega}{2v\sqrt{\kappa^2 + \frac{\omega^2}{4v^2}}}\right) C\left(\sqrt{\kappa^2 + \frac{\omega^2}{4v^2}}, \rho_0, \omega\right). \quad (6.20)$$

Das Radarsignal lässt sich demnach fokussieren, indem sein zweidimensionales Spektrum  $S(k, \omega)$  nach Vorschrift (6.19) im Entfernungsfrequenzbereich transformiert wird. Diese Neuabtastung des Spektrums wird nach [Sto78] auch *stolt mapping* genannt. Das fokussierte Bild ergibt sich dann durch inverse Fouriertransformation von  $S_I(\kappa, \omega)$ . In der Literatur wird diese Methode auch als  $\omega$ - $k$ -Prozessor oder *range migration algorithm* bezeichnet.

Ein anderer Ansatz wird im sogenannten *range-doppler*-Prozessor verfolgt. Hier nutzt man die Tatsache dass die hyperbolischen Entfernungsverläufe, die *range migration* der Zielreflexionen nach Fouriertransformation über der Aufnahmezeit, aufgrund der näherungsweise linearen Beziehung zwischen Zeit und Dopplerfrequenz, sich im Frequenzbereich wieder auf einen ähnlichen Verlauf abbilden. Da die Position eines Ziels entlang der Bewegung nun durch eine lineare Phase im Dopplerbereich repräsentiert wird, sind die Entfernungsverläufe aller Ziele nun an der Entfernungsachse fluchtend angeordnet und können gemeinsam durch Interpolation begradigt werden. Nach Korrektur des Phasenverlaufs der Ziele durch ein *matched-filter* ist das fokussierte Bild durch Rücktransformation in

den Aufnahmezeitbereich gegeben[CB79]. Da die Daten während der Verarbeitung im Entfernungsbereich verbleiben, ist es möglich, entfernungsabhängige Parameter bei der Prozessierung einzusetzen. Der *range-doppler*-Prozessor wird heute beispielsweise bei der Sentinel-1-Mission[IPFDPM] zur produktiven Verarbeitung der Missionsdaten eingesetzt.

Neben diesen Verfahren existieren weitere Algorithmen welche in ähnlicher Weise auf das zweidimensionale Spektrum angewandt werden. Zu nennen sind hierbei die SAR-Fokussierung durch inverse skalierte Fouriertransformation oder (SIFT) [LHS98] und der sogenannte *chirp scaling*-Algorithmus[Ran+94], welche beide auf dem gleichen Gedanken basieren, eine Skalierung des Spektrums beziehungsweise des Entfernungssignals durch eine Serie von Multiplikation und Faltung mit Chirpsignalen zu realisieren. Hiermit kann das *stolt mapping* ohne Interpolation durchgeführt werden. Beim *chirp scaling* ist weiter die Idee den linear-frequenzmodulierten Sendepuls in die Verarbeitung mit einzubeziehen und die Entfernungskompression ebenfalls im SAR-Prozessor durchzuführen, wodurch Rechenschritte eingespart werden können. Werden andere Wellenformen beim Radar genutzt ist dieser Vorteil jedoch nicht mehr vorhanden. Der *chirp scaling*-Algorithmus wird zur Verarbeitung der Daten der TerraSAR-X-Mission genutzt[Bre+04].

## Fehler der Start–Stop-Approximation

Zur Herleitung des Signalmodells und der Rekonstruktionsalgorithmen wurde angenommen, dass sich das Radarsystem zwischen Sende- und Empfangszeitpunkt eines Pulses nicht bewegt. Dabei wird zum einen die physikalische Dopplerverschiebung des Signals durch die Relativgeschwindigkeiten von Plattform und Ziel vernachlässigt – welche zu einer Zeitskalierung der Wellenform führt, zum anderen befindet sich das Empfangssystem zum Empfangszeitpunkt nicht mehr an der gleichen Stelle wie zum Zeitpunkt des Sendens. Eine ausführliche Untersuchung des Effekts mithilfe der Lorentz-Transformation ist in [GST17a] zu finden.

Bei der Messung mit einem monostatischen Sensor mit der Geschwindigkeit  $v$  hat dieser sich beim Empfang des Radarechos um die Strecke  $v \cdot \Delta t$  von der Position beim Senden fortbewegt. Die Differenz von Empfangs- und Sendezeitpunkt entspricht dabei demnach der Signallaufzeit  $\Delta t$ . Der gesamte Signalweg

$$r_S(t) = r_{TX}(t) + r_{RX}(t) \quad (6.21)$$

ist dabei die Summe der Abstände zum Ziel beim Senden und Empfangen und kann, bezogen auf das Mittel  $t$  dieser Zeitpunkte, mit

$$= r\left(t - \frac{\Delta t}{2}\right) + r\left(t + \frac{\Delta t}{2}\right) \quad (6.22)$$

dargestellt werden.

Wird der Abstandsverlauf  $r$  der Plattform um diesen zeitlichen Mittelpunkt mit

$$r_A(t; t_0) = r(t_0) + \dot{r}(t_0)(t - t_0) + \frac{\ddot{r}(t_0)}{2}(t - t_0)^2, \quad (6.23)$$

einem Modell zweiter Ordnung entwickelt, kann der gesamte Signalweg zum Zeitpunkt  $t$  durch

$$r_S(t) = r_A\left(t - \frac{\Delta t}{2}; t\right) + r_A\left(t + \frac{\Delta t}{2}; t\right) \quad (6.24)$$

$$= 2r(t) + \ddot{r}(t) \frac{\Delta t^2}{4} \quad (6.25)$$

beschrieben werden. Betrachtet man den Fall einer linearen Bewegung mit konstanter Geschwindigkeit  $v$ , ist der einfache Abstand zu einem Ziel der Position  $(\rho, \tau)$  mit

$$r(t; \rho, \tau) = \sqrt{\frac{\rho^2}{4} + v^2(t - \tau)^2} \quad (6.26)$$

bestimmt. Die zeitlichen Ableitungen des Abstandsverlaufes sind demnach

$$\dot{r}(t; \rho, \tau) = \frac{v^2(t - \tau)}{r(t; \rho, \tau)}$$

sowie die zweite Ableitung nach der Zeit

$$\ddot{r}(t; \rho, \tau) = \frac{v^2 \rho^2}{4r(t; \rho, \tau)^3}. \quad (6.27)$$

Der Gesamtsignalweg ist damit für diesen Fall gegeben durch

$$r_S(t; \rho, \tau) = 2r(t; \rho, \tau) + \frac{\Delta t^2}{4} \frac{v^2 \rho^2}{4r(t; \rho, \tau)^3} \quad (6.28)$$

und kann mit der durch den ersten Term der Gleichung approximierten Signallaufzeit

$$\Delta t = \frac{2r(t; \rho, \tau)}{c_0} \quad (6.29)$$

vereinfacht werden zu

$$r_S(t; \rho, \tau) = 2r(t; \rho, \tau) + \frac{v^2}{c_0^2} \frac{\rho^2}{4r(t; \rho, \tau)}. \quad (6.30)$$

Zur geometrischen Interpretation nach Abbildung 6.2 kann die Gleichung als

$$r_S(t; \rho, \tau) = 2r(t; \rho, \tau) + \frac{v^2 \rho}{c_0^2} \frac{\rho}{2} \cos \alpha \quad (6.31)$$

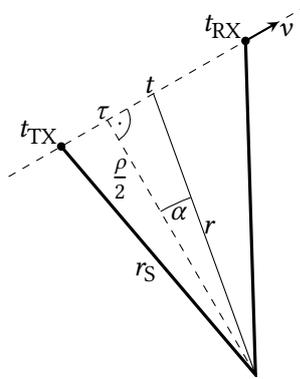


Abbildung 6.2: Geometrie bei Beachtung der Sensorbewegung während der Signallaufzeit.

in Abhängigkeit vom Sichtwinkel  $\alpha$  ausgedrückt werden. Wird der Signalweg durch die doppelte Entfernung  $2r(t; \rho, \tau)$  genähert, tritt der maximale Fehler für  $\alpha = 0$  auf, wenn sich das Ziel im Dopplernull des Sensors befindet.

Im Rahmen dieser Arbeit ist der Entfernungsfehler mit einem Maximum von 0,26 mm bei der SAR-Fokussierung vernachlässigbar. Die Ambiguitätsfunktion der genutzten, zeitlich kurzen Chirp-Wellenform führt bei Dopplerverschiebung lediglich zu einer proportionalen Zeitverschiebung und muss daher nicht direkt bei der Pulskompression berücksichtigt werden.

## 6.2 Verarbeitung von bistatischen Daten im Frequenzbereich

In [Lof+04] wird das Punktzielspektrum für eine bistatische Geometrie hergeleitet, in welcher der bistatische Punkt stationärer Phase bei der Bestimmung des Spektrums mittels Reihenentwicklung<sup>5</sup> durch die Punkte stationärer Phase der Einzelbeiträge von Sender und Empfänger ausgedrückt wird. Dieser Ausdruck wird in der Literatur als *Loffeld's bistatic formula (LBF)* bezeichnet. Bei Betrachtung dieser Darstellung wird direkt deutlich, dass eine reine Verarbeitung im Frequenzbereich aufgrund der Abhängigkeit des Spektrums von Entfernung und Position entlang der Bewegung der Radarkomponenten im allgemeinen Fall nicht möglich ist. In [Wan+08] wird *Loffeld's bistatic formula* speziell für den Fall betrachtet, dass die Entfernungs- und damit Phasenverläufe durch die Bewegung von Sender und Empfänger in stark unterschiedlichem Maße zum Dopplerspektrum beitragen. Dazu wird der Kern der Transformation entlang der Apertur im Verhältnis der Zeit-Bandbreite-Produkte der Einzelbeiträge aufgeteilt. Das Resultat wird hier *extended Loffeld's bistatic formula (ELBF)* genannt.

Neben dieser Darstellung des Spektrums, ermittelt [NWC07] das bistatische Punktzielspektrum durch Reihenentwicklung der allgemein bistatischen Entfernungsfunktion, wobei die Arbeit den Punkt stationärer Phase in Abhängigkeit von der Dopplerfrequenz durch Bestimmung der Umkehrfunktion einer Potenzreihe [AS64, (3.6.25)] erhält.

Trotz der eingangs erwähnten Einschränkung existieren für Spezialfälle Lösungen zur Fokussierung bistatischer Daten im Frequenzbereich. Einer dieser Fälle liegt beispielsweise bei identischen Geschwindigkeitsvektoren der Plattformen vor, das heißt zwischen Sender und Empfänger besteht eine konstante Translation.

In [End04; Wal+06] wird hierzu vorgeschlagen den Punkt stationärer Phase in Abhängigkeit vom Raumfrequenzverhältnis  $C = -k_\xi/k_r$  entlang der Apertur  $\xi$  und einer Ortskoordinate  $q$  senkrecht zur Apertur numerisch zu bestimmen und die Phasenfunktion  $G$  des Punktzielspektrums mittels Linearisierung in  $q$  durch  $G(C, q) = g(C) + h(C)q$  auszudrücken. Damit kann der lineare Anteil wie beim  $\omega$ - $k$ -Prozessor mit der Frequenz  $k_q = h(C)q$  als Kern einer Fouriertransformation betrachtet werden und das Spektrum des Bildes entsteht durch Interpolation des zweidimensionalen Spektrums des Radarsignals.

Bei einer weiteren Arbeit [DMR04] wird, unter Nutzung der *dip*

<sup>5</sup>Die Summe der hyperbolischen Entfernungsverläufe in der bistatischen Phase wird durch Taylor-Entwicklung bis zur quadratischen Ordnung approximiert.

*moveout* (DMO)-Korrektur aus der Seismik, das bistatisch aufgenommene Signal zunächst vorverarbeitet und damit in eine quasi-monostatische Form überführt [Lof04], welche mit geringen Anpassungen konventionell fokussiert werden kann. Basierend auf der LBF, zeigt [Lof+06; NLN06] in ähnlicher Weise eine Möglichkeit diese Konfiguration durch zweidimensionale skalierte inverse Fouriertransformation zu fokussieren.

In [BML06] wird für den Fall, dass die Geschwindigkeitsvektoren beider Plattformen innerhalb eines verarbeiteten Azimutabschnitts hinreichend ähnlich sind, ein Prozessor vorgeschlagen, indem die Übertragungsfunktionen anhand der Geometrie numerisch ausgewertet werden. Dieses Verfahren wird hier als *NuSAR* bezeichnet.

Beim bistatischen SAR mit stationärer Komponente wird die synthetische Apertur ausschließlich durch die bewegte Komponente gebildet und die entstehende Frequenzmodulation durch diese Bewegung entspricht dem halben Wert des monostatischen Falls. Durch die zusätzliche Entfernung vom Ziel zum Empfänger  $\rho_R$  geht jedoch die eindeutige Beziehung zwischen der gemessenen Gesamtentfernung  $\rho = \rho_T + \rho_R$  und dem kürzesten Abstand  $\rho_T$  zwischen Ziel und der bewegten Plattform verloren. Da die Frequenzmodulation jedoch von  $\rho_T$  abhängt, ist eine Fokussierung wie im monostatischen Fall nicht möglich. In [Wan+10] werden die Daten daher zunächst für eine Referenzentfernung  $\rho_{T,r}$  und danach im Entfernung-Doppler-Bereich grob vorfokussiert und daraufhin der zielpositionsabhängige Abstand  $\rho_R$  durch Interpolation kompensiert, sodass Ziele mit gleichem Abstand  $\rho_T$  nun am gleichen Entfernungswert im Datensatz liegen, die Nachfokussierung erfolgt hier schließlich durch ein entfernungsabhängiges *matched filter*. Eine Fokussierung der Daten durch Fouriertransformation entlang der Aufnahmezeit nach Korrektur des Entfernungs- und Phasenverlaufs für die Position der stationären Komponente, vorgeschlagen in [Sam+12], ist nicht möglich. Dieses Verfahren fokussiert alleine den Referenzpunkt.

### 6.3 Ortsbereichsprozessor mit Polynommodell

Zu Beginn dieses Kapitels wurde bereits angesprochen, dass die Verarbeitung mittels Rückprojektion in Radarkoordinaten nicht unbedingt möglich ist. Zur Verarbeitung im Ortsbereich ist es notwendig, die Geometrie in Abhängigkeit von den Bildkoordinaten bestimmen zu können. Allgemein müssen die Bildkoordinaten dazu in das kartesische System überführt werden, in welchem die Positionen der APC von Sende- und Empfangsantenne bekannt sind – was nicht direkt und eindeutig möglich ist.

Um dieses Problem zu umgehen, soll ein Modell gefunden werden, welches direkt die Länge des Signalwegs, oder genauer den zeitlichen Verlauf dieser Entfernung, beziehungsweise der Laufzeit, in Abhängigkeit von den Bildkoordinaten beschreibt. Sind die Trajektorien von Sender und Empfänger durch eine glatte Funktion beschreibbar,

kann die Entfernung

$$r(t; \mathbf{p}) = \|\mathbf{p}_T(t) - \mathbf{p}\| + \|\mathbf{p}_R(t) - \mathbf{p}\| \quad (6.32)$$

gut durch ein Polynom approximiert werden. Dieser Ansatz wird im Artikel [Beh+16b] vorgestellt. Wird die Gesamtentfernung für ein Ziel am Ort  $\mathbf{p}$  mit

$$r(t; \mathbf{p}) \approx \sum_{k=0}^K a_k(\mathbf{p}) t^k \quad (6.33)$$

so durch ein Polynom des Grades  $K$  genähert, sind die Radarkoordinaten dieses Ziels im Doppler-Null Modell nach (5.2) durch

$$\tau(\mathbf{p}) \in \left\{ t \left| \sum_{k=1}^K k \cdot a_k(\mathbf{p}) t^{k-1} = 0 \right. \right\} \quad (6.34)$$

und der Entfernung an diesem Zeitpunkt mit

$$\rho(\mathbf{p}) = \sum_{k=0}^K a_k(\mathbf{p}) \tau(\mathbf{p})^k \quad (6.35)$$

gegeben. Das Modellpolynom soll zur Nutzung im Prozessor in der Zeit um  $\tau$  definiert werden. Dazu wird ein neuer Koeffizientensatz über die Beziehung

$$\sum_{k=0}^K b_k(\mathbf{p}) t^k = \sum_{i=0}^K a_i(\mathbf{p}) (t + \tau(\mathbf{p}))^i \quad (6.36)$$

gesucht. Durch Anwendung des binomischen Lehrsatzes[AS64, (3.1.1)], ergibt die rechte Seite den Ausdruck

$$\sum_{i=0}^K \sum_{k=0}^i \binom{i}{k} a_i(\mathbf{p}) \tau(\mathbf{p})^{i-k} t^k \quad (6.37)$$

welcher durch Tauschen der Summen und Abändern der Grenzen nach Abbildung 6.3 zu

$$\sum_{k=0}^K \sum_{i=k}^K \binom{i}{k} a_i(\mathbf{p}) \tau(\mathbf{p})^{i-k} t^k \quad (6.38)$$

wird. Die neuen Koeffizienten sind damit durch

$$b_k(\mathbf{p}) = \sum_{i=k}^K \binom{i}{k} a_i(\mathbf{p}) \tau(\mathbf{p})^{i-k} \quad (6.39)$$

gegeben. Das Absolutglied dieses Polynoms nach (6.39) mit

$$b_0(\mathbf{p}) = \sum_{i=0}^K a_i(\mathbf{p}) \tau(\mathbf{p})^i = \rho(\mathbf{p}) \quad (6.40)$$

entspricht der Zielentfernung im Dopplernull (6.35), während das lineare Glied

$$b_1(\mathbf{p}) = \sum_{i=1}^K i a_i(\mathbf{p}) \tau(\mathbf{p})^{i-1} = 0 \quad (6.41)$$

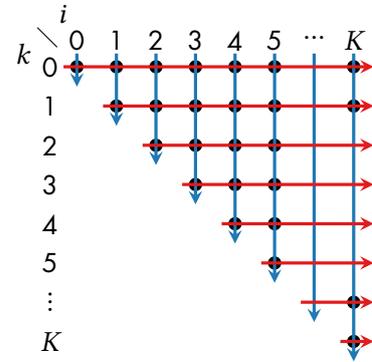


Abbildung 6.3: Summanden der Polynomfunktion. Änderung der Summationsrichtung von vertikal nach horizontal.

eben nach der Bedingung für die Dopplernullkoordinate  $\tau$  in (6.34) verschwindet. Zusammenfassend ist die Gesamtentfernung in diesem Modell dann durch

$$r(t; \mathbf{p}, \tau) \approx \rho + \sum_{k=2}^K b_k(\mathbf{p})(t - \tau)^k \quad (6.42)$$

gegeben. Da  $r$  nun relativ zur Dopplernullposition der Ziele gegeben ist, sollten die Koeffizienten zur Beschreibung der Entfernung in dieser Darstellung über die Zielposition möglichst stabil sein. Um die verbleibende Abhängigkeit des Zielentfernungsverlaufs von der Position  $\mathbf{p}$  zu lösen, müssen die Polynomkoeffizienten durch die Radarkoordinaten bestimmt werden.

Im hier vorgeschlagenen Algorithmus wird dazu die Geometrie in einem vorgelagerten Schritt für ein Feld von Testpunkten ermittelt. Um die Topologie dieser Punkte zu erhalten, sind sie durch ein Dreiecksnetz verknüpft. Durch Auswertung von (6.32) wird für jeden Testpunkt der Entfernungsverlauf und aus diesem die Koeffizienten  $a_k$  durch polynomiale Regression (Kap. A.4) ermittelt. Aus diesen Koeffizienten ergeben sich jetzt direkt die Radarkoordinaten der Testpunkte sowie mit (6.39) direkt die Koeffizienten für das zielzentrierte Polynom zur Nutzung im Fokussierungsalgorithmus. Ferner wird für die Testpunkte der zeitliche Verlauf der Antennencharakteristik für Sende- und Empfangsantenne ausgewertet. Mit einer definierten Leistungsschwelle von in der Regel  $G = -3$  dB gegenüber dem Maximum, werden nun für die Ziele aus dem Zeitraum

$$T(\mathbf{p}) = \{t \mid |C_R(t; \mathbf{p})|^2 |C_T(t; \mathbf{p})|^2 > G\}, \quad (6.43)$$

in dem der Gewinn durch die kombinierte Antennencharakteristik oberhalb der Schwelle liegt, zwei Zeitpunkte

$$t_{\min}(\mathbf{p}) = \min T(\mathbf{p}) \quad \text{und} \quad t_{\max}(\mathbf{p}) = \max T(\mathbf{p}) \quad (6.44)$$

bestimmt. Diese Werte beschränken den Zeitbereich der Radaraufnahme, welcher zur Rekonstruktion des Ziels im Prozessor beiträgt. In der Regel ist es sinnvoll, auch die polynomiale Regression auf diesen Bereich zu beschränken. Für diesen Zeitbereich wird zusätzlich nach

$$E_C(\mathbf{p}) = \int_{t_{\min}}^{t_{\max}} \frac{|C_R(t; \mathbf{p})|^2}{\|\mathbf{p}_R(t) - \mathbf{p}\|^2} \frac{|C_T(t; \mathbf{p})|^2}{\|\mathbf{p}_T(t) - \mathbf{p}\|^2} dt \quad (6.45)$$

ein Maß für die Energie bestimmt, welche, mit dem räumlichen Filter durch die Radarantennen, gedämpft durch die Signalausbreitung, für die Abbildung eines Ziels eingesetzt wird. Dieses Maß kann später in der radiometrischen Kalibrierung der Daten genutzt werden.

Für die Menge der Zielpunkte liegen damit mehrere Felder vor: die Bodenposition  $\mathbf{p}$ , die zugehörigen Radarkoordinaten  $\rho$  und  $\tau$ , die Koeffizienten  $b_2, \dots, b_K$  zur Beschreibung des Entfernungsverlaufs,  $t_{\min}$  und  $t_{\max}$ , die Start- und Endzeit der Apertur und  $E_C$  der Faktor zur Beleuchtungsenergie eines Ziels. Das Ergebnis dieser Analyse

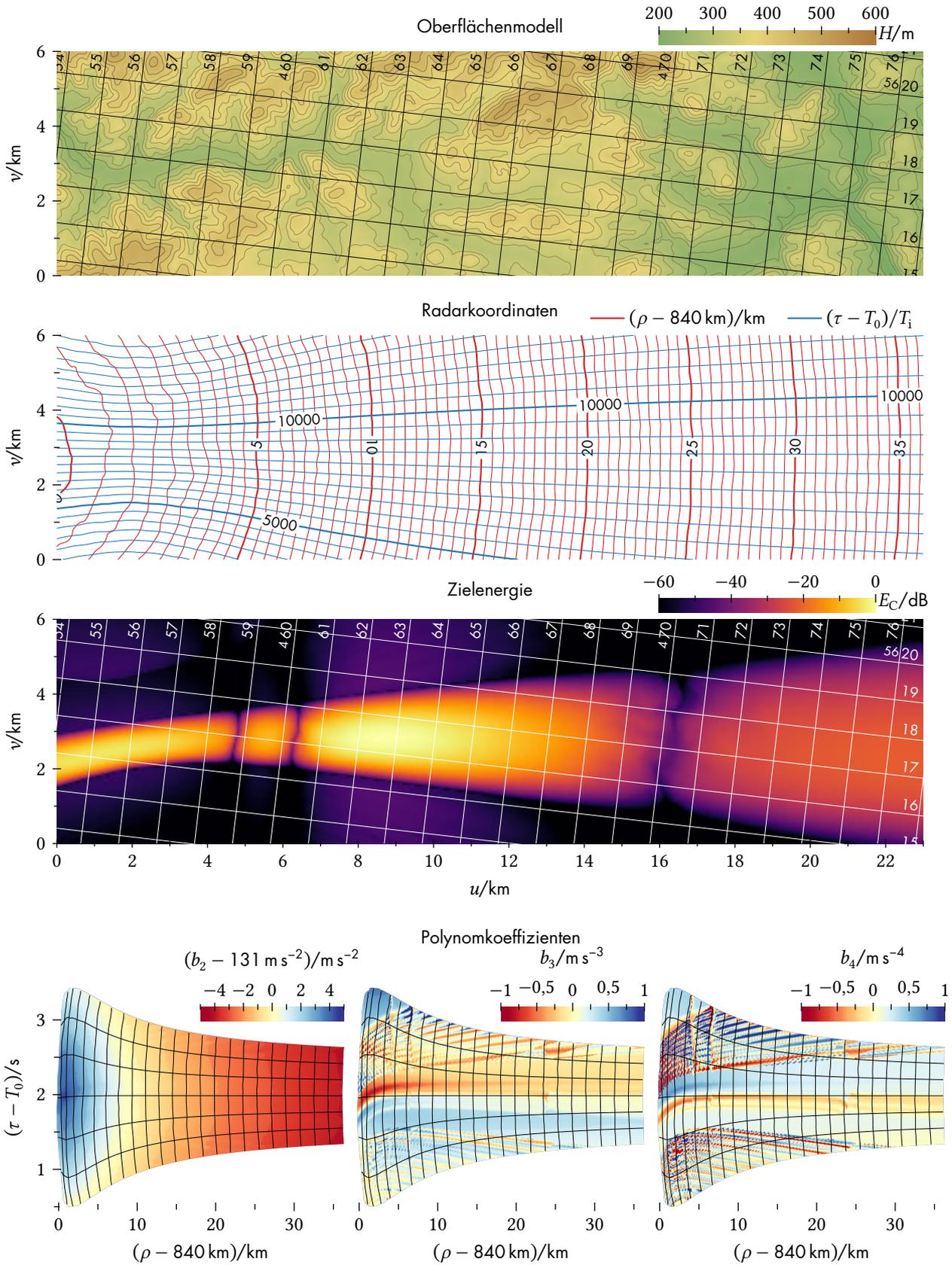


Abbildung 6.4: Ergebnis der Geometrieanalyse einer bistatischen Messung mit TerraSAR-X als Sender und PAMIR als luftgestütztes Empfangssystem im Rahmen der TerraPAMIR-Experimente.

ist in Abbildung 6.4 dargestellt. Die Geometrie wurde hier für das bistatische Experiment TerraPAMIR mit dem Radarinstrument des TerraSAR-X-Satelliten als Sendesystem und dem PAMIR Experimentalsystem auf einem Transportflugzeug C-160 Transall als Empfänger betrachtet. Die Abbildung zeigt neben einem Oberflächenmodell des Zielgebietes, auf welchem die Ziele des Testfeldes aufgebracht sind, die Isolinien der Radarkoordinaten  $\rho$  und  $\tau$  sowie die integrierte Zielenergie, welche durch die Charakteristik der Antennen und die Freiraumdämpfung des Signalwegs bestimmt wird. Das überlagerte Gitter im Abstand von 1 km gibt dabei die Bodenkoordinaten im UTM-System in der Zone 32U an.

Im unteren Bereich der Abbildung sind die ermittelten Koeffizienten der Polynomnäherung dargestellt. Sie sind durch Interpolation in Abhängigkeit von den Radarkoordinaten dargestellt, das Gitter stellt die Oberflächenkoordinaten  $u$  und  $v$  im Kilometerabstand dar. Insbesondere ist zu erkennen, dass die Parameter – also der Entfernungsverlauf der Ziele – von der Koordinate entlang der synthetischen Apertur abhängt, was eine Fokussierung der Signale mit einem Prozessor im Spektralbereich erschwert.

Neben der Analyse der Geometrie kann zeitgleich auch die erwartete Bodenauflösung bestimmt werden. Liegen die Ziele eines zweidimensionalen Testfeldes auf der Oberfläche  $S$  an Koordinaten  $u$  und  $v$ , beispielsweise die Zielindizes des Testfeldes, kann die Jacobi-Matrix der Transformation von den Oberflächenkoordinaten in Boden- als  $J_G$  und Radarkoordinaten als  $J_R$  durch Gradientenbildung der Felder  $\mathbf{p}(u, v)$  mit den Komponenten  $x$ ,  $y$  und  $z$  sowie  $\rho$  und  $\tau$  über

$$J_G = \begin{pmatrix} \frac{\partial x}{\partial u} & \frac{\partial x}{\partial v} \\ \frac{\partial y}{\partial u} & \frac{\partial y}{\partial v} \\ \frac{\partial z}{\partial u} & \frac{\partial z}{\partial v} \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad J_R = \begin{pmatrix} \frac{\partial \rho}{\partial u} & \frac{\partial \rho}{\partial v} \\ \frac{\partial \tau}{\partial u} & \frac{\partial \tau}{\partial v} \end{pmatrix} \quad (6.46)$$

ermittelt werden. Um die Bodenauflösung zu bestimmen, wird die Abhängigkeit der Bodenkoordinaten von den Radarkoordinaten betrachtet, welche an dieser Stelle noch nicht direkt gegeben ist. Zunächst wird unter der Bedingung  $\det J_R \neq 0$  durch Invertieren der Jacobi-Matrix  $J_R$  [WS05, S. 308 ff.] mit

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial u}{\partial \rho} & \frac{\partial u}{\partial \tau} \\ \frac{\partial v}{\partial \rho} & \frac{\partial v}{\partial \tau} \end{pmatrix} = J_R^{-1} = \frac{1}{\frac{\partial \rho}{\partial u} \frac{\partial \tau}{\partial v} - \frac{\partial \rho}{\partial v} \frac{\partial \tau}{\partial u}} \begin{pmatrix} \frac{\partial \tau}{\partial v} & -\frac{\partial \rho}{\partial v} \\ -\frac{\partial \tau}{\partial u} & \frac{\partial \rho}{\partial u} \end{pmatrix} \quad (6.47)$$

die Abhängigkeit der Oberflächenkoordinaten von den Radarkoordi-

naten ermittelt, womit dann nach der Kettenregel mit

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial x}{\partial \rho} & \frac{\partial x}{\partial \tau} \\ \frac{\partial y}{\partial \rho} & \frac{\partial y}{\partial \tau} \\ \frac{\partial z}{\partial \rho} & \frac{\partial z}{\partial \tau} \end{pmatrix} = \mathbf{J}_G \cdot \mathbf{J}_R^{-1} \\ = \frac{1}{\begin{pmatrix} \frac{\partial \rho}{\partial u} \frac{\partial \tau}{\partial v} - \frac{\partial \rho}{\partial v} \frac{\partial \tau}{\partial u} \end{pmatrix}} \begin{pmatrix} \frac{\partial x}{\partial u} \frac{\partial \tau}{\partial v} - \frac{\partial x}{\partial v} \frac{\partial \tau}{\partial u} & \frac{\partial x}{\partial v} \frac{\partial \rho}{\partial u} - \frac{\partial x}{\partial u} \frac{\partial \rho}{\partial v} \\ \frac{\partial y}{\partial u} \frac{\partial \tau}{\partial v} - \frac{\partial y}{\partial v} \frac{\partial \tau}{\partial u} & \frac{\partial y}{\partial v} \frac{\partial \rho}{\partial u} - \frac{\partial y}{\partial u} \frac{\partial \rho}{\partial v} \\ \frac{\partial z}{\partial u} \frac{\partial \tau}{\partial v} - \frac{\partial z}{\partial v} \frac{\partial \tau}{\partial u} & \frac{\partial z}{\partial v} \frac{\partial \rho}{\partial u} - \frac{\partial z}{\partial u} \frac{\partial \rho}{\partial v} \end{pmatrix} \quad (6.48)$$

die gesuchte Abhängigkeit von  $\mathbf{p}$  nach  $\rho$  und  $\tau$  folgt. Von den im Schritt zur Analyse der Geometrie ermittelten Feldern werden zur Bestimmung der Komponenten von  $\mathbf{J}_G$  und  $\mathbf{J}_R$  die Gradienten numerisch ermittelt und direkt in (6.48) eingesetzt. Die Auflösung des Radarsystems  $\delta r$  in der Entfernung ist über

$$B_r = \delta r^{-1} = \frac{1}{2\pi} (k_{\max} - k_{\min}), \quad (6.49)$$

direkt als Kehrwert der Signalbandbreite, der Spannweite der Wellenzahl gegeben. Entlang der Bewegung ist die Auflösung  $\delta t$  mit der zeitlichen Ableitung des Entfernungsverlaufs

$$\dot{r}(t; \mathbf{p}, \tau) \approx \sum_{k=2}^K k b_k(\mathbf{p}) (t - \tau)^{k-1}, \quad (6.50)$$

als Kehrwert der Bandbreite entlang der synthetischen Apertur

$$B_t(\mathbf{p}, \tau) = \delta t^{-1} = \frac{k_0}{2\pi} (\dot{r}(t_{\max}) - \dot{r}(t_{\min})) \\ = \frac{k_0}{2\pi} \sum_{k=2}^K k b_k(\mathbf{p}) \left( (t_{\max} - \tau)^{k-1} - (t_{\min} - \tau)^{k-1} \right) \quad (6.51)$$

mit der mittleren Wellenzahl  $k_0$  als Differenz der Momentanfrequenz bestimmt. Die so gegebene Auflösung in Radarkoordinaten kann mit den Spalten von (6.48) durch

$$\delta \mathbf{p}_\rho = \begin{pmatrix} \frac{\partial x}{\partial \rho} \\ \frac{\partial y}{\partial \rho} \\ \frac{\partial z}{\partial \rho} \end{pmatrix} \delta r \quad \text{und} \quad \delta \mathbf{p}_\tau = \begin{pmatrix} \frac{\partial x}{\partial \tau} \\ \frac{\partial y}{\partial \tau} \\ \frac{\partial z}{\partial \tau} \end{pmatrix} \delta t \quad (6.52)$$

in die entsprechende Bodenauflösung überführt werden. Abbildung 6.5 stellt die Auflösungsvektoren der Bodenkoordinaten für das zuvor betrachtete TerraPAMIR Experiment dar.

Die Transformation dieser in diesem Analyseschritt ermittelten Felder in das Radarkoordinatensystem zur Fokussierung des Bildes erfolgt im SAR-Prozessor durch lineare Interpolation im Dreiecksnetz mithilfe von baryzentrischen<sup>6</sup> Koordinaten.

Die eigentliche Fokussierung der Radardaten erfolgt im Ortsbereich oder Zeitbereich auf einem Bildraster in Radarkoordinaten.

<sup>6</sup>Mit den Ortsvektoren  $\mathbf{v}_1$ ,  $\mathbf{v}_2$  und  $\mathbf{v}_3$  der Eckpunkte eines Dreiecks, sind Lösungen der Gleichung

$$(\alpha + \beta + \gamma) \mathbf{p} = \alpha \mathbf{v}_1 + \beta \mathbf{v}_2 + \gamma \mathbf{v}_3$$

baryzentrische Koordinaten  $(\alpha, \beta, \gamma)$  eines Punktes  $\mathbf{p}$  in der Ebene des Dreiecks. Sind diese durch Massen  $(m_1, m_2, m_3)$  an den Eckpunkten gegeben, ist  $\mathbf{p}$  der Massenmittelpunkt, das namensgebende Baryzentrum. Gilt zusätzlich  $\alpha + \beta + \gamma = 1$ , kann ein an den Eckpunkten abgetastetes Feld durch  $f(\mathbf{p}) = \alpha f(\mathbf{v}_1) + \beta f(\mathbf{v}_2) + \gamma f(\mathbf{v}_3)$  linear interpoliert werden.

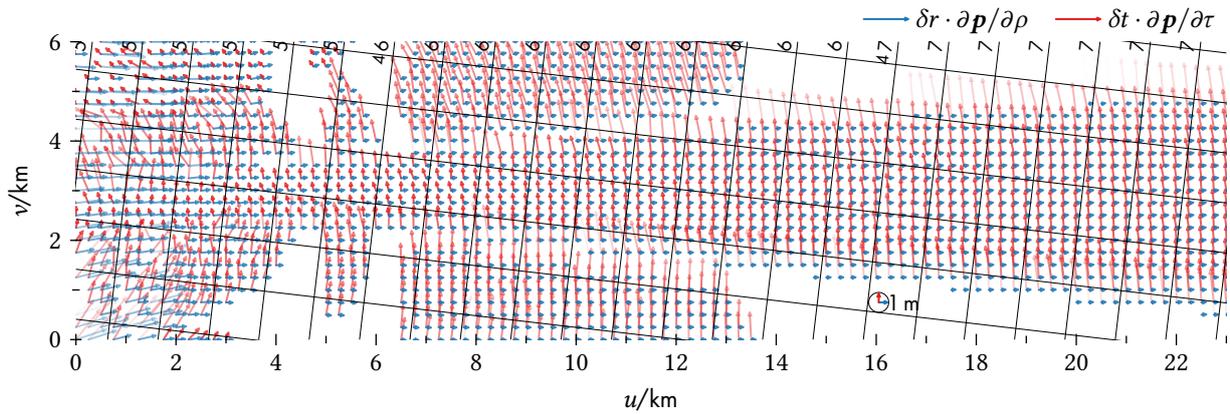


Abbildung 6.5: Bodenauflösung für das bistatische Experiment aus Abbildung 6.4.

Dazu wird dieses Bild  $I$  punktweise mit dem Rückprojektionsprinzip gemäß dem Integral

$$I(\rho', \tau') = \int_{-\infty}^{\infty} A(t; \rho', \tau') e^{jk_0 \Delta r(t; \rho', \tau')} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} s_c(r, t) \delta(r - \rho' - \Delta r(t; \rho', \tau')) dr dt, \quad (6.53)$$

beziehungsweise nach Auswertung des inneren Integrals durch

$$I(\rho', \tau') = \int_{-\infty}^{\infty} A(t; \rho', \tau') e^{jk_0 \Delta r(t; \rho', \tau')} \cdot s_c(\rho' + \Delta r(t; \rho', \tau'), t) dt \quad (6.54)$$

aus dem pulskomprimierten Empfangssignal  $s_c$  erzeugt. Die Entfernungsänderung für ein Ziel bei  $\rho, \tau$  ist dabei als

$$\Delta r(t; \rho, \tau) = \sum_{k=2}^K b_k(\rho, \tau) (t - \tau)^k \quad (6.55)$$

aus (6.42) entnommen. Die Integration des Empfangssignals wird für ein Ziel in der Zeit durch seine Aperturfunktion  $A$  begrenzt. Bei der Umsetzung des Empfangssignals von der Bezugswellenzahl  $k_0$  ins Basisband entsteht ein zeitabhängiger Phasenterm, welcher die Verzögerung der Trägerschwingung repräsentiert. Von diesem Phasenterm wird zur Fokussierung der zeitvariante Phasenanteil  $-k_0 \Delta r$  kompensiert, die zielentfernungsabhängige Phase  $-k_0 \rho$  bleibt dabei erhalten.

Um aus (6.54) den Algorithmus abzuleiten wird zunächst das abgetastete Signal aus dem Modell in Kapitel 5.2 eingebracht. Die Abtastpunkte des Signals  $s(n, m)$  sind hier in der Entfernung bei  $r(n, m) = R_0(m) + nR_i$  sowie in der Zeit bei  $t(m)$  oder mit äquidistanter

Abtastung zu den Sendezeitpunkten  $t(m) = T_0 + Z(m)T_i$ , womit das Zeitintegral in eine Summe übergeht. Neben dem Abtastraster in der Entfernung sind auch die Phasenwerte in diesem Modell auf die Referenzentfernung  $R_0$  bezogen. Der Prozessor für einen Bildpunkt ist dann damit durch

$$I(\rho', \tau') = \sum_{m=0}^{M-1} A(t(m); \rho', \tau') e^{jk_0(\Delta r(t(m); \rho', \tau') - R_0(m))} \cdot s\left(\frac{\rho' + \Delta r(t(m); \rho', \tau') - R_0(m)}{R_i}, m\right) dt \quad (6.56)$$

gegeben, wobei die Auswertung des Radarsignals  $s$  zwischen den Abtastpunkten durch Interpolation erfolgt. Die Aperturfunktion ist dabei mit

$$A(t; \rho, \tau) = \begin{cases} 1 & t_{\min}(\rho, \tau) \leq t \leq t_{\max}(\rho, \tau) \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (6.57)$$

als Rechteckfunktion realisiert. Während das Abtastintervall für das Bildrastraster in der Entfernung dem Intervall des Signals entspricht, kann das Abtastintervall in der Zeit, der Koordinate entlang der Apertur, mit dem Maximum der Bandbreite  $B_t$  bestimmt werden. Der Koordinatenbereich zur Bildrekonstruktion kann dabei aus der Zielenergie  $E_C$  abgeschätzt werden. Die Interpolation erfolgt in der Implementierung durch ein FIR-Filter 15. Ordnung mit einer  $\text{si}$ -Impulsantwort. Da im Prozessorkern keine geometrischen Berechnungen durchgeführt werden und nur die Entfernungsänderung durch das Polynom rekonstruiert werden muss, lässt die somit reduzierte Dynamik der Gleitkommazahlen eine Berechnung ausschließlich in einfacher Genauigkeit zu.

Der hier vorgestellte Algorithmus wird im HITCHHIKER-Projekt regulär zur Fokussierung – insbesondere der Daten bistatischer SAR-Messungen – eingesetzt. Während das gesamte Framework zur Radarsignalverarbeitung dabei in MATLAB implementiert ist, wurde der Kern des Prozessors 6.56 direkt in CUDA realisiert. Dieses Konzept ermöglicht einerseits eine schnelle Entwicklung, gute Testbarkeit und damit geringen Wartungsaufwand – andererseits können die bei der Signalverarbeitung häufig auftretenden SIMD-Probleme<sup>7</sup> durch die Implementierung in CUDA direkt massiv-parallel auf dem Grafikprozessor (GPU) oder einem GPU-Verbund ausgeführt werden. Die Leistung und ebenfalls die Leistungszuwachs bei Architekturwechseln ist bei den hier verwendeten GPU-Systemen der hohen Leistungsklasse im nichtprofessionellen Marktsegment gegenüber Hauptprozessoren der gleichen Marktposition deutlich überlegen. In Abbildung 6.6 ist dazu der Verlauf der Rechenleistung entsprechender Produkte der Hersteller NVIDIA und Intel in logarithmischer Skala gegenüber dem Datum ihrer Markteinführung dargestellt. Um die GPU-Systeme von den professionellen Produkten abzugrenzen ist die Rechenleistung bei doppelter Genauigkeit (DP) bei den nichtprofessionellen Systemen vom Hersteller deutlich reduziert. Da im

<sup>7</sup>SIMD – *single instruction, multiple data* bedeutet, dass eine Operation in gleicher Weise auf mehrere Daten angewandt wird.

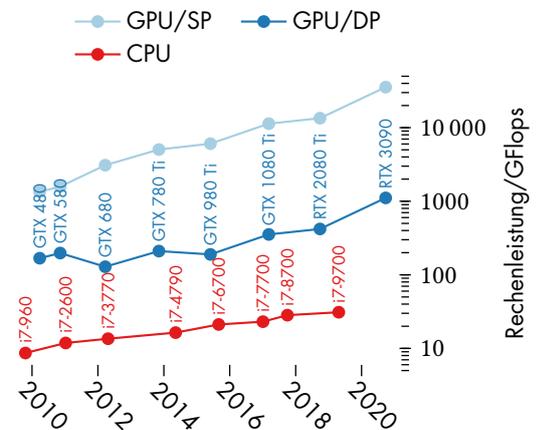


Abbildung 6.6: Entwicklung der GPU-Rechenleistung im Vergleich zum Hauptprozessor.

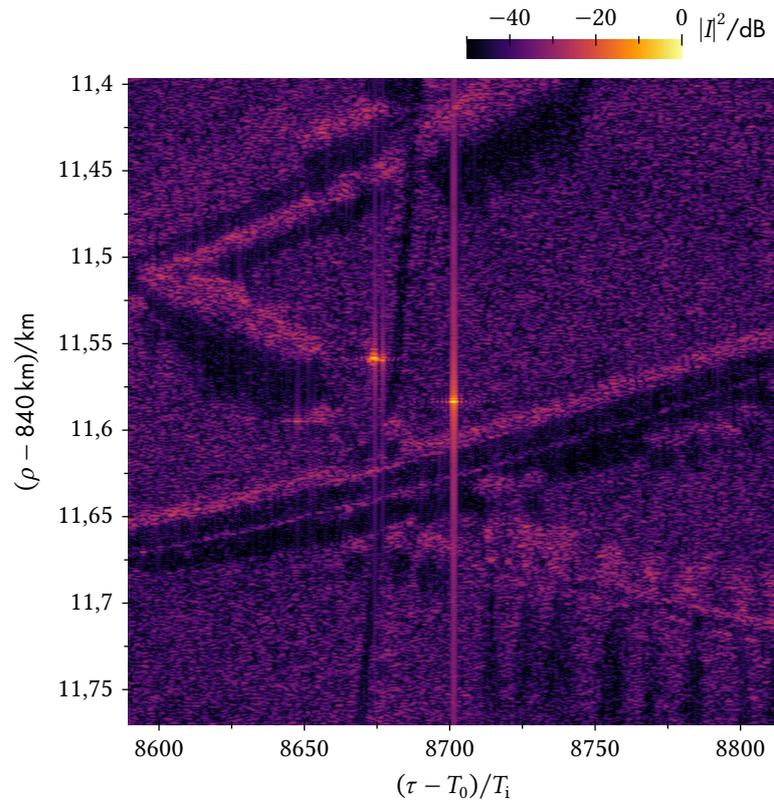


Abbildung 6.7: Fokussiertes Transpondersignal im Ergebnis des TerraPAMIR Experiments.

vorgestellten Prozessor nur Berechnungen in einfacher Genauigkeit (SP) erforderlich sind, können diese Systeme hier jedoch ohne starke Einbußen – bei deutlich geringeren Kosten – eingesetzt werden. In Abbildung 6.7 ist das Ergebnis der Fokussierung mit dem hier entwickelten Prozessor dargestellt. Die Radardaten stammen wieder aus dem bistatischen TerraPAMIR Experiment und bestehen aus  $37000 \times 5287$  Abtastwerten. Die Verarbeitungszeit – ausgehend von Radardaten im Modell nach Kapitel 5.2 und für ein Bildraaster mit  $37000 \times 28464$  Abtastwerten – betrug auf einer NVIDIA GeForce GTX 980 Ti insgesamt 52 min. Dies entspricht einer Verarbeitungsgeschwindigkeit von  $333 \text{ kS s}^{-1}$ . Die Abbildung zeigt einen Ausschnitt des Radarbildes in voller Auflösung. Der Bildbereich enthält das Signal eines aktiven Transponders, sein Spektrum weist keinen nichtlinearen Phasenverlauf mehr auf und wurde demnach innerhalb seiner Signalbandbreite vollständig fokussiert. In Abbildung 6.8 ist, neben der Intensität der gesamten, fokussierten Radarszene, ihr zweidimensionales Spektrum dargestellt. Im Experiment wurde TerraSAR-X im *sliding spotlight*-Modus betrieben, wodurch sich für das Spektrum des gesamten Bildes entlang der Apertur eine Bandbreite ergibt, welche größer als die Pulswiederholrate ist.

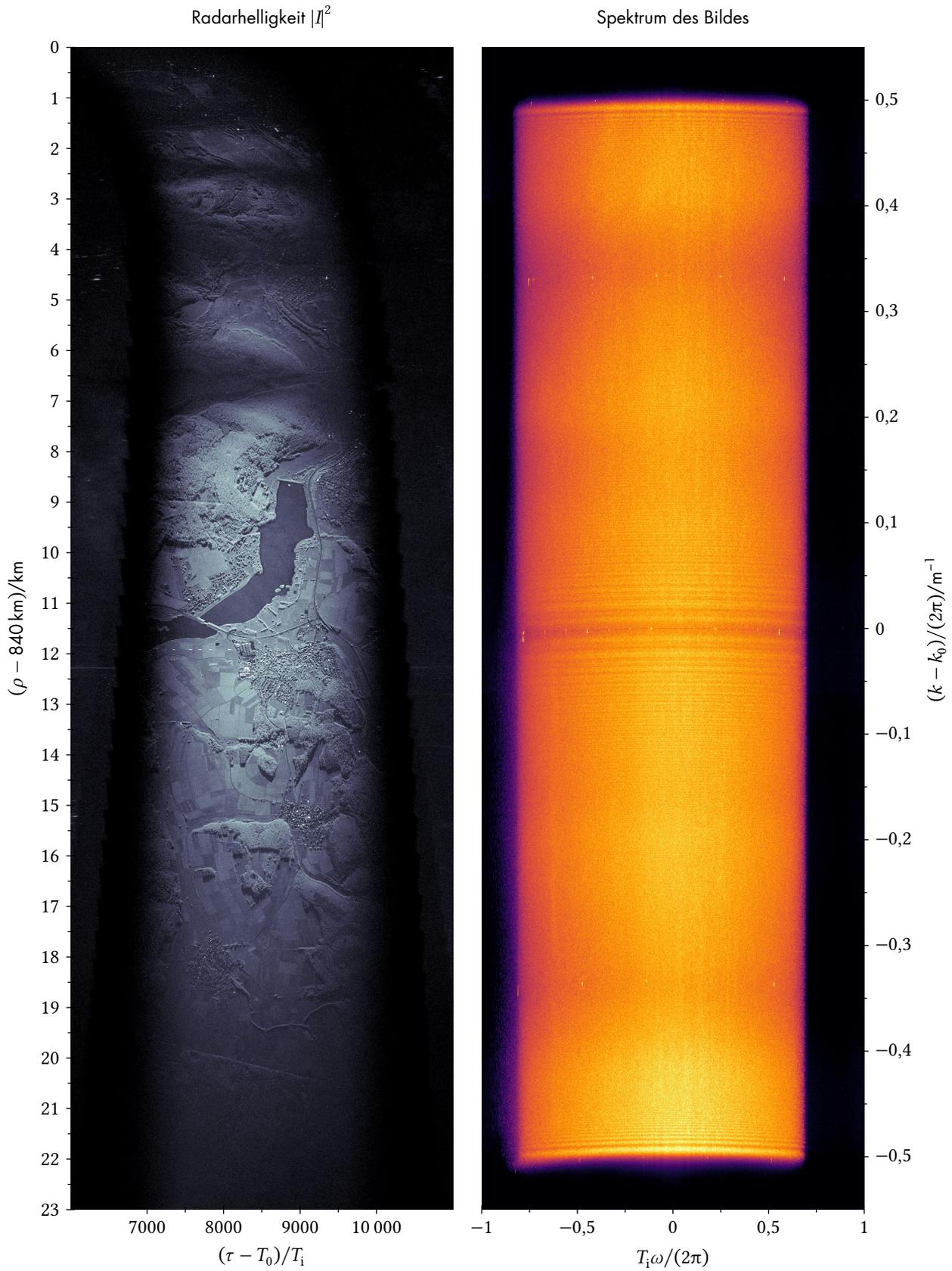


Abbildung 6.8: Fokussiertes Ergebnis des TerraPAMIR Experiments in Radarkoordinaten und das Spektrum des bistatischen SAR-Bildes.



# Verarbeitung bistatischer Daten mit stationärer Komponente

In diesem Kapitel werden Sonderlösungen vorgestellt, welche speziell zur Verarbeitung der Daten aus Experimenten mit einer stationären Komponente entwickelt wurden.

## 7.1 Koordinatensystem des Radarbildes

Neben der numerischen Lösung der Koordinatentransformation, welche in den vorherigen Kapiteln 5.1 und 6.3 beschrieben wird, ist es für den Fall einer stationären und einer linear gleichförmig bewegten Sensorkomponente möglich, eine analytische Lösung für den Übergang zwischen Bodengeometrie und Radargeometrie zu finden. Die Radarziele befinden sich dabei in einer Ebene.

Die geometrischen Zusammenhänge dieses vereinfachten Modells sind in Abbildung 7.1 dargestellt. Die Geometrie wird dabei durch vier Parameter bestimmt, den Einfallswinkel  $\theta$  des Signals am Ort der stationären Komponente, an welchem sich der Ursprung befindet, der Zeitpunkt des kürzesten Abstandes zwischen Sender und Empfänger  $\tau_0$ , der zugehörige Abstand  $\rho_0$  sowie die Höhe  $h$  der stationären Komponente über der Zielebene.

Ist nur eine Komponente des bistatischen Radarsystems bewegt, so ist der Zeitpunkt kürzesten Abstandes zum Ziel  $\tau$  auch nur durch diese Bewegung bestimmt und ist identisch zu einer monostatischen Aufnahme, ausgehend von der bewegten Plattform. Der Zeitpunkt  $\tau$  ist dann erreicht, wenn der Geschwindigkeitsvektor  $\mathbf{v}$  und die Strecke zwischen Ziel und Plattform orthogonal zueinander stehen. Mit den Hilfsgrößen

$$h_0 = \rho_0 \cos \theta \quad \text{und} \quad y_0 = \rho_0 \sin \theta \quad (7.1)$$

sowie der Geschwindigkeit  $v = \|\mathbf{v}\|$  und den Bodenkoordinaten

$$x = v(\tau - \tau_0) \quad \text{und} \quad y \quad (7.2)$$

kann der minimale Signalweg zu einem betrachteten Ziel

$$\begin{aligned} \rho &= \rho_T + \rho_R \\ &= \sqrt{(h_0 + h)^2 + (y_0 + y)^2} + \sqrt{x^2 + y^2 + h^2} \end{aligned} \quad (7.3)$$

in Abhängigkeit von dessen Bodenkoordinaten ermittelt werden. Der Zeitpunkt kürzesten Abstandes ist nach (7.2) durch

$$\tau = \frac{x}{v} + \tau_0 \quad (7.4)$$

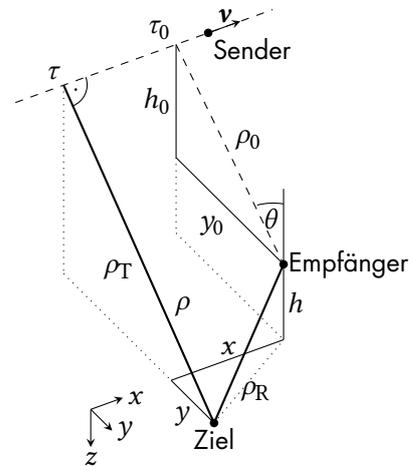


Abbildung 7.1: Radarkoordinaten eines Ziels bei linearer Bewegung.

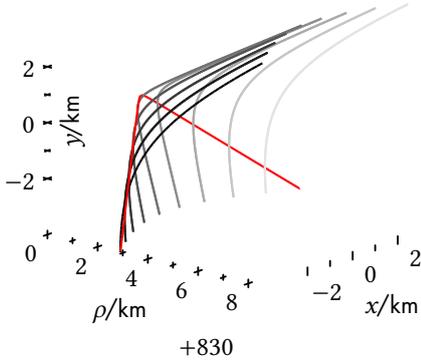


Abbildung 7.2: Die Bodenkoordinaten in Abhängigkeit vom Zielabstand.

gegeben. Im Gegensatz zum linearen Zusammenhang zwischen  $\tau$  und  $x$  ist die Bestimmung der Koordinate  $y$  bei gegebener Entfernung  $\rho$  nicht trivial.

Wie aus Abbildung 7.2 ersichtlich, ergibt sich bei der Transformation der Radarkoordinaten  $(\rho, \tau)$  nach  $(x, y)$  eine Mehrdeutigkeit in  $y$ . Der kritische Punkt von  $\rho$  über  $y$  beschreibt eine Kurve, welche die Koordinatenfläche in zwei eindeutige Bereiche teilt. Er kann durch Lösung von

$$\left. \frac{\partial}{\partial y} \rho(x, y) \right|_{y_C} = \frac{y_C}{\sqrt{x^2 + y_C^2 + h^2}} + \frac{y_C + y_0}{\sqrt{(y_C + y_0)^2 + (h + h_0)^2}} = 0 \quad (7.5)$$

in der  $y$ -Koordinate zu

$$y_C(x) = -y_0 \frac{\sqrt{x^2 + h^2}}{h + h_0 + \sqrt{x^2 + h^2}} \quad (7.6)$$

ermittelt werden. Durch Einsetzen in (7.3) ergibt sich

$$\rho_C(x) = \sqrt{\left(h + h_0 + \sqrt{x^2 + h^2}\right)^2 + y_0^2} \quad (7.7)$$

die zweite Koordinate der Kurve  $(y_C(x), \rho_C(x))$ . Die Kurve ist in Abbildung 7.2 rot gezeichnet.

Die Transformation von  $\rho$  nach  $y$  wird durch Lösung von Gleichung (7.3) nach  $y$  ermittelt. Nach einmaliger Quadrierung der Gleichung kann der quadratische Anteil in  $y$  eliminiert werden, wodurch nach erneuter Quadrierung eine quadratische Gleichung entsteht, welche direkt gelöst werden kann. Die beiden Lösungen sind durch

$$y_{1/2} = \pm \frac{\rho}{2} \sqrt{S^2 - 4 \frac{x^2 + h^2}{\rho^2 - y_0^2}} - \frac{y_0}{2} S \quad (7.8)$$

mit der Substitution

$$S = 1 - \frac{(h_0 + h)^2 - (x^2 + h^2)}{\rho^2 - y_0^2} \quad (7.9)$$

gegeben. Die Lösung mit positivem Vorzeichen  $y_1$  liegt dabei im Bereich  $y > y_C$  und  $y_2$  damit in  $y < y_C$ .

Neben der analytischen Bestimmung der Radarkoordinaten, können diese für den bistatischen Fall mit stationärer Komponente für eine Trajektorie  $\mathbf{p}_T(t)$  des Senders und der Empfängerposition  $\mathbf{p}_R$  sowie für ein Ziel an der Position  $\mathbf{p}$  über den Abstandsverlauf

$$r(t) = \|\mathbf{p}_T(t) - \mathbf{p}\| + \|\mathbf{p}_R - \mathbf{p}\| \quad (7.10)$$

durch die Nullstelle  $\tau$  seiner zeitlichen Ableitung nach (A.26) als Dopplernullzeit mit der Bedingung

$$\dot{r}(t)|_{\tau} = \frac{\mathbf{p}_T(\tau) - \mathbf{p}}{\|\mathbf{p}_T(\tau) - \mathbf{p}\|} \cdot \mathbf{v}_T(\tau) = 0 \quad (7.11)$$

und der Geschwindigkeit des Sendesystems  $\mathbf{v}_T(t) = \dot{\mathbf{p}}_T(t)$  numerisch bestimmt werden. Der Zielabstand  $\rho$  im Dopplernull ist dann durch

$$\rho = r(\tau) = \|\mathbf{p}_T(\tau) - \mathbf{p}\| + \|\mathbf{p}_R - \mathbf{p}\| \quad (7.12)$$

gegeben.

In Abbildung 7.3 sind die bistatische Koordinaten für ein Experiment mit TerraSAR-X und dem stationären Empfänger vom 21. Juni 2010 dargestellt. Der Empfänger war bei diesem Experiment auf dem Dach der Universität Siegen positioniert, der Satellit bewegte sich auf einem aufsteigenden Bahnabschnitt westlich des Empfängers. Der topografischen Karte sind die Isolinien für Entfernungs- (Rot) und Zeitkoordinaten (Blau) der Ziele  $\mathbf{p}(u, v)$  überlagert, welche mithilfe eines digitalen Höhenmodells  $h(u, v)$  am Boden positioniert wurden. Die Zeitkoordinate ist dabei mithilfe des räumlichen Mittelwertes  $\bar{v}$  der Geschwindigkeit

$$v = \sqrt{\left(\frac{\partial \tau}{\partial u}\right)^2 + \left(\frac{\partial \tau}{\partial v}\right)^2}^{-1} \quad (7.13)$$

entlang der Zieloberfläche zu einer Längengröße skaliert.

## 7.2 Bodenauflösung

Für die Fähigkeit des Radarsystems Ziele am Boden aufzulösen ist entscheidend, wie sich das Auflösungsvermögen des Radarsystems in Entfernung  $\delta\rho$  und entlang der synthetischen Apertur  $\delta t$  auf die Bodenkoordinaten abbildet. Um dieses Problem zu untersuchen, wird zunächst der Zusammenhang zwischen den Radarkoordinaten und den Koordinaten in der Bodenebene  $(x, y)$  durch die Jacobi-Matrix

$$\mathbf{J} = \begin{pmatrix} \frac{\partial \rho}{\partial x} & \frac{\partial \rho}{\partial y} \\ \frac{\partial \tau}{\partial x} & \frac{\partial \tau}{\partial y} \end{pmatrix} \quad (7.14)$$

betrachtet. Mit der Abhängigkeit (7.3) und (7.4) der Radarkoordinaten von den Bodenkoordinaten im Modell mit linearer Bewegung, können direkt Elemente der Jacobi-Matrix durch partielle Ableitung bestimmt werden. Die minimale Entfernung ist dabei mit

$$\frac{\partial \rho}{\partial x} = \frac{x}{\rho_R} \quad (7.15)$$

von  $x$  und mit

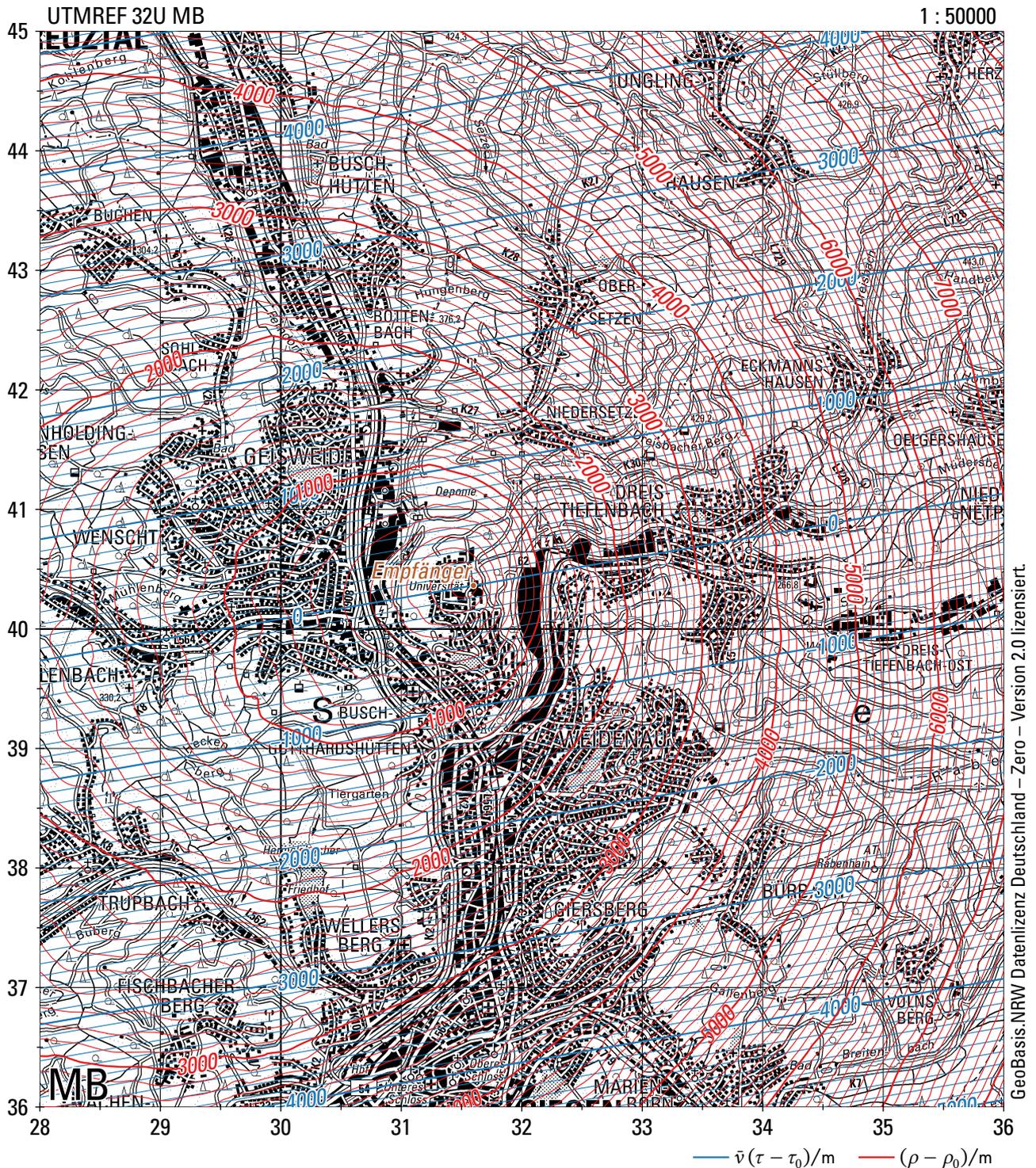
$$\frac{\partial \rho}{\partial y} = \frac{y}{\rho_R} + \frac{y + y_0}{\rho_T} \quad (7.16)$$

von der Koordinate  $y$  abhängig. Die Koordinate  $\tau$ , entlang der Trajektorie, ist mit

$$\frac{\partial \tau}{\partial x} = v^{-1} \quad (7.17)$$

über die Reziproke der Geschwindigkeit mit  $x$  verknüpft und mit

$$\frac{\partial \tau}{\partial y} = 0 \quad (7.18)$$



GeoBasis.NRW Datenlizenz Deutschland – Zero – Version 2.0 lizenziert.

Abbildung 7.3: Bistatische Koordinaten für ein Experiment mit TerraSAR-X und dem stationären Empfänger am Standort Universität Siegen vom 21. Juni 2010. Der topografischen Karte sind die Isolinien für Entfernungs- und Zeitkoordinate überlagert. Die Zeitkoordinate ist mithilfe einer Geschwindigkeit zu einer Längengröße skaliert.

von  $y$  unabhängig. Die Jacobi-Matrix ist damit durch

$$J = \begin{pmatrix} \frac{x}{\rho_R} & \frac{y}{\rho_R} + \frac{y+y_0}{\rho_T} \\ v^{-1} & 0 \end{pmatrix} \quad (7.19)$$

gegeben. Unter der Bedingung, dass die Determinante<sup>1</sup>

$$\det J = -\frac{1}{v} \left( \frac{y}{\rho_R} + \frac{y+y_0}{\rho_T} \right) \neq 0 \quad (7.20)$$

von  $J$  nicht verschwindet, kann die Jacobi-Matrix der inversen Koordinatentransformation durch

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial x}{\partial \rho} & \frac{\partial x}{\partial \tau} \\ \frac{\partial y}{\partial \rho} & \frac{\partial y}{\partial \tau} \end{pmatrix} = J^{-1} = \frac{1}{\det J} \begin{pmatrix} 0 & -\frac{y}{\rho_R} + \frac{y+y_0}{\rho_T} \\ -\frac{1}{v} & \frac{x}{\rho_R} \end{pmatrix} \quad (7.21)$$

$$= \begin{pmatrix} 0 & v \\ \frac{1}{\frac{y}{\rho_R} + \frac{y+y_0}{\rho_T}} & -v \frac{\frac{x}{\rho_R}}{\frac{y}{\rho_R} + \frac{y+y_0}{\rho_T}} \end{pmatrix}, \quad (7.22)$$

die Inverse von  $J$  bestimmt werden. Mit den geometrischen Beziehungen aus Abbildung 7.4 und den daraus entnommenen Zusammenhängen

$$\sin \theta_T = \frac{y+y_0}{\rho_T} \quad \text{und} \quad \sin \theta_R = \frac{\sqrt{x^2+y^2}}{\rho_R} \quad (7.23)$$

für die Einfallswinkel zu Sende- und Empfangssystem, sowie für den Azimutwinkel des Ziels

$$\sin \varphi = \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}} \quad \text{beziehungsweise} \quad \cos \varphi = \frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}} \quad (7.24)$$

aus Sicht des Empfängers, kann die Jacobi-Matrix zur Abhängigkeit der Bodenkoordinaten von den Radarkoordinaten schließlich durch

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial x}{\partial \rho} & \frac{\partial x}{\partial \tau} \\ \frac{\partial y}{\partial \rho} & \frac{\partial y}{\partial \tau} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & v \\ \frac{1}{\cos \varphi \sin \theta_R + \sin \theta_T} & -v \frac{\sin \varphi \sin \theta_R}{\cos \varphi \sin \theta_R + \sin \theta_T} \end{pmatrix} \quad (7.25)$$

ausgedrückt werden. Die Bodenauflösung ist dann durch die Auflösungsvektoren

$$\delta \mathbf{p}_\rho = \delta r \frac{\partial \mathbf{p}}{\partial \rho} = \delta r \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ \frac{1}{\cos \varphi \sin \theta_R + \sin \theta_T} \end{pmatrix} \quad (7.26)$$

für die Entfernungsauflösung sowie

$$\delta \mathbf{p}_\tau = \delta t \frac{\partial \mathbf{p}}{\partial \tau} = \delta t v \begin{pmatrix} 1 \\ -\frac{\sin \varphi \sin \theta_R}{\cos \varphi \sin \theta_R + \sin \theta_T} \end{pmatrix} \quad (7.27)$$

als Auflösung entlang der Trajektorie gegeben. Ihre Elemente erreichen ihr Minimum, also die bestmögliche Bodenauflösung bei einem Azimutwinkel von  $\varphi = 0$  und Einfallswinkeln von  $\theta_R$  und  $\theta_T$  von

<sup>1</sup>Siehe auch (7.5) und die entsprechende Lösung (7.6).

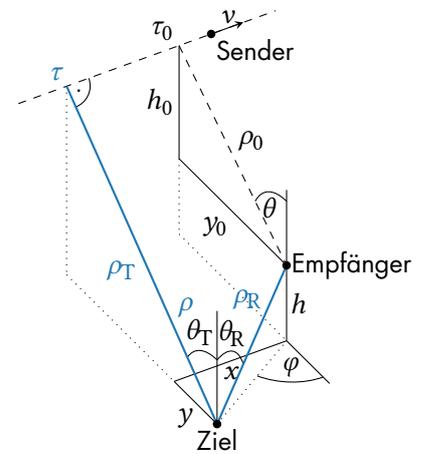


Abbildung 7.4: Geometrie zur Bestimmung der Bodenauflösung.

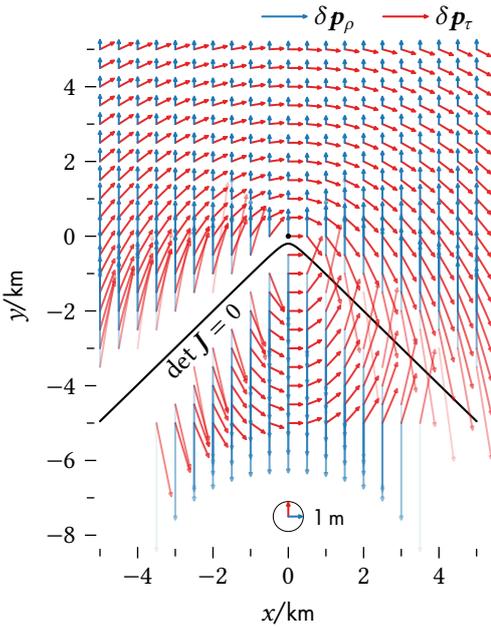


Abbildung 7.5: Bodenauflösung beim bistatischen SAR mit einer stationären und einer linear bewegten Komponente.

je 90°. Die Auflösungsvektoren stehen dann senkrecht aufeinander und betragen  $\delta p_\rho = (0 \quad \delta r/2)^T$  sowie  $\delta p_\tau = (v \cdot \delta t \quad 0)^T$ .

Für eine Beispielfigur mit einer Sendertrajektorie der Geschwindigkeit  $v$  bei  $h_0 = y_0 = 500$  km sind die Auflösungsvektoren in Abbildung 7.5 dargestellt. Der Empfänger befindet sich hier bei  $h = 200$  m oberhalb der Zielebene bei  $(0, 0)$  und die Auflösung des Radarsystems wurde zu  $\delta r = 1$  m und  $\delta t = v^{-1}$  angenommen. In der Abbildung wird deutlich, dass die feinste Bodenauflösung im positiven Bereich auf der  $y$ -Achse erreicht wird. In der Umgebung der verschwindenden Jacobi-Determinante ist keine Zielauflösung möglich, die Länge der Auflösungsvektoren strebt an dieser Singularität gegen unendlich – hier in der Abbildung sind nur die Vektoren bis zu einer Länge von 10 m dargestellt. Im Gebiet unterhalb der Singularität sind die Auflösungsvektoren für  $\rho$  gegenüber dem komplementären Gebiet entgegengesetzt – mit zunehmender Bodenentfernung vom Empfänger steigt auch hier die Gesamtentfernung an.

### 7.3 Frequenzbereichsprozessor mit Parameter

Der Entfernungsverlauf  $r_Z$  eines Ziels kann nach Abbildung 7.6 bei linearer Trajektorie des Senders und stationärem Empfänger allgemein durch

$$r_Z(t; \rho_T, \rho_R, \tau) = \sqrt{\rho_T^2 + v^2(t - \tau)^2} + \rho_R \quad (7.28)$$

beschrieben werden. Das Minimum der Entfernung ist dann bei  $t = \tau$  als Summe

$$\rho = \rho_T + \rho_R \quad (7.29)$$

der Teilentfernungen gegeben. Ausgedrückt mit dem Verhältnis dieser Teilentfernungen zur Gesamtentfernung, im Folgenden durch den Parameter  $\alpha$  dargestellt, wird mit der Substitution

$$\rho_T = \alpha \rho \quad \text{und} \quad \rho_R = (1 - \alpha) \rho \quad (7.30)$$

der Entfernungsverlauf zu

$$r_Z(t; \rho, \tau, \alpha) = \sqrt{\alpha^2 \rho^2 + v^2(t - \tau)^2} + (1 - \alpha) \rho, \quad (7.31)$$

in Abhängigkeit von der Position des Ziels im Radarkoordinatensystem. Das Empfangssignal des stationären Empfängers nach der Pulskompression, kann mit

$$s(r) = \iint_{-\infty}^{\infty} \gamma(\rho, \tau) A(t; \tau) s_I(r_0 + r - r_Z(t; \rho, \tau, \alpha)) d\rho d\tau \quad (7.32)$$

als Überlagerung der zeitverzögerten, mit  $\gamma$  gewichteten Entfernungsimpulsantworten beschrieben werden. Die Aperturfunktion  $A$  ist im *stripmap*-Modus nur von der Differenz der Zeit zur Zielkoordinate  $t - \tau$  abhängig, im *spotlight*-Modus hängt diese direkt von der Zeit

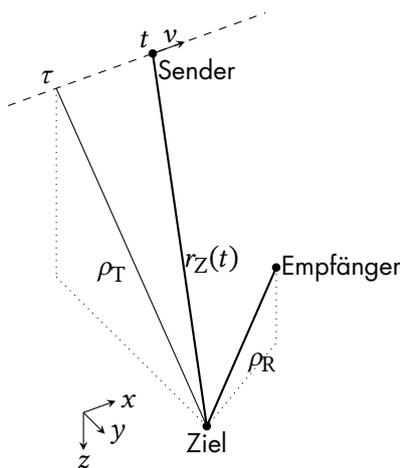


Abbildung 7.6: Geometrie der bistatischen Radaraufnahme bei linearer Trajektorie.

ab. Die Referenzentfernung  $r_0$  beschreibt den Umstand, dass die Abtastwerte des Empfangssignals in der Regel nicht ab dem Sendezeitpunkt, also ab der Entfernung Null vorliegen, sondern erst nach einer Mindestentfernung. Fouriertransformation der Gleichung von  $r$  nach  $k$  und  $t$  nach  $\omega$  liefert dann, nach Tauschen der Integrationsreihenfolge und Ausführen der Transformation entlang der Entfernung, den Ausdruck

$$S(k, \omega) = \iint_{-\infty}^{\infty} s(r) e^{-jkr} e^{-j\omega t} dr dt \quad (7.33)$$

$$= \iint_{-\infty}^{\infty} \gamma(\rho, \tau) \int_{-\infty}^{\infty} A(t; \tau) e^{-jk\sqrt{\alpha^2 \rho^2 + v^2(t-\tau)^2}} e^{-j\omega t} dt e^{-jk(1-\alpha)\rho} S_I(k) e^{jkr_0} d\rho d\tau, \quad (7.34)$$

wobei das Integral über die Zeit  $t$  nun mithilfe der Methode der stationären Phase aus Anhang A.1 gelöst wird. Der Punkt der stationären Phase der Phasenfunktion  $\phi = k\sqrt{\alpha^2 \rho^2 + v^2(t-\tau)^2} + \omega t$  ist als Extremstelle durch

$$\left. \frac{d\phi}{dt} \right|_{\tilde{t}} = 0 = \omega + \frac{kv^2(\tilde{t} - \tau)}{\sqrt{\alpha^2 \rho^2 + v^2(\tilde{t} - \tau)^2}} \quad (7.35)$$

und damit, unter der Bedingung  $\text{sgn}(\omega) = -\text{sgn}(\tilde{t} - \tau)$ , durch

$$\tilde{t} - \tau = -\frac{\omega\alpha\rho}{v^2\sqrt{k^2 - \frac{\omega^2}{v^2}}} \quad (7.36)$$

gegeben und

$$\left. \frac{d^2\phi}{dt^2} \right|_{\tilde{t}} = \frac{k\alpha^2\rho^2v^2}{\sqrt{\alpha^2\rho^2 + v^2(\tilde{t} - \tau)^2}^3} = \frac{v^2}{\alpha\rho k^2} \sqrt{k^2 - \frac{\omega^2}{v^2}}^3 > 0 \quad (7.37)$$

bestätigt  $\tilde{t}$  als Minimum der Phasenfunktion. Am Punkt stationärer Phase ist diese dann durch

$$\phi(\tilde{t}) = \alpha\rho\sqrt{k^2 - \frac{\omega^2}{v^2}} + \omega\tau \quad (7.38)$$

in Abhängigkeit von der Frequenz  $\omega$  bestimmt. Damit ergibt sich das Integral zu

$$\begin{aligned} & \int_{-\infty}^{\infty} A(t; \tau) e^{-jk\sqrt{\alpha^2 \rho^2 + v^2(t-\tau)^2}} e^{-j\omega t} dt \\ & \approx A\left(\tau - \frac{\omega\alpha\rho}{v^2\sqrt{k^2 - \frac{\omega^2}{v^2}}}; \tau\right) \sqrt{2\pi\alpha\rho} \frac{k}{v} \left(k^2 - \frac{\omega^2}{v^2}\right)^{-\frac{3}{4}} e^{-j\frac{\pi}{4}} e^{-j\alpha\rho\sqrt{k^2 - \frac{\omega^2}{v^2}}} e^{-j\omega\tau} \quad (7.39) \end{aligned}$$

wobei die beiden letzten Phasenterme für die Fokussierung der Daten essentiell sind. Die verbleibenden Terme werden in der Entfernungsabhängigkeit durch eine mittlere Zielentfernung  $\rho_c$  genähert. Die Abhängigkeit von der Dopplernullzeit  $\tau$  des Ziels entfällt im *stripmap*, da die Apertur hier relativ zu  $\tau$  gegeben ist, im *spotlight*-Fall wird die Funktion hier ebenfalls durch die mittlere Position  $\tau_c$  ausgewertet, da die Ausdehnung der Szene durch die Antennenkeule beschränkt ist. Mit einer ungeschwenkten Antennenkeule beim stationären Empfänger wird ebenso verfahren. Die Terme werden somit in

$$C(k, \omega; \rho_c, \tau_c) = A \left( \tau_c - \frac{\omega \alpha \rho_c}{v^2 \sqrt{k^2 - \frac{\omega^2}{v^2}}}; \tau_c \right) \sqrt{2\pi \alpha \rho_c} \frac{k}{v} \left( k^2 - \frac{\omega^2}{v^2} \right)^{-\frac{3}{4}} e^{-j\frac{\pi}{4}} \quad (7.40)$$

zusammengefasst. Das Spektrum des Empfangssignals wird damit zu

$$S(k, \omega) = \iint_{-\infty}^{\infty} \gamma(\rho, \tau) C(k, \omega; \rho_c, \tau_c) S_I(k) e^{jkr_0} \cdot e^{-j\alpha \rho \sqrt{k^2 - \frac{\omega^2}{v^2}}} e^{-j\omega \tau} \cdot e^{-jk(1-\alpha)\rho} d\rho d\tau \quad (7.41)$$

und wenn nun die von den Zielkoordinaten unabhängigen Komponenten vor das Integral gezogen werden, entsteht der Ausdruck

$$S(k, \omega) e^{-jkr_0} = C(k, \omega; \rho_c, \tau_c) S_I(k) \iint_{-\infty}^{\infty} \gamma(\rho, \tau) \cdot e^{-j\rho \left( \alpha \sqrt{k^2 - \frac{\omega^2}{v^2}} + (1-\alpha)k \right)} e^{-j\omega \tau} d\rho d\tau, \quad (7.42)$$

welcher, äquivalent zum Stolt-Mapping beim  $\omega$ - $k$ -Algorithmus[Sto78], durch Substitution der Frequenz in Entfernungsrichtung mit

$$\kappa(k) = \alpha \sqrt{k^2 - \frac{\omega^2}{v^2}} + (1-\alpha)k \quad (7.43)$$

und damit

$$S(k, \omega) e^{-jkr_0} = C(k, \omega; \rho_c, \tau_c) S_I(k) \iint_{-\infty}^{\infty} \gamma(\rho, \tau) \cdot e^{-j\kappa \rho} e^{-j\omega \tau} d\rho d\tau, \quad (7.44)$$

als Fouriertransformierte der Zielreflektivität interpretiert werden kann. Der Term  $C \cdot S_I$  beschreibt das Spektrum der PSF, welches das Zielspektrum filtert. Durch Multiplikation der Gleichung mit einem in  $\kappa$  linearen Phasenterm kann mit

$$S'(k, \omega) = S(k, \omega) e^{j(\kappa-k)r_0} = C(k, \omega; \rho_c, \tau_c) S_I(k) \iint_{-\infty}^{\infty} \gamma(r_0 + \rho, \tau) e^{-j\kappa \rho} e^{-j\omega \tau} d\rho d\tau \quad (7.45)$$

auch die Zielreflektivität auf die Referenzentfernung  $r_0$  bezogen werden. Durch die inverse Fouriertransformation von  $\kappa$  nach  $\rho$  und  $\omega$  nach  $\tau$  wird dann mit

$$\begin{aligned} & \iint_{-\infty}^{\infty} S'(k, \omega) e^{jk\rho} e^{j\omega\tau} d\rho d\tau \\ &= \iint_{-\infty}^{\infty} C(k, \omega; \rho_c, \tau_c) S_I(k) e^{jk\rho} e^{j\omega\tau} d\rho d\tau * \gamma(r_0 + \rho, \tau) \end{aligned} \quad (7.46)$$

das fokussierte Bild als Faltung der PSF mit der Reflektivität der Szene erreicht. Um die inverse Fouriertransformation von  $S'$  auszuwerten, muss das Spektrum nach der Vorschrift (7.43) zunächst von der Entfernungswellenzahl  $k$  in die Frequenz für den Dopplernullabstand  $\kappa$  überführt werden. In der Implementierung geschieht dies durch Interpolation des Spektrums. Die Lösung von (7.43) nach  $k$  ist dazu durch

$$k = \frac{\alpha}{2\alpha - 1} \sqrt{(2\alpha - 1) \frac{\omega^2}{v^2} + \kappa^2} - \frac{1 - \alpha}{2\alpha - 1} \kappa \quad (7.47)$$

gegeben. Die Verarbeitungsschritte des Prozessors sind in Abbildung 7.7 zusammenfassend dargestellt. Abbildung 7.8 zeigt das Spektrum  $S''$  des so prozessierten Radarbildes bei  $1 - \alpha = 2\%$ , für ein bistatisches Experiment mit TerraSAR-X und dem stationären HITCHHIKER Empfangssystem. Da die Aufnahmedauer bei diesem Experiment durch die Speicherkonfiguration des Abtastsystems eingeschränkt war, wurde nicht die gesamte Apertur der *sliding spotlight*-Messung aufgezeichnet, wodurch sich das Dopplerspektrum des Bildes auch überwiegend auf den positiven Frequenzbereich ausdehnt. Um das Signal mit diesem Prozessor zu verarbeiten, muss dieses synchronisiert mit dem Sendesystem und in der Zeit  $t_m$  äquidistant abgetastet vorliegen. Bei Modi mit variabler Dopplzentroidfrequenz wie dem *spotlight*, muss diese Abtastrate vor der weiteren Verarbeitung zudem erhöht werden, damit das gesamte Dopplerspektrum vollständig im Bereich  $(-f_s/2, f_s/2)$  der neuen Abtastrate liegt. Der Parameter  $\alpha$  zur Bestimmung der Beziehung zwischen den Ortsfrequenzen  $\kappa$  und  $k$  ist ortsvariant und die Verarbeitungsschritte müssen daher zur Fokussierung des gesamten Bildes für verschiedene  $\alpha$  mehrfach ausgeführt werden. Im Folgenden wird daher diese Ortsvarianz zunächst näher betrachtet.

Mit der in Abschnitt 7.1 vorgestellten Transformation der Radarkoordinaten im teilstationären Fall, kann ausgehend von (7.30), durch Einsetzen von  $x$  (7.2) und  $y$  (7.8) in

$$1 - \alpha = \frac{\rho_R}{\rho} = \frac{1}{\rho} \sqrt{x^2 + y^2 + h^2}, \quad (7.48)$$

der Parameter  $\alpha$  in Abhängigkeit der Radarkoordinaten  $\rho$  und  $\tau$  gefunden werden. Er ist, wie auch die Bodenkoordinaten, bei gegebenen Radarkoordinaten mehrdeutig. Für den kritischen Punkt ergibt

2D-Spektrum des Empfangssignals nach Synchronisation: $S(k_n, \omega_m) \leftarrow \text{fft}_m \text{fft}_n s(r_n, t_m)$
Phasenkorrektur für $r_0$ : $S'(k_n, \omega_m) \leftarrow S(k_n, \omega_m) \cdot e^{j\gamma_0(\kappa_{n,m} - k_n)}$
Interpolation von $k$ nach $\kappa$ : $S''(\kappa_i, \omega_m) \leftarrow S'(k(\kappa_i, \omega_m), \omega_m)$
Fokussiertes Bild aus dem interpolierten Spektrum: $s''(\rho_i, \tau_m) \leftarrow \text{ifft}_m \text{ifft}_i S''(\kappa_i, \omega_m)$

Abbildung 7.7: Verarbeitungsschritte des Frequenzbereichsprozessor mit Parameter.

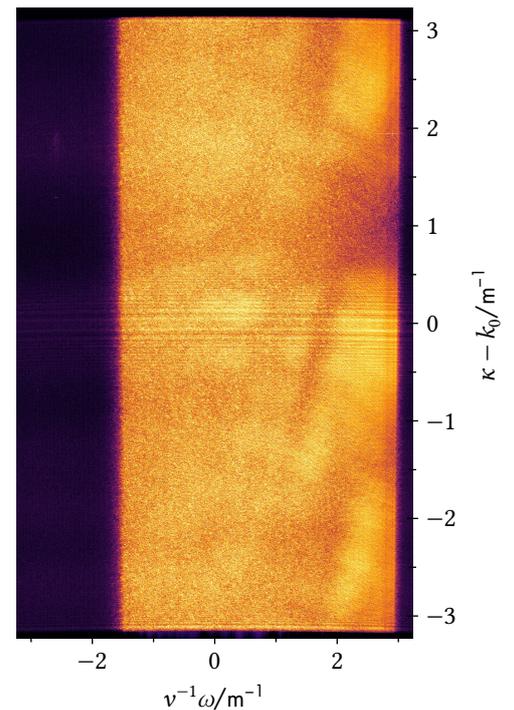


Abbildung 7.8: Spektrum des Radarbildes beim Frequenzbereichsprozessor mit Parameter.

sich die Ortskurve

$$\alpha_C(\tau) = \frac{h + h_0}{h + h_0 + \sqrt{v^2(\tau - \tau_0)^2 + h^2}} \quad (7.49)$$

für das Verhältnis der Teilstrecke. Davon ausgehend sind die beiden Lösungen für  $\alpha$  durch

$$\alpha_{1/2}(\rho, \tau) = 1 - \frac{S}{2} \pm \frac{y_0}{2\rho} \sqrt{S^2 - 4 \frac{v^2(\tau - \tau_0)^2 + h^2}{\rho^2 - y_0^2}} \quad (7.50)$$

mit der gleichen Hilfsgröße aus (7.9)

$$S = 1 - \frac{(h_0 + h)^2 - v^2(\tau - \tau_0)^2 - h^2}{\rho^2 - y_0^2} \quad (7.51)$$

gegeben. Die Lösung mit positivem Vorzeichen  $\alpha_1$  ist dabei gültig im Bereich  $y > y_C$  und  $\alpha_2$  damit in  $y < y_C$ . In Abbildung 7.9 sind die fokussierten Bilder für beide Lösungen dargestellt. Da hier trotz der Filterwirkung der Empfangsantenne Reflexionen aus dem Bereich für  $y < y_C$  zwischen Empfänger und Sender empfangen wurden, kann dieses Gebiet durch Wahl der zweiten Lösung fokussiert werden. Der eigentlich gewünschte Szenenbereich ist in dem Fall unfokussiert. Zwischen beiden Szenenbereichen liegen eine Bodenentfernung von etwa 1,5 km – die bistatischen Koordinaten dieses Experiments sind in Abbildung 7.3 (S. 94) dargestellt.

Die Isolinien von  $\alpha$  können in Radarkoordinaten durch Elimination von  $y$  in den Gleichungen (7.30), also mit

$$\rho_\alpha^2(1 - \alpha^2) = x^2 + h^2 + \left( \sqrt{\rho_\alpha^2 \alpha^2 - (h + h_0)^2} - y_0 \right)^2 \quad (7.52)$$

und Auflösen nach  $\rho_\alpha$  ermittelt werden. Die Lösung der biquadratischen Gleichung ist nach zweifacher quadratischer Ergänzung durch

$$\rho_\alpha(x) = \sqrt{\frac{(h + h_0)^2}{\alpha^2} + \left( y_0 \frac{\alpha}{2\alpha - 1} \pm \sqrt{\frac{R_\alpha^2 - x^2}{2\alpha - 1}} \right)^2} \quad (7.53)$$

mit der Substitution

$$R_\alpha = \sqrt{y_0^2 \frac{(1 - \alpha)^2}{(2\alpha - 1)} + (h + h_0)^2 \frac{(1 - \alpha)^2}{\alpha^2} - h^2} \quad (7.54)$$

gegeben. Der Gültigkeitsbereich von  $x$  ist durch den Wurzelterm zu  $|x| \leq R_\alpha$  eingeschränkt. Damit kann  $R_\alpha$  als Radius der Isolinie in  $x$ -Richtung verstanden werden. Mit dem Ansatz

$$x_\alpha(\phi) = v(\tau_\alpha - \tau_0) = R_\alpha \sin \phi \quad (7.55)$$

kann bei  $\phi \in [0, 2\pi)$  durch Einsetzen in Gleichung (7.53) mit

$$\rho_\alpha(\phi) = \sqrt{\frac{(h + h_0)^2}{\alpha^2} + \left( \frac{R_\alpha}{\sqrt{2\alpha - 1}} \cos \phi + y_0 \frac{\alpha}{2\alpha - 1} \right)^2} \quad (7.56)$$

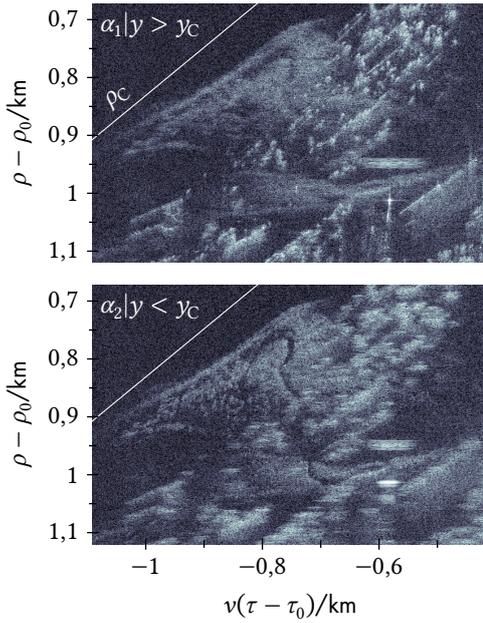


Abbildung 7.9: Ergebnisse für die beiden Lösungen von  $\alpha$ .

eine parametrische Darstellung der Kurven erreicht werden.

Für ein Experiment mit den Parametern  $\rho_0 = 830$  km bei  $\theta = 45^\circ$  und  $h = 100$  m sind die Kurven mit gleichem  $\alpha$  in Abbildung 7.10 dargestellt. Der Wert der Isolinien ist als  $1 - \alpha$  als Tausendstel des Teils der Entfernung vom Ziel zum Empfänger zur Gesamtentfernung angegeben.

Da der Parameter  $\alpha$  durch die gefundene Beziehung nun über den Bildkoordinaten bekannt ist, kann die vollständige Szene fehlerfrei rekonstruiert werden, indem die Bereiche zwischen den Isolinien für  $\alpha \pm \Delta\alpha/2$  aus den mit  $\alpha$  prozessierten Bilddaten zum Gesamtergebnis kombiniert werden. Um die Schrittweite zu bestimmen, wird der Fehler der Phase des Spektrums  $-\rho\kappa$  durch

$$\frac{d}{d\alpha} - \rho\kappa = \frac{\Delta\phi}{\Delta\alpha} = \rho \left( k - \sqrt{k^2 - \frac{\omega^2}{v^2}} \right) \quad (7.57)$$

betrachtet. Durch Näherung des Wurzelterms mit  $\sqrt{1 - x^2} = 1 - x^2/2$ , ergibt sich für die Schrittweite der Wert

$$\Delta\alpha \approx 2 \frac{kv^2}{\rho\omega^2} \Delta\phi, \quad (7.58)$$

bei einem maximalen Phasenfehler  $\Delta\phi$ . Bei  $\Delta\phi = \pi/2$  an den Bandgrenzen, einer mittleren Entfernung von  $\rho \approx 612$  km und einer Grenzfrequenz von  $v^{-1}\omega = 3 \text{ m}^{-1}$  bei der mittleren Wellenzahl von  $k_0 = 202 \text{ m}^{-1}$  beträgt die Schrittweite damit  $\Delta\alpha = 0,11 \text{ ‰}$ .

Die Abbildung 7.11 zeigt Daten eines Experiments mit TerraSAR-X und dem HITCHHIKER-Empfangssystem. Der Empfänger befand sich stationär auf dem Dach der Universität Siegen, das Bild zeigt den Ort Dreis-Tiefenbach. In der oberen Hälfte ist das Teilergebn des Prozessors für einen Parameterwert von  $1 - \alpha = 2 \text{ ‰}$  dargestellt. Im Bereich um die eingezeichnete Isolinie für  $\alpha$  ist das Bild fokussiert, im Abstand dazu wird die Fokussierung jedoch sichtbar schlechter. Die untere Bildhälfte zeigt das kombinierte und vollständig fokussierte Ergebnis aus 23 Fokussierungsschritten mit  $\Delta\alpha = 0,38 \text{ ‰}$ . Beide Ergebnisse sind mit  $\rho_0 = 610,2$  km und  $v = 7367 \text{ m s}^{-1}$  in Radarkoordinaten gegeben.

Durch die Fokussierung des ortsvarianten Problems in mehreren Schritten ist der Gewinn in der Verarbeitungsgeschwindigkeit welcher sich durch die Verwendung der Fast Fourier Transform (FFT) ergibt gegenüber der Verarbeitung mit einer GPU-Implementierung des Ortsbereichsprozessor aus 6.3 gering. Weiter ist hierbei eine Vorverarbeitung in Form einer Neuabtastung der Daten aus den *spotlight*-Experimenten notwendig. Aus diesen Gründen wird dieser Prozessor im HITCHHIKER-Projekt nicht regulär zur Verarbeitung der Experimentaldaten eingesetzt.

