

In Gedenken an Prof. Dr.-Ing. habil. Otmar Loffeld,  
der so plötzlich verstorben ist.



# ENTWICKLUNG UND UNTERSUCHUNG EINES RADARS MIT STOCHASTISCHER WELLENFORM

DISSERTATION

zur Erlangung des Grades eines Doktors  
der Ingenieurwissenschaften

vorgelegt von

Dipl.-Ing. Simon Reuter

eingereicht bei der Naturwissenschaftlich-Technischen Fakultät

der Universität Siegen

Siegen 2022

Betreuer

Univ.-Prof. Dr.-Ing. habil. Otmar Loffeld  
Universität Siegen

Erster Gutachter

Univ.-Prof. Dr.-Ing. Joachim Ender  
Universität Siegen

Zweiter Gutachter

Univ.-Prof. Dr.-Ing. Peter Haring Bolívar  
Universität Siegen

Tag der mündlichen Prüfung

13. Februar 2023

## Zusammenfassung

Ziel dieser Arbeit ist es, stochastische Wellenformen im Bezug auf deren Verwendung in bildgebenden Radarsystemen zu untersuchen. Aufgrund der Unkorreliertheit aufeinanderfolgender Radarpulse ermöglichen stochastische Wellenformen eine hohe Pulsabtastrate ohne Entfernungsmehrdeutigkeiten zu erzeugen. Dies ermöglicht eine höhere Auflösung für bildgebende Radarsysteme mit synthetischer Apertur als dies mit konventionellen, wiederholten Wellenformen möglich ist.

Die Arbeit gibt zunächst einen Überblick über bisherige Arbeiten auf diesem Themengebiet, insbesondere der signaltheoretischen Beschreibung, auftretender Effekte und deren Filterung mittels bisher genutzter Algorithmen. Ein besonderes Augenmerk wird auf den bei stochastischer Wellenform auftretenden Maskierungseffekt gelegt. Aufgrund der stark varianten Wellenform im Leistungsdichtespektrum überdecken die Kreuzkorrelationsprodukte des angepassten Filters (matched filter) von Zielen mit einem starken Rückstreukoeffizienten die Zielantwort schwächerer Ziele. Dieser Effekt wird signaltheoretisch beschrieben und Lösungsmöglichkeiten aufgezeigt. Diese umfassen CLEAN-Algorithmen sowie fehlangepasste Filter (mismatched Filter) zur Reduzierung der Nebenkeulen.

Die Arbeit schlägt ein neues Filter zur Pulskompression vor, das einem Entfaltungsfilters nach Wiener entspricht. Dieses Filter reduziert den bei stochastischen Wellenformen auftretenden Maskierungseffekt, ohne den Berechnungsaufwand im Vergleich zu einem klassischen, angepassten Filter zu erhöhen. Nach Herleitung des Filters wird, im Verlauf der Arbeit, dieses Filter mit den bisher vorhandenen und genutzten Filtermöglichkeiten verglichen. Zusätzlich werden weitere Szenenrekonstruktionsverfahren untersucht.

Zur Validierung der in dieser Arbeit vorgestellten Filter wird ein Sendesystem entwickelt, das thermisches Rauschen als Sendesignalform nutzt. Dieser Sender ist portabel in einen Koffer integriert. In Zusammenarbeit mit dem im Zentrum für Sensorentwicklung entwickelten Vierkanal-Radarempfangsgerät HITCHHIKER bildet dieses Sendesystem ein Experimentalradarsystem.

Mittels dieses Radarsystems lassen sich die Algorithmen unter verschiedenen Bedingungen und Einsatzmöglichkeiten vergleichen. Dies umfasst Entfernungs-Doppler-Zielverfolgung, Mehrkanal-DOA<sup>1</sup>-Schätzung, Radar mit synthetischer Apertur und inverses Radar mit synthetischer Apertur. Von Indoor-Experimenten bis hin zu Outdoor-Experimenten, von stationären Zielen bis hin zu Bewegtziteln wie Straßenfahrzeuge oder Schiffen, wird eine Vielzahl von Einsatzbedingungen und Möglichkeiten durch Experimente mit diesem System abgedeckt.

<sup>1</sup>engl. *Direction Of Arrival* für Ankunftsrichtung einer Welle. Bezeichnet die Richtung aus der eine Welle empfangen wurde.

## Abstract

The research goal of this thesis is the evaluation of stochastic waveforms regarding radar imaging systems. Due to the uncorrelated nature of successive radar pulses, stochastic waveforms allow a high pulse sampling rate without generating range ambiguities. This leads to a higher resolution in synthetic aperture radar imaging systems, than using conventional, repeating waveforms.

First, the thesis gives an overview of previous work in this area, especially the signal-theoretic description, occurring effects and their filtering by means of algorithms used so far. Special attention is paid to the masking effect occurring with stochastic waveforms. Due to the highly variant power density spectrum of the waveform, the cross-correlation products of the matched filter of strong targets mask the target response of weaker targets. This effect is described in terms of signal theoretical aspects. Further, possible solutions are shown, which include CLEAN algorithms and mismatched filters reducing the self-interference.

In the thesis a new filter is proposed for pulse compression that corresponds to a Wiener deconvolution filter. This filter reduces the masking effect that occurs with stochastic waveforms without increasing the computational effort compared to a classic matched filter. After a derivation of the filter, this filter is compared in the course of the work with the previously existing and used filter. In addition, other scene reconstruction methods will be investigated.

To validate the filters examined in this thesis, a radar transmitter is developed, that uses thermal noise as the transmitting waveform. This transmitter is integrated in a portable case. In conjunction with the four-channel radar receiver HITCHHIKER developed at the Centre for Sensor Systems, this transmitter system forms an experimental radar system.

Using this radar system, the algorithms can be compared under different conditions and applications. This includes Range-Doppler target tracking, multi-channel DOA<sup>2</sup> estimation, synthetic aperture radar and inverse synthetic aperture radar. From indoor experiments to outdoor experiments, from stationary targets to moving targets such as road vehicles or ships, a wide range of operating conditions and possibilities is covered by experiments using this system.

<sup>2</sup>Direction of Arrival

# Inhaltsverzeichnis

<b>Inhaltsverzeichnis</b>	<b>iii</b>
<b>Abbildungsverzeichnis</b>	<b>vi</b>
<b>Tabellenverzeichnis</b>	<b>x</b>
<b>1 Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1 Radar . . . . .	2
1.1.1 Entfernungsauflösung . . . . .	2
1.1.2 Pulsspreizung . . . . .	3
1.2 Radar mit synthetischer Apertur . . . . .	7
1.2.1 Auflösung in lateraler Richtung . . . . .	8
1.2.2 Prozessierungsalgorithmen . . . . .	10
1.2.3 Bistatisches Radar mit synthetischer Apertur . . . . .	13
1.3 Das HITCHHIKER Projekt . . . . .	16
1.3.1 Der Empfänger . . . . .	16
1.3.2 Der Sender . . . . .	20
1.4 Radar mit stochastischer Wellenform . . . . .	20
1.4.1 Die Anfänge . . . . .	20
1.4.2 Heute - Stand der Technik . . . . .	21
1.4.3 Entfernungsmehrdeutigkeit . . . . .	22
1.4.4 Aufspürwahrscheinlichkeit . . . . .	23
1.4.5 Gegenseitige Störung . . . . .	24
1.4.6 Neue Einsatzmöglichkeiten . . . . .	24
1.5 Stochastische Prozesse . . . . .	25
1.5.1 Stationarität . . . . .	26
1.5.2 Ergodizität . . . . .	27
1.5.3 Stationäre Prozesse in linear zeitinvarianten Systemen . . . . .	28
1.5.4 Weißes Rauschen . . . . .	29
1.5.5 Bandbegrenztes, weißes Rauschen . . . . .	29
<b>2 Pulscompressionsverfahren</b>	<b>33</b>
2.1 Matched Filter . . . . .	33
2.1.1 Effekte des Matched Filters bei stochastischen Wellenformen . . . . .	35
2.1.2 Signal-Rausch-Verhältnis des Matched Filters für eine beliebige Szenenanregung . . . . .	39

2.2	Inverses Filter . . . . .	41
2.3	Entfaltungsfilter nach Wiener . . . . .	41
<b>3</b>	<b>Der Maskierungseffekt</b>	<b>47</b>
3.1	CLEAN Algorithmus . . . . .	47
3.2	Mismatched Filter nach Kulpa . . . . .	50
3.3	FIR-Filter zur Unterdrückung von Nebenkeulen nach Kulpa . . . . .	53
3.4	Optimiertes FIR-Filter zur Unterdrückung von Nebenkeulen . . . . .	57
3.5	Szenenschätzung durch das Least-Mean-Squares-Verfahren . . . . .	62
3.6	Vergleich des Signal-Rausch-Verhältnis der Szenenrekonstruktionsmethoden in Abhängigkeit der Störrauschleistung . . . . .	65
<b>4</b>	<b>Ambiguitätsfunktion</b>	<b>67</b>
4.1	Ambiguitätsfunktion eines Chirps . . . . .	67
4.2	Ambiguitätsfunktion der untersuchten Pulscompressionsfilter . . . . .	70
<b>5</b>	<b>Entwicklung des Sendesystems</b>	<b>75</b>
5.1	Systemaufbau . . . . .	76
5.2	Gesamtsystemintegration . . . . .	78
5.2.1	Sendeeinheit (TXU) . . . . .	79
5.2.2	Zeitgebereinheit (TMU) . . . . .	82
5.3	Verifikation des Systems . . . . .	84
5.3.1	Kalibrierung . . . . .	84
5.3.2	Statistische Eigenschaften . . . . .	85
5.3.3	Spektrale Eigenschaften . . . . .	87
5.4	Das Prozessierungsframework . . . . .	88
5.4.1	Sensorabstraktion . . . . .	88
5.4.2	Der Prozessorblock . . . . .	91
<b>6</b>	<b>Indoor Experiment</b>	<b>93</b>
6.1	Experimentbeschreibung . . . . .	93
6.2	Pulscompression . . . . .	94
6.3	SAR Bildgebung . . . . .	95
<b>7</b>	<b>ISAR-Abbildung von Straßenfahrzeugen</b>	<b>99</b>
7.1	ISAR-Abbildung mit Hilfe einer Straßenkarte . . . . .	99
7.1.1	Entfernungs-Doppler-Verfolgung . . . . .	100
7.1.2	Entfernungsverlaufsschätzung . . . . .	104
7.1.3	Trajektorien-schätzung . . . . .	106
7.1.4	ISAR-Bildgebung . . . . .	108
7.2	ISAR-Abbildung und Verfolgung von Straßenfahrzeugen ohne Zuhilfenahme einer Straßenkarte . . . . .	111
7.2.1	Antennenkonfiguration . . . . .	111
7.2.2	Auflösung der mehrdeutigen interferometrischen Phase . . . . .	112
7.2.3	Trajektorien-schätzung . . . . .	116
7.2.4	ISAR Bildgebung . . . . .	118

<b>8 ISAR-Abbildung eines Schiffes</b>	<b>121</b>
8.1 Automatic Identification System . . . . .	121
8.1.1 Aufnahme und Verarbeitung der AIS-Daten . . . . .	122
8.2 Experimentkonfiguration . . . . .	124
8.3 Analyse der Aufnahmedaten . . . . .	125
8.4 Pulskompression . . . . .	126
8.5 Rekonstruktion der Trajektorie . . . . .	129
8.6 ISAR-Bildgebung . . . . .	130
<b>9 Zusammenfassung</b>	<b>137</b>
9.1 Ausblick . . . . .	138
<b>A Signal-Rausch-Verhältnis des <i>matched filters</i> für eine stochastische Wellenform bei beliebiger Szenenantwort</b>	<b>141</b>
<b>B Optimalfilter - Wiener-Filter</b>	<b>147</b>
B.1 Wiener-Filter . . . . .	148
<b>C Systemidentifikation mit der Methode zur Minimierung des mittleren quadratischen Fehlers</b>	<b>151</b>
<b>D Die Wahrscheinlichkeitsdichte der Log-Chi-Quadrat-Verteilung</b>	<b>153</b>
<b>Literatur</b>	<b>157</b>
<b>Glossar</b>	<b>165</b>
Akronyme . . . . .	165
Begriffe . . . . .	166
mathematische Symbole . . . . .	167
Konstanten . . . . .	169

# Abbildungsverzeichnis

1.1	Abbildung aus dem Patent Christian Hülsmeyers [Hül04]. . . . .	2
1.2	Zusammenhang zwischen Bandbreite und Auflösung eines Radarsystems. .	3
1.3	Komplexe Fehlerfunktion für das Argument $x e^{j\frac{\pi}{4}}$ . . . . .	5
1.4	Betrag des Signals aus Gleichung 1.18 für verschiedene Dispersionsfaktoren $D$ . . . . .	6
1.5	Allgemeine SAR Geometrie. . . . .	8
1.6	Monostatische SAR Geometrie mit linearer Trajektorie. Dabei stellt $\rho$ den kürzesten Abstand am Punkt $\xi$ entlang $x$ dar. . . . .	8
1.7	Geometrie der synthetischen Apertur. . . . .	9
1.8	Allgemeine bistatische SAR Geometrie . . . . .	14
1.9	Betragspektrum aus drei Bereichen eines prozessierten SAR-Bildes . . . . .	15
1.10	Bistatische Radaraufnahme mit synthetischer Apertur in Boden- und Radar-koordinaten von Dreis-Tiefenbach. . . . .	17
1.11	Blockschaltbild des Vierkanalempfängers HITCHHIKER . . . . .	18
1.12	Übertragungsfunktion des ersten Kanals des HITCHHIKER-Empfangssystems. 19	
1.13	Abbildungen 1 und 2 aus [FP78]. . . . .	21
1.14	Vergleich der Spektralen Leistungsdichte zwischen konventionellem und Rauschradar aus [TW06]. . . . .	23
2.1	Varianz der Autokorrelationsfunktion von normalverteiltem Rauschen. . .	38
2.2	SNR eines <i>matched filters</i> . . . . .	40
2.3	SNR eines <i>matched filters</i> (normiert) . . . . .	41
2.4	Darstellung des Systemmodells als Blockdiagramm . . . . .	42
2.5	Modifiziertes Optimierungsproblem aus Abbildung 2.4 für die Anwendung des Wiener-Filters nach Abbildung B.1 . . . . .	43
2.6	Histogramm des mittleren quadratischen Fehlers des Entfaltungsfilters nach Wiener. . . . .	45
2.7	Vergleich der Nebenkeulen zwischen Matched-, und Wiener-Filter. . . . .	46
3.1	Simulation einer Szene mit 4 Punktzielen. . . . .	48
3.2	Entfaltung der Punktzielantwort mit CLEAN. . . . .	49
3.3	Fensterfunktion der gewünschten Filterantwort nach [Kul15]. . . . .	50
3.4	Vergleich zwischen Matched-, Mismatched und Wiener-Filter. . . . .	52
3.5	Vergleich zwischen Mismatched und Wiener-Filter. . . . .	56
3.6	Vergleich zwischen Mismatched-, dem optimierten Mismatched und Wiener-Filter. . . . .	61

3.7	Szenenschätzung durch das Least-Mean-Squares-Verfahren . . . . .	62
3.8	Vergleich zwischen Wiener-Entfaltungsfiler, optimierten FIR-Filter und LMS-Rekonstruktion. . . . .	64
3.9	Vergleich des SNR zwischen <i>matched filter</i> und LMS-Rekonstruktion. . . . .	65
4.1	Schmalband-Ambiguity-Function eines (a) Chirppulses und (b) Rauschpulses. . . . .	69
4.2	Entfernungsmehrdeutigkeit von Pulsfolgen. . . . .	69
4.3	Ambiguitätsfunktion einer Musterfunktion eines Rauschpulses, entfernungskomprimiert mittels Wiener-Entfaltungsfiler, optimierten FIR-Filter und LMS-Rekonstruktion . . . . .	71
4.4	Signal zu Eigentinterferenzverhältnis der Ambiguitätsfunktion eines <i>matched filters</i> , Wiener-Filtes und des Least-Means-Squares-Verfahren. . . . .	73
5.1	Blockschaltbild der zentralen Steuereinheit. . . . .	76
5.2	Blockschaltbild der Sendeeinheit. . . . .	77
5.3	Blockschaltbild der Zeitgebereinheit. . . . .	77
5.4	Blockschaltbild des Gesamtsystems. . . . .	78
5.5	Fotografie des fertig integrierten Sendesystems. . . . .	79
5.6	Fotografie der Sendeeinheit. . . . .	80
5.7	Fotografie des Leistungsmesssystems aus [Vog12] . . . . .	81
5.8	Blockdiagramm des Leistungsmesssystems aus [Vog12] . . . . .	82
5.9	Detailliertes Blockdiagramm der Zeitgebereinheit. . . . .	82
5.10	Fotografie der Zeitgebereinheit. . . . .	83
5.11	Oszilloskopbildschirm der Triggersignale. . . . .	84
5.12	Fotografie des Leistungsteilernetzwerks zur Kalibrierung des Rauschradarsystems . . . . .	85
5.13	Histogramm der Sendewellenform des Rauschsendesystems, ohne Kalibrierung. . . . .	85
5.14	Histogramm der Sendewellenform des Rauschsendesystems, nach Kalibrierung. . . . .	86
5.15	Autokorrelationsfunktion der Sendewellenform. . . . .	87
5.16	Spektrale Leistungsdichte des Sendesignals . . . . .	87
5.17	Aufbau einer Prozessierungskette für den HITCHHIKER-Prozessor. . . . .	90
5.18	Schematischer Aufbau eines Prozessorblocks. . . . .	91
6.1	Provisorischer Prototyp zum ersten HITCHHIKER Noise Radar Experiments. . . . .	93
6.2	Radarszene des ersten HITCHHIKER Rauschradarexperiments. . . . .	94
6.3	Mittlere Leistung aller Pulse über Laufzeit nach Pulskompression des ersten HITCHHIKER Noise Radar Experiments. . . . .	94
6.4	Rückprojektionsergebnis des ersten HITCHHIKER Noise-Radar-Experiments. . . . .	96
6.5	$\omega$ - $k$ -Ergebnis des ersten HITCHHIKER Noise-Radar-Experiments. . . . .	98
7.1	Karte zum ersten ISAR-Experiment des Noise-Radar-Systems. . . . .	100
7.2	Entfernung-Doppler Bild der entfernungskomprimierten Daten mittels <i>matched filter</i> . . . . .	101
7.3	Entfernung-Doppler Bild der entfernungskomprimierten Daten mittels Wiener-Filter. . . . .	101