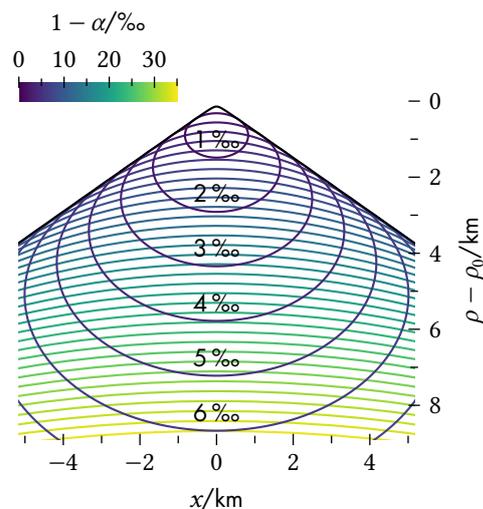


Abbildung 7.10: Isolinien des Parameters  $\alpha$  im Radarkoordinatensystem.

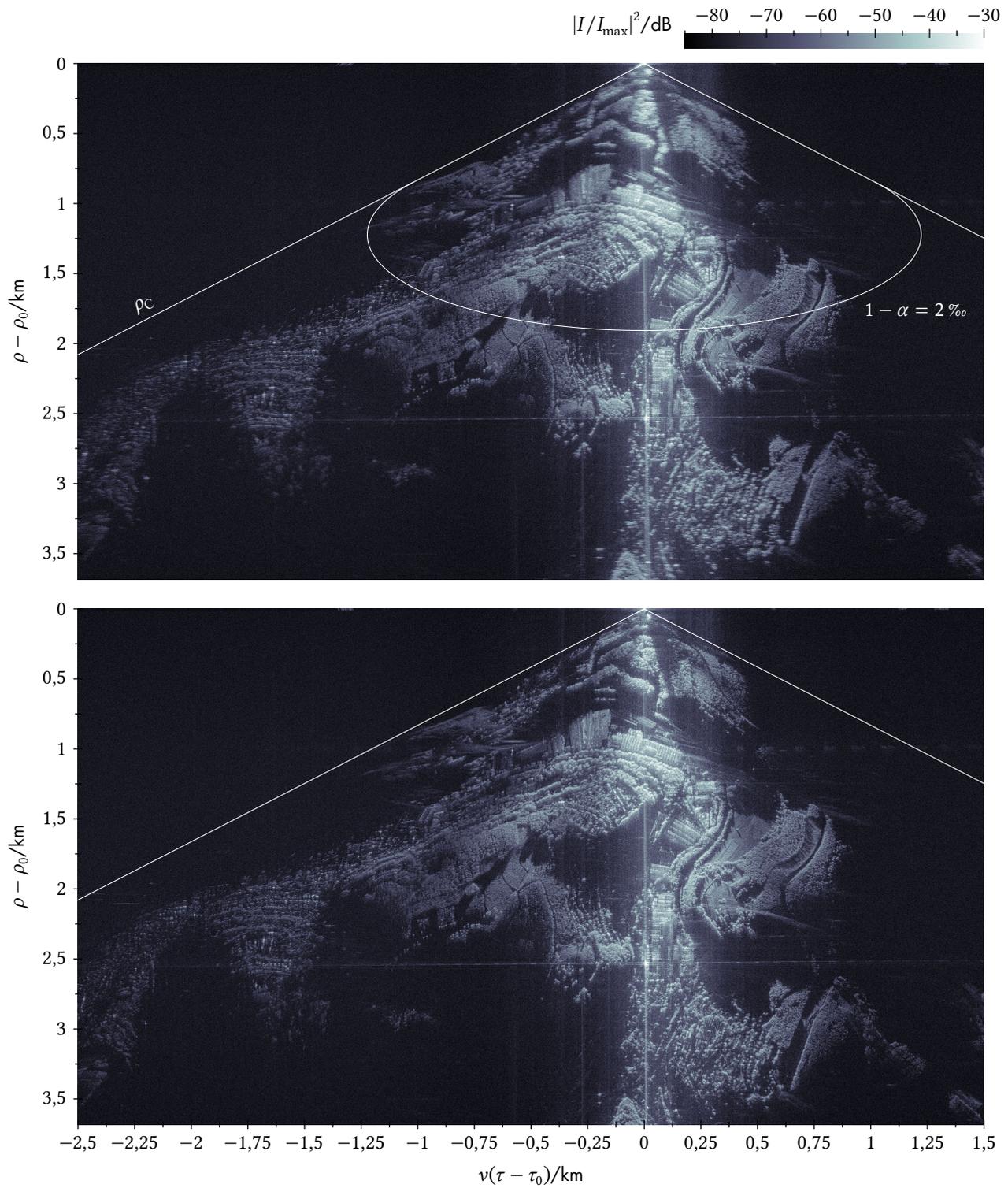


Abbildung 7.11: Ergebnisse des Frequenzbereichsprozors mit Parameter. Das obere Bild zeigt das Resultat eines einzelnen Prozessorschritts mit  $1 - \alpha = 2\text{‰}$ , in der unteren Hälfte ist das kombinierte Fokussierungsergebnis für 23 Schritte abgebildet.

## 7.4 Frequenzbereichsprozessor mit Keystone-Transformation

Eine weitere Methode zur Fokussierung der Daten der bistatischen Experimente, insbesondere unter Nutzung des *spotlight*-Modus, ist ein Prozessor im Frequenzbereich unter Nutzung der Keystone-Transformation [Qiu+12]. Die Besonderheit dieser Methode ist das zugrunde liegende Signalmodell. Im *spotlight*-Modus sind die maximal auftretenden Dopplerfrequenzen in der Regel deutlich höher als die Pulswiederholrate, die momentane Dopplerbandbreite des Signals wird aber gleichzeitig durch die geschwenkte Antenne auf das für die Abtastung zulässige Maß eingeschränkt. Um Daten einer solchen Aufnahme jedoch im Frequenzbereich zu verarbeiten, muss das Gesamtspektrum durch Neuabtastung wieder rekonstruiert werden. Bei der bistatischen Aufnahme mit einer stationären Komponente wirkt die Antenne des Empfängers als zusätzliches Filter. Wird das Empfangssignal hier durch Korrelation mit dem Referenzkanal, also demnach mit dem Phasenverlauf am Ort des Empfängers demoduliert, wird auch seine Gesamtbandbreite im Doppler minimiert.

Zur Herleitung des Prozessors wird daher auch zunächst die Differenz

$$r_{\Delta}(t, \mathbf{p}) = \|\mathbf{p}_{\text{T}}(t) - \mathbf{p}\| + \|\mathbf{p}_{\text{R}} - \mathbf{p}\| - \|\mathbf{p}_{\text{T}}(t) - \mathbf{p}_{\text{R}}\| \quad (7.59)$$

des bistatischen Signalwegs für ein Ziel an  $\mathbf{p}$  zur Entfernung zwischen Sender an  $\mathbf{p}_{\text{T}}$  und Empfänger an  $\mathbf{p}_{\text{R}}$  betrachtet.

Diese Differenzentfernung wird dann ortsabhängig von  $\mathbf{p}$ , bezogen auf eine Referenzzeitpunkt  $t_0$ , durch das Polynom

$$\begin{aligned} r_{\Delta}(t, \mathbf{p}) &\approx r_{\Delta}(t_0, \mathbf{p}) + A(\mathbf{p}) \cdot (t - t_0) + B(\mathbf{p}) \cdot (t - t_0)^2 \\ &\quad + C(\mathbf{p}) \cdot (t - t_0)^3 + D(\mathbf{p}) \cdot (t - t_0)^4 \\ &= \rho_{\Delta}(\mathbf{p}) + A(\mathbf{p}) \cdot (t - t_0) + B(\mathbf{p}) \cdot (t - t_0)^2 \\ &\quad + C(\mathbf{p}) \cdot (t - t_0)^3 + D(\mathbf{p}) \cdot (t - t_0)^4 \end{aligned} \quad (7.60)$$

approximiert. Die Referenzzeit ist dabei durch das Maximum der Empfangsleistung am Ort des Empfängers definiert. Die Koeffizienten  $A$ - $D$  können für eine lineare Trajektorie analytisch durch Ableitung, für komplexe Trajektorien numerisch durch Polynomannpassung der Differenzentfernung bestimmt werden. Ausgehend vom Spektrum des korrelierten Empfangssignals

$$S(t, k) = \iiint a(\mathbf{p}) e^{-jk r_{\Delta}(t, \mathbf{p})} d\mathbf{p} \quad (7.61)$$

als Überlagerung aller sichtbaren Ziele mit ihren Amplituden  $a$ , wird der lineare Zusammenhang zwischen Zeit  $t$  und Wellenzahl in Entfernungsrichtung  $k$  in der Approximation

$$\begin{aligned} S(t, k) &= \iiint a(\mathbf{p}) e^{-jk \rho_{\Delta}(\mathbf{p})} \\ &\quad \cdot e^{-jk(A \cdot (t - t_0) + B \cdot (t - t_0)^2 + C \cdot (t - t_0)^3 + D \cdot (t - t_0)^4)} d\mathbf{p} \end{aligned} \quad (7.62)$$

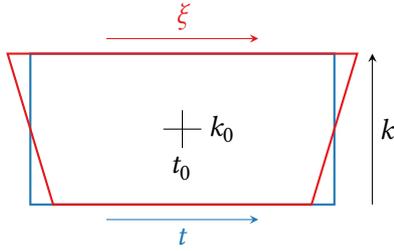


Abbildung 7.12: Anwendung der Keystone-Transformation auf das Signalspektrum.

durch Substitution mit der in Abbildung 7.12 dargestellten Keystone-Transformation

$$\xi = \frac{k}{k_0}(t - t_0) \quad (7.63)$$

bezüglich der Mittenfrequenz  $k_0$  entkoppelt. Das Spektrum wird damit zu

$$S(\xi, k) = \iiint a(\mathbf{p}) e^{-jk\rho_\Delta(\mathbf{p})} e^{-jk_0 A\xi} \cdot e^{-jk_0 \left( \frac{k_0}{k} B\xi^2 + \left( \frac{k_0}{k} \right)^2 C\xi^3 + \left( \frac{k_0}{k} \right)^3 D\xi^4 \right)} d\mathbf{p} \quad (7.64)$$

Die dabei weiter von  $k$  abhängigen Terme werden, im Fall mäßiger Bandbreite  $|k - k_0| \ll k_0$ , mittels Entwicklung um  $k_0$  durch

$$\frac{k_0}{k} \approx 1 - \frac{k - k_0}{k_0} + \frac{(k - k_0)^2}{k_0^2} - \frac{(k - k_0)^3}{k_0^3} \quad (7.65)$$

$$\left( \frac{k_0}{k} \right)^2 \approx 1 - 2\frac{k - k_0}{k_0} + 3\frac{(k - k_0)^2}{k_0^2} - 4\frac{(k - k_0)^3}{k_0^3} \quad (7.66)$$

$$\left( \frac{k_0}{k} \right)^3 \approx 1 - 3\frac{k - k_0}{k_0} + 6\frac{(k - k_0)^2}{k_0^2} - 10\frac{(k - k_0)^3}{k_0^3} \quad (7.67)$$

bis zum Term dritter Ordnung genähert. Mit den nach Potenzen von  $k$  gruppierten Termen kann dann das Spektrum

$$S(\xi, k) = \iiint a(\mathbf{p}) e^{-jk\rho_\Delta(\mathbf{p})} e^{-j\psi_A(\xi, \mathbf{p})} \cdot e^{-j\psi_C(\xi, k, \mathbf{p})} d\mathbf{p} \quad (7.68)$$

mit der entkoppelten Phasenfunktion

$$\psi_A(\xi, \mathbf{p}) = k_0 (A\xi + B\xi^2 + C\xi^3 + D\xi^4) \quad (7.69)$$

und den  $\xi$ - $k$ -gekoppelten Termen

$$\begin{aligned} \psi_C(\xi, k, \mathbf{p}) = & -k_0 \frac{k - k_0}{k_0} (B\xi^2 + 2C\xi^3 + 3D\xi^4) \\ & + k_0 \frac{(k - k_0)^2}{k_0^2} (B\xi^2 + 3C\xi^3 + 6D\xi^4) \\ & - k_0 \frac{(k - k_0)^3}{k_0^3} (B\xi^2 + 4C\xi^3 + 10D\xi^4) \end{aligned} \quad (7.70)$$

dargestellt werden. Ausgehend von diesem Spektrum beginnt die Prozessierung nach der Keystone-Transformation durch Interpolation mit der Kompensation der Phasenfunktion  $\psi_C$  zunächst für die Polynomterme eines Referenzziels an der Position  $\mathbf{p}_{\text{ref}}$  im Zentrum des prozessierten Bereichs. Man erhält das resultierende Spektrum demnach durch

$$S_2(\xi, k) = S(\xi, k) e^{j\psi_C(\xi, k, \mathbf{p}_{\text{ref}})}. \quad (7.71)$$

Da die Terme  $B$ ,  $C$  und  $D$  im allgemeinen jedoch von der Position  $\mathbf{p}$  abhängen, verbleibt ein Phasenfehler, welcher später im Prozessor in Subaperturen korrigiert werden kann. Nach inverser Fourier-Transformation ist das Signal im Zeit-Entfernungsbereich durch

$$s_2(\xi, r) = \iiint a(\mathbf{p}) \delta(r - \rho_\Delta(\mathbf{p}) + r_{\text{RRCM}}(\xi, \mathbf{p})) \cdot e^{-j\psi_A(\xi, \mathbf{p})} e^{-jk_0 \rho_\Delta(\mathbf{p})} d\mathbf{p} \quad (7.72)$$

gegeben. Die verbleibende Entfernungsmigration

$$r_{\text{RRCM}}(\xi, \mathbf{p}) = (B - B_{\text{ref}})\xi^2 + 2(C - C_{\text{ref}})\xi^3 + 3(D - D_{\text{ref}})\xi^4 \quad (7.73)$$

enthält die in der Frequenz  $k - k_0$  linearen Terme von  $\psi_C(\xi, \mathbf{p}) - \psi_C(\xi, k, \mathbf{p}_{\text{ref}})$ . Wenn notwendig, kann die Entfernungsmigration abhängig von der Entfernung in Subaperturen durch Interpolation kompensiert werden. Dazu wird für jede Entfernung  $r$  ein Referenzziel an  $\mathbf{p}_r$  in der Mitte der Apertur gewählt und die Koeffizienten evaluiert.

Die Azimutkompression wird dann durch Auslöschten der nicht-linearen Phasenvariation in  $\psi_A$  durchgeführt. Durch Multiplikation im Zeitbereich, auch gegebenenfalls in Subaperturen, werden die Phasenterme im Signal  $s_2$  dazu durch

$$s_3(\xi, r) = s_2(\xi, r) e^{jk_0(B(\mathbf{p}_r)\xi^2 + C(\mathbf{p}_r)\xi^3 + D(\mathbf{p}_r)\xi^4)} \quad (7.74)$$

kompensiert. Abbildung 7.13 stellt den maximalen Phasenfehler

$$k_0 |B(\mathbf{p}) - B(\mathbf{p}_r)| \xi_{\text{max}}^2, \quad (7.75)$$

der bei diesem Prozessierungsschritt verbleibt, in Bildkoordinaten dar. Der Fehler im quadratischen Term entsteht durch die Differenz zwischen dem ortsabhängigen Koeffizienten  $B$  und dem kompensierten  $B(\mathbf{p}_r)$  welcher hier nur in Entfernungsrichtung variiert werden kann.

Das fokussierte Bild

$$s_3(\omega, r) = \iiint a(\mathbf{p}) \delta(r - \rho_\Delta(\mathbf{p})) \cdot \delta(\omega + k_0 A(\mathbf{p})) e^{-jk_0 \rho_\Delta(\mathbf{p})} d\mathbf{p} \quad (7.76)$$

wird abschließend durch Fourier-Transformation von  $\xi$  nach  $\omega$  erreicht. Die Bildkoordinate in Entfernungsrichtung ist dabei durch  $\rho_\Delta$ , die Differenzentfernung  $r_\Delta$  eines Ziels an  $\mathbf{p}$  zum Zeitpunkt  $t_0$ , sowie der durch  $A$  geschätzten Differenzdopplerfrequenz  $-k_0 A(\mathbf{p})$  gegeben.

Wie bereits an den einzelnen Prozessierungsschritten erläutert, kann die Fokussierung nun durch Subaperturen in der Azimutkoordinate verbessert werden. Dazu wird für eine Doppler-Subapertur aus  $s_3(\omega, r)$  ein neues Referenzziel im Zentrum der Apertur gewählt und die Differenz zu den bereits angewendeten Phasenkorrekturen im Azimut-Zeitbereich kompensiert. Die einzelnen Subaperturen können danach im Doppler-Bereich wieder kombiniert werden.

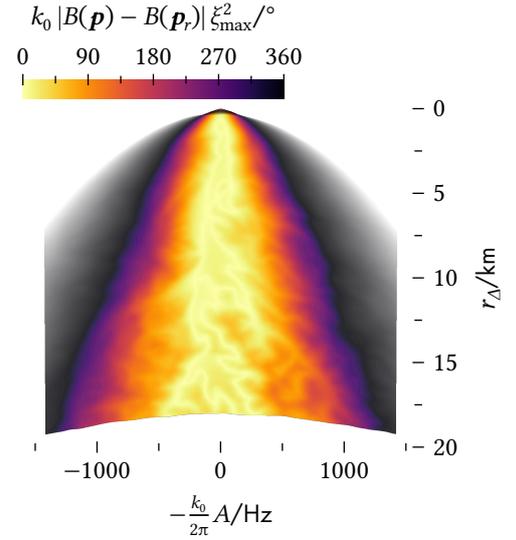


Abbildung 7.13: Maximaler Phasenfehler ohne Korrektur in Subaperturen.

Die Polynomkoeffizienten zur Darstellung der Differenzentfernung können zumindest bis zum quadratischen Term, als Glieder einer Taylor-Reihe durch Ableitung von  $r_\Delta$  analytisch bestimmt werden. Der Funktionswert am Entwicklungspunkt  $t_0$  ist dabei

$$\rho_\Delta(\mathbf{p}) = \|\mathbf{p}_T(t_0) - \mathbf{p}\| + \|\mathbf{p}_R - \mathbf{p}\| - \|\mathbf{p}_T(t_0) - \mathbf{p}_R\|. \quad (7.77)$$

Der Parameter  $A$  des linearen Terms wird als erste Ableitung mit (A.26) durch

$$A(\mathbf{p}) = \left. \frac{d}{dt} r_\Delta(t, \mathbf{p}) \right|_{t_0} = \mathbf{v}_T(t_0) \cdot \left( \frac{\mathbf{p}_T(t_0) - \mathbf{p}}{\|\mathbf{p}_T(t_0) - \mathbf{p}\|} - \frac{\mathbf{p}_T(t_0) - \mathbf{p}_R}{\|\mathbf{p}_T(t_0) - \mathbf{p}_R\|} \right) \quad (7.78)$$

mit der Geschwindigkeit des Senders  $\mathbf{v}_T$  ermittelt. Die zweite Ableitung ergibt mit (A.31) den Parameter  $B$  des nächsten Gliedes zu

$$\begin{aligned} B(\mathbf{p}) &= \frac{1}{2} \left. \frac{d^2}{dt^2} r_\Delta(t, \mathbf{p}) \right|_{t_0} \quad (7.79) \\ &= \frac{\alpha_T(t_0)}{2} \cdot \left( \frac{\mathbf{p}_T(t_0) - \mathbf{p}}{\|\mathbf{p}_T(t_0) - \mathbf{p}\|} - \frac{\mathbf{p}_T(t_0) - \mathbf{p}_R}{\|\mathbf{p}_T(t_0) - \mathbf{p}_R\|} \right) \\ &\quad + \frac{1}{2} \left( \frac{\left\| \mathbf{v}_T(t_0) \times \frac{\mathbf{p}_T(t_0) - \mathbf{p}}{\|\mathbf{p}_T(t_0) - \mathbf{p}\|} \right\|^2}{\|\mathbf{p}_T(t_0) - \mathbf{p}\|} - \frac{\left\| \mathbf{v}_T(t_0) \times \frac{\mathbf{p}_T(t_0) - \mathbf{p}_R}{\|\mathbf{p}_T(t_0) - \mathbf{p}_R\|} \right\|^2}{\|\mathbf{p}_T(t_0) - \mathbf{p}_R\|} \right), \quad (7.80) \end{aligned}$$

abhängig von der Beschleunigung  $\alpha_T$ .

## Koordinaten bei konstantem Geschwindigkeitsvektor

Der Keystone-Prozessor eignet sich aufgrund seiner Effizienz gut, um schnell ein zumindest gebietsweise fokussiertes Bild zu erhalten. Dazu wird im Folgenden angestrebt, für den speziellen Fall eines konstanten Geschwindigkeitsvektors  $\mathbf{v}_T = v\hat{x}$ , eine Darstellung mit möglichst wenigen Parametern zu erreichen. Ausgehend vom Entfernungsverlauf einer linearen Sensorbewegung kann die Differenzentfernung nach Abbildung 7.14 als

$$\begin{aligned} r_\Delta(t, \rho, \tau) &= r_T + \rho_R - r_0 \\ &= \sqrt{\rho_T^2 + v^2(t - \tau)^2} + \rho_R - \sqrt{\rho_0^2 + v^2(t - \tau_0)^2} \quad (7.81) \end{aligned}$$

mit den zu Beginn dieses Kapitels eingeführten Koordinaten eines Ziels, gegeben durch den kürzesten Abstand  $\rho = \rho_T + \rho_R$  und dessen Zeitpunkt  $\tau$  sowie entsprechend den Koordinaten des Empfängers  $\rho_0$  und  $\tau_0$ . Ferner werden die Positionen

$$\begin{aligned} x &= v \cdot (\tau - \tau_0) \quad \text{und} \quad x_0 = v \cdot (t_0 - \tau_0) \\ \text{und damit} \quad x - x_0 &= v \cdot (t_0 - \tau) \quad (7.82) \end{aligned}$$

definiert. Die Differenzentfernung am Entwicklungspunkt  $t_0$ , die Entfernungskoordinate ist dann

$$r_\Delta(t_0, \rho, \tau) = \rho_\Delta = \sqrt{\rho_T^2 + (x - x_0)^2} + \rho_R - \sqrt{\rho_0^2 + x_0^2}. \quad (7.83)$$

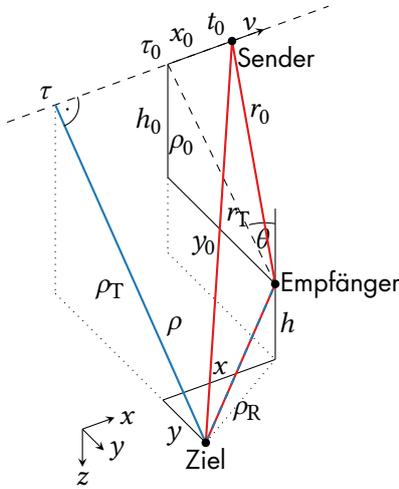


Abbildung 7.14: Radarkoordinaten eines Ziels im Keystone-Prozessor bei linearer Bewegung.

Die zweite Koordinate, der Differenzdoppler, beziehungsweise die Änderungsrate der Differenzentfernung, ist nach (7.78) mit  $v_T = v\hat{x}$  durch

$$A = v^2 \left( \frac{t_0 - \tau}{r_T} - \frac{t_0 - \tau_0}{r_0} \right) \quad (7.84)$$

und mit (7.82) durch

$$= v \left( \frac{x_0 - x}{r_T} - \frac{x_0}{r_0} \right) = v \left( \frac{x_0 - x}{\sqrt{\rho_T^2 + (x - x_0)^2}} - \frac{x_0}{r_0} \right) \quad (7.85)$$

gegeben. Davon ausgehend sollen nun die Bodenkoordinaten  $x$  und  $y$  in der Zielebene aus den Bildkoordinaten  $\rho_\Delta$  und  $A$  bestimmt werden. Zunächst wird der Ausdruck

$$-\left( \frac{x_0}{r_0} + \frac{A}{v} \right) = \frac{x - x_0}{\sqrt{\rho_T^2 + (x - x_0)^2}} \quad (7.86)$$

nach  $x$  aufgelöst. Nach Quadrierung und durch Umformen erhält man

$$(x - x_0)^2 = \rho_T^2 \frac{\left( \frac{x_0}{r_0} + \frac{A}{v} \right)^2}{1 - \left( \frac{x_0}{r_0} + \frac{A}{v} \right)^2} \quad (7.87)$$

und mit

$$A' = \frac{\frac{x_0}{r_0} + \frac{A}{v}}{\sqrt{1 - \left( \frac{x_0}{r_0} + \frac{A}{v} \right)^2}} \quad (7.88)$$

schließlich

$$x - x_0 = -A' \rho_T. \quad (7.89)$$

Eingesetzt in (7.83) mit  $\rho_R = \sqrt{x^2 + y^2 + h^2}$  als

$$\rho_\Delta + r_0 = \sqrt{\rho_T^2 + A'^2 \rho_T^2} + \sqrt{(x_0 - A' \rho_T)^2 + y^2 + h^2} \quad (7.90)$$

enthält, nach Quadrierung, die Gleichung

$$(\rho_\Delta + r_0)^2 - 2\rho_T \left( (\rho_\Delta + r_0) \sqrt{1 + A'^2} \right) + \rho_T^2 = x_0^2 + y^2 + h^2 \quad (7.91)$$

durch Einsetzen von

$$\rho_T = \sqrt{(y + y_0)^2 + (h + h_0)^2} \quad (7.92)$$

mit

$$\begin{aligned} & -2 \left( (\rho_\Delta + r_0) \sqrt{1 + A'^2} \right) \sqrt{(y + y_0)^2 + (h + h_0)^2} + 2y y_0 \\ & = x_0^2 + h^2 - y_0^2 - (h + h_0)^2 - (\rho_\Delta + r_0)^2 \end{aligned} \quad (7.93)$$

nur noch variable Terme in  $y$ ,  $\rho_\Delta$  und  $A$ . Durch Isolieren des von  $y$  abhängigen Wurzelterms und erneuter Quadrierung ergibt sich eine

quadratische Gleichung, welche direkt gelöst werden kann. Mit den Substitutionen

$$\rho' = (\rho_{\Delta} + r_0)\sqrt{1 + A'^2} - A'x_0 \quad (7.94)$$

und

$$S = 1 + \frac{(h + h_0)^2 - \left(\frac{(x_0 - \rho' A')^2}{1 + A'^2} + h^2\right)}{\rho'^2 - y_0^2}, \quad (7.95)$$

können die Lösungen für  $y$  zu

$$y_{1/2} + y_0 = \frac{y_0}{2}S \pm \frac{\rho'}{2}\sqrt{S^2 - 4\frac{(h + h_0)^2}{\rho'^2 - y_0^2}} \quad (7.96)$$

ermittelt werden. Wird diese Lösung nun in (7.92) eingesetzt und durch quadratische Ergänzung umgeformt, erhalten wir die Lösungen für  $\rho_{\Gamma}$

$$\rho_{\Gamma,1/2} = \frac{\rho'}{2}S \pm \frac{y_0}{2}\sqrt{S^2 - 4\frac{(h + h_0)^2}{\rho'^2 - y_0^2}} \quad (7.97)$$

welche in (7.89) zur Bestimmung der zweiten Koordinate  $x$ , in der Zielebene notwendig ist. Die Bodenkoordinaten sind damit aus den Radarkoordinaten  $\rho_{\Delta}$  und  $A$  bestimmt.

Der kritische Wert für  $y$ , also die Kurve, welche die beiden Lösungsgebiete in der Zielebene trennt, kann analog zu (7.5) durch Extremwertsuche von  $\rho_{\Delta}$  gefunden werden. Die Ableitung

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial}{\partial y} \rho_{\Delta}(x, y) \right|_{y_C} &= \frac{y_C}{\sqrt{x^2 + y_C^2 + h^2}} \\ &+ \frac{y_C + y_0}{\sqrt{(y_C + y_0)^2 + (h + h_0)^2 + (x - x_0)^2}} = 0 \end{aligned} \quad (7.98)$$

liefert die Extremstelle zu

$$y_C(x) = -y_0 \frac{\sqrt{x^2 + h^2}}{\sqrt{(x - x_0)^2 + (h + h_0)^2} + \sqrt{x^2 + h^2}} \quad (7.99)$$

und die Ortskurve des Minimums dann durch Einsetzen in (7.83) als

$$\rho_{\Delta,C}(x) = \sqrt{\left(\sqrt{(x - x_0)^2 + (h + h_0)^2} + \sqrt{x^2 + h^2}\right)^2 + y_0^2} \quad (7.100)$$

gegeben. Die Lösungen in (7.96) und (7.97) mit Pluszeichen sind dabei jeweils im Bereich  $y > y_C(x)$  gültig.

Um einen Bezug zum bistatischen Abstand  $\rho$  an der Dopplernullkoordinate  $\tau$  und damit zu den Eingangs im Kapitel vorgestellten Radarkoordinaten herzustellen, wird die Differenz der Gleichungen (7.81) und (7.3), die Beziehung

$$\begin{aligned} \rho_{\Delta} + r_0 - \rho &= \sqrt{\rho_{\Gamma}^2 + A'^2 \rho_{\Gamma}^2} - \rho_{\Gamma} \\ &= \rho_{\Gamma} \left( \sqrt{1 + A'^2} - 1 \right) \end{aligned} \quad (7.101)$$

betrachtet.

Nach Bestimmung des minimalen Abstands zwischen Ziel und Sender  $\rho_T$  sind die Radarkoordinaten  $\rho$  und  $\tau$  schließlich durch

$$\rho = \rho_\Delta + r_0 - \rho_T \left( \sqrt{1 + A'^2} - 1 \right) \quad (7.102)$$

und

$$\tau = t_0 - \frac{A'}{v} \rho_T \quad (7.103)$$

bestimmt.

## 7.5 Quick-Look Prozessor für das HITCHHIKER-Projekt

Vom HITCHHIKER-Empfangssystem stehen direkt nach der Aufzeichnung folgende Daten zur Verfügung:

1. das Signal des Referenzkanals,
2. die Signale der Szenenkanäle,
3. die Pulsankunftszeiten des Referenzkanals.

Um die Daten ohne genaue Kenntnis der Aufnahmegeometrie zu fokussieren, wird der Keystone-Prozessor lediglich unter Verwendung des quadratischen Koeffizienten  $B$  und weiter ohne Iteration in Subaperturen implementiert. Bei konstantem Geschwindigkeitsvektor in Richtung  $\hat{x}$  nach (7.80) ist der quadratische Koeffizient durch

$$B = \frac{v^2}{2} \left( \frac{\rho_T^2}{r_T^3} - \frac{\rho_0^2}{r_0^3} \right) \quad (7.104)$$

gegeben. Mit der zweiten Ableitung der Entfernung zwischen Sender und Empfänger

$$B_0 = \frac{1}{2} \frac{d^2}{dt^2} r_0(t) \Big|_{t_0} = \frac{v^2}{2} \frac{\rho_0^2}{r_0^3}, \quad (7.105)$$

kann der Koeffizient  $B$  durch

$$B = -B_0 \left( 1 - \frac{\rho_0}{\rho_T} \left( \frac{\rho_T r_0}{\rho_0 r_T} \right)^3 \right) \quad (7.106)$$

in Abhängigkeit von  $B_0$  ausgedrückt werden, wobei der Wert von  $B_0$  durch Polynomannpassung der Pulsankunftszeiten bestimmt wird. Bei der Messung besteht, ohne Kenntnis der Senderposition, keine Möglichkeit, einen Bezug zwischen den Pulsempfangszeiten und  $\tau_0$ , dem Zeitpunkt minimalen Abstands des Empfängers, herzustellen. Daher werden hier der Entwicklungszeitpunkt  $t_0$ ,  $\tau_0$  und – da die Azimutabhängigkeit der Parameter nicht berücksichtigt wird – auch  $\tau$  mit

$$t_0 = \tau_0 = \tau \approx t_{P,\max}. \quad (7.107)$$

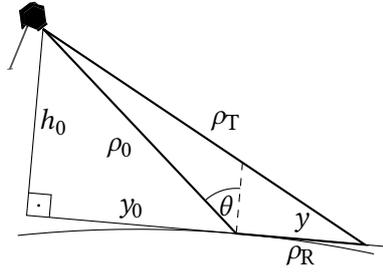


Abbildung 7.15: Vereinfachte Geometrie zum Quick-Look-Prozessor.

mit dem Zeitpunkt der maximalen Empfangsleistung auf dem Referenzkanal gleichgesetzt. Hierbei ist das Verhältnis von  $\rho_T$  und  $r_T$  beziehungsweise  $\rho_0$  und  $r_0$  jeweils gleich 1, womit sich der Koeffizient zu

$$B = -B_0 \left( 1 - \frac{\rho_0}{\rho_T} \right) \quad (7.108)$$

vereinfacht.

Mit (7.97) kann unter diesen Einschränkungen mit

$$S = 1 + \frac{(h + h_0)^2 - h^2}{(\rho_\Delta + \rho_0)^2 - y_0^2}, \quad (7.109)$$

der kürzeste Abstand zwischen Ziel und Sender  $\rho_T$  in (7.108) durch

$$\rho_{T,1/2} = \frac{(\rho_\Delta + \rho_0)}{2} S \pm \frac{y_0}{2} \sqrt{S^2 - 4 \frac{(h + h_0)^2}{(\rho_\Delta + \rho_0)^2 - y_0^2}} \quad (7.110)$$

ausgedrückt werden.

Wird ferner angenommen, dass sich der Empfänger in der Zielebene befindet, ergo  $h = 0$  kann nach Abbildung 7.15 der Abstand vom Ziel zum Sender auch durch

$$\rho_T^2 = \rho_0^2 \cos^2 \theta + (y + \rho_0 \sin \theta)^2 \quad (7.111)$$

und mit

$$y^2 = \rho_R^2 = (\rho_\Delta + \rho_0 - \rho_T)^2 \quad (7.112)$$

dann für eine positive Koordinate  $y$

$$\rho_T^2 = \rho_0^2 \cos^2 \theta + (\rho_0 \sin \theta + (\rho_\Delta + \rho_0 - \rho_T))^2 \quad (7.113)$$

beschrieben werden. Umstellen der Gleichung ergibt dann den Quotienten

$$\frac{\rho_T}{\rho_0} = \frac{\left( 1 + \frac{\rho_\Delta}{\rho_0} + \sin \theta \right)^2 + \cos^2 \theta}{2 \left( 1 + \frac{\rho_\Delta}{\rho_0} + \sin \theta \right)}. \quad (7.114)$$

und, eingesetzt in (7.108), für den Koeffizienten  $B$  mit

$$B = -B_0 \frac{2 \frac{\rho_\Delta}{\rho_0} \sin \theta + \frac{\rho_\Delta^2}{\rho_0^2}}{2(1 + \sin \theta) \left( 1 + \frac{\rho_\Delta}{\rho_0} \right) + \frac{\rho_\Delta^2}{\rho_0^2}} \quad (7.115)$$

$$\approx -\frac{B_0}{\rho_0} \frac{\sin \theta}{1 + \sin \theta} \rho_\Delta \quad (7.116)$$

eine näherungsweise lineare Beziehung zu  $\rho_\Delta$ .

Der noch unbekannte Schrägabstand eines satellitengestützten Senders zum Empfänger,  $\rho_0$ , kann bei geringer Exzentrizität des Satellitenorbits näherungsweise in Abhängigkeit vom Einfallswinkel  $\theta$  bestimmt werden. Dabei liegt nach Abbildung 7.16 ein sphärisches Erdmodell zugrunde. Mit dem Erdradius  $R_E \approx 6371$  km und der als

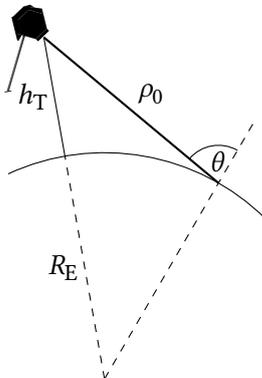


Abbildung 7.16: Der Schrägabstand zum Orbit in Abhängigkeit vom Einfallswinkel.

konstant angenommenen Bahnhöhe des Satelliten  $h_T \approx 514$  km ist der Schrägabstand mit Anwendung des Sinussatzes durch

$$\rho_0(\theta) = \sqrt{(R_E + h_T)^2 - (R_E \sin \theta)^2} - R_E \cos \theta \quad (7.117)$$

bestimmt. Da die Bahnhöhe im Beispiel von TerraSAR-X in der Realität um bis zu 30 km variiert, kann hier die Höhe des Empfängers vernachlässigt werden, ohne die Genauigkeit weiter zu reduzieren.

Die Parameter zur Verarbeitung der Radardaten mit dem Quick-Look-Prozessor sind damit, neben der Analyse der zu Beginn erwähnten Daten des Empfangssystems, lediglich durch Eingabe des Signaleinfallswinkels auf dem Referenzkanal bestimmt und die Verarbeitung der Rohdaten erfolgt gemäß der in Abbildung 7.17 skizzierten Schritte.

Der Prozessor beginnt mit dem Einlesen der Referenzkanaldaten und der zugehörigen Triggerzeitpunkte. Nachdem die Energie jedes Segmentes bestimmt ist, wird der Index des Segmentes maximaler Energie ermittelt. Zusätzlich wird, mithilfe eines als Mittel der Differenzen der Triggerzeiten geschätzten PRI, der Sendepulsindex aus den Triggerzeitpunkten relativ zum stärksten Puls als linearer Zeitbezug bestimmt. Dieser wird weiter genutzt, um die Sendezeitpunkte durch Polynomregression innerhalb eines *random sample consensus*-Algorithmus (RANSAC) durch ein quadratisches Polynom zu modellieren, aus dessen Koeffizienten, in der Reihenfolge aufsteigender Koeffizienten, die Referenzzeit  $t_0$ , das PRI  $t_i$  und der Prozessorkoeffizient an der Empfängerposition  $B_0$  bestimmt werden.

Das Referenzsignal wird dann mittels FFT über die mit  $T_s$  in der Laufzeit abgetasteten Messwerte in den Spektralbereich überführt sowie die Daten der Szenenkanäle eingelesen, um gleichermaßen deren Spektren zu bestimmen. Es folgt dann die Pulskompression durch ein *matched filter* und daran anschließend die Keystone-Transformation über den Segmentindex durch Interpolation nach  $\xi$ . Nach der Rücktransformation des Resultats in den Laufzeitbereich wird die verbliebene, in  $\xi$  quadratische Phase durch Multiplikation mit dem Referenzphasor kompensiert. Der laufzeitabhängige Koeffizient  $B$  bestimmt sich dabei durch (7.116) und (7.117) aus Einfallswinkel  $\theta$  und Differenzentfernung  $\rho_\Delta = cnT_s$ . Eine FFT über  $\xi$ , repräsentiert durch den Index  $m$ , fokussiert das Bild schließlich in der Differenzdopplerfrequenz.

In Abbildung 7.18 ist das Ergebnis eines bistatischen Experiments mit TerraSAR-X und dem HITCHHIKER Empfänger dargestellt. Die im September 2009 auf dem Dach der Universität Siegen aufgezeichneten Daten, wurden mit dem Quick-Look Prozessor verarbeitet und liegen hier in seinem speziellen Koordinatensystem als Differenzentfernung und Differenzdopplerfrequenz zur Empfängerposition vor. Die linke Seite der Abbildung zeigt eine Übersicht – aus dem Nahbereich des Empfängers – der insgesamt 21,9 km langen Radarabbildung und ist mit einem Gitter in Bodenkoordinaten überlagert, welches in  $x$  und  $y$  mit einem Intervall von 250 m gezeichnet ist. In der rechten Hälfte der Abbildung finden sich Vergrößerungen der

Lesen der Datensegmente $r_{n,m}$ und Zeitstempel $t_m$ aus dem Referenzkanal. $n \in N, m \in M$
$E_m \leftarrow \sum_{n=0}^{N-1} r_{n,m}^2$
$m_0 = \arg \max_m E_m$
Pulsindex aus $t_m$ bestimmen: $m'_m = \left\lfloor \frac{t_m - t_{m_0}}{t_i} + \epsilon \right\rfloor$
RANSAC mit Polynomregression $t_m = a_0 + a_1 m' + a_2 m'^2$
$t_0 \leftarrow a_0; t_i \leftarrow a_1; B_0 \leftarrow a_2 \frac{c_0}{t_i^2}$
$R_{n,m} \leftarrow \text{fft}_n r_{n,m}$
Lesen der Datensegmente $s_{n,m}$ aus einem Szenenkanal.
$S_{n,m} \leftarrow \text{fft}_n s_{n,m}$
Pulskompression: $S_{n,m} \leftarrow S \cdot R^* / \sqrt{E}$
Keystone-Transformation durch Interpolation: $S_{n,m} \leftarrow S_{n, \frac{k_0}{k_0} (t_m - t_0)}$
$s_{n,m} \leftarrow \text{ifft}_n S_{n,m}$
Fokussierung: $s_{n,m} \leftarrow s_{n,m} \cdot e^{jk_0 B_0 \xi_m^2}$
$S_{n,m} \leftarrow \text{fft}_m s_{n,m}$

Abbildung 7.17: Verarbeitungsschritte des Quick-Look-Prozessors.

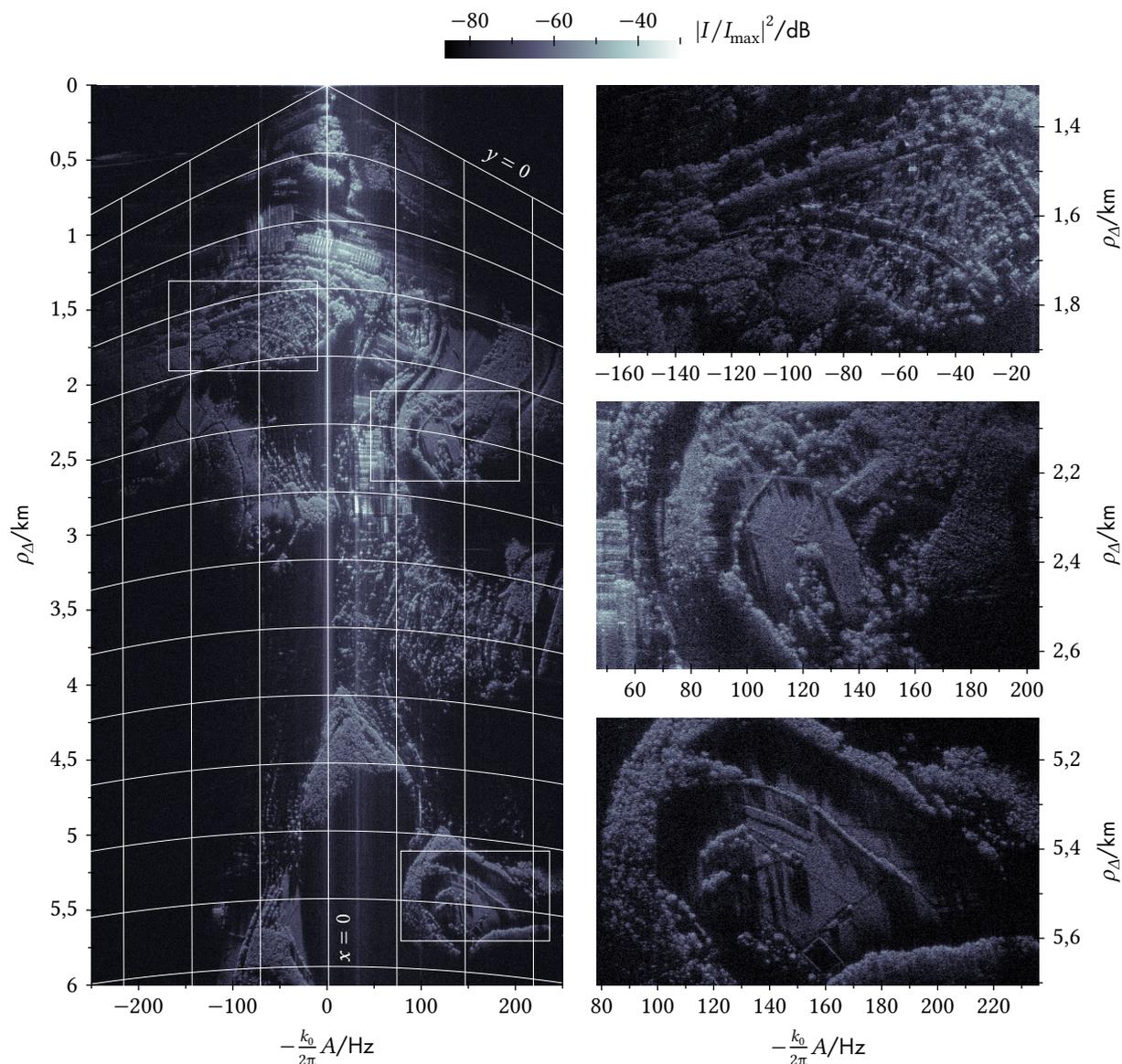


Abbildung 7.18: Ergebnis des Quick-Look-Prozessors für ein bistatisches Experiment vom September 2009 mit TerraSAR-X und dem HITCHHIKER-Empfänger. Die Bilder sind im Koordinatensystem des Prozessors gegeben, wobei das linke Ergebnis mit einem Gitter des Intervalls 250 m in Bodenkoordinaten  $x$  und  $y$  überlagert ist.

<sup>2</sup>MATLAB R2019b,  
Intel Core i7-6700

in der Übersicht markierten Bereiche, in der vollen Auflösung der bistatischen Abbildung. Die gesamte Verarbeitungsdauer des vollständigen Datensatzes dauert<sup>2</sup> 270 s, beginnend beim Einlesen der Rohdaten des Empfängers und resultiert in einem Radarbild mit 373 MS. Obwohl Ziele im Bereich niedriger Differenzdopplerfrequenz gut fokussiert werden, nimmt der Fehler durch die Beschränkung auf den quadratischen Phasenanteil ohne die Subaperturverarbeitung im äußeren Szenenbereich zu, was den Einsatz bei sehr großer Bildausdehnung entlang der synthetischen Apertur verhindert.

# Das HITCHHIKER-System

Ausgehend von dem ersten Zweikanalempfangssystem, welches zur Durchführung der ersten Experimente im HITCHHIKER-Projekt im Jahre 2009 aufgebaut wurde, wurde das HITCHHIKER-System kontinuierlich weiterentwickelt, seine Fähigkeiten erweitert und das System durch Messung der Systemeigenschaften zu einem vielseitigen Radarmessinstrument ausgebaut. Es umfasst heute neben einem Empfangssystem auch eine Sendekomponente im X-Band neben einer Reihe peripherer Systeme, welche zur Durchführung der Experimente benötigt werden – beispielsweise ein GPS-INS-System, ein zweiachsiger Antennenrotor oder eine zum Radar synchrone Videoaufzeichnung. Das Sendesystem nutzt als Besonderheit, neben konventionellen Radarwellenformen auch thermisches Rauschen als Sendeimpuls. Eine experimentelle Erprobung des Systems, sowie die Radarsignalverarbeitung bei stochastischer Wellenform sind in [Reu23] beschrieben. Die Entwicklung und Realisierung der Systeme des HITCHHIKER-Projekts erfolgte durch die Autoren dieser und der vorgenannten Arbeit.

Aufgrund der bistatischen Experimente im Fokus dieser Arbeit wird in diesem Kapitel das X-Band-Empfangssystem im Detail beschrieben. Eine Übersicht dieses Systems stellt Abbildung 8.1 dar. Linksseitig ist jeweils die Referenz auf die Beschreibung der einzelnen Komponenten in diesem Kapitel gegeben. Das Empfangssystem ist zur mobilen Verwendung in einem Betriebsbehälter für 19-Zoll-Geräte untergebracht. Die Stromversorgung des Systems erfolgt über 230 V Wechselstrom, für Feldexperimente steht daher ein Stromerzeuger mit Verbrennungsmotor, sowie eine Stromversorgung mittels Batterie zur Verfügung. In Abbildung 8.2 ist das HITCHHIKER-Empfangssystem dargestellt, die Außenabmessungen des Gesamtsystems betragen 58 cm × 59 cm × 80 cm (B × H × T).

## 8.1 Der X-Band-Empfänger

Das Radarinstrument auf TerraSAR-X sendet seine Pulse bei einer Mittenfrequenz von 9,65 GHz im X-Band. Um gemeinsam mit diesem Sendesystem bistatische Experimente durchzuführen, wurde der Empfänger des HITCHHIKER-Systems auch auf diesen Frequenzbereich abgestimmt. Seine Aufgabe ist es, das Signal des Satelliten sowie die Reflexionen dieses Signals zu verstärken und vom Mikrowellenfrequenzbereich in einen Zwischenfrequenzbereich (IF) umzusetzen, wo diese dann abgetastet werden können. Er ist damit ein sogenannter Überlagerungsempfänger.

Das System verfügt aktuell über vier kohärente Empfangskanäle mit einer Bandbreite von jeweils 500 MHz. Während der erste Kanal zum Triggern des Aufzeichnungssystems, zum Aufzeichnen der

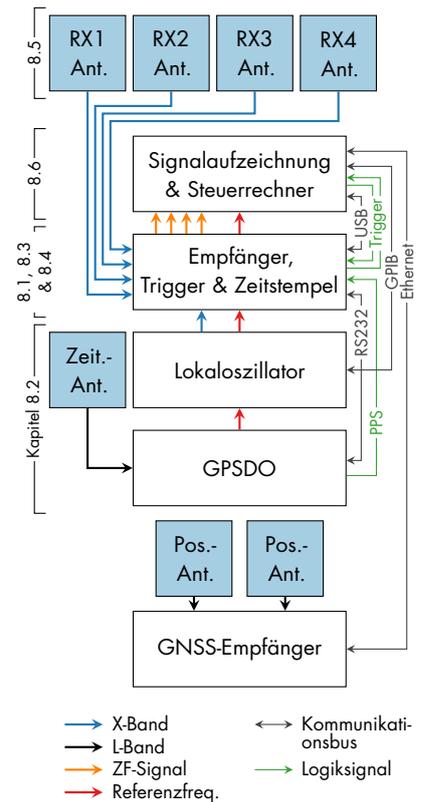


Abbildung 8.1: Komponenten des Empfangssystems.



Abbildung 8.2: Abbildung des Empfangssystems.

Wellenform und damit zur Synchronisation genutzt wird, stehen die drei weiteren Kanäle zum Empfang der Reflexionen und somit zur Radarbildgebung zur Verfügung.

Der Entwurf des Radarsystems basiert zunächst auf der Leistungsbilanz des Referenzkanals, also der erwarteten Leistung des Sendesignals, nach Dämpfung durch die Strecke zwischen Sendezu Empfangssystem, gemessen am Ausgang der Antenne für den ersten Empfangskanal.

Die Impulsleistung des TerraSAR-X von 2260 W[Sue+02] erzeugt mit dem Gewinn seiner Gruppenantenne von  $10 \lg 384 + 20,25 \text{ dBi} = 46 \text{ dBi}$ [GHF05] im Abstand von 530 km – 930 km unter Vernachlässigung der atmosphärischen Dämpfung gemäß (1.2) eine Leistungsdichte von

$$S_f = 8,28 \mu\text{W m}^{-2} \quad (8.1)$$

bei großem Abstand und

$$S_n = 25,49 \mu\text{W m}^{-2} \quad (8.2)$$

bei der minimalen Entfernung.

Als Empfangsantenne für den Referenzkanal wird beim HITCHHIKER-System eine Hornantenne mit einem Gewinn von 19 dBi eingesetzt, da diese im X-Band noch eine kompakte Baugröße erlaubt und die Keulenbreite keine zu hohen Anforderungen an die manuelle Ausrichtung der Antenne stellt – bei deutliche höheren Gewinnen wäre zusätzlich eine Nachführung der Antenne während der Messung notwendig. Am Ausgang dieser Hornantenne steht bei optimaler Ausrichtung zum Satelliten – bei der Wellenlänge  $\lambda = 3,1 \text{ cm}$  – dann damit eine maximale Signalleistung von

$$P_f = \frac{\lambda^2}{4\pi} G S_f = -43 \text{ dBm} \quad (8.3)$$

und entsprechend bei steilem Einfallswinkel bis zu

$$P_n = -38 \text{ dBm} \quad (8.4)$$

zur Verfügung. Am Ende des Mikrowellenteils eines Empfangskanals befindet sich der Mischer, welcher das Signal mit der Frequenz des Lokaloszillators (LOs) in den IF-Bereich verschiebt. Der im System verwendete passive Mischer mit einer Nennleistung von 10 dBm für das LO-Signal weist einen Intercept-Point dritter Ordnung ( $IP_3$ )  $I$  bei einer Eingangsleistung von ebenfalls 10 dBm auf. Dieser Punkt beschreibt den Schnittpunkt der Ausgangsleistung des Mixers in Bezug auf die Eingangsleistung eines Signals mit zwei Frequenzanteilen, mit der Ausgangsleistung der Intermodulationsprodukte des Signals. Da die Leistung der Intermodulationsprodukte im Gegensatz zur Ausgangsleistung mit 3 dB statt 1 dB pro dB der Eingangsleistung ansteigt, kann ein Intermodulationsabstand  $A$  in der logarithmischen Größe erreicht werden, wenn die Eingangsleistung des Signals den  $IP_3$  mit einem Abstand von  $A/2$  – unterhalb – nicht überschreitet. Bei einem gewünschten Intermodulationsabstand von 30 dB

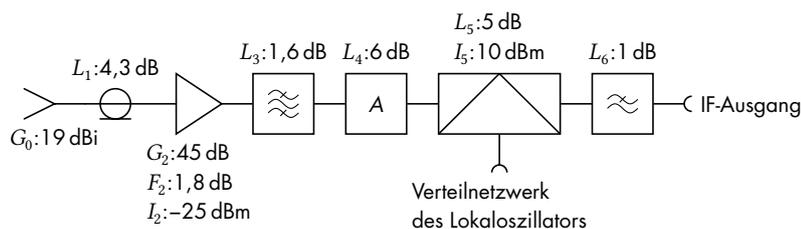


Abbildung 8.3: Aufbau eines Empfangskanals.

sollte die Eingangsleistung am Mischer demnach maximal  $-5$  dBm betragen, womit der Verstärkung des Mikrowellenteils damit auf  $33$  dB beschränkt ist. Um das von der Antenne empfangene Signal zu verstärken und somit für das Aufzeichnungssystem messbar zu machen, ist das erste Bauteil des Empfängers nach den Antennenkabeln ein rauscharmer Verstärker, der *low noise amplifier* (LNA). Das Rauschverhalten, das heißt die Rauschzahl  $F$  des Empfängers, hängt wesentlich von diesem Verstärker ab. Nach [Fri44] kann die Rauschzahl, das Verhältnis des SNR am Ausgang zum Eingang des Systems, mit der Beziehung für die linearen Größen

$$F = F_1 + \frac{F_2 - 1}{G_1} + \frac{F_3 - 1}{G_1 G_2} + \dots + \frac{F_N - 1}{G_1 G_2 \dots G_{N-1}} \quad (8.5)$$

durch die Rauschzahlen seiner kaskadierten Komponenten und deren Verstärkung bestimmt werden. Die Rauschzahl der passiven Komponenten entspricht bei Anpassung der Tore dabei ihrer Einfügedämpfung  $L = G^{-1}$ . Die Rauschzahl eines Empfangskanals ist dann mit den Eigenschaften der Komponenten aus Abbildung 8.3 durch

$$\begin{aligned} F &= L_1 + L_1(F_2 - 1) + L_1 \frac{L_{3-6}}{G_2} \\ &= L_1 \left( F_2 + \frac{L_{3-6}}{G_2} \right) \approx L_1 F_2 = 6,1 \text{ dB} \end{aligned} \quad (8.6)$$

gegeben. Damit ist die Rauschzahl durch die Verluste im Antennenkabel neben der Rauschzahl des LNA hauptsächlich durch die Kabeldämpfung bestimmt. Um bei der erwarteten, maximalen Eingangsleistung nicht den linearen Betriebsbereich des Mixers zu verlassen, wird die Verstärkung des Mikrowellenteils durch ein Dämpfungsglied zwischen Bandpassfilter und Mischer um  $6$  dB auf  $33,1$  dB reduziert. Nach (8.6) hat diese Dämpfung, hinter dem LNA, auf die Rauschzahl des Systems keinen signifikanten Einfluss. Ein Tiefpassfilter im IF-Teil des Empfängers unterdrückt neben den unerwünschten Mischprodukten Signalanteile, welche bei der Abtastung durch das Aufzeichnungssystem zu Aliasing führen würden. Die Gesamtverstärkung des Empfangskanals ist damit nominell  $G = \prod_{i=1}^6 G_i = 27,1$  dB. Da durch nahe Reflexionen für die übrigen Kanäle ein ähnlicher Dynamikbereich notwendig ist, sind alle vier Kanäle gleich ausgeführt. Beim Referenzkanal ist die Verstärkung jedoch um  $3$  dB reduziert, da das IF-Signal hier für das Triggersystem durch einen symmetrischen Leistungsteiler ausgeleitet wird.

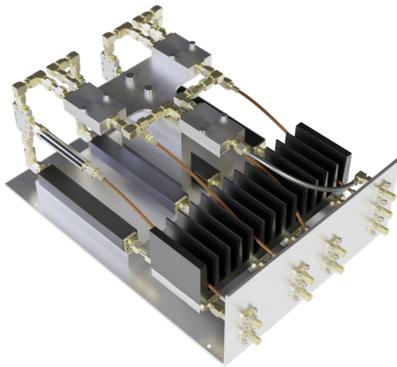


Abbildung 8.4: Die vierkanalige Empfängerbaugruppe.

Am Ausgang des Referenzkanals liegt die maximale Leistung des Satellitensignals damit im Bereich von  $-18,9$  dBm bis  $-13,9$  dBm.

In Abbildung 8.4 ist die vierkanalige Empfängerbaugruppe dargestellt, welche als Einheit im X-Band-Empfänger verbaut ist. Weiter enthält das Empfängerchassis das Triggersystem, das Messsystem für die Pulsankunftszeiten sowie die Überwachung der Verstärkerstromversorgung und der Systemtemperaturen.

### Empfängerkalibrierung

Um die Übertragungsfunktion des Empfängers in den aufgezeichneten Daten zu kompensieren, werden die vier Empfangskanäle durch Kalibriermessungen charakterisiert. Dazu wird der in Abbildung 8.5 dargestellte Aufbau verwendet. Als Kalibrierquelle dient ein R&S<sup>1</sup> SMF100A Mikrowellensignalgenerator. Die Generatorleistung wird dabei mit einer thermischen Leistungsmesssonde R&S NRP-Z52 bestimmt. Die vier Empfangskanäle erhalten das Kalibriersignal über ein Leistungsteilernetzwerk, welches auch das Signal auf den erforderlichen Pegel dämpft. Die Streuparameter dieses Netzwerkes sind durch Messung mit einem R&S ZVA-40 Vektornetzwerkanalysator bekannt und werden genutzt, um das Teilernetzwerk in den Kalibriermessungen zu kompensieren. Da in diesem Kalibrieraufbau nicht mit absoluter Phasenreferenz gemessen werden kann, wird die Übertragungsfunktion der Kanäle 2 – 4 auf den ersten Kanal bezogen.

<sup>1</sup>Rohde & Schwarz GmbH & Co. KG. [www.rohde-schwarz.de](http://www.rohde-schwarz.de)

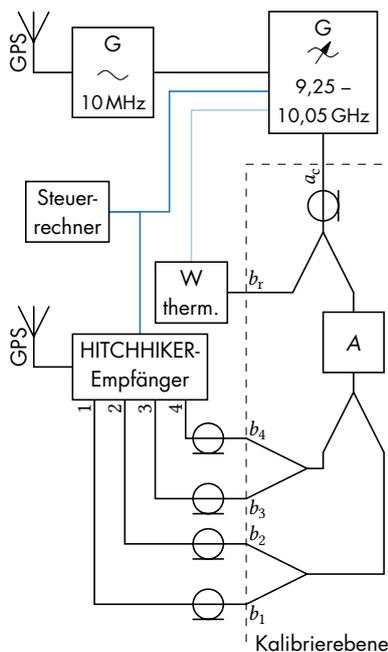


Abbildung 8.5: Messaufbau zur Empfängerkalibrierung. Empfänger und Kalibriergenerator sind über GPS miteinander synchronisiert.

Während der Kalibriermessung wird sowohl das HITCHHIKER-Instrument, als auch die Kalibrierquelle und die Leistungsmesssonde durch ein Programm in Matlab auf einem externen Rechner via Ethernet gesteuert. Dabei wird die Übertragungsfunktion des Empfängers im Frequenzbereich abgetastet, indem das Generatorsignal für einen Frequenzpunkt durch seinen Signalrekorder aufgezeichnet wird. Der Generator ist, wie auch das Empfangssystem, durch einen GPS-disziplinierten Oszillator (GPSDO) an die Zeitbasis des GPS-Systems gekoppelt, um eine Frequenzsynchronisierung zu erreichen.

Das passive Leistungsteilernetzwerk kann im betrachteten Frequenzbereich mit einem Reflexionsfaktor von unter  $-20$  dB an allen Toren als angepasst betrachtet werden. Ferner wird nur am gemeinsamen Tor mit  $a_c$  eine Welle eingekoppelt. Die Streuparameter wurden daher jeweils als Zweitormessung, bei Abschluss der nicht gemessenen Tore, vom gemeinsamen Tor zum Referenztor und den vier Ausgangstoren bestimmt. Die fünf resultierenden Streuparameter sind also Matrizen in  $\mathbb{C}^{2 \times 2}$ . Die Eingangsleistung  $a_c$  des Netzwerkes kann unter diesen Bedingungen nach [Heu18, Kap. 2.5.1] aus der Messung von  $b_r$  am Referenztor mit dem Transmissionsfaktor

$$S_{21,r} = \frac{b_r}{a_c}$$

verknüpft und die vom Tor  $i \in \{1, 2, 3, 4\}$  des Leistungsteilers ausge-

hende Welle  $b_i$  mit

$$S_{21,i} = \frac{b_i}{a_c}$$

aus der Messung der Leistungsmesssonde durch

$$b_i = \frac{S_{21,i}}{S_{21,r}} b_r \quad (8.7)$$

bestimmt werden. Die gesuchten Transmissionsfaktoren der einzelnen Kanäle des Empfängers ergeben sich damit als Quotient

$$S'_{21,i} = \frac{b'_i}{b_i} = \frac{S_{21,r} b'_i}{S_{21,i} b_r} \quad (8.8)$$

der Wellengröße  $b'_i$ , gemessen am Ausgang des Empfangskanals  $i \in \{1, 2, 3, 4\}$  durch den Datenrekorder des HITCHHIKER-Systems, und der Wellengröße am Eingang. Bezugspunkt für die Eingangsgrößen ist dabei der antennenseitige Anschluss der Antennenkabel.

Um die Übertragungsfunktion des Empfängers zu bestimmen, wird der Generator vom Steuerprogramm für jeden Messpunkt auf die entsprechende Frequenz konfiguriert und dann gleichzeitig die Leistung am Referenztor gemessen, sowie eine Messung mit dem HITCHHIKER-System durchgeführt. Die Spannungsmessung des Datenrekorders bei der Generatorfrequenz  $f$  und der Frequenz  $f_L$  des LOs im Empfangssystem wird nun gemäß

$$b'_i(f) = \sqrt{\frac{2}{Z_0}} \frac{1}{T} \int_0^T u_i(t, f) e^{-j2\pi(f-f_L)t} dt \quad (8.9)$$

mit der resultierenden Zwischenfrequenz  $f - f_L$  demoduliert und durch Integration über die Messzeit in die Wellengröße überführt. Ferner ergibt sich aus der Leistung am Referenztor  $P_r$  eine weitere Wellengröße

$$|b_r(f)| = \sqrt{P_r(f)}, \quad (8.10)$$

wobei der Phasenwert  $\phi_r = \angle b_r(f)$  als Unbekannte verbleibt. Die Übertragungsfunktion des Systems ist dann durch

$$S'_{21,i}(f) = \frac{S_{21,r}(f)}{S_{21,i}(f)} \sqrt{\frac{2}{Z_0 P_r(f)}} e^{-j\phi_r(f)} \frac{1}{T} \int_0^T u_i(t, f) e^{-j2\pi(f-f_L)t} dt \quad (8.11)$$

bestimmt. Während ihr Betrag damit gegeben ist, wird der Phasengang mit  $\angle(S'_{21,i} \cdot S_{21,1}^*)$  als Differenz zum ersten Empfangskanal  $i = 1$  betrachtet, um die unbekannte Referenzphase  $\phi_r$  zu eliminieren.

## Empfängermodell

Betrag und Phase der Übertragungsfunktion werden mit diesem Verfahren sehr präzise gemessen. Die Standardabweichung ist für den Betrag etwa 0,02 dB und liegt für die Phasenmessung bei 0,1°.

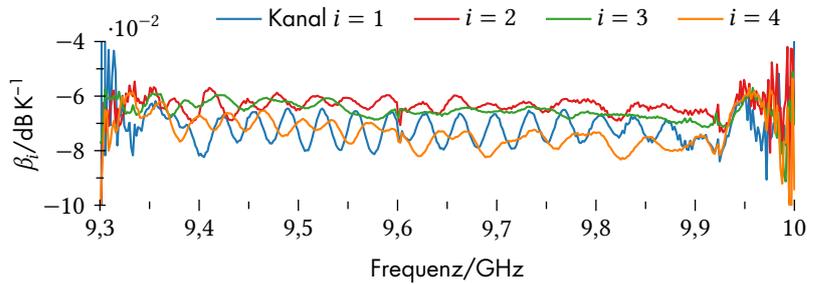


Abbildung 8.6:  
Temperaturabhängigkeit  
der Übertragungsfunktion.

Die absolute Genauigkeit der Kalibrierung ist jedoch durch die Messunsicherheit der Leistungssonde von bis zu 0,1 dB und insbesondere durch die Abhängigkeit des Kalibrierergebnisses von den Einflüssen durch Temperaturänderung und mechanischer Belastung der Antennenkabel eingeschränkt.

Um die Temperaturabhängigkeit des Systems zu bestimmen, wurden Kalibriermessungen im Bereich vom  $32^\circ - 52^\circ$  für die Temperatur der LNA durchgeführt. Im Empfänger sind dazu mehrere Temperatursensoren verbaut. Der Betrag der Übertragungsfunktion ist dabei maßgeblich vom Gewinn der LNA bestimmt. Die Temperaturabhängigkeit ihres Gewinns wird, im logarithmischen Maß, linear zu ihrer Temperatur  $\vartheta_A$  modelliert. Der dabei auftretende Koeffizient ist nach Abbildung 8.6 frequenzabhängig. Ferner verschieben sich die Grenzfrequenzen der Bandpassfilter, wahrscheinlich durch Wärmeausdehnung der frequenzbestimmenden Strukturen im Filter. Für die Bandpassfilter der einzelnen Kanäle wurden die Koeffizienten

$$\alpha_1 = 12 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}, \alpha_2 = 14 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}, \\ \alpha_3 = 6 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1} \text{ und } \alpha_4 = 11 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$$

gefunden. Diese Werte liegen dabei in der Größenordnung der Ausdehnungskoeffizienten der in den Hohlraumfiltern verwendeten Metalle. Frequenzen werden damit durch  $(1 + \alpha \cdot (\vartheta_F - \vartheta_0))^{-1}$  skaliert. Die Maßbezugstemperatur für die Kalibrierung beträgt hierbei und im Folgenden  $\vartheta_0 = 20^\circ \text{C}$ . Insgesamt gilt für die logarithmische Größe des Betrages der Übertragungsfunktion

$$20 \cdot \lg |S'_{21,i}(f)| = H_i(f \cdot (1 + \alpha \cdot (\vartheta_F - \vartheta_0))) + \beta_i(f)(\vartheta_A - \vartheta_0), \quad (8.12)$$

dargestellt in Abbildung 8.7. Der Fehler der Modellierung ist dabei für die aufgezeichneten Kalibrierdaten durch  $\pm 0,1$  dB begrenzt.

Während die Temperaturabhängigkeit des Betrages im Wesentlichen durch den Empfänger bestimmt wird, wird der Phasengang hauptsächlich durch das Temperaturverhalten der Antennenkabel beeinflusst. Durch Dichteänderung des Dielektrikums und durch Wärmeausdehnung der Leiterstruktur ändert sich die elektrische Länge eines Kabels [Car17], also die Phasenverschiebung, welche ein Signal durch das Kabel erfährt, mit der Temperatur  $\vartheta_C$  des Kabels. Da die Kabeltemperatur der Umgebungstemperatur gleicht und der relevante Temperaturbereich damit klein ist, wird die Phasenänderung durch die Temperatur als lineare Beziehung modelliert. Da nur

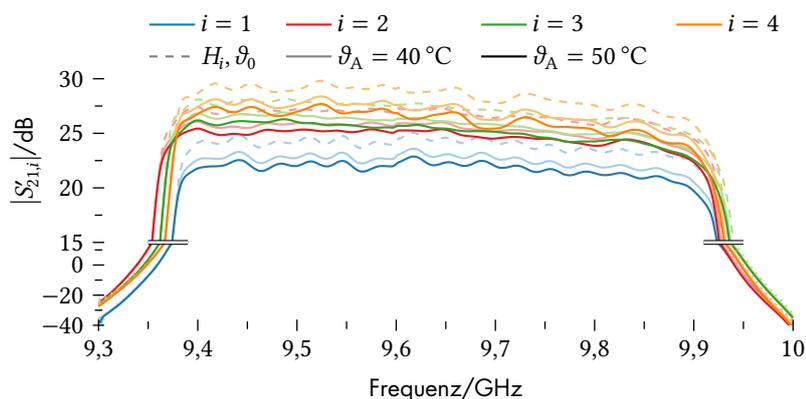


Abbildung 8.7:  
Übertragungsfunktion des HITCHHIKER-Empfangssystems.

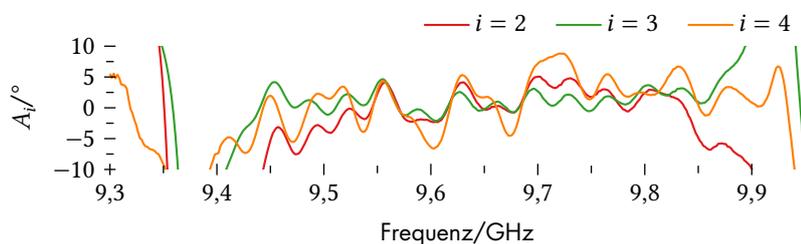


Abbildung 8.8:  
Differenzphasengang zum ersten Kanal des HITCHHIKER-Empfangssystems.

der Differenzphasengang betrachtet werden kann, beziehen sich die weiteren Betrachtungen ebenfalls auf die Unterschiede zum ersten Kanal.

Die Differenz der elektrischen Länge bei der Bezugstemperatur wurde durch die Kalibriermessungen zu

$$l_2 = -169,6 \text{ mm}, l_3 = -244,2 \text{ mm und } l_4 = 1096,7 \text{ mm}$$

und die relative Änderung zu

$$\gamma_2 = 11,9 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}, \gamma_3 = 18,8 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1} \text{ und } \gamma_4 = 45,3 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$$

ermittelt. Der Kabeltyp des vierten Kanals unterscheidet sich dabei zu den drei ersten Kanälen. Mit der Wellenzahl

$$k = 2\pi \frac{f}{c}$$

und dem residuellen Phasengang  $A_i$  aus Abbildung 8.8, wird der Differenzphasengang des Kanals  $i$  durch die Beziehung

$$\angle(S'_{21,i} \cdot S'_{21,1}^*) = A_i - kl_i(1 + \gamma_i(\vartheta_C - \vartheta_0)) \quad (8.13)$$

dargestellt. Der Modellfehler ist beim Phasengang für die Daten der temperaturabhängigen Kalibrierung auf  $\pm 1^\circ$  begrenzt.

Die dann im Prozessor zur Kalibrierung der Messdaten genutzte Übertragungsfunktion wird mit den Komponenten aus (8.12) und (8.13) durch

$$S''_{21,i}(f) = |S'_{21,i}| e^{j\angle(S'_{21,i} \cdot S'_{21,1}^*)} \quad (8.14)$$

ausgedrückt. Während Temperatureinflüsse damit gut berücksichtigt werden können, ist die Modellierung des Fehlers durch direkte

mechanische Einflüsse auf die Kabelverbindung, wie Änderungen der Biegung der Kabel, nicht möglich. Die Kalibrierung sollte daher für optimale Ergebnisse erst im experimentellen Aufbau erfolgen und der Streckenverlauf der Kabel nach der Kalibrierung nicht mehr wesentlich verändert werden.

## 8.2 Lokale Frequenzerzeugung

Damit das Empfangssystem für die SAR-Bildgebung kohärent arbeitet, sollten alle Frequenzen im System eine bekannte Beziehung zu einem einzelnen Oszillator aufweisen. Im HITCHHIKER-Empfangssystem ist dieser LO zusätzlich über einen GPSDO an die GPS-Zeit<sup>2</sup> und damit auch an die UTC (siehe Anhang B.3) angeschlossen. Der GPSDO ist ein hochwertiger, beheizter Quarzoszillator (OCXO) mit einer Frequenz von 10 MHz, dessen Phasenlage durch Vergleich mit dem Sekundenpuls eines GPS-Empfängers mit großer Zeitkonstante nachgeregelt wird. Die Zeitbasis des LO wird nun diesem Signal nachgeführt, gleichzeitig wird diese Zeitbasis den weiteren Komponenten, wie dem Signalrekorder und dem Zeitstempelrekorder ebenfalls als Referenzsignal mit 10 MHz zugeführt. Abbildung 8.9 stellt die Abhängigkeiten zwischen den Oszillatoren im System sowie den Anschluss an die Zeitskala UTC dar.

<sup>2</sup>Der Uhrenabgleich erfolgt über die Uhren auf den GPS-Satelliten (SV-Zeit), welche wiederum über das GPS-Kontrollsegment mit der GPS-Zeit synchronisiert werden.

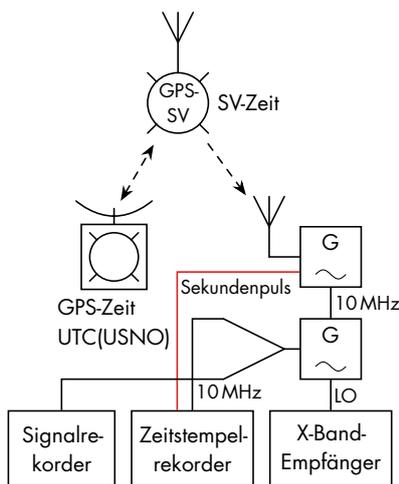


Abbildung 8.9: Abhängigkeiten der Oszillatoren im Empfangssystem.

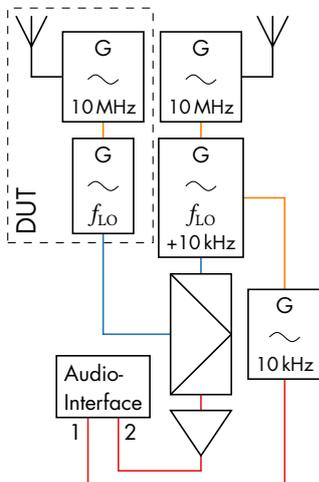


Abbildung 8.10: Messung der LO-Stabilität.

Der LO ist ein Anritsu MG3692B Mikrowellensynthesizer, die Signalerzeugung erfolgt hier durch einen YIG-Oszillator, welcher über insgesamt vier Phasenregelschleifen (PLL)[Anr15] an das Signal des Referenzeingangs angebunden ist. Das Referenzsignal im Empfänger wird von einem GPSDO des Typs Trimble Thunderbolt zur Verfügung gestellt. Um den Einfluss des GPSDO auf das Phasenrauschverhalten, beziehungsweise die Stabilität des LOs zu untersuchen, wird die Phasendifferenz zu einen Referenzoszillator über mehrere Stunden beobachtet.

Als Referenz dient hier abermals der in Kapitel 8.1 erwähnte R&S SMF100A, welcher äquivalent zum Oszillator des Empfängers, dem *device under test* (DUT), über einen vergleichbaren GPSDO der GPS-Zeit folgt. Die beiden Oszillatoren werden direkt durch einen Mischer miteinander verglichen, wobei der Referenzoszillator eine Frequenzdifferenz von 10 kHz zum LO des Empfängers aufweist. Nach Abtastung des gefilterten Mischprodukts, wird die Phasendifferenz der Oszillatoren durch digitale Demodulation (DDC) bestimmt. Die Abtastung des Signals erfolgt dabei durch ein Audiointerface, wobei der zweite Kanal des Abtasters zur Synchronisation das Signal eines weiteren Generator mit der Differenzfrequenz der Mikrowellengeneratoren von 10 kHz aufzeichnet, welches synchron zum Referenzgenerator erzeugt wird. In Abbildung 8.10 ist die genutzte Messanordnung dargestellt.

Da das Referenzoszillatorsystem eine zum LO vergleichbare Stabilität aufweist, können die Eigenschaften des LO nicht isoliert gemessen werden, sondern dient der Aufbau dem Vergleich verschiedener Konfigurationen des Signalgenerators. Die Filterbandbreite

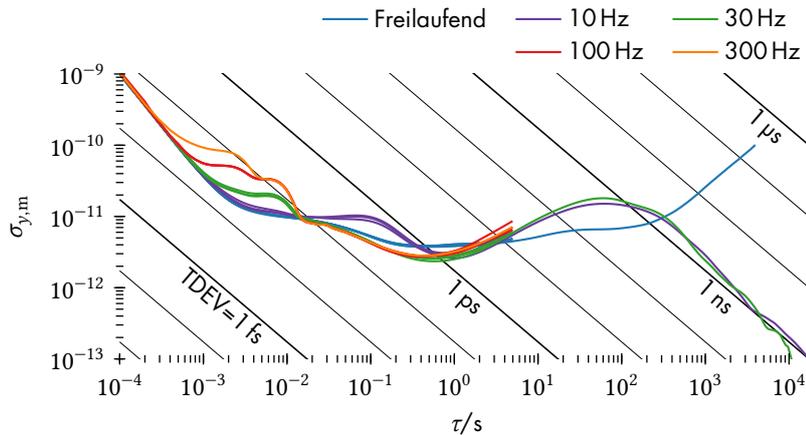


Abbildung 8.11: Allan-Deviation des LOs im Empfangssystem unter verschiedenen Bedingungen.

der ersten Phasenregelschleife des Generators, die *reference-loop* kann aus der Wertemenge 10 Hz, 30 Hz, 100 Hz und 300 Hz gewählt werden. Durch Einschränken der Bandbreite wird das Phasenrauschverhalten des LO stärker durch den internen Oszillator bestimmt, während die Langzeitstabilität durch die externe Referenz gegeben ist. Abbildung 8.11 stellt die Quadratwurzel der modifizierten Allan-Varianz[AB81] dar, die sogenannte Allan-Deviation  $\sigma_{y,m}$ . Die Allan-Varianz wird dort aus der zeitlichen Abweichung der Oszillatoren, den  $N$  im Intervall  $\tau_0$  abgetasteten Werten  $x_i$  für ein Betrachtungsintervall  $\tau = n\tau_0$  durch

$$\sigma_{y,m}^2(\tau) = \frac{1}{2\tau^2 n^2 (N - 3n + 1)} \sum_{j=1}^{N-3n+1} \left( \sum_{i=j}^{n+j-1} x_{i+2n} - 2x_{i+n} + x_i \right)^2 \quad (8.15)$$

gebildet. Es besteht dabei ein im Anhang A.5 dargestellter Zusammenhang zwischen der Allan-Varianz und der Autokorrelationsfunktion des Phasenfehlers. Der Anhang liefert ferner Informationen zum Konzept der Allan-Varianz und zur Interpretation der Diagramme.

Bei Betrachtung der Abbildung 8.11 wird deutlich, dass die Verwendung des GPSDO die Langzeitstabilität des LO sicherstellt. Anhand der im Hintergrund eingezeichneten Linien gleicher *Time-Deviation* (TDEV) ist ferner ersichtlich, dass die Zeitübertragung über das GPS-System den Gangfehler der Oszillatoren auf wenige Nanosekunden beschränkt. Die Stabilität bei Anbindung an die Referenz übertrifft dabei ab einer Betrachtungszeit von etwa  $\tau > 200$  s den freilaufenden Oszillator (Blau), im Bereich darunter bis etwa  $\tau > 2$  s ist jedoch der freilaufende LO stabiler.

Im Kurzzeitbereich für  $\tau < 1$  s hängt das Verhalten des geregelten LO von der konfigurierten Filterbandbreite der *reference-loop* ab. Während Bandbreiten ab 30 Hz ein gute Stabilität für  $\tau$  größer 10 ms erreichen, verschlechtert sich jedoch das Verhalten des Oszillators für kürzere Betrachtungszeiträume bei zunehmender Bandbreite. Während die Bandbreiteneinstellung von 10 Hz bei den kurzen Zeiträumen bis 10 ms die gleiche Stabilität wie der freilaufende Oszillator erreicht, gibt es hier jedoch eine Verschlechterung im Bereich von

$10 \text{ ms} < \tau < 1 \text{ s}$ . Für die HITCHHIKER-Experimente wird aus den beiden verbleibenden Optionen 10 Hz und 30 Hz üblicherweise eine Filterbandbreite von 30 Hz verwendet, da diese über den Bereich der Aufnahmedauer von wenigen Sekunden eine bessere Leistung zeigt.

### 8.3 Triggersystem

Da der Signalrekorder eine Möglichkeit bietet, auf den Spannungsverlauf des Signals zu triggern, wurde diese Möglichkeit bis Ende 2019 genutzt, um das Speichern eines Datensegments auszulösen. Das System reagiert nach [Agi12, S. 17] dabei auf Signale mit einem Spitze-Tal-Wert größer 15 % der Vollaussteuerung. In Experimenten zur bistatischen Bildgebung ist diese Methode ausreichend, da der sich dadurch ergebende Dynamikbereich des Triggersystems von 16,4 dB die Hauptkeule des Sendesignals vollständig erfasst.

Im Rahmen des Projekts *Multistatic Passive Radar Imaging Using PAZ* (PAZ AO-001-010) wird das Empfangssystem jedoch zur Vermessung der Gruppenantenne des PAZ-X-Band-SAR eingesetzt, wodurch die Entwicklung eines externen Triggersystems mit deutlich erweiterter Dynamik erforderlich wurde, um die Sendepulse auch in den Nebenzipfeln des Antennendiagramms zuverlässig aufzuzeichnen.

Das entwickelte System reagiert dabei nicht direkt auf den Spannungsverlauf des IF-Signals sondern auf die detektierte Signalleistung. Die Hochfrequenzleistung wird dabei mit dem logarithmischen Detektor Mini-Circuits<sup>3</sup>ZX47-60-S+ gemessen. Dieser Detektortyp liefert demnach eine Ausgangsspannung proportional zum Logarithmus der Eingangsleistung.

Aus der Detektorspannung werden nun mithilfe der in Abbildung 8.12 dargestellten Schaltung die Triggerimpulse für den Signalrekorder erzeugt. Die Schaltung basiert auf dem schnellen Komparator ADCMP606<sup>4</sup>. Die Current Mode Logic (CML)-Technologie der Ausgangsstufe ermöglicht dabei die direkte Erzeugung der Pulse für das nachfolgende 50  $\Omega$ -System. Zur Einstellung der Schaltschwelle wird eine Vergleichsspannung mit dem 16 bit-Digital-Analog-Umsetzer (DAC) AD5693R von Analog Devices erzeugt. Die Konfiguration des DAC erfolgt dabei mittels *Inter-Integrated Circuit*-Bus (I<sup>2</sup>C) durch einen Mikrocontroller, welcher mit dem Aufnahmegerät via *Universal Serial Bus* (USB) kommuniziert. Über die Kennlinie des Detektors wird dabei die Schaltschwelle im Mikrocontroller bestimmt, sodass die Triggerschwelle direkt als Triggerleistungsschwelle konfiguriert werden kann. Zur Aufnahme der Kennlinie wird der Detektor aus einem R&S SMF100A Mikrowellengenerator gespeist. Die Signalleistung kann dabei über einen Leistungsteiler durch die thermische Leistungsmesssonde R&S NRP-Z52 am Generatorausgang aufgenommen werden. Der Pegelumfang wird am Detektoreingang durch den Einsatz verschiedener Präzisions-Dämpfungsglieder erweitert. Die Ausgangsspannung des Detektors wird durch ein Keithley<sup>5</sup> Digitalmultimeter der Serie 2000 gemessen. Die Pegelsteuerung des SMF100A sowie die Aufnahme und Auswer-

<sup>3</sup>Unternehmen der Scientific Components Corp. [www.minicircuits.com](http://www.minicircuits.com)

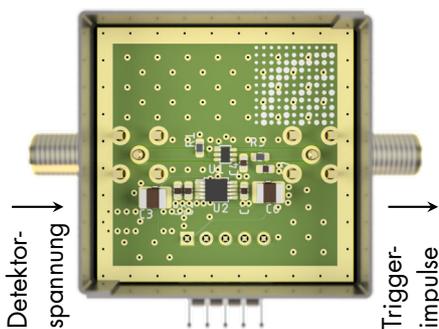


Abbildung 8.12: Triggerbaugruppe.

<sup>4</sup>Analog Devices, Inc. [www.analog.com](http://www.analog.com)

<sup>5</sup>Keithley Instruments. [www.tek.com/keithley](http://www.tek.com/keithley)

tung der Messwerte der Leistungssonde und des Digitalmultimeters erfolgt in einem MATLAB-Skript.

In der Kalibrierung wurde die Ausgangsspannung bei einem Eingangsleistungspegel von  $-75$  dBm bis  $-5$  dBm gemessen. Die Messreihen mit den Dämpfungswerten  $0$  dB,  $30$  dB und  $50$  dB sind kombiniert in Abbildung 8.13 dargestellt. Der einzelne Messwert bei  $-90$  dBm wurde bei abgeschaltetem Generator ermittelt. Die Abbildung zeigt ferner die, den Messwerten angepasste, abschnittsweise quadratische Kennlinie, welche zusammen mit ihrer Umkehrfunktion im Mikrocontroller implementiert ist.

Nach der Integration des Leistungstriggers in das HITCHHIKER-Empfangssystem kann eine sinnvolle Untergrenze für die Triggerschwelle ermittelt werden. Die Frequenz der Triggerimpulse wird dazu bei betriebsbereitem Empfangssystem von einem Philips PM6680 Zähler bei unterschiedlicher Einstellung der Triggerschwelle gemessen.

In Abbildung 8.14 sind die Ergebnisse dieser Messung aufgetragen. Ausgehend vom kalten Zustand wurde das System für mehrere Stunden beobachtet. Die Abtastung erfolgt dabei im angezeigten Bereich jeweils durch eine zufällige, gleichverteilte Wahl der Triggerschwelle. Für jeden Abtastpunkt wird außerdem die Temperatur des rauscharmen Verstärkers im Triggerkanal vom Empfänger abgefragt und gespeichert. Die vereinzelt Ereignisse, welche bei hoher Triggerschwelle detektiert wurden, stammen von Pulsen der Wetterradarsysteme von Flugzeugen. Diese Systeme arbeiten teilweise innerhalb des Empfängerfrequenzbandes. Dies konnte durch Vergleich mit den Daten des kontinuierlich arbeitenden Detektorempfängers (Kapitel 8.8) bestimmt werden.

Da der Gewinn der rauscharmen Verstärker von ihrer Temperatur abhängt, ist in der Abbildung auch klar erkennbar, dass die Verteilung des abgetasteten Empfängerrauschens und damit auch die Wahl der minimalen Triggerschwelle durch die Temperatur im Pegel verschoben wird.

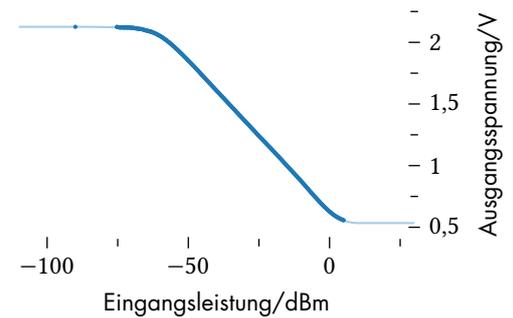


Abbildung 8.13: Detektorkennlinie des ZX47-60.

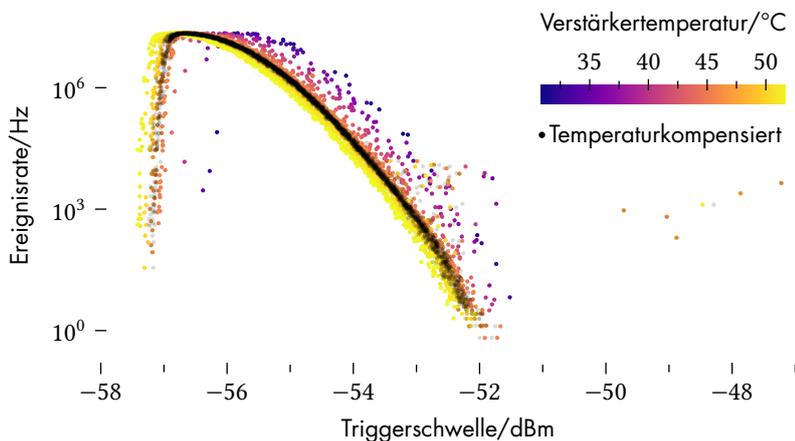


Abbildung 8.14: Triggerereignisse ausgelöst durch das Empfängerrauschen.

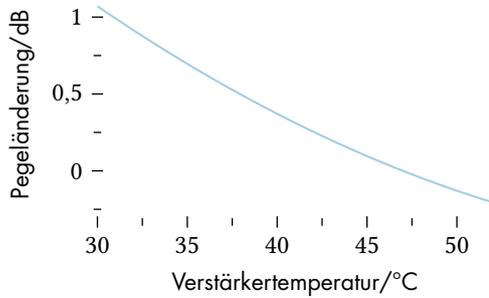


Abbildung 8.15: Abhängigkeit des Rauschpegels von der Verstärkertemperatur.

Die in Abbildung 8.15 gezeigte, aus der Messung ermittelte, quadratische Beziehung zwischen der Verstärkertemperatur und dem Pegel des Empfängerrauschens kann dann genutzt werden, um die Temperaturabhängigkeit der Messwerte in Abbildung 8.14 zu kompensieren, beziehungsweise die Triggerschwelle in Abhängigkeit von der Temperatur zu bestimmen. Die Pegeländerungen sind hier auf die mittlere Verstärkertemperatur im stationären Betriebszustand von 47 °C bezogen.

Das Leistungstriggersystem ist seit Anfang 2020 in das HITCHHIKER-Instrument integriert und ersetzt vollständig den internen Trigger des Signalrekorders. Mit dem neuen System kann auf Signale mit Leistungen bis zur Systemrauschleistung getriggert werden. Für die Experimente mit TerraSAR-X, TanDEM-X und PAZ ist damit die Dynamik des Triggers von 16,4 dB auf bis zu 40 dB erweitert worden. Anhand von Experimentaldaten dieser Konfiguration kann die Leistungsfähigkeit des Systems verdeutlicht werden.

Abbildung 8.16 vergleicht dazu die Daten eines Experiments mit dem PAZ-System vom 25. September 2019 unter Nutzung des internen Triggers, mit Daten vom 8. März 2020 eines gleichartigen Experiments, bei dem bereits das Leistungstriggersystem eingesetzt wird. Dargestellt sind die Empfangspegel der Pulse, welche zuverlässig, das heißt mit einem zeitlichen Fehler von weniger als  $\pm 20$  ns zur steigenden Flanke, getriggert wurden. Der Pulsindex beschreibt die Anzahl der Pulswiederholintervalle relativ zum Beginn der abbildenden Messung. Beim Experiment mit internem Trigger können dabei Pulse mit einem Pegel von bis zu  $-18$  dB vom Maximalwert erfasst werden. Dies umfasst zwar einen Großteil der Antennenkeule der Sliding-Spotlight-Messung, in der Umgebung des Pulsindex 2000 können in der Antennennullstelle jedoch ca. 1500 Pulse nicht erfasst werden.

Im Gegensatz dazu war hier das Leistungstriggersystem in der Lage, die Satellitensignale bis zu  $-38$  dB vom Maximum zuverlässig

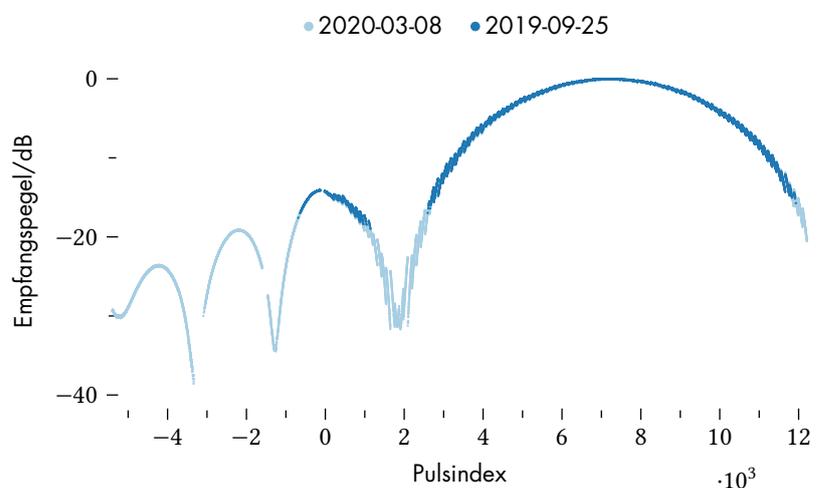


Abbildung 8.16: Vergleich von internem und externem Triggersystem im Experiment.

zu detektieren. Das Minimum der gemessenen Pulsleistung lag dabei 1,5 dB unterhalb der Systemrauschleistung. Der Datensatz des Experiments umfasst hier zusätzlich zu allen Pulsen der geschwenkten Keule auch nahezu vollständig die Kalibriersequenz des Satelliten inklusive seiner Aufwärmphase bei 5399 Pulswiederholintervallen vor Beginn der SAR-Aufnahme.

## 8.4 Messung der Pulsempfangszeiten

Um die Empfangssignale im Zusammenhang mit weiteren Messdaten, insbesondere der Position der Antennenphasenzentren, verarbeiten zu können, ist es notwendig, den Empfangzeitpunkt zu dem jeweils aufgezeichneten Segment zu bestimmen. Das Aufzeichnungssystem ermöglicht bereits die in einzelnen Segmenten aufgezeichneten Abtastwerte – durch seine internen Zeitstempel  $t_T$  – in der Zeit relativ zueinander zu verorten. Der Ursprung dieser internen Zeitskala ist jedoch nicht genau bekannt.

Um die Abtastzeitpunkte in der Zeitskala UTC zu bestimmen wurde dazu, basierend auf einem *field-programmable gate array* (FPGA), ein Zeitstempelrekorder entwickelt und aufgebaut. Neben der Peripherie zur Zeitstempelmessung, ist auf dem genutzten Xilinx Spartan-3 FPGA ein MicroBlaze Mikrocontroller, die Peripherie zur USB-Kommunikation mit dem Steuerrechner, sowie serielle Schnittstellen zur Kommunikation mit dem GPSDO und der Temperaturüberwachung dem Empfänger und die Überwachung der Stromversorgung der LNA realisiert.

Das System erhält dazu das Puls pro Sekunde (PPS)-Signal des GPSDO, welches den Start jeder Sekunde durch einen kurzen Puls signalisiert, Triggerimpulse zu Beginn einer Segmentaufzeichnung durch das Triggerausgangssignal des Aufzeichnungssystem sowie die LNA-Versorgungsspannungen. Die sechs Temperatursensoren im Empfänger sind über einen Eindrahtbus (*One-Wire-Bus*) an einen zusätzlichen Mikrocontroller angebunden, welcher die Temperaturmesswerte über eine serielle Schnittstelle an das MicroBlaze-System übermittelt.

Während bei den Schnittstellen und dem MicroBlaze-System auf vorhandene IP-Cores zurückgegriffen werden konnte, wurde die Peripherie zur Zeitstempelmessung direkt in VHDL implementiert. Sie ist an den *Processor Local Bus* (PLB) des Systems angebunden. Ihr zentrales Element ist ein Zähler  $C_m$  mit einer Wortbreite von 32 bit, welcher mit der Taktfrequenz des PLB von 62,5 MHz inkrementiert wird und als Zeitbasis dient. Durch ein Triggerereignis wird der aktuelle Wert dieses Zählers in ein Register  $R_p$  übernommen und ein weiterer Zähler  $C_p$  für die Anzahl der Triggerimpulse inkrementiert. Gleichermaßen veranlasst ein PPS-Ereignis die Übernahme des Zählerstandes von  $C_m$  in das Register für die Dauer der letzten Sekunde  $R_s$ , der Hauptzähler  $C_m$  wird dabei zurückgesetzt und ein Zähler  $C_s$  für die vergangenen Sekunden inkrementiert.

Bei jedem Triggerereignis wird ferner gleichzeitig ein Daten-

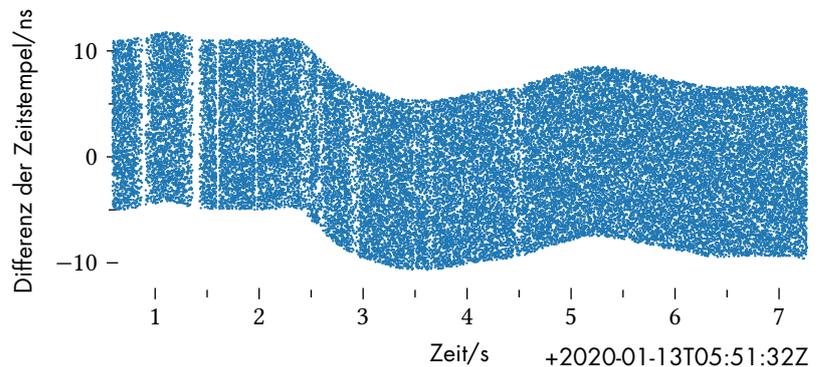


Abbildung 8.17: Differenz der internen und absoluten Zeitstempel.

transfer der Registerinhalte ausgelöst. Dazu überträgt der DMA-Controller am PLB die Daten der Register  $R_p, R_s, C_p$  und  $C_s$  direkt in die DDR-SDRAM-Speichermodule, welche an den FPGA angebunden sind. Diese Daten werden dann nach der Messung über die USB-Schnittstelle an den Steuerrechner des Empfangssystems übertragen.

Neben dieser Aufgabe übernimmt die Firmware des MicroBlaze-Systems auch die Konfiguration des GPSDO und die Zuordnung der PPS-Ereignisse zu der entsprechenden Zeitinformation aus der GPS-Nachricht. Über ein Display am Empfangssystem stellt die Firmware – während des Experiments – den Systemstatus, den Wert des Pulszählers sowie die relevante Zeitinformation dar.

Aus den gespeicherten Daten können die sekundlichen Zeitpunkte  $t_j$ , zu denen der  $C_p$  zurückgesetzt wurde, ermittelt werden. Des Weiteren wird der Zählerstand für das  $t_j$  folgende Sekundenintervall  $T_j$  aus  $R_s$  bestimmt. Der Wert von  $C_s$  beinhaltet den Zusammenhang zwischen dem Triggerereignis  $i$  und der zugehörigen Sekunde  $j$ . Die in der UTC absoluten Zeitstempel für das Empfangssegment  $i$  werden aus den Registerinhalten dann durch

$$t_{a,i} = R_p[i]/T_j + t_j \quad (8.16)$$

gebildet.

Die Differenz zwischen den internen und den absoluten Zeitstempeln wird dazu benötigt, den Ursprung der internen Zeitstempelskala zu bestimmen und damit den Anfang der Empfangssegmente in der UTC festzulegen.

Für die Experimente vor dem Einsatz des GPSDO im System wurden die Zeitstempel zusätzlich genutzt, um die Frequenzabweichung des LO zu bestimmen. Da die internen Zeitstempel  $t_r$  des Aufzeichnungssystems von der selben Referenz wie der LO abgeleitet werden, kann aus der Gangdifferenz der Zeitstempel auch die relative Frequenzabweichung der Referenz und damit des LO geschätzt werden. Durch die heutige Verwendung eines GPSDO als Referenz für die Oszillatoren im System ist diese Abweichung nicht mehr vorhanden.

In Abbildung 8.17 ist die Differenz  $t_r - t_a$  der Zeitstempel eines bistatischen Experiments mit dem PAZ-Satelliten – relativ zum Mittel der Zeitstempeldifferenz – über der UTC aufgetragen. Durch die Quantisierung der absoluten Zeitstempel mit dem Taktintervall

des Zählers von 16 ns ist der Fehler hauptsächlich in diesem Intervall gleichverteilt. Hinzu kommt eine Drift durch die relativ geringe Stabilität der Bustaktfrequenz – durch die Synchronisation auf das PPS-Signal ist der hieraus resultierende Fehler aber ebenfalls auf das Quantisierungsintervall beschränkt.

Insgesamt liegt der absolute Fehler der Empfangszeitpunkte in der UTC im Bereich weniger 10 ns, die Genauigkeit übertrifft damit die Anforderungen in den bisher betrachteten Anwendungen.

## 8.5 Signalaufzeichnung und Systemsteuerung

Das Signal am Ausgang des X-Band-Empfängers muss für die weitere Verarbeitung zunächst im vorliegenden IF-Bereich abgetastet und gespeichert werden. Diese Signalaufzeichnung wird im HITCHHIKER-System durch vier sogenannte *Digitizer* des Typs Agilent U1065A/Acquiris DC282 durchgeführt. Diese Messkarten gemäß *CompactPCI*-Standard wandeln jeweils das Signal eines Empfangskanals, bei einer Quantisierung von 10 bit, mit einer Abtastrate von regulär  $1 \text{ GS s}^{-1}$  oder bei einer Signalbandbreite von  $<250 \text{ MHz}$  mit  $500 \text{ MS s}^{-1}$  und legen es in einem internen Speicher von  $1024 \text{ MS}$  pro Karte, beziehungsweise Kanal, ab. Die Messkarten verfügen dabei über einen variablen Eingangsverstärker mit denen, bei den in Tabelle 8.1 gegebenen Eingangsleistungen und sinusförmigen Signalen, der Wandler für die Konfiguration mit  $U_{\text{FS}}$  voll ausgesteuert wird. Das maximale SNR wird bei  $U_{\text{FS}} = 200 \text{ mV}$  erreicht[Agi09]. Eine variable Präzisionsspannungsquelle wird dabei intern zur Kalibrierung der Wandlerkennlinie und des Eingangsverstärkers[Agi12] genutzt. Die Genauigkeit der Spannungsmessung beträgt damit  $2\%$ <sup>6</sup> von  $U_{\text{FS}}$ [Agi09].

Der Steuerrechner ist ein Kontron CP6003-SA CompactPCI Prozessorboard und ist zusammen mit den Digitizersystemen in einem Gehäuse verbaut. Die Datenübertragung aus dem internen Speicher der Messkarten zum Steuerrechner des Systems sowie die Konfiguration erfolgt über einen gemeinsamen PCI<sup>7</sup>-Bus. Die Spitzendatenrate des PCI-Bus von  $528 \text{ MB s}^{-1}$  ist zur Echtzeit-Datenübertragung während des Experiments unzureichend. Für die bistatischen Experimente mit TerraSAR-X mit einem Tastgrad von 30 % wird zur Übertragung der Abtastwerte ohne zusätzliche Verwaltungsdaten bereits eine Datenrate von  $600 \text{ MB s}^{-1}$  pro Kanal<sup>8</sup> benötigt. Der interne Speicher der Digitizer ermöglicht insgesamt circa 1 s der IF-Signale pro Kanal zwischenzuspeichern, was beim gleichen Tastgrad einer synthetischen Aperturlänge von 3 s entspricht. Der Tastgrad des Empfängers ist gegenüber dem Sendetastgrad des TerraSAR-X um 50 % erhöht, damit nach der Pulskompression eine ausreichende Szenenlänge zur Verfügung steht.

Neben der Kommunikation mit den Digitizer-Systemen ist der Steuerrechner auch für die weitere Peripherie im Empfangssystem verantwortlich. Er führt dazu spezialisierte Serverdienste aus, welche jeweils mit einem einzelnen System kommunizieren und diese Kom-

$P_{\text{FS}}$	$U_{\text{FS}}$	† Wegen Nichtlinearität des Empfängers regulär nicht genutzt.
-22,04 dBm	50 mV	
-16,02 dBm	100 mV	
-10 dBm	200 mV	
-2,04 dBm	500 mV <sup>†</sup>	
3,98 dBm	1 V <sup>†</sup>	
10 dBm	2 V <sup>†</sup>	
17,96 dBm	5 V <sup>†</sup>	

Tabelle 8.1: Eingangsleistung bei Vollaussteuerung in Abhängigkeit vom Eingangsspannungsbereich.

<sup>6</sup>2,5 % bei  $U_{\text{FS}} = 50 \text{ mV}$

<sup>7</sup>64 bit/66 MHz

<sup>8</sup> $1 \text{ GS s}^{-1}$ , 16 bit pro Abtastwert.

munikation abstrahiert in einer gemeinsamen Form als TCP-Socket abbilden. Die Idee und Syntax orientiert sich dabei grob an die *Standard Commands for Programmable Instruments*, IEEE 488.2 (SCPI). Jede Anwendung legt die erzeugten Daten dabei in einem zugehörigen Ordner ab und schreibt mindestens eine Protokolldatei über die Kommunikation mit der Peripherie und der Nutzeranwendung. Im Empfangssystem implementiert sind die Serverdienste

*acqd* als Dienst des Signalaufzeichnungssystems, welcher neben dem Sichern der Daten im Rohformat *dad* (Anhang C) auch Daten einer Aufnahme direkt über den Socket auszuliefern kann, sowie der

*timd* welcher die Messung der Pulsankunftszeiten steuert, die Messdaten speichert und den X-Band-Empfänger überwacht. Die Kommunikation erfolgt mittels USB. Der Serverdienst

*trigd* konfiguriert das Triggersystem über USB und liefert Informationen über die letzten Triggerereignisse, der

*oscd* konfiguriert den LO via GPIB, der

*posd* kommuniziert über Ethernet mit dem Mehrkanal-GNSS-Empfänger im System, liefert Position und Ausrichtung der Radarantennen und speichert die GNSS-Rohdaten ab. Der

*illumd* steuert Farbe und Helligkeit der Systembeleuchtung über eine USB-Schnittstelle und dient zur optischen Anzeige von Ereignissen während der Messung.

Eine Beschreibung des Protokolls findet sich in Anhang D.

Die Konfiguration des Empfangssystems erfolgt üblicherweise durch einen Mobilrechner, welcher mit den Serverdiensten über TCP kommuniziert. Dazu ist für jeden Dienst entsprechend eine Klasse in Python implementiert, welche damit Objekte zur Steuerung der einzelnen Systeme im Empfangssystem zur Verfügung stellt. Des Weiteren existiert dazu in Python eine Anwendung, welche die Konfiguration des Empfangssystems unter Nutzung dieser Objekte durch die grafische Benutzeroberfläche (GUI) in Abbildung 8.18 zulässt.

Eine weitere Möglichkeit zur Steuerung der Messung ist die Verwendung der implementierten MATLAB-Klassen, welche ebenfalls Objekte zur Kommunikation mit den Systemen im Empfänger erzeugen. Diese Objekte erlauben es direkt im MATLAB-Skript auf alle Funktionen des Empfängers zuzugreifen und ermöglicht die einfache Implementierung auch komplexer Messabläufe insbesondere in Zusammenarbeit mit weiteren Instrumenten.

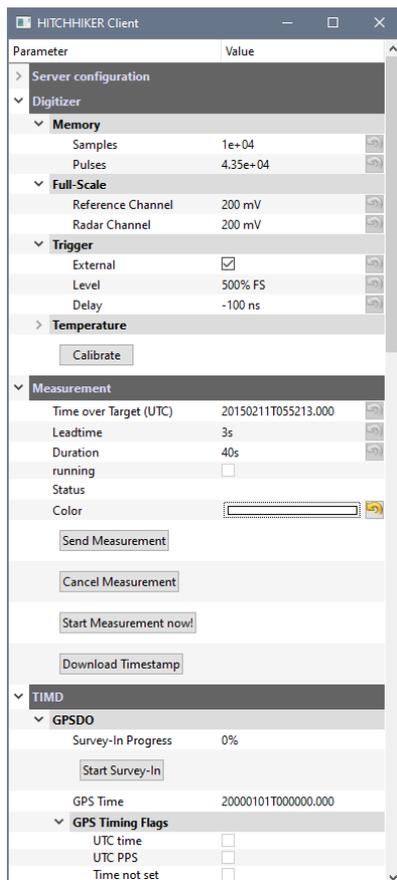


Abbildung 8.18: Clientanwendung zur Empfängersteuerung in Python mit GUI.

## 8.6 Modellierung der Antennen

Beim Einsatz des HITCHHIKER-Systems in den bistatischen Experimenten mit stationärem Empfänger, werden Hornantennen

sowohl zum Empfang der reflektierten Signale der Radarszene als auch des direkten Signals im Reflexionskanal eingesetzt. Um die radiometrische Interpretation der empfangenen Signale zu ermöglichen und einen sinnvollen geometrischen Referenzpunkt für die Antennen festzulegen, sollen die Antennen modelliert werden, um ihr Phasenzentrum und das Antennendiagramm zu bestimmen.

Betrachtet wird hierbei die Geometrie der verwendeten X-Band Hornantennen des Typs Flann<sup>9</sup> 16240-20 an einem R100-Hohlleiter. Die als *Standard Gain Horn*<sup>10</sup> vertriebenen Antennen des HITCHHIKER-Systems sind mit einem Antennengewinn von 20 dB in der Mitte des Frequenzbandes von 8,2 GHz – 12,5 GHz spezifiziert. Die simulierte Antennengeometrie weist ein Aperturinnenmaß von 109 mm × 79 mm auf, die Baulänge von der Apertur bis zum Hohlleiter beträgt 229,8 mm. Als Material wird ein idealer elektrischer Leiter (PEC) angenommen.

Die Feldsimulation erfolgt mit dem quelloffenen *Solver* OpenEMS[Lie20]. Dieser arbeitet im Zeitbereich mit der Methode der finiten Differenzen basierend auf Ersatzschaltbildern (EC-FDTD)<sup>11</sup>, die Grundlagen zu dem System sind in [Lie+12] dargelegt.

Zur Analyse wird dazu über den Hohlleiteranschluss die  $H_{10}$ -Mode mit dem reellen Gauß-Impuls in Abbildung 8.19 angeregt. Die Simulation der Felder innerhalb des Begrenzungsrahmens wird iterativ fortgeführt, bis die Anregungsenergie innerhalb der Begrenzung durch Materialverluste oder Abstrahlung bis zum Abbruchkriterium abgebaut wurde. Während der laufenden Simulation wird die Feldverteilung auf den Begrenzungsflächen in Abhängigkeit von der Zeit zur Weiterverarbeitung gespeichert.

Aus den Feldern auf der Hüllfläche des Simulationsbereiches kann nach zeitlicher Fouriertransformation mithilfe der Nah- zu Fernfeldtransformation die elektrische Feldstärke auf einer Kugeloberfläche bestimmt werden.

Der Bereich innerhalb der Hüllfläche  $A_S$  wird dazu als feldfrei angenommen, womit die Quellstromdichten am Punkt  $r_S$  auf  $A_S$  nach [Kar18, (3.101)] durch

$$\begin{aligned} M_S &= -\hat{n} \times E_S \\ J_S &= \hat{n} \times H_S, \end{aligned} \quad (8.17)$$

als Kreuzprodukt der Feldvektoren an der Oberfläche mit ihrer nach außen gerichteten Normalen  $\hat{n}$ , die Felder im Simulationsbereich vollständig beschreiben.

Das Fernfeld für eine Frequenz, bzw. ihre Wellenzahl  $k$  am Ort  $r$  kann dann mit dem Vektorpotential

$$A(k, r) = \frac{e^{-jkr}}{4\pi r} \iint_{A_S} J_S(k, r_S) e^{jk\hat{r} \cdot r_S} dA_S \quad (8.18)$$

und dem elektrischen Vektorpotential

$$F(k, r) = \frac{e^{-jkr}}{4\pi r} \iint_{A_S} M_S(k, r_S) e^{jk\hat{r} \cdot r_S} dA_S \quad (8.19)$$

<sup>9</sup>Flann Microwave Ltd.  
<http://flann.com>

<sup>10</sup>Standard zur Antennengewinnmessung

<sup>11</sup>Im Ersatzschaltbild wird der Zustand eines Raumelements nicht durch die Feldgrößen sondern durch Spannungen und Ströme repräsentiert.

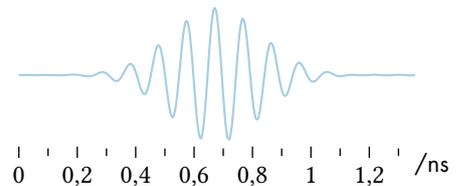


Abbildung 8.19: Gauß-Impuls zur Anregung des simulierten Systems.

durch

$$\mathbf{E} = jk\hat{\mathbf{r}} \times (\mathbf{F} + Z_0\hat{\mathbf{r}} \times \mathbf{A}) \tag{8.20}$$

bestimmt werden. Die Vektorpotentiale erhält man in der hier dargestellten Fraunhofer-Näherung nach (8.18) und (8.19) durch Fourier-Transformation aus den Quellstromdichten  $\mathbf{J}_S$  und  $\mathbf{M}_S$ . Weiter sind im Fernfeld die  $\mathbf{E}$  und  $\mathbf{H}$ -Komponente des elektromagnetischen Feldes direkt durch

$$Z_0\mathbf{H} = \hat{\mathbf{r}} \times \mathbf{E} \tag{8.21}$$

über den Freiraumfeldwellenwiderstand  $Z_0 = \sqrt{\mu_0\epsilon_0}^{-1}$  miteinander verknüpft, wobei  $\mathbf{E}$  und  $\mathbf{H}$  selbst keine Komponente in  $\hat{\mathbf{r}}$  aufweisen.

Der Poyntingsche Vektor<sup>12</sup>, die Leistungsdichte, ist dann mit

$$\mathbf{S} = \frac{1}{2}\mathbf{E} \times \mathbf{H}^* \tag{8.22}$$

im Fernfeld gegeben als

$$\mathbf{S} = \frac{1}{2Z_0} \|\mathbf{E}\| \cdot \|\mathbf{E}\|^* \cdot \hat{\mathbf{r}} = \frac{1}{2Z_0} \left( |E_\vartheta|^2 \cdot |E_\varphi|^2 \right) \hat{\mathbf{r}}, \tag{8.23}$$

der Energietransport erfolgt demnach ausschließlich in Richtung von  $\hat{\mathbf{r}}$ . Zudem ist  $\mathbf{S}$  reell und damit eine reine Wirkleistungsgröße.

Das vollständige Antennendiagramm bei der Mittenfrequenz des HITCHHIKER-Systems von 9,65 GHz ist in Abbildung 8.20 in linearer Darstellung gezeigt. Die Größe  $G \cdot C^2$  wird durch (5.48) und (5.49) als

$$G \cdot C^2 = \frac{4\pi r^2}{P_G} S_r(\vartheta, \varphi) \tag{8.24}$$

aus der Leistungsdichte und der Feldsimulation eingespeisten Leistung  $P_G$  bestimmt. In Abbildung 8.21 sind zwei Schnitte durch das Diagramm in Kugelkoordinaten gegeben, aufgrund der kosinusförmigen Belegung der Grundmode,  $H_{10}$  entlang der längeren Seite des Hohlleiters sind die Nebenzipfel in dieser Ebene, orthogonal zur Polarisation, gegenüber der  $\mathbf{E}$ -Ebene gedämpft. Das Antennendiagramm des Halbraums in Abstrahlrichtung ist in Abbildung 5.17 auch in der im Radarprozessor verwendeten Projektion dargestellt.

<sup>12</sup>Nach John Henry Poynting, englischer Physiker.

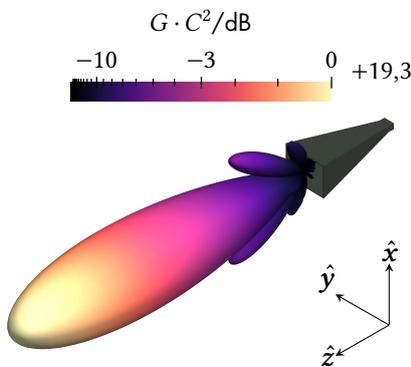


Abbildung 8.20: Richtdiagramm des 20 dB-Horns im Bezug zur Antennengeometrie.

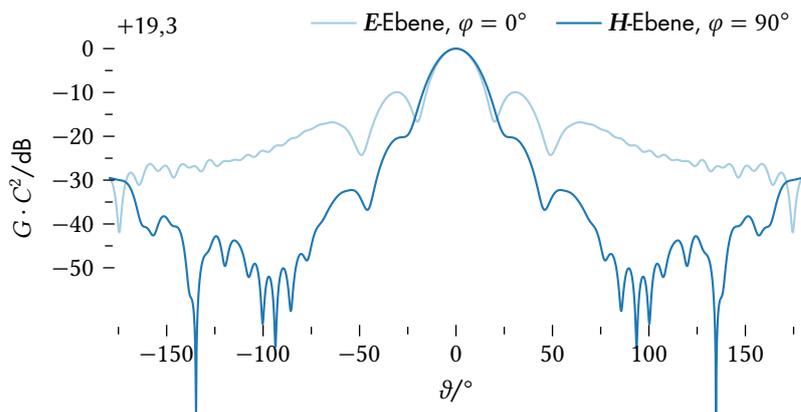


Abbildung 8.21: Antennendiagramm des 20 dB-Horns Flann 16240-20 bei 9,65 GHz.

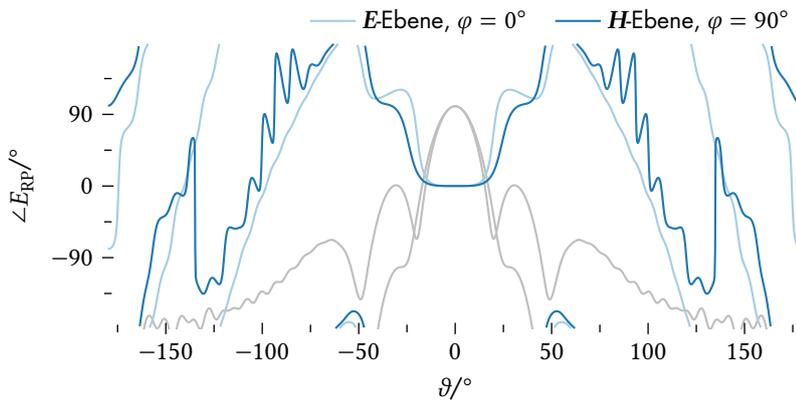


Abbildung 8.22: Phasendifferenz des elektrischen Feldes  $E_{RP}$  zu kugelförmigen Phasenfronten um das ermittelte Phasenzentrum. Simulation des Horns Flann 16240-20 bei 9,65 GHz.

Zur Bestimmung des Phasenzentrums wird der Phasenwinkel des  $E$ -Feldvektors betrachtet. Der Referenzpunkt der Nah- zu Fernfeldtransformation wird dazu auf der Achse, welche durch den Mittelpunkt der Apertur in Hauptstrahlrichtung verläuft, verschoben bis die Phase innerhalb der Hauptkeule möglichst konstant verläuft. In Abbildung 8.22 ist dieser Phasenverlauf dargestellt. Das angenommene Phasenzentrum befindet sich 25 mm ausgehend vom Zentrum der Apertur innerhalb der Antenne. Das nach [Mue70] analytisch bestimmte Phasenzentrum liegt für die  $E$ -Ebene bei 16,6 mm und in der  $H$ -Ebene bei 25,9 mm, die Phasenzentren wandern dabei mit steigender Frequenz weg von der Apertur ins Antenneninnere.

## 8.7 Reflektoren und X-Band-Transponder

Als künstliches Ziel für Systemtests sowie zur Kalibrierung im Experiment wurden sowohl passive Reflektoren gefertigt, als auch ein aktiver Transponder entwickelt und aufgebaut. Der Radarquerschnitt eines Radarziels ist nach (1.3) allgemein gegeben als Verhältnis

$$\sigma = \frac{P_X}{S_T} \quad (8.25)$$

der vom Ziel in die Richtung des Beobachters reflektierten äquivalenten isotropen Strahlungsleistung zur Leistungsdichte der von Sender einfallenden Welle. Mit dem Konzept der Wirkfläche [Kar18, Kap. 9.3.4]  $A_W$  kann zunächst die – proportional zur Leistungsdichte der einfallenden Welle – aufgenommene Leistung bestimmt und mit einem Gewinn  $G$  in die Strahlungsleistung  $P_X$  überführt werden. Der RCS ist damit durch

$$\sigma = A_W G \quad (8.26)$$

gegeben. Mit dieser Beziehung kann unmittelbar der RCS des aktiven Transponders bestimmt werden. Dieser besteht in der Regel aus der Serienschaltung einer Empfangsantenne des Gewinns  $G_R$ , einer elektronischen Verstärkung mit dem Faktor  $G_E$  und der Sendeantenne mit einem Gewinn  $G_T$ . Mit dem allgemeinen Zusammenhang [Kar18, (9.49)]

$$\frac{A_W}{G} = \frac{\lambda^2}{4\pi} \quad (8.27)$$

zwischen Wirkfläche und Gewinn einer Antenne ist der RCS des Transponders damit

$$\sigma = \frac{\lambda^2}{4\pi} G_R G_E G_T$$

beziehungsweise bei gleichen Antennen mit  $G = G_R = G_T$

$$= \frac{\lambda^2}{4\pi} G^2 G_E. \tag{8.28}$$

Wird ein passiver Reflektor betrachtet, welcher die gesamte auf ihn treffende Strahlung in Richtung der Quelle reflektiert, beispielsweise eine ebene Platte, dessen Normale auf das Radar trifft, so kann dieser als homogen belegte, ebene Apertur betrachtet werden. Für eine solche Apertur entspricht nach [Kar18, (9.51)] die Wirkfläche ihrer geometrischen Fläche  $A$ . Mit (8.27) sowie dem Prinzip der Reziprozität ist der RCS eines ebenen Reflektors dann durch

$$\sigma = \frac{4\pi}{\lambda^2} A^2 \tag{8.29}$$

gegeben.

### Transponder

Während bei der Kalibrierung von Radarsystemen üblicherweise Tripelspiegel als Retroreflektoren eingesetzt werden, sind diese im Falle einer bistatischen Radaranordnung aufgrund des großen eingeschlossenen Winkels<sup>13</sup> zwischen Sende- und Empfangspfad ungeeignet, da Sie das Radarsignal hauptsächlich wieder zur Quelle zurückreflektieren. Bei der Nutzung aktiver Transponder können jedoch die Empfangs- und Sendeantenne unabhängig voneinander jeweils zum Radarsender beziehungsweise zum Empfänger ausgerichtet werden. Aus diesem Grund wurde für die Experimente mit dem HITCHHIKER-Empfangssystem ein solcher Transponder aufgebaut. Als Antennen kommen jeweils die gleichen Hornantennen zum Einsatz, welche bereits im Empfangssystem verwendet werden. Der Antennengewinn beträgt hier je  $G = 19,2$  dBi. Im elektronischen Teil des Transponders wird eine Kaskade aus einem LNA mit  $G_1 = 18$  dB und einem *variable gain amplifier (VGA)*, einem spannungsgesteuerten Verstärker, mit  $G_2 = 25$  dB eingesetzt. Die nutzbare Bandbreite des Systems erstreckt sich von 6 GHz bis zu Frequenzen oberhalb von 12 GHz.

Zur Kalibrierung des Transponders wurde seine komplexe Übertragungsfunktion mit einem R&S ZVA-40 Vektornetzwerkanalysator vermessen. Nach Abbildung 8.23 befindet sich die Kalibrierebene dieser Messung direkt am Anschluss der Antennen. Auf den Messdaten basierend, ist in ebendieser Abbildung ferner die Impulsantwort des Systems aufgetragen. Das Maximum dieser PSF wird nach einer Verzögerung im System von 1756 mm, bei einem Gesamtgewinn von  $G_E = 45,7$  dB erreicht. Neben der Impulsantwort

<sup>13</sup>auch bistatischer Winkel

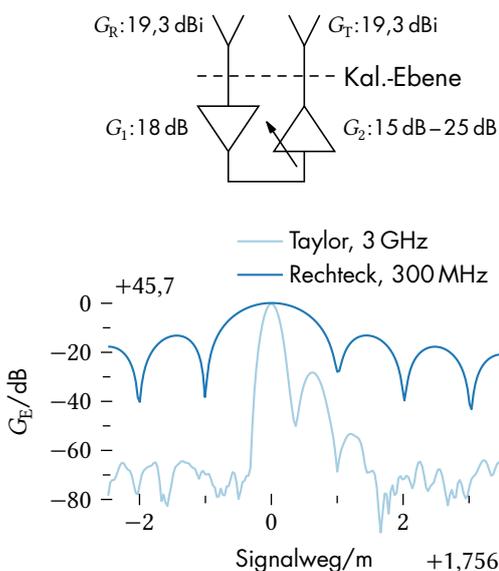


Abbildung 8.23: Schaltbild und Impulsantwort des aktiven Transponders.

für eine rechteckförmiges Signalspektrum mit einer Bandbreite von 300 MHz zentriert um 9,65 GHz, ist zur Darstellung der internen Reflexionen die Antwort eines Spektrums mit einem 3 GHz breiten Taylor-Fenster [Tay55] gezeigt. Nach (8.28) beträgt der RCS des aktiven Transponders damit

$$\sigma = \frac{\lambda^2}{4\pi} G^2 G_E = 43,2 \text{ dB(m}^2\text{)}. \quad (8.30)$$

Zusätzlich zur internen Verzögerung muss weiter jeweils die Verzögerung zwischen dem Phasenzentrum und dem Anschluss der Antenne beachtet werden, welche in etwa 300 mm beträgt.

### Tripelspiegel

Ursprünglich zur Nutzung in monostatischen Experimenten mit dem Rauschsender im HITCHHIKER-Projekt, wurden neben dem aktiven Kalibrierziel auch Tripelspiegel entworfen und gefertigt.

Ein solcher Reflektor besteht aus drei Flächen in jeweils drei zueinander orthogonalen Ebenen. Durch diese geometrische Anordnung wird eine einfallende Welle stets in die Richtung zurück reflektiert, aus der sie gekommen ist. Untersucht wird ein Reflektor bei dem die drei reflektierenden Flächen, gleichschenkelig-rechtwinklige Dreiecke sind. Die rechten Winkel befinden sich dabei am Schnittpunkt der drei Ebenen und jeweils ein Schenkel der benachbarten Dreiecke fällt aufeinander. Die Öffnung des Körpers wird dann durch ein gleichseitiges Dreieck beschrieben. Betrachtet man den Reflektor, wie in Abbildung 8.24 in der Aufsicht, also von einem Punkt in großer Entfernung auf einer Normalen der Öffnungsebene, so wird die effektive Reflexionsfläche maximal. Sie wird beschrieben durch die Schnittfläche der Öffnung und seines durch Punktspiegelung am Mittelpunkt entstandenen Abbildes. Beträgt die Länge der Basis der dreieckigen Reflexionsflächen und damit die Seitenlänge der gleichseitigen Öffnung  $a$ , so ist der Inkreisradius der sechseckigen Schnittmenge durch

$$r = \frac{a}{2\sqrt{3}} \quad (8.31)$$

und damit ihr Flächeninhalt mit

$$A = 2\sqrt{3}r^2 = \frac{a^2}{2\sqrt{3}} \quad (8.32)$$

gegeben. Da die gesamte Leistung, welche durch diese Fläche fällt, wieder in die umgekehrte Richtung reflektiert wird, ist der Reflektor zu der homogenen ebenen Apertur äquivalent und mit (8.29) kann der RCS zu

$$\sigma = \frac{4\pi}{\lambda^2} A^2 = \frac{\pi a^4}{3 \lambda^2} \quad (8.33)$$

gefunden werden. Der im HITCHHIKER-Projekt entwickelte Tripelspiegel in Abbildung 8.25 besteht aus drei identischen Blechteilen, welche durch Drehverlappen [DIN03] gefügt werden. Im mechanischen CAD-System wurde das Modell des Blechteils dermaßen

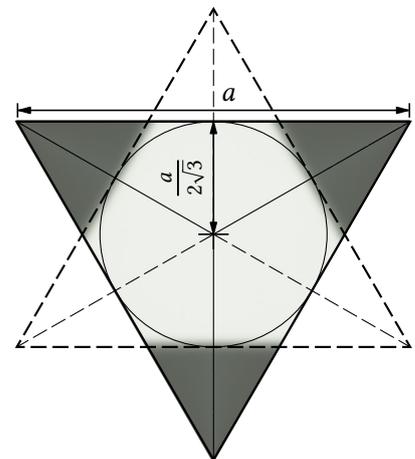


Abbildung 8.24: Die effektive Reflexionsfläche des Tripelspiegels entsteht durch die Schnittmenge mit seinem gestrichelten Spiegelbild.



Abbildung 8.25: Der montierte Tripelspiegel.

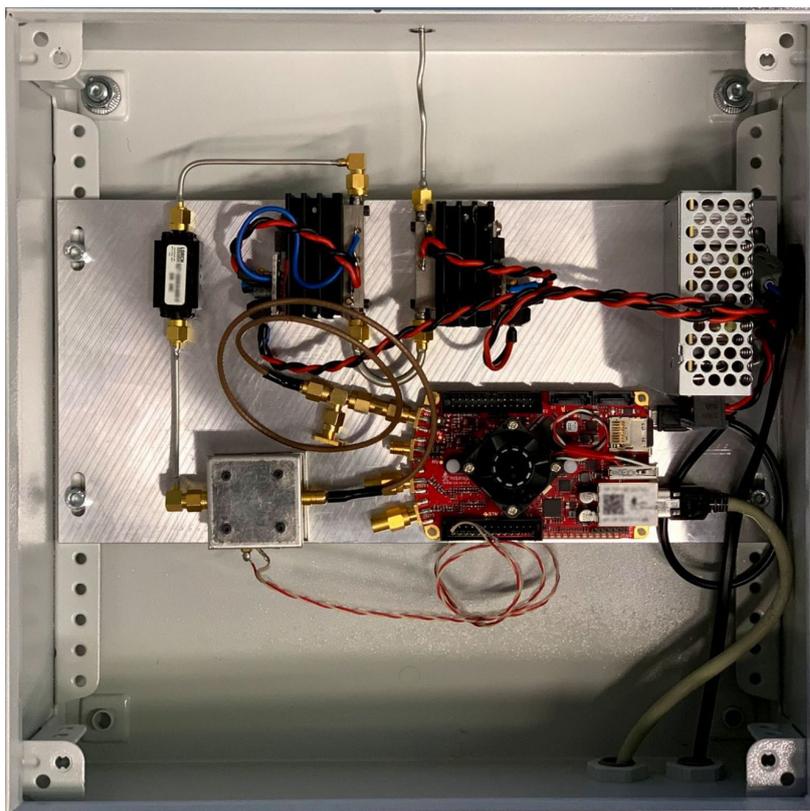


Abbildung 8.27: Die Außeneinheit des permanent betriebenen X-Band Detektorempfängers.

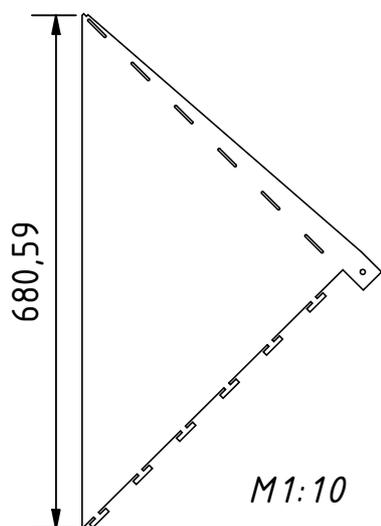


Abbildung 8.26: Einzelblech des Tripelspiegels mit  $250 \text{ m}^2$  RCS.

gestaltet, dass es durch Eingabe des gewünschten RCS und der Wellenlänge automatisch zur direkten Fertigung angepasst wird.

In Abbildung 8.26 ist das Blechteil eines Reflektors mit einem Radarquerschnitt von  $250 \text{ m}^2$  bei  $10 \text{ GHz}$  dargestellt. Die Seitenlänge der Reflektoröffnung beträgt hier  $a = 680,59$  mm. Die Einzelteile wurden durch Laserschneiden aus Aluminiumblech mit einer Dicke von  $3 \text{ mm}$  hergestellt. Der Reflektor kann mit einem würfelförmigen Adapter mit einem  $\frac{5}{8}$ -Zoll-Innengewinde nach [DIN18] an der Messstelle montiert werden. Der Adapter befindet sich an einer Verlängerung der Blechteile direkt am Schnittpunkt der Reflexionsebenen.

Bei der Mittenfrequenz des HITCHHIKER-Empfangssystems von  $9,65 \text{ GHz}$  beträgt der RCS des beschriebenen Reflektors nach (8.33)

$$\sigma = 23,67 \text{ dB}(\text{m}^2). \quad (8.34)$$

## 8.8 Detektorempfänger

Insbesondere zu Beginn des HITCHHIKER-Projekts wurden auch Experimente mit TerraSAR-X durchgeführt, bei welchen der Antennenfußabdruck des Satelliten nicht auf die Koordinaten des vom HITCHHIKER-Empfänger betrachteten Zielgebietes gerichtet waren, sondern bei denen eine Radarmessung mehrere  $100 \text{ km}$  entfernt durchgeführt wurde. Solche Experimente können damit als nicht-kooperative bistatische Radarmessung verstanden werden.

Um ferner zu untersuchen, welche Satellitensysteme sich für bistatische Experimente eignen und zu welchen Zeiten eine mögliche Messung zu erwarten ist, wurde ein Detektorempfänger entwickelt und realisiert, welcher permanent die Empfangsleistung im X-Band überwacht und den Verlauf der Empfangsleistung bestimmter Ereignisse zur weiteren Analyse speichert.

Das System, welches zu einem großen Teil mithilfe vorhandener Komponenten aufgebaut ist, basiert hauptsächlich auf dem logarithmischen Detektor Analog Devices AD8317 sowie dem Einplatinenrechner Red Pitaya STEMLab 125-14. Dieser Rechner verfügt über 2 ADC-Kanäle mit einer maximalen Abtastrate von 125 MHz – durch die fortlaufende Signalaufzeichnung und Übertragung über 1000 Mbit s<sup>-1</sup>-Ethernet ist die in der Anwendung erreichbare kontinuierliche Abtastrate auf 4,62 MS s<sup>-1</sup> beschränkt. Für einen Puls von 50 µs Dauer stehen damit noch 231 Abtastwerte zur Verfügung.

In Abbildung 8.28 ist der Aufbau des X-Band-Detektorempfängers dargestellt. Der Strom kontinuierlich gemessener Leistungswerte wird in Echtzeit durch eine Software in MATLAB auf einem Rechner im Labor verarbeitet. Zum Empfang der Signale wird eine, auf Rogers RO4350B Substrat gefertigte, zirkular polarisierte Patchantenne genutzt. Die Aufbereitung des Signals erfolgt durch einen LNA und VGA sowie eine Filter für den Bereich 8 GHz – 12 GHz. Die am Dach installierte Außeneinheit wird in Abbildung 8.27 gezeigt. Da dieser Frequenzbereich neben den Fernerkundungssatelliten auch durch Wetterradarsysteme von Luftfahrzeugen genutzt wird, werden die Triggerereignisse zunächst anhand ihrer PRF selektiert, bevor die Signale gespeichert werden.

Während es nicht möglich ist die Frequenz des Signals durch die Leistungsmessung zu bestimmen, ist jedoch die Kennlinie des Detektors, sowie die Übertragungsfunktion des vorgelagerten Empfängers von dieser Frequenz abhängig. Für linear-frequenzmodulierte Signale kann jedoch, zumindest bei gleicher Mittenfrequenz und Bandbreite, eine Kalibrierung für die mittlere Leistung

$$\bar{P}_D(t) = \frac{1}{T_P} \int_0^{T_P} P_D(\tau + m \cdot T_i) d\tau \quad (8.35)$$

erfolgen. Dazu wird die Energie eines Pulses zum Zeitpunkt des Pulswiederholintervalls  $t = m \cdot T_i$  bestimmt und auf die Pulslänge  $T_P$  bezogen. Die Pulslänge sowie das PRI kann direkt durch die Messung der Pulsempfangszeiten und des Leistungsprofils bestimmt werden. Durch den Vergleich der mittleren Leistung mit den gleichzeitig über die Daten des kalibrierten HITCHHIKER-Empfängers gemessenen Pulsleistungen kann damit die pegelabhängige Kalibrierung des Detektorempfängers erfolgen.

Abbildung 8.29 stellt dazu im oberen Bereich die Empfangsleistung des Detektorempfängers während eines bistatischen Experiments mit dem PAZ-System dar. Die horizontale Zeitachse repräsentiert dabei den Beginn eines PRI, vertikal ist die Empfangszeit der Abtastwerte relativ zu Beginn des jeweiligen Intervalls dar-

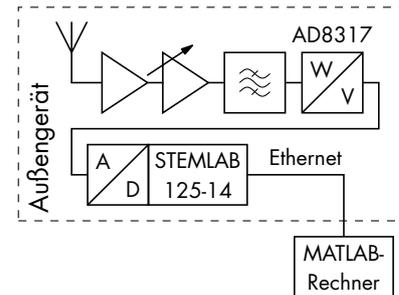


Abbildung 8.28: Aufbau des X-Band-Detektorempfängers.

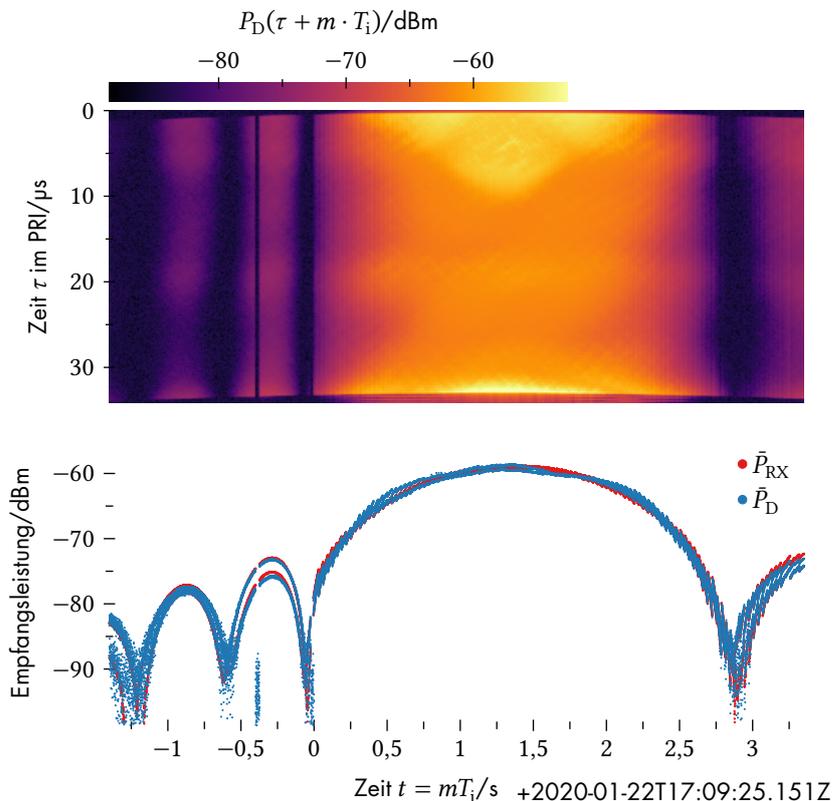


Abbildung 8.29: Leistungsmessung einer PAZ-Aufnahme durch den Detektorempfänger.

Tabelle 8.2: Liste der detektierbaren Fernerkundungssatelliten.

SCN	Name	Abk.
31598	COSMO-SkyMed 1	CS1
31698	TerraSAR-X	TDM
32376	COSMO-SkyMed 2	CS2
32382	Radarsat-2	RS2
33412	COSMO-SkyMed 3	CS3
36605	TanDEM-X	TDM
37216	COSMO-SkyMed 4	CS4
38997	HJ-1C	HJ1
39634	Sentinel-1A	S1A
41038	Yaogan 29	Y29
41456	Sentinel-1B	S1B
41727	Gaofen-3	GF3
43114	Iceye-X1	IX1
43152	Asnaro-2	AS2
43215	PAZ	PAZ
43800	Iceye-X2	IX2
44207	Tianhui 2-01A	TH2
44390	Iceye-X4	IX4
44819	Gaofen-12	G12
44873	COSMO-SkyMed 2nd Gen. 1	CG1
46496	Iceye-X7	IX7

gestellt. Die zeitvariante Entfernung zwischen Sendesystem und Empfänger wird hier durch die Position des Pulses innerhalb des PRI sichtbar. Im unteren Teil der Abbildung ist die mittlere Empfangsleistung der Pulse über  $t$  dargestellt. Neben der Empfangsleistung des HITCHHIKER-Empfängers  $\bar{P}_{RX}$  sind dies die kalibrierten Messwerte des Detektorempfängers  $\bar{P}_D$ . Der Empfangspegel bezieht sich dabei jeweils auf die Ausgangsleistung eines Isotropstrahlers.

Das System wird genutzt, um die Nutzbarkeit der verschiedenen Fernerkundungssatelliten im X-Band für bistatische Experimente mit dem HITCHHIKER-Empfänger zu untersuchen. Über einen Zeitraum von circa einem Jahr wurden dazu die Triggerereignisse des permanent betriebenen Detektorempfängers ausgewertet. Dabei wurden 189 Ereignisse registriert, die Pulslänge und PRI dieser Signale, sowie das Maximum der Empfangsleistung für jedes dieser Ereignisse bestimmt. Der Zeitpunkt der Pegelmaxima wird mit einem Propagator des SGP4-Modells[Val+06; HR88] genutzt, um für eine Liste möglicher Satelliten, welche als Sender in Frage kommen, die Position zum Empfangszeitpunkt zu bestimmen. Für jedes Ereignis wird der Satellit aus Tabelle 8.2 mit kürzester Schrägentfernung und geringstem Einfallswinkel ausgewählt.

In Abbildung 8.30 sind die Detektionen des Jahreszeitraums dargestellt. Ihre vertikale Position repräsentiert den Empfangszeitpunkt relativ zum Beginn des Jahres 2020, horizontal ist die Zeit noch einmal innerhalb eines elftägigen Orbitzyklus – wie er bei TerraSAR-X, TanDEM-X und PAZ auftritt – aufgetragen. Die farbigen Sektorringe

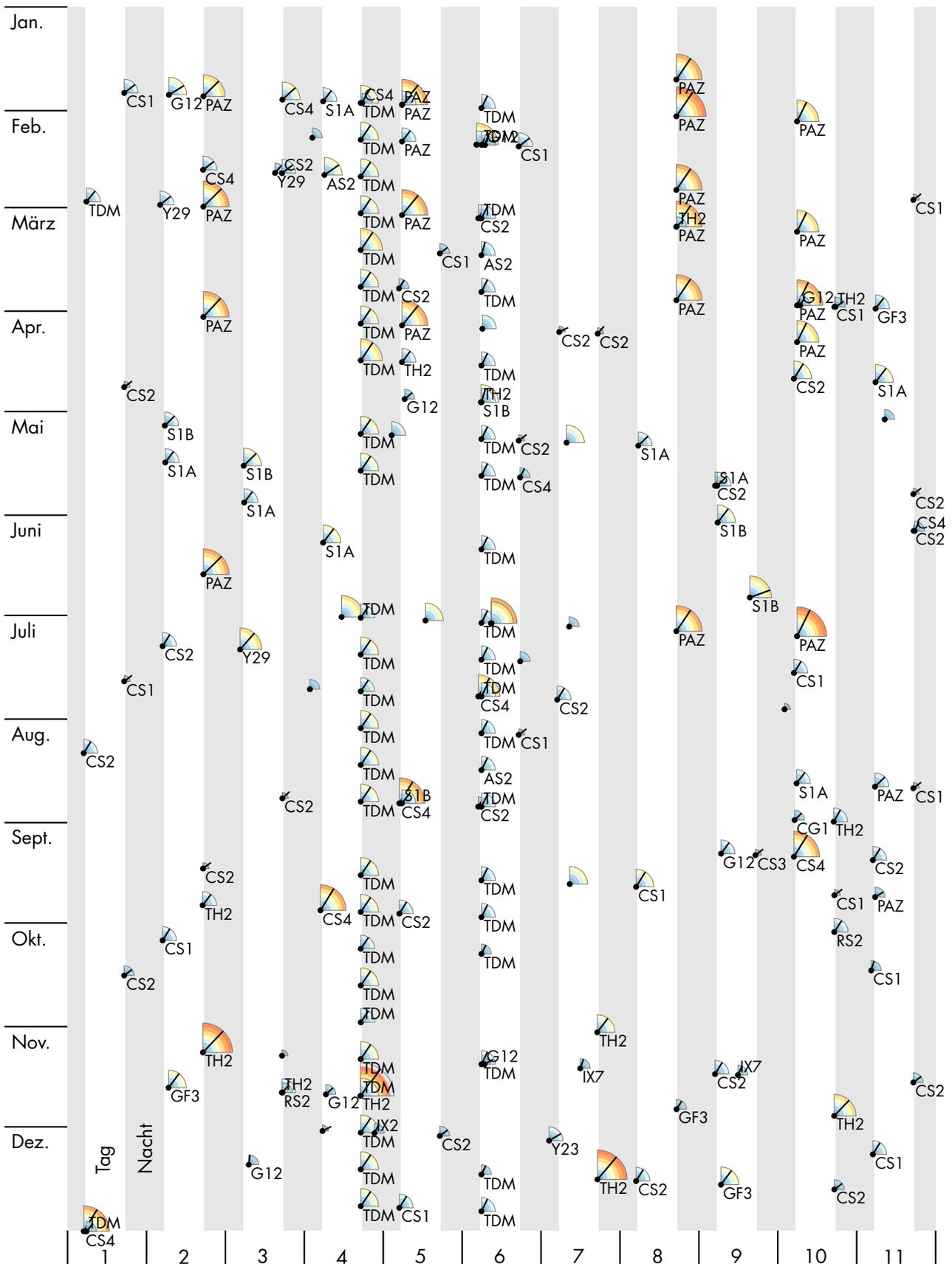


Abbildung 8.30: Radarmessungen im Jahr 2020, detektiert am Standort Siegen durch den Detektorempfänger. Die Sektoren geben die Empfangsleistung gemeinsam mit dem Einfallswinkel an. Die horizontale Position beschreibt die Empfangszeit innerhalb eines 11-tägigen Orbitzyklus.

geben die Empfangsleistung in einer Abstufung von 5 dB an. Der siebte Ring entspricht der Empfangsleistung von  $-60$  dBm für ein kooperatives Experiment. Den Sektoren ist ferner der Einfallswinkel für den angegebenen Satelliten eingetragen. Neben den X-Band-Systemen sind auch Ereignisse des Sentinel-1-Systems im C-Band verzeichnet, welche trotz des Bandpassfilters aufgrund der höheren Detektorempfindlichkeit unterhalb der X-Band-Frequenzen detektiert wurden. Einige Detektionen wiederum können mit der Satellitenliste nicht sinnvoll erklärt werden, da sie Einfallswinkel größer  $90^\circ$  aufweisen.

Die Messung verdeutlicht, dass eine Vielzahl möglicher Signalquellen auch im nicht-kooperativen Einsatz zur Verfügung stehen. Insbesondere die Konstellation TDM/PAZ ist dabei bei nahezu jedem Überflug nutzbar. Mit dem Aufbau großer X-Band-Konstellationen der privaten Raumfahrtunternehmen wird die Zahl möglicher Sendesysteme bei bistatischen Experimenten weiter deutlich zunehmen.

# Der TerraSAR-X-Satellit

# 9

Dieses Kapitel beschreibt die Radarnutzlast des TerraSAR-X-Satelliten sowie ein Modell dieses technischen Systems. Dieses Modell wird im SAR-Prozessor genutzt, um das Sendesignal des Radarsystems nachzubilden und die Abhängigkeiten seiner Systemparameter zu beschreiben. In den folgenden Abschnitten wird das Antennensystem, hier insbesondere die Keulenschwenkung sowie die Erzeugung und Eigenschaften der Wellenform betrachtet. Am Ende des Kapitels sind ferner die Unterschiede zu den nachfolgenden Satelliten TanDEM-X und PAZ beschrieben.

## 9.1 Modell für den Sendepuls und die Frequenzerzeugung

Da sich über den internen Aufbau der Signalerzeugung auf TerraSAR-X in der öffentlich verfügbaren Literatur nur wenige Angaben finden, wurde das hier vorgestellte Modell hauptsächlich durch Auswertung der Beobachtungen und der Metadaten zu den monostatischen Radarmessungen abgeleitet. Wo Einzelheiten des Modells durch Literatur gestützt sind, ist diese Quelle angegeben. Ist die Konfiguration der Signalerzeugung direkt aus den Metadaten[Fri07] ersichtlich ist das übergeordnete Element durch `<Elementname>` angegeben.

Die Nutzung eines Radarsystems als SAR erfordert vollständige Kohärenz zwischen Sender- und Empfänger. Aus diesem Grund sind die Frequenz- beziehungsweise Taktgeneratoren im Satelliten alle von einem *Ultra Stable Oscillator* (USO) abgeleitet[BFZ06]. Aufgrund dieser zentralen Bedeutung für das Instrument, ist der USO in kalter Redundanz zweimal vorhanden. Im Falle des TanDEM-X-Satelliten ist der zweite USO infolge einer Fehlfunktion des primären Systems seit September 2012 aktiv[Bal+14]. Wegen des Auftretens nicht nachvollziehbarer Spitzenströme ist auf dem TerraSAR-X-Satelliten seit Ende März 2017 ebenfalls der zweite USO in Benutzung[Boj+18]. Messwerte aus 2013 ergaben eine Frequenz von  $f_{\text{USO}} = 59,937\,883\,8$  MHz für den USO von TerraSAR-X und  $f_{\text{USO}} = 59,937\,881\,1$  MHz bei TanDEM-X[Wei+14].

Ziel des folgenden Modells ist es, die Beziehungen zwischen den für die Beschreibung des Sendesignals notwendigen Frequenzen zu festzulegen, sodass eine Schätzung der relativen Abweichung

$$\delta_f = \frac{f_{\text{USO}} - f_{\text{USO,n}}}{f_{\text{USO,n}}} \quad (9.1)$$

zur Nennfrequenz des USO ausreicht um alle anderen Frequenzen zu bestimmen. Im Rahmen dieser Arbeit sind insbesondere die Mittenfrequenz und die PRF von Interesse. Nach [Bal+14] beträgt die

nominelle Taktfrequenz des ADC – hier im Modell als Referenzfrequenz bezeichnet –  $f_M = 329,658\,384$  MHz und soll ein Viertel einer Zwischenfrequenz  $f_{IF} = 22 \cdot f_{USO}$  betragen, woraus sich eine nominelle Frequenz von

$$f_{USO} = f_M \cdot \frac{2}{11} = 59,937\,888 \text{ MHz} \quad (9.2)$$

für den USO ergibt. Die Abtastrate der Radardaten ist dann mit dem ganzzahligen Teiler  $K_S$  durch

$$f_S = \frac{f_M}{K_S} \quad (9.3)$$

gegeben.

Mit der Mittenfrequenz des Radarsystems von 9,65 GHz als 161-fache USO-Frequenz ergibt sich damit – als Differenz zu  $f_{IF}$  – eine Frequenz von

$$f_L = f_0 - f_{IF} = (161 - 22) \cdot f_{USO} = 139 \cdot f_{USO} \approx 8,33 \text{ GHz} \quad (9.4)$$

für einen Lokaloszillator.

Direkt von der Referenzfrequenz abgeleitet, ergibt sich nach [Bal+14] die Zählfrequenz der *instrument fine time* (IFT) als

$$f_{IFT} = \frac{f_M}{6144} \approx 53,655 \text{ kHz} \quad (9.5)$$

und damit einer Periodendauer von

$$T_{IFT} = \frac{6144}{f_M} \approx 18,64 \mu\text{s} \quad (9.6)$$

als primäre Quelle für Zeitstempel im System. Die IFT wird dabei vom PPS-Signal des GPS-Empfängers sekundlich zurückgesetzt. Auch die weiteren Taktintervalle beziehen sich direkt auf die Referenzfrequenz. So ist das PRI als Vielfaches mit dem ganzzahligen Code  $K_P$  durch

$$T_P = f_P^{-1} = K_P \frac{96}{f_M} \quad (9.7)$$

gegeben. In ähnlicher Weise ergibt sich abhängig von  $K_L$ , dem Wert in `<pulseLength>`, mit

$$T_L = f_L^{-1} = K_L \frac{32}{f_M} \quad (9.8)$$

die Länge des Sendepulses. In Abbildung 9.1 sind die Zusammenhänge zwischen den Frequenzen zur Übersicht grafisch dargestellt. Die Frequenzabweichung wird dabei für Frequenzwerte durch Multiplikation mit  $(\eta + 1)$  und für Zeitintervalle mit  $(\eta + 1)^{-1}$  berücksichtigt.

Weiter ist es wichtig, die Zeitpunkte zu bestimmen zu denen die Radarpulse gesendet werden. Für einen Datensatz in denen die Pulse im Abstand von  $T_P$  gesendet werden, ist der Beginn jedes Empfangsfensters in den Rohdaten des Sensors, dem *instrument*

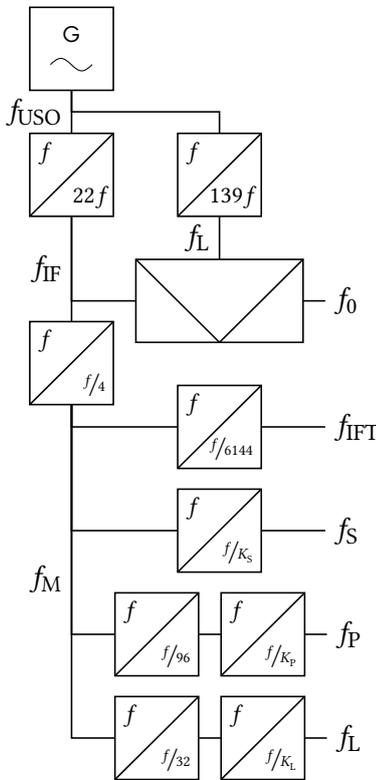


Abbildung 9.1: Modell zur Beschreibung der Abhängigkeiten verschiedener Frequenzen bei TerraSAR-X.

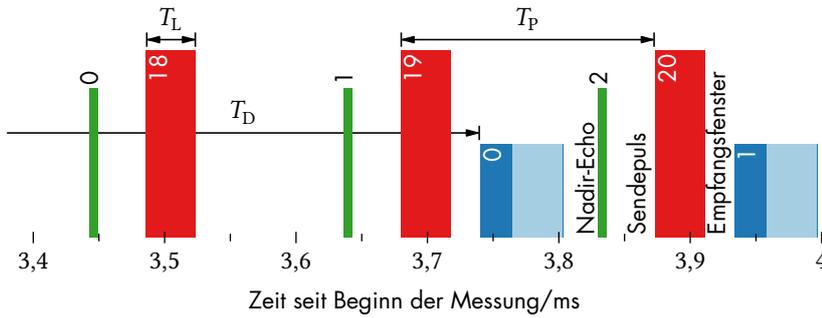


Abbildung 9.2: Position des Empfangsfensters bei TerraSAR-X.

source packet (ISP) hinterlegt[Bal+14]. Für das erste und letzte Empfangsfenster einer SAR-Messung ist dieser Zeitstempel unter dem Element `<dataSegment>` in den Metadaten enthalten. Um aus diesen Zeitpunkten, den Zeitpunkt der steigenden Flanke des Sendepulses zu ermitteln, wird die Zeitdifferenz zwischen dem Sendeereignis und dem Empfang ermittelt, welche in der Regel mehrere PRI beträgt. Diese Verzögerung kann mit dem Code für die Position des Empfangsfensters  $K_D$  aus `<echoWindowPosition>` durch

$$T'_D = K_D \frac{64}{f_M}, \quad (9.9)$$

innerhalb des aktuellen PRI und mit der Anzahl  $N_P$  ganzer PRI aus `<echoIndex>` relativ zum Start des Sendeintervalls insgesamt zu

$$T_D = T'_D + N_P \cdot T_P \quad (9.10)$$

bestimmt werden.

Neben der allgemeinen Einschränkung der PRI zur Vermeidung von Aliasing und Entfernungsmehrdeutigkeiten aus Kap. 2, ist der Empfang beim Pulsradar von TerraSAR-X nicht während des Sendens möglich und weiter empfängt ein Radarsystem auf einem Satelliten ein starkes Echo von der Erdoberfläche an seinem Fußpunkt – das Nadir-Echo – welches ebenfalls nicht in die abzubildende Radarszene fallen sollte. Bei der Konfiguration des Radarinstruments wird dazu die Aufnahmegeometrie mithilfe eines globalen Höhenmodells für die gewünschte Radarszene ausgewertet [Mit+08], um unter den genannten Einschränkung die optimale PRF zu bestimmen. In Abbildung 9.2 ist der zeitliche Ablauf der Sendepulse in Rot, der Nadir-Echos in Grün und der Empfangsfenster in Blau dargestellt. Die Dauer des Nadir-Echos kann nach der Pulskompression zu etwa  $1,2 \mu\text{s}$  [WM08] angenommen werden – vor und nach seiner erwarteten Position wird eine Marge von je  $2 \mu\text{s}$  angefügt um Ungenauigkeiten des Höhenmodells zu tolerieren. Das Empfangsfenster beginnt bezüglich der steigenden Flanke seines zugehörigen Sendepulses nach der Verzögerung  $T_D$  und seine Dauer ist gegenüber der gewünschten Szenenausdehnung um die Länge des Sendepulses  $T_L$  erweitert, damit die gesamte Pulslänge auch am Ende in weiter Entfernung zur Pulskompression zur Verfügung steht.

Bei komplexeren Aufnahmemodi, welche eine Keulenschwenkung erfordern, muss bei der Konfiguration des Instruments zusätzlich

<sup>1</sup>En: grating lobes

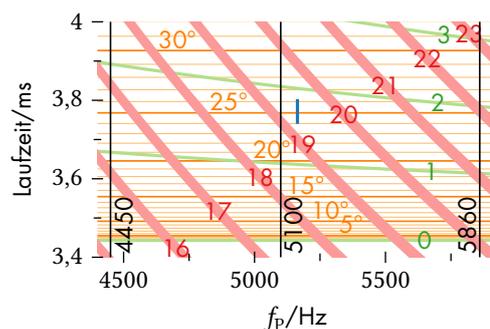


Abbildung 9.3: Position der Ausschlussbereiche durch den Sendepuls sowie durch das Nadir-Echo in Abhängigkeit von der PRF.

beachtet werden, dass – aufgrund der Gitterkeulen<sup>1</sup> der Gruppenantenne – weitere Signalanteile bei unterschiedlichen Dopplerezentroidfrequenzen entstehen. Diese Anteile fallen gegebenenfalls durch Aliasing in das Spektrum des gewünschten Signal – durch Optimierung der PRF können diese jedoch aus dem Signalspektrum verschoben werden, um somit Bildfehler durch diese Mehrdeutigkeit zu unterdrücken. Insbesondere beim *staring-spotlight*-Modus, bei welchem die Antennenkeule weit über den ursprünglich spezifizierten Winkelbereich geschwenkt wird, ist dieses Verfahren erforderlich, da die Gitterkeule für die extremen Schwenkwinkel die gleiche Stärke wie die Hauptkeule erreicht. Durch Simulation des Verhältnisses von Mehrdeutigkeit zum gewünschten Signal konnte – unter Nutzung der Antennendiagrammen der Keulen und einem Modell für die Streuer und in Abhängigkeit von der PRF – mit 3050 Hz, 3300 Hz, 3600 Hz, 4000 Hz, 4450 Hz, 5100 Hz und 5860 Hz eine Reihe von Ziel-PRF mit aufsteigender Güte, als lokale Minima ermittelt werden[Kra+16]. Zur Konfiguration wird unter den zuvor genannten allgemeinen Einschränkungen gültige PRF nahe eines Zielwertes gewählt. Bei kleinen Einfallswinkeln bis 42,3° (spot\_058) und damit geringer Breite des Antennenschwads, können die beiden höchsten Werte gewählt werden ohne Entfernungsmehrdeutigkeiten zu verursachen. In Abbildung 9.3 sind für eine *staring-spotlight*-Messung bei einem Einfallswinkel von 24,3° in der Mitte der Szene die Ausschlussbereiche durch den Sendepuls in Rot und das Nadir-Echo in Grün in Abhängigkeit von der PRF dargestellt. Die bei der Messung mit dem blau dargestellten Empfangsfenster genutzte PRF liegt in der Nähe der Zielfrequenz von 5100 Hz. Der Einfallswinkel ist als Raster in der Farbe orange dargestellt.

## Das Sendesignal

Die Sendepulserzeugung direkt technisch zu Modellieren ist nicht möglich, da sich über den Aufbau des Systems kaum Informationen in öffentlichen Dokumenten finden. Nach [PF05] wird das Sendesignal durch einen digitalen Chirp-Generator als Inphase- und Quadraturkomponente im Basisband erzeugt und die Bandbreite des Pulses durch zwei nachgeschaltete Frequenzvervielfacher erhöht. Möglicherweise basiert der Chirp-Generator auf dem in [Hah04] vorgestellten und im Rahmen des *TOPAS*-Projekts<sup>2</sup> entwickelten ASIC zur Signalerzeugung. Dieser kann als AWG prinzipiell beliebige Signale erzeugen, aufgrund der Frequenzvervielfacher sind jedoch nur frequenzmodulierte Signale sinnvoll einsetzbar.

Der Generator erzeugt direkt Bandbreiten bis 75 MHz, durch die zweifache Frequenzverdoppelung und damit auch einer zweifachen Verdoppelung der Bandbreite können Sendebandbreiten von 300 MHz genutzt werden[Hut07]. Insbesondere durch dieses Verfahren entstehen neben dem gewünschten linear-frequenzmodulierten Chirpsignal durch Intermodulation weitere Signalanteile mit unterschiedlichen Modulationsraten. Ursprünglich war im TerraSAR-X Projekt geplant, die Pulskompression mit einem frequenzmodu-

<sup>2</sup>Im Projekt Technology Development for an On-Board SAR Processor and Storage Demonstrator (TOPAS) wurde – wie auch in den Projekten DESA und EUCLID ERP 9.7 – eine Reihe von Technologien erarbeitet, welche im Rahmen der TerraSAR-X Mission Anwendung finden[Zah03].

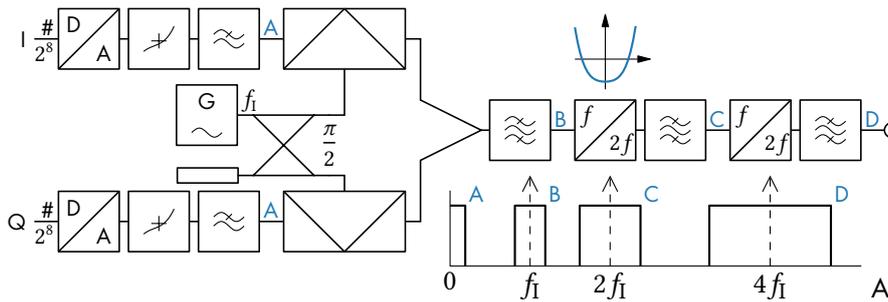


Abbildung 9.5: Schaltbild des Modells zur Pulserzeugung.

lierten Modellsignal durchzuführen, welches den Verlauf seiner Phase und Amplitude durch ein Polynom repräsentiert. Während der Inbetriebnahme des Systems wurde jedoch festgestellt, dass die Kreuzkorrelationsprodukte mit diesem Modellsignal bei starkem Bildkontrast zu inakzeptablen Störungen führen, sodass hier direkt eine Replik des Sendesignals verwendet werden sollte[Bre+08], welche entweder durch Messung oder genauere Modellierung gewonnen wird. In Abbildung 9.4 ist eine solche Replik des Sendesignals von TanDEM-X im Spektrogramm dargestellt. Diese Replik wurde mithilfe des in Kapitel 10.3 vorgestellten Verfahrens als gewichtetes Mittel aus einer Messung am Boden durch das HITCHHIKER-System während einer bistatischen SAR-Aufnahme gemessen. Neben dem Nutzsignal, dem Chirpsignal mit einer Bandbreite von 300 MHz sind zu jedem Zeitpunkt weitere Spektralanteile sichtbar, welche sich im Abstand von einem Viertel der aktuellen Differenz der Momentanfrequenz des Nutzsignals zur Mittenfrequenz befinden. Ursächlich für diese zusätzlichen Signale sind die Nichtlinearitäten bei der Pulserzeugung welche Intermodulationsprodukte der im Basisband vorhandenen Signalfrequenzen erzeugen. Zusätzlich ist im Bereich um das Nutzsignal ein breitbandiges Rauschsignal sichtbar, welches, neben weiteren Rauschquellen, durch die Quantisierung des DAC erzeugt wird. Ursachen für weitere Signalanteile im Basisband sind die nichtlineare Kennlinie des DAC sowie die Gleichanteile und das Amplitudenungleichgewicht der Inphase und Quadraturkomponente. Basierend auf der gemessenen Pulsreplik und der dort sichtbaren Effekte wurde ein Modell zur Pulserzeugung entwickelt. Dieses ist in Abbildung 9.5 dargestellt. Das Verhältnis von spektraler Leistungsdichte des Quantisierungsrauschens zum Nutzsignal lässt die Annahme zu, dass es sich um einen DAC mit einer Quantisierung von 8 bit, also mit 256 Wertstufen handelt. Den beiden Wandlern für die I- und Q-Komponente des Sendesignals, folgt eine Nichtlinearität, welche Abweichungen von der idealen Wandlerkennlinie, die Unterschiede im Gewinn der beiden Kanäle, sowie einen Gleichanteil mithilfe einer Polynomfunktion modelliert. Nach Tiefpassfilterung werden diese Signale an Punkt A, mithilfe eines idealen Quadraturmodulators vom Basisband zur Frequenz  $f_1$  versetzt und anschließend bandpassgefiltert, wodurch das Spektrum an Punkt B mit der Bandbreite  $B$  entsteht. Das Spektrogramm, des aus der I- und Q-Komponente gebildeten Basisbandsignals, ist mit  $B = 75$  MHz in Abbildung 9.6

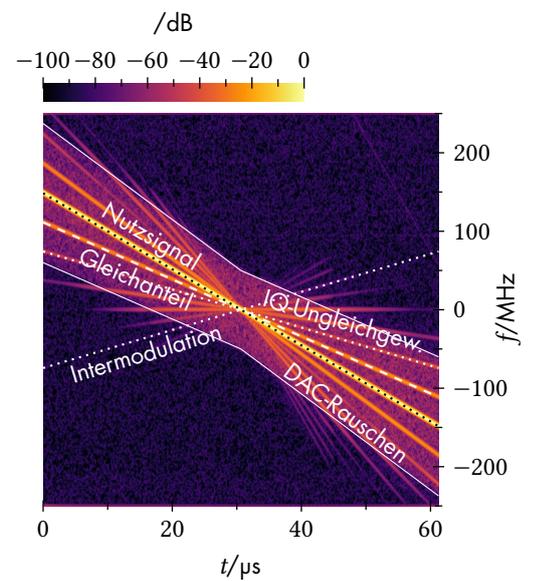


Abbildung 9.4: Spektrogramm eines 300 MHz Sendepulses von TanDEM-X.

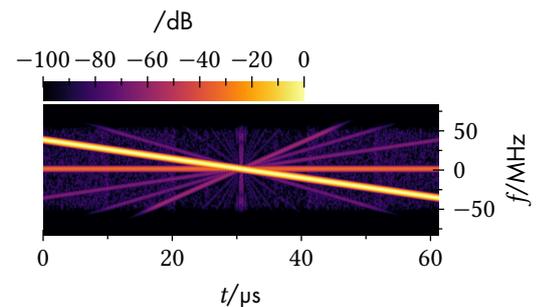


Abbildung 9.6: Spektrogramm des Modellsignals im Basisband.

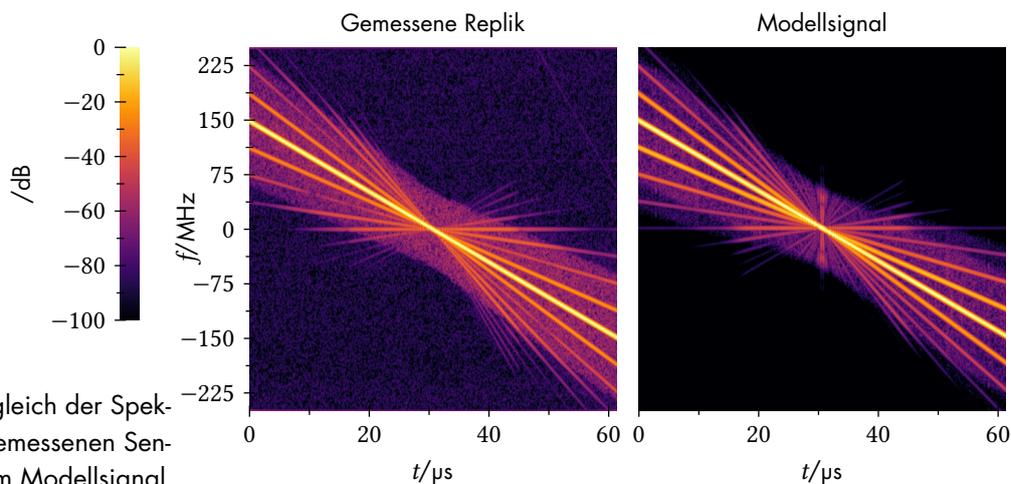


Abbildung 9.7: Vergleich der Spektrogramme eines gemessenen Sendepulses mit dem Modellsignal.

dargestellt. Im Anschluss an diesen Modulationsschritt wird die Signalbandbreite durch zweifache Verdopplung der Signalfrequenz erhöht. Das Signal durchläuft dazu jeweils eine Nichtlinearität zur Erzeugung der doppelten Eingangsfrequenz, mit anschließender Bandpassfilterung bei der gewünschten Ausgangsfrequenz, um die unerwünschten weiteren Vielfache der Eingangsfrequenz zu eliminieren. Hierdurch entsteht an den Punkten C und D das Chirpsignal, mit den Bandbreiten  $2B$  und entsprechend  $4B$ , bei der vierfachen Modulationsfrequenz  $4f_i$ . Die Nichtlinearitäten werden dabei ebenfalls durch eine Polynomfunktion modelliert. Um geeignete Koeffizienten zur Beschreibung des Polynoms zu ermitteln, wurden diese mithilfe des in Anhang A.7 vorgestellten Verfahrens, aus den Amplituden der Harmonischen eines in diesem Frequenzbereich spezifizierten Frequenzverdopplers<sup>3</sup> bestimmt.

<sup>3</sup>Für dieses Modell wurden die Amplituden der Harmonischen aus der Spezifikation des MiniCircuits Typ FK-3000+ entnommen.

Aus dem Frequenzschema in Abbildung 9.5 kann ferner eine Bedingung für die Zwischenfrequenz  $f_{IF} = 4f_i$  entnommen werden. Da die hier beobachtete Bandbreite von  $B_O = 500$  MHz, neben dem Chirpsignal bei der Mittenfrequenz, keine weiteren Signalanteile von weiteren vielfachen der Modulationsfrequenz zeigt, existiert mit der Bedingung

$$f_{IF} - \frac{B_O}{2} > \frac{f_{IF}}{2} + \frac{B_O}{4} \quad (9.11)$$

zwischen den Spektren C und D, sodass sich die Spektren am Ausgang der Frequenzvervielfacher nicht überlappen, mit

$$f_{IF} > \frac{3}{2}B_O = 750 \text{ MHz} \quad (9.12)$$

eine Untergrenze für den Wert der Zwischenfrequenz.

Das Ausgangssignal des technischen Modells ist in Abbildung 9.7 im Spektrogramm mit einer gemessenen Replik des realen Sendepulses verglichen. Das Modell kann demnach das Signal mit den Fehlereffekten wie die zusätzlichen Harmonischen des gewünschten Chirpsignals und die Störung durch das Quantisierungsrauschen nachbilden. Mithilfe dieses Modells kann die gemessene Replik im Folgenden näher untersucht werden.

Das Signal wird dazu als Überlagerung harmonischer Schwingungen modelliert, welche – wie im Spektrogramm gut sichtbar – einen über der Zeit linearen Frequenzverlauf mit unterschiedlichen Steigungen aufweisen. Gemäß des Aufbaus des technischen Modells sind die Phasen dieser unterschiedlichen Chirpsignale als Harmonische des Basisbandsignals über ganzzahlige Faktoren verknüpft. Der Sendepuls kann damit allgemein als Summe dieser harmonischen Anteile durch

$$s(t) = \sum_n A_n(t) e^{j\varphi_n(t)} \quad (9.13)$$

beschrieben werden, wobei die Phasenfunktion mit

$$\varphi_n(t) = \pi \frac{n}{4} \alpha t^2 + \frac{n}{4} \varphi_{N,4}(t) + \varphi_{0,n} + \varphi_{R,n}(t) \quad (9.14)$$

als Summe verschiedener Phasenanteile dargestellt wird. Der größte dieser Anteile wird dabei durch das nominelle Chirpsignale bei  $n = 4$  mit quadratischem Phasenverlauf und der Modulationsrate  $\alpha$  gestellt, wobei die Phase dieses Signals für die weiteren Harmonischen mit dem Faktor  $n/4$  skaliert vorliegt. Ebenfalls durch Skalierung mit diesem Faktor, entsteht der zweite Anteil, als bereits nach der Erzeugung des Signals im Basisband bestehender Phasenfehler  $\varphi_{N,4}(t)$  zum quadratischen Phasenverlauf, bestimmt durch den wahren Phasenverlauf des Nutzsignals bei  $n = 4$ . Hinzu kommt ein konstanter Phasenversatz  $\varphi_{0,n}$  zum Nutzsignal. Ursachen für diese Phasenverschiebung können Unterschiede im Basisband zwischen Inphase- und Quadraturkomponente, wie im Phasengang der Filter oder der Nichtlinearitäten sein – nach der Modulation sollten die Harmonischen ihre Phasenbeziehungen beibehalten. Die Komponente  $\varphi_{R,n}(t)$  beinhaltet als Phasenrest den verbleibenden Fehler zwischen der gemessenen Phase und der Modellierung.

Bei der Bestimmung des Amplituden- und Phasenverlaufs, aus dem vom HITCHHIKER-System am Boden gemessen Direktsignal, muss beachtet werden, dass das Sendesignal auf dem Übertragungskanal eine zeitliche Skalierung durch den Doppler-Effekt und eine zeitliche Verzögerung erfahren hat. Am Empfänger ist damit die Bezugszeit  $t_0$  am Minimum des quadratischen Phasenverlaufs nicht direkt bekannt. Bei einem Chirpsignal mit rein quadratischer Phase besteht, wie aus seiner Ambiguitätsfunktion in Kapitel 1 ersichtlich, zudem ein linearer Zusammenhang zwischen der Frequenzverschiebung durch den Doppler-Effekt und dem Bezugszeitpunkt, sodass in diesem Fall beide Werte nicht gleichzeitig eindeutig bestimmt werden können. Weiter wurde das Signal zur Übertragung zunächst aus dem Basisband zur Mittenfrequenz  $f_0$  moduliert und nach der Übertragung im Empfänger wieder mit  $f_0$  und einer Frequenzdifferenz  $\Delta f_0$  in das Basisband demoduliert. Wird in der Phasenfunktion nur der quadratische Anteil betrachtet, ergibt sich somit, mit dem Doppler-Faktor  $a = 1 + v/c$ , das Signal

$$s(a(t - t_0)) = \sum_n A_n(a(t - t_0)) e^{j\varphi_n(a(t - t_0))} e^{j2\pi a f_0 (t - t_0)} e^{-j2\pi (f_0 + \Delta f_0) t}, \quad (9.15)$$

zur Beschreibung des Sendeimpulses nach dem Empfang am Boden. Da der Dopplereffekt auf den Amplitudenverlauf nur unwesentlich wirkt, wird weiterhin nur die Phase des Signals untersucht. Diese ist unter der genannten Vereinfachung durch

$$\varphi'_n(a(t - t_0)) = \pi \frac{n}{4} \alpha a^2 (t - t_0)^2 + 2\pi a f_0 (t - t_0) - 2\pi (f_0 + \Delta f_0) t \quad (9.16)$$

und damit

$$= \pi \frac{n}{4} \alpha a^2 (t - t_0)^2 + 2\pi (a - 1) f_0 t - 2\pi \Delta f_0 t - 2\pi a f_0 t_0 \quad (9.17)$$

gegeben. Um den Phasen- und Amplitudenverlauf der  $n$ -ten Harmonischen zu ermitteln, wird die Empfangsphase nun zusätzlich mit der Referenzphase des quadratischen Chirps mit dem geschätzten<sup>4</sup> Bezugszeitpunkt  $\hat{t}_0 = t_0 + \Delta t_0$  demoduliert. Es ergibt sich somit der Ausdruck

$$\begin{aligned} \varphi_{D,n}(t) &= \varphi'_n(a(t - t_0)) - \pi \frac{n}{4} \alpha (t - \hat{t}_0)^2 \\ &= \pi \frac{n}{4} \alpha a^2 (t - t_0)^2 + 2\pi (a - 1) f_0 t \\ &\quad - 2\pi \Delta f_0 t - 2\pi a f_0 t_0 - \pi \frac{n}{4} \alpha (t - t_0 - \Delta t_0)^2 \end{aligned} \quad (9.18)$$

und schließlich

$$\begin{aligned} &= \pi \frac{n}{4} \alpha (a^2 - 1) (t - t_0)^2 + 2\pi \frac{n}{4} \alpha \Delta t_0 (t - t_0) + 2\pi (a - 1) f_0 t \\ &\quad - 2\pi \Delta f_0 t - \pi \frac{n}{4} \alpha \Delta t_0^2 - 2\pi a f_0 t_0 \end{aligned}$$

für die verbleibende Signalphase. Die Momentanfrequenz der  $n$ -ten Harmonischen ist damit, als zeitliche Ableitung der Phase, nach der Demodulation durch

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \frac{d}{dt} \varphi_{D,n} = \frac{n}{4} \alpha (a^2 - 1) (t - t_0) + \frac{n}{4} \alpha \Delta t_0 + (a - 1) f_0 - \Delta f_0 \quad (9.19)$$

$$= (a - 1) \left( (a + 1) \frac{n}{4} \alpha (t - t_0) + f_0 \right) - \Delta f_0 + \frac{n}{4} \alpha \Delta t_0 \quad (9.20)$$

$$= \frac{v}{c} \left( \left( 2 + \frac{v}{c} \right) \frac{n}{4} \alpha (t - t_0) + f_0 \right) - \Delta f_0 + \frac{n}{4} \alpha \Delta t_0 \quad (9.21)$$

gegeben. Der in der Zeit lineare Frequenzterm, ist mit der Zeitdauer  $T$  des Chirpsignals und seiner Bandbreite  $B = \alpha T$  auf  $\approx \pm n/4B$  beschränkt und bei der Schätzung von  $f_n$  mit der relativen Bandbreite und Dauer des TerraSAR-X Pulses vernachlässigbar. Es ergibt sich somit der lineare Zusammenhang

$$\begin{aligned} f_n &= \frac{\alpha}{4} \Delta t_0 n + \frac{v}{c} f_0 - \Delta f_0 \\ &= \frac{\alpha}{4} n \Delta t_0 + f_D - \Delta f_0 \end{aligned} \quad (9.22)$$

zwischen der Frequenz der demodulierten Harmonischen und  $n$ . In

<sup>4</sup>Eine initiale Schätzung von  $t_0$  erfolgt durch Korrelation mit dem quadratischen Chirpsignal unter Vernachlässigung des Dopplereffekts.

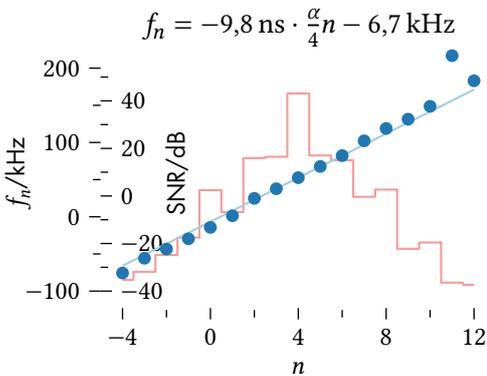


Abbildung 9.8: Differenzfrequenz der Harmonischen des Chirpsignals.

Abbildung 9.8 sind diese Frequenzen, für eine Messung mit TerraSAR-X vom 16. November 2015, über  $n$ , gemeinsam mit dem SNR der zugehörigen Harmonischen in rot aufgetragen. Die Frequenzen werden mittels diskreter Fourier-Transformation (DFT) aus dem nach (9.18) demodulierten Empfangssignal geschätzt. Durch mit dem SNR gewichtete, lineare Regression, können hieraus die Beiträge durch Doppler-Effekt und der Frequenzdifferenz der Oszillatoren  $f_D - \Delta f_0$  als Achsenabschnitt, sowie die Abweichung von der Bezugszeit  $\Delta t_0$  über die Steigung der Ausgleichsgeraden bestimmt werden. Zur näheren Analyse der  $n$ -ten Harmonischen des Sendepulses werden die mit  $T_S$  abgetasteten  $M$  Abtastwerte  $s(m)$  des empfangenen Signals im Basisband durch

$$s_D(m) = s(m) \cdot e^{-j2\pi(f_D - \Delta f_0)mT_S} \quad (9.23)$$

um die lineare Phase durch Dopplerfrequenz und Oszillatorabweichung bereinigt. Mit dem Modell in (9.13) und (9.14) kann dieses Signal als Spaltenvektor  $\mathbf{s}_D$  mit

$$\begin{aligned} \mathbf{s}_D &= \begin{pmatrix} e^{-j4\varphi_M(-t_0)} & e^{-j3\varphi_M(-t_0)} & \dots & e^{j12\varphi_M(-t_0)} \\ e^{-j4\varphi_M(T_S-t_0)} & e^{-j3\varphi_M(T_S-t_0)} & \dots & e^{j12\varphi_M(T_S-t_0)} \\ & \vdots & & \\ e^{-j4\varphi_M(M\cdot T_S-t_0)} & e^{-j3\varphi_M(M\cdot T_S-t_0)} & \dots & e^{j12\varphi_M(M\cdot T_S-t_0)} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} A_{-4}e^{j\varphi_{0,-4}}e^{j\varphi_{R,-4}} \\ A_{-3}e^{j\varphi_{0,-3}}e^{j\varphi_{R,-3}} \\ \vdots \\ A_{12}e^{j\varphi_{0,12}}e^{j\varphi_{R,12}} \end{pmatrix} \\ &= \mathbf{A} \cdot \mathbf{a} \end{aligned} \quad (9.24)$$

durch die Multiplikation der Phasenmatrix  $\mathbf{A}$ , welche spaltenweise den zeitlichen Modellphasenverlauf  $\varphi_M(t) = \pi \frac{\alpha}{4} t^2 + \frac{1}{4} \varphi_{N,4}(t)$  für die Harmonischen enthält, mit einem komplexen Koeffizientenvektor  $\mathbf{a}$  dargestellt werden. Hier werden die Harmonischen mit einem Frequenzverhältnis von  $-4$  bis  $12$  berücksichtigt.

Wird das Gleichungssystem von links mit der adjungierten Matrix  $\mathbf{A}^H$  multipliziert, ergibt sich

$$\mathbf{A}^H \mathbf{s}_D = \mathbf{A}^H \mathbf{A} \cdot \mathbf{a} \quad (9.25)$$

$$= \mathbf{\Phi} \cdot \mathbf{a} \quad (9.26)$$

mit  $\mathbf{\Phi}$ , einer Toeplitz-Matrix, da ihre Einträge über die Differenz der skalierten Phasenfunktion ebenfalls nur von der Differenz der Indizes abhängt. Die Matrix ist dabei hermitesch, sodass sie insgesamt durch die Einträge der ersten Zeile beschrieben ist. Da der Koeffizientenvektor  $\mathbf{a}$  mit der Amplitudenfunktion  $A_n(t)$  und dem Phasenrest  $\varphi_{R,n}(t)$  zeitabhängig sind, wird das lineare Gleichungssystem für verschiedene Zeitabschnitte gelöst, indem blockweise Zeilen aus  $\mathbf{A}$  beziehungsweise  $\mathbf{s}_D$  der Fensterlänge  $L$  entnommen werden. Zusätzlich kann der Ausschnitt mit einer Fensterfunktion gewichtet werden. Beide Seiten der Gleichung (9.24) werden dazu mit einer Diagonalmatrix  $\mathbf{W}$  mit den Abtastwerten des Fensters auf der Diagonalen als

$$\mathbf{A}^H \mathbf{W} \mathbf{s}_D = \mathbf{A}^H \mathbf{W} \mathbf{A} \cdot \mathbf{a} \quad (9.27)$$

$$= \mathbf{\Phi}_W \cdot \mathbf{a} \quad (9.28)$$

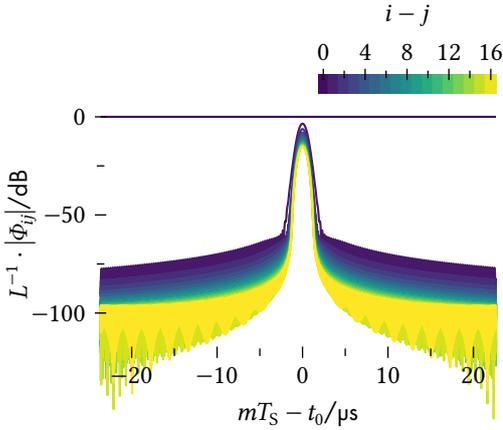


Abbildung 9.9: Elemente der Haupt- und Nebendiagonalen von  $\Phi_W$ .

von links multipliziert. Der Betrag der Elemente von  $\Phi_W(t)$ , bei Gewichtung mit einem Taylor-Fenster der Länge  $L \cdot T_S = 2,4 \mu\text{s}$ , ist in Abbildung 9.9, aufgetragen über dem Zeitpunkt der Fenstermitte, dargestellt. Außer im Bereich um den Bezugszeitpunkt, in dem sich die Momentanfrequenz der Harmonischen überkreuzen, verschwinden die Nebendiagonalelemente und  $\Phi_W$  kann durch die Skalarmatrix  $L \cdot I$  dargestellt werden. Der Koeffizientenvektor wird dann durch

$$\mathbf{a}(t) = \frac{1}{L} \mathbf{A}^H \mathbf{W}(t) \mathbf{s}_D \quad (9.29)$$

geschätzt. Aufgrund der hohen Dynamik der Harmonischen ist es damit in der Nähe des Bezugspunktes nicht direkt möglich den gesamten Koeffizientenvektor zu schätzen. Mit dieser Methode wird zunächst durch

$$\begin{aligned} a_4(t) &= A_4(t) e^{j\varphi_{0,4}} e^{j\varphi_{R,4}(t)} \\ &= \frac{1}{L} \left( e^{-j4\varphi_M(-t_0)} \quad e^{-j4\varphi_M(T_S-t_0)} \quad \dots \quad e^{-j4\varphi_M(M \cdot T_S-t_0)} \right) \cdot \mathbf{W}(t) \cdot \mathbf{s}_D \end{aligned} \quad (9.30)$$

der Amplituden und Phasenverlauf des nominellen Chirpsignals mit  $n = 4$  bestimmt und das Signal der 4-ten Harmonischen mit dem interpolierten Zeitverlauf  $a_4$  durch

$$\mathbf{s}_{D,4} = \begin{pmatrix} a_4(-t_0) e^{j4\varphi_M(-t_0)} \\ a_4(T_S - t_0) e^{j4\varphi_M(T_S-t_0)} \\ \vdots \\ a_4(M \cdot T_S - t_0) e^{j4\varphi_M(M \cdot T_S-t_0)} \end{pmatrix} \quad (9.31)$$

rekonstruiert. Nachdem die Dynamik des Sendesignals durch

$$\mathbf{s}'_D = \mathbf{s}_D - \mathbf{s}_{D,4} \quad (9.32)$$

reduziert ist, kann mit

$$\mathbf{a}'(t) = (\mathbf{A}^H \mathbf{W}(t) \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^H \mathbf{W}(t) \mathbf{s}'_D \quad (9.33)$$

und mit der Moore-Penrose-Inversen  $\mathbf{A}^\dagger$  mittels

$$= (\mathbf{W}(t) \mathbf{A})^\dagger \mathbf{W}(t) \mathbf{s}'_D, \quad (9.34)$$

auch für die weiteren Harmonischen der Koeffizientenverlauf bestimmt werden. Die Moore-Penrose-Inverse wird dabei als Pseudoinverse zur Lösung des Systems mit minimalem quadratischen Fehler herangezogen [Pen56]. Die Berechnung der Pseudoinversen erfolgt durch QR-Zerlegung. Es ergibt sich nun mit

$$A_4(t) e^{j\varphi_{0,4}} e^{j\varphi_{R,4}(t)} = a'_4(t) + a_4(t) \quad (9.35)$$

sowie für die verbleibenden Harmonischen mit

$$A_n(t) e^{j\varphi_{0,n}} e^{j\varphi_{R,n}(t)} = a'_n(t) \quad (9.36)$$

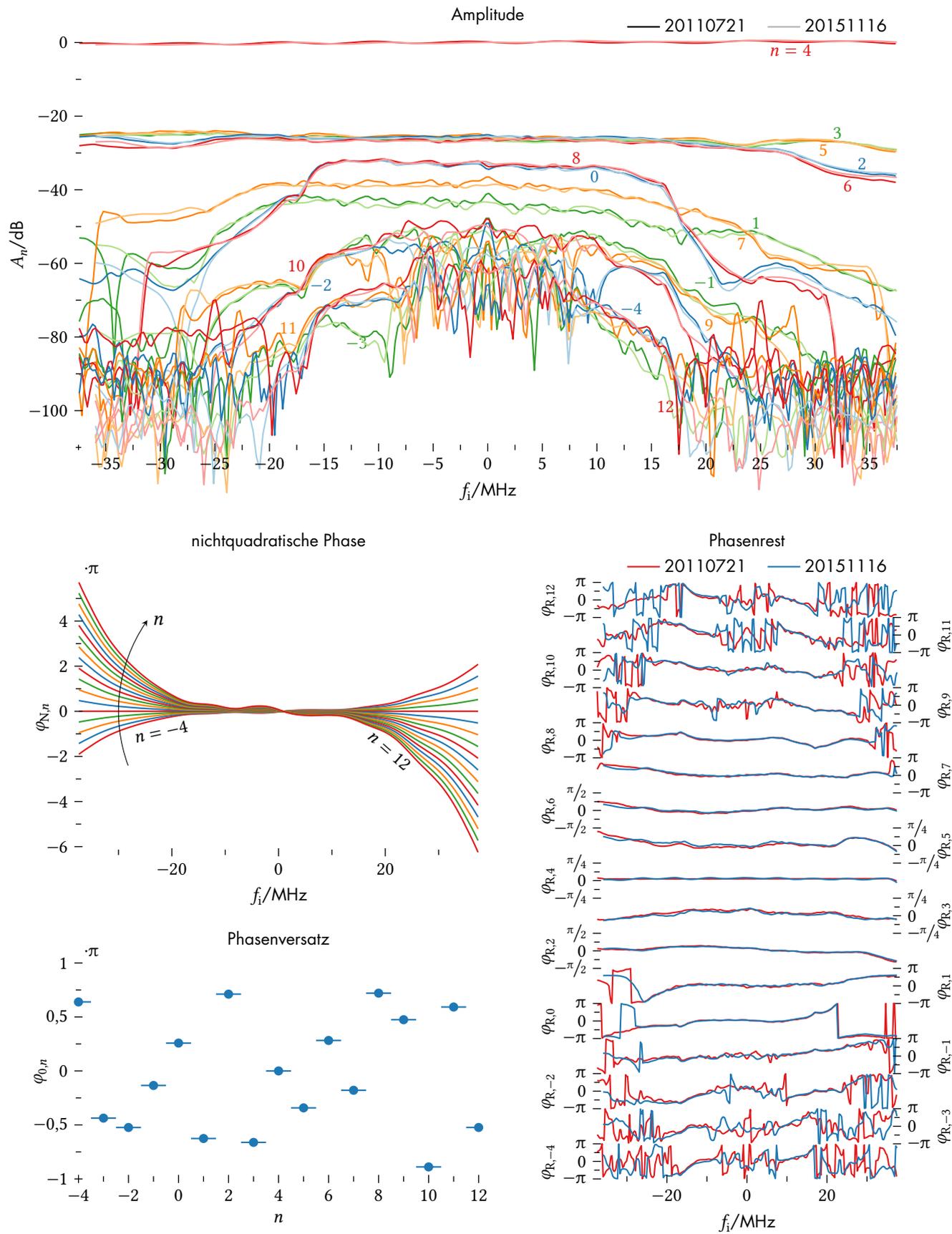


Abbildung 9.10: Amplituden und Phasenverlauf der Harmonischen des Sendepulses von TerraSAR-X.