7.4	Entfernungs-Doppler Bild der entfernungskomprimierten Daten mittels optimierten FIR-Filter. . . . .	102
7.5	Entfernungs-Doppler Bild der entfernungskomprimierten Daten mittels LMS-Szenenrekonstruktion. . . . .	102
7.6	Kurzzeit Entfernungs-Dopplerbilder zur Analyse von Bewegtzieren. . . . .	103
7.7	Entfernungs-Doppler-Trajektorien erstellt durch CFAR-Detektion und Tracking. . . . .	103
7.8	In Dopplerfrequenz gefiltertes Einzelziel . . . . .	104
7.9	Phasenverlauf der Korrelationsfunktion nach Gleichung 7.3 . . . . .	105
7.10	Geschätzter Entfernungsverlauf nach Integration der Entfernungsdifferenzen zwischen den Pulsen. . . . .	105
7.11	Ausschnitt aus den DOM1L-Daten bereitgestellt vom Geobasis NRW der Bezirksregierung Köln . . . . .	106
7.12	Geschätzte Geschwindigkeit entlang zweier möglicher Straßenverläufe. . . . .	107
7.13	Fahrzeugzentriertes Koordinatensystem . . . . .	108
7.14	Auszug einzelner Bilder aus dem prozessierten SAR-Video zu den Messzeiten 1, 2, ..., 5 s. . . . .	109
7.15	Geometrie zur Rekonstruktion der korrigierten Fahrzeugtrajektorie. . . . .	110
7.16	Rekonstruierte Trajektorien vor (blau) und nach (rot) Korrektur nach Abschnitt 7.1.4.1 . . . . .	110
7.17	Auszug einzelner Bilder aus dem prozessierten SAR-Video zu den Messzeiten 1, 2, ..., 5 s nach Bewegungskompensation. . . . .	111
7.18	Interferometrisches Antennensetup zur Schätzung des Einfallswinkels einer Elektromagnetischen Welle. . . . .	112
7.19	Geometrie des interferometrischen Antennenaufbaus. . . . .	113
7.20	Mehrdeutigkeiten der Interferometrischen Phase aufgetragen über den Richtungskosinus der einfallenden Welle. . . . .	115
7.21	Phase eines Spektrums mit zeitlicher Verzögerung $t_0$ . . . . .	116
7.22	Entfernungs-Doppler Darstellung der Messdaten. . . . .	117
7.23	Verlauf der Entfernungsprofile über Zeit. . . . .	117
7.24	Trajektorie in Antennenkoordinaten . . . . .	118
7.25	Detektionen nach Zielverfolgung mittels interferometrischem Antennenaufbau. . . . .	119
7.26	ISAR-Abbildung mittels rekonstruierter Trajektorie im Fahrzeugkoordinatensystem. . . . .	120
8.1	Positionsdaten der aufgenommenen AIS-Signale. . . . .	123
8.2	Interpolation der Positionsstützpunkte durch stückweise, kubische Interpolation. . . . .	123
8.3	Fotografie der Radarszene, aufgenommen von der Sende-/Empfangsposition. . . . .	124
8.4	Ausschnitt aus Rohdaten (Betrag) der Radaraufnahme, aufgenommen von der Festung Ehrenbreitstein. . . . .	125
8.5	Auslösezeit der aufgenommenen Segmente relativ zu der nominalen Pulswiederholintervall von 2 ms. In rot sind die fehlausgelösten Pulse, also Pulse die außerhalb des Pulswiederholrasters liegen, hervorgehoben. . . . .	125

8.6	Pulskompression der Rohdaten mittels <i>matched filter</i> , Wiener-Filter, optimierten FIR-Entfaltungsfiler und LMS-Rekonstruktion. . . . .	127
8.7	Entfernungs-Doppler-Bild der durch ein <i>matched filter</i> , Wiener-Entfaltungsfiler und optimierten FIR-Entfaltungsfiler pulskomprimierten Rohdaten. . . . .	128
8.8	Kurs (course) und Orientierung (heading) eines Schiffs. . . . .	129
8.9	Trajektorie des Radarsystems in Fahrzeugkoordinaten. . . . .	130
8.10	ISAR-Abbildung mittels rekonstruierter Trajektorie aus AIS-Daten . . . . .	131
8.11	Geschwindigkeitsprofil über Messzeit ermittelt aus den AIS-Daten. . . . .	132
8.12	ISAR-Abbildung mittels rekonstruierter Trajektorie aus AIS-Geschwindigkeiten	133
8.13	ISAR-Abbildung mittels rekonstruierter Trajektorie aus AIS-Geschwindigkeiten ( <i>matched filter</i> ). . . . .	134
8.14	Histogram der stochastischen Nebenkeulen. . . . .	135
B.1	Optimalfilter innerhalb eines linearen Systems. . . . .	147
D.1	Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion einer Log-Chi-Quadrat-verteiltern Zufallsvariablen. . . . .	155

## Tabellenverzeichnis

5.1	Systemparameter des HITCHHIKER-Rauschradars. . . . .	75
5.2	Hardware-Komponenten der Sendeeinheit in der Verstärkerkette . . . . .	81
6.1	Messparameter zum ersten Noise Radar Experiment. . . . .	93
7.1	Messparameter zum ISAR-Experiment . . . . .	99
7.2	Messparameter zum ISAR-Experiment mit interferometrischer Antennen- konfiguration. . . . .	111
8.1	Aktualisierungsintervalle der dynamischen AIS Information für verschiede- ne Zustände nach Tabelle 1 in [Int14] . . . . .	122
8.2	Messparameter zum ISAR-Experiment an der Festung Ehrenbreitstein. . .	124
8.3	Mittlere Leistung der Nebenkeulen nach SAR-Fokussierung mit verschiede- nen Entfaltungsfiltren. . . . .	135

# Einleitung

## 1

Diese Arbeit beschäftigt sich mit der Entwicklung und nachfolgenden Untersuchung eines Radars mit synthetischer Apertur bei Verwendung einer stochastischen Wellenform. Dieses Projekt sieht sich als Fortführung des HITCHHIKER-Projekts [BR10; RBN+10; NBR+10b; NBR+10a], in dem ein Multikanal X-Band Empfängersystem entwickelt wurde. Der hier beschriebene Radarsender mit stochastischer Wellenform komplettiert somit das HITCHHIKER Empfangssystem zu einem vollwertigen Radarsensor.

Ein wesentliches Merkmal des hier beschriebenen Sendesystems ist die Nutzung von Rauschsignalen als Sendewellenform. Dieses Rauschen kann direkt im X-Band mittels einer thermischen Rauschdiode erzeugt werden und benötigt deshalb keine aufwändige digitale Signalgenerierung mittels direkter digitaler Synthese (DDS) oder arbiträren Signalgeneratoren (engl. Arbitrary Waveform Generator, kurz AWG), die die konventionellen, breitbandigen, linear frequenzmodulierten Signalformen (Chirps) erzeugen. Da die erzeugten Signale jedoch statistisch unabhängige Zufallssignale sind, kann kein deterministisches Modell oder eine einmalige Messung genutzt werden, um ein entsprechendes, für alle Signale gleichermaßen gültiges, angepasstes Filter zur Pulskompression zu erstellen. Stattdessen muss das Sendesignal simultan zur Radarmessung aufgenommen werden. Diese simultane Messung der Radarszene und des Sendesignals ist ein grundlegendes Prinzip im HITCHHIKER-Empfänger, weshalb ein dedizierter Kanal dafür im Empfänger vorgesehen ist.

Ein Vorteil gegenüber den konventionellen, linear frequenzmodulierten Signalen besteht in der Entfernungseindeutigkeit bei gepulsten Radarsystemen. Da das konventionelle Sendesignal periodisch wiederholt wird, entsteht eine Entfernungsmessmehrdeutigkeit alle  $\frac{c_0}{2f_p}$  mit der Lichtgeschwindigkeit  $c_0$  und der Pulswiederholfrequenz  $f_p$ . Diese Mehrdeutigkeit ist bei stochastischen Signalen nicht vorhanden und bietet neue Möglichkeiten für hoch aufgelöste Radaraufnahmen mit hoher Streifenbreite<sup>1</sup>. Weitere Informationen zu dieser Eigenschaft finden sich in Kapitel 4.

In den folgenden Abschnitten wird eine kurze Einleitung zum Thema Radar und Radar mit synthetischer Apertur gegeben, das HITCH-

<sup>1</sup>Die Streifen- oder auch Schwadbreite bezeichnet Breite des ausgeleuchteten Gebiets in Entfernungsrichtung eines Seitensichtradars. Eine hohe Streifenbreite impliziert eine hohe Szenenausdehnung.

HIKER Projekt vorgestellt und ein Überblick über bisherige Arbeiten zum Thema rauschbasierte Wellenformen in Radarsystemen gegeben.

## 1.1 Radar

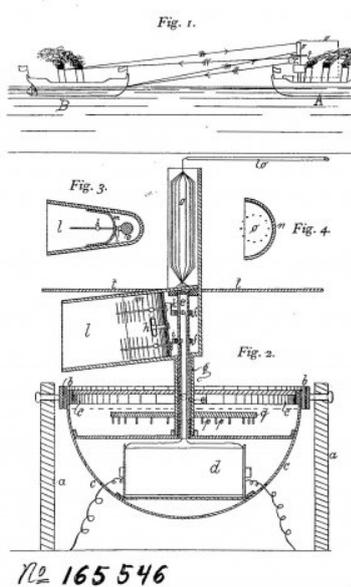


Abbildung 1.1: Abbildung aus dem Patent Christian Hülsmeyers [Hül04].

<sup>2</sup>Eingetragen im Jahr 1935. Veröffentlicht im Jahr 1947

Im Jahr 1902 begann Christian Hülsmeier mit der Entwicklung eines Apparates zur Detektion bewegter, metallischer Gegenstände in der Entfernung mittels der 1886 durch Heinrich Hertz entdeckten elektromagnetischen Wellen [Her87; Her94]. Diesen Apparat stellte er am 5. Mai 1904 in Köln das erste Mal der Öffentlichkeit als *Telemobiloskop* (siehe Abbildung 1.1) vor und meldete es als Patent an [Hül04]. Dies war die Geburtsstunde des Radars. Christian Hülsmeier zeigte die Funktionsweise seiner Apparatur durch die Detektion vorbeifahrender Schiffe an der Vorgängerbrücke der Hohenzollernbrücke am Rhein in Köln.

Rudolf Kühnhold befasste sich ab dem Jahr 1933 an der Nachrichtenmittel-Versuchsanstalt der Kriegsmarine (NVA) mit der Detektion und Entfernungsbestimmung von Schiffen mittels elektromagnetischer Wellen [Ken03]. Im Jahr 1935 führten seine Fortschritte auf dem Gebiet zusammen mit der Gesellschaft für elektroakustische und mechanische Apparate mbH (GEMA) zu den Radarsystemen *Seetakt* und *Freya*.

Zeitgleich meldete der schottische Physiker Sir Robert Alexander Watson-Watt 1935 eine Technik zur Ortung von Flugzeugen mittels elektromagnetischer Wellen als Patent [Wat47]<sup>2</sup> an. Während des zweiten Weltkriegs entwickelten sich die Radarsysteme auf alliierter, wie auch deutscher Seite stetig weiter. Stationäre, wie auch mobile Systeme auf Flugzeugen waren nach dem zweiten Weltkrieg nicht mehr wegzudenken.

Im folgenden Kapitel wird die Entfernungsauflösung anhand der Signalparameter hergeleitet.

### 1.1.1 Entfernungsauflösung

Die Messung der Entfernung zu einem Zielobjekt erfolgt bei einem Radar über eine Signallaufzeitmessung. Die gemessene Laufzeit  $\Delta t$  kann über die Beziehung

$$\Delta R = \frac{c_0 \Delta t}{2} \quad (1.1)$$

mit  $c_0$  als Lichtgeschwindigkeit und einer Entfernung  $\Delta R$  zum Ziel ausgedrückt werden.

Als Auflösung wird der Abstand bezeichnet, den zwei Ziele zueinander haben, wenn diese voneinander unterscheidbar sind. Nach dem Rayleigh-Kriterium in [Ray79] ist dies der Fall, wenn die beiden Si-

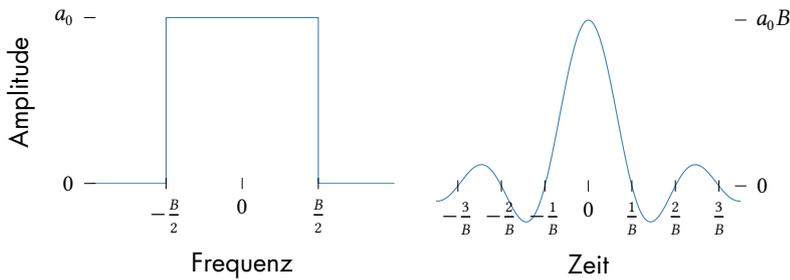


Abbildung 1.2: Zusammenhang zwischen Bandbreite und Auflösung eines Radarsystems. Links ist das Rechteckspektrum  $S(f)$  dargestellt. Auf der rechten Seite die zugehörige si-förmige Zeitfunktion  $s(t)$ .

gnalantworten einen Mindestabstand gleich der ersten Nullstelle bezüglich des Maximums aufweisen, das bedeutet, dass das Maximum der Impulsantwort eines Ziels in der Nullstelle der Impulsantwort eines zweiten Ziels liegt. Gehen wir von einem gepulsten Sendesignal  $s(t)$  mit endlicher Bandbreite  $B$  im äquivalenten Tiefpassbereich aus, können wir vereinfacht als Spektrum annehmen:

$$\mathcal{F}(s)(f) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t) e^{-j2\pi ft} dt = a_0 \operatorname{rect}\left(\frac{f}{B}\right) = S(f). \quad (1.2)$$

Durch eine inverse Fouriertransformation kann daraus das Zeitsignal unseres Modells bestimmt werden zu

$$s(t) = B a_0 \operatorname{si}(\pi B t). \quad (1.3)$$

Aus diesem Zusammenhang ist erkennbar, dass die Auflösung, definiert nach Rayleigh, nur von der Bandbreite des Signals abhängt, da die Nullstellen sich bei einem Vielfachen der reziproken Bandbreite befinden. Die Zeit und Frequenzfunktionen sind in Abbildung 1.2 dargestellt.

### Pulsspreizung

Zu Beginn der Radartechnik wurden sehr kurze Signale mit Hilfe von Funkeninduktoren erzeugt. Diese breitbandigen Pulse können jedoch nicht weiter verstärkt werden, da die Spannungsfestigkeit elektrischer Bauteile endlich ist [Coo60; KPDA60]. Aus diesem Grund wurde im Jahr 1949 ein Patent [Dar49] von Sidney Darlington veröffentlicht, welches vorschlägt, die Energie des Signals mit Hilfe dispersiver Filter frequenzabhängig zu verzögern. Dies führt zu einer Dehnung des Signals bei gleichbleibender Bandbreite und Energie. Nach dem Empfang kann das Signal durch ein dispersives Filter mit inverser Charakteristik wieder komprimiert werden. Solch ein dispersives Filter kann mittels SAW<sup>3</sup>-Filter realisiert werden.