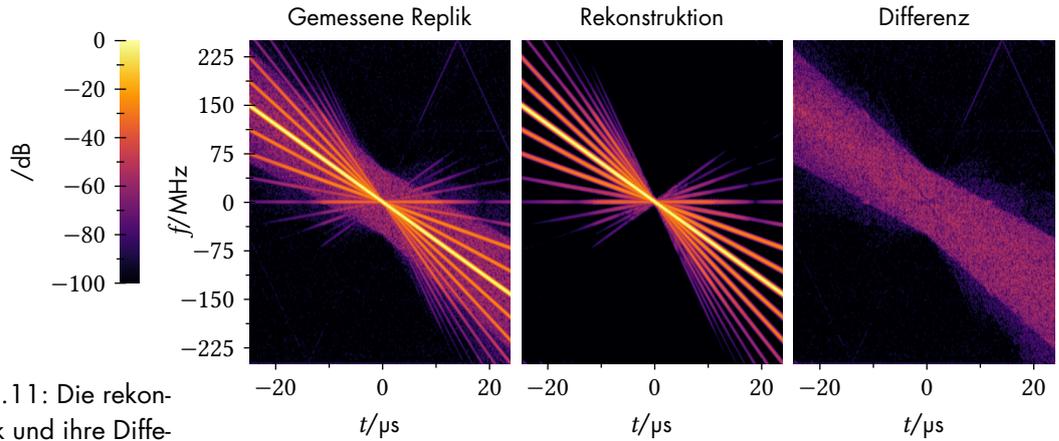


Abbildung 9.11: Die rekonstruierte Replik und ihre Differenz zur gemessenen Replik.

der zeitliche Verlauf der Signalamplitude und ihr Phasenfehler. Da diese Größen nach dem technischen Modell durch die Übertragungsfunktionen der Filter bedingt sind, und damit nicht direkt von der Zeit, sondern der Signalfrequenz abhängen, ist es sinnvoll  $A_n$ ,  $\varphi_{R,n}$  und auch  $\varphi_{N,4}$  mit der Momentanfrequenz des nominellen Chirpsignals im Basisband  $f_i = \alpha/4 t$  darzustellen. Damit können die Messungen in ein Modell überführt werden und Amplitude und Phase der harmonischen Signalkomponenten durch Interpolation über die Momentanfrequenz für eine beliebige Pulsdauer bestimmt werden.

Für zwei Messungen ist das Ergebnis dieser Auswertung für den Sendepuls von TerraSAR-X mit nomineller Bandbreite von 300 MHz in Abbildung 9.10 dargestellt. Die Amplituden- und Phasenfunktionen stimmen dabei trotz des großen zeitlichen Abstands von 4 Jahren und 118 Tagen gut überein – der Pulsgenerator weist demnach eine hohe Stabilität auf. Die Pulsdauer betrug  $61,1 \mu\text{s}$  für die erste Messung am 21. Juli 2011 und  $49,6 \mu\text{s}$  beim zweiten Experiment am 16. November 2015.

Um das nach (9.13) und (9.14) durch

$$s(m) = \sum_n A_n(f_i) e^{j\pi \frac{n}{4} \alpha (m T_S - t_0)^2} e^{j\varphi'_n(f_i)}, \quad (9.37)$$

und der Phasenabweichung mit  $f_i = \alpha/4 (m T_S - t_0)$

$$\varphi'_n(f_i) = \frac{n}{4} \varphi_{N,4}(f_i) + \varphi_{0,n} + \varphi_{R,n}(f_i) \quad (9.38)$$

rekonstruierte Replika mit dem gemessenen Sendepuls zu vergleichen, zeigt Abbildung 9.11 das Spektrogramm der Messung, des rekonstruierten Sendesignals, sowie der Differenz beider Signale. In der Differenz wird sichtbar, dass die harmonischen Signale vollständig modelliert wurden und lediglich das Rauschen und Quantisierungsrauschen der Signalerzeugung sowie eine Harmonische im ersten Quadranten, erzeugt durch das Empfangssystem, in der Differenz verbleiben.

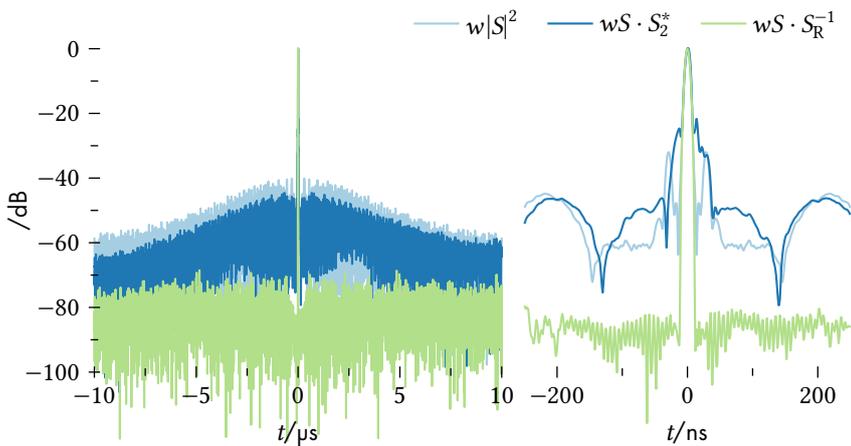


Abbildung 9.12: Impulsantwort nach der Pulskompression. Gezeigt sind die AKF des empfangenen Pulses sowie die Kompression mit einem linear-FM-Chirp und einem inversen Filter mit der rekonstruierten Replik.

Wie wichtig nun die genaue Kenntnis des Sendesignals ist, zeigt der Vergleich der Impulsantwort nach der Pulskompression in Abbildung 9.12. Die Kompression mit dem nominellen, quadratischen Chirpsignal durch ein *matched*-Filter mit der Fouriertransformierten  $S \cdot S_2^*$  zeigt, neben Störungen bei bereits  $-25$  dB in direkter Nähe des Maximums durch die Phasenabweichung, bei  $-45$  dB einen sehr breiten Störbereich durch die Korrelationsprodukte mit den Harmonischen. Dieses breite Störsignal reduziert gleichfalls in der Autokorrelationsfunktion mit dem Spektrum  $|S|^2$  den Dynamikbereich auf 45 decibel. Die Antwort des Inversen Filters als  $S/S_R$  mit der rekonstruierten Replik, ist in der Lage das Signal vollständig zu komprimieren und erweitert den Dynamikbereich auf 90 dB. Um die Unterschiede in der Nähe des Maximums darzustellen, wurden die Nebenzipfel jeweils durch das Taylor-Fenster  $w$  unterdrückt.

Mit der Entwicklung des Modells zur Frequenz- und Sendesignalerzeugung ist die Möglichkeit gegeben, bei Experimenten mit TerraSAR-X, TanDEM-X oder PAZ auf die Aufzeichnung des direkten Signals zu verzichten und damit alle Kanäle des HITCHHIKER-Systems zur Szenenabbildung einzusetzen. Die Informationen, welche ansonsten aus dem Direktsignal entnommen werden, können hier durch das Modell ergänzt werden. Die eigentliche Synchronisation kann dann durch diese Reduktion der zu schätzenden Parameter möglicherweise mithilfe der Szenenkanäle erfolgen.

## 9.2 Das Antennensystem

Die Entwicklung des Antennensystems für TerraSAR-X begann bereits in den 90er Jahren in dem vom DLR/DARA geförderten Projekt DESA der DASA, heute Airbus Defence and Space [ZBS97; Zah+02]. Sein Radarinstrument verfügt über eine planare, phasengesteuerte Gruppenantenne bestehend aus  $N = 12$  einzelnen Tafeln, den *panels* welche – mechanisch zu drei *leaves* gruppiert, entlang der Längsachse des Satelliten angeordnet – die Einzelelemente der Gruppenantenne entlang der synthetischen Apertur bilden. Jede der Tafeln besteht senkrecht zu dieser Anordnung aus einer Gruppe von

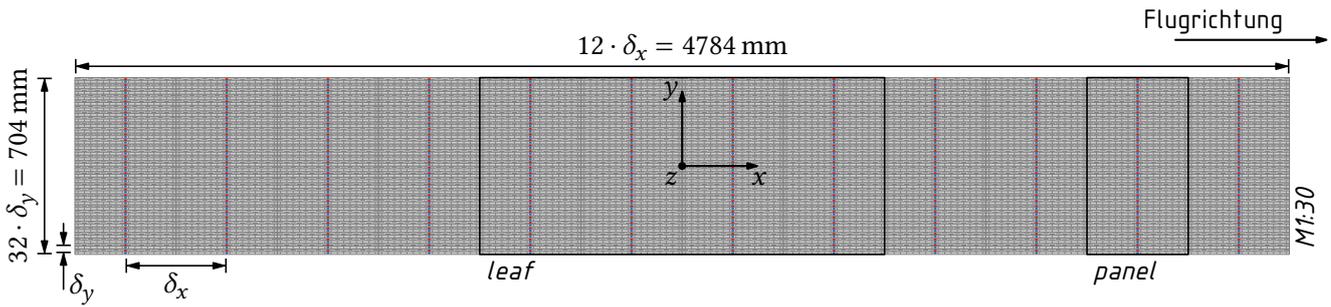


Abbildung 9.13: Aufbau der phasengesteuerten Gruppenantenne des TerraSAR-X SAR-Instruments.

Abbildung 9.14: Untergruppe mit den Schlitzantennen für horizontale und vertikale Polarisation sowie dem TRM – Foto aus [Her+04].

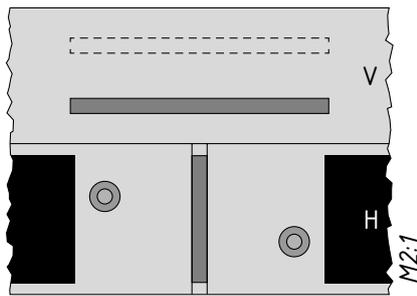
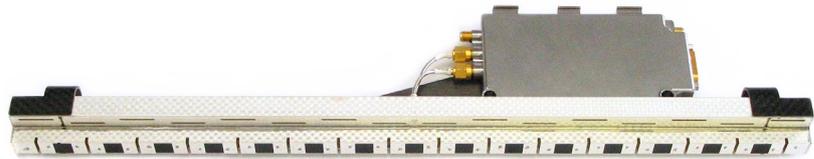


Abbildung 9.15: Strahlerelement der TerraSAR-X-Untergruppe.

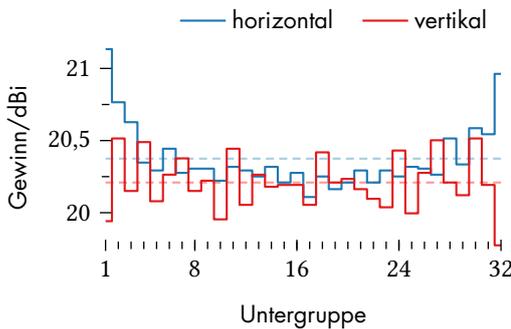


Abbildung 9.16: Messung des Antennengewinns der Untergruppen einer Antennentafel[GHF05].

je 32 Untergruppen, welche als Einzelemente der phasengesteuerten Gruppenantenne dienen[GHF05]. Der Aufbau der Antenne ist zur Verdeutlichung in Abbildung 9.13 dargestellt. Jede dieser insgesamt 384 Untergruppen in Abbildung 9.14, besteht dabei aus zwei Schlitzantennen – je eine für horizontale und vertikale Polarisationsrichtung – sowie dem *transmit-receive module* (TRM) der übergeordneten Gruppenantenne. Die Hohlleiter dieser, vom jeweiligen Zentrum aus seriell gespeisten, Schlitzantennen mit je  $K = 16$  Schlitzstrahlern aus Abbildung 9.15 ist aus versilbertem CFK gefertigt, um das Gewicht der Antenne zu reduzieren und ihre thermoelastische Stabilität zu verbessern[Her+04]. Die longitudinalen Schlitz für die vertikale Polarisation sind dabei, ausgehend vom Speisepunkt in der Mitte der Schlitzantenne, abwechselnd wechselseitig versetzt positioniert – in der Abbildung ist die alternative Position als Strichlinie angedeutet. Zum Antennengewinn der Untergruppe sind in Abbildung 9.16 die Messergebnisse von [GHF05] für die  $M = 32$  Untergruppen einer Antennentafel dargestellt. Das Mittel beträgt hier 20,4 dBi für die horizontale und 20,2 dBi für die vertikale Polarisation.

Wird der Abstand der Schlitzstrahler über die Tafeln hinweg entlang der Gruppenantenne – der Koordinate  $x$  – beibehalten, ergibt sich ein regelmäßige Gruppenanordnung und bei einer Gesamtantennenlänge von  $L = 4784$  mm ein nomineller Strahlerabstand von

$$\delta_{x,S} = \frac{L}{12 \cdot 16} = 24,92 \text{ mm}, \quad (9.39)$$

womit sich für die ungeschwenkte Antenne bei der minimalen Betriebswellenlänge von  $\lambda = 30,59$  mm, im genutzten Halbraum nur eine Keule bildet – ohne Strahlschwenkung treten hier keine Gitterkeulen auf. Der Abstand der Untergruppen innerhalb einer Antennentafel, senkrecht zu  $x$  und damit entlang der Elevation mit der Koordinate  $y$ , beträgt in dieser Richtung mit der Aperturhöhe

von  $H = 704 \text{ mm}$ [Sue+02]

$$\delta_y = \frac{H}{32} = 22 \text{ mm} \quad (9.40)$$

und erzeugt damit ebenfalls ein Antennendiagramm ohne sichtbare Gitterkeulen. Da in dieser Richtung jedes Element phasengesteuert ist, gilt dies in der Elevationsrichtung auch für geschwenkte Keulen bis zu einem Schwenkwinkel von

$$\pm \arcsin\left(\frac{\lambda}{\delta_y} - 1\right) = \pm 22,9^\circ \quad (9.41)$$

– bei diesem Schwenkwinkel liegt die Gitterkeule gerade senkrecht zur Antennenmittellachse<sup>5</sup>. Die Halbwertsbreite der Keule kann gemäß [Kar18, (14.70)] in der Elevation mit

$$\Delta\phi(\epsilon) = 0,886 \frac{\lambda_0}{M \cdot \delta_y} \cdot \frac{1}{\cos \epsilon} = \frac{2,24^\circ}{\cos \epsilon} \quad (9.42)$$

in Abhängigkeit vom Elevationsschwenkwinkel  $\epsilon$  abgeschätzt werden. Die Wellenlänge bei der Mittenfrequenz von 9,65 GHz beträgt  $\lambda_0 = 31,067 \text{ mm}$ .

In der Flugrichtung entstehen die Gitterkeulen, da die Phasentrennen der phasengesteuerten Elemente hier einen größeren Abstand von

$$\delta_x = K\delta_{x,S} \quad (9.43)$$

aufweisen, auch deutlich näher an der Hauptkeule. Die unerwünschten Gitterkeulen müssen daher durch das Richtdiagramm der Untergruppen unterdrückt werden. Abbildung 9.17 enthält dazu das Richtdiagramm der Untergruppe in Abhängigkeit von  $\varphi$ , dem Winkel zur  $z$ -Achse in der  $x$ - $y$ -Ebene – gemessen in Kopolarisation für die horizontal und die vertikal polarisierte Schlitzantenne[Her+04]. Als Referenz ist zusätzlich der Gruppenfaktor

$$C_S(\varphi) = \frac{\sin\left(\pi K \frac{\delta_{x,S}}{\lambda_0} \cdot \sin \varphi\right)}{K \sin\left(\pi \frac{\delta_{x,S}}{\lambda_0} \cdot \sin \varphi\right)} \quad (9.44)$$

der Anordnung aus  $K = 16$  Strahlerelementen dargestellt. Durch dieses Richtdiagramm ist der eindeutig nutzbare Schwenkbereich der phasengesteuerten Gruppe in dieser Ebene definiert. Die Nullstellen des Diagramms liegen damit bei

$$\sin \varphi_n = \pm \frac{n}{K} \frac{\lambda_0}{\delta_{x,S}} \quad n \in \{n' | n' \in \mathbb{Z} \wedge K \nmid n'\} \quad (9.45)$$

mit der ersten Nullstelle bei  $\pm 4,47^\circ$ . Weiter beträgt – im Argument  $u = \sin \varphi$  des Gruppenfaktors

$$C_G(\varphi, \alpha) = \frac{\sin\left(\pi N \frac{\delta_x}{\lambda_0} \cdot (\sin \varphi - \sin \alpha)\right)}{N \sin\left(\pi \frac{\delta_x}{\lambda_0} \cdot (\sin \varphi - \sin \alpha)\right)} \quad (9.46)$$

<sup>5</sup>engl. *antenna boresight*

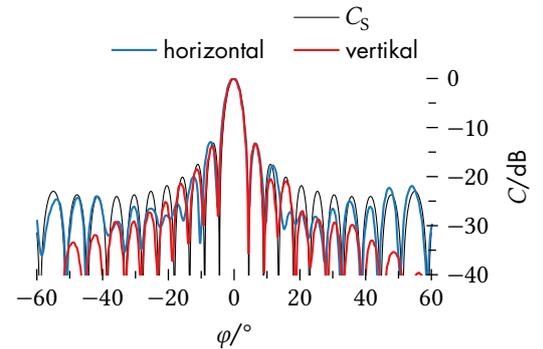


Abbildung 9.17: Gemessenes Richtdiagramm einer Untergruppe[Her+04].

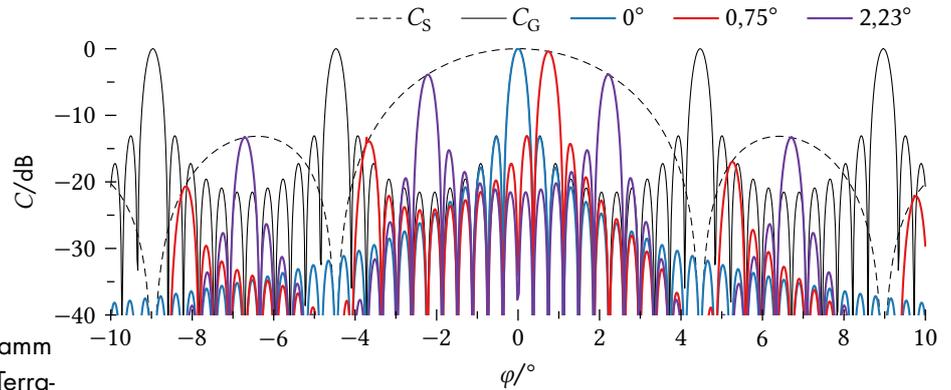


Abbildung 9.18: Richtdiagramm der Gruppenantenne des TerraSAR-X entlang seiner Längsachse.

für die phasengesteuerte Gruppe mit dem Schwenkwinkel  $\alpha$  – der Abstand der Gitterkeulen

$$\Delta u = \frac{\lambda_0}{\delta_x} = \frac{\lambda_0}{K \delta_{x,S}} = 7,79 \cdot 10^{-2} \quad (9.47)$$

wodurch die Gitterkeulen ohne Strahlswenkung bei  $\pm \arcsin(n \Delta u)$  exakt in den Nullstellen des Untergruppendiagramms liegen und von diesen vollständig kompensiert werden.

Das gesamte Richtdiagramm ergibt sich dann in der  $x$ - $y$ -Ebene durch

$$C(\varphi, \alpha) = C_G(\varphi, \alpha) C_S(\varphi) C_R(\varphi) \quad (9.48)$$

und ist in Abbildung 9.18 dargestellt. Das Richtdiagramm  $C_R$  der Schlitzstrahler wird, aufgrund der großen Keulenbreite gegenüber dem Untergruppenfaktor, hier in der Betrachtung vernachlässigt. Die Halbwertsbreite beträgt für die Hauptkeule

$$\Delta\varphi(\alpha) = 0,886 \frac{\lambda_0}{N \delta_x} \frac{1}{\cos \alpha} = \frac{19,78'}{\cos \alpha} \approx 0,33^\circ \quad (9.49)$$

und kann im relevanten Schwenkwinkelbereich als konstant angenommen werden. Neben dem resultierenden Antennendiagramm sind der Gruppenfaktor der phasengesteuerten Gruppe und der Untergruppe noch einmal gesondert dargestellt. Wird die Keule geschwenkt, treten die Gitterkeulen aus den Nullstellen des Untergruppendiagramms heraus und werden wieder sichtbar. Im ursprünglich spezifizierten Schwenkbereich des TerraSAR-X bis  $\pm 0,75^\circ$ , steigt die stärkste Gitterkeule mit  $-13,9$  dB relativ zur Hauptkeule bis zur Stärke der ersten Nebenkeule an. Mit der Entwicklung des *staring-spotlight*-Modus[Mit+14] wird die Antenne im regulären Einsatz sogar bis zu einem Winkel von  $\arcsin(\Delta u/2) = 2,23^\circ$  geschwenkt – die Gitterkeule erreicht bei diesem Winkel die gleiche Stärke wie die Hauptkeule und liegt symmetrisch zum *boresight* beim negativen Schwenkwinkel – experimentell wurde es dadurch möglich, bei entsprechender Abtastung der synthetischen Apertur, gleichzeitig zwei SAR-Bilder[Mit+13], eines im Blick nach vorne das zweite im rückwärts gerichteten Blick zu rekonstruieren.

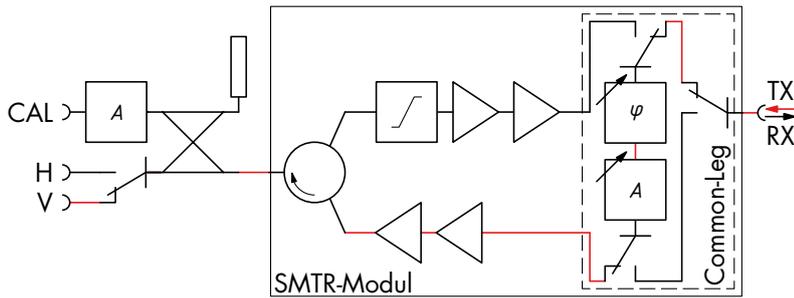


Abbildung 9.19: HF-Schaltbild eines TerraSAR-X-TRM[Ado+05].



Abbildung 9.20: Geöffnetes TRM des TerraSAR-X[PF05], mit geöffnetem SMTR-Modul[Ado+05].

## Das TRM

Die Hauptkomponente des Antennensystems und damit auch des Radarinstrumentes von TerraSAR-X ist das TRM. An jedem Antennenelement der aktiv elektronisch gesteuerten Gruppenantenne (AESA) übernimmt es neben der Erzeugung der Amplituden- und Phasenbelegung der Gruppenantenne auch die Leistungsverstärkung des Sendesignals sowie die rauscharme Vorverstärkung im Empfangszweig. Das TRM der TerraSAR-X Antenne nimmt zusätzlich den Wechsel der Polarisation vor und koppelt das Radarsignal zur Kalibrierung aus.

Aufgrund der hohen Anzahl der benötigten TRM bei einer planaren AESA ist es vorteilhaft bis notwendig diese in großen Stückzahlen und hauptsächlich als Mikroelektronik zu realisieren um die Kosten und gleichzeitig den Platzbedarf zu senken. In den TRM des TerraSAR-X kommt daher das *Standardized Modular T/R Module* (SMTR) – entwickelt durch die EADS Deutschland GmbH – zum Einsatz. Dieses ist ein einkanal TRM, realisiert in *low temperature co-fired ceramics* (LTCC)-Technologie und enthält neben den Mikrowellenkomponenten, auch die Stromversorgung sowie die Steuerelektronik in einem Volumen von  $64,5 \text{ mm} \times 13,5 \text{ mm} \times 4,5 \text{ mm}$ . Es wird neben der Anwendung in TerraSAR-X, in verschiedenen X-Band-Radarsystemen wie dem Bodenradar *BÜR*, im Feuerleitradar des *NATO-MEADS* und dem *CAESAR* – einem AESA-Prototypen für den *Eurofighter Typhoon* – verwendet[LB+11]. Die Phasensteuerung erfolgt für den Vollwinkel mit einer Quantisierung von  $5,625^\circ$  bei

einem Amplitudensteuerbereich von  $>30$  dB mit einer Schrittweite von  $0,5$  dB. Die Phasen und Amplitudensteuerung erfolgt in Sende- und Empfangsrichtung durch die selben Komponenten in einer sogenannten *Common-Leg*-Architektur. Die Ausgangsleistung des Senders beträgt bis zu  $39$  dBm, der Empfangszweig weist eine Rauschzahl unter  $3$  dB auf[Rie+02]. In Abbildung 9.19 ist der Aufbau der Mikrowellenschaltung des gesamten TRM sowie des SMTR-Moduls dargestellt. Die rote Verbindung repräsentiert den gerade aktiven Sendepfad für die vertikale Polarisation. Eine Fotografie des TRM – mit geöffnetem SMTR-Modul – ist in Abbildung 9.20 gegeben. Das TRM weist als Gesamtsystem eine Rauschzahl von  $F < 4,3$  dB auf, die Ausgangsleistung am Antennenanschluss beträgt typischerweise  $38$  dBm  $\hat{=} 6,3$  W. Die zusätzlichen Baugruppen im TRM ermöglichen das Umschalten der Polarisation von Puls zu Puls – der Steuerrechner übernimmt die Kommunikation mit der Antennensteuerung, sowie die Temperaturkompensation des Moduls durch Anwendung der Kalibrierdaten[Ado+05].

Während der Phasenschieber und das Dämpfungsglied intern je  $128$  Zustände ansteuern können, werden diese nach außen über den nächstgelegenen Zustand auf ein regelmäßiges Raster mit  $64$  Phasenzuständen der Schrittweite  $5,625^\circ$  und  $41$  Zuständen der Schrittweite von  $0,5$  dB für einen Bereich von  $8$  dB –  $28$  dB im Empfangsgewinn abgebildet. Durch diese Korrektur liegen die Fehler im quadratischen Mittel unterhalb von  $1^\circ$  für den Phasenwert, sowie  $0,1$  dB für die Amplitude[Wah+06].

Der Koeffizient eines TRM wird dann mit dem Phasenzustand  $i \in \mathbb{Z}$  und der Dämpfereinstellung  $l \in \{0, \dots, 40\}$  durch

$$a(i, l) = 10^{\frac{28-l/2}{20}} \cdot \exp\left(j2\pi\frac{i}{64}\right) \approx 25,12 \cdot 10^{-\frac{l}{40}} \cdot \exp\left(j\pi\frac{i}{32}\right) \quad (9.50)$$

dargestellt. Nach [SWZ03] kann die Belegung der Antenne bei TerraSAR-X mit einer Frequenz von maximal  $280$  Hz, also alle  $3,6$  ms geändert werden. Die Anzahl der unterschiedlichen Keulen ist dabei auf  $125$  pro Aufnahme beschränkt[Kra+16].

## Das Antennenmodell

Im Folgenden soll nun das implementierte Modell zur Verwendung im SAR-Prozessor betrachtet werden. Das Fernfeld der Gruppenantenne ist – unter Vernachlässigung der Kopplung zwischen den identischen Einzelstrahlern – als Überlagerung der  $N \cdot M$  Elementbeiträge gegeben. Da sich die Entfernungsabhängigkeit des Vektorpotentials in  $r$  und damit auch der Feldkomponenten, mit der Wellenzahl  $k = 2\pi/\lambda$ , in der Fraunhofer-Region durch Proportionalität mit

$$\mathbf{A}(\theta_s, \phi_s, r) = \mathbf{A}'(\theta_s, \phi_s) \frac{e^{-jkr}}{r} \quad (9.51)$$

in Kugelkoordinaten  $(\theta_s, \phi_s, r)$  beschreiben lässt[Bal15, (3-56), (3-57) und (3-57a)], kann das gesamte Feld mit den komplexwertigen

Anregungskoeffizienten  $a_i$  durch

$$E = \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{M-1} a_{m,n} E'(\theta_{s,m,n}, \phi_{s,m,n}) \frac{e^{-jkr_{m,n}}}{r_{m,n}} \quad (9.52)$$

dargestellt werden. Mit der Näherung aus (A.37) für die Entfernung

$$r_{m,n} = r - \hat{\mathbf{r}} \cdot \mathbf{p}_{m,n} \quad (9.53)$$

zu den Einzelstrahlern an Position  $\mathbf{p}_{m,n}$  gilt zunächst

$$E = e^{-jkr} \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{M-1} a_{m,n} E'(\theta_{s,m,n}, \phi_{s,m,n}) \frac{e^{jk\hat{\mathbf{r}} \cdot \mathbf{p}_{m,n}}}{r_{m,n}}, \quad (9.54)$$

wobei die Winkel und die verbleibende Entfernung im Amplitudenterm jeweils für alle Strahler näherungsweise gleichgesetzt werden. Somit kann das Strahlungsfeld der Gruppe mit

$$E = E'(\theta_s, \phi_s) \frac{e^{-jkr}}{r} \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{M-1} a_{m,n} e^{jk\hat{\mathbf{r}} \cdot \mathbf{p}_{m,n}}, \quad (9.55)$$

als Multiplikation des Strahlungsfeldes des Einzelstrahlers am Phasenzentrum der Gruppe mit ihrem Gruppenfaktor beschrieben werden.

Mit der nominellen Antennengeometrie befinden sich die Antennenelemente bei

$$\mathbf{p}_{m,n} = \left(n - \frac{N-1}{2}\right) \delta_x \hat{\mathbf{x}} + \left(m - \frac{M-1}{2}\right) \delta_y \hat{\mathbf{y}} \quad (9.56)$$

und mit der Konvention aus Kapitel 5.5 wird nach 5.54 mit

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{r}} \cdot \hat{\mathbf{x}} &= u = \sin \varphi \\ \hat{\mathbf{r}} \cdot \hat{\mathbf{y}} &= v = \sin \phi \end{aligned} \quad (9.57)$$

der Summand des Gruppenfaktors durch

$$a_{m,n} e^{jk\left(n - \frac{N-1}{2}\right) \delta_x u} e^{jk\left(m - \frac{M-1}{2}\right) \delta_y v} \quad (9.58)$$

beschrieben. Um die Keule der Antenne an  $u = \sin \alpha$  und  $v = \sin \epsilon$  zu schwenken, muss der Phasenterm an den Elementen durch die Anregungskoeffizienten kompensiert werden. Bei gleichförmiger Amplitudenbelegung repräsentieren die Koeffizienten

$$\begin{aligned} a_{m,n}(\alpha, \epsilon) &= a_n(\alpha) a_m(\epsilon) \\ &= e^{jk\left(\frac{N-1}{2} - n\right) \delta_x \sin \alpha} e^{jk\left(\frac{M-1}{2} - m\right) \delta_y \sin \epsilon} \end{aligned} \quad (9.59)$$

damit einen linearen Phasenverlauf über der Apertur.

Um die Schwadbreite in der Nähe des Nadir zu vergrößern, wird für die Phase über die Apertur in Elevation beim Senden ein quadratischer Verlauf realisiert. Beim Empfang wird eine Amplitudengewichtung vorgenommen, um die Keule zu formen und die Nebenzipfel zu optimieren [HDG00]. Beim Senden wird generell

keine Amplitudengewichtung vorgenommen[Bac+13], sodass diese bei den im Rahmen dieser Arbeit wichtigen Sendediagrammen nicht betrachtet werden muss.

Im ursprünglich spezifizieren Schwenkwinkelbereich für  $x$  beziehungsweise  $\varphi$ , sind bei TerraSAR-X 229 Keulen mit der Bezeichnung azimuth\_001 bei  $\alpha = -0,75^\circ$  bis azimuth\_229 bei  $\alpha = 0,75^\circ$  gespeichert. Die ungeschwenkte Keule wird damit durch azimuth\_115 bezeichnet und das Winkelinkrement beträgt  $1,5^\circ/228$ . Von diesen Keulen wird in der Praxis nur jede zweite genutzt sodass beim PAZ-Satelliten auch nur diese Keulen als azimuth\_001 bis azimuth\_115 konfiguriert sind. Die ungeschwenkte Keule trägt dann die Bezeichnung azimuth\_58 und das Inkrement ist  $1,5^\circ/114$ .

Zusätzlich sind im verbleibenden Winkelbereich bis zum Winkel von  $\pm 2,23^\circ$  weitere Keulen nutzbar, welche jedoch mit steigendem Winkel zunächst nur mit dem doppelten und danach mit dem vierfachen Winkelinkrement zur Verfügung stehen. Unter Nutzung der Gitterkeulen kann somit über den gesamten Sichtbereich geschwenkt werden[Mit+16].

In Elevationsrichtung sind an Bord des Satelliten ebenfalls eine endliche Anzahl Keulen im Bereich von  $|\epsilon| < \pm 19,5^\circ$  konfiguriert. Diese werden weiter nach dem Aufnahmemodus unterschieden und später in diesem Kapitel näher betrachtet.

Für die diskreten Schwenkwinkel kann die Einstellung der Phasenschieber durch Vergleich von (9.59) mit (9.56) zu

$$i_{m,n}(\alpha, \epsilon) = \left[ 64 \frac{\delta_x}{\lambda} \left( \frac{N-1}{2} - n \right) \sin \alpha + 64 \frac{\delta_y}{\lambda} \left( \frac{M-1}{2} - m \right) \sin \epsilon \right] \quad (9.60)$$

durch mathematisches Runden gefunden werden. Damit ergeben sich die quantisierten Koeffizienten zu

$$a_{m,n}(\alpha, \epsilon) = \exp \left( \pi j \frac{i_{m,n}(\alpha, \epsilon)}{32} \right). \quad (9.61)$$

Zur Strahlenschwenkung wird im Modell die Keule, beziehungsweise der zugehörige Satz Anregungskoeffizienten, mit dem nächsten Winkelwert zum gewünschten Schwenkwinkel ausgewählt, wodurch sich ein treppenförmiger Schwenkwinkelverlauf ergibt.

Das Modell für die Richtcharakteristik kann dann durch Multiplikation des Gruppenfaktors mit der Charakteristik der Untergruppe sowie der Einzelstrahler  $C_0$  durch

$$C(u, v) = \frac{C_0(u, v) \sin(Kk\delta_x su/2)}{MN K \sin(k\delta_x su/2)} \cdot \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{M-1} a_{m,n} e^{jk(n-\frac{N-1}{2})\delta_x u} e^{jk(m-\frac{M-1}{2})\delta_y v} \quad (9.62)$$

beschrieben werden. Die Normierung erfolgt hier auf das Maximum der ungeschwenkten Keule, bei einer Keulenschwenkung muss erneut auf das entstehende Maximum normiert werden.

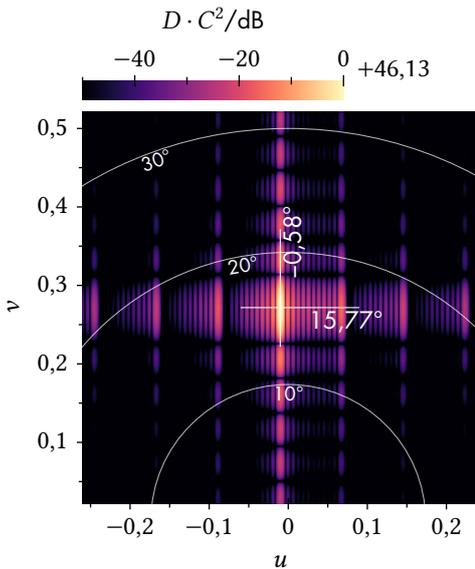


Abbildung 9.21: Antennendiagramm der Keulenkombination spot\_102 mit azimuth\_089.

Bei einer großen, ebenen Gruppe mit einem Einzelstrahlerabstand kleiner der Wellenlänge wird der Flächenwirkungsgrad zu 100 % und somit kann der Richtfaktor auch mithilfe ihrer geometrischen Fläche zu

$$D = \frac{4\pi}{\lambda^2} N\delta_x \cdot M\delta_y \approx 46,44 \text{ dBi} \quad (9.63)$$

bestimmt werden [Kar18, (14.87)], insofern die Antenne durch einen Reflektor nur in einen Halbraum abstrahlt. Eine numerische Auswertung von (5.59) ergibt einen Richtfaktor von

$$D = \frac{4\pi}{\int_{-1}^1 \int_{-\sqrt{1-v^2}}^{\sqrt{1-v^2}} \frac{C^2(u,v)}{\sqrt{1-u^2-v^2}} du dv} \quad (9.64)$$

$$\approx 46,40 \text{ dBi} \quad (9.65)$$

für die ungeschwenkte Gruppenantenne. Durch die numerische Integration können hier auch die Diagramme der Einzelemente sowie die Strahlschwenkung mit den dadurch entstehenden Gitterkeulen berücksichtigt werden.

Beispielhaft ist in Abbildung 9.21 das Quadrat der Richtcharakteristik – multipliziert mit dem Richtfaktor – für eine Keulenkombination von azimuth\_089 und spot\_102 über die Koordinaten  $u$  und  $v$  dargestellt. Das Keulenmaximum befindet sich dabei an  $\alpha = -0,58^\circ$  und  $\epsilon = 15,77^\circ$ . Durch den relativ großen Schwenkwinkel entlang der  $x$ -Dimension, sind hier die Gitterkeulen mit maximal  $-16 \text{ dB}$  zur Hauptkeule bereits deutlich sichtbar.

### Schwenken der Antenne in den Spotlight-Modi

Das Modell nach [MLB03] betrachtet die Antennensteuerung im *sliding-spotlight*-Modus als ebenes Problem in der Schrägentfernung. Die Antenne wird dabei, zur Reduktion der Geschwindigkeit des Fußabdrucks, auf einen virtuellen Rotationspunkt in der Entfernung  $\rho_R$  geschwenkt. Für den Fall, dass die Antenne symmetrisch geschwenkt wird stellt Abbildung 9.22 die Geometrie dar. Der benötigte Schwenkwinkelbereich  $\Delta\alpha$  ist dabei Abhängig von der gewünschten Auflösung und der Ausdehnung der Radaraufnahme entlang der synthetischen Apertur.

Um einen Zusammenhang mit der Auflösung zu finden, wird zunächst die Dopplerbandbreite

$$B = 2 \frac{v_E}{\lambda} \frac{\Delta x}{\sqrt{\Delta x^2 + \rho^2}} \quad (9.66)$$

als Projektion der effektiven Plattformgeschwindigkeit (Kapitel A.6) auf den Sichtwinkel  $\beta$  zu einem Ziel im Abstand  $\rho$  betrachtet. Die Auflösung nach der Rekonstruktion kann dann als Quotient aus der Dopplernullgeschwindigkeit und dieser Bandbreite durch

$$\delta_\xi = \frac{v_F}{B} = \frac{v_F}{v_E} \frac{\lambda}{4} \sqrt{\frac{\rho^2}{\Delta x^2} + 1} \quad (9.67)$$

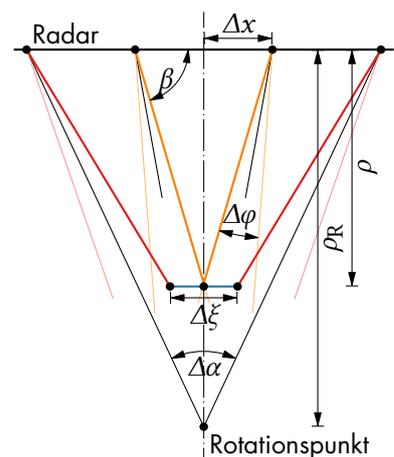


Abbildung 9.22: Modellgeometrie beim *sliding-spotlight*-Modus.

abgeschätzt werden. Umstellen der Gleichung führt dabei zu

$$\frac{\rho}{\Delta x} = \tan \beta = \sqrt{\left(\delta_{\xi} \frac{v_E}{v_F} \frac{4}{\lambda}\right)^2 - 1} \quad (9.68)$$

dem Tangens des Sichtwinkels. Weiterhin gilt aus der Geometrie für den Winkel zur entsprechenden Keulenummitte, welche stets auf den Rotationspunkt weist, die Gleichung

$$\tan\left(\beta + \frac{\Delta\varphi}{2}\right) = \frac{\rho_R}{\Delta x}, \quad (9.69)$$

die mit einem Additionstheorem [AS64, (4.3.18)] für die Tangensfunktion<sup>6</sup> und als Divisor im Quotienten mit (9.68) mit

<sup>6</sup> $\tan(a + b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \cdot \tan b}$

$$\mu(\delta_{\xi}) = \frac{\rho}{\rho_R} = \tan \beta \cdot \frac{1 - \tan \beta \cdot \tan(\Delta\varphi/2)}{\tan \beta + \tan(\Delta\varphi/2)} \quad (9.70)$$

den Quotienten aus Entfernung zum Ziel und Rotationspunkt ergibt.

Die Ausdehnung des gültigen Zielbereichs  $\Delta\xi$  ergibt sich ferner aus der Abbildung zu

$$\Delta\xi = 2 \left( \rho_R \tan \frac{\Delta\alpha}{2} - \rho \tan \frac{\Delta\alpha + \Delta\varphi}{2} \right)$$

beziehungsweise mit (9.70) zu

$$= 2\rho \left( \mu^{-1} \tan \frac{\Delta\alpha}{2} - \tan \frac{\Delta\alpha + \Delta\varphi}{2} \right) \quad (9.71)$$

und kann – wieder unter Nutzung des Additionstheorems – über eine quadratische Gleichung schließlich mit  $w = \tan(\Delta\varphi/2)$  zu

$$\tan \frac{\Delta\alpha}{2} = \frac{1 - \mu}{2w} - \mu \frac{\Delta\xi}{4\rho} - \sqrt{\left(\frac{1 - \mu}{2w} - \mu \frac{\Delta\xi}{4\rho}\right)^2 - \mu \left(\frac{\Delta\xi}{2\rho w} + 1\right)} \quad (9.72)$$

gelöst werden.

Diese Beziehung ist in Abbildung 9.23, über (A.56) in Abhängigkeit vom Einfallswinkel, jeweils für den *high-resolution-spotlight* (HS) und den *spotlight*-Modus (SL) dargestellt. Die Szenenausdehnung beträgt hier 5 km im HS-Modus sowie 10 km bei der SL-Abbildung mit geringerer Auflösung. Beide Werte werden um einen Toleranzbereich von 300 m vergrößert, um Abweichungen zwischen der erreichten und der gewählten Zentrumsposition der Aufnahme auszugleichen[Fri07].

Basierend auf der mittleren Dopplerbandbreite der vorliegenden Aufnahmen wird eine Auflösung von  $\delta_{\xi} = 0,97$  m im HS und von  $\delta_{\xi} = 1,4$  m beim SL-Modus, sowie ein Geschwindigkeitsverhältnis nach Kapitel A.6 von  $v_F/v_E = \sqrt{1 + h/R_E} = \sqrt{1 + 7,99 \cdot 10^{-2}}$  angenommen, womit sich ein Entfernungsverhältnis von  $\mu_{HS} = 0,626 22$  beziehungsweise  $\mu_{SL} = 0,460 53$  ergibt.

Zusätzlich zur Hälfte des symmetrischen Schwenkwinkelbereichs  $\Delta\alpha/2$ , ist in Abbildung 9.23 der auf die diskreten Keulenummitte

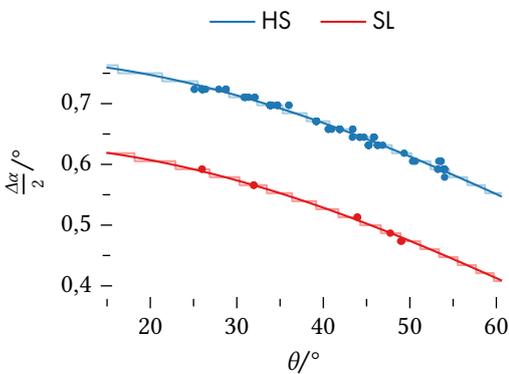


Abbildung 9.23: Schwenkwinkel der Spotlight-Modi in Abhängigkeit vom Einfallswinkel.

gerundete Wert dargestellt, resultierend in einem treppenförmigen Winkelverlauf. Daneben sind punktuell die tatsächlich genutzten Schwenkwinkel von 125 Aufnahmen durch TSX/TDX und PAZ im Zeitraum von 2007-2020 aus beiden Modi dargestellt.

Im vorliegenden Modell wird der Tangens des Schwenkwinkels  $\alpha$  linear mit der Zeit während der Aufnahme im Bereich  $\pm\Delta\alpha/2$  also durch

$$\tan(\alpha(t)) = \left(1 - 2\frac{t - t_0}{T}\right) \cdot \tan \frac{\Delta\alpha}{2} \quad (9.73)$$

gesteuert. Die Aufnahme beginnt dabei zum Zeitpunkt  $t_0$  und ihre Dauer  $T$  kann durch

$$\begin{aligned} T &= 2\frac{\rho_R}{v_A} \tan \frac{\Delta\alpha}{2} = \frac{\rho}{\mu v_A} 2 \tan \frac{\Delta\alpha}{2} \\ &\approx \frac{\rho}{\mu v} \left(1 + \frac{h}{R_E}\right) \tan \frac{\Delta\alpha}{2} \end{aligned} \quad (9.74)$$

über die Geschwindigkeit  $v_A$  aus (A.84) bestimmt werden.

Bei der Nutzung des *staring-spotlight*-Modus (ST), entspricht der Rotationsabstand gerade dem Abstand zum Szenenzentrum und der Antennenfußabdruck verweilt während der Aufnahme an diesem Punkt. Die Ausdehnung der Szene entspricht dann entlang der Bewegungsrichtung des Radars ungefähr der Breite des Fußabdrucks der Antenne – hierbei steht die volle Energie nur für das Zentrum zur Verfügung und fällt zu den Rändern gemäß der Antennencharakteristik ab. Der Schwenkwinkelbereich ist hierbei ausschließlich von der gewünschten Auflösung abhängig. Mit dem festgesetzten Schwenkwinkelbereich von  $\Delta\alpha = 4,42^\circ$  ergibt sich somit eine Auflösung von

$$\delta_\xi = \frac{v_F \lambda}{v_E 4 \sin \frac{\Delta\alpha}{2}} \approx 19,3 \text{ cm} \quad (9.75)$$

und eine Aufnahmedauer von

$$T = 2\frac{\rho}{v_A} \tan \frac{\Delta\alpha}{2} \approx 11 \frac{\text{ms}}{\text{km}} \cdot \rho, \quad (9.76)$$

welche damit – falls die Entfernungsabhängigkeit von  $v_A$  vernachlässigt wird – selbst linear von der Entfernung abhängt.

Der zeitliche Verlauf der Schwenkwinkel ist für den HS- und den ST-Modus in Abbildung 9.24 für unterschiedliche Elevationsschwenkwinkel, beziehungsweise damit unterschiedliche Entfernungen dargestellt. Während sich beim HS-Modus mit der Entfernung sowohl die Aufnahmedauer als auch der Schwenkwinkelbereich ändern, wird beim ST-Modus jeweils die gleiche Abfolge der Keulenschwenkwinkel genutzt und lediglich in der Zeit skaliert.

Während sich dabei für den HS-Modus eine regelmäßige Treppenfunktion zeigt, ist dieses Stufenmuster für den ST-Modus aufgrund der unterschiedlichen Winkelinkremente für die höheren Schwenkwinkel irregulär. Bei den verwendeten 113 Keulen in der Messabfolge werden auch im ursprünglich spezifizierten Schwenkbereich nicht die mögliche Quantisierung genutzt, da hier die Beschränkung von maximal 125 Keulen pro Messung zum Tragen kommt.

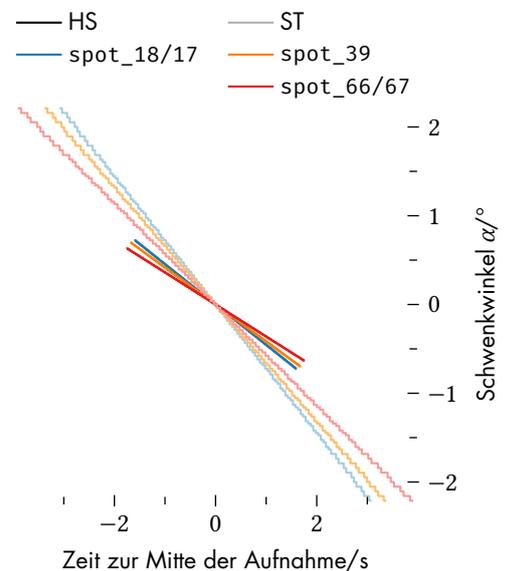


Abbildung 9.24: Verlauf des Schwenkwinkels während der Spotlight-Messung.

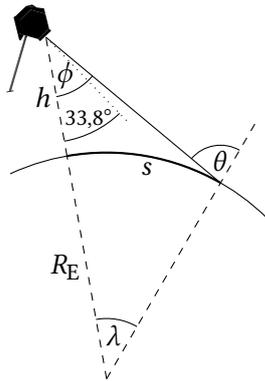


Abbildung 9.25: Der Zusammenhang zwischen Antennenblickwinkel und Schwadposition.

### Die Elevationsschwenkwinkel

Um die Lage des Schwads zu bestimmen und damit den zugehörigen Schwenkwinkel in Elevationsrichtung, wird der Zusammenhang zwischen dem Bodenabstand  $s$  zwischen Fußpunkt am Nadir und der Schwadposition mit dem Blickwinkel  $\phi$  betrachtet. Der Schwenkwinkel ist dabei nach Abbildung 9.25 als Differenz von gewünschtem Blickwinkel zum Blickwinkel ohne Keulenschwenkung – dem *antenna boresight* – von  $\phi_0 = 33,8^\circ$  gegeben. Mit einem sphärischen Erdmodell gilt dazu nach (A.66) in Kapitel A.6 zwischen Bodenposition und Schwenkwinkel die Beziehung

$$\phi = \arctan \frac{\sin \lambda}{1 + \frac{h}{R_E} - \cos \lambda}, \quad (9.77)$$

wobei der Bodenabstand

$$s = \lambda R_E \quad (9.78)$$

direkt proportional zum Winkel  $\lambda$  ist. Mit den Tabellen aus [DD-3302, S. 67–71] wird zunächst über den Zusammenhang (A.64) zwischen Einfallswinkel  $\theta$  und Blickwinkel  $\phi$  das Verhältnis von Bahnhöhe zu Erdradius im Modell zu

$$\frac{h}{R_E} = \frac{\sin \theta}{\sin \phi} - 1 = 7,999\,25 \cdot 10^{-2} \quad (9.79)$$

bestimmt, womit die angegebenen Blickwinkelgrenzen der Keulen – mit (A.61) in die Bodenposition  $s$  überführt – eine lineare Beziehung zum Keulenindex ergeben. Für die *spot*-Keulen, *spot\_001* bis *spot\_122*, ergibt sich damit für das Mittel der Bodenposition der Blickwinkelgrenzen, bei einem angenommenen Erdradius von  $R_E = 6378,137$  km, die Bodenposition der Schwadmitte mit dem Keulenindex  $k$  zu

$$s = 127,270 \text{ km} + k \cdot 5 \text{ km} \quad (9.80)$$

und damit die zugehörigen Schwenkwinkel der Keulen in Abbildung 9.26. Neben den *spot*-Keulen, sind auch die Winkel für die Keulen des Streifenmodus dargestellt, welche durch Phasenbelegung in Elevationsrichtung verbreitert sind, des Weiteren werden die Keulen *stripNear* und *stripFar* für polarimetrische Aufnahmen genutzt – die breiten Keulen können hier wegen der verdoppelten PRF und den dadurch entstehenden Entfernungsmehrdeutigkeiten nicht verwendet werden. Die beleuchtete Schwadbreite kann mit der Keulenbreite in Elevationsrichtung aus (9.42) und der Ableitung von  $s$  (A.61), beziehungsweise von  $\rho$  (A.57) nach dem Blickwinkel, für die Bodenkoordinaten sowie in der Entfernung bestimmt werden. Der Schwad nimmt an der Erdoberfläche eine Breite von

$$\begin{aligned} \Delta s &= \frac{ds(\phi)}{d\phi} \Delta\phi(\phi - \phi_0) \\ &= R_E \left( \frac{\cos \phi}{\sqrt{\left(\frac{R_E}{R_E+h}\right)^2 - \sin^2 \phi}} - 1 \right) \Delta\phi(\phi - \phi_0) \end{aligned} \quad (9.81)$$

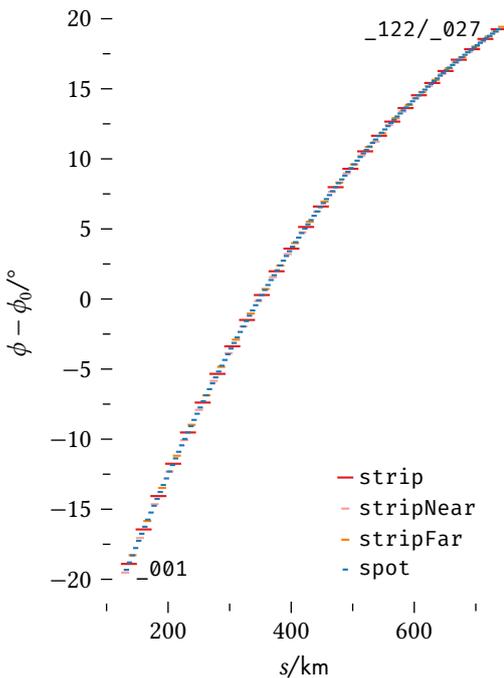


Abbildung 9.26: Mögliche Keulenschwenkwinkel in Elevation bei TerraSAR-X.

an – im Schrägabstand  $\rho$  und damit auch in der Laufzeit  $2\rho/c$ , gilt der Ausdruck

$$\Delta\rho = \frac{d\rho(\phi)}{d\phi} \Delta\phi(\phi - \phi_0)$$

$$= (R_E + h) \sin \phi \left( \frac{\cos \phi}{\sqrt{\left(\frac{R_E}{R_E+h}\right)^2 - \sin^2 \phi}} - 1 \right) \Delta\phi(\phi - \phi_0) \quad (9.82)$$

$$= \frac{R_E + h}{R_E} \sin \phi \Delta s \quad (9.83)$$

für die Schwadbreite. Diese ist für TerraSAR-X in Abbildung 9.27 und seinen Schwenkwinkelbereich in Elevation über dem Einfallswinkel  $\theta$  aufgetragen. Ferner ist hier  $f_{P,max}$ , die maximale PRF dargestellt, welche sich zur Vermeidung der Entfernungsmehrdeutigkeiten durch die Schwadbreite ergibt.

Abschließend ist, zur Bewertung des Antennenmodells, die Empfangsleistung des direkten Kanals bei einer bistatischen SAR-Messung mit dem ST-Modus von TerraSAR-X, mit dem durch das Modell erwarteten Leistungverlauf verglichen. Die kalibrierte Empfangsleistung am Standort des HITCHHIKER-Empfängers, circa 2 km vom Zentrum der Radarszene entfernt, wird dazu mit dem Gewinn der Empfangsantenne und der Freiraumdämpfung – ohne Berücksichtigung atmosphärischer Dämpfung – in die EIRP für die Sichtlinie zum Empfänger  $P_{EIRP,RX}$  überführt. Diese ist gemeinsam mit dem Ergebnis des Modells in Abbildung 9.28 dargestellt. Die Abweichung zum Modellwert  $P_{EIRP,M}$  liegt dabei unter 1 dB und das Leistungsmuster aufgrund der diskreten Schwenkwinkel, wurde durch das Antennenmodell mit hoher Genauigkeit reproduziert. Die Abweichung vom Modell ist wahrscheinlich im Wesentlichen auf Schwund durch Mehrwegeempfang am Standort des Empfängers zurückzuführen, da sich hier eine Metallwand seitlich und parallel zum Empfangspfad befindet. Die Abbildung zeigt, neben dem durch

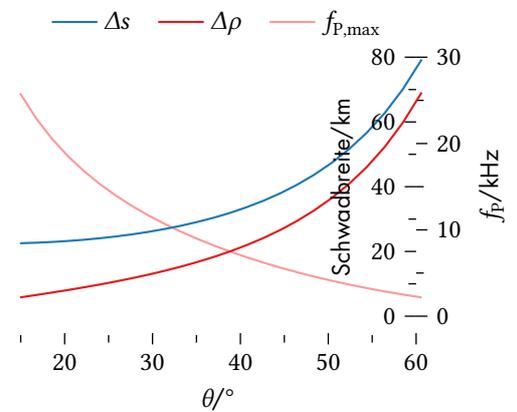


Abbildung 9.27: Schwadbreite bei TerraSAR-X in Abhängigkeit vom Einfallswinkel mit der daraus resultierenden, maximalen PRF.

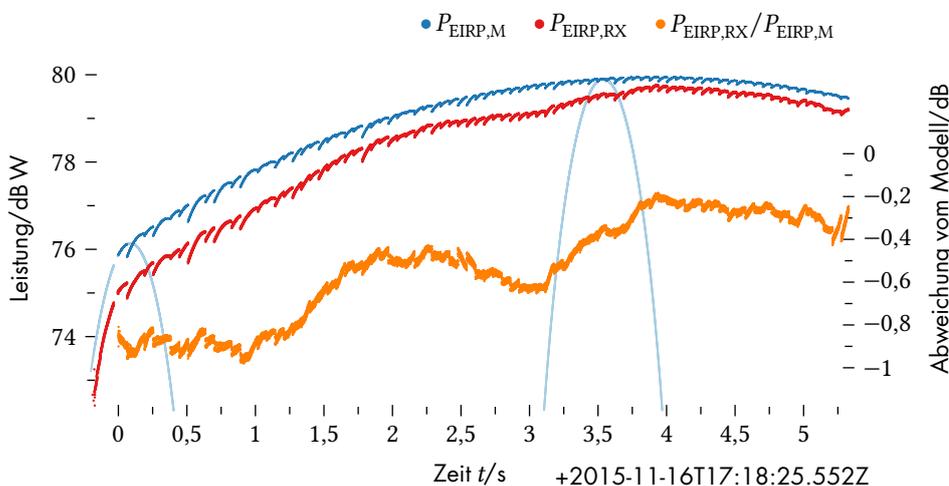


Abbildung 9.28: EIRP beim ST-Modus, gemessen am Ort des Empfängers und Vergleich mit dem Antennenmodell.

die Strahlschwenkung geprägten Leistungsverlauf, auch zwei Antennendiagramme für eine jeweils konstante Antennenkeule – hier sind die Keulen zu Beginn der Messung mit maximalem Schwenkwinkel und die in  $\varphi$  ungeschwenkte Keule zur Mitte der *staring-spotlight*-Messung dargestellt. Die Sendeleistung des TerraSAR-X-Systems wurde als Summe der TRM-Ausgangsleistungen zu 33,84 dB W angenommen.

### 9.3 Die Position des Antennenphasenzentrums

Zur Verarbeitung und Nutzung der erhobenen Fernerkundungsdaten ist eine genaue Kenntnis der Lage und Position des Sensors erforderlich. Für das SAR ist es insbesondere erforderlich, die Position des Antennenphasenzentrums zu kennen, um die Radardaten zu einem Bild zu fokussieren und die Georeferenzierung dieses Bildes durchzuführen. Darüberhinaus ist die Kenntnis der Lage des Satelliten zur Ausrichtung der Antennenkeule wichtig, um so das gewünschte Zielgebiet zu betrachten und die geplante Dopplerventroidfrequenz zu erreichen. Beim TerraSAR-X wird die Satellitenlage erstmals so geregelt, dass die Dopplerventroidfrequenz entfernungsunabhängig innerhalb der Schwadbreite dem Wert Null entspricht[Fie+04].

Die Bahnbestimmung wird bei TerraSAR-X in der Hauptsache durch GPS-Messungen realisiert. Der Satellitenbus ist dazu mit dem MosaicGNSS, einem redundanten Einfrequenzempfänger von Airbus DS ausgestattet. Dieser Empfänger wird für die Positionsbestimmung und die Zeitsynchronisation an Bord des Satelliten genutzt. Zur genauen Bahnbestimmung im Rahmen der Fernerkundungsmission wird jedoch hauptsächlich der Zweifrequenz-GPS-Empfänger *IGOR* der sekundären Nutzlast *TOR*<sup>7</sup> eingesetzt. Ein weiteres Element dieser Nutzlast ist der *LRR*<sup>8</sup> ein passiver Laserreflektor zur Satelliten-Laserentfernungsmessung (SLR)[Rot+07]. Die Genauigkeit des präzisen *science orbit* liegt – verifiziert durch die SLR – im quadratischen Mittel bei etwa 5 cm für die dreidimensionale Position[Wer+09].

Um die Lage des Satelliten im Raum zu bestimmen, ist dieser mit mehreren Sensoren ausgestattet. In Normalbetrieb wird diese durch Sternsensoren<sup>9</sup> mittels vier Reaktionsräder mit einer  $3\sigma$ -Genauigkeit von 0,3 mrad geregelt. Die Entsättigung der Reaktionsräder erfolgt dabei kontinuierlich durch Magnettorquer<sup>10</sup>[Her+10]. Im Fehlerfall steht dem Satelliten weiter eine Lageregelung mithilfe des *Coarse Earth and Sun Sensor (CESS)*, Magnetometer und INS zur Verfügung, die Regelung erfolgt dann durch die Hydrazintriebwerke. Die hier erwähnten Technologien und Systeme zur Bahn- und Lagebestimmung wurden zuvor auf den Missionen CHAMP und GRACE erprobt.

In Abbildung 9.29 ist der TerraSAR-X-Satellit mit seiner Nutzlast zur Bahnbestimmung dargestellt. Im Zusammenhang mit den Messdaten sind hier zwei körperfeste Koordinatensysteme in Gebrauch. Das gestrichelte System folgt der Konvention in [DIN90] und befindet sich am Schwerpunkt (CoM) des Satelliten mit der Achse  $x'$  entlang der Längsachse in nomineller Flugrichtung,  $z'$  weist zum Na-

<sup>7</sup>*Tracking, Occultation and Ranging (TOR)* ist eine Mission zur GPS-Radiokultation – durch Beobachtung der Signale von GPS-Satelliten nahe oder hinter dem Erdhorizont, können global vertikale Profile der Temperatur und Luftfeuchte der Erdatmosphäre gewonnen werden. Dazu sind neben den Positionsantennen zusätzliche GPS-Antennen in und entgegen der Flugrichtung am Satelliten verbaut.

<sup>8</sup>TerraSAR-X und seine Verwandten sind unterstützte Missionen im International Laser Ranging Service (ILRS)

<sup>9</sup>ASTRO 10 der Jena-Optronik GmbH

<sup>10</sup>Ein System von Magnetspulen welches mithilfe des Erdmagnetfeldes ein steuerbares Drehmoment auf den Satelliten überträgt.

dir und  $y'$  vervollständigt das Rechtshandsystem nach Steuerbord. In den Metadaten der SAR-Aufnahmen wird das ungestrichene System genutzt. Bezugspunkt ist entweder der Mittelpunkt der Trennstelle zum Nutzlastadapter (CoS) oder das APC der SAR-Antenne (SAR). Die Achse  $x$  verläuft hier parallel zu  $x'$ ,  $z$  ist normal zur Ebene der Gruppenantenne in Abstrahlrichtung, und  $y$  komplettiert das Rechtshandsystem. Die zwei Antennen (GNSS) des *IGOR*-Empfängers befinden sich an der Oberseite des Satellitenbusses und sind zum Zenit ausgerichtet. Der Laser-Retroreflektor (LRR) befindet sich neben der X-Band-Downlink-Antenne, hier auf der Rückseite des Satelliten.

Zur SAR-Fokussierung und der Analyse des Satellitensignals im Rahmen dieser Arbeit stehen unterschiedliche Quellen für die Position des Satelliten zur Verfügung. Allgemein nutzbar ist das SGP4-Modell zur Bahnbestimmung nahezu aller erdnahen Objekte mittels der Orbitalelemente ihrer TLE-Daten. Obwohl diese Daten mit einer Genauigkeit von wenigen km [Val+06] in Kombination mit dem Entfernungs- und Trägerphasenverlauf aus dem Referenzsignal des stationären Empfängers prinzipiell zur Fokussierung im bistatischen Fall nutzbar sind, erfordert die präzise SAR-Rekonstruktion und insbesondere die Georeferenzierung eine deutlich höhere Genauigkeit.

Während die Metadaten zur monostatischen SAR-Aufnahme bei TerraSAR-X/TanDEM-X und PAZ die genauen Bahn sowie die Lage des Satelliten bereitstellen, können für TerraSAR-X und TanDEM-X alternativ auch die Orbitinformation aus der *TOR*-Mission verwendet werden – diese sind für die gesamte bisherige Missionsdauer frei verfügbar. Eine genaue Lageinformation wird hier jedoch nicht bereitgestellt, wodurch beispielsweise die exakte Ausrichtung der Antenne in diesem Fall nicht bestimmt werden kann.

Die Metadaten nach [Fri07] beinhalten den Orbit in der Regel mit 10 s in der GPS-Zeit abgetastet für einen Zeitraum von 110 s in Form von Zustandsvektoren bestehend aus Abtastzeit sowie Position und Geschwindigkeitsvektor im International Terrestrial Reference Frame (ITRF). Gemäß der Empfehlung wird im Prozessor des HITCHHIKER-Projekts die Interpolation bei der TerraSAR-X/TanDEM-X Mission durch Tschebyschow-Polynome, bei PAZ durch Lagrange-Interpolation mit dem spezifizierten Interpolationsgrad durchgeführt. Die Position bezieht sich dabei bereits auf das APC der SAR-Antenne. Die Lageinformation ist als Beziehung zwischen dem beschriebenen, ungestrichenen Koordinatensystem und dem ECEF-System sekundlich in der GPS-Zeit abgetastet und in Form von Quaternionen gegeben.

Basierend auf den GNSS-Messungen des *IGOR*-Empfängers sowie Bodenmessungen mittels SLR, wird die Position des Massenschwerpunktes von TerraSAR-X und TanDEM-X im Rahmen der *TOR*-Mission durch das Helmholtz-Zentrum Potsdam – Deutsches GeoForschungsZentrum (GFZ) bestimmt und als *rapid science orbit* (RSO) [Rit] zur Verfügung gestellt. Die Positionen und Geschwindigkeitsvektoren sind dabei entweder in einem ECEF-Rahmen, als *Conventional Terrestrial reference System* (CTS) oder als *True of Date System* (TDS) in einem nichtrotierenden Rahmen gegeben. Die Ab-

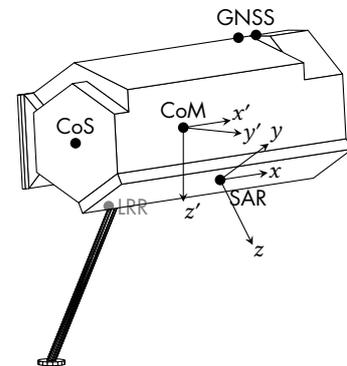


Abbildung 9.29: Körperfeste Koordinaten des Satelliten und die Position der Systeme zur Bahnbestimmung.

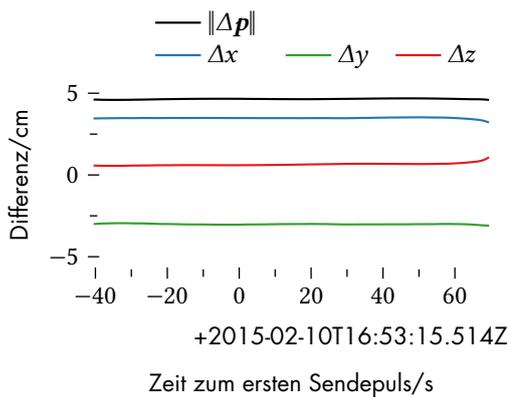


Abbildung 9.30: Differenz zwischen der Satellitenposition aus den Metadaten und den Daten aus der TOR-Mission in körperfesten Koordinaten.

tastwerte liegen im Orbitaldatenformat der CHAMP-Mission[Kön01] mit einem Abtastintervall von 30 s in der Terrestrial Time (TT) vor.

In Abbildung 9.30 ist die Differenz der interpolierten Position des Schwerpunkts von TerraSAR-X zwischen der Trajektorie aus den Metadaten und den Positionsdaten aus der TOR-Mission dargestellt. Die APC-Position der Metadaten wird dabei mit den Lagedaten, der Quaternion  $\alpha$  und der Position  $b_{\text{SAR}}$  des APC im körperfesten System durch

$$p_{\text{CoM}} = p_{\text{SAR}} - \alpha \odot b_{\text{SAR}} \quad (9.84)$$

in die Schwerpunktsposition überführt. Werden die Referenzrahmen beider Datensätze – das CTS der TOR-Daten gegenüber dem ITRF der Metadaten – als identisch angenommen, liegt die Norm der Differenz dennoch unterhalb von 5 cm, der absoluten Genauigkeit der Positionsdaten.

## 9.4 TanDEM-X

Der TanDEM-X-Satellit ist weitestgehend baugleich mit dem TerraSAR-X-Satelliten. Insbesondere zur Bahnregelung wurde der TanDEM-X jedoch zusätzlich mit einem S-Band-Empfänger für die Telemetriedaten des TerraSAR-X, dem *Inter-Satellite Link* sowie einer Reihe von Kaltgastriebwerken ausgestattet, welche Bahnkorrekturen im Formationsflug der beiden Satelliten übernehmen. Durch diese Einrichtungen kann eine Kollisionsvermeidung auch ohne Bodenkontakt durch TanDEM-X autonom erfolgen.

Da die Durchführung der TanDEM-X Mission bereits im Laufe der Entwicklung des TerraSAR-X beschlossen wurde, konnte neben TanDEM-X auch schon der TerraSAR-X-Satellit mit der für die Synchronisation beider Radarsysteme notwendigen Einrichtungen ausgestattet werden[OP07]. Diese ermöglichen den Austausch von Synchronisationspulsen über sechs eigens für diesen Zweck angebrachte Hornantennen, welche jeweils so verteilt an beiden Satellitenbussen angebracht sind, dass eine nahezu omnidirektionale Abdeckung erreicht wird.

Des Weiteren ist das *LCT*<sup>11</sup> des TanDEM-X nun in der Lage, direkt mit geostationären Satelliten zu kommunizieren, und die Kapazität des Halbleitermassenspeicher für die Daten des Nutzlastsystems beträgt nun 768 Gbit – eine Verdoppelung gegenüber dem TerraSAR-X-System [Mil08].

<sup>11</sup>Das *Laser Communication Terminal (LCT)* ist ein Demonstrator zur schnellen optischen Datenübertragung und soll in der Zukunft genutzt werden um Missionsdaten über Relaisstellen auf weiteren Satelliten zur Bodenstation zu übertragen. Dies wurde erstmals in einer Datenübertragung mit  $5,5 \text{ Gbit s}^{-1}$  zwischen TerraSAR-X und NFIRE demonstriert.

## 9.5 PAZ

Die spanische Aufklärungsmission PAZ ist in Kapitel 3 beschrieben, dieser Abschnitt behandelt technische Besonderheiten des Satelliten. PAZ basiert auf derselben Plattform wie die Satelliten der TanDEM-X Mission[Bor+10] und wird mit diesen gemeinsam als Airbus *Radar Constellation* vermarktet. Er befindet sich seit dem 22. Februar 2018 in einem sonnensynchronen Orbit in 514 km Höhe – der Start erfolgte durch SpaceX mit einem Falcon 9 Träger. Abbildung 9.31 zeigt den Satelliten bei der Vorbereitung auf den Start.

Die Montage des Satellitenbusses erfolgte – wie auch bei TerraSAR-X und TanDEM-X – durch die Airbus Defence and Space GmbH in Friedrichshafen und war im Jahr 2011 mit der Auslieferung des Satelliten nach Spanien abgeschlossen. Die Antennenbaugruppe, das Frontend des Radarinstruments, wurde jedoch bei Airbus DS in Madrid entwickelt und integriert. Neben geringen Änderungen, wie dem Wegfall der Synchronisationseinrichtung der TanDEM-X-Mission und neuen sekundären Nutzlasten wie *ROHPP*<sup>12</sup> – die Mission zur GNSS-Radiookkultation ermöglicht nun, anders als *TOR* auf TerraSAR-X, auch polarimetrische Messungen – oder *AIS* einem AIS-Funkempfänger für die Navigationsdaten von Schiffen, ergeben sich die größten Änderungen bei der phasengesteuerten Gruppenantenne des SAR-Instruments.

Im Gegensatz zu den Schlitzstrahlern bei TerraSAR-X und TanDEM-X sind die Strahler der Gruppenantenne des PAZ als gedruckte Schaltung ausgeführt. Die kreisförmige Patchantenne, dargestellt in Abbildung 9.32, wird von der darunter liegenden Leiterplattenlage über zwei Streifenleitersonden in beiden orthogonalen Polarisationen gespeist[Mon+10]. Das Signal wird dabei für das zeilenförmige Einzelelement der phasengesteuerten Gruppe über weitere Lagen parallel an ihre 16 Patchelemente verteilt. Die Abmessungen und die Anzahl der Elemente sind zur Gruppenantenne des TerraSAR-X gleich, sodass für die Gruppencharakteristik das gleiche Antennenmodell verwendet werden kann.



Abbildung 9.31: Der PAZ-Satellit wird bei SpaceX für den Start vorbereitet. © 2008 Airbus DS.

<sup>12</sup>Radio Occultations and Heavy Precipitation with PAZ

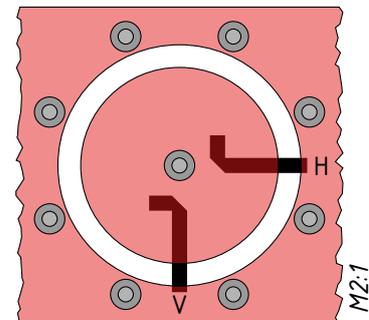


Abbildung 9.32: Strahlerelement der Gruppenantenne des PAZ-Radarinstruments.



# Vorverarbeitung und Synchronisierung

Dieses Kapitel beschreibt Methoden zur Synchronisation in den bistatischen Experimenten mit dem HITCHHIKER-System. Dies beinhaltet die Nutzung und Analyse des Referenzkanals sowie direkte Synchronisationsmaßnahmen zwischen Sender und Empfänger.

## 10.1 Kohärenter Empfang

Der erste Schritt der Vorverarbeitung der aufgezeichneten Radarrohdaten ist die Demodulation ins Basisband und Kalibrierung der Signale, welche vom Signalaufzeichnungssystem des HITCHHIKER-Empfängers bei einer Zwischenfrequenz (IF) abgetastet wurden. Da die Abtastwerte nicht kontinuierlich, sondern in  $M$  Segmenten mit jeweils  $N$  Werten nach einem Triggerereignis vorliegen, muss der Abtastzeitpunkt  $t_0(m)$  des ersten Wertes innerhalb eines Segments bekannt sein, um eine kohärente Demodulation zu ermöglichen. Zwischen diesen Zeitpunkten und den Zeitstempeln des Triggersystems der Signalaufzeichnung liegt eine konstante und bekannte Zeitspanne, sodass diese mithilfe der Triggerzeitstempel bestimmt sind. In diesem Schritt werden diese Zeitstempel zusätzlich mit den gleichzeitig durch das in Kapitel 8.4 vorgestellte System aufgenommenen Pulsempfangszeiten verglichen, wodurch sich eine Frequenzabweichung des Lokaloszillators<sup>1</sup> bestimmen und damit korrigieren lässt. Eine Korrektur der Zeitdifferenz überführt die Zeiten  $t_0(m)$  in die UTC womit diese sich mit den Messzeitpunkten weiterer Instrumente vergleichen lassen.

Die Abtastwerte des empfangenen Signals  $s(n, m)$  werden dann als Spannungswerte mit der Referenzimpedanz von  $Z_0 = 50 \Omega$  in eine Wellengröße der Einheit  $\sqrt{W}$  überführt und mit

$$s_T(n, m) = \frac{1}{\sqrt{Z_0}} s(n, m) e^{-j2\pi(f_0 - f_L)(t_0(m) + nT_S)} \quad (10.1)$$

und den Abtastzeitpunkten  $t_0(m) + nT_S$  von der IF, bei der Differenz  $f_0 - f_L$  von Mitten- und LO-Frequenz, ins Basisband demoduliert. Nach diskreter Fourier-Transformation über  $n$  durch eine FFT, wird das Spektrum  $S_T(n, m)$  durch ein Tiefpassfilter  $H_{LP}$  bandbegrenzt, wobei auch die ehemals negativen Frequenzanteile des reellen Empfangssignals gelöscht werden. Gleichzeitig wird im Spektralbereich, mit

$$S_{T,F}(n, m) = \sqrt{2} S_T(n, m) \frac{H_{LP}(f(n))}{S''_{21,i}(f(n) + f_0)}, \quad (10.2)$$

die Empfängerkalibrierung aus Kapitel 8.1, für den entsprechenden Empfangskanal  $i$ , durch Interpolation mit  $f(n) = \frac{1}{T_S} \left( \frac{n}{N} - \left\lfloor \frac{n}{N} + \frac{1}{2} \right\rfloor \right)$

<sup>1</sup>Obwohl das Empfangssystem bereits seit seiner Entwicklung intern kohärent arbeitet, ist die Anbindung des Referenzoszillators an einen GPSDO erst später erfolgt, sodass bei frühen Experimenten eine Frequenzabweichung gegenüber dem Nennwert möglich ist.

angewandt. Der Faktor  $\sqrt{2}$  gleicht die halbe Signalenergie aus, welche durch das Filtern der negativen Spektralanteile entfernt wurde.

Bei der Rücktransformation wird das Signal, durch Beschränkung auf die  $N_R = 2 \lfloor NT_S f_G \rfloor + 1$  Spektralwerte unterhalb einer Grenzfrequenz  $f_G$  mit  $n_R \in \{n \mid f_G \geq |f(n)|\}$  und  $S_{T,F,R}(n, m) = S_{T,F}(n_R, m)$ , bei Nutzung der nicht normierten Transformationen, mit

$$s_{T,F,R}(n, m) = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N_R} S_{T,F,R}(i, m) e^{j2\pi \frac{ni}{N_R}} \quad (10.3)$$

im Zeitbereich neu abgetastet. Das Abtastintervall des Ausgangssignals ist dann durch  $T_{S,R} = T_S \frac{N}{N_R}$  gegeben. Dieses Signal wird schließlich, gemeinsam mit der Segmentenergie

$$E(m) = T_{S,R} \sum_{n=0}^{N_R} |s_{T,F,R}(n, m)|^2, \quad (10.4)$$

wie auch alle weiteren im Verlauf der Verarbeitung erzeugten Daten, im HDF5 gespeichert.

## 10.2 Positionsbestimmung

Werden die Empfangsantennen im Experiment stationär eingesetzt, erfolgt die Positionsbestimmung ausschließlich mithilfe von GNSS. Hierbei kommt entweder der im Empfangssystem integrierte Zweikanal-GNSS-Empfänger zum Einsatz, oder einzelne Referenzpunkte werden vor oder nach der Radarmessung mithilfe eines externen, geodätischen GPS-Empfängers vermessen. In beiden Fällen werden aus den so aufgezeichneten Rohdaten, bestehend aus Messungen der Pseudoentfernung und der Trägerphase zu den einzelnen Satelliten, zunächst – unter Nutzung von Daten einer Referenzstation des Satellitenpositionierungsdienst der Vermessungsverwaltungen der Länder der Bundesrepublik Deutschland (SAPOS) – mit dem Real Time Kinematic (RTK)-Verfahren verarbeitet. Da in diesem dichten Referenzstationsnetz die Basislinie kurz gehalten ist, wird ein Zweifachdifferenzmodell verwendet, in welchem ein großer Teil der Messfehler wie Effekte der Ionosphäre und Troposphäre, der Erdorientierung und Verformung sowie die Uhrenfehler von Empfänger und Satelliten aufgrund von Identität in den Messungen beider Standorte eliminiert wird [Tak13]. Es verbleibt jedoch ein Fehler durch die unterschiedliche Azimut- und Elevationsabhängigkeit der Antennenphasenzentren, welche durch Labormessungen der Antennen – beziehungsweise einer baugleichen Antenne – bestimmt und der Fehler damit korrigiert werden kann. Aktuell wird zur Positionsbestimmung die Software *RTKLIB* von Tomoji Takasu [TKY07] verwendet.

Wird eine sehr hohe Genauigkeit für die relative Position der Antennenphasenzentren zueinander benötigt – beispielsweise für die Interferometrie – sind die Antennen gemeinsam an einer starren Geometrie montiert. Um die Position der APC im globalen Koordinatensystem zu bestimmen, werden mindestens drei Referenzpunkte

auf der Geometrie mittels GNSS vermessen, um Ort und Lage des Körperkoordinatensystems der Antennenstruktur zu bestimmen.

Um die Orientierung der Antennenanordnung im Raum zu bestimmen, wird die Rotation zwischen den Referenzpunkten im System der starren Antennengeometrie und den Messpunkten gesucht. Nachdem beide Punktmenge jeweils von ihrem rotationsinvarianten geometrischen Schwerpunkt<sup>2</sup> befreit wurden, kann die Rotationsmatrix  $U$  zwischen den schwerpunktfreien Koordinaten  $x_n$  und  $y_n$ , optional gewichtet mit  $w_n$ , durch Minimierung von

$$\frac{1}{2} \sum_n w_n \|Ux_n - y_n\|^2, \quad (10.5)$$

unter der Nebenbedingung gefunden werden, dass  $U$  orthogonal ist. Dieses Verfahren wurde zuerst in [Kab78] vorgestellt.

Hier wird eine alternative Formulierung [Kav07] implementiert, welche zur Lösung die Singulärwertzerlegung nutzt. Werden die Differenzen der Punkte zu ihrem Schwerpunkt durch Matrizen des Typs  $(3 \times N)$  dargestellt, kann mit der Referenzpunktmatrix  $X$  und der Messpunktmatrix  $Y$  durch

$$C = XY^T \quad (10.6)$$

eine Kovarianzmatrix gebildet werden. Mit der Singulärwertzerlegung

$$C = V\Sigma W^T \quad (10.7)$$

dieser Matrix und dem Vorzeichen ihrer Determinante

$$d = \text{sgn}(\det C), \quad (10.8)$$

welche später ein Rechtshandsystem garantiert, kann die Rotation durch

$$U = W \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & d \end{pmatrix} V^T \quad (10.9)$$

gefunden werden. Die Rotationsmatrix kann auch direkt in eine Quaternion  $\psi$  überführt werden<sup>3</sup>. Die Translation zwischen beiden Systemen ist dann mit den Schwerpunktkoordinaten durch

$$p_0 = \bar{y} - U\bar{x} \quad (10.10)$$

gegeben. In Abbildung 10.1 ist beispielsweise eine Antennenanordnung zur Messung des Sendesignals dargestellt. Mit der Messung der drei Referenzpositionen  $p_{R,i}$  im globalen Koordinatensystem, können die Positionen der hier ebenfalls drei Antennenphasenzentren der Radarantennen  $p_{A,i}$  im Referenzsystem, mit

$$p_{A,i}^{\text{ETRS89}} = p_0 + \psi \odot p_{A,i} \quad (10.11)$$

in ECEF-Positionen überführt werden. Da die Positionen relativ zur Referenzstation des SAPOS ermittelt wurden, dessen Position im European Terrestrial Reference System 89 (ETRS89) gegeben

<sup>2</sup>Der geometrische Schwerpunkt der mit  $x_i$  gegebenen Punktmenge ist durch  $\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$  bestimmt.

<sup>3</sup>Nach [NASA77, (15)] mit

$$\text{Re}(\psi) = \frac{1}{2} \sqrt{1 + U_{11} + U_{22} + U_{33}}$$

und

$$\text{Im}(\psi) = \frac{1}{4\text{Re}(\psi)} \begin{pmatrix} U_{32} - U_{23} \\ U_{13} - U_{31} \\ U_{21} - U_{12} \end{pmatrix}.$$

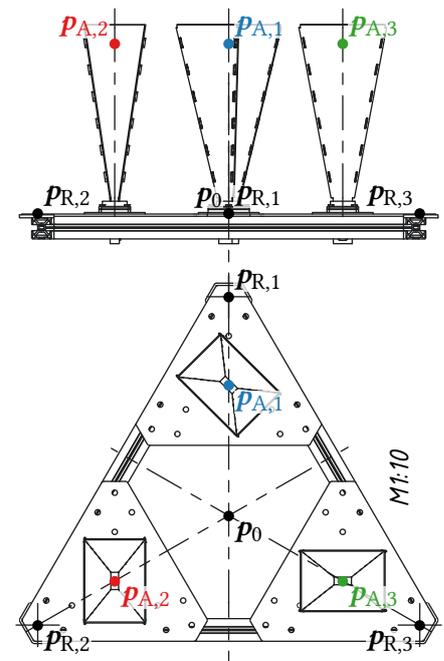


Abbildung 10.1: Antennenanordnung mit kurzer Basislinie mit den APC und den Referenzpositionen zur Orts- und Lagebestimmung.

<sup>4</sup>Die Abweichung liegt im Betrag bei etwa 75 cm und damit deutlich über der Messgenauigkeit des GNSS-Verfahrens.

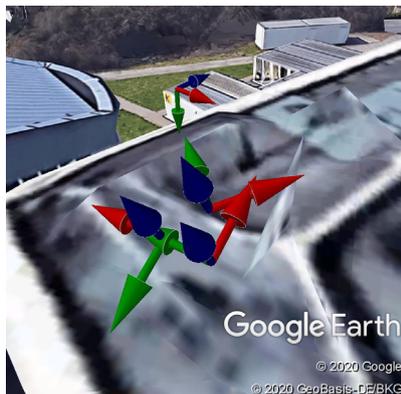


Abbildung 10.2: Koordinatensystem der vier Empfangsantennen, bei einem Experiment auf dem Dach des Institutsgebäudes. Credits: GoogleEarth 2020.

ist, müssen<sup>4</sup> zur Verarbeitung mit der Position des Satelliten im ITRS, zunächst mithilfe der in Kapitel B.5 vorgestellten Helmert-Transformation in dasselbe System überführt werden. Des Weiteren sind die Bodenpositionen im Gegensatz zur Satellitenposition in einer zeitenfreien Darstellung gegeben, sodass auch hier, durch eine Rekonstruktion der Verschiebung durch die Gezeiten, eine Anpassung erfolgt.

Die Positionen der APC werden, zusammen mit einer Beschreibung der Orientierung der Antennen durch eine Quaternion, jeweils für die Empfängerkanäle im HDF5 gespeichert. In Abbildung 10.2 sind diese vier Antennenkoordinatensysteme, eines Experiments in Siegen im März 2020, in Google Earth Pro 7.3.3. dargestellt.

### 10.3 Analyse des Referenzsignals und Synchronisierung

Um den Sendezeitpunkt der empfangenen Pulse und damit auch die Position des Senders zu bestimmen, wird das Referenzsignal, also das Signal, welches mit der direkt zum Satelliten weisenden Antenne empfangen wird, analysiert. Mithilfe der dadurch bestimmten Geometrie und der daraus folgenden Laufzeit auf diesem Signalweg, kann die Phasenbeziehung zwischen den Oszillatoren im Empfänger und auf dem Satelliten bestimmt, und die Systeme somit synchronisiert werden.

Zunächst wird durch Korrelation des Empfangssignals mit einem Referenzpuls, dem Empfangssegment maximaler Energie bei  $m_R = \arg \max_m E(m)$ , die relative, zeitliche Position, sowie der Differenzphasenwert für alle weiteren Empfangssegmente bestimmt. Da hierzu eine zyklische Faltung im Spektralbereich eingesetzt wird, sollte das Empfangssignal vor der FFT durch Anfügen von Nullen verlängert werden. Mit dem Spektrum des so verlängerten Empfangssignals  $S_P$  kann durch eine inverse FFT von

$$S_R(n, m) = S_P(n, m) \cdot S_P^*(n, m_R) \quad (10.12)$$

zunächst für jedes Segment mit

$$n'_R(m) = \arg \max_n |\text{ifft}_n S_R(n, m)| \quad (10.13)$$

der Abtastwert zum Maximum der Korrelationsfunktion, und mit  $t'_R(m) = n'_R(m) T_S$  die Differenz der zeitlichen Position in jedem Segment zur Referenzposition ermittelt werden. Mit einer Anpassung der Phase durch

$$S'_R(n, m) = S_R(n, m) e^{j2\pi n'_R(m) \frac{n}{N}} \quad (10.14)$$

kann  $S'_R$  mit der diskreten Fourier-Transformation

$$s_R(\Delta t, m) = \sum_{n=0}^N S'_R(n, m) e^{j2\pi f(n)\Delta t} \quad (10.15)$$

der  $N$  Spektralwerte an  $f(n) = \frac{1}{T_S} \left( \frac{n}{N} - \left\lfloor \frac{n}{N} + \frac{1}{2} \right\rfloor \right)$ , im Zeitbereich von  $-T_S < \Delta t < T_S$  durch

$$t_R''(m) = \arg \max_{\Delta t} |s_R(\Delta t, m)|, \quad (10.16)$$

die Schätzung der Zeitdifferenz zu  $t_R'(m) + t_R''(m)$  präzisiert werden. Der Maximalwert  $s_{R,C}(m) = s_R(t_R''(m), m)$  liefert dabei im Betrag eine Schätzung für die Energie des Empfangssignals, sein Phasenwert  $\varphi_R$  enthält als Differenzphase zum Puls bei  $m_R$  die LO-Phase aufgrund der Verzögerung durch die zeitvariable Laufzeit, sonstige Phasenveränderungen durch die Übertragungsstrecke, sowie die Phasendifferenz durch den Frequenzunterschied der Oszillatoren von Sender und Empfänger. Die Empfangszeit der Pulse ist dann, mit der noch unbekanntem Pulsposition  $t_{R,0}$  innerhalb des Segments  $m_R$ , durch  $t_R(m) = t_0(m) + t_R'(m) + t_R''(m) + t_{R,0}$  bestimmt.

Aus der Differenz benachbarter Pulsempfangszeiten kann jetzt das am Empfänger beobachtete Pulswiederholintervall bestimmt werden. Da das Empfangssystem in der Regel nicht alle Pulse erfasst und zu Beginn und am Ende der Messung einzelne Sendepulse fehlen, wird der Pulsindex  $Z(m)$  als Zuordnung zwischen der Empfangssegmentnummer  $m$  und dem Index  $k$  des konstanten Pulswiederholintervalls eingeführt, sodass mit einem mittleren Pulswiederholintervall  $\bar{T}_i$ , der Zusammenhang

$$0 \leq t_R(m) - Z(m)\bar{T}_i - t_0 < \bar{T}_i \quad (10.17)$$

gilt. Die Konstante  $t_0$  wird dabei derart gewählt, dass das Minimum des Verlaufs der Zeitdifferenz gerade Null ist und zusätzlich mit  $Z(m) \geq 0$  keine negativen Indizes auftreten. Als Differenz zu dieser Referenzzeit  $t_Z(m) = t_0 - Z(m)\bar{T}_i$ , welche aufgrund fehlender Synchronisierung an dieser Stelle noch durch eine lineare Funktion von der wahren Sendezeit abweicht, können die Zeit zum ersten Abtastwert und die Pulsempfangszeiten als Ergebnis der Korrelation nun in Abbildung 10.3 dargestellt werden. Beim Einsatz des internen Trigger des Aufzeichnungssystems, variiert der Triggerzeitpunkt, und damit auch der Zeitpunkt zum ersten Abtastwert, mit dem Phasenwert nahe der steigenden Flanke des Pulses. Da die Momentanfrequenz des Chirpsignals zu diesem Zeitpunkt bei diesem Experiment in der IF 400 MHz beträgt, ergibt sich der sichtbare Effekt<sup>5</sup> in einem Zeitintervall von 2,5 ns, zusätzlich zur zeitlichen Quantisierung durch das Abtastintervall von 1 ns. Mit dem externen Leistungstrigger aus Kapitel 8.3 tritt der Effekt nicht mehr auf. Hier ist die Differenz  $t - t_R$  normalverteilt mit  $\sigma = 0,5$  ns.

Bei der Verwendung von Chirpsignalen entsteht bei der Korrelation, wie in Kapitel 1 dargestellt, aufgrund der Dopplerverschiebung bei der Signalübertragung und der Frequenzdifferenz der Oszillatoren, eine direkt zur Modulationsfrequenz proportionale Verschiebung des Korrelationsmaximums und damit ein Fehler in  $t_R(m)$ . Ist das Empfangssignal gegenüber dem Referenzpuls um  $f_D'(m)$  moduliert, beträgt die Verschiebung des Maximums<sup>6</sup> mit der Chirprate  $\alpha$  des

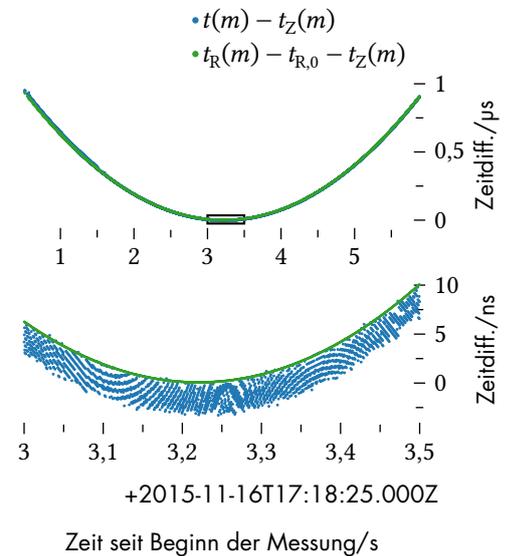


Abbildung 10.3: Die Zeit zum ersten Abtastwert eines Segments zusammen mit der geschätzten Empfangszeit der Pulse.