Modelliert man ein dispersives Filter zur Pulsspreizung als folgende

### 1.1.2

<sup>3</sup>Surface Acoustic Wave

Übertragungsfunktion im äquivalenten Tiefpassbereich

$$H_s(f) = e^{j\varphi(f)} \quad (1.4)$$

$$t_g(f) = -\frac{1}{2\pi} \frac{d\varphi(f)}{df} \neq \text{konstant!} \quad (1.5)$$

erhalten wir ein System mit nicht konstanter Gruppenlaufzeit  $t_g(f)$ . In dieser Betrachtung gehen wir von einer linear frequenzabhängigen Gruppenlaufzeit aus. Diese können wir als

$$t_g(f) = D f \quad (1.6)$$

modellieren. Mit  $D$  als Parameter zur Gruppenlaufzeitdispersion, in der Folge als Dispersionsfaktor bezeichnet. Dieser Parameter beschreibt die Gruppenlaufzeit per Frequenz und hat demnach die Einheit s/Hz. Daraus folgt durch Integration der Gruppenlaufzeit  $t_g(f)$  nach 1.5 die Phase

$$\varphi(f) = -\pi D f^2 \quad (1.7)$$

wobei die Integrationskonstante willkürlich zu Null gesetzt wurde. Dies führt zu einer von Übertragungsfunktion

$$H_s(f) = e^{-j\pi D f^2}. \quad (1.8)$$

Das Spektrum des ausgesendeten Signals  $S_t(f)$  lässt sich dann mit dem Ausdruck

$$S_t(f) = S(f) H_s(f) \quad (1.9)$$

$$S_t(f) = a_0 \operatorname{rect}\left(\frac{f}{B}\right) e^{-j\pi D f^2} \quad (1.10)$$

beschreiben. Mittels inverser Fouriertransformation erhalten wir das Zeitsignal

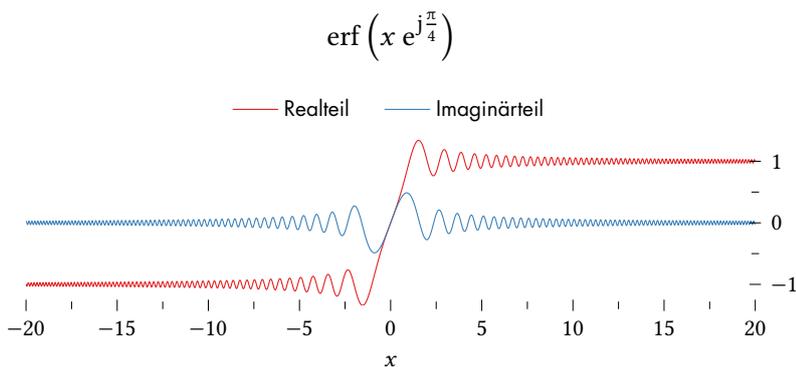
$$(\mathcal{F}^{-1}S_t)(t) = s_t(t) = \int_{-\infty}^{\infty} S_t(f) e^{j2\pi ft} df \quad (1.11)$$

$$= a_0 \int_{-\frac{B}{2}}^{\frac{B}{2}} e^{-j\pi D f^2} e^{j2\pi ft} df \quad (1.12)$$

$$= a_0 \int_{-\frac{B}{2}}^{\frac{B}{2}} e^{-j\pi(D f^2 - 2ft)} df \quad (1.13)$$

Diese Art von Integral

$$\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-\tau^2} d\tau \quad (1.14)$$

Abbildung 1.3: Komplexe Fehlerfunktion für das Argument  $x e^{j\frac{\pi}{4}}$ .

wird auch als Fehlerfunktion  $\operatorname{erf}$  bezeichnet für  $\tau \in \mathbb{C}$ . Dazu wird zunächst das Argument der komplexen Exponentialfunktion erweitert zu

$$-j\pi(Df^2 - 2ft) = -j\pi\left(D\left(f - \frac{t}{D}\right)^2 - \frac{t^2}{D}\right). \quad (1.15)$$

Dadurch lässt sich der Term  $-j\pi\frac{t^2}{D}$  mit der Exponentialfunktion vor das Integral ziehen. Das Integral vereinfacht sich zu

$$s_t(t) = a_0 e^{-j\pi\frac{t^2}{D}} \int_{-\frac{B}{2}}^{\frac{B}{2}} e^{-j\pi D\left(f - \frac{t}{D}\right)^2} df. \quad (1.16)$$

Mittels der Substitution  $\tau^2 = j\pi D\left(f - \frac{t}{D}\right)^2$  und  $\frac{d\tau}{df} = \sqrt{j\pi D} \rightarrow df = \frac{1}{\pi\sqrt{D}} e^{-j\frac{\pi}{4}}$  ergibt sich

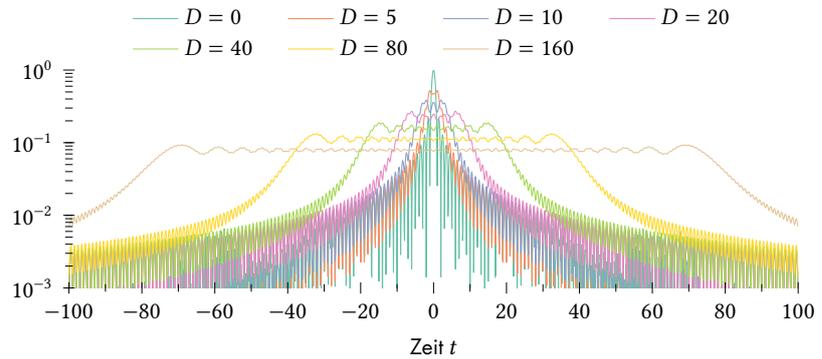
$$s_t(t) = \frac{a_0}{\pi\sqrt{D}} e^{-j\pi\frac{t^2}{D}} e^{-j\frac{\pi}{4}} \int_{-\sqrt{\pi D}\left(\frac{B}{2} + \frac{t}{D}\right)e^{j\frac{\pi}{4}}}^{\sqrt{\pi D}\left(\frac{B}{2} - \frac{t}{D}\right)e^{j\frac{\pi}{4}}} e^{-\tau^2} d\tau. \quad (1.17)$$

Dieses Integral lässt sich mit der Fehlerfunktion lösen zu

$$\begin{aligned} s_t(t) &= \frac{a_0}{2\sqrt{D}} e^{j\pi\frac{t^2}{D}} e^{-j\frac{\pi}{4}} \left( \operatorname{erf}\left(\sqrt{\pi D}\left(\frac{B}{2} - \frac{t}{D}\right)e^{j\frac{\pi}{4}}\right) + \operatorname{erf}\left(\sqrt{\pi D}\left(\frac{B}{2} + \frac{t}{D}\right)e^{j\frac{\pi}{4}}\right) \right) \\ &= \frac{a_0}{\sqrt{D}} e^{j\pi\frac{t^2}{D}} e^{-j\frac{\pi}{4}} \frac{1}{2} \left( \operatorname{erf}\left(\sqrt{\frac{\pi}{D}}\left(t + \frac{DB}{2}\right)e^{j\frac{\pi}{4}}\right) - \operatorname{erf}\left(\sqrt{\frac{\pi}{D}}\left(t - \frac{DB}{2}\right)e^{j\frac{\pi}{4}}\right) \right). \end{aligned} \quad (1.18)$$

Zunächst ist ersichtlich, dass im Zeitbereich auch ein Signal mit quadratischer Phase vorliegt. Diese ist mit dem negativen Reziprokwert des Dispersionsfaktor  $(-\frac{1}{D})$  gewichtet. Die komplexe Fehlerfunktion wird entlang der Winkelhalbierenden der komplexen Zahlenebene ausgewertet ( $\operatorname{erf}\left(x e^{j\frac{\pi}{2}}\right)$ ). Ein solcher Schnitt ist in Abbildung 1.3 dargestellt. Die komplexe Fehlerfunktion ist eine gerade Funktion für

Abbildung 1.4: Betrag des Signals aus Gleichung 1.18 für verschiedene Dispersionsfaktoren  $D$ .



die demnach  $\operatorname{erf}(-z) = -\operatorname{erf}(z)$  als auch  $\operatorname{erf}(z^*) = \operatorname{erf}^*(z)$  gilt. Diese Funktion ähnelt im Realteil einer Signum-Funktion, hat jedoch deutliche Überschwinger und einen nicht zu vernachlässigenden imaginären Anteil.

Betrachtet man die Differenz der Fehlerfunktionen, begrenzt diese die Funktion zeitlich im Bereich  $-\frac{DB}{2}$  bis  $\frac{DB}{2}$ . Diese Differenz ist für den Betragsverlauf der Zeitfunktion maßgeblich verantwortlich. Zusätzlich wird der Betrag mit dem Faktor  $-\frac{1}{\sqrt{D}}$  gedämpft. Abbildung 1.4 zeigt für verschiedene Dispersionsfaktoren  $D$  den Betrag der resultierenden Zeitfunktion. Für Dispersionsfaktoren gegen 0 entspricht das Signal natürlich dem ursprünglichen Puls. Je größer der Dispersionsfaktor ist, desto mehr nähert sich der Betrag des Signals einer um  $D^{-\frac{1}{2}}$  gedämpften Rechteckfunktion an.

Eine weitere, jedoch genäherte, Lösung des Integrals nach Gleichung 1.16 lässt sich mit Hilfe der Sattelpunktsnäherung<sup>4</sup> lösen zu

$$s_t(t) \approx a_0 \operatorname{rect}\left(\frac{t}{DB}\right) \frac{1}{\sqrt{D}} e^{-j\frac{\pi}{4}} e^{j\pi\frac{t^2}{D}}. \quad (1.19)$$

Vergleicht man die Lösung der Sattelpunktsnäherung mit der exakten Lösung, zeigt sich, dass die Fehlerfunktionen durch eine Rechteckfunktion genähert wurde. Der quadratische Phasenverlauf entspricht jedoch der exakten Lösung. Das Signal hat nun die zeitliche Länge  $DB$ . Außerdem wird die Amplitude des Signals mit  $\frac{1}{\sqrt{D}}$  gedämpft. Verstärker in der nachfolgenden Sendekette benötigen einen niedrigeren Kompressionspunkt im Vergleich zu einem Puls gleicher Bandbreite und Energie.

Wird dieses Signal ausgesendet und nach der Verzögerungszeit  $\Delta t$  empfangen, können wir nach dem Verschiebungstheorem der Fouriertransformation<sup>5</sup> das Empfangsspektrum  $S_r(f)$  ausdrücken als

$$S_r(f) = S_t(f) e^{-j2\pi(f+f_0)\Delta t} \quad (1.20)$$

$$S_r(f) = a_0 \operatorname{rect}\left(\frac{f}{B}\right) e^{-j\pi c f^2} e^{-j2\pi(f+f_0)\Delta t}. \quad (1.21)$$

Mittels *matched filter*, z.B. realisiert durch ein SAW Filter mit komplex konjugierter Charakteristik  $H_s^*$  lässt sich die Pulsdehnung rück-

<sup>4</sup>Die Sattelpunktsnäherung, auch Methode der stationären Phase genannt, wurde von Pierre Simon de Laplace zur asymptotischen Berechnung von Integralen der Form

$I = \lim_{N \rightarrow \infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-Nf(x)} dx$  entwickelt. Das

Integral der Form  $\int_{-\infty}^{\infty} g(x) e^{jkf(x)} dx$

kann mit der Methode der stationären Phase angenähert werden durch  $\sum_{x_0 \in X_0} g(x_0) e^{jkf(x_0) + \operatorname{sgn}(f''(x_0))j\pi/4} \sqrt{\frac{2\pi}{k|f''(x_0)|}}$  mit  $X_0$  als Menge der Punkte stationärer Phase.

<sup>5</sup> $(\mathcal{F}s(t - t_0))(f_b) = (\mathcal{F}s)(f_b) e^{-j2\pi f_b t_0}$ . Hierbei ist im äquivalenten Tiefpassbereich zu beachten dass  $f_b = f + f_0$  mit  $f_0$  als Mittenfrequenz gilt.

gängig machen. Dies nennt man Pulskompression. Durch Dehnung des Pulses kann die Energie des Pulses erhöht werden und somit ein besseres Signal-Rausch-Verhältnis (SNR) am Empfänger nach Pulskompression erreicht werden. Das *matched filter* entspricht auch dem optimalen Pulskompressionsfilter hinsichtlich des Signal-Rausch-Verhältnisses am Punkt  $\Delta t$ . Eine Herleitung dazu findet sich in Abschnitt 2.1.

Wie im vorhergehenden Abschnitt erwähnt, sinkt die Momentanleistung des Pulses mit der Pulsspreizung ab. Diese Eigenschaft kann dazu genutzt werden, Radarsysteme zu entwerfen, die bei gleicher Pulsenergie schwerer zu entdecken sind als konventionelle, gepulste Systeme. Solch ein Radarsystem wird in der Literatur als LPI<sup>6</sup>-Radar bezeichnet.

<sup>6</sup>engl. *Low Probability of Intercept*  
geringe Aufspürwahrscheinlichkeit

## Radar mit synthetischer Apertur

Das Radar mit synthetischer Apertur (SAR<sup>7</sup>) ist ein bildgebendes Radarverfahren, das ein hohes Auflösungsvermögen trotz kleiner realer Antennenapertur und demnach kleiner Antennenabmessung, ermöglicht. Dieses Verfahren wurde 1951 von Carl A. Wiley vorgeschlagen [Wil85] und im Jahr 1954 patentiert [Wil54]. Im Jahr 1957 konnte das erste luftgetragene Radar DOUSER mit synthetischer Apertur getestet werden. Daraus entstand später die Entwicklung des ersten Fernerkundungssatelliten SEASAT mit einem SAR-System, der im Juni 1978 seine Arbeit aufnahm. Seitdem ist die radarbasierte Bildgebung in der Fernerkundung unverzichtbar geworden.

Ein Radar mit synthetischer Apertur ordnet sich in die Kategorie der sogenannten Seitensichtradar-systeme ein. Das bedeutet, dass zusätzlich zur einfachen Entfernungsmessung ein laterales Auflösungsvermögen aufgrund der Bewegung des Radarsystems und der kohärenten Signalverarbeitung entsteht. Die laterale Auflösung wird in den nachfolgenden Kapiteln auch azimutale Auflösung genannt.

Das empfangene Signal kann allgemein nach der Geometrie in Abbildung 1.5 beschrieben werden als

$$s_r(r, t) = w(\mathbf{p}(t), \mathbf{p}_t) s(r - 2R(t, \mathbf{p}_t)) \quad (1.22)$$

$$\text{mit } R(t; \mathbf{p}_t) = |\mathbf{p}(t) - \mathbf{p}_t| \quad (1.23)$$

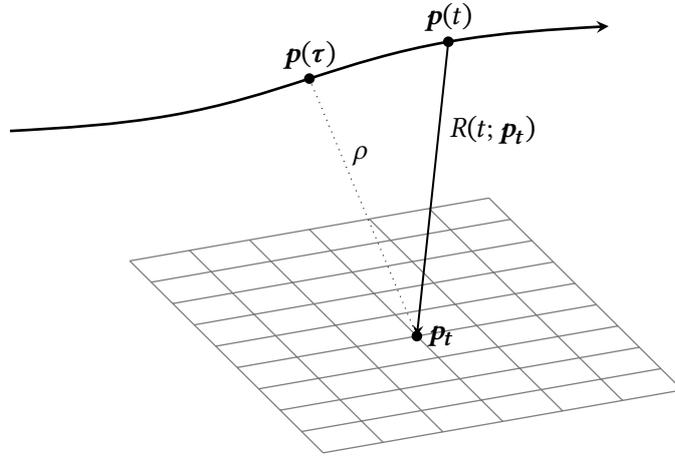
einer Aperturfunktion  $w$ , die der Ausdehnung der Antennenkeule des Messsystems entspricht, dem Sendesignal  $s$ , der zeitabhängigen Sensorposition  $\mathbf{p}(t)$  und der Zielposition  $\mathbf{p}_t$ . Das Koordinatensystem zur Rekonstruktion liegt in der Regel in der  $\tau$ - $\rho$ -Ebene. Dabei stellt  $\tau$  den Zeitpunkt des kürzesten Abstands  $\rho$  zum Ziel dar.

In den folgenden Abschnitten wird eine Betrachtung des Auflösungsvermögens eines Radars mit synthetischer Apertur betrachtet. Dabei wird die Geometrie auf eine lineare Trajektorie vereinfacht.

## 1.2

<sup>7</sup>engl. *Synthetic Aperture Radar* für Radar mit synthetischer Apertur. Kohärentes Seitensichtradar mit hoher Auflösung durch Bildung einer synthetischen Apertur aus der Sensorbewegung.

Abbildung 1.5: Allgemeine SAR Geometrie: Eingezeichnet ist die Position  $\mathbf{p}(t)$  auf einer beliebige Trajektorie zum Zeitpunkt  $t$  und der zugehörige Abstand  $R(t; \mathbf{p}_t)$ . Zusätzlich ist die Position des Radars  $\mathbf{p}(\tau)$  zum Zeitpunkt  $\tau(\mathbf{p}_t)$  des kürzesten Abstands  $\rho$  zum Ziel an Position  $\mathbf{p}_t$  eingetragen.



### 1.2.1 Auflösung in lateraler Richtung

Zur Bestimmung der Auflösung in lateraler Richtung muss die Aufnahmegeometrie näher betrachtet werden. Dazu gehen wir zunächst von einer einfachen monostatischen Konfiguration mit linearer Trajektorie aus. Da wir auch von einer konstanten Geschwindigkeit ausgehen, kann der zeitliche Parameter  $t$  aus der allgemeinen monostatischen Geometrie in Abbildung 1.5 zu einem Ortsparameter  $x$  vereinfacht werden.

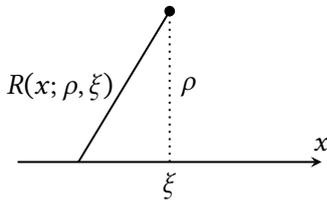


Abbildung 1.6: Monostatische SAR Geometrie mit linearer Trajektorie. Dabei stellt  $\rho$  den kürzesten Abstand am Punkt  $\xi$  entlang  $x$  dar.

Die Abhängigkeit zwischen Sende- und Empfangssignal für ein Ziel kann nach Abbildung 1.6 beschriebener Geometrie mit Hilfe des Abstandsverlaufs  $R(x)$  entlang der synthetischen Aperturlänge  $L$  beschrieben werden.

$$s_r(r, x; \rho, \xi) = w\left(\frac{x-\xi}{L}\right) s(r - 2R(x; \rho, \xi)) \tag{1.24}$$

$$R(x; \rho, \xi) = \sqrt{(x - \xi)^2 + \rho^2} \tag{1.25}$$

Dabei stellt  $w\left(\frac{x-\xi}{L}\right)$  eine differenzierbare Aperturfensterfunktion dar, die das Signal über  $x$  auf die Länge  $L$  beschränkt. Das bedeutet, die Antennenkeule beschränkt die Apertur und das Ziel ist nur auf einem Abschnitt der Länge  $L$  für das Radarsystem sichtbar. Der Parameter  $\rho$  beschreibt den Abstand zum Ziel am Punkt  $\xi$  des kürzesten Abstands auf der linearen Trajektorie. Mit diesen Parametern ist die Position des Ziels festgelegt.