<sup>5</sup>Das System triggert auf eine steigende Flanke der Signalspannung, durch eine Phasenverschiebung ergibt sich damit auch eine Verschiebung des Triggerzeitpunkts bis zur Periodendauer des Signals.

<sup>6</sup>Es gilt:  $e^{j\pi\alpha t^2} e^{j2\pi f_D t} = e^{j\pi\alpha \left(t^2 + 2\frac{f_D}{\alpha}t + \frac{f_D^2}{\alpha^2}\right)} e^{-j\pi\frac{f_D^2}{\alpha}} = e^{j\pi\alpha\left(t + \frac{f_D}{\alpha}\right)^2} e^{-j\pi\frac{f_D^2}{\alpha}}$

<sup>7</sup>Bei der Chirprate des Beispielerperiments von  $6 \text{ MHz } \mu\text{s}^{-1}$ , beträgt der Fehler  $167 \text{ ps kHz}^{-1}$ , beziehungsweise  $50 \text{ mm kHz}^{-1}$

Chirpsignals<sup>7</sup>  $\Delta t = \alpha^{-1} f'_D$ . Die Modulationsfrequenz wird dabei zunächst durch zeitliche Ableitung von  $\varphi_R$  bestimmt. Implementiert wird dies durch einen Differenzenquotienten der Phasenwerte

$$\frac{1}{2\pi} \frac{\varphi_R(m) - \varphi_R(m-1)}{(t_R(m) - t_R(m-1))} \quad (10.18)$$

wobei die Phasendifferenz vor der Division zunächst durch Addition oder Subtraktion von  $2\pi$  auf das Intervall  $[-\pi, \pi)$  abgebildet wird, um danach Unstetigkeiten im zeitlichen Verlauf wiederum durch Addition oder Subtraktion von  $2\pi$  zu entfernen. Dabei sollte sich die Phasendifferenz am Referenzpuls im Intervall nahe der Null befinden, sodass auch dort der Betrag der Dopplerfrequenz minimal ist. Der so gewonnene Verlauf der Momentanfrequenz wird dann, für die Experimente mit Satellitensystemen, durch ein Polynom dritter Ordnung modelliert. Um die Modellkoeffizienten robust gegenüber Ausreißern zu Schätzen wird die Polynomregression innerhalb eines *random sample consensus* oder RANSAC-Algorithmus[FB81] ausgeführt. Mit diesem modellierten Modulationsfrequenzverlauf  $f'_{D,M}(t)$  kann der Empfangszeitpunkt nun durch  $t_{R,c}(m) = t_R(m) + \alpha^{-1} f'_{D,M}(t_R(m))$  korrigiert werden. Ist  $\alpha$  nicht bekannt, kann die Chirprate aus dem Referenzpuls durch eine vergleichbare Analyse der Momentanfrequenz, zusammen mit der Referenzpulsposition  $t_{R,0}$  bestimmt werden. Wird kein linear-frequenzmoduliertes Sendesignal eingesetzt, kann die zuvor beschriebene Korrelation nach Korrektur der Frequenzverschiebung um  $f'_{D,M}(t)$  erneut durchgeführt werden, um  $t_{R,c}(m)$  zu bestimmen.

Des Weiteren wird das Modell für den Frequenzverlauf genutzt, um durch Integration des Polynoms ein Modell

$$\varphi_{R,M}(t) = 2\pi \int f'_{D,M}(t') dt' + C \quad (10.19)$$

für den Phasenverlauf zu bestimmen. Die Integrationskonstante  $C$  wird derart gewählt, dass die Phasenfunktion  $\varphi_{R,M}$  an der Nullstelle der Momentanfrequenz, dem Maximum des Phasenverlaufs, der gemessenen Phase  $\varphi_R$  zu diesem Zeitpunkt entspricht. Aus der Modellphase ergibt sich nun, mit der Wellenzahl  $k_0 = 2\pi f_0 c^{-1}$  zur Mittenfrequenz  $f_0$  des Empfängers, ein Verlauf

$$r_{R,M}(t) = -\frac{1}{k_0} \varphi_{R,M}(t) \quad (10.20)$$

zur Modellierung der Pseudoentfernung. Die Parameter der Referenzzeit können dann durch

$$t'_Z(m) = t_{R,c}(m) - c r_{R,M}(t_{R,c}(m)) = t'_0 - Z(m) T'_i \quad (10.21)$$

durch lineare Regression erneut geschätzt werden. Ferner ergeben sich nach Kompensation der Modellphase in  $\varphi_R(m)$  durch

$$\Delta\varphi_R(m) = \angle \left( e^{j\varphi_R(m)} e^{jk_0 r_{R,M}(t_{R,c}(m))} \right) \quad (10.22)$$

Phasenwerte innerhalb des Intervalls  $[-\pi, \pi)$  und damit durch

$$\varphi_{R,U}(m) = \Delta\varphi_R(m) - k_0 r_{R,M}(t_{R,c}(m)), \quad (10.23)$$

ohne Berücksichtigung einer unbekanntenen, konstanten Phase, der eindeutige Phasenverlauf. Die Pseudoentfernung kann dabei aus den Messwerten schließlich durch

$$r_{R,C}(m) = c(t_{R,c}(m) - t'_Z(m)) \quad (10.24)$$

für die Empfangszeit des Korrelationsmaximums sowie für die Phasenmessung durch

$$r_{R,P}(m) = -\frac{1}{k_0} \varphi_{R,U}(m) \quad (10.25)$$

bestimmt werden. In Abbildung 10.4 ist das Residuum der gemessenen Pseudoentfernung zum Modellverlauf, für eine Messung mit TerraSAR-X im *staring spotlight*-Modus dargestellt.

Nachdem die zeitliche Position sowie die Amplitude, die Frequenzverschiebung und Trägerphase für jeden empfangenen Puls bestimmt wurde, kann aus dem vollständigen Signal, nach Kompensation der zeitlichen Verschiebung, der Phase und der Modulation, eine Replik des Sendesignals durch Mittelung bestimmt werden. Die Replik ist dann mit den Amplituden des empfangenen Wellenform  $S_0$ , sowie dem Empfängerrauschen  $n$  als mit  $w_i$  gewichtete Summe

$$S = \sum w_i(a_i S_0 + N_i) \quad (10.26)$$

gegeben. Die Abtastwerte einer Wellenform für  $S_0$  werden dabei unabhängig betrachtet und können im Zeitbereich oder auch als Spektralwerte gegeben sein. Das Empfängerrauschen  $N_i \sim \mathcal{CN}(0, \sigma^2)$  wird als mittelwertfreies, komplexes<sup>8</sup>, gaußsches Rauschen angenommen, die Werte sind unkorreliert. Die Leistung von  $S$  wird mit

$$E(|S|^2) = E\left(\left|\sum w_i(a_i S_0 + N_i)\right|^2\right) \quad (10.27)$$

$$= E\left(\left|\sum w_i a_i S_0 + \sum w_i N_i\right|^2\right) \quad (10.28)$$

als Erwartungswert vom Betragsquadrat des Summenwertes bestimmt. Durch Ausmultiplizieren ergibt sich

$$E(|S|^2) = \left|\sum w_i a_i S_0\right|^2 + E\left(\left|\sum w_i N_i\right|^2\right) + 2E\left(\operatorname{Re}\left(\sum w_i^* a_i^* S_0^* \sum w_i N_i\right)\right) \quad (10.29)$$

wobei der letzte Term, der Erwartungswert des Produkts der Summen, wegen stochastischer Unabhängigkeit der Summenterme<sup>9</sup> in ein Produkt von Erwartungswerten überführt und – da der Erwartungswert der Summe über die Rauschwerte Null entspricht – gelöscht werden kann. Die Leistung wird damit zu

$$E(|S|^2) = |S_0|^2 \left|\sum w_i a_i\right|^2 + E\left(\left|\sum w_i N_i\right|^2\right). \quad (10.30)$$

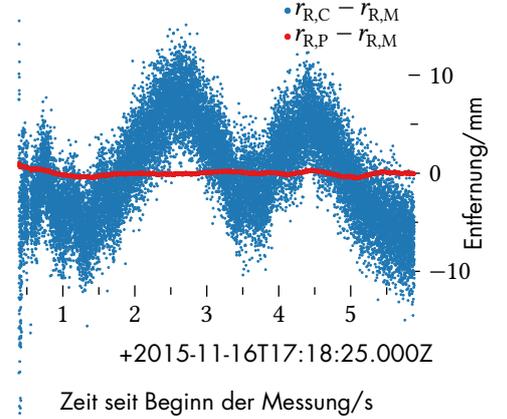


Abbildung 10.4: Residuum der gemessenen Pseudoentfernung aus der Position des Korrelationsmaximums sowie der Phaseninformation, zum Modell des Entfernungsverlaufs.

<sup>8</sup>Die komplexe Zufallsvariable  $X \sim \mathcal{CN}(0, \sigma^2)$  besteht im Real- und Imaginärteil  $\operatorname{Re}(X), \operatorname{Im}(X) \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2/2)$  jeweils aus unabhängigen gaußverteilten Zufallsvariablen. Das Betragsquadrat ist  $\chi^2_2$ -verteilt mit  $E(|X|^2) = \sigma^2$ .

<sup>9</sup> $E(XY) = E(X)E(Y)$

Der verbleibende Erwartungswert kann mit der Beziehung

$$E\left(\left|\sum_{i=1}^N X_i\right|^2\right) = E\left(|X_N|^2 + 2\operatorname{Re}\left(X_N \sum_{i=1}^{N-1} X_i\right) + \left|\sum_{i=1}^{N-1} X_i\right|^2\right) \quad (10.31)$$

durch Abspalten einzelner Summanden und durch Löschen der Mischterme, über die Schritte

$$= E(|X_N|^2) + E\left(\left|\sum_{i=1}^{N-1} X_i\right|^2\right) \quad (10.32)$$

und

$$= E(|X_N|^2) + \dots + E(|X_{N-M}|^2) + E\left(\left|\sum_{i=1}^{N-M-1} X_i\right|^2\right) \quad (10.33)$$

als Summe

$$= \sum_{i=1}^N E(|X_i|^2) \quad (10.34)$$

ausgedrückt und die Leistung somit durch den Ausdruck

$$E(|S|^2) = |S_0|^2 \left| \sum w_i a_i \right|^2 + \sum E(|w_i|^2 |N_i|^2)$$

und mit der Rauschleistung  $E(|N_i|^2) = \sigma^2$  schließlich durch

$$= \underbrace{|S_0|^2 \left| \sum w_i a_i \right|^2}_{P_S} + \underbrace{\sigma^2 \sum |w_i|^2}_{P_N} \quad (10.35)$$

beschrieben werden. Das SNR nach der Summation ergibt sich dann als Quotient der Leistungsanteile  $P_S$  und  $P_N$  von Signal und Rauschen zu

$$\frac{P_S}{P_N} = \frac{S_0^2 \left| \sum w_i a_i \right|^2}{\sigma^2 \sum |w_i|^2}.$$

Durch Erweiterung mit der Summe über die Betragsquadrate der Amplitudenwerte als

$$= \frac{S_0^2}{\sigma^2} \frac{\left| \sum w_i a_i \right|^2}{\sum |w_i|^2 \sum |a_i|^2} \sum |a_i|^2, \quad (10.36)$$

<sup>10</sup> $|\langle a, b \rangle|^2 \leq \langle a, a \rangle \cdot \langle b, b \rangle$

kann wie auch beim *matched*-Filter in Kapitel 1 die Cauchy-Schwarz'sche Ungleichung<sup>10</sup> herangezogen werden, um den Bruch der Summen und somit das SNR zu maximieren. Dieses wird gerade optimal und der Bruch zu Eins, wenn die komplexen Gewichte  $w_i$  mit

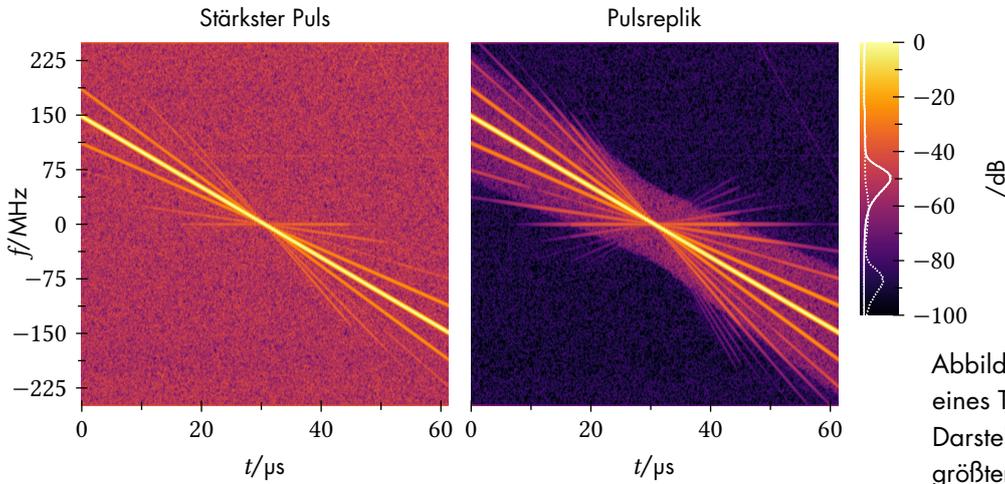


Abbildung 10.5: Spektrogramme eines TanDEM-X-Pulses. Die linke Darstellung zeigt den Puls mit der größten Energie im Direktsignal, die rechte zeigt die Pulsreplik.

$w_i = c \cdot a_i^*$  als Elemente eines Vektors linear abhängig von den Amplitudenwerten sind – mit dem Skalarprodukt in  $\mathbb{C}^N$  sind sie komplex Konjugierte zu  $a_i$ . Der Wert  $c$  ist als lineare Konstante wählbar und kann entweder über die Bedingung  $P_S = |S_0|^2$  zu

$$c = \left( \sum |a_i|^2 \right)^{-1} \quad (10.37)$$

gesetzt werden um die Signalleistung zu bewahren, oder mit  $P_N = \sigma^2$  zu

$$c = \left( \sqrt{\sum |a_i|^2} \right)^{-1}, \quad (10.38)$$

falls die Rauschleistung nach der Summation erhalten bleiben soll. Das SNR bei optimaler Gewichtung ergibt sich dann zu

$$\frac{P_S}{P_N} = \frac{|S_0|^2}{\sigma^2} \sum |a_i|^2. \quad (10.39)$$

Mit dem Signal des direkten Empfangskanals, nach der Korrektur der Dopplermodulation durch

$$s_D(n, m) = s(n, m) e^{-j2\pi f'_{D,M}(t_{R,c}(m)) \cdot (t_0(m) + n \cdot T_S - t_{R,c}(m))} \quad (10.40)$$

ergibt sich die Replik damit durch Summation der gewichteten Spektren  $S_D(n, m) = \text{fft}_n s_D(n, m)$  der Pulse entlang des Segmentindex  $m$ . Die Gewichte sind dabei mit dem Wert des Korrelationsmaximums mit dem Referenzpuls und der linearen Phasenfunktion aufgrund der Zeitverschiebung, als komplex Konjugierte  $w(n, m) = c \cdot a^*(n, m)$  des zum Spektrum des Referenzpulses relativen Spektralwertes in (10.26)

$$a(n, m) = s_{R,C}(m) \cdot e^{-j2\pi f(n)(t_{R,c}(m) - t_0(m))} \quad (10.41)$$

gegeben. In Abbildung 10.5 sind die Spektrogramme des Referenzpulses und der summierten Pulsreplik verglichen. Das Histogramm der Leistungswerte zeigt eine Verbesserung des SNR als Verschiebung der Rauschverteilung aus Anhang A.8 um 38 dB bei der Replik.

Die Replik wird zur Pulskompression oder zur Bestimmung des Sendepulsmodells in Kapitel 9.1 eingesetzt.

Zur Synchronisation des Empfangssystems mit dem Sendesystem wird aus den Beobachtungen am Empfänger durch Kompensation des Einflusses der Signalübertragung, der Phasenverlauf des Sendeoszillators sowie der Sendezeitpunkt der empfangenen Pulse bestimmt. Dazu muss nun zunächst die Geometrie der Übertragungsstrecke und damit die Position der APC von Sender  $\mathbf{p}_T$  und Empfänger  $\mathbf{p}_R$  bekannt sein – bisher wurde das Signal ohne zusätzliche Messdaten verarbeitet. Da die Position des Senders zeitvariant ist, wird diese, für beliebige Zeitpunkte, aus den abgetasteten Positionsmesswerten in erdfesten Koordinaten, nach Kapitel 9.3 durch Interpolation bestimmt. Um den Sendezeitpunkt  $t_T(m)$  der Pulse zu bestimmen, wird die Laufzeit  $\tau(m)$  von den Empfangszeitpunkten  $t_{R,c}(m)$  subtrahiert. Die Laufzeit des Signals ist jedoch im Wesentlichen durch den geometrischen Abstand zwischen Sender und Empfänger bestimmt, wobei die Position des Senders wiederum vom Sendezeitpunkt abhängt. Sie setzt sich dabei mit

$$\tau(m) = c^{-1} \left( \|\mathbf{p}_{R,I}(t_{R,c}(m)) - \mathbf{p}_{T,I}(t_T(m))\| + \Delta R_{\text{ion}}(m) + \Delta R_{\text{trop}}(m) \right) \quad (10.42)$$

aus der euklidischen Distanz der APC im Inertialsystem, sowie der zusätzlichen Weglänge durch Ionosphäre und Troposphäre (Kapitel 5.3) zusammen, welche dann über die Vakuumlichtgeschwindigkeit in eine Laufzeit überführt werden. Um die erdfesten Positionen im ECEF in ein Inertialsystem – das *Earth-centered inertial*-System (ECI) zu überführen, genügt es hier den Positionsvektor mit dem Quaternion

$$\Omega(t - t_E) = \begin{pmatrix} \cos\left(\frac{\omega}{2}(t - t_E)\right) \\ 0 \\ 0 \\ \sin\left(\frac{\omega}{2}(t - t_E)\right) \end{pmatrix} \quad (10.43)$$

zu rotieren, wobei das ECEF- und das ECI-System zur Epoche  $t_E$  als identisch angesehen werden. Wird die Epoche jeweils zum Empfangszeitpunkt  $t_E(m) = t_{R,c}(m)$  gesetzt, ergibt sich mit  $t_T(m) = t_{R,c}(m) - \tau(m)$  der Zusammenhang

$$\tau(m) = c^{-1} \left( \|\mathbf{p}_R - (\Omega(-\tau(m)) \odot \mathbf{p}_T(t_{R,c}(m) - \tau(m)))\| + \Delta R_{\text{ion}}(m) + \Delta R_{\text{trop}}(m) \right) \quad (10.44)$$

welcher durch Iteration gelöst wird. Nach Initialisierung mit  $\tau(m) = 0$  konvergiert die Berechnung bereits nach wenigen Wiederholungen und wird abgebrochen, wenn sich  $\tau$  im Iterationsschritt nur noch mit  $< 10^{-15}$  s ändert. Damit sind die Laufzeit und die Sendezeitpunkte bestimmt und mit der Beziehung

$$t_T(m) = t_{R,c}(m) - \tau(m) = t_{T,0} + Z(m) \cdot T_i \quad (10.45)$$

kann – wieder durch lineare Regression innerhalb eines RANSAC – das Abtastraster der Sendepulse durch die Startzeit der Messung

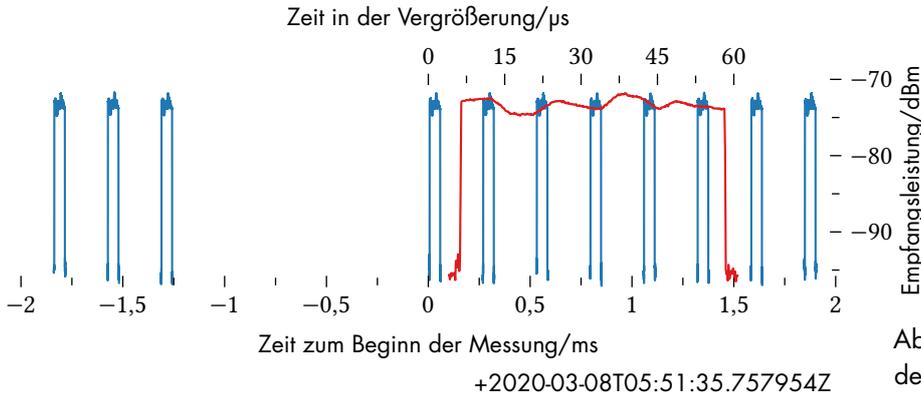


Abbildung 10.6: Empfangsleistung des direkten Kanals zum ersten Puls der Hauptmessung.

und das Pulswiederholintervall bestimmt werden. In Abbildung 10.6 ist die Empfangsleistung auf dem direkten Kanal über der Zeit  $t_T$  im Bereich um den ersten Puls der Hauptmessung zur SAR-Bildgebung im Anschluss an die Kalibrierphase des Satelliten dargestellt. Die Zeit ist dabei relativ zum annotierten Startzeitpunkt der in Kapitel 9.1 beschriebenen Metadaten des Satellitensystems gegeben. Der Fehler zwischen der annotierten Zeit und der steigenden Flanke des ersten Pulses liegt bei dieser Messung mit dem PAZ-Satelliten mit  $6,3 \mu\text{s}$  gut innerhalb des Zählintervalls von  $T_{\text{IFT}} = 18,64 \mu\text{s}$  der *instrument fine time* und damit der Auflösung der Zeitstempeluhr des Satelliten.

Die Oszillatorphase des Senders  $\varphi_T$ , wird am Empfänger nach der Beziehung

$$\varphi_{R,U}(t_{R,c}) = \varphi_T(t_{R,c} - \tau) - 2\pi f_0 t_{R,c} \quad (10.46)$$

und mit der Frequenz des Sendeoszillators  $f_T$  durch

$$= 2\pi f_T(t_{R,c} - \tau) - 2\pi f_0 t_{R,c} \quad (10.47)$$

beobachtet. Es ergibt sich damit der lineare Zusammenhang

$$f_T(t_{R,c} - \tau) = f_0 t_{R,c} + \frac{1}{2\pi} \varphi_{R,U} \quad (10.48)$$

und damit

$$f_T t_T(m) = f_0 t_{R,c}(m) + \frac{1}{2\pi} \varphi_{R,U}(m) \quad (10.49)$$

und die gesuchte Frequenz kann als Steigung einer linearen Regression der gemessenen Phase über der Zeit  $t_T$  bestimmt werden. Die relative Frequenzabweichung zur Nennfrequenz  $f_{T,n}$  des Senders ist dann

$$\delta_f = \frac{f_T}{f_{T,n}} - 1. \quad (10.50)$$

Mithilfe des in Kapitel 9.1 vorgestellten Oszillatormodells für den TerraSAR-X-Satelliten, kann in direkter Abhängigkeit von der relativen Frequenzabweichung wiederum die PRI  $T_{i,m}$  und die Mittenfrequenz des  $f_{T,m}$  Senders abgeleitet werden, sodass auch zwischen diesen Größen eine feste Beziehung besteht.

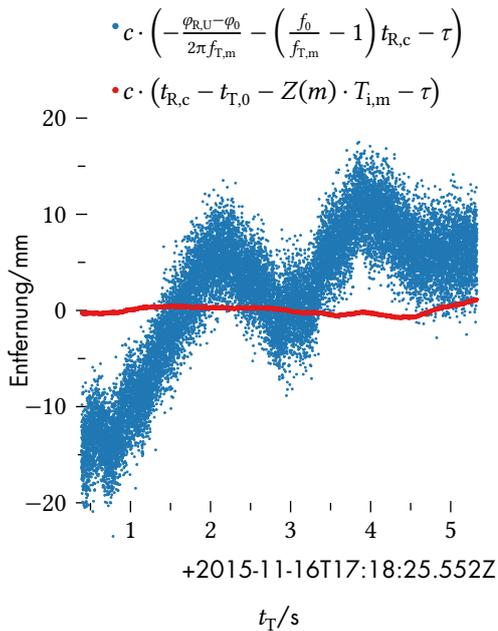


Abbildung 10.7: Residuum der Synchronisation, dargestellt durch die Position des Korrelationsmaximums sowie die Phaseninformation.

Die Abbildung 10.7 zeigt das Residuum zwischen Messung und Modell nach der Synchronisation für die zuvor genutzten Daten aus dem Experiment mit TerraSAR-X vom November 2015. Für den Oszillator des Satelliten wurde hier durch Auswertung des direkten Empfangssignals eine relative Frequenzabweichung von  $\delta_f = -73,158 \cdot 10^{-9}$  bestimmt und im Modell zugrunde gelegt. In Blau ist das Residuum der Pseudoentfernungsmessung dargestellt, die roten Messpunkte repräsentieren das Residuum der Trägerphasenmessung.

Durch die erfolgreiche Synchronisation und nach entsprechender Demodulation des Empfangssignals, repräsentieren die Phasenwerte nur noch den Einfluss der Signalübertragung und den Abtastwerten des Empfängers können schließlich Signallaufzeiten zugeordnet werden, was die Grundvoraussetzung für eine weitere Verarbeitung der Daten im Rahmen der Radarmessung ist. Des Weiteren lässt sich durch die nun bekannten Sendezeitpunkte die Geometrie der bistatischen Anordnung ermitteln.

# Die HITCHHIKER-Experimente

# 11

*“It is a capital mistake to theorise before one has data. Insensibly one begins to twist facts to suit theories, instead of theories to suit facts.”*

— Sir Arthur Conan Doyle,  
The Adventures of Sherlock Holmes, 1891

Im Rahmen des HITCHHIKER-Projekts sind zu unterschiedlichen Fragestellungen, wie zur bistatischen SAR-Bildgebung, zur Interferometrie, Tomografie und Polarimetrie, sowie zu inversem SAR, Rauschradar und Radionavigation Experimente durchgeführt worden. In diesem Kapitel ist eine Auswahl dieser Experimente vorgestellt, sowie ihre Besonderheiten und Ergebnisse präsentiert.

Beim Aufbau des ersten Prototyps des X-Band-Empfangssystems wurde das ZESS maßgeblich durch die Abteilung PSK des Fraunhofer FHR unterstützt und somit erfolgte der erste Test des Systems, hier noch teilweise unter Nutzung von Komponenten des FHR, gemeinsam mit PSK am Standort des FHR in Wachtberg-Werthhoven. Das erste Signal von TerraSAR-X, sozusagen das *first light* des Empfängers wurde dabei unter Nutzung des *sliding spotlight mode* am 14. Juli 2009 empfangen, um die Signalstärke auf dem Referenzkanal zu verifizieren. Abbildung 11.1 zeigt die Position beider Empfangsantennen auf dem Dach des Fraunhofer-Instituts in Wachtberg. Der Szenenkanal (Blau) war direkt auf den Boden am nahegelegenen Parkplatz ausgerichtet, wo für das Experiment drei unterschiedliche Radarreflektoren platziert wurden. Der Referenzkanal (Braun) ist in Azimut und Elevation auf die erwartete Satellitenposition bei kürzestem Abstand zum Empfänger ausgerichtet. Abbildung 11.2 stellt die für das Experiment ausgerichtete Referenzkanalantenne dar.

Bei der Analyse der Empfangsleistung auf dem Referenzkanal wurde festgestellt, dass die Abtaster der Signalaufzeichnung hier übersteuert wurden. Vergleicht man in Abbildung 11.3 den Verlauf der gemessenen Leistung auf dem Referenzkanal mit dem Leistungsverlauf, welcher durch das Antennenmodell erwartet wird, ergibt sich ein Leistungsverlust von bis zu 10 dB am Maximum der geschwenkten Keule. Ursache dafür ist der zu Beginn fehlerhaft angenommene Sendeantennengewinn von 35 dB [GHF05, Tab. 1], dieser Gewinn bezieht sich jedoch nur auf ein einzelnes *panel* der SAR-Antenne und bemisst nicht den Gewinn der gesamten Gruppenantenne. Durch diese Differenz zum nominellen Gewinn von 46 dB ergab sich so in der Folge auch eine inkorrekte Konfiguration des Empfangsverstärkers.

Trotz des beschriebenen Problems von dem, wenn auch in geringerem Maße, ebenso der Szenenkanal betroffen war, konnte ein bistatisches SAR-Bild berechnet werden.

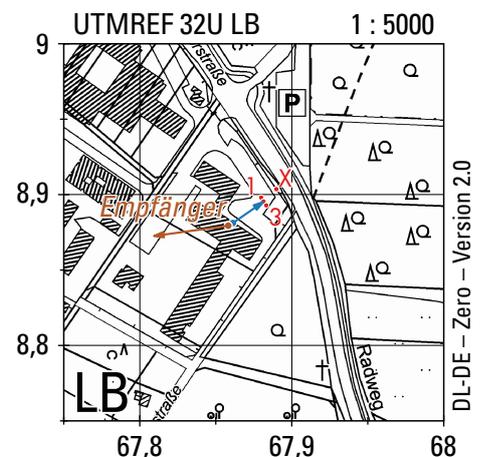


Abbildung 11.1: Position des Empfangssystems auf einem Gebäude des Fraunhofer FHR in Wachtberg.

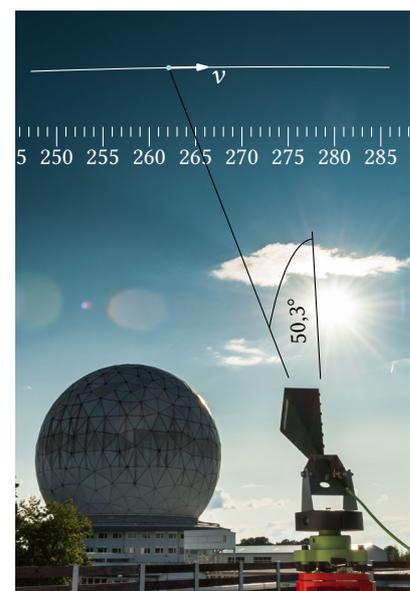


Abbildung 11.2: Antennenausrichtung des Referenzkanals bei der ersten Messung mit TerraSAR-X.

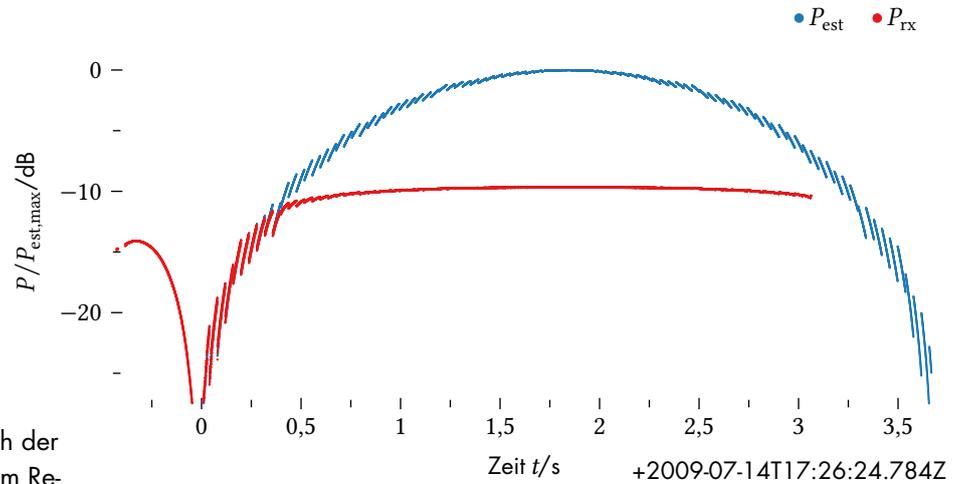


Abbildung 11.3: Vergleich der Empfangsleistung auf dem Referenzkanal mit dem Modell.

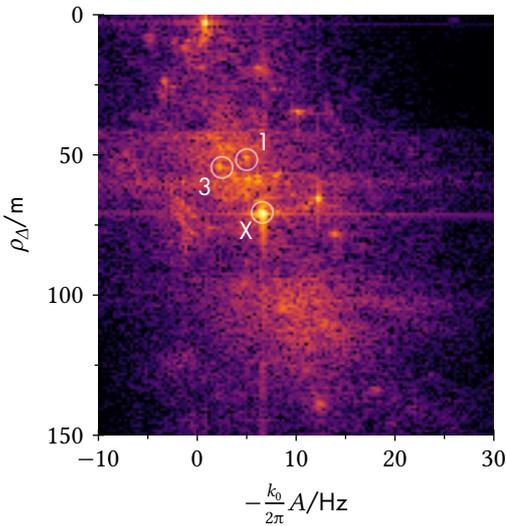


Abbildung 11.4: Bistatisches SAR-Bild der ersten Messung mit TerraSAR-X.

Abbildung 11.4 zeigt dazu das Ergebnis des Quick-Look-Prozessors in seinem typischen Koordinatensystem. Die mit X markierte, starke Reflexion befindet sich dabei, wie auch in der Karte annotiert, an der Umzäunung des Geländes und wird entweder durch eine Reflexion des Zaunes selbst, oder durch Metallstrukturen wie einen Laternenmast verursacht. Von den drei Reflektoren, welche in die Szene eingebracht wurden, sind nur die beiden äußeren, mit 1 und 3 gekennzeichnet, detektierbar. Diese Reflektoren sind zylinderförmig (sogenannte *top hats*), der mittlere Reflektor – ein Tripelspiegel – ist aufgrund des großen bistatischen Winkels im Ergebnis nicht sichtbar. Prinzipiell konnte mit diesem Experiment die technische Möglichkeit, mit dem Empfangssystem und TerraSAR-X bistatische SAR-Bilder zu erzeugen, demonstriert werden. Ferner konnte durch die Messung der Pulsleistung das Empfangssystem angepasst werden.

Die erste Messung mit dem finalen Zweikanalempfänger fand am 07. September 2009 auf dem Dach der Universität Siegen statt. Wie



Abbildung 11.5: Blick vom Empfängerstandort auf die Radarszene.

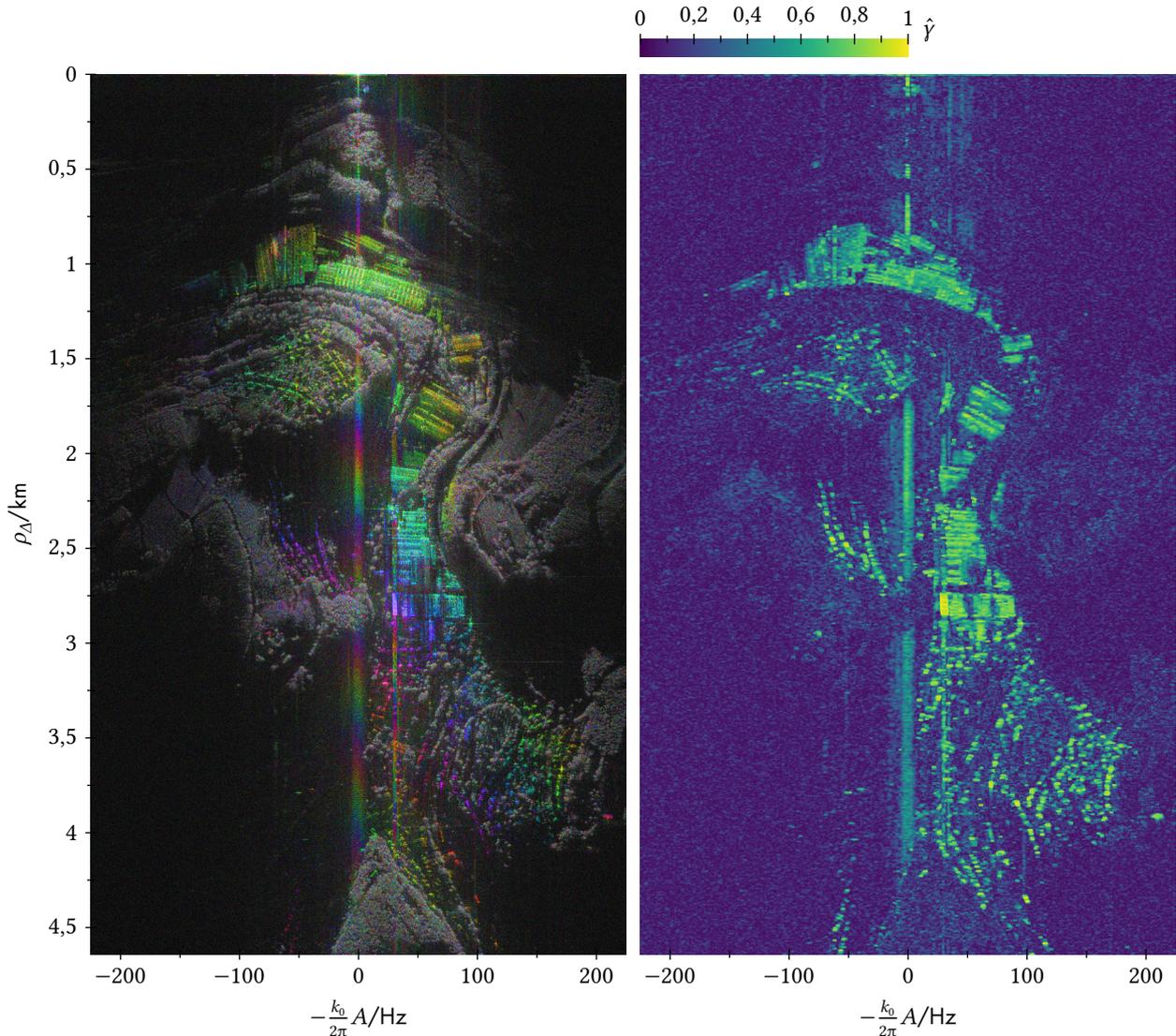


Abbildung 11.6: Interferogramm der Quick-Look-Bilder (links) vom 7. und 18. September 2009, mit dem Betrag ihrer Kohärenz (rechts).

aus Abbildung 11.5 ersichtlich, konnte von diesem Standort auch erstmalig ein größeres Gebiet überblickt werden, wodurch gleichsam eine größere Szenenausdehnung zu erwarten war. Das Ergebnis dieser Messung ist in Abbildung 7.18 auf Seite 112 gegeben. Im Gegensatz zu der in vorherigen Arbeiten demonstrierten prinzipiellen Realisierbarkeit dieser Konfiguration zur bistatischen Bildgebung wurde hier erstmals eine nutzbare Abbildung erzielt.

Dieses Experiment wurde in gleicher Konfiguration nach dem elftägigen Orbitzyklus wiederholt, um eine interferometrische Abbildung der Szene zu erhalten. Abbildung 11.6 stellt links das Interferogramm der zwei Quick-Look-Ergebnisse als Kombination aus Intensität und Phaseninformation dar. Auf der rechten Seite findet sich die Schätzung der Kohärenz<sup>1</sup> der beiden Bilder. Der Betrag der

<sup>1</sup>Die Kohärenz bemisst hier die Ähnlichkeit zwischen zwei Radarbildern und dient als Qualitätsmaß der interferometrischen Phase der Bilder  $I_1$  und  $I_2$ . Sie ist durch

$$\gamma = \frac{E(I_1 I_2^*)}{\sqrt{E(|I_1|^2) E(|I_2|^2)}}$$

gegeben [PR92]. Die Schätzung  $\hat{\gamma}$  erfolgt hier als räumliches Mittel über  $10 \times 10$  Bildpunkte nach Kompensation der erwarteten interferometrischen Phase in  $I_1 I_2^*$ . Die Werte erstrecken sich im Betrag von 0 bei Unähnlichkeit zu 1 bei maximaler Ähnlichkeit.

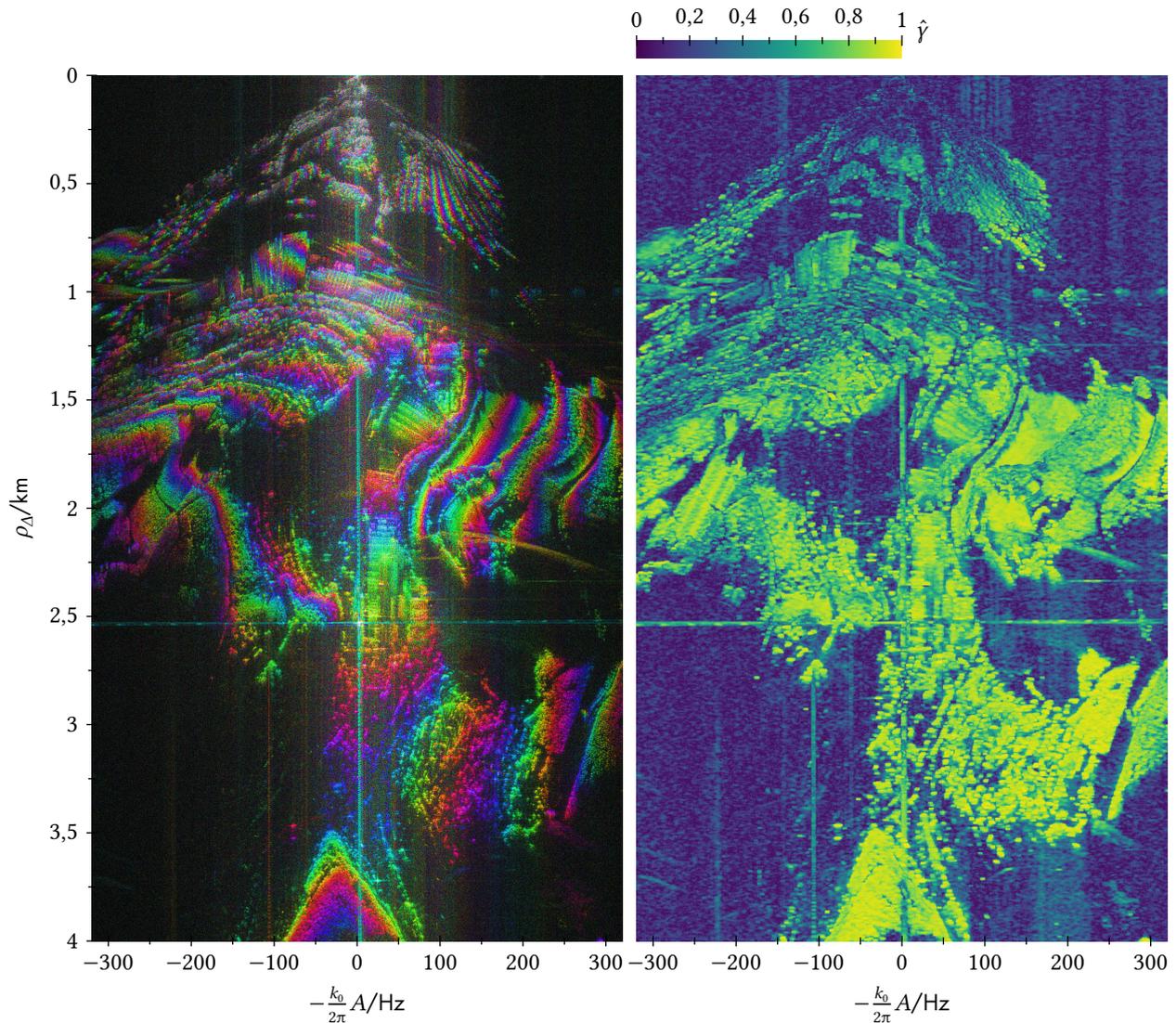


Abbildung 11.7: Interferogramm (links) der Quick-Look-Bilder zweier Empfangskanäle mit vertikaler Basislinie von 90 cm vom 21. Juni 2010, mit dem Betrag ihrer Kohärenz (rechts).

Kohärenz ist hier bei Gebäuden hoch, im Bereich der Vegetation insbesondere für die Reflexionen der Baumkronen ist die interferometrische Phase infolge geringer Kohärenz nicht nutzbar. Grund dafür ist die zeitliche Dekorrelation durch Bewegung in der Radarszene zwischen den 11 Tage auseinanderliegenden Aufnahmen.

Neben der Nutzung zweier Überflüge zur Interferometrie ist es auch möglich mit zwei Kanälen am Empfänger mit einem Satellitenüberflug interferometrische Aufnahmen zu erstellen. Dazu sind die APC der beiden Empfangskanäle um eine Basislinie  $B$  vertikal versetzt. Um diese interferometrische Messung am Empfänger zu ermöglichen sowie einen Kanal mit orthogonaler Polarisierung zu nutzen, wurde das Empfangssystem auf insgesamt vier Kanäle erweitert, sodass drei Kanäle zur Szenenabbildung zur Verfügung stehen. Abbildung 11.7 zeigt in der linken Hälfte das Interferogramm<sup>2</sup> einer

<sup>2</sup>Interferogramme sind hier als Überlagerung der Radarhelligkeit mit der interferometrischen Phase dargestellt.

solchen Anordnung, aufgenommen mit TerraSAR-X als Sender am 21. Juni 2010. Die Kohärenz im rechten Teil der Abbildung ist nun außerhalb der Schattenbereiche im gesamten Bild hoch.

Aus der Geometrie in Abbildung 11.8 kann nun mit dem Kosinussatz durch

$$\begin{aligned} (\rho_R + \delta)^2 &= \rho_R^2 + B^2 + 2\rho_R B \sin \alpha \\ \sin \alpha &= \frac{\delta}{B} - \frac{B}{2\rho_R} \left(1 - \frac{\delta^2}{B^2}\right) \end{aligned} \quad (11.1)$$

eine Beziehung zwischen dem Winkel  $\alpha$  zur Basislinie und  $\Delta\varphi = -k\delta$  der nach *phase unwrapping*<sup>3</sup> eindeutigen Phasendifferenz im Interferogramm gefunden werden. Umgekehrt ist die Differenz der Signalwege

$$\delta = \sqrt{B^2 + 2\rho_R B \sin \alpha + \rho_R^2} - \rho_R \quad (11.2)$$

dann unter der Näherung  $(\delta/B)^2 \approx \sin^2 \alpha$  in (11.1), durch

$$\frac{\delta}{B} \approx \sin \alpha + \frac{B}{2\rho_R} \cos^2 \alpha \quad (11.3)$$

gegeben. Mit der Beziehung (7.3) zwischen den Radarkoordinaten  $\rho$  und  $x = \tau - \tau_0$  können die dreidimensionalen Bodenkoordinaten  $x$ ,  $y$  und  $h$  eines Ziels durch Lösung von

$$\rho = \sqrt{(h_0 + \rho_R \sin \alpha)^2 + \left(y_0 + \sqrt{\rho_R^2 \cos^2 \alpha - x^2}\right)^2} + \rho_R \quad (11.4)$$

nach  $\rho_R$  iterativ aus  $\delta$ , beziehungsweise  $\Delta\varphi$ ,  $\rho$  und  $\tau$  bestimmt werden. Da sich das Interferometer in, beziehungsweise sehr Nahe der Szene befindet, ist die *height of ambiguity* im Gegensatz zur satellitenbasierten Interferometrie sehr stark von der Position des Ziels abhängig. Mit dem horizontalen Abstand  $\rho_G$  des Ziels zum Interferometer und der vertikalen Wellenzahl

$$k_h = \frac{d\Delta\varphi}{dh} = -k \frac{h+B}{\sqrt{\rho_G^2 + (h+B)^2}} + k \frac{h}{\sqrt{\rho_G^2 + h^2}} \approx -k \frac{B}{\sqrt{\rho_G^2 + h^2}} \quad (11.5)$$

wächst diese als

$$h_A = \frac{2\pi}{k_h} \approx -\lambda \frac{\sqrt{\rho_G^2 + h^2}}{B} = -\frac{\lambda}{B} \rho_R \quad (11.6)$$

linear mit  $\rho_R$ . Im Nahbereich durchläuft die Phase daher deutlich mehr Phasenzyklen als in größerer Entfernung.

Mit den zusätzlichen Szenenkanälen am Empfänger können ferner polarimetrische Daten aufgenommen werden. Der Satellit sendet dabei abwechselnd in horizontaler ( $h$ ) und vertikaler ( $v$ ) Polarisation, das HITCHHIKER-System empfängt jeweils in horizontaler ( $h'$ ) und vertikaler ( $v'$ ) Polarisation. Da sich in diesem bistatischen Fall die Polarisationvektoren  $h$ ,  $v$  und  $h'$ ,  $v'$  von Senden und Empfangen unterscheiden, ist auch die Streumatrix nicht

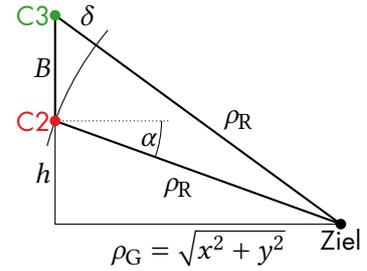


Abbildung 11.8: Geometrie der empfängerseitigen Interferometrie.

<sup>3</sup>Kapitel 2.1, S. 25

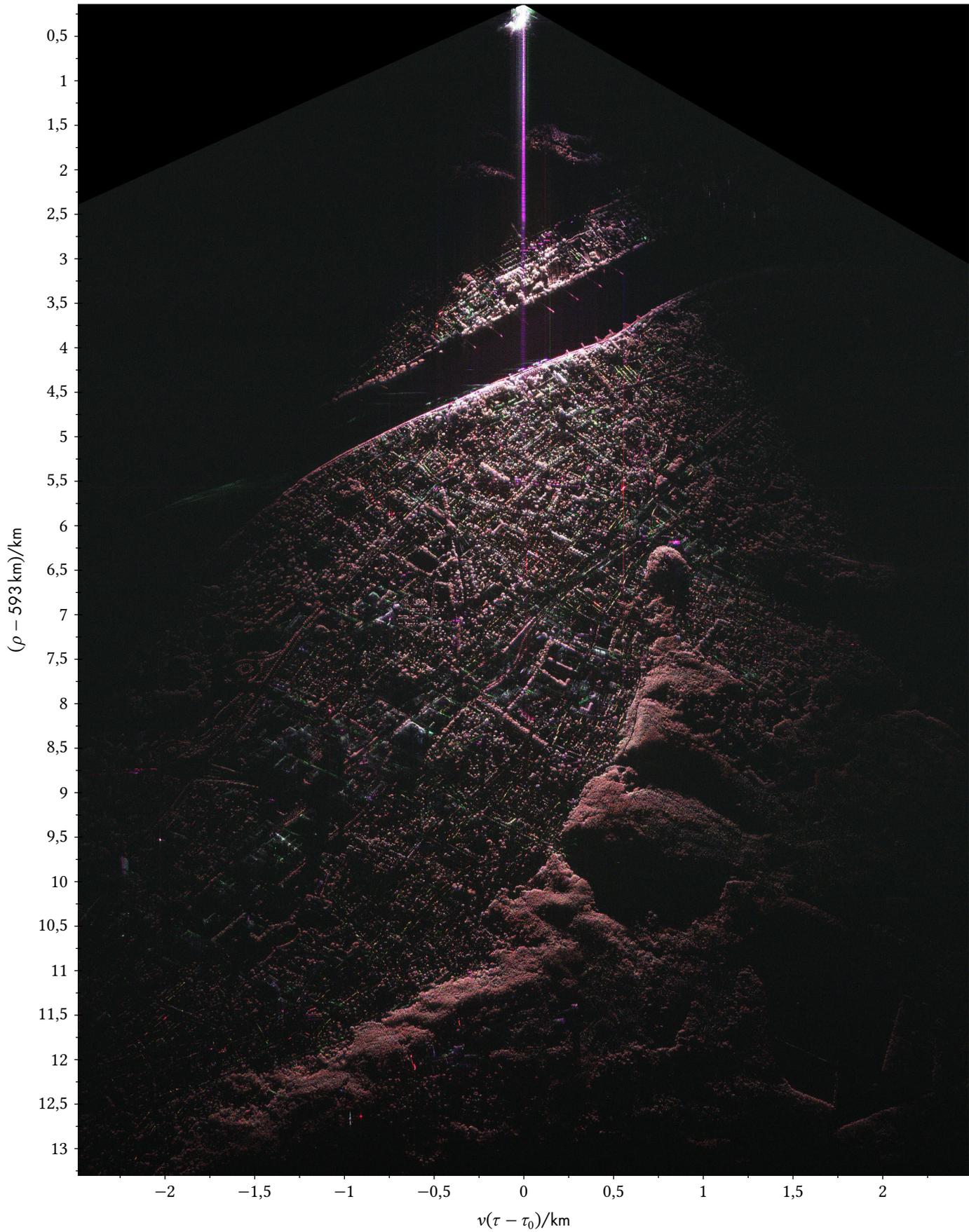


Abbildung 11.9: Bistatisches Radarbild von Bonn, aufgenommen mit TerraSAR-X durch den HITCHHIKER-Empfänger. In den Farbkanälen dargestellt sind drei der vier Komponenten der Pauli-Basis der vollpolarimetrischen Aufnahme.

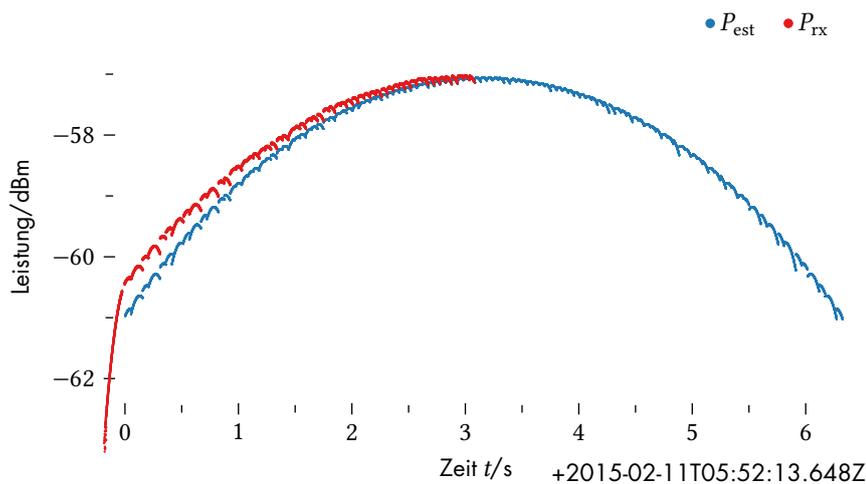


Abbildung 11.10: Empfangsleistung des Experiments in Koblenz mit dem erwarteten Leistungsverlauf der gesamten Apertur der *staring spotlight*-Aufnahme.

mehr symmetrisch [Clo05] und die Komponente  $z_3$  der Pauli-Basis verschwindet nicht. Abbildung 11.9 zeigt ein derart gemessenes vollpolarimetrisches, bistatisches Radarbild von Bonn<sup>4</sup>. Zur Darstellung beinhalten die Farbkanäle die Komponenten  $(z_0, z_2, z_1)$  des nun vierdimensionalen Vektors in der Pauli-Basis. Ein Ansatz zur Interpretation der bistatischen Streumatrix ist in [Clo06] gegeben. Als erweiterte Entropie- $\alpha$ -Zerlegung werden dazu Eigenwerte und Eigenvektoren der sogenannten Kohärenzmatrix als dyadisches Produkt des Pauli-Vektors mit seiner Konjugierten untersucht.

Mit der Beteiligung an der Ausschreibung [PL-4127] zur Nutzung neuer Modi bei TerraSAR-X, konnten unter dem bewilligten Antrag MTH2290 im November 2014 erstmals Experimente mit dem HITCHHIKER-Empfänger unter Nutzung des *staring spotlight mode* von TerraSAR-X durchgeführt werden. Da die Antennenkeule des Satelliten hierbei an einem Ort am Boden verweilt, kann auch die synthetische Apertur, welche durch den stationären Empfänger genutzt werden kann, deutlich vergrößert werden. Die Aufnahmedauer beträgt bei einem Schwenkwinkel von  $\pm 2,2^\circ$ , mit dem Einfallswinkel zunehmend,  $6,2\text{ s} - 7,7\text{ s}$ . Da die verbleibende Szenenausdehnung entlang der Satellitenbewegung, begrenzt durch die Keulenbreite der Sendeantenne, mit  $4\text{ km}$  dabei in dieser Anwendung ohnehin in etwa gleich der zu erwartenden Szenenausdehnung durch das Blickfeld eines Empfängers am Boden ist, entstehen hierdurch keine Einschränkungen gegenüber dem *sliding spotlight mode*.

Das nun beschriebene Experiment wurde durch das HITCHHIKER-Empfangssystem zusammen mit TanDEM-X am 11. Februar 2015 in Koblenz durchgeführt. Vergleicht man in Abbildung 11.10 die dabei gemessene Leistung<sup>5</sup> am Ort des Empfängers mit dem Antennenmodell  $P_{\text{est}}$ , konnte etwa die Hälfte der gesamten Apertur von  $6,3\text{ s}$  vom Empfangssystem erfasst werden. Die Speicherkapazität des Signalrekorders ließ hierbei keine längere Aufnahme zu.

Um eine gute Szenenabdeckung mit den Empfangsantennen zu erreichen, befand sich der Empfänger etwa  $90\text{ m}$  oberhalb der Szene an der Festung Ehrenbreitstein. Gemäß Abbildung 11.11 waren zwei Empfangskanäle (C2 und C3) mit horizontaler Polarisierung als Interferometer mit einer vertikalen Basislinie von  $90\text{ cm}$  angeordnet,

<sup>4</sup>Der Empfängerstandort war am ehemaligen Bundesgästehaus auf dem Petersberg (Siebengebirge).

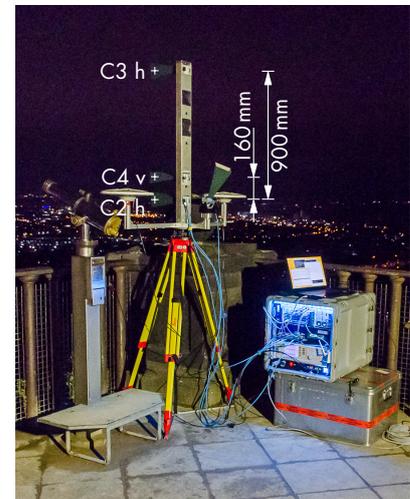


Abbildung 11.11: Die Antennenkonfiguration während des Experiments in Koblenz.

<sup>5</sup>bezogen auf eine isotrope Empfangsantenne

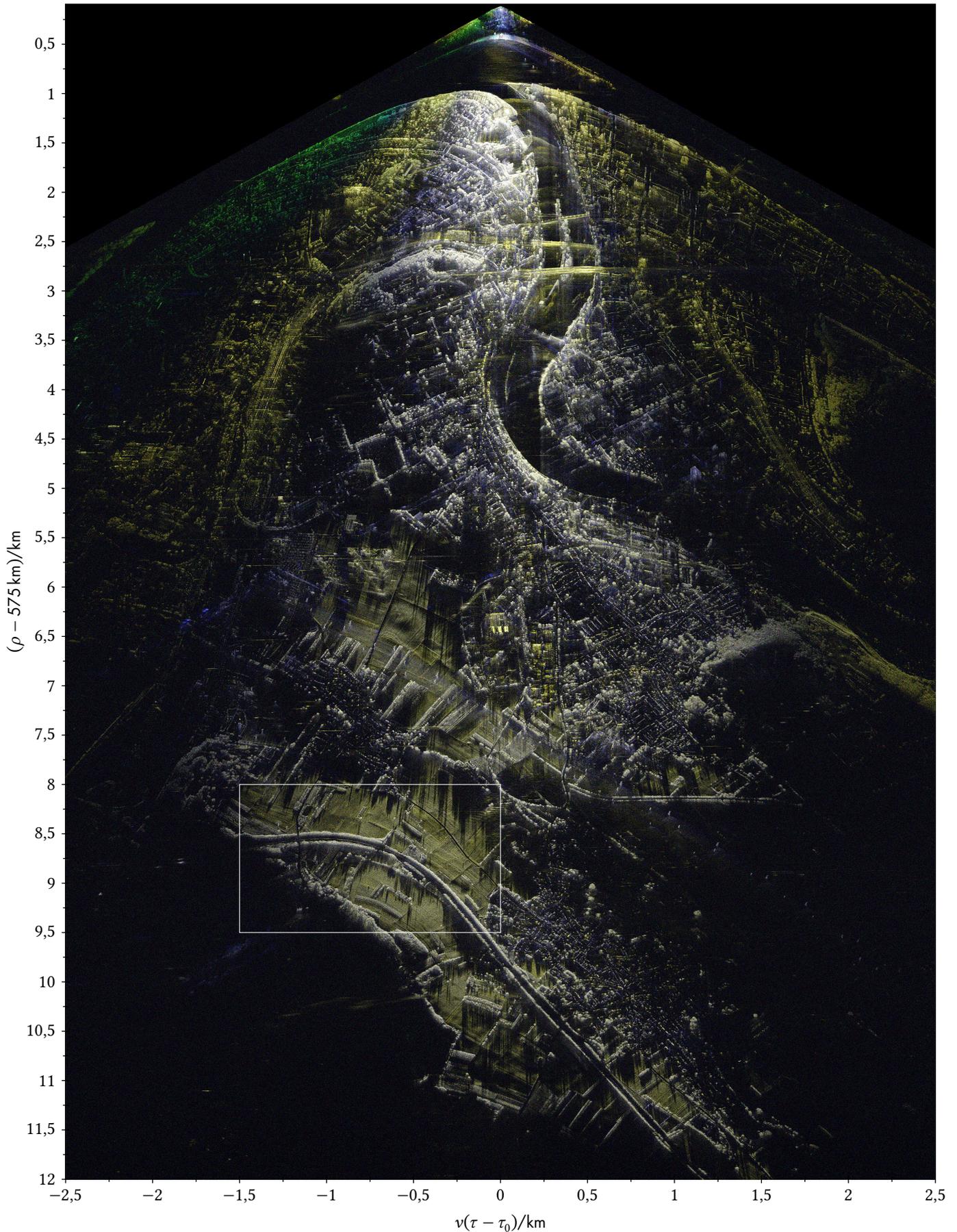


Abbildung 11.12: Bistatisches Radarbild von Koblenz, aufgenommen mit TanDEM-X im *staring spotlight mode* durch den HITCHHIKER-Empfänger. In den Farbkanälen ist die Leistung der drei Szenenkanäle dargestellt.

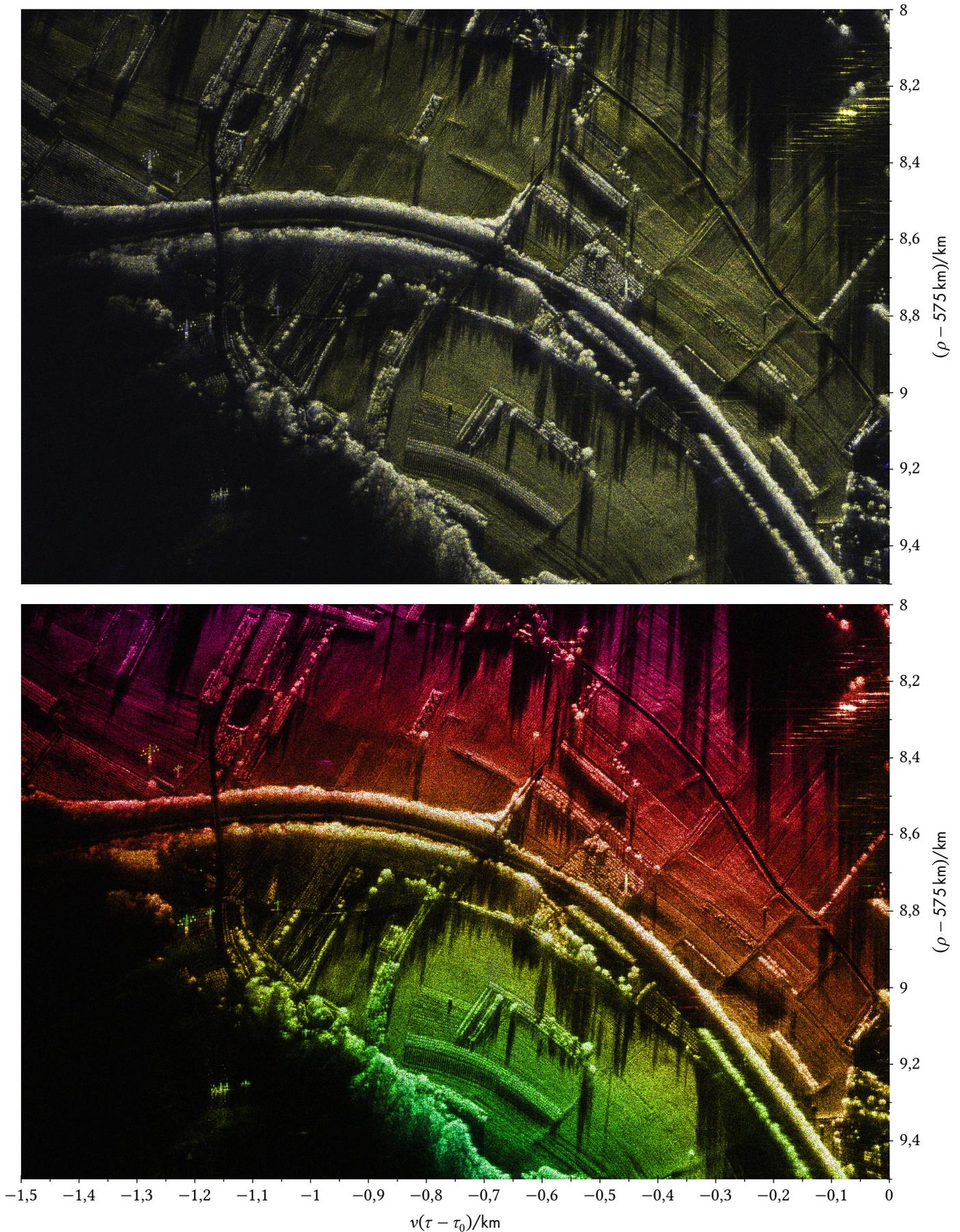


Abbildung 11.13: Detail des bistatischen Radarbildes von Koblenz. Das untere Ergebnis zeigt die interferometrische Phase zwischen den Kanälen C3 und C2. Die Bodenauflösung beträgt in diesem Bereich der Aufnahme 70 cm.

Kanal C4 befand sich mit möglichst geringem vertikalen Versatz von 16 cm zu C2 mit orthogonaler, also vertikaler Polarisation. Die Phasendifferenz zwischen C3 und C2 kann hierbei genutzt werden, um die aufgrund der verbleibenden Basislinie geometrisch bedingte Phasenverschiebung zwischen C4 und C2 zur Polarimetrie zu kompensieren. Der Sender beleuchtete bei dem Experiment die Szene, unter einem Einfallswinkel am Empfänger von  $27,7^\circ$ , mit horizontaler Polarisation.

Das Ergebnis des Experiments ist in Abbildung 11.12 als bistatisches SAR-Bild, verarbeitet mit dem Ortsbereichsprozessor mit Polynommodell, in Radarkoordinaten gegeben. Die Bilder der drei Szenenkanäle C2, C3 und C4 sind hier jeweils in logarithmischer Darstellung der Radarahelligkeit als Farbkanäle der Abbildung gesetzt. Da somit der rote und grüne Bildkanal die gleiche Polarisation zeigen, erscheint das Bild hauptsächlich gelb. Der grüne Bereich wird durch eine Abschattung der unteren Antenne verursacht. Da Volumestreuer auch in der Kreuzpolarisation reflektieren, wird Vegetation weiß dargestellt. Die Bodenausdehnung der Aufnahme beträgt entlang der Bewegung 5 km und senkrecht dazu circa 8 km. Um die Nebenzipfel bei der hohen Dynamik des Bildes von 75 dB zu reduzieren, wurde das Bildspektrum in beiden Dimensionen mit einem Hamming-Fenster gewichtet.

Der markierte Bildbereich ist in Abbildung 11.13 zusätzlich als Vergrößerung gegeben. In diesem Bereich erreicht die Bodenauflösung des Bildes 70 cm, in Radarkoordinaten beträgt die Auflösung des Bildes 1 m in Entfernungsrichtung und 70 cm entlang der Senderbewegung. Der untere Teil der Abbildung zeigt das Interferogramm der Kanäle C3 und C2. Mit der Basislinienlänge von  $B = 90$  cm ergibt sich hier durch den großen Abstand zum Empfänger eine *height of ambiguity* von  $h_A = 200$  m. Ein Freileitungsmast von 50 m Höhe, wie er links im Bild zu sehen ist, durchläuft entlang der Vertikalen demnach ein Viertel der Wellenlänge.

## Bistatisches Experiment mit dem PAMIR-System

Im Rahmen einer Messkampagne des PAMIR-Systems[EB02; Wil+06] des Fraunhofer FHR, einem flugzeuggestützten, hochauflösendem SAR mit aktiver, phasengesteuerter Gruppenantenne, wurden im September 2014 auch Messungen in Siegen durchgeführt. Dabei handelte es sich um die Aufnahme eines Bildstapels zur Tomografie mit acht vertikal versetzten, linearen Trajektorien, um senkrecht zu Entfernungsrichtung und synthetischer Apertur eine zusätzliche Apertur zur dreidimensionalen Zielabbildung aufzuspannen. Die einzelnen SAR-Aufnahmen erfolgten dabei im *sliding spotlight mode* mit einer Bandbreite von 1,8 GHz um 9,4 GHz im X-Band. In Abbildung 11.14 sind die tatsächlich geflogenen Bodenspuren sowie, im rechten Teil der Abbildung, der Verlauf der Flughöhe zu den acht Aufnahmen dargestellt.

Da die Bandbreite des HITCHHIKER-Empfängers mit  $B_r = 500$  MHz bei 9,65 GHz vollständig innerhalb der Sendebandbreite

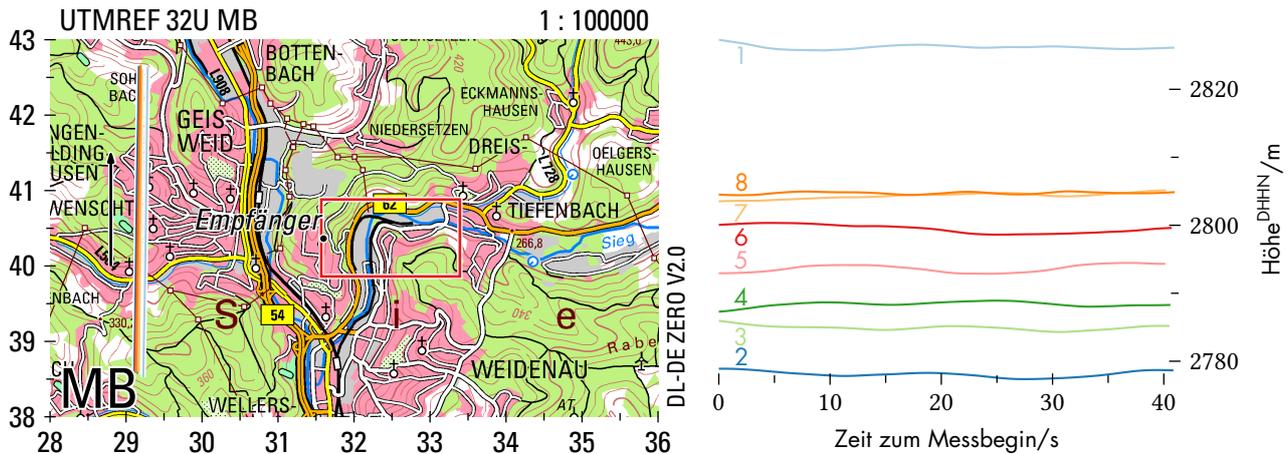


Abbildung 11.14: Der tatsächliche Verlauf der Bodenspur sowie der Flughöhe der acht Trajektorien beim tomografischen PAMIR-Experiment. Ferner sind Position und Szenenausdehnung für das HITCHHIKER-Empfangssystem dargestellt.

des PAMIR-Systems liegt, wurde das Empfangssystem ergänzend in die Szene eingebracht, um seinerseits mit seinen drei Szenenkanälen zu jeder geflogenen Trajektorie jeweils drei bistatische Bilder aufzuzeichnen. Die Antennen von C3 und C4 sind dazu, bezogen auf das APC des Kanals C2, mit einer Basislinie von 900 mm und 160 mm ebenfalls vertikal zueinander versetzt.

In Abbildung 11.15 ist die Anordnung aus Sende- und Empfangspositionen schematisch mit den bistatischen Entfernungsellipsen zum Ziel, für jede Sende- Empfangskombination dargestellt. Mit dieser Konfiguration entsteht ein Stapel aus  $3 \cdot 8 = 24$  bistatischen SAR-Bildern. Abbildung 11.16 stellt die Empfangsleistung an der Referenzkanalantenne  $P_{RX}$ , der Messung mit Trajektorie T7, bezogen auf einen Isotropstrahler dar. Die gemessene Leistung zeigt dabei eine gute Übereinstimmung mit dem Modell der im *sliding spotlight* geschwenkten Sendeantenne<sup>6</sup>, welches zur Fokussierung der Daten und Überprüfung der Synchronisation genutzt wird. Wird hiernach eine Breite der geschwenkten Keule  $2\varphi_0$ , beziehungsweise Dauer der synthetischen Apertur von  $T = 4$  s angenommen, ergibt sich damit zumindest in der Nähe des Empfängers, bei einem Abstand zum Sender von  $\rho_t = 3,4$  km und mit einer Geschwindigkeit des Senders von  $v = 100$  m s<sup>-1</sup>, im bistatischen Fall mit dem stationären Empfänger analog zu (2.22) eine Auflösung von

$$\delta_x = \frac{\lambda}{2} \frac{1}{\sin \varphi_0} \tag{11.7}$$

und mit  $\sin \varphi_0 = vT \cdot \sqrt{v^2 T^2 + 4\rho_t^2}^{-1}$

$$= \frac{\lambda}{2} \sqrt{1 + 4 \frac{\rho_t^2}{v^2 T^2}} \approx \lambda \frac{\rho_t}{vT} = 26 \text{ cm} \tag{11.8}$$

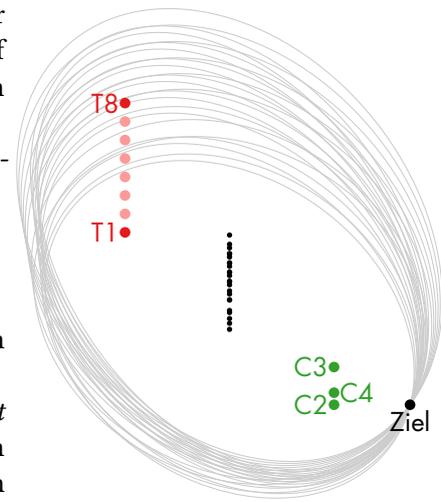


Abbildung 11.15: Entfernungsellipsen beim bistatischen Experiment zur Tomografie.

<sup>6</sup>Zusätzlich kann durch die feine Abstufung der Schwenkwinkel kontinuierlich die Orientierung der Plattform ausgeglichen werden.

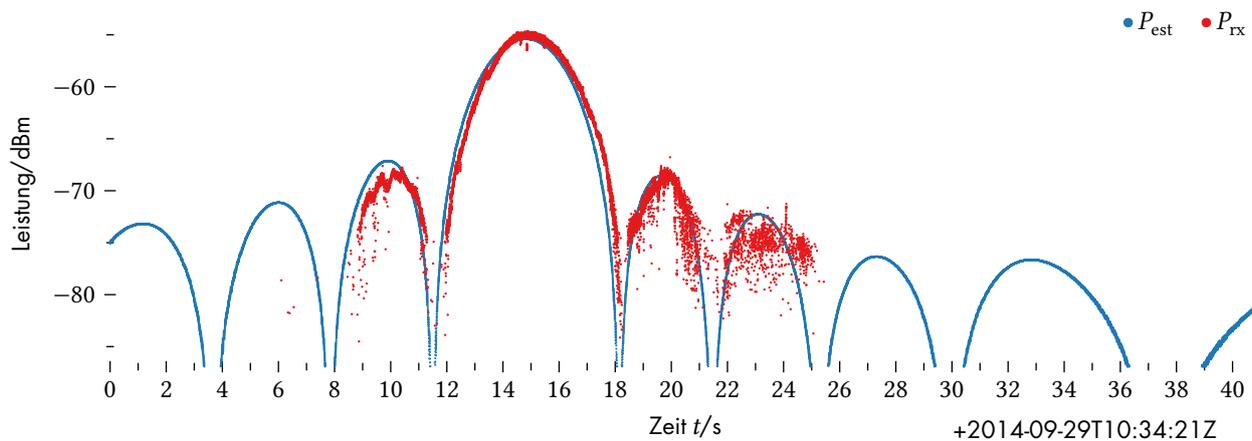


Abbildung 11.16: Empfangsleistung auf dem Referenzkanal des HITCHHIKER-Empfängers für eine der PAMIR-Aufnahmen, zusammen mit dem modellierten Leistungsverlauf der gesamten Apertur.

entlang der Bewegungsrichtung. Die Auflösung in der bistatischen Entfernung beträgt  $\delta_\rho = c B_r^{-1} = 60$  cm.

Die tomografische Verarbeitung der Daten ist bislang nicht erfolgt. In Abbildung 11.17 ist ein fokussiertes, bistatisches SAR-Bild aus den Experimenten dargestellt. Das Ergebnis ist aus der Messung mit Trajektorie T7 entstanden und zeigt das Interferogramm der Empfangskanäle C3 und C2 als Differenz zum Höhenmodell, welches zur Fokussierung der Daten in Bodenkoordinaten eingesetzt wurde. Zum Vergleich ist im oberen Teil der Abbildung ein Orthofoto der Szene gegeben.

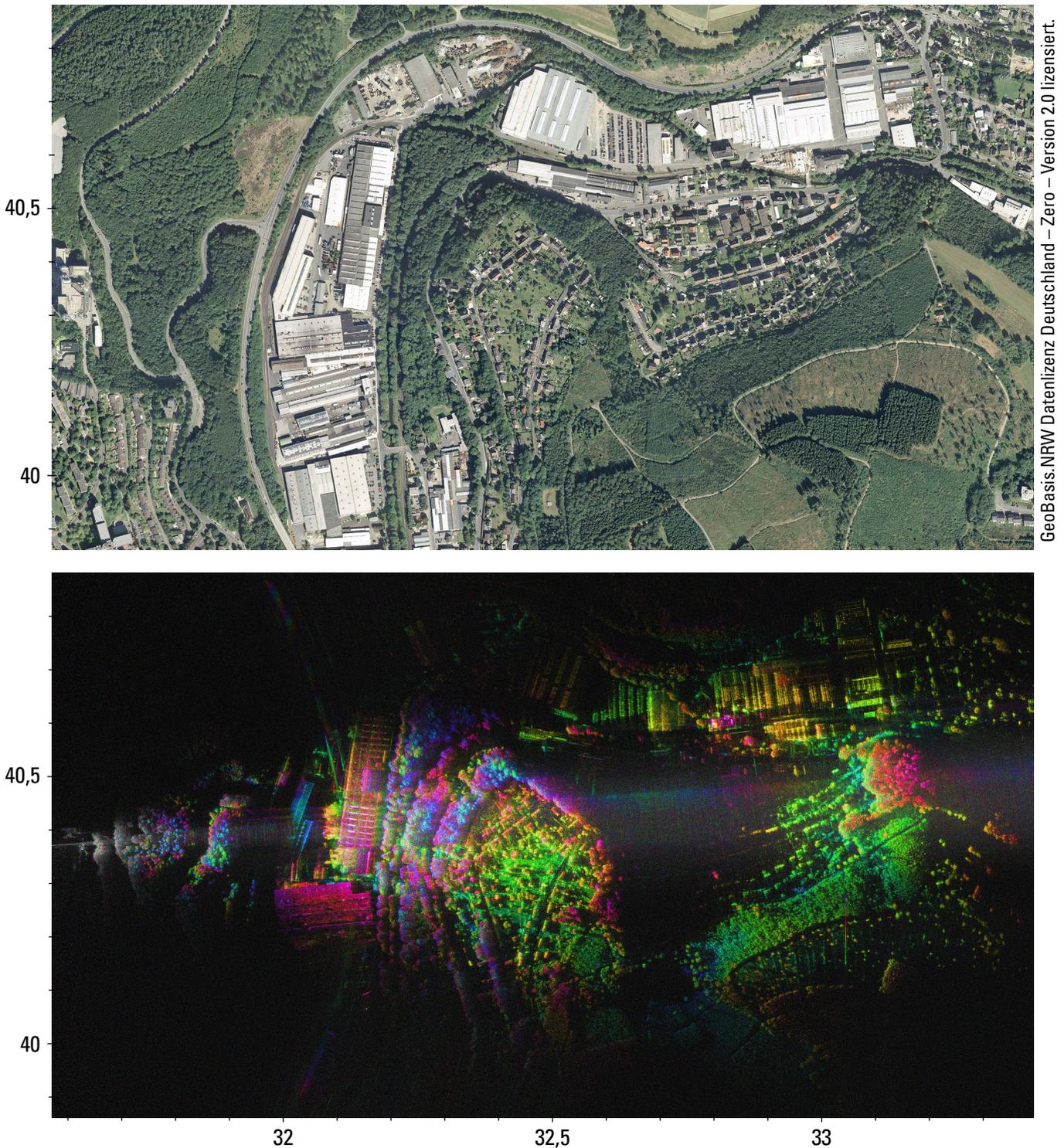
## Experimente zur Charakterisierung des PAZ-Systems

Mit Eröffnung der wissenschaftlichen Nutzung der PAZ-Mission durch die Ankündigung [PAZ-AO] wurde seitens der HITCHHIKER-Projektgruppe ein Antrag gestellt, das SAR auf PAZ in bistatischen Experimenten mit dem HITCHHIKER-System zu verwenden, welcher unter der Förderkennung *AO\_001-010\_nies.holger* im Juli 2019 bewilligt wurde. Im Rahmen der Vorbereitung der Experimente wurde durch die Kalibrier- und Validierungsgruppe, das *PAZ CALVAL CENTRE* [Muñ+18] der spanischen Raumfahrtagentur INTA angefragt, ob das Empfangssignal des Referenzkanals des HITCHHIKER-Empfängers zur Analyse des Sendesignals und der Antennencharakteristik zur Verfügung gestellt werden könne [Bon19].

Um einen möglichst großen Winkelbereich bei der Messung der Antennencharakteristik zu erfassen, wurde das HITCHHIKER-System um das im Kapitel 8.3 beschriebene Triggersystem erweitert und durch das *PAZ CALVAL CENTRE* eine SAR-Aufnahme im *strip-map mode* mit großer Ausdehnung entlang der Bewegungsrichtung und damit langer Aufnahmedauer konfiguriert. Der Satellit sendete dabei abwechselnd in horizontaler und vertikaler Polarisation, sodass

UTMREF 32U MB

05.09.2013



GeoBasis.NRW Datenlizenz Deutschland – Zero – Version 2.0 lizenziert.

Abbildung 11.17: Fokussiertes Ergebnis für Trajektorie T7 des tomografischen Experiments mit PAMIR und HITCHHIKER vom 29. September 2014. Das bistatische Radarbild ist in Bodenkoordinaten gegeben und mit der interferometrischen Phase zwischen Kanal C3 und C2 des Empfängers überlagert. Gezeigt ist dabei die Phasendifferenz zum Höhenmodell, welches zur Prozessierung eingesetzt wurde. Der obere Teil zeigt zum Vergleich ein Orthofoto.

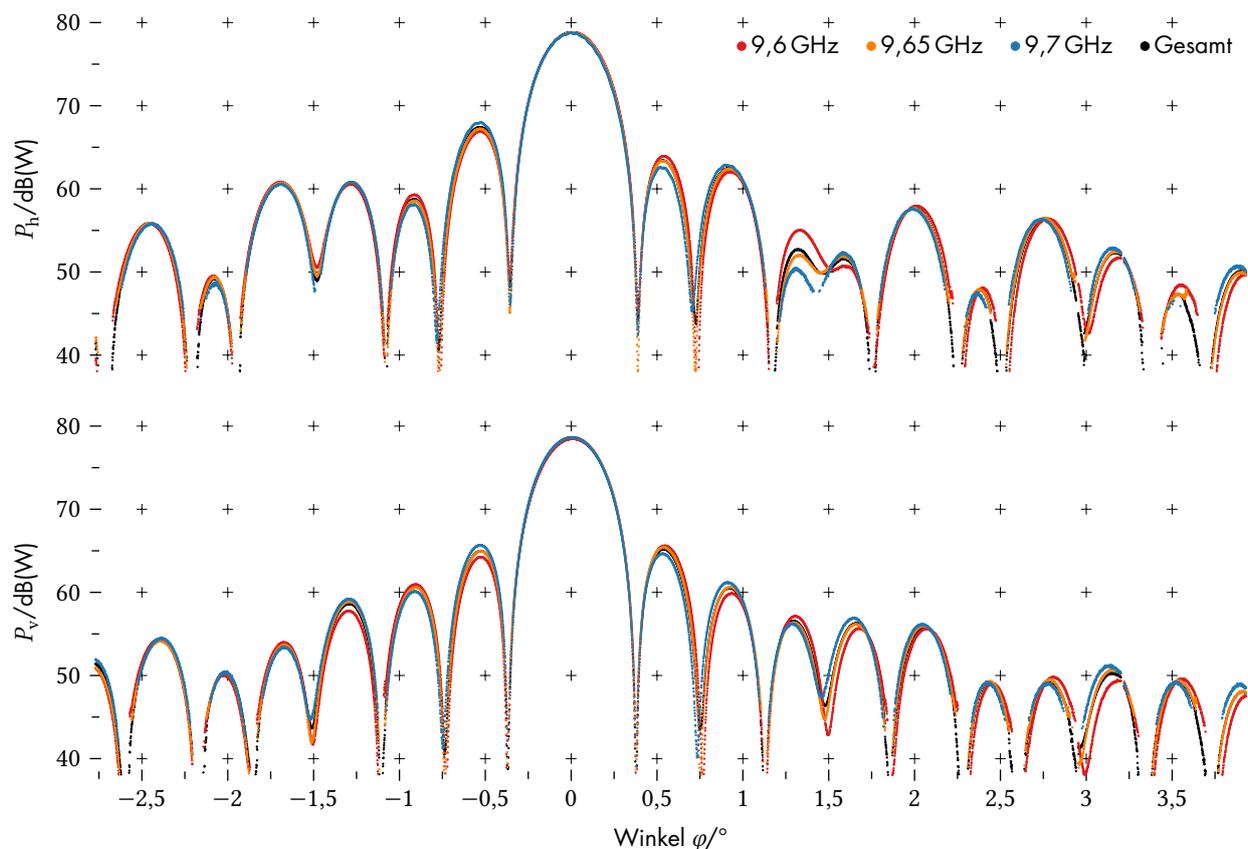


Abbildung 11.18: Die durch das HITCHHIKER-System gemessene Antennencharakteristik des PAZ-Instruments. Das obere Diagramm zeigt die horizontale, das untere die vertikale Polarisation. Die Werte beziehen sich auf die EIRP. Neben dem Diagramm für die Gesamtbandbreite, ist die Charakteristik auch für drei Subbänder von 50 MHz Breite bei unterschiedlichen Mittenfrequenzen gegeben.

durch gleichzeitige Messung mit zwei Empfangskanälen ebenfalls beider Polarisationsrichtungen, auch die Diagramme der horizontal und der vertikal polarisierten Sendeantenne simultan erfasst wurden.

In dieser Konfiguration konnten in einem Experiment am 13. Januar 2020 insgesamt 56 125 Pulse in einer Zeitspanne von 9,4 s aufgezeichnet werden. Das Ergebnis dieses Experiments ist in Abbildung 11.18 dargestellt. Das obere Diagramm zeigt die Charakteristik der horizontalen, das untere der vertikal polarisierten Sendeantenne. Dargestellt sind jeweils nur die zum Empfangskanal kopolarisierten Sendepulse. Die gemessene Leistung, kalibriert auf den Ausgang der Empfangsantennen, wurde mithilfe der Charakteristik der Empfangsantennen in die Strahlungsdichte  $S_r$  am Empfangsort und weiter über

$$P_{h,v}(\varphi) = 4\pi r^2 S_r(\varphi, \varphi; r) = C^2(\varphi, \varphi) P_{\text{eirp}} \quad (11.9)$$

in eine Leistung an der Sendeantenne überführt und bezieht sich damit auf die EIRP. Der Winkel entlang der Bewegungsachse  $\varphi(t)$  sowie der für die Dauer der Aufnahme näherungsweise konstante Blickwinkel  $\phi$  wurden dabei mit dem Abstand  $r(t)$  zum APC des Senders aus der gemessenen Orientierung und Position von Sender

und Empfänger bestimmt. Neben der Leistung bei der Gesamtbandbreite von 150 MHz, ist die Charakteristik der Antennen auch für drei Subbänder von 50 MHz Breite gegeben.

Während der Synchronisation zwischen dem Sendesystem und dem HITCHHIKER-Empfänger durch Analyse des Referenzsignals (Kap 10.3), wird beim Vergleich des Empfangsphasenverlaufs mit dem erwarteten Verlauf durch die Übertragungstrecke auch die Phasendifferenz zwischen den Lokoszillatoren von Sender und Empfänger bestimmt. Da die Frequenz der Oszillatoren im HITCHHIKER-System durch Nutzung eines GPSDO mit einer Langzeitstabilität von  $10^{-12}$  gegenüber der Abweichung des Sendeoszillators als fehlerfrei angenommen wird, kann die Frequenzabweichung des Satellitensystems damit absolut gemessen werden. In Abbildung 11.19 ist die so ermittelte relative Abweichung gegenüber dem spezifizierten Wert der USO-Frequenz für die Experimente des HITCHHIKER-Systems mit dem PAZ-Satelliten über der Zeit aufgetragen. Der Fehler liegt damit in der gleichen Größenordnung wie die relative Abweichung der Oszillatoren von TerraSAR-X mit  $\delta_{f,TSX,1} = -69,7(6) \cdot 10^{-9}$  und TanDEM-X mit  $\delta_{f,TDX,2} = -116,7(9) \cdot 10^{-9}$  [Bal+14]. Ferner wird im Verlauf der Synchronisation auch eine Replik des Sendesignals als gewichtetes Mittel des Signals auf dem Referenzkanal bestimmt. Für ein Experiment am 08. März 2020 ergibt sich dabei in Abbildung 11.20 ein ähnliches Spektrogramm mit den charakteristischen Harmonischen beim Sendepuls des PAZ-Instruments, wie es bereits von TerraSAR-X und TanDEM-X bekannt ist. Die Ergebnisse dieser Messungen sind darüberhinaus in [Beh+21] veröffentlicht.

Um die geometrische Genauigkeit in den bistatischen Experimenten insgesamt zu beurteilen, wurde der Transponder aus Kapitel 8.7 erstmals am 25. September 2019 in einem Experiment mit PAZ eingesetzt. Dazu wurde dieser in einem Abstand von 4,3 km zur Szenenantenne des Empfängers auf einem Feld in der Szene platziert und die Position seiner APC mittels RTK-GNSS vermessen. Abbildung 11.21 zeigt dieses Feld in einem Ausschnitt des bistatischen Radarbildes.

Wird das Empfangssignal der Szenenantenne mithilfe des Referenzsignals pulskomprimiert und damit auf das Sendesignal synchronisiert, so bezieht sich die Entfernungsmessung dieses Ergebnisses  $s(\Delta r, t)$  auch auf die Differenz zwischen der Laufzeit des Signalwegs vom Sender über die Szene zum Szenenkanal und der Laufzeit auf dem direkten Weg zwischen Sender und Referenzkanalantenne. Um das Transpondersignal zu fokussieren, kann nun dessen Verzögerung  $\Delta R$  kompensiert werden, indem das Spektrum  $S(k, t) = S_r(k, t) \cdot S_{r,0}^*(k, t)$  der Pulscompression über der Wellenzahl  $k$ , mit

$$S(k, t)' = S(k, t) \cdot e^{jk\Delta R(t)}, \quad (11.10)$$

dem entsprechenden Phasenterm gewichtet wird. Durch inverse Fouriertransformation ergibt sich dann mit  $s'(\Delta r, t)$  bei perfekter Kompensation für das Signal des Transponders ein über  $t$  konstanter Impuls bei  $\Delta r = 0$  m. Durch Fouriertransformation über  $t$  ergibt sich

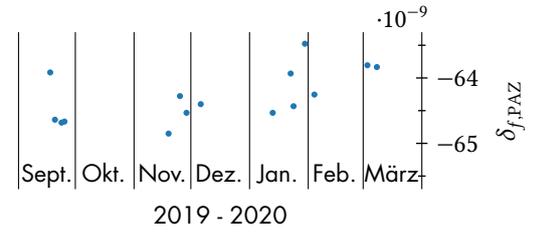


Abbildung 11.19: Relative Frequenzabweichung des USO auf PAZ.

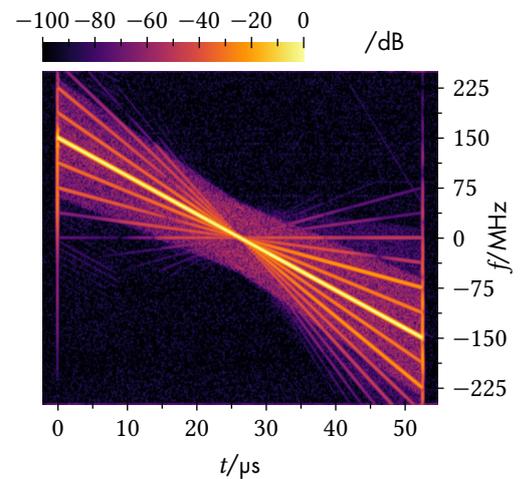


Abbildung 11.20: Pulsreplik des PAZ-Instruments im Spektrogramm.

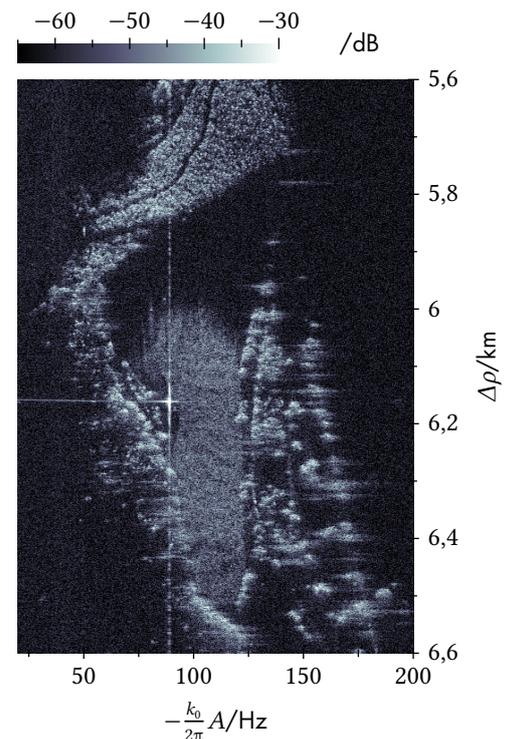


Abbildung 11.21: Der Transponder im Quick-Look Ergebnis.

dann auch im resultierenden Frequenzbereich  $\Delta f_D$  ein Impuls bei  $\Delta f_D = 0$  Hz. Neben dem geometrischen Signalweg  $\Delta R_g = R_{t,x} + R_{x,r} - R_{t,r,0}$  entstehen durch die interne Laufzeit des Transponders mit  $\Delta R_e = 1,756$  m und insbesondere durch die Signalausbreitung in der Troposphäre (Kap 5.3) weitere Beiträge zur Verzögerung.

Während sich das Empfangssystem bei diesem Experiment auf einer Höhe von 314,44 m (NHN) befand, war der Transponder etwa 50 m höher, auf 364,81 m (NHN) positioniert. Obwohl der Elevationswinkel zum Satelliten am Transponder geringer ist und damit der Betrag durch die *mapping function* größer, ist die Zenitverzögerung aufgrund seiner Höhe geringer, sodass sich diese Effekte kompensieren und die Signalverzögerung  $\Delta R_{t,x}$  durch die Troposphäre auf dem Weg zwischen Sender und Transponder näherungsweise gleich der zusätzlichen Verzögerung  $\Delta R_{t,r,0}$  auf dem Signalpfad des Referenzkanals ist. Mit dem in Kapitel 5.3 beschriebenen Modell ergibt sich hier trotz einer signifikanten Verzögerung von  $\Delta R_{t,r} = 2,454$  m auf dem einzelnen Pfad, eine vernachlässigbare Differenz von  $\Delta R_{t,x} - \Delta R_{t,r} = -5,3$  mm.