Für die Betrachtung der Auflösung wird die Bandbreite des Signals  $s_r(r, x)$  bestimmt. Dazu wird  $s_r(r, x)$  durch eine zweidimensionale Fouriertransformation von  $r \rightarrow k_r$  und  $x \rightarrow k_x$  transformiert durch das Doppelintegral

$$S_r(k_r, k_x) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} w\left(\frac{x-\xi}{L}\right) s(r - 2R(x; \rho, \xi)) e^{-jk_r r} e^{-jk_x x} dx \quad (1.26)$$

$$S_r(k_r, k_x) = \int_{-\infty}^{\infty} w\left(\frac{x-\xi}{L}\right) (\mathcal{F}s)(k_r) e^{-j2k_r R(x-\xi)} e^{-jk_x x} dx \quad (1.27)$$

$$= (\mathcal{F}s)(k_r) \int_{-\infty}^{\infty} w\left(\frac{x-\xi}{L}\right) e^{-j2k_r R(x-\xi)} e^{-jk_x x} dx. \quad (1.28)$$

Mit der Methode der stationären Phase<sup>8</sup> kann das Integral über  $\xi$  gut genähert werden durch

$$S_r(k_r, k_x) \approx S(k_r) \sqrt{\frac{8\pi\rho k_r^2}{(4k_r^2 - k_x^2)^{\frac{3}{2}}}} w\left(\frac{k_x \rho}{L\sqrt{4k_r^2 - k_x^2}}\right) e^{-j(\rho\sqrt{4k_r^2 - k_x^2} + k_x \xi + \pi/4)} \quad (1.29)$$

mit dem bekannten Sendesignalspektrum

$$(\mathcal{F}s)(k_r) = S(k_r). \quad (1.30)$$

Die Bandbreitenbegrenzung, und dadurch auch die Auflösung, in  $k_x$ -Richtung wird durch die Aperturfunktion  $w$  bestimmt. Dabei kann die Bandbreitengrenzwellenzahl  $k_{x,g}$  für die Wellenlänge  $\lambda$  bestimmen als:

$$\frac{1}{2} = \left| \frac{k_{x,g} \rho}{L\sqrt{\frac{8\pi}{\lambda^2} - k_{x,g}^2}} \right| \quad (1.31)$$

$$\rightarrow k_{x,g} = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{L}{\sqrt{\frac{L^2}{4} + \rho^2}}. \quad (1.32)$$

Drücken wir die Länge der Apertur durch den eingeschlossenen Betrachtungswinkel  $\alpha$  aus, dies entspricht dem Öffnungswinkel der Antenne (siehe Abbildung 1.7), erhalten wir

$$\frac{L}{\sqrt{\frac{L^2}{4} + \rho^2}} = 2 \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) \quad (1.33)$$

$$\rightarrow k_{x,g} = 2 \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) \frac{2\pi}{\lambda}. \quad (1.34)$$

Daraus folgt für die laterale Auflösung

$$\delta_{lat} = \frac{2\pi}{2k_{x,g}} = \frac{\lambda}{4 \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)}. \quad (1.35)$$

<sup>8</sup>Das Integral der Form

$\int_{-\infty}^{\infty} g(x) e^{jkf(x)} dx$  kann mit der Methode der stationären Phase angenähert werden durch  $\sum_{x_0 \in X_0} g(x_0) e^{jkf(x_0) + \text{sgn}(f''(x_0))j\pi/4} \sqrt{\frac{2\pi}{|k|f''(x_0)}}$  mit den Punkten stationärer Phase  $X_0$ .

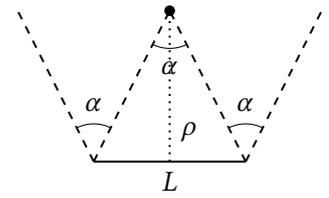


Abbildung 1.7: Geometrie der synthetischen Apertur.

Aus dieser Gleichung lässt sich die maximal mögliche Auflösung, für einen Antennenöffnungswinkel  $\alpha$  von  $180^\circ$  und damit  $L \rightarrow \infty$ ,  $\delta_{lat,max} = \frac{\lambda}{4}$  ablesen. Weiterhin lässt sich daraus schlussfolgern, dass bei einer seitlich zur Bewegungsrichtung ausgerichteten Antenne die Auflösung unabhängig von der Entfernung ist. Je kleiner die Apertur der realen Antenne ist, desto größer ist die synthetische Apertur und die Auflösung. Dies bedeutet jedoch auch, dass bei steigender synthetischer Apertur die Bandbreite des Signals in  $k_x$  steigt. Die Abtastrate in  $x$ -Richtung entspricht der Pulswiederholrate die nicht beliebig gesteigert werden kann. Die Beschränkung<sup>9</sup> der Pulswiederholrate limitiert die Auflösung in real existierenden Systemen. Diese SAR-Konfiguration wird auch *Stripmap*-Modus genannt.

<sup>9</sup>Aufgrund der Pulssteuerung (Pulsbreite, Aufnahmezeit etc.) und Entfernungsmehrdeutigkeiten (Pulse können nicht mehr eindeutig einem Sendepuls zugeordnet werden).

Wird die Antenne hingegen während der Aufnahme geschwenkt, kann diese Vereinfachung nicht angewendet werden. Abhängig vom Schwenkverfahren kann damit die Auflösung durch Verlängerung der synthetischen Apertur verfeinert werden. Dadurch wird die Momentanbandbreite in  $k_x$  nicht erhöht, da diese nur von der realen Antennenkeulenbreite abhängt. Dadurch erhält man bei geringerer Szenenausdehnung eine höhere Auflösung bei gleicher realer Antennenkeulenbreite verglichen zum *Stripmap*-Modus. Dieser Modus wird in der Literatur *Spotlight*-Modus genannt.

### 1.2.2 Prozessierungsalgorithmen

Im vorherigen Unterkapitel wurde das Punktzielspektrum für nur ein Ziel hergeleitet, um die erreichbare Auflösung mithilfe der synthetischen Apertur abzuschätzen. Für eine Rekonstruktion mehrerer Ziele ist somit auch die Überlagerung mehrerer Zielantworten zu beschreiben. Dazu schreiben wir das Szenenspektrum  $S_s$  als Überlagerungsintegral der mit der komplexen Radarhelligkeit  $I$  gewichteten Punktzielspektren in der  $\xi$ - $\rho$ -Ebene auf als

$$S_s(k_r, k_x) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} S_r(k_r, k_x; \rho, \xi) I(\rho, \xi) d\rho d\xi \quad (1.36)$$

Dieses Szenenspektrum ist die Grundlage für die Herleitung geeigneter Rekonstruktionsalgorithmen. Ziel dieser Algorithmen ist die Rekonstruktion der Radarhelligkeit  $I$ .

#### 1.2.2.1 $\omega$ -k-Prozessor

Der  $\omega$ -k-Prozessor, in der Literatur [CNW03] oftmals auch als Range-Migration-Processor bezeichnet, ist ein Frequenzbereichsprozessor, der durch eine geeignete Substitution sehr leicht aus dem Szenenintegral hergeleitet werden kann. Diese Substitution wird in der Implementierung als Interpolation im Frequenzbereich des Szenenspektrums

durchgeführt und ist dadurch sehr effizient. Dieser Prozessierungsalgorithmus wurde von Cafforio, Prati und Rocca 1991 in [CPR91] vorgestellt.

Für die folgende Herleitung wird die Entfernungsunabhängigkeit der Aperturfensterfunktion angenommen. Des Weiteren werden zwei Amplitudenterme zur Vereinfachung beschrieben als:

$$A(k_r, k_x) = \sqrt{\frac{8\pi k_r^2}{(4k_r^2 - k_x^2)^{\frac{3}{2}}}} e^{-j\frac{\pi}{4}} \quad (1.37)$$

$$B(\rho) = \sqrt{\rho}. \quad (1.38)$$

Für das Szenenspektrum kann dann geschrieben werden:

$$S_s(k_r, k_x) = S(k_r) w(k_r, k_x) A(k_r, k_x) \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} B(\rho) I(\rho, \xi) e^{-j(\rho\sqrt{4k_r^2 - k_x^2} + k_x\xi)} d\rho d\xi \quad (1.39)$$

In dieser Gleichung lässt sich die Idee des  $\omega$ - $k$ -Prozessors schon erkennen. Die Integrale zusammen mit der komplexen Exponentialfunktion ergeben eine zweidimensionale Fouriertransformation der Helligkeitswerte von  $\rho$  nach  $\sqrt{4k_r^2 - k_x^2}$  und  $\xi$  nach  $k_x$ . Das bedeutet umgekehrt, dass durch Interpolation des Szenenspektrums vom  $k_r$  in den  $\sqrt{4k_r^2 - k_x^2}$ -Raum und anschließender inverser Fouriertransformation die gewünschte Helligkeitsverteilung  $I$  vorliegt. Aus dieser Substitution folgt:

$$k_\rho = \sqrt{4k_r^2 - k_x^2} \quad (1.40)$$

$$\rightarrow k_r = \frac{1}{2}\sqrt{k_\rho^2 + k_x^2} \quad (1.41)$$

$$S_s\left(\frac{1}{2}\sqrt{k_\rho^2 + k_x^2}, k_x\right) = S(k_r) w\left(\frac{1}{2}\sqrt{k_\rho^2 + k_x^2}, k_x\right) A\left(\frac{1}{2}\sqrt{k_\rho^2 + k_x^2}, k_x\right) \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} B(\rho) I(\rho, \xi) e^{-j(k_\rho\rho + k_x\xi)} d\rho d\xi \quad (1.42)$$

Diese Interpolation wird auch als *Stolt-Interpolation* oder *Stolt-Mapping* bezeichnet. Durch eine inverse Fouriertransformation des Spektrums lässt sich dann die Ortsverteilung der Radarahelligkeiten bestimmen. Die Aperturbelegungen  $A$  und  $w$  können entweder über ein inverses Filter bereinigt werden, das zu einer optimalen Punktzielantwort durch Equalisierung des Spektrums führt, oder SNR-optimal

durch Multiplikation mit den konjugiert-komplexen Aperturanteilen als *matched filter* implementiert wird. Im Ortsbereich kann dann über  $\rho$  eine Amplitudenanpassung den wurzelförmigen Verlauf entfernen.

Ein weiterer Frequenzbereichsprozessor, der die Transformation des Szenenspektrums auf eine andere Art löst, ist der im ZESS entwickelte SIFT-Prozessor (Scaled Inverse Fourier Transform) [LHS98; Hei98]. Durch den SIFT-Operator wird das Spektrum des Szenensignals mittels einer Chirp-Multiplikation, darauf folgender Faltung und einer weiteren Chirp-Multiplikation  $k_x$ -abhängig skaliert und in den fokussierten Bildbereich zurücktransformiert. Dadurch wird die Interpolation im Frequenzbereich mittels Multiplikation und Faltung mit einem frequenzmodulierten Signal realisiert.

### 1.2.2.2 Rückprojektionsprozessor

Des Weiteren ist es möglich die Rekonstruktion der Radarhelligkeitsverteilung mithilfe eines Rückprojektionsprozessors im Zeitbereich zu berechnen. Frequenzbereichsprozessoren, wie der im vorherigen Abschnitt beschriebene  $\omega$ - $k$ -Algorithmus, sind im Allgemeinen immer eine Lösung, die zu einer speziellen Aufnahmegeometrie korrespondiert. Der einfachste Fall hierbei ist die lineare Trajektorie, die auch hier bei der Herleitung des Szenenspektrums angenommen wurde. Der Abstandsverlauf unterliegt dabei einem Modell mit wenigen Parametern, die auch im Frequenzbereich darstellbar sind. Dies ist bei Verwendung beliebiger Trajektorien nicht der Fall. Das Problem wird zeitvariant und ist im Frequenzbereich alleine – ohne hinreichende Verwendung von Subaperturen entlang der Bewegungsrichtung – nicht mehr lösbar. Der Rückprojektionsprozessor arbeitet nur im Zeitbereich und ist deshalb bei genau solch komplexeren, zeitvarianten Aufnahmegeometrien gut einsetzbar.

Die Idee des Rückprojektionsprozessors liegt in der Maximierung der Signalenergie für jedes mögliche Ziel. Dazu wird für das zu rekonstruierende Ziel, für jeden Puls, der zum Ziel zugehörige Signalanteil integriert. Das Szenenempfangssignal kann, analog zum empfangenen Szenenspektrum, als Überlagerungsintegral aller Ziele geschrieben werden als

$$s_s(r, x) = \int_{-\infty-\infty}^{\infty} \int_{-\infty-\infty}^{\infty} I(\rho_i, \xi_i) s_r(r, x; \rho_i, \xi_i) d\rho_i d\xi_i. \quad (1.43)$$

Für eine lineare Trajektorie entspricht diese Integration einer zirkularen Radontransformation, die es zu invertieren gilt [RN01].

Integriert man für jedes potentielle Ziel an der Position  $(\rho, \xi)$  das

Szenensignal  $s_s(r, x)$ , erhält man das rekonstruierte Szenensignal

$$\hat{I}(\rho, \xi) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} s_s(r, x) \delta(r - 2R(x; \rho, \xi)) dr dx \quad (1.44)$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} s_s(2R(x; \rho, \xi), x) dx. \quad (1.45)$$

Setzt man nun das Szenensignal nach Gleichung 1.43 ein

$$\begin{aligned} \hat{I}(\rho, \xi) &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} I(\rho_i, \xi_i) w(x; \rho_i, \xi_i) s(2R(x; \rho, \xi), x) - 2R(x; \rho_i, \xi_i) d\rho_i d\xi_i dx \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} I(\rho_i, \xi_i) \int_{-\infty}^{\infty} w(x; \rho_i, \xi_i) s(2R(x; \rho, \xi), x) - 2R(x; \rho_i, \xi_i) dx d\rho_i d\xi_i. \end{aligned} \quad (1.46)$$

und geht davon aus, dass es sich beim Sendesignal nach Kompression um ein Impulssignal handelt, ist erkennbar, dass das Integral über  $x$  nur dann einen signifikanten Beitrag liefert, wenn  $\xi = \xi_i$  sowie  $\rho = \rho_i$  ist.

Der Abstandsverlauf  $R$  kann bei diesem Prozessor eine beliebige Funktion  $R(x; \rho, \xi)$  sein, und ist somit für bistatische Konfigurationen oder nichtlineare Trajektorien geeignet. Ein Nachteil liegt jedoch in der Prozessierungszeit. Da für jedes Ziel alle Pulse einzeln integriert werden müssen, ist die Laufzeit vom Produkt der Anzahl zu rekonstruierender Ziele mit der Anzahl der Pulse abhängig. Diese Integration kann bei Frequenzbereichsprozessoren aufgrund schneller Fouriertransformationalgorithmen (FFT) mit einer Komplexität  $O(N \log N)$  deutlich effizienter berechnet werden.

### Bistatisches Radar mit synthetischer Apertur

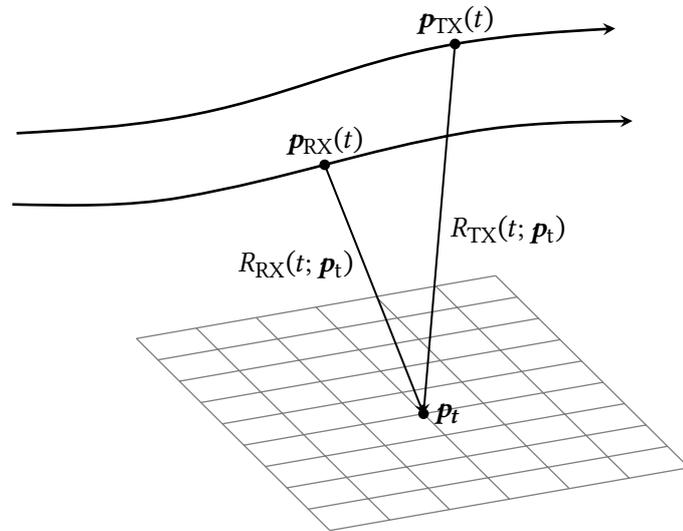
### 1.2.3

Bei bistatischen Radarsystemen sind Sender und Empfänger örtlich separiert. Dies bedeutet für bistatisches Radar mit synthetischer Apertur, dass auch die Trajektorien unterschiedlicher Natur sein können. Viele Vereinfachungen, die bei monostatischen Aufnahmegeometrien gelten, können hier im Allgemeinen nicht angewendet werden.

Abbildung 1.8 zeigt diese bistatische Geometrie mit der zeitabhängigen Position des Senders  $\mathbf{p}_{\text{TX}}(t)$  und Empfängers  $\mathbf{p}_{\text{RX}}(t)$ . Die bistatische Entfernung setzt sich dann aus den einzelnen Anteilen von Sender  $R_{\text{RX}}$  und Empfänger  $R_{\text{TX}}$  zusammen.

In Sonderfällen ergeben sich Vereinfachungen, wenn Sender und Empfänger den gleichen Geschwindigkeitsvektor aufweisen und nur

Abbildung 1.8: Allgemeine bistatische SAR Geometrie



einer relativen Verschiebung zueinander unterliegen. Solche Aufnahmegeometrien werden dann auch als quasi-monostatische Probleme bezeichnet.

Am Zentrum für Sensorsysteme beschäftigt man sich seit 2004 mit dem Thema des bistatischen Radars. Dabei entstanden einige Arbeiten in der Signalmodellbildung [LNPk03; Lof04; LNPk04] als auch Prozessorenentwicklung [LNN+06]. In Kooperation mit dem Fraunhofer Institut für Hochfrequenzsensorik und Radartechnik (Fraunhofer FHR) wurde zu diesem Forschungsgebiet ein gemeinsamer DFG-Paketantrag (Bistatic Exploration) beantragt und genehmigt [End03; EKW+06]. In der Folge konnten gemeinsame Experimente mit verschiedenen bistatischen Konstellationen durchgeführt und verarbeitet werden [WEK+06; WEB+10]. Neben der eigentlichen SAR-Signalverarbeitung umfassten diese Arbeiten auch die Synchronisierung der unterschiedlichen Teilsysteme [EWK+08].

### 1.2.3.1 Bistatisches Radarkoordinatensystem

Für monostatische Aufnahmegeometrien wird die Rekonstruktion der Ziele in einem zweidimensionalen Koordinatensystem über die Entfernung zum kürzesten Abstand  $\rho$  und der zugehörigen Zeit  $\tau$  als Parameter entlang der Trajektorie durchgeführt, siehe Abschnitt 1.2. Analog zu dieser Definition, ein für SAR geeignetes Rekonstruktionskoordinatensystem zu finden, kann auch für bistatische Aufnahmegeometrien eine ähnliche Definition gefunden werden.