Der verbleibende Signalweg  $R_{x,r}$  zwischen Transponder und Empfänger verläuft jedoch vollständig im bodennahen, dichten Teil der Troposphäre und die Verzögerung durch die hier vorzufindende Brechzahl geht direkt in die Signalverzögerung ein. Um die Brechzahl zu bestimmen, werden Messdaten der Wetterstation des Forschungsinstitut Wasser und Umwelt der Universität Siegen genutzt. Während des Experiments hat diese einen Luftdruck von  $P = 971$  hPa an der Station, eine Lufttemperatur von  $T = 13,1$  °C und eine relative Feuchte von  $U = 98,76$  % erfasst. Mit dem Sättigungsdampfdruck  $E(P, t)$  nach (5.36) beträgt damit der Partialdruck des Wasserdampfes damit  $e = 14,95$  hPa. Aus dem Luftdruck  $P$  an der Wetterstation wird durch Reduktion mittels barometrischer Höhenformel [Löf12, (7.3)] der Luftdruck  $P_x = 963,76$  hPa am Transponder und  $P_r = 969,49$  hPa am Empfänger bestimmt. Nach (5.34) ergibt sich mit diesen Werten ein Funk-Brechungsvermögen von  $N_x = 329,37$  am Transponder und  $N_r = 330,93$  am Empfänger. Die Werte für die Lufttemperatur und den Wasserdampfdruck wurden dabei gleich der Messung der Wetterstation angenommen. Nimmt man weiter an, dass sich das Brechungsvermögen linear entlang des Pfades ändert, ergibt sich daraus eine Verzögerung von  $\Delta R_{x,r} = R_{x,r} \cdot \frac{N_x + N_r}{2} \cdot 10^{-6} = 1,421$  m.

Insgesamt ist damit der Differenzsignalweg  $\Delta R$  über den Transponder mit der Position der APC von Sender  $\mathbf{p}_t$ , der Empfangs- und Sendeantenne des Transponders  $\mathbf{p}_{x,r}$  und  $\mathbf{p}_{x,t}$  sowie des Szenen- und Referenzkanals des Empfängers  $\mathbf{p}_r$  und  $\mathbf{p}_{r,0}$  durch

$$\Delta R(t) = \|\mathbf{p}_t(t) - \mathbf{p}_{x,r}\| + \|\mathbf{p}_{x,t} - \mathbf{p}_r\| - \|\mathbf{p}_t(t) - \mathbf{p}_{r,0}\| + \Delta R_{t,x}(t) - \Delta R_{t,r}(t) + \Delta R_{x,r} + \Delta R_e \quad (11.11)$$

gegeben. Wird das komprimierte Empfangssignal mit diesem  $\Delta R$  zurückgeschoben, ergibt sich nach der Fouriertransformation das in Abbildung 11.22 dargestellte, fokussierte Transpondersignal. Die

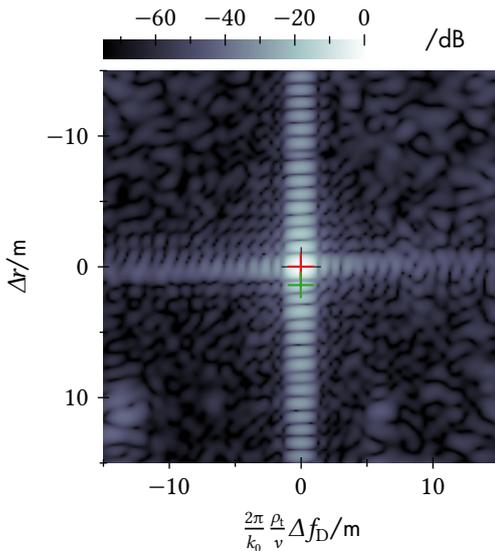


Abbildung 11.22: Das Transpondersignal nach Korrektur des bistatischen Signalweges. Das rote Kreuz markiert das Maximum unter Berücksichtigung der Troposphäreneffekte, beim grünen Kreuz wurden diese vernachlässigt.

Differenzfrequenz  $\Delta f_D$  wurde dabei mit der Geschwindigkeit  $v$  des Senders, sowie dem Dopplernullabstand  $\rho_t$  näherungsweise durch

$$\Delta x = \frac{2\pi}{k_0} \frac{\rho_t}{v} \Delta f_D \quad (11.12)$$

zur einfacheren Interpretation in eine Länge überführt. Das Maximum des Impulses, gekennzeichnet durch das rote Kreuz, weicht dabei in diesem Experiment weniger als 10 cm sowohl in der Differenzentfernung als auch in  $\Delta x$  vom Sollwert  $(0, 0)$  ab. Ohne Berücksichtigung der Troposphäre (grünes Kreuz) beträgt der Fehler in der Differenzentfernung 1,41 m. Da die Streuung des Positionsfehlers mit dem einzelnen Experiment nicht bestimmt werden kann, sollte dieses noch mehrmals wiederholt werden, um eine abschließende Aussage zur Genauigkeit der Messung treffen zu können.

Neben den hier beschriebenen Experimenten wurden mit dem HITCHHIKER-System noch weitere Messungen durchgeführt. Eine chronologische Liste aller Experimente findet sich in Anhang E.



## Zusammenfassung und Ausblick

Das Zweikanalempfangssystem, welches zu Beginn des HITCHHIKER-Projekts im Rahmen einer Diplomarbeit[BR09] entwickelt wurde, ist im Verlauf dieser Arbeit durch eine umfangreiche Kalibrierung und Modellierung zu einem Messinstrument weiterentwickelt worden. Um mit dem System Experimente zur *single-pass*-Interferometrie durchzuführen und in unterschiedlichen Polarisierungen messen zu können, wurde das Empfangssystem zudem auf vier Empfangskanäle erweitert. Die Zeit- und Frequenzsynchronisation des Systems erfolgt dabei durch die Nutzung eines GPSDO als Referenz für den Lokaloszillator, wobei die Triggerzeitpunkte und damit auch die Abtastzeitpunkte nun durch Messung mit dem hierzu entwickelten Zeitstempelmeßsystem in der UTC bekannt sind. Neben der Charakterisierung des Empfangssystems ist zur weiteren Verarbeitungen der Messungen die genaue Kenntnis der Position der Antennenphasenzentren notwendig, welche empfängerseitig durch RTK-GNSS-Messungen bestimmt werden.

Um das Sendesystem bei bistatischen Experimenten mit dem Empfänger zu synchronisieren, wird das Sendesignal mit einem der Empfangskanäle durch eine zum Sender ausgerichtete Antenne direkt aufgezeichnet. Um dabei den Einfluss der Übertragungsstrecke zu bestimmen und zu kompensieren wurden die auftretenden Effekte modelliert. Mithilfe des so gemessenen Sendesignals konnte zudem ein genaues Modell des Sendesystems der Radarinstrumente auf TerraSAR-X, TanDEM-X und PAZ entwickelt werden. Das kalibrierte Empfangssystem kann somit genutzt werden, um durch Messungen des Sendesignals am Boden auch wichtige Eigenschaften des Sendesystems zu ermitteln. Dazu gehören die Bestimmung des Antennendiagramms, einer genauen Replik des Sendepulses, sowie die Bestimmung der Frequenzabweichung der Oszillatoren und der Genauigkeit der Zeitmessung an Bord des Satelliten.

Ein weiterer Fokus der Arbeit liegt auf der bistatischen SAR-Bildgebung mit einer stationären Komponente. Hier wurde zunächst ein Ortsbereichsprozessor entwickelt, welcher die Daten einem allgemein-bistatischen SAR-Experiments in Radarkoordinaten fokussieren kann. Dazu wird die Geometrie zunächst auf einem Testpunktfeld in Bodenkoordinaten analysiert, wodurch der Entfernungsverlauf eines Ziels abhängig von seinen Radarkoordinaten im Prozessor durch ein Polynom und dessen ortsabhängige Koeffizienten repräsentiert werden kann.

Für den Fall einer stationären Komponente sowie einer bewegten Komponente mit linearer Trajektorie wurde die Transformation zwischen Radar- und Bodenkoordinaten analytisch untersucht und zwei Ansätze zur Verarbeitung im Frequenzbereich vorgestellt. Im ersten Ansatz wird die gemessene Dopplernullentfernung mithilfe eines

ortsabhängigen Parameters  $\alpha$  in einen Entfernungsanteil zwischen Sender und Ziel sowie zwischen Ziel und Empfänger aufgeteilt, und es werden die Radardaten dann in dem für  $\alpha$  gültigen Bildbereich ähnlich dem Prinzip des  $\omega$ - $k$ -Prozessors durch Interpolation im zwei-dimensionalen Spektralbereich fokussiert. Beim zweiten Ansatz wird das Empfangssignal mit dem Signal auf dem Referenzkanal pulskomprimiert, sodass die gemessene Entfernung als Differenzentfernung zwischen Zielentfernung und der Entfernung zwischen Sender und Empfänger vorliegt. Wird dieser Differenzentfernungsverlauf eines Zieles durch ein Polynom genähert, kann durch die sogenannte Keystone-Transformation über die Aufnahmezeit  $t$ , durchgeführt im Entfernungsfrequenzbereich, der lineare Zusammenhang zwischen der Entfernungswellenzahl  $k$  und  $t$  entkoppelt werden. Dabei werden die Daten durch Kompensation der Phasenfunktion für ein Referenzziel zunächst grob fokussiert. Der Fehler kann dann nachträglich in Subaperturen ortsabhängig korrigiert werden. Dieser Prozessor wird mit einem Modell für die Aufnahmegeometrie als Quick-Look-Prozessor für die HITCHHIKER-Experimente mit TerraSAR-X eingesetzt, um die Messdaten schnell evaluieren zu können. Hierzu wird, neben den aufgezeichneten Signalen eines Szenenkanals und des Referenzkanals, nur der Einfallswinkel zum Satelliten am Ort des Empfängers benötigt, um eine Fokussierung durchzuführen. Der Datensatz eines Szenenkanals kann damit innerhalb weniger Minuten verarbeitet werden.

Anknüpfend an diese Arbeit verbleiben im Projekt HITCHHIKER noch einige weitere Forschungsfragen. Durch die Modellierung des TerraSAR-X-Sendesystems ist es möglich geworden, die Synchronisation zwischen Sender und dem GPS-synchronen HITCHHIKER-Empfänger durch die relative Frequenzabweichung des Sendeoszillators zu beschreiben. Des Weiteren kann der Sendepuls nun alternativ zur Messung im Referenzkanal aus einem Modell entnommen werden. Gleichzeitig wurde die Empfindlichkeit des Triggersystems signifikant erhöht, sodass der Referenzkanal nicht mehr notwendigerweise verwendet werden muss, sondern es eventuell möglich ist, das Empfangssystem direkt durch die Reflexionen im Szenenkanal zu triggern. Eine Messung ohne Referenzkanal durchzuführen und den vierten Empfangskanal damit zur Szenenabbildung einzusetzen, sollte hier künftig noch experimentell demonstriert werden.

Das aktuelle Empfangssystem ist durch die Speicherkapazität der Signalaufzeichnung auf eine Zeitdauer von einer Sekunde begrenzt. Bei dem möglichen Tastgrad von TerraSAR-X<sup>1</sup>, entspricht dies einer Aperturdauer von 5 s – 7,7 s. Um eine vollständige Apertur beim *staring spotlight* aufzuzeichnen, sowie in bestimmten Experimenten mit dem HITCHHIKER-Sendesystem, ist die Speicherkapazität unzureichend. Im Jahr 2020 wurde daher ein neues System zur Signalaufzeichnung aufgebaut, welches es ermöglicht die Abtastwerte kontinuierlich in den Hauptspeicher des Steuerrechners zu übertragen. Mit diesem System sind daher Aufzeichnungen mit einer Dauer von mehreren Minuten möglich, wobei der Speicher hierbei nach Bedarf noch erweitert werden kann. Das System ist seit Juli 2021 an

<sup>1</sup>13 % – 20 %

das Empfangssystem angebunden.

Im Januar 2021 wurde ein Antrag auf Nutzung der ICEYE-SAR-Systeme in einem gemeinsamen Programm von ICEYE und ESA unter der Fördernummer 64895 genehmigt. Unter dem Titel *Calibration Support of the ICEYE Radar Instrument* soll der HITCHHIKER-Empfänger hier zur Charakterisierung der ICEYE-Satelliten eingesetzt werden. Am 11. August 2021 wurde dazu, unter Nutzung des neuen Signalaufzeichnungssystems, ein bistatisches Experiment mit dem ICEYE-X2 Satelliten und dem HITCHHIKER-Empfänger durchgeführt. In diesem Experiment wurden durch das neue System die Signale für die gesamte Dauer der Radarmessung kontinuierlich mit  $625 \text{ MS s}^{-1}$  aufgezeichnet. Abbildung 12.1 zeigt den aus der Aufzeichnung des Referenzkanals ermittelten Verlauf der Empfangsleistung. Durch die nahezu konstante Leistung der *spotlight*-Beleuchtung für eine Dauer von 10 s konnte im Vergleich zu den vorherigen Experimenten eine höhere Auflösung und ein verbessertes SNR erreicht werden.

Obwohl die Daten des HITCHHIKER-Empfängers<sup>2</sup> aus dem bistatischen Experiment mit dem PAMIR-System bereits erfolgreich zu SAR-Bildern fokussiert werden konnten, ist die tomografische Rekonstruktion der Szene aus diesen Daten noch nicht erfolgt. Hierbei sind insbesondere die Synchronisation, sowie die komplexe Geometrie mit dem flugzeuggestützten Sendesystem und die daraus resultierende räumliche Verteilung der Abtastpunkte eine Herausforderung.

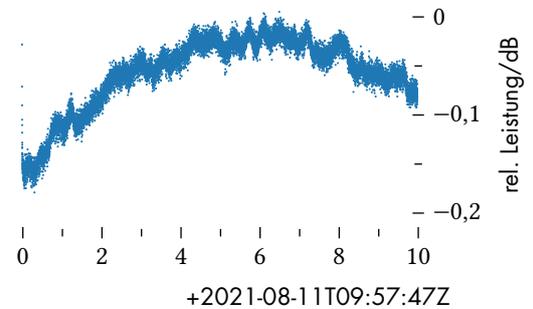


Abbildung 12.1: Empfangsleistung auf dem Referenzkanal im Experiment mit ICEYE-X2.

<sup>2</sup>Während des Experiments wurde eine Rohdatenmenge von circa 80 GB aufgezeichnet.



# Literatur

- [EUSAR2004] 5th European Conf. on Synthetic Aperture Radar (EUSAR2004). 2004.
- [AS64] ABRAMOWITZ, Milton; STEGUN, Irene A. (Hrsg.). *Handbook of Mathematical Functions*. National Bureau of Standards, 1964.
- [Ado+05] ADOLPH, Markus; HACKENBERG, Ulrich; REBER, Rolf; RIEGER, Ralf; SCHWEIZER, B.; ADELSECK, Bernd; BRUGGER, Hans; LÖRCHER, Michael. High-precision temperature drift compensated T/R-module for satellite based SAR applications. In: *2005 European Microwave Conference*. IEEE, 2005. Abger. unter DOI: 10.1109/eumc.2005.1610050.
- [Aff15] AFFHOLDERBACH, Julian. *Integration und Steuerung eines YIG Mikrowellensynthesizers*. 2015. Bachelorarbeit. Universität Siegen.
- [Aff16] AFFHOLDERBACH, Julian. *Entwicklung und Test eines USB-Audiowiedergabegeräts*. 2016. Studienarbeit. Universität Siegen.
- [Aff17] AFFHOLDERBACH, Julian. *Simulation, Optimierung und Test eines Mikrowellenschaltungsdesigns*. 2017. Masterarbeit. Universität Siegen.
- [Agi09] AGILENT TECHNOLOGIES. *Agilent U1065A Acqiris High-Speed cPCI Digitizers*. 2009. Nr. U1092-90004.
- [Agi12] AGILENT TECHNOLOGIES. *User Manual: Agilent Acqiris 10-bit Digitizers*. 2012. Nr. U1092-90004.
- [Ait35] AITKEN, Alexander C. IV.—On Least Squares and Linear Combination of Observations. *Proceedings of the Royal Society of Edinburgh*. 1935, Jg. 55, S. 42–48. Abger. unter DOI: 10.1017/s0370164600014346.
- [AB81] ALLAN, David W.; BARNES, James A. A Modified “Allan Variance” with Increased Oscillator Characterization Ability. In: *Proc. 35th Ann. Freq. Control Symposium, USAERADCOM*. 1981.
- [AW80] ALLAN, David W.; WEISS, Marc A. Accurate Time and Frequency Transfer during Common-view of a GPS Satellite. In: *Proc. 34th Ann. Freq. Control Symposium, USAERADCOM*. 1980.
- [AWA85] ALLAN, David W.; WEISS, Marc A.; ASHBY, Neil. Around-the-World Relativistic Sagnac Experiment. *Science*. 1985, Jg. 228, Nr. 4695, S. 69–70. Abger. unter DOI: 10.1126/science.228.4695.69.
- [Alt18] ALTAMIMI, Zuheir. *EUREF Technical Note 1: Relationship and Transformation between the International and the European Terrestrial Reference Systems*. 2018-06-28. Techn. Ber. Institut National de l’Information Géographique et Forestière.
- [Alt+16] ALTAMIMI, Zuheir; REBISCHUNG, Paul; MÉTIVIER, Laurent; COLLILIEUX, Xavier. ITRF2014: A new release of the International Terrestrial Reference Frame modeling nonlinear station motions. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*. 2016, Jg. 121, Nr. 8, S. 6109–6131. ISSN 2169-9356. Abger. unter DOI: 10.1002/2016JB013098. 2016JB013098.

- [Alt+17] ALTAMIMI, Zuheir; REBISCHUNG, Paul; MÉTIVIER, Laurent; COLLILIEUX, Xavier. Analysis and results of ITRF2014. In: 2017.
- [Ang+16] ANGHEL, Andrei; CACOVEANU, Remus; MOLDOVAN, Adrian-Septimiu; POPESCU, Anca-Andreea; DATCU, Mihai; SERBAN, Florin. Simplified bistatic SAR imaging with a fixed receiver and TerraSAR-X as transmitter of opportunity - first results. In: *IEEE Int. Geosci. Remote Sens. Symp. (IGARSS 2016)*. IEEE, 2016. Abger. unter DOI: 10.1109/igarss.2016.7729540.
- [Ang+17] ANGHEL, Andrei; CACOVEANU, Remus; MOLDOVAN, Adrian-Septimiu; SAVLOVSKI, Cristian; ROMMEN, Bjorn; DATCU, Mihai. Bistatic SAR imaging with Sentinel-1 operating in TOPSAR mode. In: *2017 IEEE Radar Conference (RadarConf)*. IEEE, 2017. Abger. unter DOI: 10.1109/radar.2017.7944274.
- [Anr15] ANRITSU. *Series MG369xB Synthesized Signal Generators – Maintenance Manual*. 2015.
- [Ant+12] ANTONIOU, Michail; ZENG, Zhangfan; LIU, Feifeng; CHERNIAKOV, Mikhail. Experimental Demonstration of Passive BSAR Imaging Using Navigation Satellites and a Fixed Receiver. *IEEE Geosci. Remote Sens. Lett.* 2012, Jg. 9, Nr. 3, S. 477–481. Abger. unter DOI: 10.1109/lgrs.2011.2172571.
- [Adv17] ARBEITSGEMEINSCHAFT DER VERMESSUNGSVERWALTUNGEN DER LÄNDER. *Richtlinie für den einheitlichen integrierten geodätischen Raumbezug des amtlichen Vermessungswesens in der Bundesrepublik Deutschland*. 2017.
- [Ash03] ASHBY, Neil. Relativity in the Global Positioning System. *Living Rev. Relativity*. 2003. Auch verfügbar unter: <http://www.livingreviews.org/lrr-2003-1>.
- [Att+09] ATTEMA, Evert; DAVIDSON, Malcolm; SNOEIJ, Paul; ROMMEN, Bjorn; FLOURY, Nicolas. Sentinel-1 mission overview. In: *IEEE Int. Geosci. Remote Sens. Symp. (IGARSS 2009)*. IEEE, 2009. Abger. unter DOI: 10.1109/igarss.2009.5416921.
- [Bac+13] BACHMANN, Markus; SCHWERDT, Marco; ALFONZO, Gabriel Castellanos; SCHRANK, Dirk. Phase Pattern Calibration for Interferometric Applications in Spaceborne SAR Systems. *International Journal of Antennas and Propagation*. 2013, Jg. 2013, S. 1–8. Abger. unter DOI: 10.1155/2013/284698.
- [Bal15] BALANIS, Constantine A. *Antenna Theory*. John Wiley & Sons, 2015. ISBN 978-1-119-17899-6.
- [Bal05] BALKE, Jens. Field test of bistatic forward-looking synthetic aperture radar. In: *IEEE Int. Radar Conf.* IEEE, 2005, pp. 424–429. Available from DOI: 10.1109/RADAR.2005.1435862.
- [Bal17] BALKENHOL, Guido. *Geodätische Bezugssysteme / Transformationsparameter* [E-Mail]. Bezirksregierung Köln – Dezernat 71 - Datenstandards, Raumbezug, 50606 Köln, 2017. Az. 71.05-1850.11 - 547.

- [Bal+14] BALSS, Ulrich; BREIT, Helko; FRITZ, Thomas; STEINBRECHER, Ulrich; GISINGER, Christoph; EINEDER, Michael. Analysis of internal timings and clock rates of TerraSAR-X. In: *IEEE Int. Geosci. Remote Sens. Symp. (IGARSS 2014)*. IEEE, 2014. Abger. unter DOI: 10.1109/igarss.2014.6947024.
- [Bam04] BAMLER, Richard. *Verfahren zur Bilderzeugung bei einem Synthetischen Apertur Radar*. Erfinder: Richard BAMLER. Veröffentlichungstag: 2004-09-16. DE10 2004 045 273.3.
- [BML06] BAMLER, Richard; MEYER, Franz; LIEBHART, Werner. No Math: Bistatic SAR Processing Using Numerically Computed Transfer Functions. In: *IEEE Int. Geosci. Remote Sens. Symp. (IGARSS 2006)*. IEEE, 2006. Abger. unter DOI: 10.1109/igarss.2006.476.
- [BA66] BARNES, James A.; ALLAN, David W. A statistical model of flicker noise. *Proceedings of the IEEE*. 1966, Jg. 54, Nr. 2, S. 176–178. Abger. unter DOI: 10.1109/proc.1966.4630.
- [BS80] BARRICK, Donald; SWIFT, Calvin. The Seasat Microwave Instruments in Historical Perspective. *IEEE J. Ocean. Eng.* 1980, Jg. 5, Nr. 2, S. 74–79. Abger. unter DOI: 10.1109/joe.1980.1145457.
- [Bay+16] BAYLIS, Charles; COHEN, Lawrence; EUSTICE, Dylan; MARKS, Robert. Myths concerning Woodward’s ambiguity function: analysis and resolution. *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.* 2016, Jg. 52, Nr. 6, S. 2886–2895. Abger. unter DOI: 10.1109/taes.2016.150735.
- [BR09] BEHNER, Florian; REUTER, Simon. *Bistatisches SAR Experiment: Weltraumgestützter Sender — Stationärer Terrestrischer Empfänger*. 2009. Diplomarbeit. Universität Siegen.
- [BR10] BEHNER, Florian; REUTER, Simon. HITCHHIKER - Hybrid Bistatic High Resolution SAR Experiment using a Stationary Receiver and TerraSAR-X Transmitter. In: *8th European Conf. on Synthetic Aperture Radar (EUSAR2010)*. 2010. Available also from: [http : //ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=5758907](http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=5758907).
- [Beh+14] BEHNER, Florian; REUTER, Simon; NIES, Holger; LOFFELD, Otmar. Synchronization and Preprocessing of Hybrid Bistatic SAR Data in the HITCHHIKER Experiment. In: *10th European Conf. on Synthetic Aperture Radar (EUSAR2014)*. 2014. Available also from: [http : //ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=6856781](http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=6856781).
- [Beh+16a] BEHNER, Florian; REUTER, Simon; NIES, Holger; LOFFELD, Otmar. High Resolution Bistatic Experiments using TerraSAR-X Starving Spotlight Mode and the Very High Resolution SAR Mode of the Fraunhofer FHR PAMIR System. In: *11th European Conf. on Synthetic Aperture Radar (EUSAR2016)*. 2016. Available also from: <http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=7559404>.
- [Beh+16b] BEHNER, Florian; REUTER, Simon; NIES, Holger; LOFFELD, Otmar. Synchronization and Processing in the HITCHHIKER Bistatic SAR Experiment. *IEEE J. Sel. Topics Appl. Earth Observ. Remote Sens.* 2016, vol. 9, no. 3, pp. 1028–1035. ISSN 1939-1404. Available from DOI: 10.1109/JSTARS.2015.2471082.

- [Beh+19] BEHNER, Florian; REUTER, Simon; NIES, Holger; LOFFELD, Otmar. Low-Cost Passive Radar Using OFDM Broadcast. In: *2019 IEEE Radar Conference (RadarConf)*. IEEE, 2019. Available from DOI: 10.1109/radar.2019.8835494.
- [Beh+21] BEHNER, Florian; REUTER, Simon; NIES, Holger; MUNOZ, Juan Manuel Cuerda; RODRIGUEZ, Marcos Garcia; LOFFELD, Otmar. Characterization of the PAZ X-Band SAR Using the HITCHHIKER Ground Receiver. *IEEE Geosci. Remote Sens. Lett.* 2021, S. 1–5. Abger. unter DOI: 10.1109/lgrs.2021.3102748.
- [Bez18a] BEZIRKSREGIERUNG KÖLN. *Amtliche Koordinaten im ETRS89/DREF91 (Realisierung 2002)*. 2018-01-18. Auch verfügbar unter: [https://www.bezreg-koeln.nrw.de/brk\\_internet/geobasis/raumbezug/sapos/gnss\\_referenzstationen/DE-NW\\_R2002.zip](https://www.bezreg-koeln.nrw.de/brk_internet/geobasis/raumbezug/sapos/gnss_referenzstationen/DE-NW_R2002.zip).
- [Bez18b] BEZIRKSREGIERUNG KÖLN. *Amtliche Koordinaten im ETRS89/DREF91 (Realisierung 2016)*. 2018-01-18. Auch verfügbar unter: [https://www.bezreg-koeln.nrw.de/brk\\_internet/geobasis/raumbezug/sapos/gnss\\_referenzstationen/DE-NW\\_R2016.zip](https://www.bezreg-koeln.nrw.de/brk_internet/geobasis/raumbezug/sapos/gnss_referenzstationen/DE-NW_R2016.zip).
- [Boe07] BOERNER, Wolfgang-Martin. *Basic Concepts in Radar Polarimetry* [online]. 2007. [besucht am 2021-02-19]. Abger. unter: [https://earth.esa.int/landtraining07/polsar\\_basic\\_concepts.pdf](https://earth.esa.int/landtraining07/polsar_basic_concepts.pdf).
- [Boj+18] BOJARSKI, Allan; BACHMANN, Markus; STEINBRECHER, Ulrich; RAMON, Nuria Tous; BÖER, Johannes; ZINK, Manfred. TerraSAR-X and TanDEM-X System Status and System Response to Solar Related Events. In: *12th European Conf. on Synthetic Aperture Radar (EUSAR2018)*. 2018.
- [Bon19] BONILLA, María José González. *E-Mail zur Abstimmung der Experimente an Holger Nies*. 2019.
- [PAZ-AO] PAZ / INT / CALVAL / AO / 001. PAZ MISSION SCIENTIFIC EXPLOITATION – Announcement of Opportunity: Launch of PAZ Science Phase, 2019.
- [Bor+10] BORGES, A.; CERESO, F.; FERNANDEZ, M.; LOMBA, J.; LOPEZ, M.; MORENO, J.; NEIRA, A.; QUINTANA, C.; TORRES, J.; TRIGO, R.; URENA, J.; VEGA, E.; VEZ, E. Spanish Earth Observation Satellite System. In: LACOSTE-FRANCIS, H. (Hrsg.). *ESA Living Planet Symposium*. 2010, Bd. 686, S. 247. ESA Special Publication.
- [Bou63] BOUDOURIS, Georges. On the Index of Refraction of Air, the Absorption and Dispersion of Centimeter Waves by Gases. *JOURNAL OF RESEARCH of the National Bureau of Standards-D. Radio Propagation*. 1963.
- [Bow76] BOWRING, Bernard Russel. Transformation from Spatial to Geographical Coordinates. *Survey Review*. 1976.
- [BFZ06] BRANDFASS, Michael; FLAD, Peter; ZAHN, Rudolf. Latest Results of the TerraSAR-X Central Electronics. In: *6th European Conf. on Synthetic Aperture Radar (EUSAR2006)*. 2006.

- [Bre+04] BREIT, Helko; BÖRNER, Elke; MITTERMAYER, Josef; HOLZNER, Jürgen; EINEDER, Michael. The TerraSAR-X Multi-Mode SAR Processor – Algorithms and Design. In: *5th European Conf. on Synthetic Aperture Radar (EUSAR2004)*. 2004.
- [Bre+08] BREIT, Helko; FRITZ, Thomas; SCHÄTTLER, Birgit; BALSS, Ulrich; DAMEROW, Heiko; SCHWARZ, Egbert. TerraSAR-X SAR Payload Data Processing: Results from Commissioning and Early Operational Phase. In: *7th European Conf. on Synthetic Aperture Radar (EUSAR2008)*. 2008.
- [Bre86] BRETTERBAUER, Kurt. Das Höhenproblem der Geodäsie. *Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen und Photogrammetrie*. 1986, Jg. 74, Nr. 4, S. 205–215.
- [Bri+17] BRISKEN, Stefan; MOSCADELLI, Matteo; SEIDEL, Viktor; SCHWARK, Christoph. Passive radar imaging using DVB-S2. In: *2017 IEEE Radar Conference (RadarConf)*. IEEE, 2017. Abger. unter DOI: 10.1109/radar.2017.7944264.
- [Bro+10a] BROQUETAS, Antoni; FORTES, Mario; SIDDIQUE, Muhammad Adnan; DUQUE, Sergi; MERLANO, Juan Carlos; LOPEZ-DEKKER, Paco; MALLORQUI, Jordi J.; AGUASCA, Albert. Bistatic SAR based on TerraSAR-X and ground based receivers. In: *IEEE Int. Geosci. Remote Sens. Symp. (IGARSS 2010)*. 2010, pp. 114–117. Available from DOI: 10.1109/IGARSS.2010.5652966.
- [Bro+10b] BROQUETAS, Antoni; LOPEZ-DEKKER, Paco; MALLORQUI, Jordi J.; AGUASCA, Albert; FORTES, Mario; MERLANO, Juan Carlos; DUQUE, Sergi. SABRINA-X: Bistatic SAR receiver for TerraSAR-X. In: *8th European Conf. on Synthetic Aperture Radar (EUSAR2010)*. 2010, pp. 1–3. Available also from: <http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=5758838>.
- [Bub15] BUB, Heiko. *Verarbeitung von DAB Signalen in MATLAB*. 2015. Studienarbeit. Universität Siegen.
- [BP16] BUCHROITHNER, Manfred F.; PFAHLBUSCH, René. Geodetic grids in authoritative maps – new findings about the origin of the UTM Grid. *Cartography and Geographic Information Science*. 2016, Jg. 44, Nr. 3, S. 186–200. Abger. unter DOI: 10.1080/15230406.2015.1128851.
- [Buc81] BUCK, Arden L. New Equations for Computing Vapor Pressure and Enhancement Factor. *Journal of Applied Meteorology*. 1981, Jg. 20, Nr. 12, S. 1527–1532. Abger. unter DOI: 10.1175/1520-0450(1981)020<1527:nefcvp>2.0.co;2.
- [BWP08] BUCKREUSS, Stefan; WERNINGHAUS, Rolf; PITZ, Wolfgang. The German satellite mission TerraSAR-X. In: *2008 IEEE Radar Conference*. IEEE, 2008. Abger. unter DOI: 10.1109/radar.2008.4720788.
- [BIP75] BUREAU INTERNATIONAL DES POIDS ET MESURES. *15<sup>e</sup> CGPM (1975) - Comptes Rendus*. 1975.
- [BIP83] BUREAU INTERNATIONAL DES POIDS ET MESURES. *17<sup>e</sup> CGPM (1983) - Comptes Rendus*. 1983.

- [BIP18a] BUREAU INTERNATIONAL DES POIDS ET MESURES. *26th CGPM (2018) - Resolutions adopted / Résolutions adoptées*. 2018.
- [BIP18b] BUREAU INTERNATIONAL DES POIDS ET MESURES. *BIPM Annual Report on Time Activities*. 2018.
- [BIP20a] BUREAU INTERNATIONAL DES POIDS ET MESURES. *Circular T*. Bureau International des Poids et Mesures, 2020-03-09. ISSN 1143-1393.
- [BIP20b] BUREAU INTERNATIONAL DES POIDS ET MESURES. *Realization of Terrestrial Time as defined by the International Astronomical Union (IAU)*. 2020-01-23. Auch verfügbar unter: <ftp://ftp2.bipm.org/pub/tai/ttbipm/TTBIPM.2019>.
- [BIP20c] BUREAU INTERNATIONAL DES POIDS ET MESURES. *Relations of UTC and TAI with predictions of UTC(k) disseminated by GNSS and their System Times*. 2020-03-11. Auch verfügbar unter: <ftp://ftp2.bipm.org/pub/tai/publication/utcgNSS/utc-gNSS>.
- [But80] BUTLER, Michael B. N. Radar applications of s.a.w. dispersive filters. *IEE Proceedings F Communications, Radar and Signal Processing*. 1980, Jg. 127, Nr. 2, S. 118. Abger. unter DOI: 10.1049/ip-f-1.1980.0018.
- [But02] BUTTERWORTH, Robert L. *QUILL: The First Imaging Radar Satellite* [online]. 2002-12. [besucht am 2018-02-17]. Abger. unter: <http://www.nro.gov/foia/declass/QUILL/30.%20QUILL-The%20First%20Imaging%20Radar%20Satellite.pdf>. Am 9. Jul. 2012 entlassen aus SECRET//TK//NOFORN//X1 durch C/IART.
- [Can+04] CANTALLOUBE, Hubert; WENDLER, Michael; GIROUX, Vincent; DUBOIS-FERNANDEZ, Pascale; HORN, Ralf. A first bistatic airborne SAR interferometry experiment preliminary results. In: *Processing Workshop Proceedings, 2004 Sensor Array and Multichannel Signal*. IEEE, 2004. Abger. unter DOI: 10.1109/sam.2004.1503033.
- [Car17] CARLISLE INTERCONNECT TECHNOLOGIES. *Understanding Phase Versus Temperature Behavior*. 2017. Techn. Ber. Carlisle Interconnect Technologies. Auch verfügbar unter: [https://www.carlisleit.com/wp-content/pdfs/application-notes/Phase\\_vs\\_Temp\\_Behavior\\_CIT.pdf](https://www.carlisleit.com/wp-content/pdfs/application-notes/Phase_vs_Temp_Behavior_CIT.pdf).
- [Caz+00] CAZZANI, Lisa; COLESANTI, Carlo; LEVA, Davide; NESTI, Giuseppe; PRATI, Claudio; ROCCA, Fabio; TARCHI, Dario. A ground-based parasitic SAR experiment. *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.* 2000, vol. 38, no. 5, pp. 2132–2141. ISSN 0196-2892. Available from DOI: 10.1109/36.868872.
- [Che02] CHERNIAKOV, Mikhail. Space-surface bistatic synthetic aperture radar - prospective and problems. In: *RADAR 2002*. IEE, 2002. Abger. unter DOI: 10.1109/radar.2002.1174646.
- [Cla97] CLARK, Gregory C. *Deflating British Radar Myths of World War II* [online]. 1997. [besucht am 2020-06-29]. Abger. unter: <https://fas.org/man/dod-101/ops/97-0609F.pdf>. Aufsatz. Air Command und Staff College. AU/ACSC/0609F/97-3.

- [Clo05] CLOUDE, Shane Robert. On the status of bistatic polarimetry theory. In: *IEEE Int. Geosci. Remote Sens. Symp. (IGARSS 2005)*. IEEE, 2005. Abger. unter DOI: 10.1109/igarss.2005.1526406.
- [Clo06] CLOUDE, Shane Robert. Information Extraction in Bistatic Polarimetry. In: *6th European Conf. on Synthetic Aperture Radar (EUSAR2006)*. 2006.
- [CP96] CLOUDE, Shane Robert; POTTIER, Eric. A review of target decomposition theorems in radar polarimetry. *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.* 1996, Jg. 34, Nr. 2, S. 498–518. Abger. unter DOI: 10.1109/36.485127.
- [Coo60] COOK, Charles. Pulse Compression-Key to More Efficient Radar Transmission. *Proceedings of the IRE*. 1960, Jg. 48, Nr. 3, S. 310–316. Abger. unter DOI: 10.1109/jrproc.1960.287599.
- [Cos98] COSTANTINI, Mario. A novel phase unwrapping method based on network programming. *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.* 1998, Jg. 36, Nr. 3, S. 813–821. Abger. unter DOI: 10.1109/36.673674.
- [CB79] CUMMING, Ian G.; BENNETT, John R. Digital processing of Seasat SAR data. In: *ICASSP '79. IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing*. Institute of Electrical und Electronics Engineers, 1979. Abger. unter DOI: 10.1109/icassp.1979.1170630.
- [DMR04] D'ARIA, Davide; MONTI-GUARNIERI, Andrea; ROCCA, Fabio. Focusing bistatic synthetic aperture radar using dip move out. *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.* 2004, Jg. 42, Nr. 7, S. 1362–1376. Abger. unter DOI: 10.1109/tgrs.2004.830166.
- [DC10] DANKLMAYER, Andreas; CHANDRA, Madhukar. Precipitation Effects for X- and Ka-band SAR. In: *8th European Conf. on Synthetic Aperture Radar (EUSAR2010)*. 2010.
- [Dar49] DARLINGTON, Sidney. *Pulse Transmission*. Erfinder: Sidney DARLINGTON. Veröffentlichungstag: 1949-12-31. US2,678,997.
- [Deb09] DEBYE, Peter. Näherungsformeln für die Zylinderfunktionen für große Werte des Arguments und unbeschränkt veränderliche Werte des Index. *Mathematische Annalen*. 1909, Jg. 67, Nr. 4, S. 535–558. Abger. unter DOI: 10.1007/bf01450097.
- [DMA89] DEFENCE MAPPING AGENCY. *THE UNIVERSAL GRIDS: Universal Transverse Mercator (UTM) and Universal Polar Stereographic (UPS)*. 1989-09. Techn. Ber.
- [DIN90] DEUTSCHES INSTITUT FÜR NORMUNG. *Luft- und Raumfahrt – Begriffe, Größen und Formelzeichen der Flugmechanik – Bewegung des Luftfahrzeuges gegenüber der Luft*. 1990.
- [DIN03] DEUTSCHES INSTITUT FÜR NORMUNG. *Fertigungsverfahren Fügen – Teil 5: Fügen durch Umformen*. 2003.
- [DIN06] DEUTSCHES INSTITUT FÜR NORMUNG. *Datenelemente und Austauschformate – Informationsaustausch – Darstellung von Datum und Uhrzeit*. 2006.

- [DIN18] DEUTSCHES INSTITUT FÜR NORMUNG. *Optik und optische Instrumente – Zusatzausrüstungen für geodätische Instrumente – Teil 2: Stative*. 2018.
- [Dop42] DOPPLER, Christian. *Ueber das farbige Licht der Doppelsterne und einiger anderer Gestirne des Himmels*. Prag: In Commission bei Borrosch & André, 1842.
- [DLM10] DUQUE, Sergi; LOPEZ-DEKKER, Paco; MALLORQUI, Jordi J. Single-Pass Bistatic SAR Interferometry Using Fixed-Receiver Configurations: Theory and Experimental Validation. *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.* 2010, vol. 48, no. 6, pp. 2740–2749. Available from DOI: 10.1109/TGRS.2010.2041063.
- [EA05] EINEDER, Michael; ADAM, Nico. A maximum-likelihood estimator to simultaneously unwrap, geocode, and fuse SAR interferograms from different viewing geometries into one digital elevation model. *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.* 2005, Jg. 43, Nr. 1, S. 24–36. Abger. unter DOI: 10.1109/tgrs.2004.838389.
- [EMR19] EINEDER, Michael; MOREIRA, Alberto; ROTH, Achim (Hrsg.). *Ten Years of TerraSAR-X—Scientific Results*. MDPI, 2019. Abger. unter DOI: 10.3390/books978-3-03897-725-4.
- [Ein08] EINSTEIN, Albert. Über das Relativitätsprinzip und die aus demselben gezogenen Folgerungen. *Jahrbuch der Radioaktivität und Elektronik*. 1908, Jg. 4, S. 411–462.
- [End04] ENDER, Joachim H. G. A Step to Bistatic SAR Processing. In: *5th European Conf. on Synthetic Aperture Radar (EUSAR2004)*. 2004. Nr. synchronisation.
- [EB02] ENDER, Joachim H. G.; BRENNER, Andreas R. PAMIR - a Wideband Phased Array SAR/MTI System. In: *4th European Conf. on Synthetic Aperture Radar (EUSAR2002)*. 2002.
- [End+06] ENDER, Joachim H. G.; KLARE, Jens; WALTERSCHEID, Ingo; BRENNER, Andreas R.; WEISS, Matthias; KIRCHNER, Claus; WILDEN, Helmut; LOFFELD, Otmar; KOLB, Andreas; WIECHERT, Wolfgang; KALKUHL, Marc; KNEDLIK, Stefan; GEBHARDT, Ulrich; NIES, Holger; NATROSHVILI, Koba; IGE, Solomon; ORTIZ, Amaya Medrano; AMANKWAH, Anthony. Bistatic Exploration using Spaceborne and Airborne SAR Sensors: A Close Collaboration Between FGAN, ZESS, and FOMAAS. In: *IEEE Int. Geosci. Remote Sens. Symp. (IGARSS 2006)*. IEEE, 2006. Abger. unter DOI: 10.1109/igarss.2006.472.
- [EWB04] ENDER, Joachim H. G.; WALTERSCHEID, Ingo; BRENNER, Andreas R. New aspects of bistatic SAR: processing and experiments. In: *IEEE Int. Geosci. Remote Sens. Symp. (IGARSS 2004)*. IEEE, 2004. Abger. unter DOI: 10.1109/igarss.2004.1370673.

- [Esp+08] ESPETER, Thomas; WALTERSCHEID, Ingo; KLARE, Jens; GIERULL, Christoph; BRENNER, Andreas; ENDER, Joachim H. G.; LOFFELD, Otmar. Progress of Hybrid Bistatic SAR: Synchronization Experiments and First Imaging Results. In: *7th European Conf. on Synthetic Aperture Radar (EUSAR2008)*. 2008, pp. 1–4. Available also from: <http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=5757253>.
- [EUR90] EUREF. *EUREF Symposia - Resolutions (Firenze 1990)*. 1990.
- [EBM15] EUSTICE, Dylan; BAYLIS, Charles; MARKS, Robert J. Woodward's ambiguity function: From foundations to applications. In: *2015 Texas Symposium on Wireless and Microwave Circuits and Systems (WMCS)*. IEEE, 2015. Abger. unter DOI: 10.1109/wmcas.2015.7233208.
- [Eva+05] EVANS, Diane L.; ALPERS, Werner; CAZENAVE, Anny; ELACHI, Charles; FARR, Tom; GLACKIN, David; HOLT, Benjamin; JONES, Linwood; LIU, W. Timothy; MCCANDLESS, Walt; MENARD, Yves; MOORE, Richard; NJOKU, Eni. Seasat—A 25-year legacy of success. *Remote Sensing of Environment*. 2005, Jg. 94, Nr. 3, S. 384–404. Abger. unter DOI: 10.1016/j.rse.2004.09.011.
- [Far+07] FARR, Tom G.; ROSEN, Paul A.; CARO, Edward; CRIPPEN, Robert; DUREN, Riley; HENSLEY, Scott; KOBRICK, Michael; PALLER, Mimi; RODRIGUEZ, Ernesto; ROTH, Ladislav; SEAL, David; SHAFFER, Scott; SHIMADA, Joanne; UMLAND, Jeffrey; WERNER, Marian; OSKIN, Michael; BURBANK, Douglas; ALSDORF, Douglas. The Shuttle Radar Topography Mission. *Reviews of Geophysics*. 2007, Jg. 45, Nr. 2. Abger. unter DOI: 10.1029/2005rg000183.
- [FPR99] FERRETTI, Alessandro; PRATI, Claudio; ROCCA, Fabio. Permanent scatterers in SAR interferometry. In: *IEEE Int. Geosci. Remote Sens. Symp. (IGARSS 1999)*. IEEE, 1999. Abger. unter DOI: 10.1109/igarss.1999.772008.
- [Fie+04] FIEDLER, Hauke; BOERNER, Elke; MITTERMAYER, Josef; KRIEGER, Gerhard; CENTER, German Aerospace; DLR. Total Zero Doppler Steering. In: *5th European Conf. on Synthetic Aperture Radar (EUSAR2004)*. 2004.
- [FB81] FISCHLER, Martin A.; BOLLES, Robert C. Random sample consensus. *Communications of the ACM*. 1981, Jg. 24, Nr. 6, S. 381–395. Abger. unter DOI: 10.1145/358669.358692.
- [Fle13] FLETCHER, Karen (Hrsg.). *ERS Missions: 20 Years of Observing Earth*. ESA Communications, 2013. ISBN 978-92-9221-424-1.
- [Fri44] FRIIS, Harald T. Noise Figures of Radio Receivers. *Proceedings of the IRE*. 1944, Jg. 32, Nr. 7, S. 419–422. Abger. unter DOI: 10.1109/jrproc.1944.232049.
- [Fri46] FRIIS, Harald T. A Note on a Simple Transmission Formula. *Proceedings of the IRE*. 1946, Jg. 34, Nr. 5, S. 254–256. Abger. unter DOI: 10.1109/jrproc.1946.234568.
- [Fri07] FRITZ, Thomas (Hrsg.). *TerraSAR-X – Ground Segment – Level 1b Product Format Specification*. 2007.

- [DD-3302] TX-GS-DD-3302 1.5. TerraSAR-X – Ground Segment – Basic Product Specification Document (Spezifikation), 2008. Available also from: [https://tandemx-science.dlr.de/pdfs/TX-GS-DD-3302\\_Basic-Products-Specification-Document\\_V1.6.pdf](https://tandemx-science.dlr.de/pdfs/TX-GS-DD-3302_Basic-Products-Specification-Document_V1.6.pdf).
- [Fro+82] FROST, Victor S.; STILES, Josephine Abbott; SHANMUGAN, Kumarasamy Sam; HOLTZMAN, Julian C. A Model for Radar Images and Its Application to Adaptive Digital Filtering of Multiplicative Noise. *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell.* 1982, Jg. PAMI-4, Nr. 2, S. 157–166. Abger. unter DOI: 10.1109/tpami.1982.4767223.
- [Gab45] GABOR, Dennis. Theory of Communication. 1945.
- [GST17a] GILMAN, Mikhail; SMITH, Erick; TSYNKOV, Semyon. The start-stop approximation. In: *Transionospheric Synthetic Aperture Imaging*. Springer International Publishing, 2017, Kap. 6, S. 265–309. Abger. unter DOI: 10.1007/978-3-319-52127-5\_6.
- [GST17b] GILMAN, Mikhail; SMITH, Erick; TSYNKOV, Semyon. *Transionospheric Synthetic Aperture Imaging*. Springer International Publishing, 2017. Abger. unter DOI: 10.1007/978-3-319-52127-5.
- [Goh+08] GOH, Alvin S.; PREISS, Mark; STACY, Nick J. S.; GRAY, Douglas A. Bistatic SAR Experiment with the Ingara Imaging Radar: Preliminary Results. In: *7th European Conf. on Synthetic Aperture Radar (EUSAR2008)*. 2008, pp. 1–4. Available also from: <http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=5757157>.
- [GHF05] GRAFMÜLLER, Bernhard; HERSCHLEIN, Alexander; FISCHER, Christian. The TerraSAR-X Antenna System. In: *IEEE International Radar Conference, 2005*. IEEE, 2005. Abger. unter DOI: 10.1109/RADAR.2005.1435823.
- [GW10] GRIFFITHS, Hugh; WILLIS, Nicholas. Klein Heidelberg – The First Modern Bistatic Radar System. *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.* 2010, Jg. 46, Nr. 4, S. 1571–1588. Abger. unter DOI: 10.1109/taes.2010.5595580.
- [HK72] HAFELE, Joseph C.; KEATING, Richard E. Around-the-World Atomic Clocks: Observed Relativistic Time Gains. *Science*. 1972, Jg. 177, Nr. 4044, S. 168–170. Abger. unter DOI: 10.1126/science.177.4044.168.
- [Hah04] HAHN, Uwe. Attractive Solutions for On-Board Transmit Pulse Generation. In: *5th European Conf. on Synthetic Aperture Radar (EUSAR2004)*. 2004.
- [HDG00] HEER, Christoph; DUMPER, Keith; GRAFMULLER, Bernhard. SAR antenna beam pattern optimisation. In: *IEEE Int. Geosci. Remote Sens. Symp. (IGARSS 2000)*. IEEE, 2000. Abger. unter DOI: 10.1109/igarss.2000.858376.
- [NASA77] NASA-TM-74839. Euler Angles, Quaternions, and Transformation Matrices – Working Relationships (Technical Memorandum), 1977.
- [Her+10] HERMAN, Jacobus; FISCHER, Denis; SCHULZE, Daniel; LÖW, Sebastian; LICHT, Maria. AOCs for TanDEM-X- Formation flight at 200m separation in low-earth orbit. In: *SpaceOps 2010*. 2010.

- [Her+04] HERSCHLEIN, Alexander; FISCHER, Christian; BRAUMANN, H.; STANGL, Martin; PITZ, Wolfgang; WERNINGHAUS, Rolf. Development and Measurement Results for TerraSAR-X Phased Array. In: *5th European Conf. on Synthetic Aperture Radar (EUSAR2004)*. 2004.
- [Her94] HERTZ, Heinrich. *Gesammelte Werke*. Untersuchungen über die Ausbreitung der elektrischen Kraft. Johann Ambrosius Barth, 1894.
- [Heu18] HEUERMANN, Holger. *Hochfrequenztechnik*. Springer Fachmedien Wiesbaden, 2018. Abger. unter DOI: 10.1007/978-3-658-23198-9.
- [HK71] HOFFMAN, Kenneth; KUNZE, Ray. *Linear Algebra*. 2. Aufl. Englewood Cliffs, N.J.: Prentice-Hall, 1971. ISBN 0135367972.
- [HR88] HOOTS, Felix R.; ROEHRICH, Ronald L. *SPACETRACK REPORT NO. 3*. Colorado Springs, CO, USA, 1988-12-31. U.S. Air Force Aerospace Defense Command.
- [Hu+15] HU, Jingliang; GUO, Rui; ZHU, Xiaoxiang; BAIER, Gerald; WANG, Yuanyuan. Non-Local Means Filter for Polarimetric SAR Speckle Reduction – Experiments using TerraSAR-X Data. *ISPRS Annals of Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences*. 2015, Jg. II-3/W4, S. 71–77. Abger. unter DOI: 10.5194/isprsannals-ii-3-w4-71-2015.
- [Hül04a] HÜLSMEYER, Christian. *Verfahren zur Bestimmung der Entfernung von metallischen Gegenständen (Schiffen o.dgl.), deren Gegenwart durch das Verfahren nach Patent 165546 festgestellt wird*. Erfinder: Christian HÜLSMEYER. Veröffentlichungstag: 1904-11-11. DE169154.
- [Hül04b] HÜLSMEYER, Christian. *Verfahren, um entfernte metallische Gegenstände mittels elektrischer Wellen einem Beobachter zu melden*. Erfinder: Christian HÜLSMEYER. Veröffentlichungstag: 1904-04-30. DE 165546.
- [Hut07] S1-DD-ASU-PL-0001. Sentinel-1 SES; Design Summary (Spezifikation),2007.
- [ICEYE18] ICEYE. *First ICEYE-X1 Radar Image from Space Published* [online]. 2018-01-17. [besucht am 2021-02-12]. Abger. unter: <https://www.iceye.com/press/press-releases/first-iceye-x1-radar-image-from-space-published>.
- [ICEYE21] ICEYE. *SAR Product Guide*. Bd. 4.0. 2021.
- [IGARSS2003] *IEEE Int. Geosci. Remote Sens. Symp. (IGARSS 2003)*. 2003.
- [IEE03] INSTITUTE OF ELECTRICAL AND ELECTRONICS ENGINEERS. *IEEE Std 521-2002, IEEE Standard Letter Designations for Radar-Frequency Bands*. IEEE, 2003. Nr. IEEE Std 521-2002. Abger. unter DOI: 10.1109/ieeestd.2003.94224.
- [IEEE145] IEEE Std 145-2013. IEEE Standard for Definitions of Terms for Antennas (IEEE Std),2013.
- [IAU91] INTERNATIONAL ASTRONOMICAL UNION. *XXIst General Assembly*. 1991.

- [IAU00] INTERNATIONAL ASTRONOMICAL UNION. *XXIVth General Assembly*. 2000.
- [IER14] INTERNATIONAL EARTH ROTATION AND REFERENCE SYSTEMS SERVICE. *Explanatory Supplement to IERS Bulletin A and Bulletin B/C04*. 2014.
- [IER18] INTERNATIONAL EARTH ROTATION AND REFERENCE SYSTEMS SERVICE. *Transformation parameters from ITRF2014 to past ITRFs*. 2018-01-18. Auch verfügbar unter: [http://itrf.ensg.ign.fr/doc\\_ITRF/Transfo-ITRF2014\\_ITRFs.txt](http://itrf.ensg.ign.fr/doc_ITRF/Transfo-ITRF2014_ITRFs.txt).
- [IER20a] INTERNATIONAL EARTH ROTATION AND REFERENCE SYSTEMS SERVICE. *Bulletin C*. 2020-01-07. Auch verfügbar unter: [https://datacenter.iers.org/data/latestVersion/16\\_BULLETIN\\_C16.txt](https://datacenter.iers.org/data/latestVersion/16_BULLETIN_C16.txt).
- [IER20b] INTERNATIONAL EARTH ROTATION AND REFERENCE SYSTEMS SERVICE. *Value of TAI-UTC*. 2020-01. Auch verfügbar unter: [https://hpiers.obspm.fr/iers/bul/bulc/Leap\\_Second.dat](https://hpiers.obspm.fr/iers/bul/bulc/Leap_Second.dat).
- [IGS20] INTERNATIONAL GNSS SERVICE. *GNSS Daily Ionosphere Total Electron Content Comparison Data Product*. NASA Crustal Dynamics Data Information System, 2020. Abger. unter DOI: 10.5067/GNSS/GNSS\_IGSIONODCTEC\_001.
- [ITU98] INTERNATIONAL TELECOMMUNICATION UNION. *The Ionosphere and Its Effects on Radiowave Propagation*. 1998.
- [ITU02] INTERNATIONAL TELECOMMUNICATION UNION. *ITU-R TF.460: Standard-frequency and time-signal emissions*. 2002.
- [ITU05] INTERNATIONAL TELECOMMUNICATION UNION. *ITU-R P.838: Specific attenuation model for rain for use in prediction methods*. 2005.
- [ITU16] INTERNATIONAL TELECOMMUNICATION UNION. *R-REG-RR-2016, Radio Regulations*. Internationale Fernmeldeunion, 2016. Auch verfügbar unter: <http://handle.itu.int/11.1002/pub/80da2b36-en>.
- [ITU17a] INTERNATIONAL TELECOMMUNICATION UNION. *ITU-R P.453: The radio refractive index: its formula and refractivity data*. 2017. Nr. ITU-R P.453-13.
- [ITU17b] INTERNATIONAL TELECOMMUNICATION UNION. *ITU-R P.834: Effects of tropospheric refraction on radiowave propagation*. 2017.
- [ITU19a] INTERNATIONAL TELECOMMUNICATION UNION. *ITU-R P.531: Ionospheric propagation data and prediction methods required for the design of satellite networks and systems*. 2019.
- [ITU19b] INTERNATIONAL TELECOMMUNICATION UNION. *ITU-R P.676: Attenuation by atmospheric gases and related effects*. 2019.
- [ITU19c] ITU-R P.840: Attenuation due to clouds and fog, 2019.
- [Jor80] JORDAN, Rolando. The Seasat-A synthetic aperture radar system. *IEEE J. Ocean. Eng.* 1980, Jg. 5, Nr. 2, S. 154–164. Abger. unter DOI: 10.1109/joe.1980.1145451.

- [Kab78] KABSCH, Wolfgang. A discussion of the solution for the best rotation to relate two sets of vectors. *Acta Crystallographica Section A*. 1978, Jg. 34, Nr. 5, S. 827–828. Abger. unter DOI: 10.1107/s0567739478001680.
- [Kar18] KARK, Klaus W. *Antennen und Strahlungsfelder*. Springer Fachmedien Wiesbaden, 2018. Abger. unter DOI: <https://doi.org/10.1007/978-3-658-22319-9>.
- [Kar11] KARNEY, Charles F. F. Transverse Mercator with an accuracy of a few nanometers. *Journal of Geodesy*. 2011, Jg. 85, Nr. 8, S. 475–485. Abger. unter DOI: 10.1007/s00190-011-0445-3.
- [KSR94] KARSTENS, Ute; SIMMER, Clemens; RUPRECHT, Eberhard. Remote sensing of cloud liquid water. *Meteorology and Atmospheric Physics*. 1994, Jg. 54, Nr. 1-4, S. 157–171. Abger. unter DOI: 10.1007/bf01030057.
- [Kav07] KAVRAKI, Lydia E. *Geometric Methods in Structural Computational Biology*. 2007. Auch verfügbar unter: <http://cnx.org/content/col10344/1.6/>.
- [Kir91] KIRCHNER, Dieter. Two-way time transfer via communication satellites. *Proceedings of the IEEE*. 1991, Jg. 79, Nr. 7, S. 983–990. Abger. unter DOI: 10.1109/5.84975.
- [Kla60] KLAUDER, John R. The Design of Radar Signals Having Both High Range Resolution and High Velocity Resolution. *Bell System Technical Journal*. 1960, Jg. 39, Nr. 4, S. 809–820. Abger. unter DOI: 10.1002/j.1538-7305.1960.tb03943.x.
- [Kla+60] KLAUDER, John R.; PRICE, A. C.; DARLINGTON, Sidney; ALBERSHEIM, Walter J. The Theory and Design of Chirp Radars. *Bell System Technical Journal*. 1960, Jg. 39, Nr. 4, S. 745–808. Abger. unter DOI: 10.1002/j.1538-7305.1960.tb03942.x.
- [Klo87] KLOBUCHAR, John. Ionospheric Time-Delay Algorithm for Single-Frequency GPS Users. *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.* 1987, Jg. AES-23, Nr. 3, S. 325–331. Abger. unter DOI: 10.1109/taes.1987.310829.
- [Klü+05] KLÜGEL, Thomas; SCHLÜTER, Wolfgang; SCHREIBER, Ulrich; SCHNEIDER, Manfred. Großringlaser zur kontinuierlichen Beobachtung der Erdrotation. *zfv – Zeitschrift für Geodäsie, Geoinformation und Landmanagement*. 2005.
- [KS74] KNOTT, Eugene F.; SENIOR, Thomas B. A. How far is far? *IEEE Trans. Antennas Propag.* 1974, Jg. 22, Nr. 5, S. 732–734. Abger. unter DOI: 10.1109/tap.1974.1140880.
- [Kön01] KÖNIG, Rolf. *Format Description: The CHAMP Orbit Format CHORB*. 2001.
- [Krá14] KRÁSNÁ, Hana. Bestimmung von Love-Zahlen und FCN-Periode aus VLBI-Daten. *Österreichische Zeitschrift für Vermessung und Geoinformation (VGI)*. 2014, Jg. 4, S. 187–192.

- [Kra+16] KRAUS, Thomas; BRAUTIGAM, Benjamin; MITTERMAYER, Josef; WOLLSTADT, Steffen; GRIGOROV, Christo. TerraSAR-X Staring Spotlight Mode Optimization and Global Performance Predictions. *IEEE J. Sel. Topics Appl. Earth Observ. Remote Sens.* 2016, Jg. 9, Nr. 3, S. 1015–1027. Abger. unter DOI: 10.1109/jstars.2015.2431821.
- [Kri+10] KRIEGER, Gerhard; HAJNSEK, Irena; PAPATHANASSIOU, Konstantinos Panagiotis; YOUNIS, Marwan; MOREIRA, Alberto. Interferometric Synthetic Aperture Radar (SAR) Missions Employing Formation Flying. *Proceedings of the IEEE*. 2010, Jg. 98, Nr. 5, S. 816–843. Abger. unter DOI: 10.1109/jproc.2009.2038948.
- [Krü12] KRÜGER, Louis. *Konforme Abbildung des Erdellipsoids in der Ebene*. Deutsches GeoForschungsZentrum GFZ, 1912. Abger. unter DOI: 10.2312/GFZ.B103-KRUEGER28.
- [KN12] KUBICA, Virginie; NEYT, Xavier. Passive SAR imaging using the ASAR instrument of ENVISAT as transmitter of opportunity. In: *9th European Conf. on Synthetic Aperture Radar (EUSAR2012)*. 2012.
- [LFB18] LACHAISE, Marie; FRITZ, Thomas; BAMLER, Richard. The Dual-Baseline Phase Unwrapping Correction Framework for the TanDEM-X Mission Part 1: Theoretical Description and Algorithms. *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.* 2018, Jg. 56, Nr. 2, S. 780–798. Abger. unter DOI: 10.1109/tgrs.2017.2754923.
- [LSF20] LACHAISE, Marie; SCHWEISSHELM, Barbara; FRITZ, Thomas. The New Tandem-X Change Dem: Specifications And Interferometric Processing. In: *2020 IEEE Latin American GRSS & ISPRS Remote Sensing Conference (LAGIRS)*. IEEE, 2020. Abger. unter DOI: 10.1109/lagirs48042.2020.9165638.
- [Lau11] LAUE, Max von. Über einen Versuch zur Optik der bewegten Körper. *Sitzungsberichte der mathematisch-physikalischen Klasse der K. B. Akademie der Wissenschaften*. 1911, S. 405–412.
- [Lee80] LEE, Jong-Sen. Digital Image Enhancement and Noise Filtering by Use of Local Statistics. *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell.* 1980, Jg. PAMI-2, Nr. 2, S. 165–168. Abger. unter DOI: 10.1109/tpami.1980.4766994.
- [Lee86] LEE, Jong-Sen. Speckle Suppression And Analysis For Synthetic Aperture Radar Images. *Optical Engineering*. 1986, Jg. 25, Nr. 5, S. 255636. Abger. unter DOI: 10.1117/12.7973877.
- [Lem+98] LEMOINE, Frank G.; KENYON, Steve C.; FACTOR, John K.; TRIMMER, Ronald G.; PAVLIS, Nikolaos K.; CHINN, Douglas S.; COX, Christopher M.; KLOSKO, Steven M.; LUTHCKE, Scott B.; TORRENCE, Mark H.; WANG, Yan Ming; WILLIAMSON, Ronald G.; PAVLIS, Erricos C.; RAPP, Richard H.; OLSON, T. Rob. *The Development of the Joint NASA GSFC and the National Imagery and Mapping Agency (NIMA) Geopotential Model EGM96*. 1998-06-01. Techn. Ber. NASA Goddard Space Flight Center.

- [LCH83] LI, Fuk-Kwok; CROFT, Cheryl; HELD, Daniel N. Comparison of Several Techniques to Obtain Multiple-Look SAR Imagery. *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.* 1983, Jg. GE-21, Nr. 3, S. 370–375. Abger. unter DOI: 10.1109/tgrs.1983.350568.
- [LHM91] LIEBE, Hans J.; HUFFORD, George A.; MANABE, Takeshi. A model for the complex permittivity of water at frequencies below 1 THz. *International Journal of Infrared and Millimeter Waves.* 1991, Jg. 12, Nr. 7, S. 659–675. Abger. unter DOI: 10.1007/bf01008897.
- [Lie20] LIEBIG, Thorsten. *openEMS - Open Electromagnetic Field Solver*. General und Theoretical Electrical Engineering (ATE), University of Duisburg-Essen, 2020. Auch verfügbar unter: <https://www.openEMS.de>.
- [Lie+12] LIEBIG, Thorsten; RENNING, Andreas; HELD, Sebastian; ERNI, Daniel. *openEMS - a free and open source equivalent-circuit (EC) FDTD simulation platform supporting cylindrical coordinates suitable for the analysis of traveling wave MRI applications*. Bd. 26. Wiley, 2012. Nr. 6. Abger. unter DOI: 10.1002/jnm.1875.
- [Liu11] LIU, Bin. *Entwurf und Realisierung eines DDS basierten Signalgenerators zur Erzeugung breitbandiger frequenzmodulierter Signalformen*. 2011. Masterarbeit. Universität Siegen.
- [Lof04] LOFFELD, Otmar. Bistatic SAR Some Reflections on Rocca's Smile. In: *5th European Conf. on Synthetic Aperture Radar (EUSAR2004)*. 2004.
- [Lof19] LOFFELD, Otmar. *Lecture on Communications Engineering: Asymptotical Behaviour of Spectra – Method of Stationary Phase* [Vorlesungsfolien]. 2019.
- [LHS98] LOFFELD, Otmar; HEIN, Achim; SCHNEIDER, Frank. SAR focusing: scaled inverse Fourier transformation and chirp scaling. In: *IEEE Int. Geosci. Remote Sens. Symp. (IGARSS 1998)*. IEEE, 1998. Abger. unter DOI: 10.1109/IGARSS.1998.699533.
- [Lof+06] LOFFELD, Otmar; NATROSHVILI, Koba; NIES, Holger; GEBHARDT, Ulrich; KNEDLLIK, Stefan; ORTIZ, Amaya Medrano; AMANKWAH, Antony. 2D-Scaled Inverse Fourier Transformation for Bistatic SAR. In: *6th European Conf. on Synthetic Aperture Radar (EUSAR2006)*. 2006.
- [Lof+08] LOFFELD, Otmar; NIES, Holger; KNEDLIK, Stefan; WANG, Yu. Phase Unwrapping for SAR Interferometry—A Data Fusion Approach by Kalman Filtering. *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.* 2008, Jg. 46, Nr. 1, S. 47–58. Abger. unter DOI: 10.1109/tgrs.2007.909081.
- [Lof+04] LOFFELD, Otmar; NIES, Holger; PETERS, Valerij; KNEDLIK, Stefan. Models and useful relations for bistatic SAR processing. *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.* 2004, Jg. 42, Nr. 10, S. 2031–2038. Abger. unter DOI: 10.1109/tgrs.2004.835295.
- [Löf12] LÖFFLER, Hans. *Meteorologische Bodenmesstechnik*. Offenbach am Main: Selbstverlag des Deutschen Wetterdienstes, 2012. Leitfäden für die Ausbildung Im Deutschen Wetterdienst. ISBN 978-3-88148-456-5.

- [LB+11] LÖRCHER, Michael; BRUGGER, Hans u. a. Advanced RF sensors for SAR earth observation using high precision T/R-Modules. In: *Proc. 3rd Int. Asia-Pacific Conf. Synthetic Aperture Radar (APSAR)*. 2011, S. 1–6.
- [Lud73] LUDWIG, Arthur C. The definition of cross polarization. *IEEE Trans. Antennas Propag.* 1973, Jg. 21, Nr. 1, S. 116–119. Abger. unter DOI: 10.1109/tap.1973.1140406.
- [Lum+19] LUMSDON, Parivash; RIEDMANN, Michael; KOPPE, Wolfgang; JANOTH, Jürgen; KAHABKA, Hanjo; ESTAL FERNANDEZ, Victor del; PEREZ, Juan Ignacio Cicuendez. Development of Operational Applications of Terrasar-X PAZ Constellation. In: *IEEE Int. Geosci. Remote Sens. Symp. (IGARSS 2019)*. IEEE, 2019. Abger. unter DOI: 10.1109/igarss.2019.8898845.
- [MP09] MARTELLUCCI, Antonio; PRIETO CERDEIRA, Roberto. Review of Tropospheric, Ionospheric and Multipath Data and Models for Global Navigation Satellite Systems. In: *2009 3rd European Conference on Antennas and Propagation*. IEEE, 2009, S. 3697–3702.
- [MSB13] MAŚLIKOWSKI, Łukasz; SAMCZYŃSKI, Piotr; BĄCZYK, Marcin K. X-band receiver for passive imaging based on TerraSAR-X illuminator. In: *2013 Signal Processing Symposium (SPS)*. IEEE, 2013. Abger. unter DOI: 10.1109/sps.2013.6623593.
- [Mas14] MASSOK, Batogue Ba Mbuoa. *Entwicklung und Implementierung einer Schnittstelle zur Bereitstellung von Höhendaten aus verschiedenartigen Quellen*. 2014. Studienarbeit. Universität Siegen.
- [Mas+93] MASSONNET, Didier; ROSSI, Marc; CARMONA, César; ADRAGNA, Frédéric; PELTZER, Gilles; FEIGL, Kurt; RABAUTE, Thierry. The displacement field of the Landers earthquake mapped by radar interferometry. *Nature*. 1993, Jg. 364, Nr. 6433, S. 138–142. Abger. unter DOI: 10.1038/364138a0.
- [MDG97] MATHEWS, Piravonu Mathews; DEHANT, Véronique; GIPSON, John M. Tidal station displacements. *Journal of Geophysical Research*. 1997, Jg. 102, Nr. B9, S. 20469–20477. Abger. unter DOI: <https://doi.org/10.1029/97JB01515>.
- [Max65] MAXWELL, James Clerk. A Dynamical Theory of the Electromagnetic Field. In: *The Royal Society*, 1865, Bd. 155, S. 459–512. Abger. unter DOI: <https://doi.org/10.1098/rstl.1865.0008>.
- [McC09] MCCARTHY, Dennis. *Note on Coordinated Universal Time*. 2009-06-02. Techn. Ber., CCTF/09-32.
- [Mes15] MESCHÉDE, Dieter. *Gerthsen Physik*. Springer Berlin Heidelberg, 2015. Abger. unter DOI: 10.1007/978-3-662-45977-5.
- [Met+07] META, Adriano; PRATS, Pau; STEINBRECHER, Ulrich; SCHEIBER, Rolf; MITTERMAYER, Josef. First TOPSAR interferometry results with TerraSAR-X. In: *FRINGE*. 2007, S. 8.
- [Mil08] MILLER, David. The TanDEM-X Satellite. In: *7th European Conf. on Synthetic Aperture Radar (EUSAR2008)*. 2008.

- [Mit+16] MITTERMAYER, Josef; KRAUS, Thomas; LÓPEZ-DEKKER, Paco; PRATS-IRAOLA, Pau; KRIEGER, Gerhard; MOREIRA, Alberto. Wrapped Staring Spotlight SAR for TerraSAR-X. In: *11th European Conf. on Synthetic Aperture Radar (EUSAR2016)*. 2016.
- [MLB03] MITTERMAYER, Josef; LORD, Richard; BÖRNER, Elke. Sliding spotlight SAR processing for TerraSAR-X using a new formulation of the extended chirp scaling algorithm. In: *IEEE Int. Geosci. Remote Sens. Symp. (IGARSS 2003)*. IEEE, 2003. Abger. unter DOI: 10.1109/igarss.2003.1294144.
- [Mit+08] MITTERMAYER, Josef; STEINBRECHER, Ulrich; META, Adriano; TOUS-RAMON, Nuria; WOLLSTADT, Steffen; YOUNIS, Marwan; MARQUEZ, Jose; SCHULZE, Daniel; ORTEGA, Carlos. TerraSAR-X System Performance & Command Generation. In: *7th European Conf. on Synthetic Aperture Radar (EUSAR2008)*. 2008.
- [Mit+12] MITTERMAYER, Josef; WOLLSTADT, Steffen; PRATS, Pau; SCHEIBER, Rolf; KOPPE, Wolfgang. Staring spotlight imaging with TerraSAR-X. In: *IEEE Int. Geosci. Remote Sens. Symp. (IGARSS 2012)*. IEEE, 2012. Abger. unter DOI: 10.1109/igarss.2012.6350809.
- [Mit+13] MITTERMAYER, Josef; WOLLSTADT, Steffen; PRATS-IRAOLA, Pau; LOPEZ-DEKKER, Paco; KRIEGER, Gerhard; MOREIRA, Alberto. Bidirectional SAR Imaging Mode. *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.* 2013, Jg. 51, Nr. 1, S. 601–614. Abger. unter DOI: 10.1109/tgrs.2012.2202669.
- [Mit+14] MITTERMAYER, Josef; WOLLSTADT, Steffen; PRATS-IRAOLA, Pau; SCHEIBER, Rolf. The TerraSAR-X Staring Spotlight Mode Concept. *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.* 2014, Jg. 52, Nr. 6, S. 3695–3706. Abger. unter DOI: 10.1109/tgrs.2013.2274821.
- [Mon+10] MONJAS, Fernando; MARTÍN, Isabel; SOLANA, Andrés; MONTESANO, Antonio; CUESTA, Luis; MADRAZO, Israel; IRENESÁN-CHEZ. X-Band SAR Antenna for SEOSAR/PAZ Satellite. In: *32nd ESA Antenna Workshop on Antennas for Space Applications*. 2010.
- [Mor14] MOREIRA, Alberto. A golden age for spaceborne SAR systems. In: *2014 20th International Conference on Microwaves, Radar and Wireless Communications (MIKON)*. IEEE, 2014. Abger. unter DOI: 10.1109/mikon.2014.6899903.
- [Mor00] MORITZ, Helmut. Geodetic Reference System 1980. *Journal of Geodesy*. 2000, Jg. 74, Nr. 1, S. 128–133. Abger. unter DOI: 10.1007/s001900050278.
- [Mue70] MUEHL DORF, Eugen I.. The phase center of horn antennas. *IEEE Trans. Antennas Propag.* 1970, Jg. 18, Nr. 6, S. 753–760. Abger. unter DOI: 10.1109/TAP.1970.1139799.
- [Muñ+18] MUÑOZ, Juan Manuel Cuerda; RODRÍGUEZ, Marcos García; BONILLA, María José González; VÁZQUEZ, Nuria Casal; REVENGA, Patricia Cifuentes. External Radiometric Calibration and Characterization of PAZ. First results of Commissioning Phase. In: *12th European Conf. on Synthetic Aperture Radar (EUSAR2018)*. 2018.

- [Mur84] MURRAY, James Dickson. *Asymptotic Analysis*. Springer New York, 1984. Abger. unter DOI: 10.1007/978-1-4612-1122-8.
- [NGA14a] NATIONAL GEOSPATIAL-INTELLIGENCE AGENCY. *Department of Defense World Geodetic System 1984*. 2014-07-08. Techn. Ber.
- [NGA14b] NATIONAL GEOSPATIAL-INTELLIGENCE AGENCY. *The Universal Grids and the Transverse Mercator and Polar Stereographic Map Projections*. 2014-03-25. Techn. Ber.
- [NIM00] NATIONAL IMAGERY AND MAPPING AGENCY. *Department of Defense World Geodetic System 1984*. 2000-01-03. Techn. Ber. National Imagery und Mapping Agency.
- [NWC07] NEO, Yew Lam; WONG, Frank; CUMMING, Ian G. A Two-Dimensional Spectrum for Bistatic SAR Processing Using Series Reversion. *IEEE Geosci. Remote Sens. Lett.* 2007, Jg. 4, Nr. 1, S. 93–96. Abger. unter DOI: 10.1109/lgrs.2006.885862.
- [Nie96] NIELL, Arthur E. Global mapping functions for the atmosphere delay at radio wavelengths. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*. 1996, Jg. 101, Nr. B2, S. 3227–3246. Abger. unter DOI: 10.1029/95jb03048.
- [Nie+18] NIES, Holger; BEHNER, Florian; REUTER, Simon; LOFFELD, Otmar. First Results of Passive Radar Imaging and Tracking Using Geostationary Satellites. In: *2018 15th European Radar Conference (EuRAD)*. IEEE, 2018. Available from DOI: 10.23919/eurad.2018.8546511.
- [Nie+10a] NIES, Holger; BEHNER, Florian; REUTER, Simon; LOFFELD, Otmar; WANG, Robert. Polarimetric and interferometric applications in a bistatic hybrid SAR mode using TerraSAR-X. In: *IEEE Int. Geosci. Remote Sens. Symp. (IGARSS 2010)*. 2010, pp. 110–113. Available from DOI: 10.1109/IGARSS.2010.5652865.
- [Nie+10b] NIES, Holger; BEHNER, Florian; REUTER, Simon; LOFFELD, Otmar; WANG, Robert. SAR Experiments in a Bistatic Hybrid Configuration for Generating PolInSAR Data with TerraSAR-X Illumination. In: *8th European Conf. on Synthetic Aperture Radar (EUSAR2010)*. 2010. Available also from: <http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=5758898>.
- [Nie+16] NIES, Holger; BEHNER, Florian; REUTER, Simon; MECKEL, Simon; LOFFELD, Otmar. Radar Imaging and Tracking Using Geostationary Communication Satellite Systems - A Project Description. In: *11th European Conf. on Synthetic Aperture Radar (EUSAR2016)*. 2016.
- [NLN06] NIES, Holger; LOFFELD, Otmar; NATROSHVILI, Koba. Analysis and Focusing of Bistatic Airborne SAR Data. In: *6th European Conf. on Synthetic Aperture Radar (EUSAR2006)*. 2006.
- [NOA91] NOAA NATIONAL WEATHER SERVICE, Radar Operations Center. *NOAA Next Generation Radar (NEXRAD) Level II Base Data*. NOAA National Centers for Environmental Information, 1991. Abger. unter DOI: 10.7289/V5W9574V.

- [OP07] OCHS, Stefan; PITZ, Wolfgang. The TerraSAR-X and TanDEM-X Satellites. In: *3rd International Conference on Recent Advances in Space Technologies*. IEEE, 2007. Abger. unter DOI: 10.1109/rast.2007.4283999.
- [OL07] OHM, Jens-Rainer; LÜKE, Hans Dieter. *Signalübertragung*. Springer Berlin Heidelberg, 2007. Abger. unter DOI: 10.1007/978-3-540-69258-4.
- [Olv+20] OLVER, Frank W. J.; DAALHUIS, Adrianus Olde; LOZIER, Daniel W.; SCHNEIDER, Barry I.; BOISVERT, Ronald F.; CLARK, Charles W.; MILLER, Bruce R.; SAUNDERS, Bonita V.; COHL, Howard S.; MCCLAIN, Marjorie A. (Hrsg.). *NIST Digital Library of Mathematical Functions* [online]. 2020. Release 1.1.0 [besucht am 2020-12-15]. Abger. unter: <http://dlmf.nist.gov/>.
- [PP02] PAPOULIS, Athanasios; PILLAI, S. Unnikrishna. *Probability, random variables, and stochastic processes*. 4. Aufl. Boston, Mass.: McGraw-Hill, 2002. ISBN 0071122567.
- [Pen56] PENROSE, Roger. On best approximate solutions of linear matrix equations. *Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*. 1956, Jg. 52, Nr. 1, S. 17–19. Abger. unter DOI: 10.1017/s0305004100030929.
- [PL10] PETIT, Gérard; LUZUM, Brian. *IERS Conventions (2010): IERS Technical Note No. 36*. Frankfurt am Main: Verlag des Bundesamts für Kartographie und Geodäsie, 2010. technischer Bericht. IERS Conventions Centre. ISSN 1019-4568.
- [PF05] PILZ, Dietmar; FELDLER, Peter. RF-Payload of TerraSAR-X. In: *German Microwave Conference (GeMiC)*. 2005, pp. 140–143. Available also from: [http://duepublico.uni-duisburg-essen.de/servlets/DerivateServlet/Derivate-14581/Paper/5\\_2.pdf](http://duepublico.uni-duisburg-essen.de/servlets/DerivateServlet/Derivate-14581/Paper/5_2.pdf).
- [PR92] PRATI, Claudio; ROCCA, Fabio. Range Resolution Enhancement with Multiple Sar Surveys Combination. In: *IEEE Int. Geosci. Remote Sens. Symp. (IGARSS 1992)*. IEEE, 1992. Abger. unter DOI: 10.1109/igarss.1992.578637.
- [Qiu+12] QIU, Xiaolan; BEHNER, Florian; REUTER, Simon; NIES, Holger; LOFFELD, Otmar; HUANG, Lijia; HU, Donghui; DING, Chibiao. An imaging algorithm based on keystone transform for one-stationary bistatic SAR of spotlight mode. *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing*. 2012, vol. 2012, no. 1. ISSN 1687-6180. Available from DOI: 10.1186/1687-6180-2012-221.
- [QDH13] QIU, Xiaolan; DING, Chibiao; HU, Donghui. *Bistatic SAR Data Processing Algorithms*. John Wiley & Sons, 2013. ISBN 978-1-118-18808-8.
- [Ran+94] RANEY, Russell Keith; RUNGE, Hartmut; BAMLER, Richard; CUMMING, Ian G.; WONG, Frank H. Precision SAR processing using chirp scaling. *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.* 1994, Jg. 32, Nr. 4, S. 786–799. Abger. unter DOI: 10.1109/36.298008.

- [Ras+07] RASMUSSEN, Johan R.; BLOM, Martin; FLOOD, Björn; FRÖLIND, Per-Olov; GUSTAVSSON, Anders; JONSSON, Tommy; LARSSON, Björn; STENSTRÖM, Gunnar; ULANDER, Lars M. H. Bistatic VHF and UHF SAR for urban environments. In: KURTZ, James L.; TAN, Robert J. (Hrsg.). *Radar Sensor Technology XI*. SPIE, 2007. Abger. unter doi: 10.1117/12.719700.
- [Reu23] REUTER, Simon. *Entwicklung und Untersuchung eines Radars mit stochastischer Wellenform*. 2023. Dissertation. Universität Siegen.
- [Reu+12] REUTER, Simon; BEHNER, Florian; NIES, Holger; LOFFELD, Otmar. A noise based transmitter system for the HITCHHIKER project. In: *9th European Conf. on Synthetic Aperture Radar (EUSAR2012)*. 2012, pp. 235–238. Available also from: <http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=6217034>.
- [Reu+14] REUTER, Simon; BEHNER, Florian; NIES, Holger; LOFFELD, Otmar. First HITCHHIKER Noise Radar Imaging Experiment. In: *10th European Conf. on Synthetic Aperture Radar (EUSAR2014)*. 2014, pp. 794–797. Available also from: <https://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?tp=&arnumber=6856915>.
- [Reu+16] REUTER, Simon; BEHNER, Florian; NIES, Holger; LOFFELD, Otmar. A Multi Channel Antenna Setup for Trajectory Estimation of Moving Targets for ISAR Imaging Using Time Difference of Arrival with the HITCHHIKER Noise Radar. In: *11th European Conf. on Synthetic Aperture Radar (EUSAR2016)*. 2016. Available also from: <http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=7559233>.
- [Reu+10] REUTER, Simon; BEHNER, Florian; NIES, Holger; LOFFELD, Otmar; MATTHES, Dietmar; SCHILLER, Joachim. Development and experiments of a passive SAR receiver system in a bistatic spaceborne/stationary configuration. In: *IEEE Int. Geosci. Remote Sens. Symp. (IGARSS 2010)*. IEEE, 2010, pp. 118–121. Available from doi: 10.1109/IGARSS.2010.5653797.
- [Rie+02] RIEGER, Ralf; SCHWEIZER, B.; DREHER, Helmut; REBER, Rolf; ADOLPH, Markus; FELDLE, Heinz-Peter. Highly Integrated Cost-effective Standard X-band T/R Module Using LTCC Housing Concept for Automated Production. In: *4th European Conf. on Synthetic Aperture Radar (EUSAR2002)*. 2002.
- [Ril08] RILEY, William J. *Handbook of Frequency Stability Analysis*. 2008-07. Techn. Ber. National Institute of Standards und Technology.
- [Rit] RITSCHHEL, Bernd. *TerraSAR-X Rapid Science Orbit*. [o. D.]. Abger. unter doi: 10.1594/GFZ/ISDC/TerraSAR-X/TSX-ORB-3-RSO.
- [Rod+10] RODRIGUEZ-CASSOLA, Marc; BAUMGARTNER, Stefan V.; KRIEGER, Gerhard; MOREIRA, Alberto. Bistatic TerraSAR-X/F-SAR Spaceborne–Airborne SAR Experiment: Description, Data Processing, and Results. *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.* 2010, vol. 48, no. 2, pp. 781–794. Available from doi: 10.1109/tgrs.2009.2029984.
- [PL-4127] TX-PGS-PL-4127. Announcement of Opportunity: New Modes of TerraSAR-X - 2013 (DLR),2013.

- [Rot+07] ROTHACHER, Markus; TAPLEY, Byron D.; REIGBER, Christoph; KOENIG, Rolf; FALCK, Carsten; GRUNWALDT, Ludwig; KOEHLER, Wolfgang; MASSMANN, Franz-Heinrich; MICHALAK, Grzegorz. The Tracking, Occultation and Ranging (TOR) instrument onboard TerraSAR-X and on TanDEM-X. In: *IEEE Int. Geosci. Remote Sens. Symp. (IGARSS 2007)*. IEEE, 2007. Abger. unter DOI: 10.1109/igarss.2007.4423980.
- [Saa72] SAASTAMOINEN, Jouko H. Atmospheric Correction for the Troposphere and Stratosphere in Radio Ranging Satellites. 1972, S. 247–251. Abger. unter DOI: 10.1029/gm015p0247.
- [SB13] SAGNAC, Georges; BOUTY, Edmond. Sur la preuve de la réalité de l'éther lumineux par l'expérience de l'interférographe tournant. *Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des sciences*. 1913, S. 1410–1413.
- [Sam+12] SAMCZYŃSKI, Piotr; KULPA, Krzysztof; MALANOWSKI, Mateusz; KRYSIK, Piotr; MAŚLIKOWSKI, Łukasz. Trial results on passive SAR measurement using the Envisat-1 satellite as an illuminator of opportunity. In: *9th European Conf. on Synthetic Aperture Radar (EUSAR2012)*. 2012, pp. 291–294. Available also from: <https://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?tp=&arnumber=6217061>.
- [San+07] SANZ-MARCOS, Jesus; LOPEZ-DEKKER, Paco; MALLORQUI, Jordi J.; AGUASCA, Albert; PRATS, Pau. SABRINA: A SAR Bistatic Receiver for Interferometric Applications. *IEEE Geosci. Remote Sens. Lett.* 2007, vol. 4, no. 2, pp. 307–311. Available from DOI: 10.1109/LGRS.2007.894144.
- [San+06] SANZ-MARCOS, Jesus; MALLORQUI, Jordi; AGUASCA, Albert; PRATS, Pau. First ENVISAT and ERS-2 Parasitic Bistatic Fixed Receiver SAR Images Processed with the Subaperture Range-Doppler Algorithm. In: *IEEE Int. Geosci. Remote Sens. Symp. (IGARSS 2006)*. IEEE, 2006. Abger. unter DOI: 10.1109/igarss.2006.475.
- [IPFDPM] DI-MPC-IPFDPM. Sentinel-1 Level 1 Detailed Algorithm Definition (Spezifikation), 2019.
- [Sha+14] SHAO, Yunfeng; WANG, Robert; DENG, Yunkai; LOFFELD, Otmar. Multi-channel bistatic SAR experiments with TerraSAR-X. In: *10th European Conf. on Synthetic Aperture Radar (EUSAR2014)*. 2014.
- [Sko80] SKOLNIK, Merrill I. *Introduction to Radar Systems*. McGraw-Hill, 1980.
- [Sko90] SKOLNIK, Merrill I. (Hrsg.). *Radar Handbook*. Second Edition. New York: McGraw-Hill, 1990. ISBN 0-07-057913-X.
- [SB14] SOMMERFELD, Arnold; BRILLOUIN, Léon. Über die Fortpflanzung des Lichtes in dispergierenden Medien. *Annalen der Physik*. 1914, Jg. 349, Nr. 10, S. 177–240.
- [Spi13] SPIES, Raphael. *Entwicklung eines beschleunigten SAR Prozessors auf Grundlage der Rückprojektion in CUDA*. 2013. Masterarbeit. Universität Siegen.

- [SWZ03] STANGL, Martin; WERNINGHAUS, Rolf; ZAHN, Rudolf. The TerraSAR-X Active Phased Array Antenna. In: *IEEE International Symposium on Phased Array Systems and Technology, 2003*. IEEE, 2003. Abger. unter DOI: 10.1109/past.2003.1256959.
- [Sto78] STOLT, Robert H. Migration by Fourier Transform. *GEOPHYSICS*. 1978, Jg. 43, Nr. 1, S. 23–48. Abger. unter DOI: 10.1190/1.1440826.
- [Str41] STRATTON, Julius Adams. *Electromagnetic Theory*. McGraw-Hill, 1941.
- [Ray79] STRUTT, John William [3rd Baron Rayleigh]. XXXI. Investigations in optics, with special reference to the spectroscope. *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*. 1879, Jg. 8, Nr. 49, S. 261–274. Abger. unter DOI: 10.1080/14786447908639684.
- [Stu+13] STUBENRAUCH, C. J.; ROSSOW, W. B.; KINNE, S.; ACKERMAN, S.; CESANA, G.; CHEPFER, H.; GIROLAMO, L. Di; GETZEWICH, B.; GUIGNARD, A.; HEIDINGER, A.; MADDUX, B. C.; MENZEL, W. P.; MINNIS, P.; PEARL, C.; PLATNICK, S.; POULSEN, C.; RIEDI, J.; SUN-MACK, S.; WALTHER, A.; WINKER, D.; ZENG, S.; ZHAO, G. Assessment of Global Cloud Datasets from Satellites: Project and Database Initiated by the GEWEX Radiation Panel. *Bulletin of the American Meteorological Society*. 2013, Jg. 94, Nr. 7, S. 1031–1049. Abger. unter DOI: 10.1175/bams-d-12-00117.1.
- [Sue+02] SUESS, Martin; RIEGGER, Sebastian; PITZ, Wolfgang; WERNINGHAUS, Rolf. TerraSAR-X - Design and Performance. In: *4th European Conf. on Synthetic Aperture Radar (EUSAR2002)*. 2002.
- [Tak13] TAKASU, Tomoji. *RTKLIB ver. 2.4.2 Manual*. 2013.
- [TKY07] TAKASU, Tomoji; KUBO, Nobuaki; YASUDA, Akio. Development, evaluation and application of RTKLIB: A program library for RTK-GPS. In: *Tagungsband des GPS/GNSS Symposium der GPS/GNSS society Japan institute of navigation*. 2007.
- [Tay55] TAYLOR, Thomas T. Design of line-source antennas for narrow beamwidth and low side lobes. *Transactions of the IRE Professional Group on Antennas and Propagation*. 1955, Jg. 3, Nr. 1, S. 16–28. Abger. unter DOI: 10.1109/TPGAP.1955.5720407.
- [Tes00] TESLA, Nikola. The Problem of Increasing Human Energy. *The Century Magazine*. 1900, S. 175–210.
- [The19] THE HDF GROUP. *HDF5 User's Guide*. 2019.
- [The20] HDF5 File Format Specification Version 3.0,2020. Auch verfügbar unter: <https://support.hdfgroup.org/HDF5/doc/H5.format.html>.
- [Tho87] THOMSON, William. On the waves produced by a single impulse in water of any depth, or in a dispersive medium. *Proceedings of the Royal Society of London*. 1887, Jg. 42, Nr. 251-257, S. 80–83. Abger. unter DOI: 10.1098/rspl.1887.0017.
- [Tri13] TRIMBLE. *Trimble OEM BD9xx GNSS Receiver Family Interface Control Document*. 2013.

- [U S19] U. S. AIR FORCE GPS DIRECTORATE. *IS-GPS-200K, NAVSTAR GPS Space Segment/Navigation User Segment Interfaces*. 2019.
- [UL15] ULABY, Fawwaz T.; LONG, David. *Microwave Radar and Radiometric Remote Sensing*. Norwood Artech House, 2015. ISBN 9780472119356.
- [Ula+10] ULANDER, Lars M. H.; BARMETTLER, Arnold; FLOOD, Björn; FRÖLIND, Per-Olov; GUSTAVSSON, Anders; JONSSON, Tommy; MEIER, Erich; RASMUSSEN, Johan; STENSTRÖM, Gunnar. Signal-to-clutter ratio enhancement in bistatic very high frequency (VHF)-band SAR images of truck vehicles in forested and urban terrain. *IET Radar, Sonar & Navigation*. 2010, Jg. 4, Nr. 3, S. 438. Abger. unter DOI: 10.1049/iet-rsn.2009.0039.
- [Val+06] VALLADO, David; CRAWFORD, Paul; HUJSAK, Ricahrd; KELSO, T. S. Revisiting Spacetrack Report #3. In: *AIAA/AAS Astrodynamics Specialist Conference and Exhibit*. American Institute of Aeronautics und Astronautics, 2006. Abger. unter DOI: 10.2514/6.2006-6753.
- [Van64] VANDER LUGT, Anthony. Signal detection by complex spatial filtering. *IEEE Trans. Inf. Theory*. 1964, Jg. 10, Nr. 2, S. 139–145. ISSN 0018-9448. Abger. unter DOI: 10.1109/TIT.1964.1053650.
- [Ver10] VERMEILLE, Hugues. An analytical method to transform geocentric into geodetic coordinates. *Journal of Geodesy*. 2010, Jg. 85, Nr. 2, S. 105–117. Abger. unter DOI: 10.1007/s00190-010-0419-x.
- [Vog12] VOGT, Marco. *Entwurf, Aufbau und Charakterisierung eines Leistungsmesssystems für Radarimpulse*. 2012. Diplomarbeit. Universität Siegen.
- [WY14] WAHL, Daniel E.; YOCKY, David A. *Bistatic SAR: Signal Processing and Image Formation*. 2014-10. Techn. Ber. Sandia National Laboratories.
- [Wah+06] WAHL, M.; ADOLPH, M.; BILLER, Kristina; HACKENBERG, Ulrich; RIEGER, Ralf; SCHWEIZER, B.; ADELSECK, Bernd; BRUGGER, Hans; LÖRCHER, Michael. High Precision T/R-Module for SAR Earth Observations. In: *6th European Conf. on Synthetic Aperture Radar (EUSAR2006)*. 2006.
- [WBE04] WALTERSCHEID, Ingo; BRENNER, Andreas; ENDER, Joachim H. G. Geometry and System Aspects for a Bistatic Airborne SAR-Experiment. In: *5th European Conf. on Synthetic Aperture Radar (EUSAR2004)*. 2004.
- [Wal+06] WALTERSCHEID, Ingo; ENDER, Joachim H. G.; BRENNER, Andreas R.; LOFFELD, Otmar. Bistatic SAR Processing and Experiments. *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.* 2006, Jg. 44, Nr. 10, S. 2710–2717. Abger. unter DOI: 10.1109/tgrs.2006.881848.
- [Wal+10a] WALTERSCHEID, Ingo; ESPETER, Thomas; BRENNER, Andreas; KLARE, Jens; ENDER, Joachim H. G.; NIES, Holger; WANG, Robert; LOFFELD, Otmar. Bistatic SAR Experiments With PAMIR and TerraSAR-X—Setup, Processing, and Image Results. *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.* 2010, vol. 48, no. 8, pp. 3268–3279. Available from DOI: 10.1109/TGRS.2010.2043952.