In [LNPk04] wurde vorgeschlagen, die Geometrie bezogen auf Sender und Empfänger bzw. dessen Abstandsvektor auszudrücken. Für lineare Trajektorien von Sender- und Empfänger mit unterschiedlichen Geschwindigkeitsvektoren lässt sich das bistatische Punktzielspektrum bestimmen, welches aus einem quasi monostatischen und einem

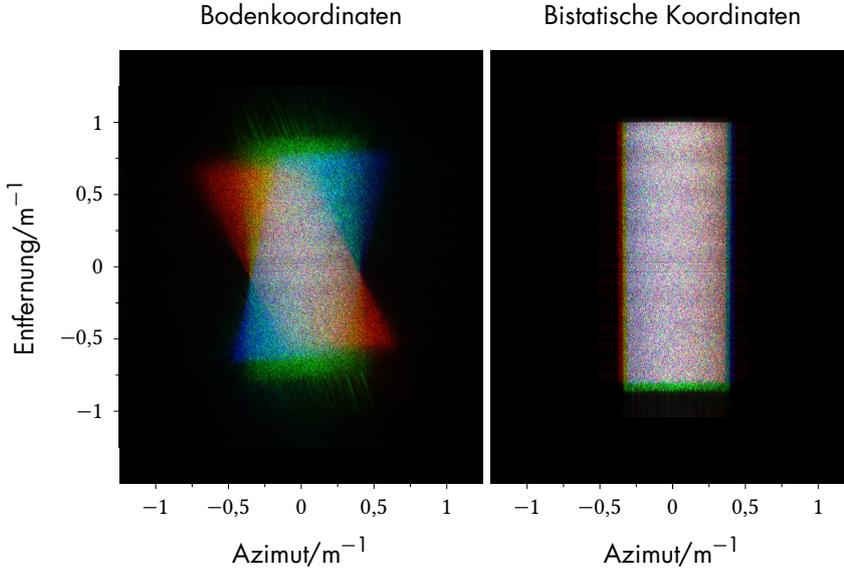


Abbildung 1.9: Betragsspektrum aus drei Bereichen eines prozessierten SAR-Bildes kodiert in die drei Farbkanäle Rot, Grün und Blau. Die linke Seite zeigt die Spektren aus einem in Bodenkoordinaten prozessierten Ergebnis, hingegen die rechte Seite die Spektren der selben Bereiche aus einem in Radarkoordinaten prozessierten Bild darstellt.

bistatischen (Deformations-) Phasenterm besteht. Diese Gleichungen werden auch als *Loffelds Bistatic Formula* (LBF) bezeichnet.

Für die Experimente im HITCHHIKER-Projekt mit einem stationären Empfänger wurde ein anderer Ansatz als bistatisches Koordinatensystem gewählt. Auch im bistatischen Fall werden einzelne Entfernungprofile über Zeit aufgenommen, weshalb die primären Messparameter Zeit und Entfernung sind. Somit kann auch hier der kürzeste Abstand  $\rho$  als Referenzentfernung dienen und die entsprechende Zeit  $\tau$  als Parameter entlang der Bewegungskomponente. Dabei entspricht  $\tau$  allen Zeitpunkte  $t$  für die gilt  $\frac{dR(t; \mathbf{p}_t)}{dt} = 0$  und

$$\tau \in \left\{ t \mid \frac{dR(t; \mathbf{p}_t)}{dt} = 0 \right\} \quad (1.47)$$

$$\rho = R(\tau; \mathbf{p}_t) \quad (1.48)$$

mit

$$R(t; \mathbf{p}_t) = |\mathbf{p}_{\text{TX}} - \mathbf{p}_t|_2 + |\mathbf{p}_{\text{RX}} - \mathbf{p}_t|_2 \quad (1.49)$$

$$= R_{\text{TX}}(t; \mathbf{p}_t) + R_{\text{RX}}(t; \mathbf{p}_t) \quad (1.50)$$

und den Positionen des Senders  $\mathbf{p}_{\text{TX}}(t)$  und Empfängers  $\mathbf{p}_{\text{RX}}(t)$ . Dabei entspricht  $\tau$  dem Zeitpunkt der minimalen bistatischen Entfernung zu einem Ziel an Position  $\mathbf{p}_t$  sowie  $\rho$  zugehörige bistatische Entfernung zu diesem Zeitpunkt.

Vergleicht man die Spektren einzelner Ziele innerhalb eines rekonstruierten SAR-Bildes, erstellt in diesem bistatischen Koordinatensystem, gegeben durch die Parameter  $\rho$  und  $\tau$ , mit den Spektren der gleichen Ziele in einem in Bodenkoordinaten rekonstruierten Bildes (siehe Abbildung 1.9), werden letztgenannte im Spektralbereich je nach Position gesichert abgebildet. Die Punktzielantwort ist also im fokussierten

Bild positionsabhängig. Im bistatischen Koordinatensystem ist dies nicht der Fall. Es kann von einer gleichen Punktzielantwort im gesamten Rekonstruktionsfeld ausgegangen werden. Dies vereinfacht die weitere Verarbeitung durch Filterung, z.B. Anwendung von Fensterfunktionen zur Nebenkeulenunterdrückung. Eine Geolokalisierung der Ziele, und Abbildung in ein geodetisches Koordinatensystem sind aber weiterhin möglich.

Abbildung 1.10 zeigt ein bistatisches SAR-Bild aufgenommen mit dem HITCHHIKER-Empfänger, siehe Abschnitt 1.3, in Zusammenarbeit mit dem Radarsatellit TerraSAR-X des Deutschen Zentrums für Luft- und Raumfahrt (DLR) in einer Public-Private-Partnership mit der Airbus Defence and Space GmbH. Der Radarsatelliten TerraSAR-X bildet hierbei die Sendeeinheit in einem Orbit in ca. 500 km Höhe. Das HITCHHIKER-Empfangssystem ist stationär am Boden aufgebaut. Die Daten wurden im oberen Bild in Bodenkoordinaten verarbeitet. Im unteren Bild wurde das bistatische Koordinatensystem verwendet.

### 1.3 Das HITCHHIKER Projekt

Das Zentrum für Sensorsysteme NRW (ZESS) beschäftigt sich seit Mitte der 90er Jahre mit der Signalverarbeitung von Radardaten [Lof90a]. Die dabei verwendeten Daten basierten jedoch auf Experimentalsystemen anderer Forschungsinstitute wie dem Deutschen Zentrum für Luft- und Raumfahrt (DLR) oder dem Fraunhofer FHR. Im Jahr 2009 entwickelte man eigene Radarsensorik, um eigenständig Experimente durchzuführen. Da für die Bildung einer synthetischen Apertur eine bewegte Plattform notwendig ist, entschied man sich einen passiven Ansatz zu wählen. Es wurde deshalb zunächst ein Radarempfangssystem entwickelt, welches in der Lage ist, die Signale eines vorhandenen, bewegten Radarsenders aufzuzeichnen. Aufgrund der guten Zusammenarbeit mit dem Fraunhofer FHR im Bereich des bistatischen SARs, begann man zunächst mit dessen Unterstützung einen Radarempfänger zu entwickeln, der stationär am Boden betrieben werden kann [BR10].

#### 1.3.1 Der Empfänger

Aufgrund der vorhergehenden Arbeiten im Bereich der bistatischen Radarsignalverarbeitung mit synthetischer Apertur und der dadurch gewonnenen Erfahrung in der Entwicklung von Signalverarbeitungsalgorithmen wurde zunächst ein X-Band-Radarempfangssystem entwickelt, das die Radarsignale des deutschen Radarsatelliten TerraSAR-X des Deutschen Zentrums für Luft- und Raumfahrt empfangen und aufnehmen konnte. Dadurch ließen sich bistatische Experimente mit stationärem Empfangssystem durchführen. Diese Experimente ähneln

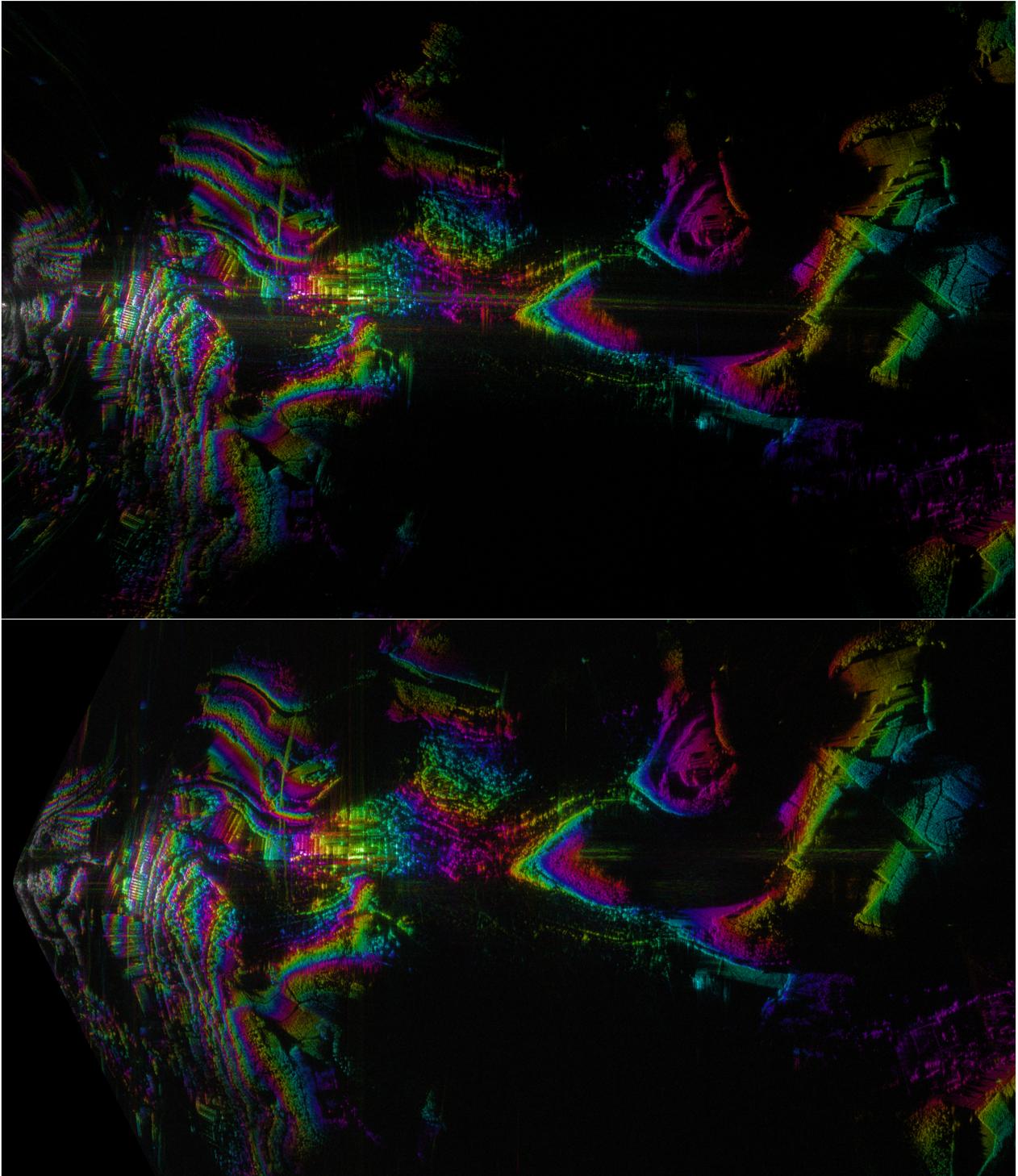
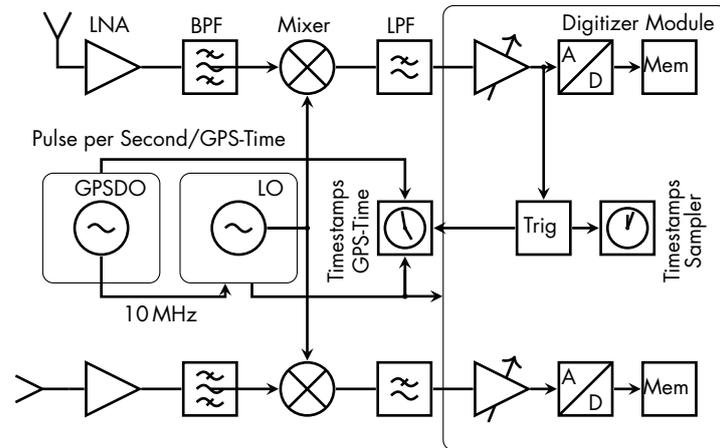


Abbildung 1.10: Bistatische Radaraufnahme mit synthetischer Apertur in Bodenkoordinaten (oben) und Radarkoordinaten (unten) vom 11. August 2011. Dieses Bild zeigt Dreis-Tiefenbach, aufgenommen vom Campus Adolf-Reichwein-Straße der Universität Siegen mit dem HITCHHIKER-Empfangssystem und TerraSAR-X als Sendesystem bei einer Mittenfrequenz von 9,65 GHz und einer Bandbreite von 300 MHz. Die Bewegungsrichtung des Satelliten liegt auf der vertikalen Bildachse, hingegen die Entfernungsrichtung der horizontalen Bildachse entspricht. Die Farbe repräsentiert die interferometrische Phase, die durch eine vertikale Baseline von 90 cm am Empfangssystem erzeugt wurde.

Abbildung 1.11: Blockschaltbild des Vierkanalempfängers HITCHHIKER. Zur Übersicht wurde nur der Direktkanal (oberer Bereich) und ein Reflexionskanal dargestellt (unterer Bereich).



in ihrer Struktur den bistatischen Experimenten des Fraunhofer FHRs nach [Bal05] und der Politechnischen Universität Catalunya (UPC) [LDM+10; BLM+10].

Der Radarsatellit TerraSAR-X wurde in einer Public-Private-Partnership von Airbus Defence and Space zusammen mit dem DLR entwickelt und im Juni 2007 mit einer Dnepr Rakete in den Orbit auf eine Höhe von 514 km geschossen. An Bord befindet sich ein X-Band-Radarsystem mit einer Bandbreite von 300 MHz. Seit Januar 2008 liefert dieses Satellitensystem im hochauflösten *Sliding-Spotlight*-Modus Radarbilder mit einer Auflösung von 0,5 m. Zusammen mit dem Schwestersatellitensystem TanDEM-X wurde ein globales Höhenmodell der Erde mittels Radarinterferometrie erzeugt. Auch dieser Satellit kann mit dem am ZESS entwickelten Radarempfänger genutzt werden.

Begonnen wurde 2009 mit einem Zweikanalsystem. Dieses System wurde in Zusammenarbeit mit dem Fraunhofer FHR aufgebaut und getestet. Auf Basis dieser ersten Tests wurde darauf folgend ein Vierkanalsystem entwickelt. Dabei wurde besonders auf Zeit- und Frequenzsynchronisation mittels GPS Wert gelegt.

Dieses Empfangssystem besteht aus vier identisch aufgebauten Superheterodynempfängern mit einer Mittenfrequenz von 9,65 GHz und einer Bandbreite von 500 MHz. Ein Blockdiagramm zweier Empfangskanäle findet sich in Abbildung 1.11.

Das Empfangssignal wird – bei Nutzung der maximalen Empfängerbandbreite – auf eine Zwischenfrequenz von 250 MHz umgesetzt und mit einem schnellen Abtastsystem abgetastet. Dabei kann die Abtastrate zwischen 1 GS/s und 8 GS/s gewählt werden. Technisch sind auch kleinere Abtastraten möglich, falls die Bandbreite des abgetasteten Signals es ermöglicht.

Aufgrund der endlichen Flankensteilheit der Bandpassfilter kann je nach Anwendung nicht die gesamte Bandbreite von 500 MHz bei einer Abtastrate von 1 GS/s genutzt werden, da Aliasing-Effekte auftreten können. Für eine Unterdrückung von 20 dB der Aliasing-Mehrdeutig-

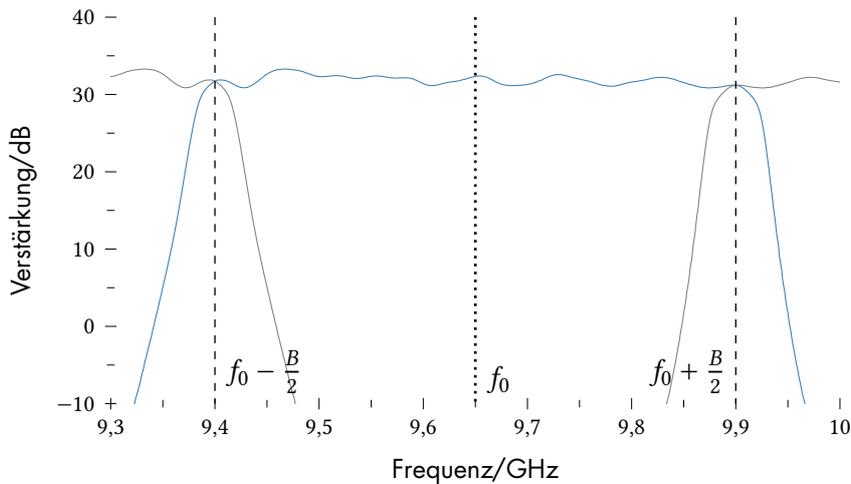


Abbildung 1.12: Betrag der Übertragungsfunktion des ersten Kanals des HITCHHIKER-Empfangssystems. Die gepunktete Linie stellt die Mittenfrequenz  $f_0$  des Systems dar. Die Bandbreite  $B$  von 500 MHz wird als gestrichelte Linie dargestellt. In grau ist die mehrdeutige Übertragungsfunktion bei einer Abtastrate von 1 GS/s aufgetragen um den störungsfreien Frequenzbereich darzustellen.

keiten können max. 450 MHz genutzt werden (siehe Abbildung 1.12). Dies muss insbesondere bei der Verarbeitung von Radardaten mit stochastischer Wellenform beachtet werden, da in diesem Fall Pulskompressionsfilter<sup>10</sup> verwendet werden, die auf diese Form von Störung sehr sensibel reagieren können.

Ein einzelner Empfangskanal hat einen Verstärkungsfaktor von 32 dB und wird zusammen mit einer 20 dBi-Hornantennen betrieben. Die Verstärkung lässt sich an der Übertragungsfunktion des ersten Kanals in Abbildung 1.12 ablesen.

Zur Synchronisierung erzeugt ein GPSDO<sup>11</sup> ein GPS<sup>12</sup>-synchrones 10 MHz-Signal mit dem der bei 9,4 GHz laufende, zentrale Lokaloszillator und das Abtastsystem synchronisiert werden. Zusätzlich zum internen Zeitstempel des Abtastsystems wurde ein GPS-synchronisierter Zeitstempelgenerator entwickelt damit die Pulsankunftszeiten des Direktsignals genau bestimmt werden können. Dieser Zeitstempelgenerator ist mit dem 10 MHz-Signal des GPSDO synchronisiert und nutzt den Sekundenpuls (PPS, Pulse-per-Second) des GPSDO zur Zählung der Sekunden bezüglich einer absoluten Zeitreferenz. Durch dieses Synchronisationskonzept kann zu jedem Puls eine absolute Zeit bestimmt werden und somit eine Synchronisation zwischen den Positionsdaten der bistatischen Plattformen hergestellt werden. Weitere Informationen zur Synchronisation sind in [BRNL14] veröffentlicht.

Da dieser Radarempfänger ein bereits vorhandenes Sendesystem nutzt, wurde dieses System und das daraus folgende Projekt HITCHHIKER genannt. Abbildung 1.10 zeigt eine bistatische Aufnahme mit TerraSAR-X als Sender, prozessiert in bistatischen Radarkoordinaten und Bodenkoordinaten. Die vertikale Bildachse entspricht der Aufnahmezeit bzw. Position des Senders entlang der Trajektorie, hingegen die horizontale Bildachse der bistatische Entfernung zum Ziel zum Zeitpunkt kürzesten Abstands entspricht, siehe Abschnitt 1.2.3.1. Die Farbe zeigt die interferometrische Phase, die durch einen vertikalen

<sup>10</sup>Weitere Informationen zum Thema Pulskompressionsverfahren, insbesondere des Wiener-Entfaltungsfilters, finden sich in Kapitel 2.

<sup>11</sup>engl. *GPS Disciplined Oscillator* GPS disziplinierter Oszillator.

<sup>12</sup>engl. *Global Positioning System* offiziell NAVSTAR GPS ist ein satellitengestütztes globales Navigationssystem (GNSS).

Versatz der Empfangsantennen von 90 cm am Multikanalempfänger erzeugt wurde.

### 1.3.2 Der Sender

Das Sendesystem wurde im Rahmen dieser Arbeit entwickelt. Eine nähere Beschreibung dazu befindet sich in Kapitel 5. Mit diesem Sendesystem soll zum einen dem ZESS eine flexiblere Möglichkeit zur Durchführung bistatischer und monostatischer Experimente zur Verfügung gestellt werden. Zum anderen soll die Nutzung stochastischer Sendesignale und deren Eigenschaft in der Radarsignalverarbeitung untersucht werden. Diese Arbeit befasst sich mit der Untersuchung dieses Senders und den Effekten bedingt durch diese besonderen Sendewellenform.

## 1.4 Radar mit stochastischer Wellenform

Klassische Radarsysteme nutzen deterministische Signalformen als Sendewellenformen. Aufgrund des deterministischen Ansatzes können die Wellenformen auf eine optimale Autokorrelationsfunktion angepasst werden. Oftmals werden deshalb linear frequenzmodulierte Signale (Chirps) oder eine kodierte Wellenform (z.B. Barker-Codes) verwendet.

Radarsysteme auf Basis von stochastischen Wellenformen nutzen im Gegensatz zu deterministischen Wellenformen zufallsgenerierte Signale. Diese können durch Pseudozufallsfolgen (z.B. Gold-Sequenzen) oder auf Basis eines physikalischen Effekts (z.B. thermisches Rauschen) direkt im geeigneten Frequenzband erzeugt werden.

In dieser Arbeit wird thermisches Rauschen verwendet, das direkt im X-Band erzeugt und verstärkt werden kann.

### 1.4.1 Die Anfänge

Die ersten Ideen zur Nutzung einer stochastischen Wellenform finden sich in einem wissenschaftlichen Beitrag von Richard Bourret in den Proceedings of the IRE [Bou57]. Da zu dieser Zeit noch keine digitale Signalverarbeitung möglich war, wurde die Signalkorrelation mittels anpassbarer Verzögerungsleitung realisiert. Das bedeutet, zu jeder Entfernung wurde eine Messung mit der zur Entfernung passenden Verzögerung durchgeführt. Dieses Verfahren ist sehr langsam im Vergleich zu einem in Hardware realisierten Pulskompressionsfilter.

B. M. Horton schrieb 1959 ein umfangreicheres Paper [Hor59], in dem Rauschen als Modulationsfunktion in einem frequenzmodulierten oder amplitudenmodulierten System betrachtet wird. Dabei wurde

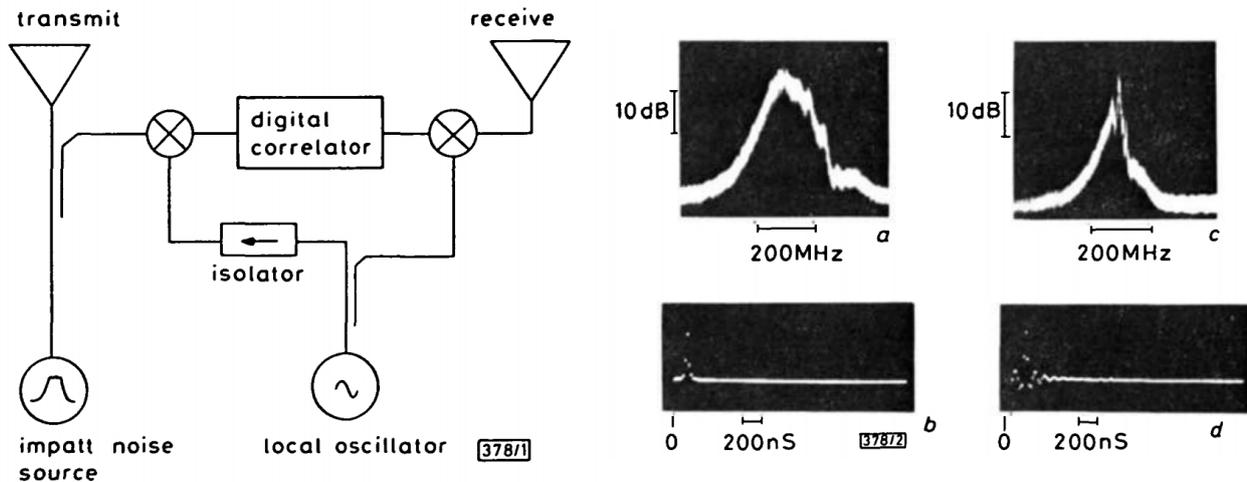


Abbildung 1.13: Abbildungen 1 und 2 aus [FP78]. Auf der linken Seite ist das Blockdiagramm des dort vorgeschlagenen Rauschradarsystems dargestellt. Die rechte Seite zeigt oben die glockenförmige spektrale Leistungsdichte zweier zufälliger Sendesignale. Die untere Reihe zeigt deren Korrelationsfunktion mittels des 1-Bit-Korrelators.

primär ein Entfernungsmessgerät beschrieben, bei dem die Auflösung einzelner Ziele nicht betrachtet wird.

1978 wurde eines der ersten digitalen Pulskompressionssysteme von J. D. Forrest [FP78] entwickelt. Dieses System korreliert 1-bit analog/digital gewandelte Signale mittels Schieberegister und NAND-Gattern.

Da bei rauschbasierten Radarsystemen keine periodisch wiederholten Wellenformen genutzt werden, muss auch das Pulskompressionsfilter für jeden Puls angepasst werden. Dies erschwerte die Entwicklung rauschbasierter Radarsysteme gerade in der Anfangszeit der Radartechnik, in der oftmals passive Filter zur Pulskompression verwendet wurden. Mittels Modulator und anpassbarer Verzögerungsleitung konnten erste Korrelationsfilter für dynamische Sendewellenformen entwickelt werden. Diese waren jedoch oftmals eingeschränkt in Bandbreite/Auflösung und maximaler Verzögerungszeit/Entfernung.

Bis Anfang der 2000er Jahre wurden analoge Korrelationsempfänger für rauschbasiertes Radar verwendet (siehe [ND00], [Axe04]). Auch wenn die Vorteile einer zufälligen Sendewellenform auf der Hand liegen, haben diese Vorteile nicht den Aufwand und die daraus entstehenden Nachteile, wie der durchstimmbaren Verzögerungsleitung, die das Messverfahren sehr langsam macht, rechtfertigen können.

Heute - Stand der Technik

1.4.2

Erst durch die Einführung von digitalen Aufnahme- und Signalverarbeitungssystemen konnten komplexere Algorithmen zur Pulskompression umgesetzt werden. Besonders Konstantin Lukin und Krzysztof

<sup>13</sup>Bezeichnet die Kreuzkorrelationsprodukte einer Rauschwellenform eines starken Ziels, die ein schwaches Ziel überdeckt

Kulpa, aber auch andere Wissenschaftler, wie Douglas Gray und Rowan Fry veröffentlichten viel zum Thema *masking effect*<sup>13</sup> [Luk01; LMP+08; KML+08; Kul08; FG08; WWC+19] und Filter für die Beseitigung dieses Effekts. Mehr zu diesem Thema findet sich in Kapitel 2 und 3.

Gerade in den letzten drei Jahrzehnten ist die Entwicklung der digitalen Signalaufzeichnung rasch vorangeschritten. Dadurch ist die Aufnahme der Sendewellenform möglich geworden, so dass Pulskompressionsfilter digital umgesetzt werden konnten. Dies ermöglicht deutlich komplexere Signalverarbeitungsalgorithmen, die insbesondere die Reduzierung des Effekts der starken Nebenkeulen aufgrund des verrauschten Betragsspektrums im Fokus hatten.

Eine weitere Entwicklung, die durch den Einsatz von digitalen Signalerzeugern wie Arbiträrgeneratoren (AWG) möglich ist, ist die Nutzung von Pseudozufallsfolgen als Sendewellenform. Diese können direkt hinsichtlich einer optimalen Pulskompressionsantwort erstellt werden. Das Sendesignal muss dabei nicht separat als Replika aufgezeichnet werden, da es sich in diesem Fall um eine deterministische Wellenform handelt [Sac03; SHL; NFWS14].

In dieser Arbeit werden diese Wellenformen nicht weiter untersucht, sondern der Fokus auf rein zufällige Signalformen gelegt, dessen individuelle Realisierungen aufgezeichnet werden müssen.

### 1.4.3 Entfernungsmehrdeutigkeit

Aufgrund der für eine große Anzahl von Samples näherungsweise, aber im Erwartungswert exakt geltenden Unkorreliertheit aufeinanderfolgender Pulse und Pulse im Allgemeinen ist die Entfernungsmehrdeutigkeit von gepulsten Radarsystemen aufgrund der Pulswiederholrate kein Problem mehr. Dies bedeutet, dass Zielgebiete mit hoher Szenenausdehnung trotzdem mit einer hohen Pulswiederholrate abgetastet werden können. Dadurch kann satellitengestützten SAR-Systemen ermöglicht werden, eine große Streifenbreite, somit große Szenenausdehnung, zusammen mit einer hohen synthetischen Aperturauflösung, dies impliziert eine hohe Pulswiederholrate, in einem Aufnahmemodus zu vereinen. Dies ist bei konventionellen, periodischen Wellenformen, wie einem linear, frequenzmodulierten Signal, dem Chirp, nicht möglich, so dass hier ein Kompromiss zwischen zwei konträren Optimierungszielen eingegangen werden muss.

Eine Betrachtung der Entfernungsmehrdeutigkeit findet sich in Kapitel 4.

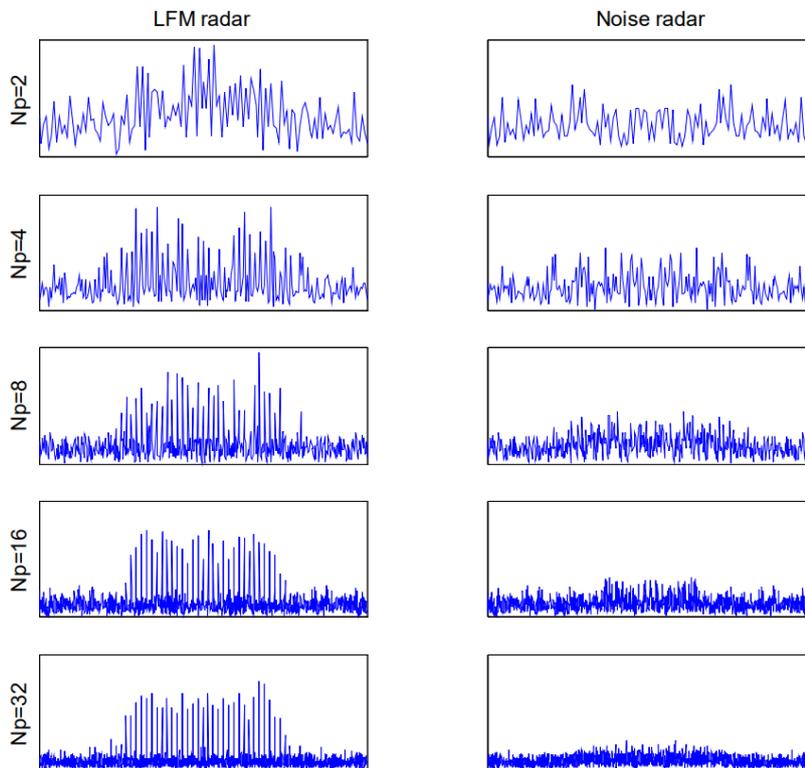


Abbildung 1.14: Spektrale Leistungsdichte eines konventionellen, frequenzmodulierten Radars gegenüber der eines Rauschradars für eine Anzahl  $N_p$  Pulse aus [TW06].

## Aufspürwahrscheinlichkeit

Ein weiterer Vorteil, der besonders in der militärischen Nutzung von entscheidender Bedeutung ist, liegt in der geringeren Aufspürwahrscheinlichkeit von Radarsystemen mit stochastischer Wellenform durch gegnerische Aufklärungssysteme. In militärischen Anwendungen, z.B. Aufklärungsmissionen, ist die unbemerkte Nutzung von aktiven Radarsystemen ein wichtiger Aspekt. Häufig untersucht wird dabei die spektrale Leistungsdichte. Es wird also davon ausgegangen, dass ein Radarwarnempfänger die Existenz eines Signals über die spektrale Leistungsdichte ermittelt.

In [TW06] wurde die spektrale Leistungsdichte eines Rauschradars der eines konventionellen, frequenzmodulierten Radars gegenübergestellt. Abbildung 1.14 zeigt hierzu Abbildung 5 dieser Veröffentlichung. Dabei ist deutlich zu erkennen, dass die spektrale Leistungsdichte über zunehmende Integrationszeiträume, dies bedeutet mehrere Pulse, für Rauschpulse abnimmt und bei konventionellen Radarsystemen aufgrund der periodischen Struktur zunimmt. Dies ist am für eine periodische Wellenform typischen Kammspektrum erkennbar.

Einfachere Detektoren ermitteln die Pulsleistung durch eine Autokorrelation (mittlere Empfangsleistung), und demnach durch Quadrierung des Signals mit anschließender Integration über einen definierten Zeitraum. Aus diesem Grund gelten Radarsysteme mit Pulsspreizung

## 1.4.4

<sup>14</sup>engl. *Low Probability of Intercept*  
geringe Aufspürwahrscheinlichkeit

<sup>15</sup>bis hin zu einer kontinuierlichen  
Sendewellenform

im Allgemeinen als LPI<sup>14</sup>-Radarsysteme, da die Signalenergie über die Zeit verteilt wird und somit die Momentanleistung bei gleicher Signalenergie geringer ist als bei gepulsten Radarsystemen ohne Pulsspreizung. Diese Eigenschaft der Pulsspreizung ist natürlich auch beim Rauschradar der Fall, weshalb ein Rauschradar als ein LPI-Radar gilt. Außerdem ist die Energie weder in der Zeit noch in der Frequenz oder Zeit/Frequenzdarstellung komprimiert. Durch die zueinander unkorrelierten Signalanteile von Puls zu Puls lässt sich die Wellenform flexibel auf die gewünschte LPI-Anforderung durch Änderung der Pulslänge<sup>15</sup> adaptieren, ohne Entfernungsmehrdeutigkeiten (siehe Abschnitt 1.4.3) zu erhalten.

#### 1.4.5 Gegenseitige Störung

<sup>16</sup>Geisterziele, sind Ziele die aufgrund von Mehrdeutigkeiten oder Interferenzen rekonstruiert wurden, aber nicht vorhanden sind.

Bei gleichzeitiger Verwendung mehrerer Radarsysteme mit gleichen Sendeparametern, wie Mittenfrequenz, Bandbreite etc., interferieren diese miteinander. Bei konventionellem Radar kann dies Geisterziele<sup>16</sup> bei den einzelnen Radarempfängern erzeugen, da die Pulsformen der einzelnen Radarsysteme sich nicht unterscheiden lassen.

Durch Nutzung eines Rauschradars sind auch die Pulse der einzelnen Radarsysteme gegeneinander unkorreliert. Gleichzeitiges Senden der Rauschwellenform erzeugt zwar ein erhöhtes Rauschen aufgrund der Kreuzkorrelation der interferierenden Wellenformen an den jeweils anderen Empfängern, diese Energie wird aber in Zeit und Frequenz verteilt und stört demnach deutlich weniger im Vergleich zu korrelierten Pulsen (vgl. Abschnitt 1.4.3).