- [Wal+09] WALTERSCHEID, Ingo; ESPETER, Thomas; GIERULL, Christoph; KLARE, Jens; BRENNER, Andreas; ENDER, Joachim H. G. Results and analysis of hybrid bistatic SAR experiments with spaceborne, airborne and stationary sensors. In: *IEEE Int. Geosci. Remote Sens. Symp. (IGARSS 2009)*. 2009, vol. 2, pp. 238–241. Available from DOI: 10.1109/IGARSS.2009.5418052.
- [Wal+10b] WALTERSCHEID, Ingo; ESPETER, Thomas; KLARE, Jens; BRENNER, Andreas R.; ENDER, Joachim H. G. Potential and limitations of forward-looking bistatic SAR. In: *IEEE Int. Geosci. Remote Sens. Symp. (IGARSS 2010)*. 2010, pp. 216–219. Available from DOI: 10.1109/IGARSS.2010.5653210.
- [Wan+13] WANG, Robert; DENG, Yunkai; ZHANG, Zhimin; SHAO, Yunfeng; HOU, Jixiang; LIU, Gang; WU, Xiayi. Double-Channel Bistatic SAR System With Spaceborne Illuminator for 2-D and 3-D SAR Remote Sensing. *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.* 2013, vol. 51, no. 8, pp. 4496–4507. Available from DOI: 10.1109/tgrs.2013.2252908.
- [Wan+08] WANG, Robert; LOFFELD, Otmar; UL-ANN, Qurat; NIES, Holger; MEDRANO-ORTIZ, Amaya; SAMARAH, Ashraf. A Bistatic Point Target Reference Spectrum for General Bistatic SAR Processing. *IEEE Geosci. Remote Sens. Lett.* 2008, Jg. 5, Nr. 3, S. 517–521. Abger. unter DOI: 10.1109/lgrs.2008.923542.
- [Wan+10] WANG, Robert; LOFFELD, Otmar; NEO, Yew Lam; NIES, Holger; WALTERSCHEID, Ingo; ESPETER, Thomas; KLARE, Jens; ENDER, Joachim H. G. Focusing Bistatic SAR Data in Airborne/Stationary Configuration. *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.* 2010, Jg. 48, Nr. 1, S. 452–465. Abger. unter DOI: 10.1109/tgrs.2009.2027700.
- [WAL19] WANG, Yanting; AINSWORTH, Thomas L.; LEE, Jong-Sen. On The Geometrical Dependency of the Polarimetric Bistatic SAR Observation. In: *IEEE Int. Geosci. Remote Sens. Symp. (IGARSS 2019)*. IEEE, 2019. Abger. unter DOI: 10.1109/igarss.2019.8899815.
- [Wei15] WEIGL, Elmar. *Radarniederschlag - Prinzip der Niederschlagsbestimmung mit Radar*. 2015-06-10. Deutscher Wetterdienst.
- [Wei+14] WEIGT, Mathias; GRIGOROV, Christo; STEINBRECHER, Ulrich; SCHULZE, Daniel. TanDEM-X Mission: Long Term in Orbit Synchronisation Link Performance Analysis. In: *10th European Conf. on Synthetic Aperture Radar (EUSAR2014)*. 2014.
- [Wei06] WEISS, Matthias. Autonomous Determination of Relative Position and Flight Direction of two Airborne Radar Platforms. In: *6th European Conf. on Synthetic Aperture Radar (EUSAR2006)*. 2006. Nr. oscillators.
- [WS05] WENDLAND, Wolfgang L.; STEINBACH, Olaf. *Analysis*. Vieweg+Teubner Verlag, 2005. Abger. unter DOI: 10.1007/978-3-322-82962-7.
- [Wer+09] WERMUTH, Martin; HAUSCHILD, Andre; MONTENBRUCK, Oliver; JÄGGI, Adrian. TerraSAR-X Rapid and Precise Orbit Determination. In: *21st International Symposium on Space Flight Dynamics*. 2009.

- [WBG07] WHITEWOOD, Aric Pierre; BAKER, Christopher J.; GRIFFITHS, Hugh D. Bistatic radar using a spaceborne illuminator. In: *IET International Conference on Radar Systems 2007*. IEE, 2007, pp. 1–5. Available from doi: 10.1049/cp:20070611.
- [Wil+06] WILDEN, Helmut; PETERS, Olaf; SAALMANN, Olaf; POPPEL-REUTER, Bernd; BRENNER, Andreas. PAMIR with reconfigurable antenna frontend. In: *2006 First European Conference on Antennas and Propagation*. IEEE, 2006. Abger. unter doi: 10.1109/eucap.2006.4584870.
- [Wil54] WILEY, Carl Atwood. *Pulsed doppler radar methods and apparatus*. Erfinder: Carl Atwood WILEY. Veröffentlichungstag: 1954-08-13. Filed 13. Aug. 1954. Patented 20. Jul. 1965. Washington, DC: U.S. Patent, Trademark Office. U.S. Patent No. 3,196,436.
- [Wil85] WILEY, Carl Atwood. Synthetic Aperture Radars. *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.* 1985, Jg. AES-21, Nr. 3, S. 440–443. ISSN 0018-9251. Abger. unter doi: 10.1109/TAES.1985.310578.
- [WM08] WOLLSTADT, Steffen; MITTERMAYER, Josef. Nadir Margins in TerraSAR-X Timing Commanding. In: *Committee on Earth Observation Satellites (CEOS)*. 2008, S. 4.
- [Woo53] WOODWARD, Philip Mayne. *Probability and Information Theory with Applications to Radar*. Pergamon, 1953. Abger. unter doi: 10.1016/B978-0-08-011006-6.50001-8.
- [Woo67] WOODWARD, Philip Mayne. *Radar Ambiguity Analysis*. 1967-02. Techn. Ber., RRE TN731. Royal Radar Establishment.
- [Yoc+14] YOCKY, David A.; DOREN, Neall E.; BACON, Terry A.; WAHL, Daniel E.; EICHEL, Paul H.; JAKOWATZ, Charles V.; DELAPLAIN, Gilbert G.; DUBBERT, Dale F.; TISE, Bertice L.; WHITE, Kyle R. *Bistatic SAR: Proof of Concept*. Office of Scientific und Technical Information (OSTI), 2014-10. Techn. Ber. Sandia National Laboratories. Abger. unter doi: 10.2172/1159444.
- [Zah03] ZAHN, Rudolf. Innovative technologies for space-based radars. *IEE Proc.-Radar Sonar Navig.* 2003, Jg. 150, Nr. 3, S. 104. Abger. unter doi: 10.1049/ip-rsn:20030450.
- [ZBS97] ZAHN, Rudolf; BRAUMANN, H.; SCHLOTT, M. The X-Band SAR Demonstrator development. In: *IEEE Int. Geosci. Remote Sens. Symp. (IGARSS 1997)*. IEEE, 1997. Abger. unter doi: 10.1109/igarss.1997.609152.
- [Zah+02] ZAHN, Rudolf; BRAUMANN, H.; STANGL, Martin; LINK, J. X-band SAR Instrument Demonstrator (DESA) Results and Outlook. In: *4th European Conf. on Synthetic Aperture Radar (EUSAR2002)*. 2002.
- [ZV92] ZEBKER, Howard A.; VILLASENOR, John. Decorrelation in interferometric radar echoes. *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.* 1992, Jg. 30, Nr. 5, S. 950–959. Abger. unter doi: 10.1109/36.175330.

- [Zha+16] ZHANG, Heng; DENG, Yunkai; WANG, Robert; LI, Ning; ZHAO, Shuo; HONG, Feng; WU, Lixin; LOFFELD, Otmar. Spaceborne/Stationary Bistatic SAR Imaging With TerraSAR-X as an Illuminator in Staring-Spotlight Mode. *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.* 2016, Jg. 54, Nr. 9, S. 5203–5216. Abger. unter DOI: 10.1109/tgrs.2016.2558294.
- [Zhu11] ZHU, Xiaoxiang. *Very High Resolution Tomographic SAR Inversion for Urban Infrastructure Monitoring – A Sparse and Nonlinear Tour –*. München: Beck, 2011. ISBN 978-3-7696-5078-5. Dissertation.
- [Zin+08] ZINK, Manfred; KRIEGER, Gerhard; FIEDLER, Hauke; HAJNSEK, Irena; MOREIRA, Alberto. The TanDEM-X Mission Concept. In: *7th European Conf. on Synthetic Aperture Radar (EUSAR2008)*. 2008.

# Symbole

## mathematische Konstanten

e	Euler'sche Zahl	Die Basis des natürlichen Logarithmus.	4, 5, 8–12, 14, 15, 19, 20, 55, 73–76, 86, 87, 97–99, 103–105, 117, 119, 129, 145, 147, 148, 150, 156–158, 169, 170, 172–174, 177, 195, 230, 246, 247, 258, 259, 261, 262
j	imaginäre Einheit	$j^2 = -1$	4, 5, 8–12, 14, 15, 19, 20, 28, 55, 58, 73–76, 86, 87, 97–99, 103–105, 117, 119, 129, 130, 145, 147, 148, 150, 156–158, 169, 170, 172–174, 177, 195, 230, 246, 247, 258, 259, 266
$\pi$	Kreiszahl	Das Verhältnis vom Umfang zum Durchmesser des Kreises.	2–6, 8–12, 14, 15, 19, 20, 22, 24, 55, 57, 58, 70, 72, 74–76, 85, 97, 98, 100, 101, 117, 119, 129–133, 145–147, 150, 153, 156, 158, 159, 169, 170, 172–175, 177, 179, 185, 194, 197, 230, 247–249, 252, 256

## mathematische Symbole

arctan2	erweiterte Arkustangensfunktion	Erweiterung des Bildbereich von $\arctan(y/x)$ durch	71
		$\arctan2(y, x) = \begin{cases} \arctan(y/x) & \text{für } x > 0 \\ \arctan(y/x) + \pi & \text{für } x < 0, y > 0 \\ \arctan(y/x) - \pi & \text{für } x < 0, y < 0 \\ \frac{\pi}{2} & \text{für } x = 0, y > 0 \\ -\frac{\pi}{2} & \text{für } x = 0, y < 0 \\ \pi & \text{für } x < 0, y = 0. \end{cases}$	
d	Differential	Infinitesimales Intervall in der Integral- oder Differentialrechnung. Beispielsweise $dy = f'(x) dx.$	4–6, 8–11, 14, 15, 19, 20, 25, 54, 55, 57, 58, 64–66, 70–76, 82, 86, 87, 96–99, 101, 103–106, 109, 117, 129, 135, 146, 159, 162, 163, 174, 185, 230, 246–248, 250, 252, 253, 258, 261, 262, 272

$\delta$	Delta-Distribution	Stoßfunktion. Dirac-Funktion.	76, 86, 105, 247
		$\int \delta(x) \cdot f(x) dx = f(0).$	
erf	Fehlerfunktion		9, 10
		$\operatorname{erf}(z) = \frac{2}{\pi} \int_0^z e^{-\tau^2} d\tau, z \in \mathbb{C}.$	
Im	Imaginärteil	Der Imaginärteil einer komplexen Zahl ist	171, 175
		$\operatorname{Im}(a + jb) = b.$	
Si	Integralsinusfunktion	Die Lösung von	248, 249
		$\operatorname{Si}(x) = \int_0^x \operatorname{si}(t) dt.$	
$\mathcal{O}$	Landau Symbol	asymptotische obere Schranke.	13, 246, 247, 249
Re	Realteil	Der Realteil einer komplexen Zahl ist	171, 175, 176
		$\operatorname{Re}(a + jb) = a.$	
rect	Rechteckfunktion	In der vereinfachten Definition	6, 8, 9, 11, 15, 20, 248
		$\operatorname{rect}(x) = \begin{cases} 1 & \text{für }  x  \leq 0,5 \\ 0 & \text{für }  x  > 0,5. \end{cases}$	
si	Kardinalsinusfunktion	Verwendet in der nicht normierten Form	6, 8, 11, 12, 15, 55, 87, 230, 242, 248, 249
		$\operatorname{si}(x) = \frac{\sin(x)}{x}.$	

### *physikalische Konstanten*

$c$	Lichtgeschwindigkeit (im Vakuum)	Festgelegt durch Konvention zu $299\,792\,458 \frac{\text{m}}{\text{s}}$	2, 13, 14, 19, 22, 55, 57–60, 111, 119, 145, 146, 163, 174, 175, 178, 192, 272
-----	----------------------------------	--	--

$\mu_0$	magnetische Feldkonstante	$1,256\,637\,062\,12(19) \cdot 10^{-6} \frac{\text{N}}{\text{A}^2}$	58, 130
$\varepsilon_0$	elektrische Feldkonstante	$8,854\,187\,812\,8(13) \cdot 10^{-12} \frac{\text{F}}{\text{m}}$	58, 130



# Akronyme

- ADC* Analog-to-Digital Converter, Analog-Digital-Umsetzer. 135, 140
- AESA* active-electronically scanned array. 155
- AIS* Automatic Identification System, Funksystem zur Identifikation und Verfolgung von Schiffen. 167
- AKF* Autokorrelationsfunktion. 5, 12, 151
- APC* Antennenphasenzentrum. 2, 54, 56, 69, 80, 125, 165, 166, 170–172, 178, 184, 191, 194–196, 241
- ASCII* American Standard Code for Information Interchange. 287
- ASIC* anwendungsspezifische integrierte Schaltung. 142
- AWG* Arbiträr-Funktionsgenerator. 46, 142
- AWGN* additives weißes gaußsches Rauschen. 3
- BIH* Bureau International de l'Heure. 264
- BIPM* Bureau International des Poids et Mesures. 57, 270–273
- CAD* computer-aided design, rechnerunterstützter Entwurf. 133
- CFK* Kohlenstofffaserverstärkter Kunststoff. 152
- CML* Current Mode Logic. 122
- CUDA* Compute Unified Device Architecture, GPGPU-Lösung der NVIDIA Corporation. 87
- DAC* Digital-to-Analog Converter, Digital-Analog-Umsetzer. 122, 143
- DBS* doppler beam sharpening. 17
- DDC* digital down-conversion. 120
- DEM* digitales Höhenmodell. 38, 39, 45
- DFT* diskrete Fourier-Transformation. 147
- DLR* Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt. 26, 31, 33, 38–40, 45, 151
- DMA* Direct Memory Access, Speicherdirektzugriff. 126
- DUT* device under test. 120
- EAL* Échelle Atomique Libre. 270, 272
- EC-FDTD* Equivalent-Circuit based Finite-Difference Time-Domain. 129
- ECEF* Earth-Centered—Earth-Fixed. 56, 165, 171, 178, 264

- ECI* Earth-centered inertial. 178, 265
- EGM96* Earth Gravitational Model 1996. 269
- EIRP* equivalent isotropically radiated power. 70, 163, 194, 241
- ENU* East - North - Up. 267, 274
- EOP* Earth Orientation Parameters. 264, 265
- ESA* Europäische Weltraumorganisation. 31, 33, 37, 40, 57, 201
- ETRS89* European Terrestrial Reference System 89. 171, 263, 274
- FFT* Fast Fourier Transform. 7, 101, 111, 169, 172
- FGAN* Forschungsgesellschaft für Angewandte Naturwissenschaften e.V.. 57
- FHR* Fraunhofer-Institut für Hochfrequenzphysik und Radartechnik. 57
- FIR* finite impulse response. 7, 87
- FM* Frequenzmodulation. 151, 252
- FMCW* Frequency modulated continuous wave radar. 7
- FPGA* Field Programmable Gate Array. 125, 126
- GCRS* Geocentric Celestial Reference System. 265, 272
- GEMA* Gesellschaft für elektroakustische und mechanische Apparate mbH. 2
- GNSS* Global Navigation Satellite System. 60, 67, 128, 165, 167, 170–172, 195, 199, 263, 286
- GPIB* General Purpose Interface Bus, IEEE 488.1. 128
- GPS* Global Positioning System. 47, 56, 59, 66, 67, 113, 116, 120, 121, 126, 140, 164, 165, 170, 200, 234, 239, 242, 263, 271–273, 285, 286
- GPSDO* GPS disciplined oscillator. 116, 120, 121, 125, 126, 169, 195, 199, 285
- GPU* Grafikprozessor. 87, 101, 239
- GRS80* Geodetic Reference System 1980. 243, 266, 269
- GUI* grafische Benutzeroberfläche. 128
- HDF5* Hierarchical Data Format. 56, 170, 172
- I<sup>2</sup>C* Inter-Integrated Circuit. 122
- IAU* International Astronomical Union. 272
- ICRS* International Celestial Reference System. 263–265
- IERS* International Earth Rotation and Reference Systems Service. 264, 271, 275, 276

- IF* Intermediate Frequency, Zwischenfrequenz. 113–115, 117, 122, 127, 140, 144, 169, 173
- ILRS* International Laser Ranging Service. 164
- INS* Inertial Navigation System, Trägheitsnavigationssystem. 113, 164
- IP-Core* intellectual property core, lizenzierter Funktionsblock eines Chipdesigns. 125
- IP<sub>3</sub>* Intercept-Point dritter Ordnung. 114
- ITRF* International Terrestrial Reference Frame. 165, 166, 263–265, 274
- ITRS* International Terrestrial Reference System. 56, 60, 172, 263–265, 274, 276
- ITU* International Telecommunications Union. 32, 271
- LEO* low earth orbit. 60, 61, 66, 258
- LNA* low noise amplifier. 115, 118, 125, 132, 135
- LO* Lokaloszillator. 114, 117, 120, 121, 126, 128, 169, 173, 240, 253, 283
- LTCC* low temperature co-fired ceramics. 155
- NAP* Normaal Amsterdams Peil. 269
- NASA* National Aeronautics and Space Administration. 34, 35, 38
- NED* North - East - Down. 267
- OCXO* oven controlled crystal oscillator. 120
- PCI* Peripheral Component Interconnect. 127
- PEC* Perfect electric conductor. 129
- PLB* Processor Local Bus. 125, 126
- PLL* phase-locked Loop, Phasenregelschleife. 120
- PM* Phasenmodulation. 252
- PPS* Puls pro Sekunde. 125–127, 140
- PRF* Pulswiederholfrequenz. 22, 42, 43, 135, 139, 141, 142, 162, 163, 240, 241
- PRI* Pulswiederholintervall. 22, 55, 111, 135, 136, 140, 141, 179
- PSF* point spread function. 5, 6, 53–55, 98, 99, 132
- RANSAC* random sample consensus. 111, 174, 178
- RCS* Radar cross-section, Radarquerschnitt. 3, 27, 43, 131–134
- RTK* Real Time Kinematic. 170, 195, 199

- SAPOS* Satellitenpositionierungsdienst der Vermessungsverwaltungen der Länder der Bundesrepublik Deutschland. 170, 171, 263
- SAR* synthetic aperture radar. 17, 18, 20–24, 27–29, 31–36, 38, 40–45, 47–49, 52–54, 57, 68, 69, 71, 73, 77, 79, 80, 85, 87, 89, 96, 120, 122, 125, 139, 141, 143, 152, 154, 156, 163–165, 167, 179, 181, 182, 190–192, 199, 201, 238, 239, 243, 257, 269
- SAW* surface acoustic wave. 7
- SCN* Satellite Catalog Number oder USSPACECOM-Objekt-Nummer. 136
- SCPI* Standard Commands for Programmable Instruments, IEEE 488.2. 128
- SGP4* Simplified perturbations model 4. 136, 165
- SIMD* Single instruction, multiple data. 87
- SLR* Satelliten-Laserentfernungsmessung. 164, 165, 263
- SNR* Signal-Rausch-Verhältnis. 4, 5, 115, 127, 147, 176, 177, 201
- SRT* spezielle Relativitätstheorie. 12
- SRTM* Shuttle Radar Topography Mission. 31, 38, 39, 238, 269, 270
- TAI* International Atomic Time. 242, 270–273
- TCG* Geocentric Coordinate Time. 272
- TCP* Transmission Control Protocol, RFC 793. 128, 287
- TEC* total electron content. 66, 67, 236, 239
- TECU* TEC units. 66
- TLE* Two-line element set, Datenformat für Satellitenbahnelemente. 165
- TRM* transmit-receive module. 152, 155, 156, 164
- TT* Terrestrial Time. 166, 272
- USB* Universal Serial Bus. 122, 125, 126, 128
- USO* Ultra Stable Oscillator. 139, 140, 195
- UT* Universal Time. 242, 271
- UTC* Coordinated Universal Time. 120, 125–127, 169, 199, 242, 271, 273, 283, 285, 286
- UTM* Universal Transverse Mercator. 84, 268
- VGA* variable gain amplifier. 132, 135
- VHDL* Very High Speed Integrated Circuit Hardware Description Language. 125
- VLBI* very long baseline interferometry. 23, 264, 275

*WGS84* Department of Defense World Geodetic System 1984. 59, 243, 257, 263, 264, 266, 269

*YIG* Yttrium Iron Garnet – ein Kristall welcher als frequenzbestimmendes Element im Mikrowellenbereich eingesetzt wird. 120

*ZESS* Interdisziplinäres Zentrum für Sensorsysteme NRW an der Universität Siegen. 43–46, 181

# Abbildungsverzeichnis

1.1	Darstellung des Telemobiloskop in der Patentschrift.	1
1.2	Punktantwort beim Rechteckpuls.	6
1.3	Spektrale Leistungsdichte beim Rechteckpuls.	6
1.4	Verlauf der Fehlerfunktion.	9
1.5	Das Spektrum eines Chirpsignals der Bandbreite $B$ .	10
1.6	Anteil der Energie des Chirpsignals außerhalb der Bandbreite $B$ .	10
1.7	Autokorrelationsfunktion des Chirpsignals bei fester Bandbreite.	12
1.8	Verschiebung der Nullstelle der Autokorrelation des Chirpsignals in Abhängigkeit vom Dispersionsfaktor.	12
1.9	Ambiguitätsfunktion für verschiedene Pulsformen.	16
2.1	Doppler in der Umgebung der bewegten Plattform.	17
2.2	Doppler und Entfernung beim monostatischen Radar.	18
2.3	Die Geometrie eines Ziels beim monostatischen Radar ist bei linearer Trajektorie rotationsinvariant.	18
2.4	Geometrische Zusammenhänge bei der SAR-Interferometrie.	24
2.5	Interferogramm des Vesuv, Neapel, Italien.	26
2.6	Voll-polarimetrische Abbildung des <i>upper Firth of Clyde</i> nahe Glasgow, Schottland.	28
3.1	Zivile Fernerkundungsmissionen mit SAR-Nutzlast.	31
3.2	Durchdringung von Bewuchs durch Radarwellen verschiedener Frequenzen.	32
3.3	Bodenstrukturen im Osten der libyschen Wüste.	33
3.4	Aufbau des Precision Optical Processors im Quill Programm.	34
3.5	Mutmaßliche Aufklärungsmissionen mit SAR-Nutzlasten	35
3.6	Radarbild des Siegerlandes, aufgenommen am 09. Oktober 1978 durch SEASAT.	36
3.7	Interferogramm von Siegen. Daten von ERS-1/ERS-2 vom 13. und 14. August 1995.	37
3.8	Das Space Shuttle der STS-99 Mission mit der SRTM Nutzlast.	38
3.9	Radarbild der Universität Siegen, aufgenommen am 16. November 2015 durch TerraSAR-X.	39
3.10	Das erste veröffentlichte Radarbild des ICEYE-X1 zeigt das Noatak National Preserve in Alaska.	41
4.1	Entfernungsellipsen beim bistatischen Radar am Beispiel des Klein-Heidelberg.	44
4.2	Ein bistatisches SAR-Bild der SABRINA Experimente.	45
4.3	Das erste Zweikanalempfangssystem während eines Experiments.	46
5.1	Abbildung durch Entfernungsmessung sowie durch einen optischen Sensor bei ähnlicher Perspektive.	49
5.2	Radarbild von Paris, aufgenommen durch TerraSAR-X.	50
5.3	Äquivalente optische Abbildung von Paris.	51
5.4	Spektren eines bistatischen Radarbildes mit stationärer Empfängerkomponente.	53
5.5	Signalausbreitung im erdfesten Bezugssystem.	60
5.6	Entfernungsfehler durch den Sagnac-Effekt.	60

5.7	Aufnahme des Hurrikan Sally durch Sentinel-1 am 15.09.2020. Credits: ESA 2020.	61
5.8	Spezifische Dämpfung der Atmosphäre.	62
5.9	Spezifischer Dämpfungskoeffizient von Wolken und Nebel.	62
5.10	Gesamtgehalt an flüssigem Wasser in einer Säule der Atmosphäre bei einer Häufigkeit von 1 % eines durchschnittlichen Jahres.	63
5.11	Spez. Dämpfung durch Regen verschiedener Stärke.	63
5.12	Regenzellen in einem X-Band SAR-Bild sowie im Wetterradar.	63
5.13	Vertikaler TEC aus GPS-Beobachtungen vom 15. Juli 2000 um 23:00Z während eines geomagnetischen Sturms.	67
5.14	Signalverzögerung durch die Ionosphäre.	67
5.15	Speckle in Sentinel-1 SAR-Aufnahmen im C-Band.	69
5.16	Lokale Koordinaten der Antenne.	71
5.17	Antennendiagramm einer Hornantenne.	71
6.1	Der Signalweg bei linearer Sensorbewegung.	74
6.2	Geometrie bei Beachtung der Sensorbewegung während der Signallaufzeit.	78
6.3	Summanden der Polynomfunktion.	81
6.4	Ergebnis der Geometrieanalyse einer bistatischen Messung mit TerraSAR-X als Sender und PAMIR als luftgestütztes Empfangssystem im Rahmen der TerraPAMIR-Experimente.	83
6.5	Bodenauflösung für das bistatische TerraPAMIR Experiment.	86
6.6	Entwicklung der GPU-Rechenleistung im Vergleich zum Hauptprozessor.	87
6.7	Fokussiertes Transpondersignal im Ergebnis des TerraPAMIR Experiments.	88
6.8	Fokussiertes Ergebnis des TerraPAMIR Experiments in Radarkoordinaten und das Spektrum des bistatischen SAR-Bildes.	89
7.1	Radarkoordinaten eines Ziels bei linearer Bewegung.	91
7.2	Die Bodenkoordinaten in Abhängigkeit vom Zielabstand.	92
7.3	Bistatische Koordinaten für ein Experiment mit TerraSAR-X und dem stationären Empfänger am Standort Universität Siegen vom 21. Juni 2010.	94
7.4	Geometrie zur Bestimmung der Bodenauflösung.	95
7.5	Bodenauflösung beim bistatischen SAR mit einer stationären und einer linear bewegten Komponente.	96
7.6	Geometrie der bistatischen Radaraufnahme bei linearer Trajektorie.	96
7.7	Verarbeitungsschritte des Frequenzbereichsprozessor mit Parameter.	99
7.8	Spektrum des Radarbildes beim Frequenzbereichsprozessor mit Parameter.	99
7.9	Ergebnisse für die beiden Lösungen von $\alpha$ .	100
7.10	Isolinien des Parameters $\alpha$ im Radarkoordinatensystem.	101
7.11	Ergebnisse des Frequenzbereichsprozessor mit Parameter.	102
7.12	Anwendung der Keystone-Transformation auf das Signalspektrum.	104
7.13	Maximaler Phasenfehler ohne Korrektur in Subaperturen.	105
7.14	Radarkoordinaten eines Ziels im Keystone-Prozessor bei linearer Bewegung.	106
7.15	Vereinfachte Geometrie zum Quick-Look-Prozessor.	110
7.16	Der Schrägabstand zum Orbit in Abhängigkeit vom Einfallswinkel.	110
7.17	Verarbeitungsschritte des Quick-Look-Prozessors.	111
7.18	Ergebnis des Quick-Look-Prozessors für ein bistatisches Experiment vom September 2009 mit TerraSAR-X und dem HITCHHIKER-Empfänger.	112
8.1	Komponenten des Empfangssystems.	113

8.2	Abbildung des Empfangssystems.	113
8.3	Aufbau eines Empfangskanals.	115
8.4	Die vierkanalige Empfängerbaugruppe.	116
8.5	Messaufbau zur Empfängerkalibrierung.	116
8.6	Temperaturabhängigkeit der Übertragungsfunktion.	118
8.7	Übertragungsfunktion des Empfangssystems.	119
8.8	Differenzphasengang zum ersten Kanal des Empfangssystems.	119
8.9	Abhängigkeiten der Oszillatoren im Empfangssystem.	120
8.10	Messung der LO-Stabilität.	120
8.11	Allan-Varianz des LOs.	121
8.12	Triggerbaugruppe.	122
8.13	Detektorkennlinie des ZX47-60.	123
8.14	Triggerereignisse ausgelöst durch das Empfängerrauschen.	123
8.15	Abhängigkeit des Rauschpegels von der Verstärkertemperatur.	124
8.16	Vergleich von internem und externem Triggersystem im Experiment.	124
8.17	Differenz der internen und absoluten Zeitstempel.	126
8.18	Clientanwendung zur Empfängersteuerung.	128
8.19	Gauß-Impuls zur Anregung des simulierten Systems.	129
8.20	Richtdiagramm des 20 dB-Horns im Bezug zur Antennengeometrie.	130
8.21	Antennendiagramm des 20 dB-Horns.	130
8.22	Phasendifferenz des elektrischen Feldes $E_{RP}$ zu kugelförmigen Phasenfronten um das ermittelte Phasenzentrum.	131
8.23	Schaltbild und Impulsantwort des aktiven Transponders.	132
8.24	Effektive Reflexionsfläche des Tripelspiegels.	133
8.25	Der montierte Tripelspiegel.	133
8.27	Die Außeneinheit des permanent betriebenen X-Band Detektorempfängers.	134
8.26	Einzelblech des Tripelspiegels.	134
8.28	Aufbau des X-Band-Detektorempfängers.	135
8.29	Leistungsmessung einer PAZ-Aufnahme durch den Detektorempfänger.	136
8.30	Radarmessungen im Jahr 2020, detektiert am Standort Siegen durch den Detektorempfänger.	137
9.1	Modell zur Beschreibung der Abhängigkeiten verschiedener Frequenzen bei TerraSAR-X.	140
9.2	Position des Empfangsfensters bei TerraSAR-X.	141
9.3	Position der Ausschlussbereiche durch den Sendepuls sowie durch das Nadir-Echo in Abhängigkeit von der PRF.	142
9.5	Schaltbild des Modells zur Pulserzeugung.	143
9.4	Spektrogramm eines 300 MHz Sendepulses von TanDEM-X.	143
9.6	Spektrogramm des Modellsignals im Basisband.	143
9.7	Vergleich der Spektrogramme eines gemessenen Sendepulses mit dem Modellsignal.	144
9.8	Differenzfrequenz der Harmonischen des Chirpsignals.	146
9.9	Elemente der Haupt- und Nebendiagonalen von $\Phi_W$ .	148
9.10	Amplituden und Phasenverlauf der Harmonischen des Sendepulses von TerraSAR-X.	149
9.11	Die rekonstruierte Replik und ihre Differenz zur gemessenen Replik.	150
9.12	Impulsantwort nach der Pulskompression.	151
9.13	Aufbau der phasengesteuerten Gruppenantenne des TerraSAR-X.	152

9.14	Untergruppe mit den Schlitzantennen für horizontale und vertikale Polarisation sowie dem TRM.	152
9.15	Strahlerelement der TerraSAR-X-Untergruppe.	152
9.16	Messung des Antennengewinns der Untergruppen einer Antennentafel.	152
9.17	Gemessenes Richtdiagramm einer Untergruppe.	153
9.18	Richtdiagramm der Gruppenantenne des TerraSAR-X entlang seiner Längsachse.	154
9.19	HF-Schaltbild eines TerraSAR-X-TRM.	155
9.20	Geöffnetes TRM des TerraSAR-X.	155
9.21	Antennendiagramm der Keulenkombination <i>spot_102</i> mit <i>azimuth_089</i> .	158
9.22	Modellgeometrie beim <i>sliding-spotlight</i> -Modus.	159
9.23	Schwenkwinkel der Spotlight-Modi in Abhängigkeit vom Einfallswinkel.	160
9.24	Verlauf des Schwenkwinkels während der Spotlight-Messung.	161
9.25	Der Zusammenhang zwischen Antennenblickwinkel und Schwadposition.	162
9.26	Mögliche Keulenschwenkwinkel in Elevation bei TerraSAR-X.	162
9.27	Schwadbreite bei TerraSAR-X in Abhängigkeit vom Einfallswinkel mit der daraus resultierenden, maximalen PRF.	163
9.28	EIRP beim ST-Modus, gemessen am Ort des Empfängers und Vergleich mit dem Antennenmodell.	163
9.29	Körperfeste Koordinaten des Satelliten und die Position der Systeme zur Bahnbestimmung.	165
9.30	Differenz zwischen der Satellitenposition aus den Metadaten und den Daten aus der TOR-Mission.	166
9.31	Der PAZ-Satellit wird bei SpaceX für den Start vorbereitet.	167
9.32	Strahlerelement der Gruppenantenne des PAZ-Radarinstruments.	167
10.1	Antennenanordnung mit kurzer Basislinie mit den APC und den Referenzpositionen zur Orts- und Lagebestimmung.	171
10.2	Koordinatensystem der vier Empfangsantennen, bei einem Experiment auf dem Dach des Institutsgebäudes.	172
10.3	Die Zeit zum ersten Abtastwert eines Segments zusammen mit der geschätzten Empfangszeit der Pulse.	173
10.4	Residuum der gemessenen Pseudoentfernung aus der Position des Korrelationsmaximums sowie der Phaseninformation, zum Modell des Entfernungsverlaufs.	175
10.5	Spektrogramme eines TanDEM-X-Pulses.	177
10.6	Empfangsleistung des direkten Kanals zum ersten Puls der Hauptmessung.	179
10.7	Residuum der Synchronisation, dargestellt durch die Position des Korrelationsmaximums sowie die Phaseninformation.	180
11.1	Position des Empfangssystems.	181
11.2	Antennenausrichtung des Referenzkanals.	181
11.3	Vergleich der Empfangsleistung auf dem Referenzkanal mit dem Modell.	182
11.4	Bistatisches SAR-Bild der ersten Messung.	182
11.5	Blick vom Empfängerstandort auf die Radarszene.	182
11.6	Interferogramm der Quick-Look-Bilder vom 7. und 18. September 2009, mit dem Betrag ihrer Kohärenz.	183
11.7	Interferogramm der Quick-Look-Bilder zweier Empfangskanäle mit vertikaler Basislinie von 90 cm vom 21. Juni 2010, mit dem Betrag ihrer Kohärenz.	184

11.8	Geometrie der empfängerseitigen Interferometrie.	185
11.9	Bistatisches und polarimetrisches Radarbild von Bonn.	186
11.10	Empfangsleistung des Experiments in Koblenz mit dem erwarteten Leistungsverlauf.	187
11.11	Antennenkonfiguration des Empfangssystems.	187
11.12	Bistatisches und Radarbild von Koblenz.	188
11.13	Detail des bistatischen Radarbildes von Koblenz.	189
11.14	Verlauf der Trajektorien beim tomografischen PAMIR-Experiment.	191
11.15	Entfernungsellipsen beim bistatischen Experiment zur Tomografie.	191
11.16	Empfangsleistung bei einer Aufnahme mit PAMIR.	192
11.17	Fokussiertes Ergebnis für Trajektorie T7 des tomografischen Experiments mit PAMIR und HITCHHIKER vom 29. September 2014.	193
11.18	Gemessene Charakteristik der ungeschwenkten PAZ-Antenne.	194
11.19	Relative Frequenzabweichung des USO auf PAZ.	195
11.20	Pulsreplik des PAZ-Instruments im Spektrogramm.	195
11.21	Der Transponder im Quick-Look Ergebnis.	195
11.22	Das Transpondersignal nach Korrektur des bistatischen Signalweges.	196
12.1	Empfangsleistung bei einer Aufnahme mit ICEYE-X2.	201
A.1	Anteil der Energie außerhalb des Intervalls $[-x, x]$ bei der si-Funktion.	249
A.2	Stabilität im Zeitbereich in der $\sigma$ - $\tau$ -Darstellung.	253
A.3	Ein Satellit bei sphärischem Erdmodell.	255
A.4	Bahngeschwindigkeit und Umlaufzeit eines Satelliten auf einer Kreisbahn der Höhe $h$ .	257
A.5	Vergleich der kreisförmigen Satellitenbahn mit einer linearen Trajektorie.	257
A.6	Äquivalente Satellitenbahn mit einer linearen Trajektorie für gleiche Sichtwinkel.	258
A.7	Änderung der Summationsrichtung von vertikal nach horizontal.	260
A.8	Verteilungsfunktion einer $\lg \chi_{2n}^2$ -verteilten Zufallsvariablen.	262
B.1	Die Stationen des ITRF2014 und ihre horizontalen Geschwindigkeiten.	264
B.2	Geozentrische Koordinaten und das Ellipsoid.	265
B.3	Die lokalen kartesischen Koordinaten in den Konventionen ENU und NED.	267
B.4	Ost- und Nordwert der UTM-Koordinaten des Punktes $P$ .	268
B.5	Höhenanomalie für das GCG2016- und Geoidundulation für das EGM96-Modell.	270
B.6	Die Zeitskalen UT1,UTC,International Atomic Time (TAI) und GPS-Zeit (GPST).	271
B.7	Differenz zwischen der UTC und der GPS-Zeit.	273
B.8	Positionsänderungen einer Station in Siegen aufgrund der Gezeiten der festen Erde.	274
B.9	Differenz und Restklaffung der SAPOS-Stationskoordinaten im ETRS89 / DREF91 der Realisierung 2016 zur Realisierung 2002	278
C.1	Struktur der Radarrohdaten.	284
C.2	Struktur der Rohdaten des Zeitmesssystems.	285

# Tabellenverzeichnis

1.1	Radarquerschnitt verschiedener Objekte im Mikrowellenbereich.	3
3.1	International zugelassene Frequenzbänder für SAR auf Erdfernerkundungs-satelliten.	32
3.2	Technische Daten der zweiten Generation der ICEYE-Satelliten.	42
5.1	Daten und ihre Symbole im Signalmodell	56
8.1	Eingangsleistung bei Vollaussteuerung in Abhängigkeit vom Eingangsspan-nungsbereich.	127
8.2	Liste der detektierbaren Fernerkundungssatelliten.	136
A.1	Rauschmechanismus je nach Exponent im Oszillatormodell.	252
B.1	Definierte Parameter im WGS84	263
B.2	Definierte Parameter im Geodetic Reference System 1980 (GRS80)	266
B.3	Transformationsparameter ausgehend vom ITRF2014-Referenzrahmen.	279
B.4	Jährliche Änderung der Transformationsparameter.	280
B.5	Koordinaten der SAPOS-Referenzstationen im ETRS89/DREF91 R2002	281
B.6	Koordinaten der SAPOS-Referenzstationen im ETRS89/DREF91 R2016	282
C.1	Protokolldatei des Empfangssystems.	283



# Mathematische Notation und Zusammenhänge

# A

Vektoren sind in dieser Arbeit durch fett ausgezeichnete, lateinische Kleinbuchstaben bezeichnet, Matrizen durch fett ausgezeichnete, lateinische Großbuchstaben. Während komplexwertige Größen nicht besonders ausgezeichnet sind, sind Quaternionen, da sie hier lediglich in Zusammenhang mit der Rotation von Vektoren in  $\mathbb{R}^3$  auftreten, durch fett ausgezeichnete, griechische Kleinbuchstaben repräsentiert. Multiplikationspunkte werden, falls der Kontext es zulässt, ausgelassen.

## Vektoren

Die wichtigsten Operatoren zwischen Vektoren sind, neben der Addition, das Skalarprodukt  $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$  und das Kreuzprodukt  $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$ . Die Länge des Vektors wird als euklidische Norm durch  $\|\mathbf{a}\| = \sqrt{\mathbf{a} \cdot \mathbf{a}}$  dargestellt. Vektoren der Länge  $\|\mathbf{a}\| = 1$  beziehungsweise normierte Vektoren werden mit  $\hat{\mathbf{a}} = \mathbf{a} / \|\mathbf{a}\|$  als Einheitsvektor mit einem Zirkumflex gekennzeichnet.

## Matrizen

Zwischen Matrizen, beziehungsweise Matrizen und Vektoren, ist die Notation der Operationen mit  $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}$  für das Matrixprodukt und  $\mathbf{A} \cdot \mathbf{a}$  als Matrix-Vektorprodukt gegeben. Die Transponierte einer Matrix wird durch  $\mathbf{A}^T$  symbolisiert, die Transjugierte einer komplexwertigen Matrix durch  $\mathbf{A}^*$ .

## Komplexe Zahlen

Die Konjugation einer komplexen Größe oder einer Quaternion wird gleichermaßen als  $a^*$  beziehungsweise  $\alpha^*$  dargestellt. Der Betrag einer komplexen Zahl wird als  $|a| = \sqrt{a \cdot a^*}$  notiert.

## Quaternionen

Quaternionen können weiter mit  $\alpha = (a_0, \mathbf{a})$  aus einem skalaren Realteil oder Skalarteil und einem Vektor in  $\mathbb{R}^3$  als Imaginärteil beziehungsweise Vektorteil gebildet werden. Die sogenannte Quaternionmultiplikation kann damit als  $\alpha \cdot \beta = (a_0, \mathbf{a}) \cdot (b_0, \mathbf{b})$  durch die Quaternion  $\alpha \cdot \beta = (a_0 b_0 - \mathbf{a} \cdot \mathbf{b}, a_0 \mathbf{b} + b_0 \mathbf{a} + \mathbf{a} \times \mathbf{b})$  dargestellt werden.

Die Multiplikation einer Quaternion mit einem Vektor  $\alpha \cdot \mathbf{a}$  entspricht einer Quaternionmultiplikation in welcher der Vektor durch eine reine Quaternion mit  $(0, \mathbf{a})$ , also ohne Skalarteil dargestellt ist. Damit kann durch  $\alpha \odot \mathbf{a} = \alpha \alpha \alpha^*$  die Rotation des Vektors mit einer Einheitsquaternion durchgeführt werden. Die Quaternion  $\alpha = (\cos \frac{\alpha}{2}, \hat{\mathbf{r}} \sin \frac{\alpha}{2})$  rotiert den Vektor dabei mit dem Winkel  $\alpha$  um die durch den Einheitsvektor  $\hat{\mathbf{r}}$  gegebene Achse.

Der Betrag einer Quaternion ist durch  $|\alpha| = \sqrt{\alpha \cdot \alpha^*} = \sqrt{a_0^2 + \mathbf{a} \cdot \mathbf{a}}$  gegeben.

## A.1 Methode der stationären Phase

Im 19. Jahrhundert zur asymptotischen Lösung von Integralen der Form

$$f(\lambda) = \int_a^b g(t)e^{j\lambda h(t)} dt \quad (\text{A.1})$$

durch George Gabriel Stokes und William Thomson – Lord Kelvin – entwickelt, eignet sich die Methode der stationären Phase [Mur84, Kap. 4] um die Fouriertransformierte schnell oszillierender Funktionen näherungsweise zu bestimmen.

Sie kann als Spezialfall der Methode des steilsten Abstieges, *method of steepest descents*, beziehungsweise der Sattelpunktmethode betrachtet werden. Die physikalische Problemstellung, welche zur Entwicklung geführt hat, ist jedoch im Gegensatz zur hier betrachteten Approximation der Besselfunktionen [Deb09], bei der Methode der stationären Phase eine Andere, nämlich die Untersuchung von Wellen in dispersiven Medien [Tho87].

Um nun das Integral zu bestimmen, werden die Extrema der Phasenfunktion  $h$  betrachtet. Ist im Abschnitt  $a \leq t \leq b$  kein Extrempunkt zu finden, demnach  $h'(t) \neq 0$ , entstehen die maßgeblichen Beiträge zum Integral durch die Endpunkte des Integrationsbereiches. Durch partielle Integration ist die Approximation direkt durch

$$\begin{aligned} \int_a^b g(t)e^{j\lambda h(t)} dt &= \frac{1}{\lambda} \int_a^b \frac{g(t)}{jh'(t)} \frac{d}{dt} e^{j\lambda h(t)} dt \\ &= \frac{1}{\lambda} \left( \frac{g(b)}{jh'(b)} e^{j\lambda h(b)} - \frac{g(a)}{jh'(a)} e^{j\lambda h(a)} \right) + \mathcal{O}\left(\frac{1}{\lambda^2}\right) \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

gegeben. Die Spektren verschwinden dabei mit  $\mathcal{O}(1/\lambda)$ .

Besitzt diese Funktion im Integrationsbereich ein lokales Maximum oder Minimum bei  $t = t_0$  gegeben durch

$$h'(t_0) = 0 \text{ und } h''(t_0) \neq 0 \quad (\text{A.3})$$

mit  $a < t_0 < b$ , so löschen sich die Beiträge der oszillierenden Funktion  $\exp(j\lambda h(t))$  für  $\lambda \rightarrow \infty$  wegen des steilen Phasenanstieges außer im Bereich um  $t = t_0$  aus. Die Wendestelle  $t_0$  an der die Phase kaum variiert, wird Punkt stationärer Phase genannt. Begründen lässt sich dieser Umstand [Lof19], wenn die Phasenfunktion um den Punkt stationärer Phase bis zum quadratischen Term in einer Taylor-Reihe entwickelt wird. Das Integral ist dann aufgeteilt in die Bereiche ohne Extrempunkt und einen Bereich  $t_0 \pm \epsilon$  um den Entwicklungspunkt zu

$$f(\lambda) = \int_a^{t_0-\epsilon} g(t)e^{j\lambda h(t)} dt + \int_{t_0-\epsilon}^{t_0+\epsilon} g(t)e^{j\lambda h(t)} dt + \int_{t_0+\epsilon}^b g(t)e^{j\lambda h(t)} dt \quad (\text{A.4})$$

wobei die beiden Integrale ohne Extrempunkt nach (A.2) asymptotisch mit  $\mathcal{O}(1/\lambda)$

verschwinden. Es verbleibt dann mit  $h(t) \approx h(t_0) + h''(t_0)/2 \cdot (t - t_0)^2$

$$f(\lambda) \approx \int_{t_0-\epsilon}^{t_0+\epsilon} g(t) e^{j\lambda \left( h(t_0) + \frac{h''(t_0)}{2} (t-t_0)^2 \right)} dt + \mathcal{O}\left(\frac{1}{\lambda}\right) \quad (\text{A.5})$$

$$= e^{j\lambda h(t_0)} \int_{t_0-\epsilon}^{t_0+\epsilon} g(t) e^{j\lambda \frac{h''(t_0)}{2} (t-t_0)^2} dt + \mathcal{O}\left(\frac{1}{\lambda}\right). \quad (\text{A.6})$$

Um das Integral zu lösen, wird nun die Dirac-Folge [Olv+20, (1.17.5)]<sup>1</sup>

$$\delta_n(x - a) = \sqrt{\frac{n}{\pi}} e^{-n(x-a)^2} \quad (\text{A.7})$$

<sup>1</sup>Es gilt  
[Olv+20, (1.17.4)]:  
 $\lim_{n \rightarrow \infty} \delta_n(x) = \delta(x)$

betrachtet. Mit der Substitution  $n = -j\lambda h''(t_0)/2$  kann der Exponentialterm mit  $\delta(t - t_0) = \lim_{\lambda \rightarrow \infty} \delta_\lambda(t - t_0)$  und

$$\delta_\lambda(t - t_0) = \sqrt{\frac{-j\lambda h''(t_0)}{2\pi}} e^{j\lambda \frac{h''(t_0)}{2} (t-t_0)^2} \quad (\text{A.8})$$

durch

$$e^{j\lambda \frac{h''(t_0)}{2} (t-t_0)^2} = \sqrt{\frac{2\pi}{-j\lambda h''(t_0)}} \delta_\lambda(t - t_0) = \sqrt{\frac{2\pi}{\lambda |h''(t_0)|}} e^{j \operatorname{sgn}(h''(t_0)) \frac{\pi}{4}} \delta_\lambda(t - t_0) \quad (\text{A.9})$$

ausgedrückt werden. Das Integral wird damit zu

$$f(\lambda) \approx \sqrt{\frac{2\pi}{\lambda |h''(t_0)|}} e^{j \operatorname{sgn}(h''(t_0)) \frac{\pi}{4}} e^{j\lambda h(t_0)} \int_{t_0-\epsilon}^{t_0+\epsilon} g(t) \delta_\lambda(t - t_0) dt + \mathcal{O}\left(\frac{1}{\lambda}\right), \quad (\text{A.10})$$

wobei die Dirac-Folge asymptotisch mit  $\lambda \rightarrow \infty$  in die Delta-Distribution übergeht und das Integral mit der Siebeigenschaft von  $\delta(t - t_0)$  zu  $g(t_0)$  ausgewertet werden kann. Es gilt somit

$$f(\lambda) = \int_a^b g(t) e^{j\lambda h(t)} dt \approx g(t_0) \sqrt{\frac{2\pi}{\lambda |h''(t_0)|}} e^{\pm j \frac{\pi}{4}} e^{j\lambda h(t_0)} + \mathcal{O}\left(\frac{1}{\lambda}\right), \quad (\text{A.11})$$

die Lösung mit positivem Vorzeichen ist für  $h''(t_0) > 0$  gültig, die negative Lösung für  $h''(t_0) < 0$ . Besitzt  $h(t)$  mehrere Extrempunkte, so kann der Integrationsbereich zwischen diesen aufgeteilt werden. Die einzelnen Integrale werden dann getrennt mit der Methode der stationären Phase gelöst und das ursprüngliche Integral ist damit die Summe der einzelnen Lösungen.

Der Beitrag der Endpunkte ist mit  $\mathcal{O}(1/\lambda)$  gegenüber dem Beitrag durch einen Extrempunkt mit  $\mathcal{O}(1/\sqrt{\lambda})$  vernachlässigbar. Ist einer der Endpunkte gleichzeitig der Extrempunkt, gilt die Lösung aus (A.11), aufgrund der – vom Endpunkt ausgehenden – nur einseitigen Integration jedoch mit halbem Wert. Es gilt also für  $t_0 = a$  beispielsweise

$$f(\lambda) = \int_a^b g(t) e^{j\lambda h(t)} dt \approx g(a) \sqrt{\frac{\pi}{2\lambda |h''(a)|}} e^{\pm j \frac{\pi}{4}} e^{j\lambda h(a)} \quad (\text{A.12})$$

für den asymptotischen Übergang  $\lambda \rightarrow \infty$ .

## A.2 Betrachtungen zur Kardinalsinusfunktion

Die Fouriertransformierte der Rechteckfunktion  $\text{rect}$  ist durch die Kardinalsinusfunktion  $\text{si}$  gegeben. Da dieser Zusammenhang auch bei der Beugung einer Welle an einer rechteckigen Blende auftritt, wird die Kardinalsinusfunktion auch als Spaltfunktion bezeichnet. Sie ist gegeben durch

$$\text{si}(x) = \frac{\sin x}{x} \quad (\text{A.13})$$

und ist eine gerade Funktion mit den Nullstellen der Sinusfunktion

$$x_0 = \pi \cdot n \quad \forall n \in \mathbb{Z}^* \quad (\text{A.14})$$

mit Ausnahme der Nullstelle für  $n = 0$ . Die zur  $\text{si}$ -Funktion gehörige Leistungsgröße  $\text{si}^2$  besitzt neben dem Maximum von 0 dB bei  $x = 0$ , den nächsten Maximalwert von  $-13,26$  dB bei  $x = \pm 4,493$ . Sie fällt bei  $x = \pm 1,391$  auf die Hälfte der maximalen Leistung ab. Das Verhältnis von Halbwertsbreite<sup>2</sup> zum Rayleigh-Kriterium<sup>3</sup> ist demnach 88,55 %.

Das Integral der Kardinalsinusfunktion

$$\text{Si}(x) = \int_0^x \text{si}(t) dt \quad (\text{A.15})$$

ist der sogenannte Integralsinus. Das Integral über die Leistungsgröße kann durch partielle Integration zu

$$\int_0^x \text{si}^2(t) dt = \text{Si}(2x) - x \text{si}^2(x) \quad (\text{A.16})$$

ermittelt werden. Die Energie der  $\text{si}$ -Funktion beträgt

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} \text{si}^2(t) dt = \pi, \quad (\text{A.17})$$

somit kann der Anteil ihrer Energie im Intervall  $[-x, x]$  durch

$$\frac{E_I}{E} = \frac{2}{\pi} \int_0^x \text{si}^2(t) dt = \frac{2}{\pi} (\text{Si}(2x) - x \text{si}^2(x)) \quad (\text{A.18})$$

bestimmt werden. Komplementär dazu ist der restliche Anteil, gegeben mit  $\text{sin}^2(x) = (1 - \cos(2x))/2$  durch

$$E_O(x) = 1 - \frac{E_I}{E} = \frac{1}{\pi x} + 1 - \frac{2}{\pi} \text{Si}(2x) - \frac{1}{\pi} \frac{\cos(2x)}{x}, \quad (\text{A.19})$$

in Abbildung A.1 dargestellt. Der Verlauf lässt sich gut durch den Ausdruck  $(\pi x)^{-1}$  nähern. Mithilfe des Grenzwerts

$$\lim_{x \rightarrow \infty} x E_O(x) = \frac{1}{\pi} - \frac{1}{\pi} \lim_{x \rightarrow \infty} (2x \cdot \text{Si}(2x) + \cos(2x) - \pi x) \quad (\text{A.20})$$

$$= \frac{1}{\pi} - \frac{1}{\pi} \lim_{\xi \rightarrow \infty} \left( \xi \cdot \left( \text{Si}(\xi) - \frac{\pi}{2} \right) + \cos \xi \right) \quad (\text{A.21})$$

<sup>2</sup>Die Halbwertsbreite bezeichnet die Differenz der Argumente einer Funktion, bei welcher ihr Wert beidseitig auf die Hälfte bezüglich des Maximums abgesunken ist. Bei Antennen wird beispielsweise der Öffnungswinkel häufig als Halbwertsbreite spezifiziert.

<sup>3</sup>Das Rayleigh-Kriterium, als Auflösungsvermögen optischer Systeme, bezeichnet den Abstand vom Maximum zur nächsten Nullstelle der Punktantwort.

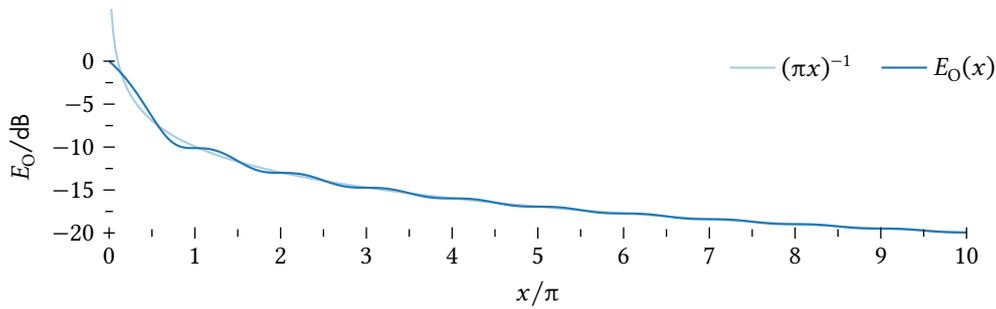


Abbildung A.1: Anteil der Energie außerhalb des Intervalls  $[-x, x]$  bei der si-Funktion.

lässt sich das asymptotische Verhalten prüfen. Mit  $\text{Si}(z) = \pi/2 - f(z) \cos z - g(z) \sin z$  [AS64, (5.2.8)] kann der auftretende Grenzwert

$$\lim_{\xi \rightarrow \infty} \left( \xi \cdot \left( \text{Si}(\xi) - \frac{\pi}{2} \right) + \cos \xi \right) = \lim_{\xi \rightarrow \infty} \left( (1 - \xi \cdot f(\xi)) \cos \xi - \xi \cdot g(\xi) \sin \xi \right) \quad (\text{A.22})$$

unter Nutzung der asymptotischen Folgen der Hilfsfunktionen  $f(z) \sim z^{-1}(1 - 2!z^{-2} + \dots)$  und  $g(z) \sim z^{-2}(1 - 3!z^{-2} + \dots)$  [AS64, (5.2.34) und (5.2.35)] zu

$$= \lim_{\xi \rightarrow \infty} \left( \left( \frac{2!}{\xi^2} + \mathcal{O}\left(\frac{1}{\xi^4}\right) \right) \cos \xi - \left( \frac{1}{\xi} - \frac{3!}{\xi^3} + \mathcal{O}\left(\frac{1}{\xi^5}\right) \right) \sin \xi \right) \quad (\text{A.23})$$

$$= 0 \quad (\text{A.24})$$

zu Null ermittelt werden, womit der ursprüngliche Grenzwert

$$\lim_{x \rightarrow \infty} x E_O(x) = \frac{1}{\pi} \quad (\text{A.25})$$

beträgt. Der Energieanteil außerhalb des Intervalls verhält sich damit asymptotisch mit  $E_O(x) \in \mathcal{O}(1/x)$ .

## A.3 Betrachtungen zum Ortsvektor

## Zeitliche Ableitungen der Länge eines Ortsvektors

Wird der Abstand zweier zeitvarianter Koordinaten untersucht, ist oft auch die Änderung, also die zeitliche Ableitung dieses Abstandes von Interesse. Für den Differenzvektor der Positionen beziehungsweise, einen beliebigen Ortsvektor  $\mathbf{p}$  ist die Ableitung seiner Länge, die Änderungsrate der Entfernung mit

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt} \|\mathbf{p}(t)\| &= \frac{d}{dt} \sqrt{\mathbf{p} \cdot \mathbf{p}} \\ &= \frac{\mathbf{p}}{\|\mathbf{p}\|} \frac{d}{dt} \mathbf{p} \\ &= \hat{\mathbf{p}} \cdot \dot{\mathbf{p}}\end{aligned}\quad (\text{A.26})$$

die Projektion seiner zeitlichen Ableitung, also der Geschwindigkeit  $\dot{\mathbf{p}}$  auf den Einheitsvektor  $\hat{\mathbf{p}}$  in Richtung von  $\mathbf{p}$ . Die Änderungsrate der Entfernungsänderung ist als zweite Ableitung von  $\|\mathbf{p}\|$  mit

$$\frac{d^2}{dt^2} \|\mathbf{p}(t)\| = \frac{d}{dt} \hat{\mathbf{p}} \cdot \dot{\mathbf{p}} \quad (\text{A.27})$$

als Ableitung von (A.26) zu bestimmen. Mit der Produktregel folgt zunächst

$$= \dot{\mathbf{p}} \frac{d}{dt} \hat{\mathbf{p}} + \hat{\mathbf{p}} \ddot{\mathbf{p}} \quad (\text{A.28})$$

wobei die Ableitung des Einheitsvektors mithilfe der Quotientenregel ermittelt wird. Der Ausdruck

$$\frac{d^2}{dt^2} \|\mathbf{p}(t)\| = \dot{\mathbf{p}} \frac{\dot{\mathbf{p}} - \hat{\mathbf{p}}(\hat{\mathbf{p}}\dot{\mathbf{p}})}{\|\mathbf{p}\|} + \hat{\mathbf{p}} \ddot{\mathbf{p}} \quad (\text{A.29})$$

wird anschließend mit dem Graßmannschen Entwicklungssatz<sup>4</sup> und  $\hat{\mathbf{p}} \cdot \hat{\mathbf{p}} = 1$  mit dem Kreuzprodukt durch

$$= \dot{\mathbf{p}} \frac{\hat{\mathbf{p}} \times (\dot{\mathbf{p}} \times \hat{\mathbf{p}})}{\|\mathbf{p}\|} + \hat{\mathbf{p}} \ddot{\mathbf{p}} \quad (\text{A.30})$$

ausgedrückt.

Da beim Spatprodukt<sup>5</sup> das Vektorprodukt mit dem Skalarprodukt vertauschbar ist gilt damit

$$\begin{aligned}\frac{d^2}{dt^2} \|\mathbf{p}(t)\| &= \frac{(\dot{\mathbf{p}} \times \hat{\mathbf{p}}) \cdot (\dot{\mathbf{p}} \times \hat{\mathbf{p}})}{\|\mathbf{p}\|} + \hat{\mathbf{p}} \ddot{\mathbf{p}} \\ &= \frac{|\dot{\mathbf{p}} \times \hat{\mathbf{p}}|^2}{\|\mathbf{p}\|} + \hat{\mathbf{p}} \ddot{\mathbf{p}}\end{aligned}\quad (\text{A.31})$$

für die zweite Ableitung der Vektorlänge von  $\mathbf{p}$ .

## Entfernung zur Umgebung eines Punktes

Beobachtet man einen Punkt an  $\mathbf{p}$  in der Umgebung des Ursprunges, von einer Position an  $\mathbf{r}$  so kann die Entfernung zwischen diesen Punkten

$$r_{\mathbf{p}} = \|\mathbf{r} - \mathbf{p}\| \quad (\text{A.32})$$

<sup>4</sup>Die Graßmann-Identität  $\mathbf{a} \times (\mathbf{b} \times \mathbf{c}) = \mathbf{b}(\mathbf{a} \cdot \mathbf{c}) - \mathbf{c}(\mathbf{a} \cdot \mathbf{b})$  wird auch doppeltes Kreuzprodukt oder BAC-CAB-Regel genannt.

<sup>5</sup>Für das Spatprodukt gilt:  $\mathbf{a}(\mathbf{b} \times \mathbf{c}) = (\mathbf{a} \times \mathbf{b})\mathbf{c}$

mit

$$r_{\mathbf{p}} = \sqrt{(\mathbf{r} - \mathbf{p}) \cdot (\mathbf{r} - \mathbf{p})} \quad (\text{A.33})$$

$$= \sqrt{\|\mathbf{r}\|^2 - 2\mathbf{r}\mathbf{p} + \|\mathbf{p}\|^2} \quad (\text{A.34})$$

und der Approximation [AS64, (3.5.8)]

$$\sqrt{a+b} \approx \sqrt{a} + \frac{1}{2} \frac{b}{\sqrt{a}} \quad (\text{A.35})$$

für  $b \ll a$  durch

$$r_{\mathbf{p}} \approx \|\mathbf{r}\| - \frac{\mathbf{r}}{\|\mathbf{r}\|} \mathbf{p} + \frac{\|\mathbf{p}\| \|\mathbf{p}\|}{2 \|\mathbf{r}\|} \quad (\text{A.36})$$

genähert werden. In erster Ordnung ergibt sich damit für  $\|\mathbf{p}\| \ll \|\mathbf{r}\|$  die Beziehung

$$r_{\mathbf{p}} \approx \|\mathbf{r}\| - \hat{\mathbf{r}} \cdot \mathbf{p} \quad (\text{A.37})$$

für den Abstand zwischen den Orten an  $\mathbf{p}$  und  $\mathbf{r}$ .

## A.4 Polynomiale Regression

Für einen Satz von  $K$  Wertepaaren  $(x_k, y_k)$  soll ein beschreibendes Polynom des Grades  $N < K$  und der Form

$$y'_k = \sum_{i=0}^N a_i x_k^i \quad (\text{A.38})$$

gefunden werden, welches die Residuenquadratsumme von  $y'_k - y_k$  minimiert. Dazu kann das Problem als lineares Gleichungssystem der Form

$$\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_K \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & \cdots & x_1^N \\ 1 & x_2 & x_2^2 & \cdots & x_2^N \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ 1 & x_K & x_K^2 & \cdots & x_K^N \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \\ \vdots \\ a_N \end{pmatrix} \quad (\text{A.39})$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{X} \cdot \mathbf{a} \quad (\text{A.40})$$

dargestellt werden. Die Koeffizientenmatrix  $\mathbf{X}$  des Typs  $K \times (N + 1)$  ist dabei Teil einer Vandermonde-Matrix [HK71, S. 125] und das System in der Regel überbestimmt, da mit  $K \gg N$  zumeist deutlich mehr Messwerte vorliegen als der Grad des Polynommodells.

Ist ein Maß für die Unsicherheit der Wertepaare in Form von  $K$  Gewichtswerten  $w_k$  vorhanden, kann das ursprüngliche Gleichungssystem durch Multiplikation mit einer Diagonalmatrix  $\mathbf{W} = \text{diag}(w_1, w_2, \dots, w_K)$  von links in das System

$$\mathbf{W}\mathbf{y} = \mathbf{W}\mathbf{X}\mathbf{a} \quad (\text{A.41})$$

überführt werden. Wird die Transponierte der Koeffizientenmatrix von links multipliziert, ergibt sich

$$\mathbf{X}^T \mathbf{W}\mathbf{y} = \mathbf{X}^T \mathbf{W}\mathbf{X}\mathbf{a}, \quad (\text{A.42})$$

was mit

$$\mathbf{X}^T \mathbf{W}^{\frac{1}{2}} \mathbf{W}^{\frac{1}{2}} \mathbf{y} = \mathbf{X}^T \mathbf{W}^{\frac{1}{2}} \mathbf{W}^{\frac{1}{2}} \mathbf{X}\mathbf{a} \quad (\text{A.43})$$

Tabelle A.1: Rauschmechanismus je nach Exponent im Oszillatormodell.

$\alpha$	$\mu$	Rauschtyp
2	-2	weißes Rauschen, Phasenmodulation (PM)
1	$\approx -2$	Funkelrauschen, PM
0	-1	weißes Rauschen, FM
-1	0	Funkelrauschen, FM
-2	1	Random Walk, FM

und der Substitution  $X_w = W^{\frac{1}{2}} X$  und  $y_w = W^{\frac{1}{2}} y$  mit  $W^{\frac{1}{2}} = \text{diag}(\sqrt{w_1}, \sqrt{w_2}, \dots, \sqrt{w_K})$  in die Form der Normalengleichung

$$X_w^T y_w = X_w^T X_w a \quad (\text{A.44})$$

für das Problem in (A.40) gebracht werden kann. Das überbestimmte Gleichungssystem kann dann mithilfe der QR-Zerlegung<sup>6</sup> von  $X$ , beziehungsweise  $X_w$ , durch  $Q^T y = R \cdot a$  gelöst werden.

<sup>6</sup>In eine orthogonale Matrix  $Q$  und eine obere Dreiecksmatrix  $R$ .

## A.5 Oszillatorfehler und die Allan-Varianz

Um die stochastischen Fehler eines Oszillatorsignals zu modellieren, betrachten wir seine Schwingung der nominellen Frequenz  $\nu_0$  als

$$V(t) = (V_0 + n(t)) \sin(2\pi\nu_0 t + \phi(t)) \quad (\text{A.45})$$

mit einem Amplitudenrauschen  $n$  und dem Phasenfehler  $\phi$ . Seine momentane Frequenz ist die Ableitung des Arguments der Sinusfunktion und gegeben durch

$$\nu(t) = \nu_0 + \frac{1}{2\pi} \frac{d\phi(t)}{dt} \quad (\text{A.46})$$

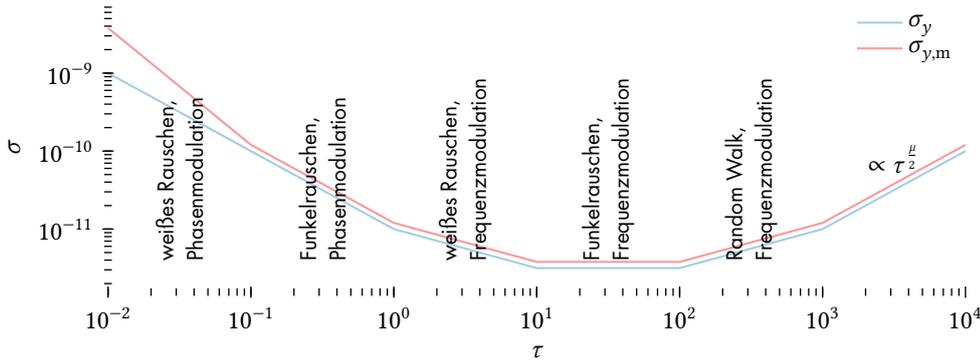
womit die relative Frequenzabweichung

$$y(t) = \frac{\nu(t) - \nu_0}{\nu_0} = \frac{1}{2\pi\nu_0} \frac{d\phi(t)}{dt} = \frac{dx(t)}{dt} \quad (\text{A.47})$$

beträgt. Der Gangfehler  $x(t)$  des Oszillators ist dann

$$x(t) = \int_0^t y(t') dt' = \frac{\phi(t) - \phi(0)}{2\pi\nu_0}. \quad (\text{A.48})$$

Nach [Ril08] kann die relative Frequenzabweichung einer Quelle durch eine Kombination stochastischer Prozesse mit spektralen Rauschleistungsdichten der Form  $S_y(f) \propto f^\alpha$  über der Offsetfrequenz  $f$  zum Oszillatorsignal modelliert werden. Die Anteile am Gesamtfehler entsprechen nach Tabelle A.1, bestimmt durch den Exponenten  $\alpha$ , verschiedenen Rauschmechanismen. Durch Differentiation, beziehungsweise Integration der relativen Frequenzabweichung können die Rauschanteile mit  $\alpha \neq 0$  nach den Differentiationsregeln der Fouriertransformation für gerade Werte von  $\alpha$  in weißes Rauschen überführt werden. Nach [BA66] ist dies mithilfe der fraktionalen Infinitesimalrechnung auch für ungerade  $\alpha$  möglich. Die Stabilität eines Oszillators wird üblicherweise im Frequenzbereich durch das


 Abbildung A.2: Stabilität im Zeitbereich in der  $\sigma$ - $\tau$ -Darstellung.

Einseitenbandphasenrauschen oder im Zeitbereich durch die Allan-Deviation  $\sigma_y(\tau)$  gemessen und dargestellt. Das Stabilitätsmaß im Zeitbereich  $\sigma$  wird dann in der sogenannten  $\sigma$ - $\tau$ -Darstellung über der Dauer der zeitlichen Mittelung  $\tau$  in einem doppeltlogarithmischen Diagramm eingezeichnet. Die Rauschmechanismen aus Tabelle A.1 werden in diesem Diagramm nach Abbildung A.2 durch Geraden der Steigung  $\mu/2$  repräsentiert. Die modifizierte Allan-Deviation [AB81]  $\sigma_{y,m}(\tau)$  vermag es, in der Darstellung auch weißes Rauschen vom Funkelrauschen in der Phasenmodulation zu unterscheiden.

Ausgehend von (A.48) kann die mittlere Frequenzabweichung über ein Betrachtungsintervall  $\tau$  durch

$$\bar{y}(t) = \frac{x(t + \tau) - x(t)}{\tau} \quad (\text{A.49})$$

und in zeitdiskreter Form, für eine Abtastung mit  $t = i\tau$ , durch

$$\bar{y}_i = \frac{x((i + 1)\tau) - x(i\tau)}{\tau} \quad (\text{A.50})$$

bestimmt werden. Die Allan-Varianz ist definiert [AB81, (5)] durch das zeitliche Mittel<sup>7</sup>

$$\sigma_y^2(\tau) = \frac{1}{2} \langle (\bar{y}_{i+1} - \bar{y}_i)^2 \rangle \quad (\text{A.51})$$

der quadratischen Abweichung der Frequenzabweichung aufeinanderfolgender Intervalle. Durch den Gangfehler mit (A.50) ausgedrückt ist die Allan-Varianz dann

$$\sigma_y^2(\tau) = \frac{1}{2\tau^2} \langle (x_{i+2} - 2x_{i+1} + x_i)^2 \rangle. \quad (\text{A.52})$$

Wird die Bandbreite der gemessenen Frequenzabweichung im Schätzer der Allan-Varianz durch zusätzliche Mittelung über  $n$  der höher abgetasteten Werte in Abhängigkeit von  $\tau = n\tau_0$  reduziert, ergibt sich die modifizierte Allan-Varianz (MVAR)

$$\sigma_{y,m}^2(\tau) = \frac{1}{2\tau^2} \left\langle \left( \frac{1}{n} \sum_{i=1}^i x_{i+2n} - 2x_{i+n} + x_i \right)^2 \right\rangle \quad (\text{A.53})$$

welche in dieser Arbeit mit dem Schätzer (8.15), in Kapitel 8.2 zur Untersuchung der Stabilität des LO eingesetzt wird.

<sup>7</sup>Das zeitlich unbegrenzte Mittel ist:

$$\langle (\cdot) \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} (\cdot) dt$$

Basierend auf der modifizierten Allan-Varianz kann die Stabilität in der Zeit durch die *Time-Variance (TVAR)*  $\sigma_x^2$  ausgedrückt werden. Diese wird nach [Ril08] durch

$$\sigma_x^2(\tau) = \frac{\tau^2}{3} \sigma_{y,m}^2(\tau) \quad (\text{A.54})$$

gebildet. Die Quadratwurzel der Time-Variance ist die Time-Deviation (TDEV).

## A.6 Geometrische Zusammenhänge bei sphärischem Erdmodell

Wird die Gestalt der Erde in erster Näherung durch eine Kugel mit dem Radius  $R_E = 6,371$  km repräsentiert, ergibt sich für einen Satelliten auf einer Kreisbahn der Höhe  $h$  eine vereinfachte Darstellung der Geometrie, welche zur Abschätzung oder dem Verständnis der Zusammenhänge dient. Das Dreieck in Abbildung A.3 wird dabei als Problem der ebenen Geometrie betrachtet, um die Beziehungen zwischen dem Einfallswinkel  $\theta$  gegenüber dem Lot für einen Bodenpunkt, dessen Bodenabstand zum Fußpunkt des Satelliten  $s$  beziehungsweise  $\lambda$ , den Schrägabstand  $\rho$  oder den Sichtwinkel  $\phi$  gegenüber dem Nadir zu bestimmen.

Um die Schrägentfernung  $\rho$  zu bestimmen, wird der Kosinussatz herangezogen. Damit ergibt sich

$$\begin{aligned}\rho(\lambda) &= \sqrt{R_E^2 - 2R_E(R_E + h) \cos \lambda + (R_E + h)^2} \\ &= \sqrt{h^2 + 2R_E(R_E + h)(1 - \cos \lambda)}\end{aligned}\quad (\text{A.55})$$

in Abhängigkeit vom Bodenabstand  $s = R_E \cdot \lambda$ , der Ausdruck

$$\rho(\theta) = \sqrt{(R_E + h)^2 - R_E^2 \sin^2 \theta - R_E \cos \theta} \quad (\text{A.56})$$

für den Zusammenhang mit dem Einfallswinkel  $\theta$ , sowie

$$\rho(\phi) = (R_E + h) \cos \phi - \sqrt{R_E^2 - (R_E + h)^2 \sin^2 \phi} \quad (\text{A.57})$$

für die Abhängigkeit zum Sichtwinkel. Der Bodenabstand ergibt sich gleichermaßen direkt zu

$$\lambda(\rho) = \arccos \frac{R_E^2 + (R_E + h)^2 - \rho^2}{2R_E(R_E + h)} \quad (\text{A.58})$$

in Abhängigkeit von der Schrägentfernung. Mithilfe des Sinussatzes und der Winkelsumme

$$\theta = \phi + \lambda \quad (\text{A.59})$$

gilt weiter

$$\lambda(\theta) = \theta - \arcsin \left( \frac{R_E}{R_E + h} \sin \theta \right) \quad (\text{A.60})$$

und

$$\lambda(\phi) = \arcsin \left( \frac{R_E + h}{R_E} \sin \phi \right) - \phi. \quad (\text{A.61})$$

Der Einfallswinkel ist durch

$$\theta(\rho) = \arccos \frac{(R_E + h)^2 - R_E^2 - \rho^2}{2\rho R_E} \quad (\text{A.62})$$

in Abhängigkeit von der Schrägentfernung, mit dem Bodenabstand durch

$$\theta(\lambda) = \arctan \frac{\sin \lambda}{\cos \lambda - \frac{R_E}{R_E + h}} \quad (\text{A.63})$$

und mit der Beziehung

$$\theta(\phi) = \arcsin \left( \frac{R_E + h}{R_E} \sin \phi \right) \quad (\text{A.64})$$

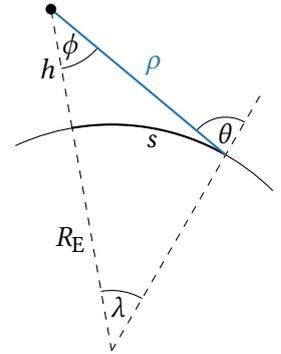


Abbildung A.3: Ein Satellit bei sphärischem Erdmodell.

durch den Sinussatz in Abhängigkeit von Sichtwinkel gegeben. Der Wert des Sichtwinkels kann schließlich durch

$$\phi(\rho) = \arccos \frac{(R_E + h)^2 - R_E^2 + \rho^2}{2\rho(R_E + h)}, \quad (\text{A.65})$$

sowie

$$\phi(\lambda) = \arctan \frac{\sin \lambda}{1 + \frac{h}{R_E} - \cos \lambda} \quad (\text{A.66})$$

und

$$\phi(\theta) = \arcsin \left( \frac{R_E}{R_E + h} \sin \theta \right) \quad (\text{A.67})$$

dargestellt werden.

Zur Bestimmung der kreisförmigen Satellitenbahn in diesem Modell wird zunächst die Gravitationskraft zwischen der Masse des Satelliten  $m$  und der Masse der Erde  $M$  betrachtet, welche nach dem Gravitationsgesetz von Newton mit der universellen Gravitationskonstanten  $G$  und einem Abstand von  $a$  zwischen beiden Massen,

$$F = G \frac{Mm}{a^2} \quad (\text{A.68})$$

beträgt. Rotiert dieses Massesystem mit der Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  um seinen gemeinsamen Schwerpunkt, welcher sich im Abstand  $r$  der Masse  $m$  und  $R$  der Masse  $M$  befindet, so wirkt die Zentrifugalkraft

$$F = m \cdot \omega^2 r = M \cdot \omega^2 R, \quad (\text{A.69})$$

welche im Inertialsystem eben der Gravitationskraft entspricht. Über den Gesamt-  
abstand  $a = r + R$  folgt

$$m \cdot \omega^2 r = M \cdot \omega^2 (a - r) \quad (\text{A.70})$$

$$(m + M) \cdot r = M \cdot a \quad (\text{A.71})$$

$$r = \frac{M}{m + M} a \quad (\text{A.72})$$

und damit die Gleichung

$$G \frac{Mm}{a^2} = m \cdot \omega^2 \frac{M}{m + M} a, \quad (\text{A.73})$$

welche sich nach der Winkelgeschwindigkeit

$$\omega = \sqrt{G \frac{m + M}{a^3}} \quad (\text{A.74})$$

lösen lässt. Da sich  $m$  gegenüber der Erdmasse  $M$  im Falle eines künstlichen Satelliten in der Regel vernachlässigen lässt, ist die Umlaufzeit dann durch

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{a^3}{GM}} = 2\pi \sqrt{\frac{(R_E + h)^3}{GM}} \quad (\text{A.75})$$

und die Bahngeschwindigkeit bezüglich ruhendem  $M$  durch

$$v = a \cdot \omega = \sqrt{\frac{GM}{a}} = \sqrt{\frac{GM}{R_E + h}}, \quad (\text{A.76})$$

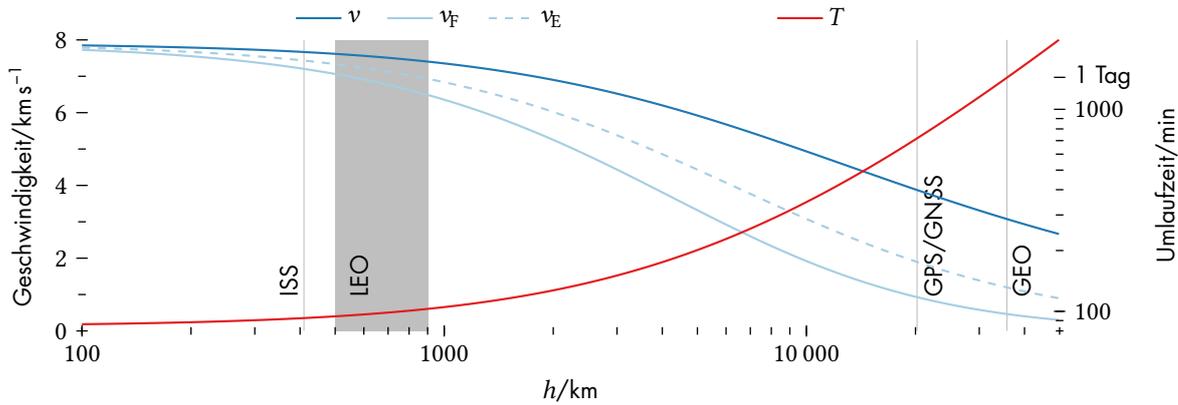


Abbildung A.4: Bahngeschwindigkeit und Umlaufzeit eines Satelliten auf einer Kreisbahn der Höhe  $h$ .

die sogenannte erste kosmische Geschwindigkeit, gegeben. Mit dem Wert für  $GM$  aus dem WGS84 in Tabelle B.1, ergeben sich die in Abbildung A.4 dargestellten Werte für Umlaufzeit und Bahngeschwindigkeit. In der Abbildung sind außerdem noch zwei weitere Geschwindigkeiten aufgetragen. Die Geschwindigkeit  $v_F$ , mit welcher sich der Fußpunkt – der Punkt an der Erdoberfläche im Nadir des Satelliten – bewegt, kann mit der Winkelgeschwindigkeit durch

$$v_F = R_E \omega = \frac{R_E}{R_E + h} \cdot v \quad (\text{A.77})$$

gefunden werden. Sie ist als Verknüpfung zwischen Zeit und Bodenposition nützlich, um beim SAR die Zeitkoordinate entlang der Apertur in eine geometrische Länge zu konvertieren. Ein weiterer Geschwindigkeitswert, die effektive Geschwindigkeit, ist bei der SAR-Fokussierung mit einem linearen Bewegungsmodell, als Verknüpfung zwischen Zeit und Momentanabstand des Ziels notwendig, um die Filterfunktion für die synthetische Apertur zu erzeugen. Betrachtet man den Abstandsverlauf für einen Punkt auf der Fußspur des Satelliten, dargestellt in dem ebenen Problem in Abbildung A.5, ist dieser wie (A.55) mit dem Kosinussatz durch

$$r(t) = \sqrt{h^2 + 2R_E(R_E + h)(1 - \cos \omega t)} \quad (\text{A.78})$$

gegeben und soll mit einer linearen Trajektorie über deren Abstandsverlauf

$$r(t) = \sqrt{h^2 + v_E^2 t^2} \quad (\text{A.79})$$

verglichen werden. Gleichsetzen der Quadrate liefert die transzendente Gleichung

$$v_E^2 t^2 = 2R_E(R_E + h)(1 - \cos \omega t) \quad (\text{A.80})$$

welche durch die Taylor-Approximation bis zum quadratischen Term

$$1 - \cos ax \approx \frac{a^2}{2} x^2, \quad (\text{A.81})$$

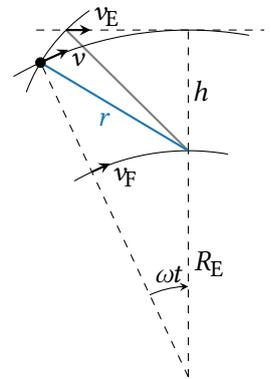


Abbildung A.5: Vergleich der kreisförmigen Satellitenbahn mit einer linearen Trajektorie.

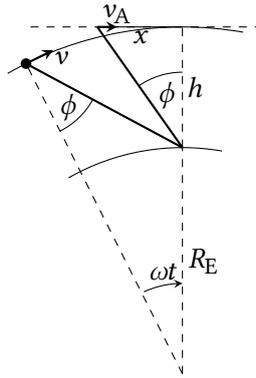


Abbildung A.6:  
Äquivalente Satellitenbahn mit einer linearen Trajektorie für gleiche Sichtwinkel.

die gesuchte effektive Geschwindigkeit im hyperbolischen Abstandsverlauf (A.79) damit zu

$$\begin{aligned} v_E &= \sqrt{R_E(R_E + h)\omega^2} \\ &= \sqrt{\frac{R_E}{R_E + h}} v \end{aligned} \quad (\text{A.82})$$

ergibt. Zusätzlich kann auf dieser linearen Bahn eine weitere Geschwindigkeit betrachtet werden. Werden die Sichtwinkel des Satelliten auf der Kreisbahn in Abbildung A.6 mit dem Sichtwinkel auf der linearen Trajektorie gleichgesetzt ergibt sich mit (A.66) der Zusammenhang

$$\tan \phi = \frac{\sin(\omega t)}{1 + \frac{h}{R_E} - \cos(\omega t)} = \frac{x}{h} \quad (\text{A.83})$$

zwischen der Strecke auf der linearen Trajektorie  $x$  und der Zeit. Die Geschwindigkeit ergibt sich direkt durch die zeitliche Ableitung von  $x$  zu

$$v_A(t) = \frac{dx}{dt} = v \frac{R_E}{R_E + h} \frac{\cos(\omega t) - \frac{R_E}{h} (1 - \cos(\omega t))}{\left(1 + \frac{R_E}{h} (1 - \cos(\omega t))\right)^2} \quad (\text{A.84})$$

und ist für kleine Werte von  $\omega t$  und im LEO nahezu konstant. Der Wert von  $v_A$  weicht für eine Bahnhöhe von  $h = 500$  km, im Winkelbereich von  $\phi < \pm 5^\circ$ , weniger als  $10^{-3}$  von der Fußpunktgeschwindigkeit  $v_F$  ab.

## A.7 Polynomfunktion für harmonische Schwingungen

Bei der Betrachtung von Nichtlinearitäten, beschrieben durch die Polynomfunktion

$$f(x) = \sum_{n=0}^N a_n x^n, \quad (\text{A.85})$$

entstehen am Ausgang der Nichtlinearität, bei der Anregung mit einer harmonischen Schwingung einer einzigen Frequenz, zusätzliche Spektrallinien. Im Folgenden sollen die Amplituden dieser Spektralkomponenten für eine Schwingung der Form  $s_1(x) = A \cos x$  bestimmt werden. Es ergibt sich also dabei mit

$$s_O(x) = \sum_{n=0}^N a_n A^n \cos^n x \quad (\text{A.86})$$

eine Überlagerung von Potenzen der Kosinusfunktion. Mit dem binomischen Lehrsatz [AS64, (3.1.1)] sowie der Euler-Formel [AS64, (4.3.47)], können diese Potenzen durch

$$\cos^n x = \frac{1}{2^n} (e^{jx} + e^{-jx})^n \quad (\text{A.87})$$

$$= \frac{1}{2^n} \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} e^{jx(n-k)} + e^{-jxk} \quad (\text{A.88})$$

$$= \frac{1}{2^n} \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} e^{j(n-2k)x} \quad (\text{A.89})$$

ausgedrückt werden. Betrachtet man zunächst die geraden Potenzen mit  $n = 2m$  so kann

$$\cos^{2m} x = \frac{1}{2^{2m}} \sum_{k=0}^{2m} \binom{2m}{k} e^{j2(m-k)x} \quad (\text{A.90})$$

in zwei Teilsummen zu

$$= \frac{1}{2^{2m}} \left( \sum_{k=0}^{m-1} \binom{2m}{k} e^{j2(m-k)x} + \sum_{k=m}^{2m} \binom{2m}{k} e^{-j2(k-m)x} \right) \quad (\text{A.91})$$

getrennt werden. Mit der Indexverschiebung  $k - m = m - l$  ergibt sich damit nach Anpassung und Tauschen des Start- und Endwertes der Ausdruck

$$= \frac{1}{2^{2m}} \left( \sum_{k=0}^{m-1} \binom{2m}{k} e^{j2(m-k)x} + \sum_{l=0}^l \binom{2m}{2m-l} e^{-j2(m-l)x} \right) \quad (\text{A.92})$$

wobei die Summen über die gleichen Indizes wieder zusammengefasst werden können. Aufgrund der Symmetrie<sup>8</sup> des Binomialkoeffizienten[AS64, (3.1.3)] ergibt sich damit nach Rückbenennung des zweiten Summenindex und Abspaltung des letzten Summanden zunächst

$${}^8 \binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$$

$$\cos^{2m} x = \frac{1}{2^{2m}} \left( \binom{2m}{m} + \sum_{k=0}^{m-1} \binom{2m}{k} e^{j2(m-k)x} + \sum_{k=0}^{m-1} \binom{2m}{k} e^{-j2(m-k)x} \right)$$

und über

$$= \frac{1}{2^{2m}} \left( \binom{2m}{m} + 2 \sum_{k=0}^{m-1} \binom{2m}{k} \frac{1}{2} (e^{j2(m-k)x} + e^{-j2(m-k)x}) \right)$$

schließlich

$$\cos^{2m} x = \frac{1}{2^{2m}} \binom{2m}{m} + \frac{1}{2^{2m-1}} \sum_{k=0}^{m-1} \binom{2m}{k} \cos(2(m-k)x). \quad (\text{A.93})$$

Für die ungeraden Potenzen mit  $n = 2m + 1$  folgt nach gleichem Verfahren

$$\cos^{2m+1} x = \frac{1}{2^{2m}} \sum_{k=0}^m \binom{2m+1}{k} \cos((2(m-k)+1)x). \quad (\text{A.94})$$

Wird nun die ursprüngliche Summe der Polynomfunktion in (A.86) für gerade und ungerade Indizes geteilt, ergibt sich nach

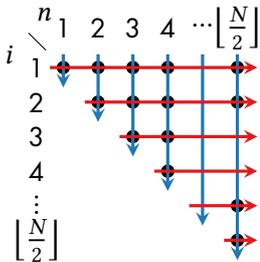
$$s_{\text{O}}(x) = a_0 + \sum_{n=1}^{\lfloor \frac{N}{2} \rfloor} a_{2n} A^{2n} \cos^{2n} x + \sum_{n=0}^{\lfloor \frac{N-1}{2} \rfloor} a_{2n+1} A^{2n+1} \cos^{2n+1} x \quad (\text{A.95})$$

durch Einsetzen der Potenzen, der Ausdruck

$$s_{\text{O}}(x) = a_0 + \sum_{n=1}^{\lfloor \frac{N}{2} \rfloor} a_{2n} \frac{A^{2n}}{2^{2n}} \binom{2n}{n} + \sum_{n=1}^{\lfloor \frac{N}{2} \rfloor} a_{2n} \frac{A^{2n}}{2^{2n-1}} \sum_{k=0}^{n-1} \binom{2n}{k} \cos(2(n-k)x) + \sum_{n=0}^{\lfloor \frac{N-1}{2} \rfloor} a_{2n+1} \frac{A^{2n+1}}{2^{2n}} \sum_{k=0}^n \binom{2n+1}{k} \cos((2(n-k)+1)x). \quad (\text{A.96})$$

Da die Faktoren  $2(n - k)$  und  $2(n - k) + 1$  im Argument der Kosinusfunktion für alle Indizes größer Null sind, ist der Gleichanteil, die Amplitude  $A_0$ , direkt durch die ersten beiden Summanden zu

$$A_0 = a_0 + \sum_{n=1}^{\lfloor \frac{N}{2} \rfloor} a_{2n} \frac{A^{2n}}{2^{2n}} \binom{2n}{n} \quad (\text{A.97})$$



gegeben. Um die weiteren Amplituden zu finden wird zunächst der Signalanteil mit geraden Koeffizienten

$$\sum_{n=1}^{\lfloor \frac{N}{2} \rfloor} a_{2n} \frac{A^{2n}}{2^{2n-1}} \sum_{k=0}^{n-1} \binom{2n}{k} \cos(2(n - k)x) \quad (\text{A.98})$$

betrachtet. Mit der Indexverschiebung  $n - k = i$  ergibt sich, wieder nach Anpassung und Tauschen des Start- und Endwertes, die Doppelsumme

$$\sum_{n=1}^{\lfloor \frac{N}{2} \rfloor} a_{2n} \frac{A^{2n}}{2^{2n-1}} \sum_{i=1}^n \binom{2n}{n-i} \cos(2ix) = \sum_{n=1}^{\lfloor \frac{N}{2} \rfloor} \sum_{i=1}^n a_{2n} \frac{A^{2n}}{2^{2n-1}} \binom{2n}{n-i} \cos(2ix) \quad (\text{A.99})$$

Abbildung A.7:  
Änderung der Summationsrichtung von vertikal nach horizontal.

durch Tauschen der Summen und Anpassen der Start- und Endwerte nach Abbildung A.7 den Ausdruck

$$\sum_{i=1}^{\lfloor \frac{N}{2} \rfloor} \sum_{n=i}^{\lfloor \frac{N}{2} \rfloor} a_{2n} \frac{A^{2n}}{2^{2n-1}} \binom{2n}{n-i} \cos(2ix) \quad (\text{A.100})$$

und damit direkt die Amplituden für die geradzahligen Harmonischen mit

$$A_{2i} = \sum_{n=i}^{\lfloor \frac{N}{2} \rfloor} a_{2n} \frac{A^{2n}}{2^{2n-1}} \binom{2n}{n-i} \quad (\text{A.101})$$

in Abhängigkeit von den Polynomkoeffizienten mit geradzahligem Index. In gleicher Weise werden auch die Amplituden der ungeradzahligen Harmonischen zu

$$A_{2i+1} = \sum_{n=i}^{\lfloor \frac{N-1}{2} \rfloor} a_{2n+1} \frac{A^{2n+1}}{2^{2n}} \binom{2n+1}{n-i} \quad (\text{A.102})$$

gefunden und das Ausgangssignal der Nichtlinearität ist mit den Amplitudenwerten durch

$$s_0(x) = A_0 + \sum_{i=1}^{\lfloor \frac{N}{2} \rfloor} A_{2i} \cos(2ix) + \sum_{i=0}^{\lfloor \frac{N-1}{2} \rfloor} A_{2i+1} \cos((2i + 1)x) \quad (\text{A.103})$$

beschrieben. Am Ausgang einer Nichtlinearität mit dem Polynomgrad  $N$  treten dabei Harmonische mit bis zur  $N$ -fachen Eingangsfrequenz auf. Bei Kenntnis der Amplituden  $A_k$  der Harmonischen, können umgekehrt auch die Polynomkoeffizienten durch Lösung des durch (A.97), (A.101) und (A.102) gebildeten Gleichungssystems ermittelt werden.