Insbesondere im Hinblick auf kommende, kleinere Radarsatellitensysteme von Firmen wie ICEYE oder Capella Space, die Formationen mit mehreren Satelliten für die Radarerdbbeobachtung nutzen möchten, könnte eine kodierte oder stochastische Wellenform die gegenseitige Störung dieser Systeme minimieren.

#### 1.4.6 Neue Einsatzmöglichkeiten

Gerade im Hinblick auf multistatische Radarsysteme – dies impliziert mehrere Sender und Empfänger auf verschieden bewegten oder auch statischen Plattformen – bietet eine stochastische Wellenform neue Möglichkeiten: Sendesysteme lassen sich z.B. im Orbit positionieren, die dauerhaft ein Signal senden. Verschiedene verteilte Empfänger, positioniert auf Flugzeugen, können diese Signalenergie nutzen, um Radarbilder zu rekonstruieren. Dabei kann der Empfänger die benötigte Signalenergie und Pulsabtastrate durch geeignetes Ausschneiden des Signals an das aktuelle Szenario und seine eigene Flugtrajektorie anpassen.

Aufgrund der Rauscheigenschaft steht die gesamte Bandbreite zu

jeder Zeit zur Verfügung. Ein Ausschnitt aus dieser Wellenform beschränkt nur die zu integrierende Signalenergie in der weiteren Signalverarbeitung. Da in diesem hypothetischen Fall der Sender dauerhaft sendet, entstehen Kreuzkorrelationsprodukte bei der Korrelation eines Signalausschnitts mit dem Empfangssignal. Diese Störung ist vergleichbar mit der gegenseitigen Störung zweier Radarsysteme mit stochastischer Wellenform, beschrieben in Abschnitt 1.4.5.

## Stochastische Prozesse

## 1.5

Dieser Abschnitt befasst sich mit der Darstellung einer stochastischen Wellenform als stochastischen Prozess. Die Herangehensweise und Darstellung orientiert sich dabei an [OL07] und [Lof90b]. Ein stochastischer Prozess beschreibt eine zeitlich geordnete Zufallsgröße  $x(t)$ , zu der zu jedem Zeitpunkt  $t$  eine Zufallsvariable mit der Verteilung

$$F_{x(t)}(\xi) = P\{x(t) \leq \xi\} \quad (1.51)$$

und der Verteilungsdichtefunktion

$$f_{x(t)}(\xi) = \frac{dF_{x(t)}(\xi)}{d\xi} \quad (1.52)$$

zugeordnet ist.

Für eine vollständige Beschreibung eines solchen Prozesses ist jedoch die Verbundverteilungsfunktion  $N$ -ter Ordnung

$$F_{x(t_1), x(t_2), \dots, x(t_N)}(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_N) = P\{x(t_1) \leq \xi_1 \wedge x(t_2) \leq \xi_2 \wedge \dots \wedge x(t_N) \leq \xi_N\} \quad (1.53)$$

des stochastischen Prozesses nötig. Diese vollständige Beschreibung ist jedoch oft nicht möglich und nötig, weshalb auch in dieser Arbeit sich auf Verbundmomente und Verbundmittelwerte zweiter Ordnung konzentriert wird.

Da es sich um eine Zufallsvariable handelt, existieren unendlich viele Realisierungen  $x_k(t)$  von  $x(t)$ . Die Gesamtheit dieser Realisierungen wird als Schar von Musterfunktionen des Prozesses  $x(t)$  bezeichnet.

Der Erwartungswert eines stochastischen Prozesses zum Zeitpunkt  $t_1$  sei

$$E(x(t_1)) = \int_{-\infty}^{\infty} \xi_1 f_{x(t_1)}(\xi_1) d\xi_1 \quad (1.54)$$

und kann mit fast sicherer Konvergenz<sup>17</sup> als Grenzwert des Scharmittelwerts

$$E(x(t_1)) = \lim_{K \rightarrow \infty} \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K x_k(t_1) \quad (1.55)$$

bestimmt werden.

<sup>17</sup>Starkes Gesetz der großen Zahlen

Auch die Verbundmomente können als Grenzwert der Verbundmittelwerte über die Scharfunktionen bestimmt werden. Als Beispiel dient hier

$$E(x(t_1)x(t_2)) = \int_{-\infty}^{\infty} \xi_1 \xi_2 f_{x(t_1), x(t_2)}(\xi_1, \xi_2) d\xi_1 d\xi_2, \quad (1.56)$$

welches als Grenzwert des Verbundmittelwerts über die Scharfunktionen mit

$$E(x(t_1)x(t_2)) = \lim_{K \rightarrow \infty} \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K x_k(t_1) x_k(t_2), \quad (1.57)$$

bestimmt werden kann.

Dieses Verbundmoment ist auch als Autokorrelationsfunktion  $\varphi_{xx}(t_1, t_2)$  eines stochastischen Prozesses bekannt.

Allgemein lassen sich alle möglichen Momente und Verbundmomente durch Scharmittel- und Scharverbundmittelwerte, auch bezeichnet als Mittelwerte zweiter Ordnung, mit einer beliebigen Funktion  $G$  darstellen als

Moment als Mittelwert erster Ordnung

$$E(G(x(t_1))) = \lim_{K \rightarrow \infty} \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K G(x_k(t_1)) \quad (1.58)$$

Verbundmoment als Mittelwert zweiter Ordnung

$$E(G(x(t_1)x(t_2))) = \lim_{K \rightarrow \infty} \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K G(x_k(t_1) x_k(t_2)). \quad (1.59)$$

### 1.5.1 Stationarität

Unter einem *stationären stochastischen Prozess* versteht man, wenn die Verbundverteilungsfunktion  $N$ -ter Ordnung verschiebungsinvariant ist, also

$$F_{x(t_1), x(t_2), \dots, x(t_N)}(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_N) = F_{x(t_1+\tau), x(t_2+\tau), \dots, x(t_N+\tau)}(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_N) \quad (1.60)$$

gilt. Dies trifft dann auch auf die Momente und Verbundmomente zu

Moment

$$E(G(x(t_1))) = E(G(x(t))) = \text{konstant} \quad (1.61)$$

Verbundmoment

$$\begin{aligned} E(G(x(t_1) x(t_2))) &= E(G(x(t_1 + t_0) x(t_2 + t_0))) \\ &= E(G(x(0) x(\tau))) \\ &= E(G(x(t) x(t + \tau))). \end{aligned} \quad (1.62)$$

mit  $\tau = t_2 - t_1$  und  $t, t_0$  als beliebigen Wert. Der Mittelwert erster Ordnung (Moment) entspricht demnach einer Konstanten, hingegen der

Mittelwert zweiter Ordnung (Verbundmoment) nur von der Verschiebung  $\tau$  abhängt. Ist die Stationarität nur bis zum Mittelwert zweiter Ordnung gegeben, spricht man von einem *schwach stationären stochastischen Prozess*.

Für den Erwartungswert und die Autokorrelationsfunktion kann demnach geschrieben werden

$$E(x(t_1)) = E(x(t)) = m_x \quad (1.63)$$

$$E(x(t_1)x(t_2)) = E(x(t)x(t+\tau)) = \varphi_{xx}(\tau) \quad (1.64)$$

In dieser Arbeit wird davon ausgegangen, dass die zur Sendesignal-erzeugung genutzte Rauschquelle einen stationären Prozess erzeugt. Die Autokorrelationsfunktion ist in diesem Fall also nur von der Verschiebung  $\tau$  abhängig.

## Ergodizität

## 1.5.2

Entsprechen die Mittelwerte erster und zweiter Ordnung dem entsprechenden Zeitmittelwert einer beliebigen Musterfunktion  $x_k(t)$  des stationären Prozesses  $x(t)$ , also

$$E(F(x(t))) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T F(x_k(t)) dt \quad (1.65)$$

und

$$E(F(x(t)x(t+\tau))) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T F(x_k(t)x_k(t+\tau)) dt, \quad (1.66)$$

spricht man von einem *schwach ergodischen Prozess*. Am Beispiel des Erwartungswerts und der Autokorrelationsfunktion entspricht dies

$$E(x(t_1)) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T x_k(t) dt = m_x \quad (1.67)$$

$$E(x(t_1)x(t_2)) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T x_k(t)x_k(t+\tau) dt = \varphi_{xx}(\tau). \quad (1.68)$$

Der Erwartungswert und die Autokorrelationsfunktion lassen sich also als zeitliches Mittel darstellen. Dabei fällt auf, dass die Autokorrelationsfunktion eines stationär ergodischen Zufallsprozess auf gleiche Weise gebildet werden kann, wie bei deterministischen Leistungssignalen.

Entspricht der Mittelwert  $N$ -ter Ordnung dem entsprechenden Zeitmittelwert, spricht man von *streng ergodischen Zufallsprozessen*.

Durch diese Eigenschaft lässt sich die Autokorrelationsfunktion eines stochastischen Prozesses mittels einer einzelnen, ausreichend, idealerweise unendlich, langen Messung durch zeitliche Korrelation ermitteln.

### 1.5.3 Stationäre Prozesse in linear zeitinvarianten Systemen

Regt ein stationärer Prozess  $s(t)$  ein linear zeitinvariante System (LTI-System)  $h(t)$  an, stellt sich die Frage, wie der resultierende stochastische Prozess  $g(t)$  beschrieben werden kann. Dazu sei die Autokorrelationsfunktion von  $g(t)$  gegeben als

$$\varphi_{gg}(\tau) = E(g(t) g(t + \tau)). \quad (1.69)$$

Jede einzelne Musterfunktion  $g_k(t)$  kann dann aus der Musterfunktion  $s_k(t)$  des Eingangsprozesses  $s(t)$  durch eine Faltung erzeugt werden

$$g_k(t) = (h * s_k)(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(x) s_k(t - x) dx, \quad (1.70)$$

so dass auch gilt

$$\varphi_{gg}(\tau) = E \left( \int_{-\infty}^{\infty} h(x) s(t - x) dx \int_{-\infty}^{\infty} h(y) s(t - y + \tau) dy \right) \quad (1.71)$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} h(x) h(y) E(s(t - x) s(t - y + \tau)) dx dy. \quad (1.72)$$

Durch Substitution  $z = y - x$  lässt sich das Doppelintegral schreiben als

$$\varphi_{gg}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} h(x) h(z + x) E(s(t - x) s(t - z - x + \tau)) dx dz. \quad (1.73)$$

Aufgrund von Stationarität gilt dann

$$E(s(t - x) s(t - z - x + \tau)) = E(s(t) s(t - z + \tau)) = \varphi_{ss}(\tau - z) \quad (1.74)$$

und die Autokorrelationsfunktion des Eingangssignals kann aus dem Integral nach  $x$  herausgezogen werden

$$\varphi_{gg}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_{ss}(\tau - z) \int_{-\infty}^{\infty} h(x) h(z + x) dx dz. \quad (1.75)$$

Mit

$$\varphi_{hh}^E(z) = \int_{-\infty}^{\infty} h(x) h(z + x) dx \quad (1.76)$$

als Energieautokorrelationsfunktion der Systemantwort  $h(t)$  gilt dann

$$\varphi_{gg}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_{ss}(\tau - z) \varphi_{hh}^E(z) dz = (\varphi_{ss} * \varphi_{hh}^E)(\tau). \quad (1.77)$$

Die Autokorrelationsfunktion am Ausgang des Systems entspricht also der Faltung der Energieautokorrelation der Impulsantwort mit der Autokorrelation des stochastischen Prozesses am Eingang. Diese Eigenschaft wird als Wiener-Lee-Beziehung bezeichnet.

### Weißes Rauschen

### 1.5.4

Unter weißem Rauschen versteht man einen stochastischen Prozess mit konstantem Leistungsdichtespektrum  $|S(f)|^2 = N_0$ .

Das Wiener-Chinčín-Theorem [Wie30; Khi34] besagt, dass die spektrale Leistungsdichte eines stationären stochastischen Prozess durch die Fouriertransformierte der Autokorrelationsfunktion bestimmbar ist, also

$$|S(f)|^2 = \Phi_{ss}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_{ss}(t) e^{-j2\pi ft} dt. \quad (1.78)$$

Durch inverse Fouriertransformation des Leistungsdichtespektrum lässt sich die Autokorrelationsfunktion bestimmen zu

$$\varphi_{ss}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} N_0 e^{j2\pi ft} dt = N_0 \delta(t). \quad (1.79)$$

Die Leistung

$$E(s(t) s(t)) = \varphi_{ss}(0) = N_0 \delta(0) \quad (1.80)$$

des weißen Rauschens geht also gegen unendlich.

### Bandbegrenzt, weißes Rauschen

### 1.5.5

In physikalischen Systemen ist weißes Rauschen aufgrund der unendlichen Leistung nicht realisierbar. Trotzdem dient dieser Zufallsprozess als Ausgangspunkt für bandbegrenzte Rauschmodellierung. Dazu wird ein weißer Rauschprozess mit einem LTI-System gefiltert. Nach der Wiener-Lee-Beziehung in Verbindung mit dem Wiener-Chinčín-Theorem kann die spektrale Leistungsdichte und demnach die Autokorrelationsfunktion eines mit der Übertragungsfunktion  $H(f)$  bandbegrenzten Rauschprozesses dargestellt werden als

$$\Phi_{ss}(f) = N_0 |H(f)|^2 \quad (1.81)$$

$$\varphi_{ss}(\tau) = N_0 \varphi_{hh}^E(\tau). \quad (1.82)$$

Die Autokorrelationsfunktion eines ideal tiefpassgefilterten, weißen Rauschsignals wäre demnach

$$\varphi_{ss}(\tau) = N_0 2f_g \operatorname{si}(2\pi f_g \tau), \quad (1.83)$$

mit  $f_g$  als Grenzfrequenz des idealen Tiefpassfilters. Durch Filterung entsteht also ein realisierbares Rauschsignal mit endlicher Leistung

$$\varphi_{ss}(0) = N_0 2f_g. \quad (1.84)$$

Die Rauschleistung entspricht bei einem idealen Tiefpass also dem Produkt aus Bandbreite  $B = 2f_g$  und Rauschleistungsdichte  $N_0$ .

Die tiefpassbegrenzte Musterfunktion  $s_k(t)$  lässt sich nach dem Abtasttheorem nach Shannon und Nyquist durch das mit Abtastfrequenz  $f_{\text{abt}} = B = 1/T$  regelmäßig abgetastete Signal  $s_{k,a}(t)$  mit den Abtastwerten  $s_k[n] = s_k(nT)$  darstellen

$$s_{k,a}(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} s_k[n] \delta(t - nT) \quad (1.85)$$

und durch die Interpolation

$$s(t) = \int_{-\infty}^{\infty} s_{k,a}(\tau) \operatorname{si}(\pi f_{\text{abt}}(t - \tau)) d\tau \quad (1.86)$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} s_k[n] \delta(\tau - nT) \operatorname{si}(\pi f_{\text{abt}}(t - \tau)) d\tau \quad (1.87)$$

$$= \sum_{n=-\infty}^{\infty} s_k[n] \int_{-\infty}^{\infty} \delta(\tau - nT) \operatorname{si}(\pi f_{\text{abt}}(t - \tau)) d\tau \quad (1.88)$$

$$= \sum_{n=-\infty}^{\infty} s_k[n] \operatorname{si}(\pi f_{\text{abt}}(t - nT)) \quad (1.89)$$

fehlerfrei rekonstruieren.

Im Fall von bandbegrenztem weißen Rauschen wird dann aus einem zeitkontinuierlichen stochastischen Prozess ein zeitdiskreter Prozess. Aufgrund des zeitdiskreten Faltungsprodukts

$$g_k[n] = (h * s_k)[n] = \sum_{m=-\infty}^{\infty} h[m] s_k[n - m] \quad (1.90)$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} h(t) s_k(nT - t) dt \quad (1.91)$$

kann die Wiener-Lee-Beziehung und das Wiener-Chinčĭn-Theorem auch hier angewendet werden. Für solch einen zeitdiskreten Prozess

gelten analog zum zeitkontinuierlichen Prozess die gleichen Eigenschaften bezüglich Stationarität und Ergodizität.

Die zeitdiskrete Autokorrelationsfunktion weißen Rauschens ist dann

$$\varphi_{ss}[n] = \varphi_{ss}(nT) = E(s(t)s(t+nT)) = E(s[m]s[m+nT]) \quad (1.92)$$

$$= \begin{cases} N_0 2f_g = N_0 f_{\text{abt}} & \text{für } n = 0 \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases} \quad (1.93)$$

Jeder Abtastwert ist also unkorreliert zu jedem benachbarten Abtastwert.



# Pulskompressionsverfahren

## 2

Die Pulskompression verwendet Filterverfahren, die auf das Radarempfangssignal zur Maximierung der Detektionswahrscheinlichkeit angewendet werden. Die Impulsantwort eines solchen Filters wird in aller Regel aus dem gesendeten Signal (Puls) konstruiert, mit dem Ziel der zeitlichen Kompression der Signalenergie auf das Zeitintervall  $1/B^1$ .

Einfache oder ältere Radarsysteme nutzten noch kurze Pulse als Wellenform. Diese Pulse lassen sich nach dem Senden nicht mehr weiter komprimieren, da die Energie des Pulses schon im zur Bandbreite passenden kleinsten Zeitintervall gesendet wurde. Erst durch vorherige Pulsspreizung z.B. mittels dispersiver Filter, zur Verringerung der Momentanamplitude im Sende-/Empfangssystem, ist die Pulskompression notwendig geworden.

Auch rauschbasierte Radarsysteme müssen eine Pulskompression durchführen, um das vollständige Auflösungsvermögen zu erhalten. Dazu muss in erster Linie die stochastische Phase im Frequenzbereich kompensiert werden<sup>2</sup>. Da insbesondere bei stochastischen Wellenformen die spektrale Aperturbelegung nicht konstant ist, können weitere Filtermaßnahmen eine verbesserte Punktzielantwort, hinsichtlich der gewünschten Kriterien, erzeugen.