## A.8 Verteilungsdichte des Rauschleistungspegels

Wird ein Rauschsignal der Gesamtleistung  $N = \sigma^2$  als komplexes, gaußsches Rauschen mit

$$X_i = \frac{\sigma}{\sqrt{2}} X_{I,i} + \frac{\sigma}{\sqrt{2}} X_{Q,i} \quad (\text{A.104})$$

und  $X_{I,i}, X_{Q,i} \sim \mathcal{N}(0, 1)$  zu je unabhängigen, standardnormalverteilten Zufallsgrößen angenommen, so ist die Rauschleistung als arithmetisches Mittel über  $n$  Realisationen mit

$$P = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |X_i|^2 = \frac{\sigma^2}{2n} \sum_{i=1}^n X_{I,i}^2 + X_{Q,i}^2 = \frac{\sigma^2}{2n} Y \quad (\text{A.105})$$

und  $Y \sim \chi_{2n}^2$  Chi-Quadrat verteilt mit dem Freiheitsgrad  $2n$ . Wird nun der Leistungspegel als logarithmische Größe der Leistung

$$p_P(Y) = 10 \lg P = 20 \lg \sigma + 10 \lg \frac{Y}{2n} = p_N + 10 \lg \frac{Y}{2n} \quad (\text{A.106})$$

mit dem Rauschleistungspegel  $p_N = 20 \lg \sigma$  betrachtet, kann die Verteilungsdichte von  $p_P$  mit der Lösung von  $p_P$  als

$$Y = 2n \cdot 10^{\frac{p_P - p_N}{10}} \quad (\text{A.107})$$

und der Ableitung von  $p_P$  nach  $Y$

$$p'_P = \frac{dp_P}{dY} = \frac{10}{Y \ln 10} \quad (\text{A.108})$$

sowie der Verteilungsdichte [PP02, (4-39), S. 89]

$$f_{Y,n} = \frac{Y^{n-1}}{2^n \Gamma(n)} e^{-\frac{Y}{2}} \quad (\text{A.109})$$

von  $Y$  nach [PP02, (5-16), S. 130] durch

$$f_{p_P,n}(p_P) = \frac{f_Y(Y(p_P))}{|p'_P(Y(p_P))|}$$

zu

$$= \frac{\ln 10}{10} \frac{Y^n}{2^n (n-1)!} e^{-\frac{Y}{2}}$$

und schließlich

$$f_{p_P,n}(p_P - p_N) = \frac{\ln 10}{10} \frac{n^n}{(n-1)!} 10^{N \cdot \frac{p_P - p_N}{10}} e^{-n \cdot 10^{\frac{p_P - p_N}{10}}} \quad (\text{A.110})$$

$$f_{p_P,n}(\Delta p) = \frac{\ln 10}{10} \frac{n^n}{(n-1)!} 10^{n \cdot \frac{\Delta p}{10}} e^{-n \cdot 10^{\frac{\Delta p}{10}}} \quad (\text{A.111})$$

bestimmt werden. Ihr Verlauf ist damit invariant gegenüber dem Rauschleistungspegel und wird mit diesem lediglich entlang des Pegels  $p_P$  verschoben. Die

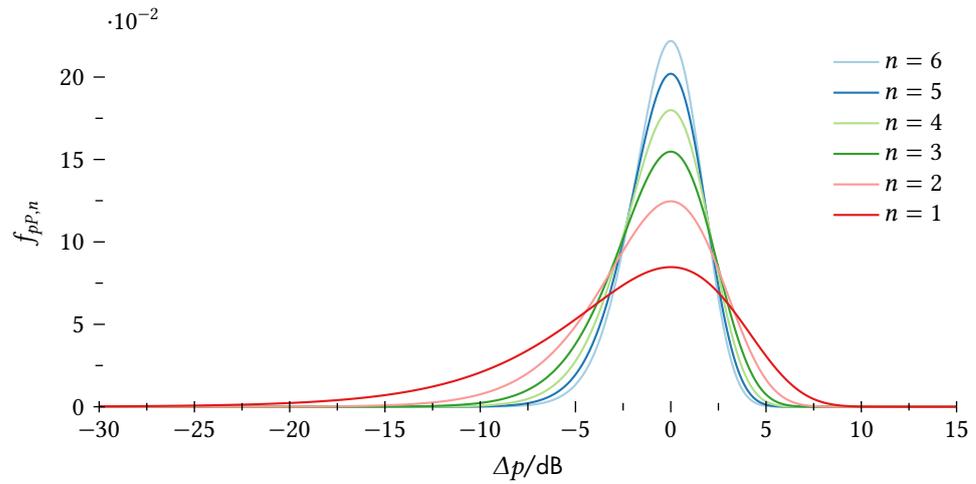


Abbildung A.8:  
Verteilungsfunktion  
einer  $\lg \chi^2_{2n}$ -verteilten  
Zufallsvariablen.

Verteilungsdichte ist in Abbildung A.8 in Abhängigkeit von der Pegeldifferenz  $\Delta p$  und für verschiedene  $n$  dargestellt. Ihr Maximum befindet sich mit

$$\frac{df_{pP,n}}{d\Delta p} = \frac{\ln^2 10}{100} \frac{n^{n+1}}{(n-1)!} 10^{n \frac{\Delta p}{10}} e^{-n \cdot 10 \frac{\Delta p}{10}} \left(1 - 10 \frac{\Delta p}{10}\right) \quad (\text{A.112})$$

$$= n \frac{\ln 10}{10} \left(1 - 10 \frac{\Delta p}{10}\right) \cdot f_{pP,n} = 0 \quad (\text{A.113})$$

und mit  $f_{pP,n} > 0$  und somit

$$10 \frac{\Delta p}{10} = 1, \quad (\text{A.114})$$

bei  $\Delta p_{\max} = 0$  beziehungsweise  $p_{P,\max} = p_N$ . Um einen arithmetischen Überlauf während der numerischen Bestimmung von  $f_{pP,n}$  bei großen  $n$  zu vermeiden, kann die Implementierung mit der logarithmierten Gammafunktion durch

$$f_{pP,n}(\Delta p) = \frac{\ln 10}{10} e^{n \left( \ln n + \frac{\ln 10}{10} \Delta p - 10 \frac{\Delta p}{10} \right) - \ln \Gamma(n)} \quad (\text{A.115})$$

erfolgen.

# Koordinatensysteme

# B

Dieses Kapitel behandelt Grundlagen zur Beschreibung von Raum und Zeitkoordinaten auf der Erdoberfläche und im erdnahen Raum.

## B.1 Beschreibung von räumlichen Koordinaten

Um Positionen präzise und konsistent zu beschreiben, ist es notwendig, zunächst Konventionen für die Lage und Orientierung des Koordinatensystems zu vereinbaren. Eine solche Konvention nennt man auch geodätisches Datum kann zur Definition des Koordinatensystems auch noch weitere Modelle festlegen.

Insbesondere bei der Nutzung von GPS ist das World Geodetic System 1984 (WGS84) relevant. Dieses definiert neben dem Koordinatensystem auch ein Ellipsoid zur Beschreibung der Erdgestalt sowie ein Gravitationsmodell. Die definierten Parameter im WGS84 sind in Tabelle B.1 gegeben. Das heute im Bereich der Geowissenschaften genutzte Bezugssystem, das International Terrestrial Reference System (ITRS), beinhaltet eine ganze Reihe von Modellen zur Beschreibung des Systems Erde, sowie die zugehörigen Parameter[PL10]. Weiter zu erwähnen ist das ETRS89, welches auf dem EUREF-Symposium 1990[EUR90] verabschiedet wurde, um die Bewegung der europäischen Stationen im ITRS auszugleichen. Das System ist dabei zur Epoche 1989.0 identisch mit dem ITRS, von da an aber am stabilen Teil der eurasischen Platte verankert. Durch die Kontinentaldrift sind die Koordinaten einer Station beispielsweise in Siegen im ITRS seitdem bereits um 79 cm in nordöstlicher Richtung gegenüber dem ETRS89 verschoben.

Um in einem Referenzsystem Messungen zu verorten, muss dieses zunächst durch festgelegte Punkte an der Erdoberfläche realisiert werden. Die Realisierung wird dann als Referenzrahmen bezeichnet. Eine Realisierung des ETRS89 für Deutschland ist das ETRS89/DREF91(R2016), den Zugang zu dieser Realisierung bietet das nationale GNSS-Referenzstationsnetz – der Satellitenpositionierungsdienst der Länder der Bundesrepublik Deutschland (SAPOS).

Das WGS84 wurde zuletzt als WGS84(G1762) in der GPS-Woche 1762 (Oktober 2013) durch 6 GPS-Monitorstationen der U.S. Air Force und 11 Stationen der NGA realisiert. Die Stationen sind dazu global verteilt. Mit dieser Realisierung wurden das WGS84 an das ITRF angepasst[NGA14a], Koordinaten im WGS84(G1762) und dem zugehörigen ITRF2008 Rahmen können als identisch angesehen werden.

Die aktuelle Realisierung des ITRS, der ITRF2014 beinhaltet 1499 Stationen an 975 Standorten[Alt+17]. Die dabei zur Festlegung des ITRF und Anschluss an das International Celestial Reference System (ICRS) genutzten Sensoren sind neben den GNSS Beobachtungen der Einsatz von Mareografen<sup>1</sup>, die Satelliten-

<sup>1</sup>Ozeanografische Pegelstation.

Tabelle B.1: Definierte Parameter im WGS84

große Halbachse	$a$	6 378 137,0 m
Numerus der Abplattung	$f^{-1}$	298,257 223 563
Winkelgeschwindigkeit der Erdrotation	$\omega$	$7\,292\,115,0 \cdot 10^{-11} \text{ rad s}^{-1}$
geozentrische Gravitationskonstante	$GM$	$3\,986\,004,418 \cdot 10^8 \text{ m}^3 \text{ s}^{-2}$

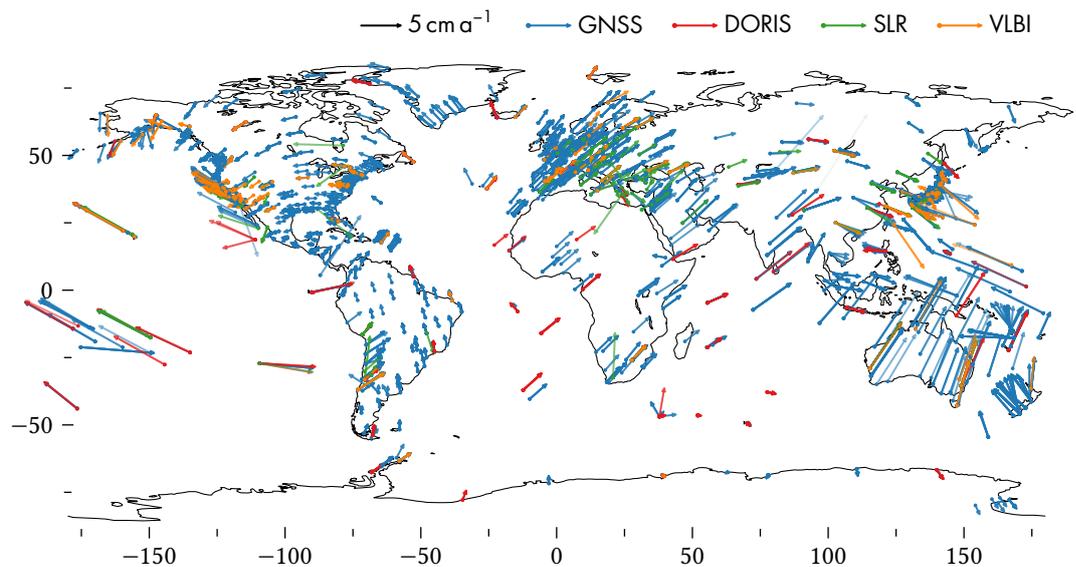


Abbildung B.1: Die Stationen des ITRF2014 und ihre horizontalen Geschwindigkeiten.

Laserentfernungsmessung (SLR), *lunar laser ranging* (LLR), die *very long baseline interferometry* (VLBI), Satellitendopplermessungen durch das Sensorsystem *détermination d'orbite et radiopositionnement intégrés par satellite* (DORIS) bzw. davor das *Doppler Navy Navigation Satellite System* (NNSS), die zuvor vom Bureau International de l'Heure (BIH) genutzten optische Astrometrie und – ebenfalls in der Vergangenheit – die Mikrowellenabstandsmessung zu Satelliten durch das *precise range and range rate equipment* (PRARE). In Abbildung B.1 sind die Stationen des ITRF2014 global dargestellt[Alt+16]. Die Pfeile beschreiben die horizontale Geschwindigkeit der Stationskoordinaten – aufgeschlüsselt nach ihrem Messverfahren – in Zentimeter pro Jahr.

Die Orientierung der Erde im ICRS wird durch die vom International Earth Rotation and Reference Systems Service (IERS) kontinuierlich ermittelten Earth Orientation Parameters (EOP) bestimmt. Die EOP beschreiben dabei die Position des Himmelspols<sup>2</sup> sowohl im ITRS als auch im ICRS und den Winkel der Erdrotation in Abhängigkeit von der Zeit[IER14].

<sup>2</sup>Im Speziellen ist der Celestial Intermediate Pole (CIP) gemeint.

## Geozentrische Koordinaten

Als Grundlage für die Referenzsysteme dient meist ein kartesisches Koordinatensystem dessen Ursprung sich am Geozentrum, dem Massenschwerpunkt der Erde befindet. Dabei ist die vom ITRS und WGS84 bei der Definition gleichermaßen genutzte Orientierung[NIM00; PL10] die des Bureau International de l'Heure (BIH) zur Epoche 1984. Die  $z$ -Achse verläuft, dargestellt in Abbildung B.2, parallel zur mittleren Rotationsachse der Erde durch den IERS Reference Pole (IRP), die  $x$ -Achse schneidet den IERS Reference Meridian (IRM), die  $y$ -Achse vervollständigt das Rechtshandsystem. Die Orientierung wird im zeitlichen Verlauf derart angepasst, dass im Mittel die Bewegung der Landmassen minimiert wird.

Ein solches System wird auch als ECEF bezeichnet, da Punkte auf der Erdoberfläche in diesem möglichst zeitlich konstante Koordinaten erhalten. Da dieses System,

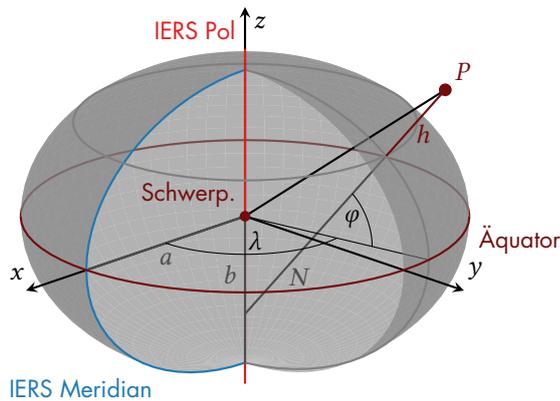


Abbildung B.2: Geozentrische Koordinaten und das Ellipsoid.

hauptsächlich durch die Erdrotation, für viele Anwendungen nicht als Inertialsystem betrachtet werden kann, gibt es noch verschiedene Definitionen welche unter der Bezeichnung ECI die Orientierung der Erde aus der Definition des Koordinatensystems ausnehmen. Diese Inertialsysteme eignen sich gut zur Modellierung erdnahe Satellitenbahnen. Als ECI-System ist beispielsweise das Geocentric Celestial Reference System (GCRS) [IAU00] zu nennen. Die Orientierung des GCRS entspricht dabei praktisch der des ICRS, der Ursprung ist aber gleich dem ITRS. Die Systeme GCRS und ITRF können mittels der EOP durch Rotationen ineinander überführt werden.

## Ellipsoidische Koordinaten

Ein Ellipsoid, rotationssymmetrisch um die Drehachse der Erde, stellt eine erste Näherung für das Geoid<sup>3</sup> dar, die Fläche dessen Normale die Lotrichtung bzw. die Vertikale darstellt. Eine Darstellung der Koordinaten eines Punktes im geozentrischen Koordinatensystem im Bezug auf die Oberfläche eines Ellipsoids ermöglicht es, diesen ellipsoidischen Koordinaten somit einen Bezug zur lokalen Vertikalen herzustellen.

In Abbildung B.2 ist das Rotationsellipsoid dargestellt, sein Mittelpunkt befindet sich im Ursprung des geozentrischen Koordinatensystems. Der Punkt  $P$  ist definiert durch seine Koordinaten  $\varphi$ ,  $\lambda$  und  $h$ . Die erste Koordinate ist die geographische Breite  $\varphi$ , auch ellipsoidische Breite, und bezeichnet den Winkel, den die Ellipsoidnormale durch Punkt  $P$  mit der Äquatorebene einschließt. Alle Punkte mit gleicher Breite liegen auf einem Kreis parallel zur Äquatorebene, dem Breitenkreis. Breiten zwischen Äquator und Nordpol werden dabei mit positivem Vorzeichen angegeben. Die Koordinate  $\lambda$  ist die geographische Länge oder ellipsoidische Länge. Sie bemisst den Winkel zwischen Nullmeridianebene und der Meridianebene in welcher die Ellipsoidnormale von  $P$  liegt. Meridianebenen schneiden das Ellipsoid durch seine Rotationsachse, die Nullmeridianebene ist dabei koinzident mit der  $x$ -Achse des geozentrischen Koordinatensystems. Die geographische Länge verläuft in östlicher Richtung positiv. Die dritte Koordinate ist der Abstand von  $P$  zum Lotfußpunkt auf dem Ellipsoiden, die ellipsoidische Höhe  $h$ .

Das Rotationsellipsoid ist üblicherweise durch die Länge der großen Halbachse  $a$  und den Kehrwert der Abplattung  $f^{-1}$  – auch Numerus, gegeben. Mit dem

<sup>3</sup>Das Geoid stellt eine Äquipotentialfläche im Schwerefeld der Erde dar. Hier ist das Geoid gemeint, welches mit dem mittleren Meeresspiegel zusammenfällt.

Tabelle B.2: Definierte Parameter im GRS80

große Halbachse	$a$	6 378 137 m
dynamischer Formfaktor	$J_2$	$108\,263 \cdot 10^{-8}$
Winkelgeschwindigkeit der Erdrotation	$\omega$	$7\,292\,115 \cdot 10^{-11} \text{ rad s}^{-1}$
geozentrische Gravitationskonstante	$GM$	$3\,986\,005 \cdot 10^8 \text{ m}^3 \text{ s}^{-2}$
Numerus der Abplattung (abgeleitet)	$f^{-1}$	298,257 222 101

Zusammenhang

$$b = (1 - f)a \quad (\text{B.1})$$

kann daraus die Länge der kleinen Halbachse  $b$  bestimmt werden.

Heute sind vor allem das Ellipsoid des WGS84 und des GRS80[Mor00] mit der Definition aus Tabelle B.2 in Gebrauch, wobei sich beide Ellipsoide lediglich in der Menge der definierten Parameter unterscheiden, wodurch es zu unterschiedlichen Werten für den Numerus der Abplattung kommt. Dieser Unterschied<sup>4</sup> kann aber in den meisten Anwendungen vernachlässigt werden. Die Parameter des WGS84-Ellipsoids sind in Tabelle B.1 auf Seite 263 gegeben.

<sup>4</sup>Durch die unterschiedliche Abplattung unterscheiden sich die kleinen Halbachsen um ca. 0,1 mm.

Die Umrechnung von ellipsoidischen Koordinaten in geozentrische Koordinaten kann direkt durch

$$\begin{aligned} x &= (N + h) \cos \varphi \cos \lambda \\ y &= (N + h) \cos \varphi \sin \lambda \\ z &= (N(1 - \varepsilon^2) + h) \sin \varphi \end{aligned} \quad (\text{B.2})$$

mit dem sogenannten Querkrümmungsradius

$$N = \frac{a}{\sqrt{1 - \varepsilon^2 \sin^2 \varphi}} \quad (\text{B.3})$$

und dem Quadrat der numerischen Exzentrizität

$$\varepsilon^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2} = f(2 - f) \quad (\text{B.4})$$

erfolgen.

Die inverse Transformation ist jedoch deutlich komplexer. Zunächst kann der Längengrad durch

$$\lambda = \arg(x + jy) \quad (\text{B.5})$$

bestimmt werden, wodurch die Bestimmung des Breitengrades in ein ebenes Problem überführt werden kann. In dieser Ebene ist der Abstand  $\rho$  des Punktes zur Rotationsachse gegeben durch

$$\begin{aligned} \rho &= \sqrt{x^2 + y^2} \\ &= (N + h) \cos \varphi \end{aligned} \quad (\text{B.6})$$

und bildet, ausgehend von (B.2), mit

$$z + \varepsilon^2 N \sin \varphi = (N + h) \sin \varphi \quad (\text{B.7})$$

die Gleichung

$$\tan \varphi = \frac{z + \varepsilon^2 N(\varphi) \sin \varphi}{\rho} \quad (\text{B.8})$$

$$= \frac{z}{\rho} + \frac{\varepsilon^2 a \sin \varphi}{\rho \sqrt{1 - \varepsilon^2 \sin^2 \varphi}} \quad (\text{B.9})$$

welche numerisch gelöst werden kann. Neben dieser Methode ist in [Bow76] auch eine weitere Gleichung hergeleitet, welche schneller konvergiert. Die Höhe  $h$  kann dann wieder geschlossen durch

$$h = \frac{\rho}{\cos \varphi} - N = \frac{z}{\sin \varphi} - N(1 - \varepsilon^2) \quad (\text{B.10})$$

bestimmt werden. Mittlerweile existieren auch geschlossene Lösungen des gesamten Problems[Ver10], optimiert auf numerische Genauigkeit.

## Lokale kartesische Koordinaten

Durch Translation und Rotation kann aus geozentrischen Koordinaten ein lokales kartesisches Koordinatensystem in Bezug auf einen Referenzpunkt  $P_0$  aufgebaut werden. Der Ursprung des Koordinatensystems befinde sich dann an  $P_0$  und ist mit einer Achse parallel zur Vertikalen an  $P_0$  ausgerichtet, wobei eine weitere Achse in Nordrichtung in der Tangentialebene am Ellipsoid zeigt. Die verbleibende Achse liegt dann ebenfalls in der Tangentialebene, ist also am Punkt  $P_0$  horizontal ausgerichtet.

Ein solches Koordinatensystem wird topozentrisch genannt, ferner bezeichnet man die Koordinaten auch als *local tangent plane coordinates (LTP)*. Hiermit lässt sich dann, zumindest für den Referenzpunkt, bei affiner Abbildung ein Bezug zur Vertikalen herstellen. Als Rechtshandsystem sind hier die Konventionen East - North - Up (ENU) und North - East - Down (NED) in Abbildung B.3 gebräuchlich.

Die Transformation von geozentrischen Koordinaten  $\mathbf{p}$  ist dann mit den ellipsoidischen Koordinaten  $(\varphi_0, \lambda_0)$  des lokalen Ursprungs an  $\mathbf{p}_0$  durch

$$\mathbf{p}_L = \mathbf{R}_L \cdot (\mathbf{p} - \mathbf{p}_0) \quad (\text{B.11})$$

zu bestimmen, wobei die Rotation in der Konvention ENU durch

$$\begin{pmatrix} E \\ N \\ U \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\sin \lambda_0 & \cos \lambda_0 & 0 \\ -\sin \varphi_0 \cos \lambda_0 & -\sin \varphi_0 \sin \lambda_0 & \cos \varphi_0 \\ \cos \varphi_0 \cos \lambda_0 & \cos \varphi_0 \sin \lambda_0 & \sin \varphi_0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x - x_0 \\ y - y_0 \\ z - z_0 \end{pmatrix} \quad (\text{B.12})$$

gegeben ist und die Konvention NED durch

$$\begin{pmatrix} N \\ E \\ D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\sin \varphi_0 \cos \lambda_0 & -\sin \varphi_0 \sin \lambda_0 & \cos \varphi_0 \\ -\sin \lambda_0 & \cos \lambda_0 & 0 \\ -\cos \varphi_0 \cos \lambda_0 & -\cos \varphi_0 \sin \lambda_0 & -\sin \varphi_0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x - x_0 \\ y - y_0 \\ z - z_0 \end{pmatrix} \quad (\text{B.13})$$

erreicht wird. Die inverse Transformation kann durch

$$\mathbf{p} = \mathbf{R}_L^T \cdot \mathbf{p}_L + \mathbf{p}_0 \quad (\text{B.14})$$

mit der Transponierten der orthonormalen Rotationsmatrix durchgeführt werden.

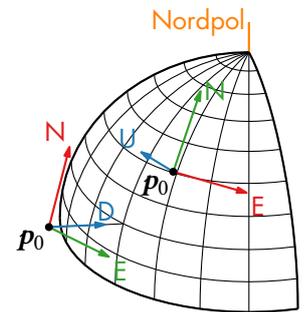


Abbildung B.3: Die lokalen kartesischen Koordinaten in den Konventionen ENU und NED.

## Die Universale Transversale Merkatorprojektion

In der praktischen Geodäsie sind geozentrische Koordinaten oft ungeeignet, da der direkte Bezug zur Vertikalen fehlt und somit mehrere Punkte nicht in Relation bezüglich ihrer Lage oder Höhe gesetzt werden können. Obwohl diese Probleme bei den ellipsoidischen Koordinaten nicht auftreten, ist es hier schwer, metrische Streckenlängen oder Flächen aus den Koordinaten zu bestimmen. Aus diesem Grund werden Projektionen eingesetzt, um ein Stück der Ellipsoidoberfläche möglichst verzerrungsfrei in eine Ebene abzubilden um in dieser mit kartesischen Koordinaten arbeiten zu können.

In Deutschland wird hierzu heute das aus der Militärgeografie [BP16; DMA89] stammende Universal Transverse Mercator (UTM)-System eingesetzt. Dieses basiert, wie auch das in Deutschland zuvor verwendete Gauß-Krüger-System (GK) [Krü12] auf einer Gaußschen Abbildung, welche auf die Mercator-Projektion aufbaut, aber die Achse des Projektionszylinders um  $90^\circ$  zur Rotationsachse der Erde neigt. Um die gesamte Erdoberfläche abzubilden, wird eine Lage des Projektionszylinders nur für einen kleinen Meridianstreifen, das heißt einen kleinen Abschnitt ellipsoidische Längen um den jeweiligen Zentralmeridian<sup>5</sup> genutzt. Beim UTM-System beträgt die Breite dieser Zonen  $6^\circ$ . Deutschland liegt dabei innerhalb der Zonen 32 Nord und 33 Nord.

Bei der Projektion wird nach Abbildung B.4 der Höhenwert der ellipsoidischen Koordinaten des Punktes  $P$  übernommen und der Lotfußpunkt mit einem Punkt  $P'$  auf dem Zentralmeridian  $\lambda_0$  in der Art abgebildet, dass die Verbindung beider Punkte<sup>6</sup> entlang der Ellipsoidoberfläche minimal ist. Der Nordwert  $N$  wird dann aus dem Abstand zwischen Äquator und dem Punkt auf dem Zentralmeridian gebildet. Dabei wird dieser zum Ausgleich der Verzerrungen in der Zone mit dem Maßstabsfaktor  $k_0 = 0,9996$  multipliziert. Der Ostwert wird aus der Länge der Punktverbindung mit dem Zentralmeridian gebildet, sodass eine konforme – also winkeltreue – Abbildung entsteht. In [DMA89] ist die Transformation durch eine Reihenentwicklung gegeben.

Um negative Werte für  $E$  und  $N$  zu vermeiden wird  $E$  um das False Easting von 500 km und  $N$ , auf der Südhalbkugel, um das False Northing von 10 000 km versetzt. Die Darstellung von Koordinaten im UTM-System kann ferner im Meldegitter UTMREF, auch *military grid reference system (MGRS)*, erfolgen. In dieser Darstellung ist die Zone in Quadrate von  $100 \text{ km} \times 100 \text{ km}$  unterteilt, welche gemäß [NGA14b] durch eine Buchstabenkombination identifiziert wird, die Position innerhalb dieses Quadrates wird im Ost- und Nordwert jeweils bis zu einer Genauigkeit von 1 m mit gleicher Anzahl Stellen angegeben. Die Koordinate in UTM-Zone 32 mit  $E = 431\,784 \text{ m}$  und  $N = 5\,639\,525 \text{ m}$ , liegt beispielsweise im Zonenfeld 32U, im Quadrat MB und wird im UTMREF demnach durch 32UMB3178439525 dargestellt.

Zur Transformation zwischen ellipsoidischen Koordinaten und UTM wird im Rahmen der Arbeit das Verfahren aus [Kar11] verwendet.

## B.2 Höhenreferenzsysteme

Der Begriff der Höhe hat im Rahmen dieser Arbeit eine hauptsächlich geometrische Bedeutung und wird benötigt, um die Koordinaten eines Punktes über dem Ellipsoid in das kartesische Koordinatensystem der Radarsensoren zu überführen.

Die ellipsoidische Höhe  $h$  ist dabei der Abstand dieses Punktes zu dem Lotfußpunkt auf dem Ellipsoid. In den meisten Anwendungen ist der Höhenbegriff

<sup>5</sup>Die Zylinderachse ist eine Normale der Ebene des Zentralmeridians.

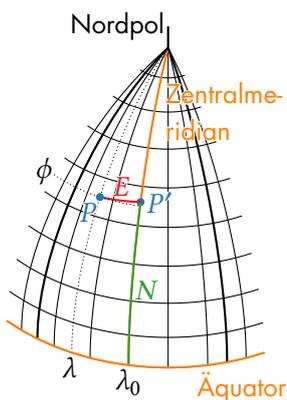


Abbildung B.4: Ost- und Nordwert der UTM-Koordinaten des Punktes  $P$ .

<sup>6</sup>Die kürzeste Verbindung zwischen zwei Punkten auf dem Ellipsoid nennt man geodätische Linie.

jedoch von physikalischer Bedeutung und bezieht sich damit auf das Schwerefeld nahe der Erde. Ob ein Höhenunterschied zwischen zwei Punkten besteht, wird üblicherweise dadurch definiert, dass zwischen eben diesen Punkten Wasser fließen kann. Diese Punkte sind somit dann auf gleicher Höhe, wenn sie das gleiche Schwerepotential aufweisen, bzw. die gleichen Potentialdifferenz zu einem Referenzpotential aufweisen. Die Äquipotentialfläche des Referenzpotentials  $U_0$  wird als Geoid bezeichnet und ist zumeist an den mittleren Meeresspiegel angepasst, da Wasseroberflächen idealerweise ebenfalls eine Äquipotentialfläche des Schwerefeldes darstellen. Diese Potentialdifferenz eines Punktes zum Geoid nennt man auch geopotentielle Kote  $C$  und kann durch Nivellement und Schweremessung an der Erdoberfläche bestimmt werden.

Die geopotentiellen Koten können nach Konvention auch mittels Division durch einem Normalschwerewert von  $\gamma_0 = 9,806\ 65\ \text{m s}^{-2}$  in sogenannte dynamische Höhen mit der Einheit m überführt werden, haben jedoch weiterhin keine geometrische Bedeutung.

Einen Kompromiss zu einem rein geometrischen Höhenbegriff stellt die orthometrische Höhe  $H$  dar, welche den geometrischen Abstand eines Punktes zum Geoid bezeichnet. Durch diese geometrische Definition befinden sich zwei Punkte mit gleicher orthometrischer Höhe jedoch nicht notwendigerweise auch auf dem selben Schwerepotential. Um eine geopotentielle Kote in eine orthometrische Höhe zu überführen, ist eine Kenntnis der mittleren Schwere entlang der Lotlinie vom Geoid im Erdinneren zum Punkt an der Oberfläche erforderlich, welche nicht direkt gemessen werden kann, sondern nur über Hypothesen zugänglich ist. Die orthometrische Höhe kann aber bei Kenntnis des Geoids leicht aus der Ellipsoidhöhe ermittelt werden. Die Differenz zwischen  $h$  und  $H$  wird als Geoidundulation  $N$  bezeichnet.

In der Theorie von Molodenski<sup>7</sup> wird eine hypothesenfreie Darstellung durch Einführung von Normalhöhen  $H_N$  erreicht, welche aus den geopotentiellen Koten mithilfe eines Ersatzpotentials auf dem Referenzellipsoid realisiert wird. Dazu wird ein Punkt auf der Lotlinie zwischen Messpunkt und Ellipsoid gesucht, an dem die Potentialdifferenz im Ersatzfeld gleich der gemessenen geopotentiellen Kote ist[Bre86]. Der Abstand dieser Punkte zu den jeweiligen Messpunkten wird als Höhenanomalie  $\zeta$  bezeichnet, die Menge der Punkte als Telluroid. Wird die Höhenanomalie über dem Ellipsoid aufgetragen, erhält man eine Modellfläche namens Quasigeoid, welche zwar das Geoid approximiert<sup>8</sup>, aber selbst keine Äquipotentialfläche darstellt. Die Normalhöhe kann also analog zur orthometrischen Höhe bei Kenntnis der Höhenanomalie aus der ellipsoidischen Höhe mit  $H = h - \zeta$  bestimmt werden.

Die Höhendaten der Landesvermessungsämter der Bundesrepublik Deutschland sind mittlerweile in einem einheitlichen Höhenbezugssystem verfügbar. In diesem Bezugssystem werden Normalhöhen nach mit den physikalischen Parametern des GRS80 in Tabelle B.2 (S. 266) und Punktkoordinaten im ETRS89 verwendet[AdV17]. Die Höhenwerte beziehen sich dabei in der aktuellen Realisierung DHHN2016 auf das Quasigeoid GCG2016<sup>9</sup>, welches durch den Nullpunkt des Amsterdamer Pegels – Normaal Amsterdams Peil (NAP) verläuft. Die auf den Daten des C-Band Interferometers bei der SRTM basierenden Geländemodelle werden ebenfalls als physikalische Höhen abgegeben. Obwohl die SAR-Interferometrie geometrische Koordinaten erfasst, werden die Daten für die Anwender mithilfe der Geoidundulation  $N$  zum WGS84-Ellipsoid in Tabelle B.1 (S. 263) abgeleitet aus dem Earth Gravitational Model 1996 (EGM96)<sup>10</sup>[Lem+98] in orthometrische Höhen  $H$  umge-

<sup>7</sup>Michail Sergejewitsch Molodenski, sowjetischer Geophysiker und geodätischer Astronom (\* 16. Juni 1909 in Tula, Russ. Reich; † 12. November 1991)

<sup>8</sup>Die Abweichungen liegen im Flachland im Bereich einiger mm, im Hochgebirge kann die Abweichung aber mehrere m betragen.

<sup>9</sup>„German Combined Quasigeoid 2016“

<sup>10</sup>Das EGM96 ist ein Geopotentialmodell und stellt unter anderem ein Modell des Geoids in Form von Undulationen zum Ellipsoiden zur Verfügung.

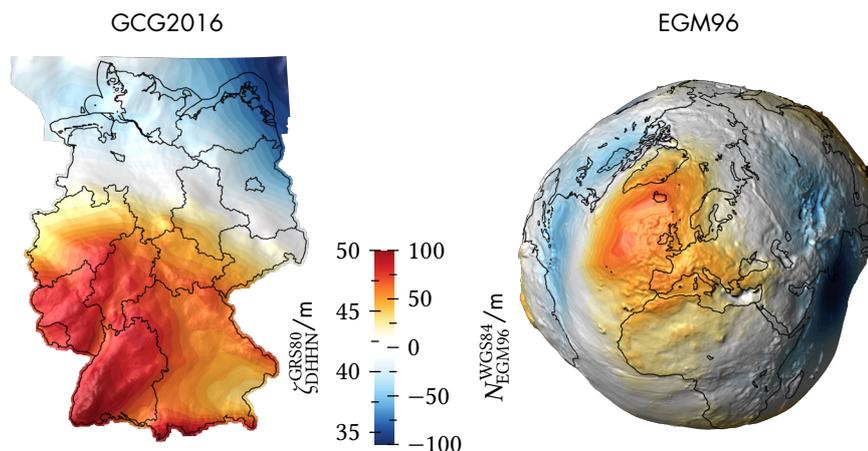


Abbildung B.5: Höhenanomalie für das GCG2016- und Geoidundulation für das EGM96-Modell.

rechnet.

Um beispielsweise die Daten aus dem flugzeuggestützten Laserscanning der Landesvermessungsämter oder die SRTM-Daten im Rahmen der Radarprozessierung verwenden zu können, werden sowohl die Normalhöhen  $H_N$  als auch die orthometrischen Höhen  $H$  mit

$$h = H + N = H_N + \zeta \quad (\text{B.15})$$

in ellipsoidische Höhen  $h$  transformiert, um dann zusammen mit der Lageinformation in das kartesische System überführt zu werden. Abbildung B.5 zeigt die Bezugsflächen der physikalischen Höhen. Im Fall des DHHN ist das Quasigeoid GCG2016 gegeben durch die zugehörigen Höhenanomalien  $\zeta_{\text{DHHN}}^{\text{GRS80}}$  – für die SRTM-Daten wird die Geoidundulation  $N_{\text{EGM96}}^{\text{WGS84}}$  aus dem EGM96 dargestellt.

### B.3 Zeitskalen

Zur Bestimmung der Gleichzeitigkeit von Ereignissen in großer räumlicher Entfernung ist es notwendig, die Uhren der Beobachter zu synchronisieren und die Zeitmessungen in eine gemeinsame Zeitskala zu überführen. In diesem Abschnitt werden wichtige Zeitskalen und ihre Abhängigkeit voneinander vorgestellt.

#### Die Internationale Atomzeit TAI

Durch eine Kombination der Messungen von ca. 500 Atomuhren von über 85 Laboratorien wird die Internationale Atomzeit (TAI)<sup>11</sup> durch das Bureau International des Poids et Mesures (BIPM) gebildet. Dazu wird aus den einzelnen Messungen zunächst eine freie Atomzeitskala, die Échelle Atomique Libre (EAL) als gewichtetes Mittel gebildet, um eine langzeitstabile Zeitskala zu erreichen. Die EAL wird dann regelmäßig mit hochgenauen Frequenzstandards verglichen, um ihre Frequenzabweichung zu bestimmen und somit die TAI durch Addition des stückweise linearen Zeitfehlers zu erhalten und das Skalenintervall von einer SI-Sekunde auf dem Geoid der Erde sicherzustellen[BIP18b]. Die TAI wurde mit der 26. General Conference on Weights and Measures (CGPM)[BIP18a] formal spezifiziert.

<sup>11</sup>International Atomic Time — Temps Atomique International.

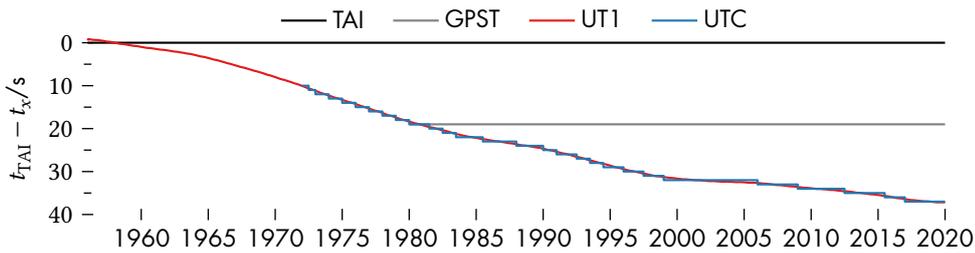


Abbildung B.6: Die Zeitskalen UT1,UTC,TAI und GPS-Zeit (GPST).

Der Frequenz- und Zeitvergleich der Uhren an unterschiedlichen Standorten wird heute entweder durch gleichzeitige Beobachtung des Signals eines GPS-Satelliten an beiden Standorten[AW80] oder durch einen Zweiwege-Vergleich der Uhren mittels geostationärer Kommunikationssatelliten[Kir91] realisiert. Dabei ist die Synchronisation in einer Baumstruktur organisiert, an dessen Wurzel das Labor der Physikalisch-Technischen Bundesanstalt (PTB) in Braunschweig sitzt.

## Die koordinierte Weltzeit UTC

Um Nutzern eine Möglichkeit zur Synchronisierung ihrer Uhren zur Verfügung zu stellen, wird die koordinierte Weltzeit, die Coordinated Universal Time (UTC), zumeist als Zeitsignal über Rundfunk verbreitet. Sie wird in der aktuell gültigen Form durch eine Empfehlung der ITU[ITU02] definiert. Da eine solche Zeitskala nicht nur in der Wissenschaft, sondern auch für viele Navigationsverfahren und insbesondere im Alltag eine große Bedeutung hat, ist sie an die Erdrotation gekoppelt. Danach wird die UTC durch das BIPM zwar direkt von der TAI abgeleitet, um für die Wissenschaft eine lineare Zeit zu bieten, unterscheidet sich jedoch von dieser durch ganzzahlige Sekunden, um die UTC an die Sonnenzeit Universal Time (UT1)<sup>12</sup> anzugleichen. Die Einführung dieser sogenannten Schaltsekunden<sup>13</sup> wird durch den IERS überwacht und im Bulletin C[IER20a] bekanntgegeben, sodass die Differenz[IER20b] zwischen UTC und UT1 auf 0,8 s beschränkt ist. Die verbleibende Differenz zwischen UTC und UT1 wird ebenfalls vom IERS bestimmt und veröffentlicht. Die Epoche der Zeitskala ist der 1. Januar 1972 um 00:00 Uhr mit einer Zeitdifferenz von  $t_{TAI} - t_{UTC} = 10 \text{ s}$  zur TAI[McC09]. In Abbildung B.6 werden die Zeitskalen UTC und UT1 bezüglich der TAI dargestellt und es wird deutlich, wie die UTC zu unregelmäßigen Zeiten durch die Schaltsekunden an die UT1 angepasst wird. Um die UTC weltweit verfügbar zu machen, wird die Zeitskala mit den lokalen Atomuhren der metrologischen Laboratorien realisiert. Die Uhren der verschiedenen Laboratorien werden abgeglichen und wie im Abschnitt B.3 beschrieben, werden die Differenzen der UTC zu den einzelnen Realisierungen UTC(k) monatlich durch das BIPM im Circular T[BIP20a] veröffentlicht, sodass Beobachtungen die mithilfe einer UTC(k) gewonnen wurden nachträglich in die UTC überführt werden können.

Beispiele für Zeitsignale sind die Langwellenaussendung von DCF77 in Mainflingen bei Frankfurt a. M. welche die UTC(PTB) zur Verfügung stellt, oder das GPS, welches die UTC(USNO) verbreitet. Des Weiteren bieten die nationalen metrologischen Institute auch eine Zeitsynchronisation übers das Internet mittels NTP an.

<sup>12</sup>Die Universal Time UT bezeichnet die mittlere Sonnenzeit am Nullmeridian. Die UT1 ist ferner um die Einflüsse der Polschwankungen korrigiert.

<sup>13</sup>En: leap second, nach dem Konzept des Schaltjahres.

## Die terrestrische Zeit TT

Zum Einsatz bei astronomischen Beobachtungen auf der Erde hat die Internationale Astronomische Union International Astronomical Union (IAU) auf der 11. Generalversammlung[IAU91] die Nutzung der terrestrischen Zeit TT empfohlen und diese spezifiziert. Demnach ist die TT die Eigenzeit einer Uhr auf dem Geoid der Erde und wird in der Regel durch die TAI realisiert. Die zugehörige Koordinatenzeit ist die Geocentric Coordinate Time (TCG), welche am Massezentrum der Erde definiert ist. Um eine Weiterführung der vorher verwendeten Ephemeridenzeit (ET) sicherzustellen, wurde definiert, dass der Zeitpunkt  $t_E$ , der 1. Januar 1977 00:00:00 TAI exakt dem Zeitpunkt 1. Januar 1977 00:00:32,184 TT/TCG entspricht. Man erhält somit die TT durch

$$t_{TT(TAI)} = t_{TAI} + 32,184 \text{ s} \quad (\text{B.16})$$

aus der TAI. Die TCG unterscheidet sich von der TT aufgrund des fehlenden Schwerepotentials  $U_0$  in der Frequenz um den Faktor

$$\frac{dt_{TT}}{dt_{TCG}} = 1 - \frac{U_0}{c^2} = 1 - L_G \quad (\text{B.17})$$

und kann damit aus der TT durch

$$t_{TCG} = t_{TT} + L_G \cdot (t_{TT} - t_{E,TT}) \quad (\text{B.18})$$

bestimmt werden. Zur 24. Generalversammlung[IAU00] der IAU wurde  $L_G = 6,969\,290\,134 \cdot 10^{-10}$  als Konstante definiert und somit vom Wert des Schwerepotentials auf dem Geoid entkoppelt.

Für hohe Genauigkeitsanforderungen veröffentlicht das BIPM jährlich eine Realisierung der TT als Abweichung von der EAL sowie der TAI durch erneute Verarbeitung aller bisher gewonnenen Messdaten. Die aktuelle Realisierung ist die TT(BIPM2019)[BIP20b].

## Uhren im Gravitationsfeld der Erde

Um die Eigenzeit  $\tau$  einer Uhr in der Nähe der Erde im Schwerepotential  $U$ , an der Position  $\mathbf{p}$ , mit der Geschwindigkeit  $\mathbf{v}$ , gegeben im GCRS und bezüglich der TCG zu bestimmen, kann nach [PL10] bis zum geosynchronen Orbit die Gleichung

$$\frac{d\tau}{dt_{TCG}} = 1 - \frac{1}{c^2} \left( \frac{\mathbf{v}^2}{2} + U(\mathbf{p}) \right) \quad (\text{B.19})$$

verwendet werden. Ausgedrückt mit (B.17) durch die TT ergibt sich eine Rate von

$$\frac{d\tau}{dt_{TT}} = 1 + L_G - \frac{1}{c^2} \left( \frac{\mathbf{v}^2}{2} + U(\mathbf{p}) \right). \quad (\text{B.20})$$

Die Eigenzeit kann damit durch Integration der Differentialgleichungen (B.19) bzw. (B.20) mit den zeitabhängigen Größen  $\mathbf{p}(t)$  und  $\mathbf{v}(t)$  berechnet werden.

## Die Zeitskala des GPS

Das Navigationssystem GPS nutzt zur Synchronisation der Uhren auf den Satelliten eine gleichförmige Zeitskala, die GPS-Zeit (GPST)[U S19]. Der Ursprung

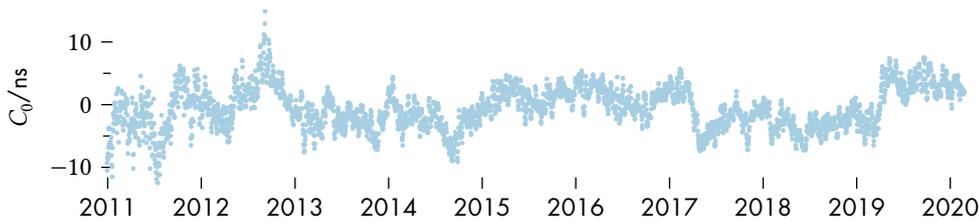


Abbildung B.7: Differenz zwischen der UTC und der GPS-Zeit.

dieser Zeitskala ist der 6. Januar 1980 um 00:00 in der Realisierung der UTC des U.S. Naval Observatory (USNO). Die GPST wird dabei im Sekundenbruchteil der UTC(USNO) innerhalb von  $1 \mu\text{s}$  nachgeführt, als lineare Zeitskala werden jedoch keine Schaltsekunden eingefügt, womit die GPST mittlerweile eine Differenz ganzzahliger Sekunden zur UTC aufweist (vgl. Abbildung B.6). Diese Abweichung beträgt seit Einführung der Schaltsekunde am 1. Januar 2017  $\Delta t_{LS} = 18 \text{ s}$ , zur TAI besteht eine konstante Differenz von 19 s. Mit der GPS Nachricht werden zur  $\Delta t_{LS}$  auch die Koeffizienten eines quadratischen Polynoms übermittelt, um die Phasendifferenz zwischen der GPST und der UTC(USNO) zu ermitteln. Die Genauigkeit dieser Schätzung ist mit 20 ns spezifiziert[U S19].

Die GPST wird innerhalb des Systems aufgeteilt in GPS-Wochen (WN) mit einer Dauer von 604 800 s und den Sekunden der Woche (TOW) dargestellt. Die erste GPS-Woche (WN 0) begann an einem Sonntag, dem Ursprung der GPST.

Eine genaue Abhängigkeit der GPST von der UTC wird seit 2011 regelmäßig vom BIPM zur Verfügung gestellt. Basierend auf Beobachtungen im Observatorium (LNE-SYRTE) in Paris wird die Abweichung zur UTC ermittelt und unter [BIP20c] bereitgestellt. Wie in Abbildung B.7 dargestellt, lag die Abweichung dabei tatsächlich im Bereich von  $\pm 15 \text{ ns}$  und damit deutlich unterhalb der Spezifikation von  $1 \mu\text{s}$ . Die UTC wird dabei aus der GPST mit

$$t_{\text{UTC}} = t_{\text{GPST}} + C_0 - \Delta t_{LS} \quad (\text{B.21})$$

und damit die TAI als

$$t_{\text{TAI}} = t_{\text{GPST}} + C_0 + 19 \text{ s} \quad (\text{B.22})$$

bestimmt.

## B.4 Die Bewegung von Stationen an der Erdkruste

Die Koordinaten von Stationen – verankert an der Erdkruste – können in einem globalen Koordinatensystem nicht als konstant modelliert werden, da sie Relativbewegungen zueinander ausführen. Die beiden Hauptursachen für diese Bewegungen sind die langsame Kontinentaldrift und die höherfrequenten geophysikalischen Veränderungen der Erdkruste, wie die Erdbeben, verursacht durch die Gezeitenkräfte<sup>14</sup>. Die beobachtete, momentane Position

$$\mathbf{p}(t) = \mathbf{p}_R(t) + \sum_i \Delta \mathbf{p}_i(t) \quad (\text{B.23})$$

wird daher nach[PL10] als Summe einer regularisierten Position  $\mathbf{p}_R$  und weiterer, nach Konvention bestimmter, Terme  $\Delta \mathbf{p}_i$  dargestellt. Die regularisierte Position

<sup>14</sup>Die Gezeitenkraft entsteht durch den Einfluss der Gravitation von Erdmond und Sonne auf die Erde

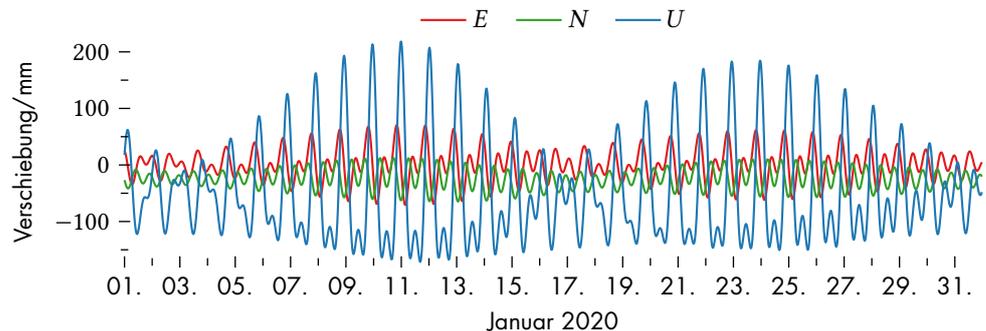


Abbildung B.8: Positionsänderungen einer Station in Siegen aufgrund der Gezeiten der festen Erde. Die Verschiebung ist in lokalen Koordinaten (ENU) dargestellt.

beschreibt dabei die Position der Station inklusive der langsam veränderlichen Komponenten, die weiteren Terme beschreiben die höherfrequenten Anteile. Werden die  $\Delta p_i$  von der beobachteten Position  $p(t)$  abgezogen, wird die resultierende Position als *conventional tide free*, also konventionell gezeitenfrei bezeichnet. Messungen an der Erdkruste werden im ITRS durch dieses Modell beschrieben.

## Plattenkinematik

Da sich die Lithosphärenplatten der Erdkruste relativ zueinander mit bis zu 10 cm/a bewegen, werden die Stationskoordinaten der Realisierungen des ITRF heute auch mit ihrem Geschwindigkeitsvektor beschrieben. Am Beobachtungsort kann also die Änderung der Koordinaten durch die Geschwindigkeiten nahe gelegener Stationen des ITRF geschätzt werden. Sind konstante Koordinaten erwünscht, können Messungen in Europa im ETRS89 dargestellt werden, da hier die mittlere Bewegung der Platte ausgeglichen wird. Wird dann ein Bezug zum ITRS benötigt, wird dieser durch die Transformation aus Abschnitt B.5 erreicht.

## Gezeiten

Neben den Meeresgezeiten, welche an der Küste mit den Pegeländerungen gut zu beobachten sind, üben die übrigen Himmelskörper, im wesentlichen jedoch Mond und Sonne, auch eine Gravitationskraft auf die feste Erdkruste aus und haben auf diese einen ähnlichen Einfluss. Darüberhinaus wird durch die Polbewegung ebenfalls ein zeitlich veränderliches Potential erzeugt. Die daraus resultierenden Zentrifugalkräfte beeinflussen dann als Polgezeiten in der gleichen Weise die Erdkruste und die Ozeane.

Die größten Beiträge  $\Delta p_i$  zur Verformung der Erdkruste sind hierbei nach absteigendem Beitrag im Bereich einiger dm bis zu weniger als einem mm:

*Gezeiten der festen Erde:* Die Hauptursache für die Deformation der Erdkruste sind die Gezeiten der festen Erde (solid earth tides). Die resultierende Bewegung beträgt dabei mehrere dm innerhalb eines Tages und wird mithilfe der komplexwertigen Love- und Shida-Zahlen  $h_{nm}$  und  $l_{nm}$  aus dem Gezeitenpotential bestimmt. Die Modellierung erfolgt durch Kugelflächenfunktionen<sup>15</sup> des Grads  $n$  und der Ordnung  $m$ . Um einen Modellfehler von weniger als einem mm zu erreichen genügt es die Tiden für Mond und Sonne vom Grad 2 und 3 zu berücksichtigen[Krá14].

<sup>15</sup>engl. *Spherical harmonics* stellen eine orthonormale Basis auf der Kugeloberfläche, und können, ähnlich der Fourierreihe, beliebige Funktionen auf der Kugeloberfläche darstellen.

Das Modell enthält auch zeitunabhängige Terme, welche als permanente Gezeiten, permanent tide, bezeichnet werden. Werden diese den konventionell gezeitenfreien Daten wieder hinzuaddiert, wird das sogenannte mittlere Gezeitensystem (mean tide) erreicht. Abbildung B.8 zeigt die Verschiebung einer Station in Siegen nach dem Verfahren aus [MDG97].

*Ozeanauflast:* Da sich die Massen der Ozeane aufgrund der Gezeiten auf der Erde verlagern, ergibt sich dadurch auch eine veränderliche Last auf die Erdkruste, was ebenfalls zur ihrer Verformung beiträgt. Diesen Effekt nennt man Ozeanauflast (ocean tidal loading), er kann eine Stationsverschiebung von bis zu 100 mm verursachen. Da der Effekt auf die Ozeane durch das Tidenpotential stark von der Topografie bzw. Bathymetrie<sup>16</sup> abhängt, ist die Modellierung sehr komplex. Beim Nutzer wird daher üblicherweise ein Satz von Amplituden und Phasenwerten zur Modellierung die 11 stärksten Gezeiten verwendet, welche von einem Onlinedienst<sup>17</sup> für die Stationskoordinaten aus dem Ozeanmodell ermittelt werden. Da sich durch die Meeresgezeiten große Massen verschieben, verlagert sich auch der Schwerpunkt der Erde relativ zur Erdkruste.

<sup>16</sup>Hier das Relief der Ozeanböden.

<sup>17</sup><http://holt.oso.chalmers.se/loading/>

*Polbewegung:* Wenn sich infolge der Polbewegung, also einer Änderung der Rotationsachse im Bezug zur Erdoberfläche auch die Zentrifugalkräfte auf die Erdkruste ändern, führt dies analog zu den Gezeiten zu einer Bewegung der Erdkruste. Der Effekt erreicht sein Maximum in radialer Richtung mit 25 mm bei einer starken Abweichung vom mittleren Pol von 0,8''.

*Ozeanauflast durch Polbewegung:* Äquivalent zur Ozeanauflast, verursacht durch das externe Tidenpotential, wird durch das veränderte Zentrifugalpotential ein gleichartiger Effekt erzeugt. Seine Magnitude ist jedoch mit maximal 1,8 mm geringer.

*Atmosphärenauflast:* Durch die Erhitzung der Atmosphäre auf der Tagseite der Erde verändert sich mit dem Luftdruck auch die Last auf die Erdkruste durch die darüberliegende Atmosphäre. Die durch diesen Effekt verursachte Bewegung im Millimeterbereich ist bei der Basislinienmodellierung für die VLBI zu berücksichtigen.

Die entsprechenden Modelle sind ausführlich in den IERS Konventionen[PL10, Kap. 7] beschrieben.

## B.5 Referenzrahmen

Zur Überführung eines Punktes  $\mathbf{p}_S$  im Quellsystem in ein Zielsystem wird eine Ähnlichkeitstransformation verwendet. Der dabei erhaltene Punkt  $\mathbf{p}_T$  wird dabei zunächst durch Rotation, danach Skalierung und zuletzt Translation des ursprünglichen Punktes gebildet.

Da die Rotation und die Translation jeweils drei Freiheitsgrade erlauben, ergibt sich zusammen mit dem Skalierungsfaktor eine Transformation mit 7 Parametern. Im Rahmen dieser Arbeit wird die Gleichung

$$\mathbf{p}_T = \mathbf{p}_S + \begin{pmatrix} T_x \\ T_y \\ T_z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} D & -R_z & R_y \\ R_z & D & -R_x \\ -R_y & R_x & D \end{pmatrix} \mathbf{p}_S \quad (\text{B.24})$$

nach ITRS Konventionen[Alt+16] genutzt. Die Rotation wird dabei durch Kleinwinkelnäherung linearisiert, sodass hier nur die Rotationswinkel  $R_{x,y,z}$  im Bogenmaß eingesetzt werden müssen. Diese Koordinatentransformation wird in der Geodäsie als Helmert-Transformation bezeichnet.

Die notwendigen Transformationsparameter können Tabelle B.3 entnommen werden, sind aber nur zum angegebenen Zeitpunkt, der sogenannten Epoche, gültig.

Die Transformationsparameter zum Zeitpunkt der Messung  $t$  können mithilfe eines linearen Modells, unter Verwendung der konstanten Änderungsraten aus Tabelle B.4 mit den Gleichungen

$$\begin{aligned} T_{x,y,z}(t) &= T_{x,y,z}(t_E) + (t - t_E) \cdot \dot{T}_{x,y,z} \\ D(t) &= D(t_E) + (t - t_E) \cdot \dot{D} \\ R_{x,y,z}(t) &= R_{x,y,z}(t_E) + (t - t_E) \cdot \dot{R}_{x,y,z} \end{aligned}$$

bestimmt werden.

Die Parameter zur Transformation innerhalb des ITRS sind den Berichten[IER18] des IERS entnommen, der Parametersatz zur Überführung ins ETRS89/DREF91(R2016) wurde auf Anfrage[Bal17] (Az. 71.05-1850.11 - 547) durch die Bezirksregierung Köln mitgeteilt und in das Modell aus Gleichung (B.24) eingepasst.

Um auch Koordinaten im ETRS89/DREF91 in der Realisierung 2002 konsistent in das ITRS zu transformieren, wird zunächst die Beziehung zwischen den verschiedenen Realisierungen des ETRS89/DREF91 betrachtet. Mithilfe der amtlichen Koordinaten[Bez18a; Bez18b] der SAPOS-Referenzstationen aus den Tabellen B.5 und B.6 können die Transformationsparameter durch Lösung des Gleichungssystems nach (B.24) geschätzt werden.

Ausgehend von der Helmert-Transformation

$$\begin{pmatrix} x_T \\ y_T \\ z_T \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_S \\ y_S \\ z_S \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} T_x \\ T_y \\ T_z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} D & -R_z & R_y \\ R_z & D & -R_x \\ -R_y & R_x & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_S \\ y_S \\ z_S \end{pmatrix}$$

kann durch Umstellen der Gleichungen

$$x_T - x_S = T_x + Dx_S - R_z y_S + R_y z_S \quad (\text{B.25})$$

$$y_T - y_S = T_y + R_z x_S + Dy_S - R_x z_S \quad (\text{B.26})$$

$$z_T - z_S = T_z - R_y x_S + R_x y_S + Dz_S \quad (\text{B.27})$$

ein Vektor mit den Transformationsparametern isoliert werden. Dabei entsteht im Gleichungssystem für ein einzelnes Punktepaar

$$\begin{pmatrix} x_T - x_S \\ y_T - y_S \\ z_T - z_S \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & x_S & 0 & z_S & -y_S \\ 0 & 1 & 0 & y_S & -z_S & 0 & x_S \\ 0 & 0 & 1 & z_S & y_S & -x_S & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_x \\ T_y \\ T_z \\ D \\ R_x \\ R_y \\ R_z \end{pmatrix} \quad (\text{B.28})$$

eine neue Koeffizientenmatrix, welche nun Koordinaten der Punkte im Quellsystem enthält. Zur Lösung des Gleichungssystems sind dabei mindestens 7 Koordinaten erforderlich um eine quadratische Koeffizientenmatrix zu bilden. Hierzu wird

das Gleichungssystem mit

$$\underbrace{\begin{pmatrix} x_{T,1} - x_{S,1} \\ y_{T,1} - y_{S,1} \\ z_{T,1} - z_{S,1} \\ x_{T,2} - x_{S,2} \\ y_{T,2} - y_{S,2} \\ \vdots \end{pmatrix}}_{\mathbf{d}} = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & x_{S,1} & 0 & z_{S,1} & -y_{S,1} \\ 0 & 1 & 0 & y_{S,1} & -z_{S,1} & 0 & x_{S,1} \\ 0 & 0 & 1 & z_{S,1} & y_{S,1} & -x_{S,1} & 0 \\ 1 & 0 & 0 & x_{S,2} & 0 & z_{S,2} & -y_{S,2} \\ 0 & 1 & 0 & y_{S,2} & -z_{S,2} & 0 & x_{S,2} \\ \vdots & & & \vdots & & & \vdots \end{pmatrix}}_{\mathbf{G}} \underbrace{\begin{pmatrix} T_x \\ T_y \\ T_z \\ D \\ R_x \\ R_y \\ R_z \end{pmatrix}}_{\mathbf{v}} \quad (\text{B.29})$$

um die erforderlichen Zeilen durch Hinzunahme weiterer Punktepaare erweitert. Enthält  $\mathbf{G}$  mehr Zeilen als Spalten ist das System überbestimmt und kann durch Multiplikation von links mit der Moore-Penrose-Inversen nach der Methode der kleinsten Quadrate gelöst werden. Die Moore-Penrose-Inverse kann dabei für  $\mathbf{G} \in \mathbb{R}$  durch

$$\mathbf{G}^\dagger = (\mathbf{G}^T \mathbf{G})^{-1} \mathbf{G}^T \quad (\text{B.30})$$

bestimmt werden, was der Lösung der Normalengleichung

$$\mathbf{G}^T \mathbf{G} \mathbf{v} = \mathbf{G}^T \mathbf{d} \quad (\text{B.31})$$

entspricht. Da die Invertierung von  $\mathbf{G}^T \mathbf{G}$  numerisch instabil sein kann, wird die Moore-Penrose-Inverse in Matlab mithilfe der QR-Zerlegung bestimmt. Wie auch in Anhang A.4, können Vertrauensmaße bei der Schätzung berücksichtigt werden. Ist die Kovarianzmatrix  $\Phi$  bekannt, lautet der verallgemeinerte Kleinste-Quadrate-Schätzer, auch Aitken-Schätzer mit der Normalengleichung[Ait35]

$$\mathbf{G}^T \Phi^{-1} \mathbf{G} \mathbf{v} = \mathbf{G}^T \Phi^{-1} \mathbf{d} \quad (\text{B.32})$$

dann

$$\hat{\mathbf{v}} = (\mathbf{G}^T \Phi^{-1} \mathbf{G})^{-1} \mathbf{G}^T \Phi^{-1} \mathbf{d}. \quad (\text{B.33})$$

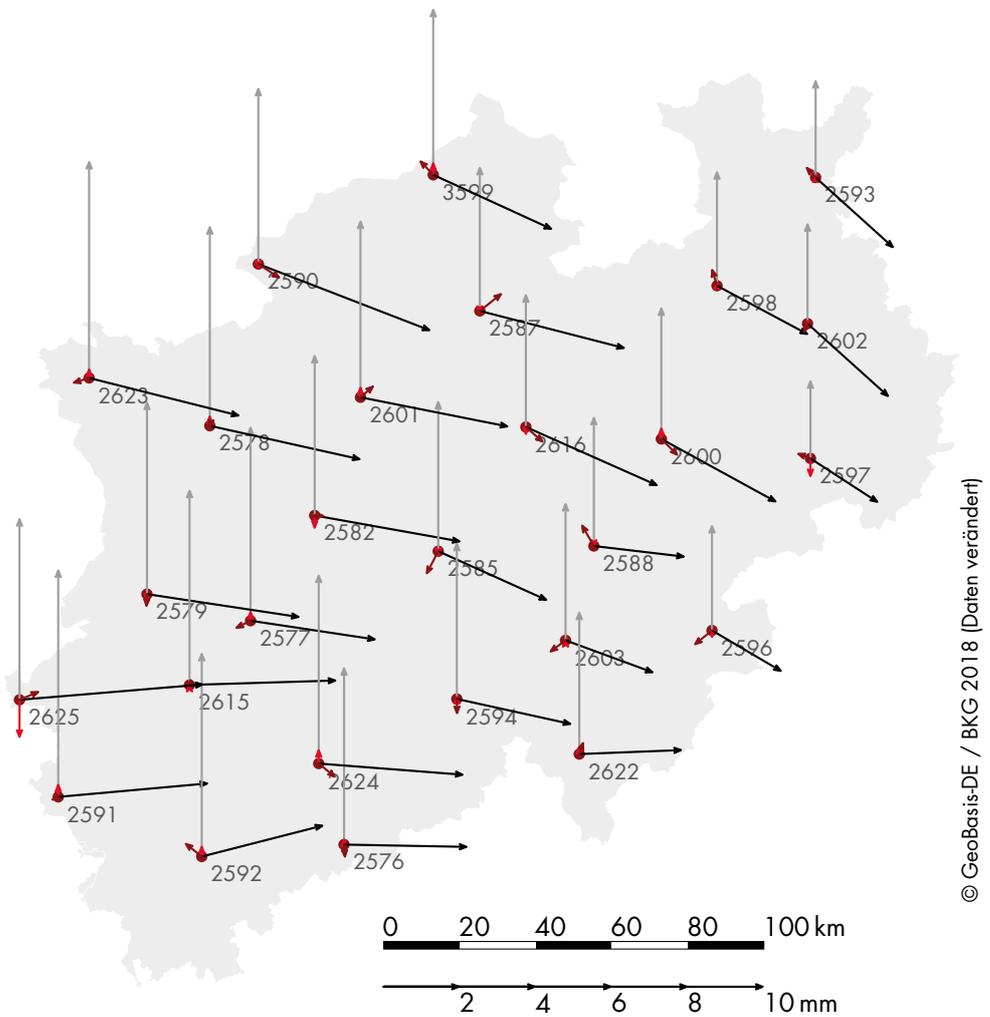
Die Transformationsparameter sind hier ohne Gewichtung, mit der Einheitsmatrix  $\Phi = \mathbf{I}$ , gegeben durch

$$\hat{\mathbf{v}} = \mathbf{G}^\dagger \mathbf{d}, \quad (\text{B.34})$$

und werden im vorliegenden Fall mit den Punktepaaren der 27 SAPOS-Referenzstationen des Landes Nordrhein-Westfalen ermittelt.

Die Lösung nach der Methode der kleinsten Quadrate ist dabei für einzelne Punktepaare nicht widerspruchsfrei, was bedeutet, dass zwischen den transformierten Quellkoordinaten und den Koordinaten im Zielsystem ein Fehler verbleibt. Diese Differenz zwischen den Zielkoordinaten und den transformierten Quellkoordinaten nennt man in der Geodäsie Restklaffungen.

In Abbildung B.9 ist dieser Fehler in Rot zusammen mit der Differenz der beiden Realisierungen des ETRS89/DREF91 ohne Transformation in Schwarz aufgetragen. Die vertikale Komponente des Fehlers ist dabei durch die senkrechten Pfeile in hellerem Farbton, die horizontalen Komponenten in dunklerer Farbe gezeichnet.



© GeoBasis-DE / BKG 2018 (Daten verändert)

Abbildung B.9: Differenz (schwarz: horizontal, grau: vertikal) der SAPOS-Stationskoordinaten im ETRS89/DREF91 der Realisierung 2016 zur Realisierung 2002 und ihre Restklaffung (rot) nach der Transformation (R2002) zu (R2016).

Tabelle B.3: Transformationsparameter zur Epoche  $T_E$  ausgehend vom ITRF2014-Referenzrahmen.

Zielsystem	$T_x(mm)$	$T_y(mm)$	$T_z(mm)$	$D(ppb)$	$R_x(mas)$	$R_y(mas)$	$R_z(mas)$	Epoche $t_E$
ETRS89/DREF91 [R2016] <sup>†</sup>	53,7	51,2	-55,1	1,02	0,233	5,598	-9,467	2000,0
ETRS89/DREF91 [R2002] <sup>†</sup>	-8,8	142,2	-108,3	11,82	3,114	6,141	-11,078	2000,0
ETRF2014*	0	0	0	0	1,785	11,151	-16,17	2010,0
ITRF2014	0	0	0	0	0	0	0	2010,0
ITRF2008	1,6	1,9	2,4	-0,02	0	0	0	2010,0
ITRF2005	2,6	1	-2,3	0,92	0	0	0	2010,0
ITRF2000	0,7	1,2	-26,1	2,12	0	0	0	2010,0
ITRF97	7,4	-0,5	-62,8	3,8	0	0	0,26	2010,0
ITRF96	7,4	-0,5	-62,8	3,8	0	0	0,26	2010,0
ITRF94	7,4	-0,5	-62,8	3,8	0	0	0,26	2010,0
ITRF93	-50,4	3,3	-60,2	4,29	-2,81	-3,38	0,4	2010,0
ITRF92	15,4	1,5	-70,8	3,09	0	0	0,26	2010,0
ITRF91	27,4	15,5	-76,8	4,49	0	0	0,26	2010,0
ITRF90	25,4	11,5	-92,8	4,79	0	0	0,26	2010,0
ITRF89	30,4	35,5	-130,8	8,19	0	0	0,26	2010,0
ITRF88	25,4	-0,5	-154,8	11,29	0,1	0	0,26	2010,0

ppb (parts per billion) bezeichnet ein Milliardstel ( $10^{-9}$ ).

mas (milliarsecond) bezeichnet eine Millibogensekunde ( $10^{-3}''$ ).

<sup>†</sup> Aus einer E-Mail Nachricht [Bal17] der Bezirksregierung Köln (Az. 71.05-1850.11 - 547).

<sup>‡</sup> Kombiniert aus den Transformationsparametern der Realisierung 2016 des ETRS89/DREF91 und der in Kapitel B ermittelten Transformation zwischen den Realisierungen 2016 und 2002.

\* Aus [Alt18]

Tabelle B.4: Jährliche Änderung der Transformationsparameter ausgehend vom ITRF2014-Referenzrahmen.

Zielsystem	$\dot{T}_x(mm/a)$	$\dot{T}_y(mm/a)$	$\dot{T}_z(mm/a)$	$\dot{D}(ppb/a)$	$\dot{R}_x(mas/a)$	$\dot{R}_y(mas/a)$	$\dot{R}_z(mas/a)$
ETRS89/DREF91(R2016) <sup>†</sup>	0,1	0,1	-1,9	0,11	0,081	0,49	-0,792
ETRS89/DREF91(R2002) <sup>‡</sup>	0,1	0,1	-1,9	0,11	0,081	0,49	-0,792
ETRF2014 <sup>*</sup>	0	0	0	0	0,085	0,531	-0,77
ITRF2014	0	0	0	0	0	0	0
ITRF2008	0	0	-0,1	0,03	0	0	0
ITRF2005	0,3	0	-0,1	0,03	0	0	0
ITRF2000	0,1	0,1	-1,9	0,11	0	0	0
ITRF97	0,1	-0,5	-3,3	0,12	0	0	0,02
ITRF96	0,1	-0,5	-3,3	0,12	0	0	0,02
ITRF94	0,1	-0,5	-3,3	0,12	0	0	0,02
ITRF93	-2,8	-0,1	-2,5	0,12	-0,11	-0,19	0,07
ITRF92	0,1	-0,5	-3,3	0,12	0	0	0,02
ITRF91	0,1	-0,5	-3,3	0,12	0	0	0,02
ITRF90	0,1	-0,5	-3,3	0,12	0	0	0,02
ITRF89	0,1	-0,5	-3,3	0,12	0	0	0,02
ITRF88	0,1	-0,5	-3,3	0,12	0	0	0,02

$\alpha$  bezieht sich auf das julianische Jahr mit einer Dauer von 31 557 600 s.

ppb (parts per billion) bezeichnet ein Milliardstel ( $10^{-9}$ ).

mas (milliarcsecond) ist Einheitenzeichen für eine Millibogensekunde ( $10^{-3}''$ ).

<sup>†</sup> Aus einer E-Mail Nachricht[Bal17] der Bezirksregierung Köln (Az. 71.05-1850.11 - 547).

<sup>‡</sup> Die Änderung der Parameter bezüglich des ITRF2014 Rahmens sind identisch mit der Realisierung 2016 des ETRS89/DREF91.

<sup>\*</sup> Aus [Alt18]

Tabelle B.5: ETRS89/DREF91 Koordinaten der SAPOS-Referenzstationen des Landes NRW zur Epoche 1989.0 in der Realisierung 2002.

Station	Stationsname	Punktkenz.	x(m)	y(m)	z(m)	Gültig von	Gültig bis
2576	BONN	5308018425	4018 487,515	504 717,912	4 910 881,519	01.11.2009	30.11.2016
2577	DUESSELDORF	4706001212	3 976 448,504	473 148,548	4 947 852,799	01.11.2009	30.11.2016
2578	WESEL	4305011706	3 938 004,635	456 207,881	4 979 834,935	01.11.2009	30.11.2016
2579	VIERSEN	4704011714	3 974 819,143	445 301,565	4 951 691,780	01.11.2009	30.11.2016
2582	ESSEN	4508005409	3 952 576,690	486 441,336	4 965 656,147	01.11.2009	30.11.2016
2585	HAGEN2	4610014611	3 955 213,610	519 785,511	4 960 272,246	01.11.2009	30.11.2016
2587	MUENSTER	4011002710	3 904 149,278	522 787,742	4 999 836,873	01.11.2009	30.11.2016
2588	ARNSBERG	4514006211	3 948 098,970	560 134,492	4 961 585,138	01.11.2009	30.11.2016
2590	VREDEN	3906008408	3 902 867,338	463 565,180	5 006 557,590	01.11.2009	30.11.2016
2591	AACHEN	5202002911	4 019 428,050	428 730,824	4 917 460,087	01.11.2009	30.11.2016
2592	MECHERNICH	5305010605	4 026 324,408	468 047,476	4 908 321,469	01.11.2009	30.11.2016
2593	MINDEN	3719008703	3 863 117,692	605 783,504	5 022 105,213	01.11.2009	30.11.2016
2594	GUMMERSBACH	4911005718	3 984 713,749	529 409,904	4 935 843,918	01.11.2009	30.11.2016
2596	WINTERBERG	4717007306	3 960 921,194	593 646,063	4 948 105,067	01.11.2009	30.11.2016
2597	LICHTENAU	4319001514	3 921 443,507	613 641,143	4 976 334,867	01.11.2009	30.11.2016
2598	BIELEFELD	3917001419	3 889 575,700	583 683,998	5 004 465,315	01.11.2009	30.11.2016
2600	LIPPSTADT	4315011105	3 923 360,591	574 200,095	4 979 247,770	01.11.2009	30.11.2016
2601	HAUTERN	4209002017	3 926 497,290	494 523,217	4 985 233,876	01.11.2009	30.11.2016
2602	DETMOLD	4019007912	3 893 728,717	608 474,257	4 998 365,210	01.11.2009	30.11.2016
2603	FINNENTROP	4813010405	3 968 543,353	555 823,407	4 945 930,630	01.11.2009	30.11.2016
2615	FRIMMERSDORF	4905020107	3 991 800,370	459 319,235	4 936 837,505	01.11.2009	30.11.2016
2616	HAMM2	4312009003	3 926 243,823	538 551,819	4 980 926,674	01.11.2009	30.11.2016
2622	SIEGEN2	5014005509	3 991 178,786	563 069,407	4 926 989,584	01.11.2009	30.11.2016
2623	KLEVE2	4202023204	3 932 590,734	423 199,865	4 986 981,722	01.11.2009	30.11.2016
2624	KOELN2	5108012701	4 002 987,736	495 505,803	4 924 350,313	01.11.2009	30.11.2016
3599	RHEINE	3710007809	3 877 780,508	506 190,408	5 021 818,728	10.08.2010	30.11.2016
2625	SELFKANT2	5001001405	4 000 969,540	415 500,068	4 933 305,046	01.02.2013	30.11.2016

Tabelle B.6: ETRS89/DREF91 Koordinaten der SAPOS-Referenzstationen des Landes NRW zur Epoche 1989.0 in der Realisierung 2016.

Station	Stationsname	Punktkennz.	x(m)	y(m)	z(m)	Gültig seit
2576	BONN	5308018425	4 018 487,5176	504 717,9156	4 910 881,5226	01.12.2016
2577	DUESSELDORF	4706001212	3 976 448,5072	473 148,5517	4 947 852,8027	01.12.2016
2578	WESEL	4305011706	3 938 004,6385	456 207,8854	4 979 834,9386	01.12.2016
2579	VIERSEN	4704011714	3 974 819,1462	445 301,5694	4 951 691,7836	01.12.2016
2582	ESSEN	4508005409	3 952 576,6927	486 441,3402	4 965 656,1499	01.12.2016
2585	HAGEN2	4610014611	3 955 213,6131	519 785,5143	4 960 272,2483	01.12.2016
2587	MUENSTER	4011002710	3 904 149,2806	522 787,7462	4 999 836,8754	01.12.2016
2588	ARNSBERG	4514006211	3 948 098,9720	560 134,4947	4 961 585,1405	01.12.2016
2590	VREDEN	3906008408	3 902 867,3417	463 565,1850	5 006 557,5926	01.12.2016
2591	AACHEN	5202002911	4 019 428,0531	428 730,8283	4 917 460,0919	01.12.2016
2592	MECHERNICH	5305010605	4 026 324,4104	468 047,4795	4 908 321,4737	01.12.2016
2593	MINDEN	3719008703	3 863 117,6947	605 783,5065	5 022 105,2139	01.12.2016
2594	GUMMERSBACH	4911005718	3 984 713,7517	529 409,9074	4 935 843,9208	01.12.2016
2596	WINTERBERG	4717007306	3 960 921,1963	593 646,0652	4 948 105,0685	01.12.2016
2597	UCHTENAU	4319001514	3 921 443,5089	613 641,1451	4 976 334,8679	01.12.2016
2598	BIELEFELD	3917001419	3 889 575,7025	583 684,0008	5 004 465,3166	01.12.2016
2600	LIPPSTADT	4315011105	3 923 360,5940	574 200,0985	4 979 247,7717	01.12.2016
2601	HALTERN	4209002017	3 926 497,2930	494 523,2213	4 985 233,8792	01.12.2016
2602	DETMOLD	4019007912	3 893 728,7198	608 474,2596	4 998 365,2109	01.12.2016
2603	FINNENTROP	4813010405	3 968 543,3556	555 823,4097	4 945 930,6323	01.12.2016
2615	FRIMMERSDORF	4905020107	3 991 800,3727	459 319,2392	4 936 837,5091	01.12.2016
2616	HAMM2	4312009003	3 926 243,8259	538 551,8229	4 980 926,6758	01.12.2016
2622	SIEGEN2	5014005509	3 991 178,7879	563 069,4100	4 926 989,5870	01.12.2016
2623	KIEVE2	4202023204	3 932 590,7379	423 199,8694	4 986 981,7259	01.12.2016
2624	KOELN2	5108012701	4 002 987,7389	495 505,8072	4 924 350,3167	01.12.2016
3599	RHEINE	3710007809	3 877 780,5114	506 190,4116	5 021 818,7306	01.12.2016
2625	SELFKANT2	5001001405	4 000 969,5422	415 500,0731	4 933 305,0500	01.12.2016

# Struktur der Rohdaten des HITCHHIKER-Systems

C

Dieser Anhang beschreibt den Aufbau der Rohdaten des HITCHHIKER-Empfängers.

## Format der Protokolldatei

Alle Dienste auf dem Steuerrechner des HITCHHIKER-Empfängers dokumentieren ihren Status in einer Protokolldatei. Diese Enthält jeweils zeilenweise Einträge beginnend mit einem Zeitstempel in UTC im Basisformat der [DIN06] und – durch Leerzeichen getrennt – gefolgt vom Typ des Eintrags (Nachricht MSG, Warnung WRN, Fehler ERR) und dem Nachrichtentext in Anführungszeichen. In Tabelle C.1 ist die Protokolldatei des oscd-Dienstes dargestellt. Sie dokumentiert die Konfiguration des LO.

## Radardaten im dad-Format

Da das Signalaufzeichnungssystem zu Beginn das einzige Instrument im Empfangssystem war, welches Daten aufzeichnet, wurde das dad-Dateiformat auch bis zur Version 4 genutzt, um Metadaten zu speichern. Durch umfangreiche Änderungen am Empfangssystem und mit der Neuentwicklung der Aufnahmesoftware wurde bei der Implementierung des acqd-Dienstes, der Schnittstelle zum Signalaufzeichnungssystem, auch das Datenformat grundlegend überarbeitet. Die Version 4 des dad-Dateiformat enthält nun nur noch Informationen des Signalaufzeichnungssystems bildet dessen Zustand aber nun vollständig ab. Das Datenformat ist in Abbildung C.1 spezifiziert, aufgrund der umfangreichen Neuerungen in Version 4 ist diese neben der Spezifikation der älteren Versionen dargestellt. Mit der Version

Tabelle C.1: Protokolldatei des oscd-Dienstes im HITCHHIKER-Empfänger.

```
20200302T142151 MSG "server: waiting for connections"
20200302T142210 MSG "server: got connection"
20200302T142210 MSG "server: starting terminal_server( ... )"
20200302T142210 MSG "INIT"
20200302T142217 MSG "TRYSET LEVEL 17.00"
20200302T142217 MSG "SET LEVEL 17.00"
20200302T142217 MSG "TRYSET FREQ 9400000000.00"
20200302T142217 MSG "SET FREQ 9400000000.00"
20200302T142217 MSG "TRYSET REFBW 30"
20200302T142217 MSG "SET REFBW 30"
20200302T142239 MSG "TRYSET RF 1"
20200302T142239 MSG "SET RF 1"
20200303T070830 MSG "CLOSE"
```

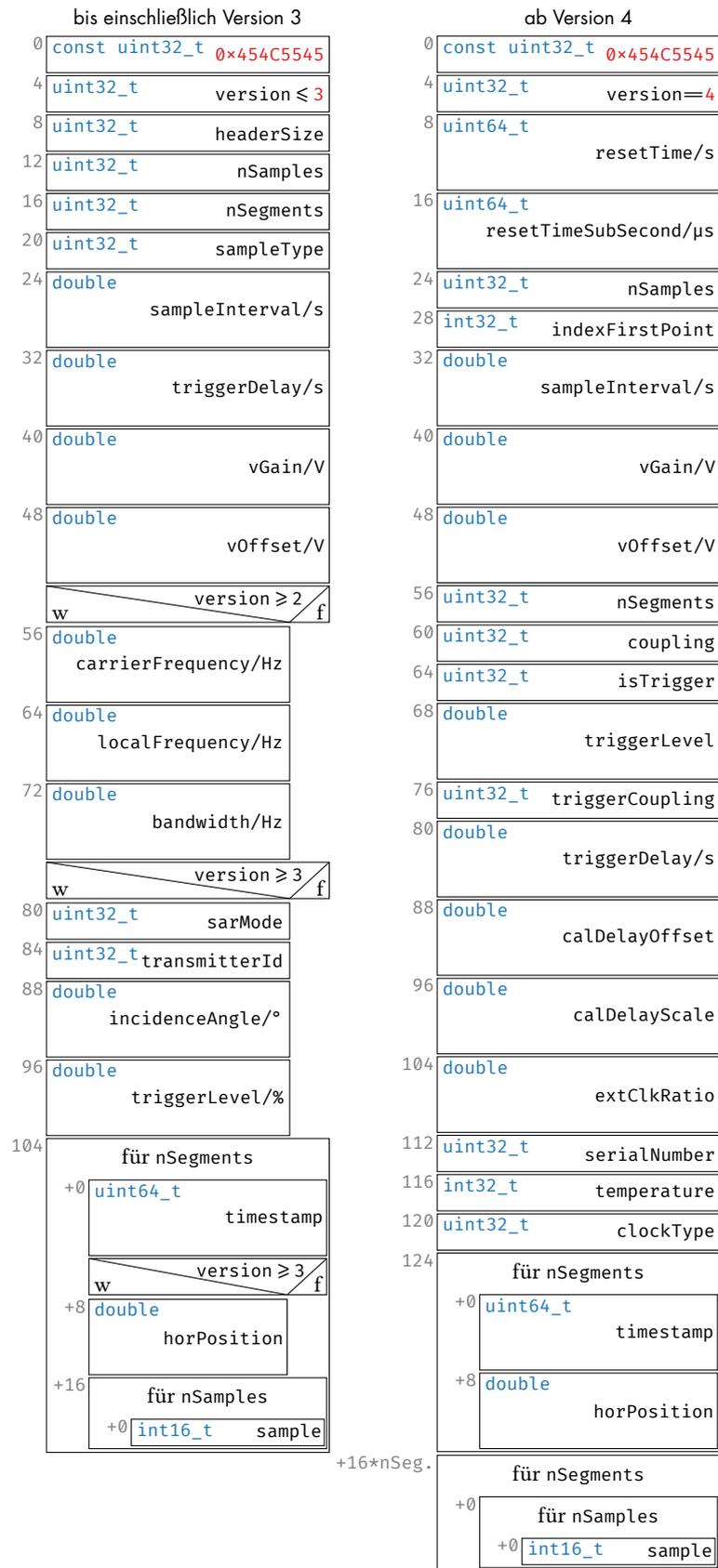


Abbildung C.1: Struktur der Radarrohdaten des HITCHHIKER-Empfängers.

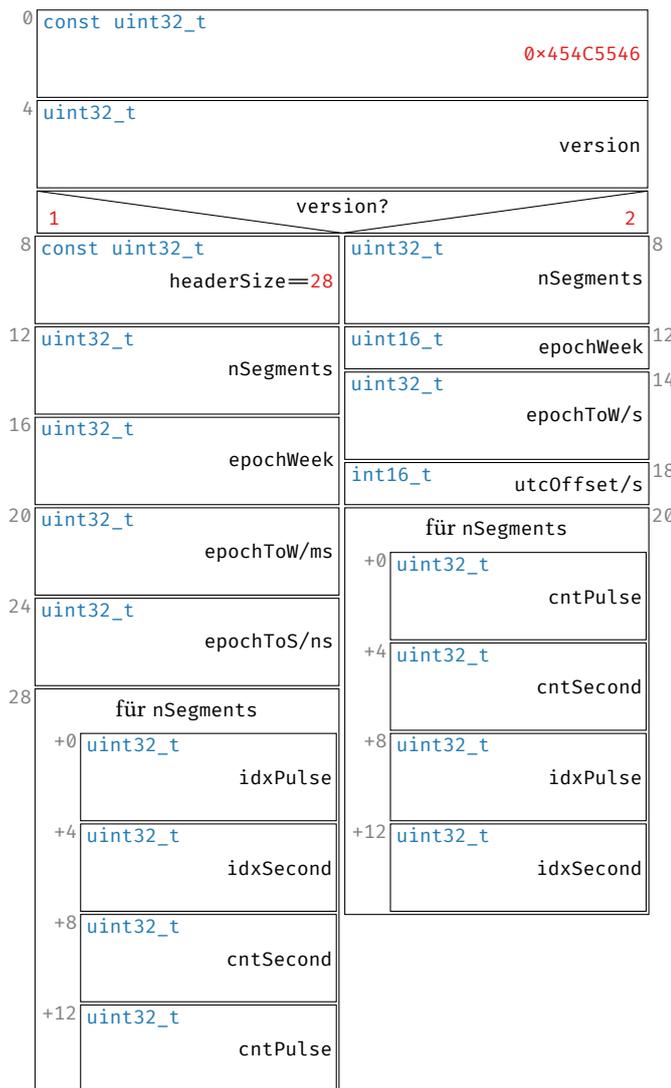


Abbildung C.2: Struktur der Rohdaten des Zeitmesssystems.

4 wird darüberhinaus erstmals auch ein Zeitstempel `resetTime` für das Zurücksetzen der internen Zeitbasis des Signalaufzeichnungssystems gespeichert. Damit lassen sich mit den Werten in `timestamp` die Empfangszeitpunkte der aufgezeichneten Segmente auch ohne das Messsystem des `timd` bestimmen. Die absolute Genauigkeit dieser Zeitpunkte in der UTC ist jedoch auf mehrere ms beschränkt und damit alleine in der bistatischen Radaranwendung unzureichend.

### Empfangszeiten im dat-Format

Das Datenformat wurde mit dem Messsystem für die Empfangszeiten der aufgezeichneten Datensegmente entwickelt. Mit dem Einsatz des GPSDO und damit Ersatz des vorher genutzten GPS-Systems in diesem Messsystem wurde auch die Datenstruktur geändert. In der zweiten Version des Datenformats wurde die ohnehin konstante Größe des Headers entfernt. In Abbildung C.2 ist der Aufbau dieser Datenstruktur dargestellt. Die `epochToW` ist die GPS-Woche der Bezugszeit

für die gemessene Zeitinformation. Die Feldnamen `epochToW` beziehungsweise `epochToS` bezeichnen die abgelaufene Zeit dieser Woche beziehungsweise den Sekundenbruchteil. Der `utcOffset` ist die Differenz zwischen UTC und der GPS-Zeit. Die Messdaten mit dem Präfix `idx` beinhalten die Werte von `Cs` und `Cp`, die Felder mit `cnt` enthalten den Inhalt der Register `Rs` und `Rp`.

## Messungen des GNSS-Empfängers

Die Rohdaten des GNSS-Empfängers Trimble BX982 werden im proprietären, binären Protokoll des Herstellers über Ethernet zum `posd`-Dienst gestreamt und von diesem in einer Datei archiviert. Das Protokoll ist grundlegend in [Tri13] beschrieben, die GNSS-Messdaten werden jedoch in dem hier nicht dokumentierten Protokolltyp 27 (RT27) der `RAWDATA(0x57)`-Nachricht transportiert. Der Aufbau des RT27 wurde von Trimble unter einer Vertraulichkeitsvereinbarung zur Verfügung gestellt und ist daher nicht in dieser Arbeit beschrieben. Die Daten können jedoch auch mit den Werkzeugen des Herstellers in das RINEX-Format konvertiert werden. Dazu wird die Software `RT272DAT` und `ConvertToRINEX` benötigt.

# Befehle des HITCHHIKER-Empfängers

# D

Die Dienste des Empfangssystems überwachen auf dem Steuerrechner jeweils mindestens einen TCP-Socket mit einer festgelegten Portnummer auf welchem der Dienst auf Anfragen in ASCII-Kodierung reagiert. Die Befehle können dabei mehrere, durch Leerzeichen getrennte, Argumente übergeben. Folgen dem Befehl keine Argumente wird in der Regel mit dem aktuelle Zustand aus dem Kontext des Befehls geantwortet.

Ein Befehl wird mit dem Zeilenvorschub  $\text{␣}$  abgeschlossen, der Wagenrücklauf  $\text{␣}$  wird ignoriert. Jeder Befehl wird vom Dienst mindestens mit  $\text{ACK␣}$  beantwortet. Muss eines der Steuerzeichen  $\{\text{␣}, \text{␣}, \text{␣}\}$  im Argument verwendet werden, so kann dies durch Voranstellen von  $\backslash$  maskiert werden. Eine Zeichenkette darf dabei nach umschließen mit den Zeichen  $\text{"}$  oder  $\text{'}$  ebenfalls Steuerzeichen enthalten.

War die Verarbeitung des Befehls erfolgreich, so beginnt die Antwort des Dienstes stets mit  $\text{ACK}$ , bei einer Warnung mit  $\text{WRN}$  und falls Fehler aufgetreten sind, steht  $\text{ERR}$  am Anfang der Antwort. Der Empfang eines Befehls, Ereignisse während der Verarbeitung, sowie die Antwort auf die Anfrage werden von einem Dienst in seiner Protokolldatei festgehalten.

Alle Dienste implementieren die Befehle  $\text{INIT}$  und  $\text{CLOSE}$ , jeweils ohne Argument, welche die Initialisierung respektive die Freigabe der Peripherie veranlassen. Die weiteren Befehle können erst nach der Initialisierung genutzt werden.

Eine Beschreibung der Befehle der einzelnen Dienste zur Steuerung des Empfängers, ist im Handbuch zum HITCHHIKER-System gegeben und wird hier nicht gesondert abgedruckt.



# Liste der Experimente

# E

Datum	Sender	Ort	Empfängerstandort	Modus	Pol.	Bemerkungen.
2009-07-14	TSX-1	Wachtberg	FGAN	HS	S	Ein erster Test des Systems. nichtkooperativ (nc)
2009-07-17	TSX-1	Wachtberg	FGAN	SM	D	
2009-07-23	TSX-1	Wachtberg	FGAN	HS	S	
2009-08-14	TSX-1	Siegen	ZESS	HS	S	(nc)
2009-08-25	TSX-1	Siegen	ZESS	HS	S	(nc)
2009-09-02	TSX-1	Siegen	ZESS	SM	D	(nc)
2009-09-07	TSX-1	Siegen	Adolf-Reichwein-Str.	HS	S	
2009-09-11	TSX-1	Siegen	Hölderlinstr.	HS	S	
2009-09-18	TSX-1	Siegen	Adolf-Reichwein-Str.	HS	S	
2009-10-13	TSX-1	Köln	Rösrath	SM	S	
2009-10-14	TSX-1	Koblenz	Ehrenbreitstein	HS	S	
2009-10-19	TSX-1	Köln	Triangle	HS	S	
2009-10-21	TSX-1	Siegen	Adolf-Reichwein-Str.	HS	S	
2009-10-24	TSX-1	Koblenz	Ehrenbreitstein	HS	D	
2009-10-30	TSX-1	Siegen	ZESS	HS	S	(nc)
2009-11-04	TSX-1	Siegen	Hölderlinstr.	HS	S	
2009-11-12	TSX-1	Siegen	Fischbacherberg	HS	D	
2009-11-23	TSX-1	Siegen	Fischbacherberg	HS	D	
2009-12-04	TSX-1	Siegen	Fischbacherberg	HS	D	
2010-05-27	TSX-1	Siegen	ZESS	HS	S	(nc)
2010-06-01	TSX-1	Siegen	Hölderlinstr.	HS	D	
2010-06-21	TSX-1	Siegen	Adolf-Reichwein-Str.	HS	S	
2010-06-29	TSX-1	Koblenz	Ehrenbreitstein	HS	D	
2010-11-02	TSX-1	Bonn	Petersberg	HS	D	
2011-07-21	TSX-1	Siegen	Adolf-Reichwein-Str.	HS	S	
2011-08-01	TDX-1	Siegen	Adolf-Reichwein-Str.	HS	S	
2014-09-29	PAMIR	Siegen	Adolf-Reichwein-Str.	SL	S	
2014-11-26	TSX-1	Koblenz	Ehrenbreitstein	ST	S	
2015-02-11	TDX-1	Koblenz	Ehrenbreitstein	ST	S	
2015-11-16	TSX-1	Siegen	Adolf-Reichwein-Str.	ST	S	
2019-09-17	PAZ-1	Siegen	ZESS	HS	S	
2019-09-20	PAZ-1	Siegen	ZESS	HS	S	
2019-09-23	PAZ-1	Siegen	ZESS	HS	S	
2019-09-25	PAZ-1	Siegen	ZESS	HS	S	
2019-11-19	PAZ-1	Siegen	ZESS	HS	D	
2019-11-25	PAZ-1	Siegen	ZESS	HS	S	
2019-12-06	PAZ-1	Siegen	ZESS	SM	D	
2020-01-13	PAZ-1	Siegen	ZESS	SM	D	
2020-01-22	PAZ-1	Siegen	ZESS	HS	D	
2020-01-24	PAZ-1	Siegen	ZESS	HS	D	
2020-01-30	PAZ-1	Siegen	ZESS	HS	S	
2020-02-04	PAZ-1	Siegen	ZESS	HS	S	
2020-03-03	PAZ-1	Siegen	ZESS	HS	S	
2020-03-08	PAZ-1	Siegen	ZESS	HS	S	