Die folgenden Abschnitte behandeln verschiedene Pulskompressionsverfahren, die in rauschbasierte Radarsystemen Anwendung finden und analysieren die Filterantworten insbesondere auf deren Effekte unter Berücksichtigung stochastischer Wellenformen.

## Matched Filter

### 2.1

Das Verhältnis zwischen Signal- und Rauschenergie bestimmt maßgeblich die Detektierungswahrscheinlichkeit eines Radars [Woo53]. Ausgehend davon, dass es sich bei der Rauschenergie um unkorreliertes Rauschen handelt, kann mittels eines angepassten Filters (engl. *matched filter*<sup>3</sup>) die Signalenergie auf einen Zeitpunkt integriert werden. Dieses Filter wurde 1943 von Dwight O. North in [Nor43] vorgeschlagen. Aktuell ist nur die neu veröffentlichte Version von 1963 [Nor63] beim IEEE verfügbar.

<sup>1</sup> $B^{-1}$  entspricht dem kleinsten aufzulösenden Zeitintervall. Dieses Zeitintervall ist abhängig von der Bandbreite  $B$ .

<sup>2</sup>Dies entspricht einer zeitlichen Kompression. Siehe Abschnitt 2.1

<sup>3</sup>Auch Korrelationsfilter, angepasstes Filter oder Optimalfilter genannt. Die *matched filter*-Antwort  $h(t)$  zu einem Signal  $s(t)$  ist gegeben als  $h(t) = s^*(-t)$ , oder äquivalent im Frequenzbereich  $H(f) = S^*(f)$ . Im folgenden wird der englische Begriff *matched filter* verwendet

<sup>4</sup>engl. *Signal to Noise Ratio*. Signal-Rausch-Verhältnis

Im folgenden leiten wir das *matched filter* her. Gesucht ist ein Filter  $h$ , dass das Signal-Rausch-Verhältnis (SNR<sup>4</sup>) eines Signals  $s$  mit additiven, weißen Rauschen  $n$  zum Zeitpunkt  $t_0$  maximiert

$$g(t) = ((s + n) * h)(t) = (s * h)(t) + (n * h)(t) \quad (2.1)$$

$$h_{opt} = \arg \max_h \frac{|(s * h)(t_0)|^2}{E(|(n * h)(t_0)|^2)}. \quad (2.2)$$

Der Faltungsterm  $|(n * h)(t_0)|^2$  lässt sich in Integralschreibweise darstellen als (Wiener-Chinčin-Theorem):

$$E(|(n * h)(t_0)|^2) = \left| \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) n(t_0 - \tau) d\tau \right|^2 = N_0 \int_{-\infty}^{\infty} |h(t)|^2 dt \quad (2.3)$$

Für ein deterministisch angenommenes Sendesignal gilt

$$|(s * h)(t_0)|^2 = \left| \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) s(t_0 - \tau) d\tau \right|^2. \quad (2.4)$$

Daraus folgt für  $h_{opt}$

$$h_{opt} = \arg \max_h \frac{1}{N_0} \frac{\left| \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) s(t_0 - \tau) d\tau \right|^2}{\int_{-\infty}^{\infty} |h(t)|^2 dt}. \quad (2.5)$$

Erweitern wir diesen Ausdruck mit der Signalenergie  $E_s = \int_{-\infty}^{\infty} |s(t)|^2 dt$  erhalten wir

$$h_{opt} = \arg \max_h \frac{E_s}{N_0} \frac{\left| \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) s(t_0 - \tau) d\tau \right|^2}{\int_{-\infty}^{\infty} |h(t)|^2 dt \int_{-\infty}^{\infty} |s(t)|^2 dt}. \quad (2.6)$$

Mit Hilfe der Ungleichung nach Cauchy und Schwarz

$$\left| \int f(x) g(x) dx \right|^2 \leq \left( \int |f(x)|^2 dx \right) \left( \int |g(x)|^2 dx \right) \quad (2.7)$$

lässt sich der Ausdruck

$$\frac{\left| \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) s(t_0 - \tau) d\tau \right|^2}{\int_{-\infty}^{\infty} |h(t)|^2 dt \int_{-\infty}^{\infty} |s(t)|^2 dt} \leq 1 \quad (2.8)$$

beschränken. Dieser Ausdruck wird nur dann 1 wenn gilt

$$h(\tau) = \lambda s^*(t_0 - \tau) \tag{2.9}$$

mit  $\lambda$  als beliebige lineare Skalierung. Die Impulsantwort eines SNR-optimalen Filters entspricht demnach dem zeitinvertierten, konjugiert-komplexen Sendesignal.

Die Übertragungsfunktion  $H(f)$  eines *matched filter* entspricht folglich dem konjugiert-komplexen Spektrum  $S^*(f)$  des Sendesignals  $s(t)$ . Dadurch wird die Phase im Frequenzbereich kompensiert und die einzelnen Frequenzanteile mit ihrer Amplitude gewichtet. Dies führt zu einem SNR-optimalen Filter, da spektral schwache Signalanteile – geringes SNR – unterdrückt und spektral starke Signalanteile – hohes SNR – verstärkt werden<sup>5</sup>.

$$^5 S(f) H(f) = S(f) S^*(f) = |S(f)|^2$$

Die resultierende Filterantwort ist also maßgeblich vom quadrierten Betragsspektrum des Sendesignals abhängig. Zwar ist dieses Filter optimal im Bezug auf das SNR eines Signals, doch gilt dies nur am Zeitpunkt  $t = t_0$  für genau ein verschobenes Referenzsignal  $s(t - t_0)$ . Für alle  $t \neq t_0$  entstehen Kreuzkorrelationsprodukte in Abhängigkeit des quadrierten Betragsspektrums bzw. der Autokorrelationsfunktion von  $s(t)$ . Diese Signalanteile werden auch als Nebenkeulen<sup>6</sup> der Autokorrelationsfunktion bezeichnet.

<sup>6</sup>analog zu den Nebenmaxima einer Antennenrichtcharakteristik.

Aus diesem Grund werden bevorzugt Wellenformen verwendet, dessen Betragsspektrum näherungsweise einer Rechteckfunktion entspricht. In diesem Fall wird das Auflösungsvermögen maximiert und die Kreuzkorrelationsprodukte fallen, aufgrund der *si*-Abhängigkeit, mit  $t^{-1}$  ab. Für besondere Anforderungen, wie z.B. hohe Dynamik, kann das Spektrum mit einer geeigneten Fensterfunktion multipliziert werden. Daraus resultiert eine verminderte Auflösung bei geringeren Nebenkeulen. Durch Optimierungsverfahren, können diese Nebenkeulen mit anderen Nebenbedingungen weiter reduziert werden<sup>7</sup>.

<sup>7</sup>Weitere Informationen dazu befinden sich in Kapitel 3

### Effekte des Matched Filters bei stochastischen Wellenformen

#### 2.1.1

Bei Verwendung eines *matched filter* muss also die Autokorrelationsfunktion des Sendesignals untersucht werden. Bei einer stochastischen Wellenform – in unserem Fall thermisches Rauschen – gehen wir von einem stationären Zufallsprozess aus. Das bedeutet, dass die Autokorrelationsfunktion  $\varphi_{nn}(t_1, t_2)$  dieses Prozesses nur von einer Zeitverschiebung  $\tau = t_2 - t_1$  abhängig ist

$$\varphi_{nn}(t_1, t_2) = E(n^*(t_1) n(t_2)) = E(n^*(t) n(t + \tau)) = \varphi_{nn}(\tau). \tag{2.10}$$

Für einen weißen, gaußschen Zufallsprozess ergibt sich die Autokorrelationsfunktion

$$\varphi_{nn}(\tau) = N_0 \delta(\tau). \tag{2.11}$$

mit  $N_0$  als konstante spektrale Rauschleistungsdichte. Im stochastischen Mittel handelt es sich hierbei also um eine perfekte Autokorrelationsfunktion. In einer realen Anwendung kann die Korrelationsfunktion nicht über alle Musterfunktionen gebildet werden. Da es sich jedoch auch um einen ergodischen Prozess handelt und die Autokorrelationsfunktion auch über die Zeitmittelwerte gebildet werden kann, kann ein *matched filter* die Autokorrelationsfunktion aus den Zeitmittelwerten bestimmen durch

$$\varphi_{nn}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t)n(\tau - t)dt \quad (2.12)$$

mit dem *matched filter*

$$h(t) = n^*(-t). \quad (2.13)$$

In einer realen Anwendung ist jedoch keine unendlich lange Sendewellenform realisierbar. Außerdem ist die Wellenform spektral in ihrer Bandbreite beschränkt. Aus diesem Grund betrachten wir nun die *matched filter*-Antwort eines zeitbeschränkten und abgetasteten Signals  $s[n]$ . Dieses komplexe Signal ist definiert als

$$s[n] = \begin{cases} \frac{\sigma}{\sqrt{2}} (A_n + jB_n) & \text{für } 0 \leq n < N \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (2.14)$$

mit den standardnormalverteilten und statistisch unabhängigen Zufallsvariablen  $A_n \sim \mathcal{N}(0, 1)$  und  $B_n \sim \mathcal{N}(0, 1)$ . Die Antwort eines *matched filters* auf das Signal  $s[n]$  sei

$$g[m] = \sum_{n=0}^{N-1} s^*[n] s[n+m]. \quad (2.15)$$

Der Erwartungswert kann dann ausgedrückt werden als

$$E(g[m]) = \sum_{n=0}^{N-1} E(s^*[n] s[n+m]) = \begin{cases} N\sigma^2 & \text{für } m = 0 \\ 0 & \text{sonst,} \end{cases} \quad (2.16)$$

da gilt

$$E(s^*[n] s[n]) = E(|s[n]|^2) = \frac{\sigma^2}{2} (E(A_n)^2 + E(B_n)^2) = \sigma^2 \quad (2.17)$$

$$E(s^*[n] s[n+m])|_{m \neq 0} = 0 \quad (2.18)$$

weil  $A_n$  zu  $A_{n+m}$  unkorreliert ist.  $s[n]$  entspricht einem zeitdiskreten weißen Rauschprozess mit der mittleren Pulsleistung

$$\frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} s^*[n] s[n] = \sigma^2 = N_0 B, \quad (2.19)$$

der spektralen Rauschleistungsdichte  $N_0$  und Bandbreite  $B = f_{\text{abt}}$  bzw. Abtastfrequenz.

Für die Varianz der Filterantwort kann geschrieben werden

$$\text{Var}(g[m]) = \frac{1}{N} \text{E}(|g[m]|^2) - |\text{E}(g[m])|^2. \quad (2.20)$$

Dazu bestimmen wir zunächst

$$\text{E}(|g[m]|^2) = \frac{1}{N^2} \text{E} \left( \left( \sum_{n_1=0}^{N-1} s^*[n_1] s[n_1+m] \right) \left( \sum_{n_2=0}^{N-1} s^*[n_2] s[n_2+m] \right)^* \right) \quad (2.21)$$

$$= \frac{1}{N^2} \sum_{n_1=0}^{N-1} \sum_{n_2=0}^{N-1} \text{E}(s^*[n_1] s[n_1+m] s[n_2] s^*[n_2+m]). \quad (2.22)$$

Zur Lösung dieser Gleichung werden folgende Fälle betrachtet:

1. Für  $m = 0$  und

a)  $n = n_1 = n_2$  gilt

$$\begin{aligned} \text{E}(s^*[n] s[n] s[n] s^*[n]) &= \text{E}(|s[n]|^2 |s[n]|^2) \\ &= \frac{\sigma^4}{4} (\text{E}(A_n^4) + \text{E}(B_n^4) + 2\text{E}(A_n^2) \text{E}(B_n^2)). \end{aligned} \quad (2.23)$$

Mit dem vierten Moment der Standardnormalverteilung für  $\text{E}(A_n^4) = \text{E}(B_n^4) = 3$  kann der Ausdruck bestimmt werden mit

$$\text{E}(|s[n]|^2 |s[n]|^2) = 2\sigma^4, \quad (2.24)$$

und somit für Gleichung 2.22

$$\sum_{n=0}^{N-1} \text{E}(|s[n]|^2 |s[n]|^2) = 2N\sigma^4. \quad (2.25)$$

b)  $n_1 \neq n_2$  gilt

$$\begin{aligned} \text{E}(s^*[n_1] s[n_1] s[n_2] s^*[n_2]) &= \text{E}(|s[n_1]|^2) \text{E}(|s[n_2]|^2) \\ &= \sigma^4. \end{aligned} \quad (2.26)$$

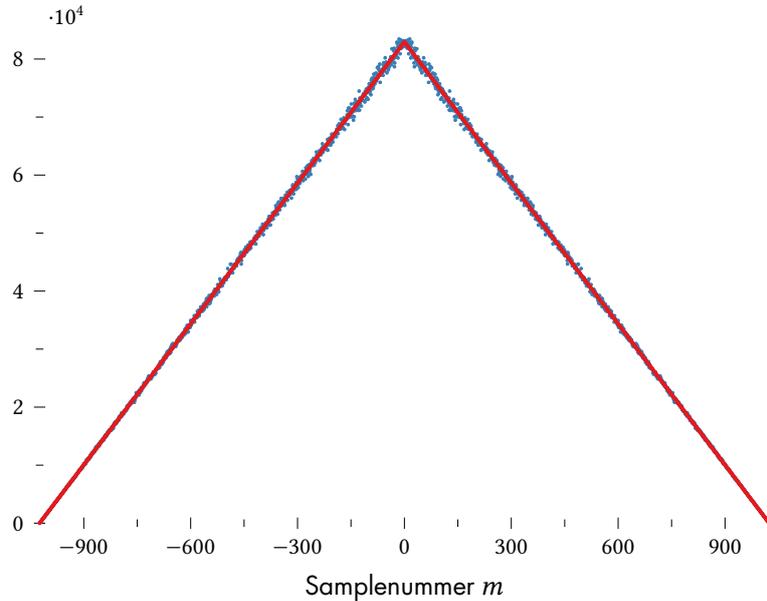
Für Gleichung 2.22 gilt dann

$$\sum_{n_1=0}^{N-1} \sum_{n_2=0}^{N-1} (1 - \delta_{n_1, n_2}) \text{E}(|s[n_1]|^2) \text{E}(|s[n_2]|^2) = (N^2 - N)\sigma^4. \quad (2.27)$$

mit

$$\delta_{n_1, n_2} = \begin{cases} 1 & \text{für } n_1 = n_2 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (2.28)$$

Abbildung 2.1: Varianz der Autokorrelationsfunktion von normalverteiltem Rauschen mit  $\sigma = 3$  und  $N = 1024$  Pulssamples. Die blauen Punkte zeigen ein simuliertes Ergebnis, hingegen die roten Punkte die Voraussage nach Gleichung 2.33 darstellen.



Fall a) und b) können damit zusammengefasst werden zu

$$E(|g[m=0]|^2) = (N^2 + N)\sigma^4 \quad (2.29)$$

$$\text{Var}(g[m=0]) = N\sigma^4. \quad (2.30)$$

2. Für  $m \neq 0$  und

a)  $n = n_1 = n_2$  gilt

$$\begin{aligned} E(s^*[n] s[n+m] s[n] s^*[n+m]) \\ = E(|s[n]|^2) E(|s[n+m]|^2) = \sigma^4 \end{aligned} \quad (2.31)$$

für  $0 \leq n+m < N$ , sonst 0. Für Gleichung 2.22 gilt dann

$$\sum_{n=0}^{N-1} E(|s[n]|^2 |s[n+m]|^2) = (N - |m|)\sigma^4. \quad (2.32)$$

für  $-N < m < N$

b)  $n_1 \neq n_2$  ergibt der gesamte Ausdruck 0, da der Erwartungswert über eine Multiplikation unkorrelierter Zufallsvariablen gebildet wird.

Zusammenfassend kann die Varianz der *matched filter*-Antwort zusammengefasst werden zu

$$\text{Var}(g[m]) = \begin{cases} (N - |m|)\sigma^4 & \text{für } -N < m < N \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases} \quad (2.33)$$

Zur Evaluierung dieser Abschätzung der Autokorrelation eines Rauschpulses ist in Abbildung 2.1 die Varianz mehrerer Realisationen einer simulierter Autokorrelation eines Rauschpulses mit  $\sigma = 3$  und  $N = 1024$  aufgetragen. Die roten Punkte entsprechen der zu erwartenden Varianz die mittels Gleichung 2.33 bestimmt werden kann.

Signal-Rausch-Verhältnis des Matched Filters für eine beliebige Szenenanregung 2.1.2

Nun wird das Signal-Rausch-Verhältnis einer mittels *matched filter* komprimierten Empfangssignals für eine beliebige Szenenantwort  $h_s[m]$  im Bereich  $0 \leq m < M$  betrachtet. Das Empfangssignal der  $i$ -ten Musterfunktion sei

$$g_i[m] = \sum_{k=0}^{M-1} h_s[k] s_i[m-k] + v[m] \quad (2.34)$$

mit den komplexen Rauschwertrealisationen  $v_i[m]$  als diskreter Rauschprozess

$$v[m] = \frac{\sigma_v}{\sqrt{2}}(C_m + jD_m) \quad (2.35)$$

mit  $C_m \sim \mathcal{N}(0, 1)$  und  $D_m \sim \mathcal{N}(0, 1)$  als erwartungswertfreie, standardnormalverteilte Zufallsvariablen. Nach Entfernungskompression und Normierung erhält man für das entfernungskomprimierte Empfangssignal der  $i$ -ten Musterfunktion

$$\begin{aligned} \tilde{h}_{s,i}[m] &= \frac{1}{N\sigma^2} \sum_{n=0}^{N-1} s_i^*[n] g_i[n+m] \\ \tilde{h}_{s,i}[m] &= \frac{1}{N\sigma^2} \left( \sum_{n=0}^{N-1} s_i^*[n] \sum_{k=0}^{M-1} h_s[k] s_i[n+m-k] + \sum_{n=0}^{N-1} s_i^*[n] v_i[n+m] \right) \\ \tilde{h}_{s,i}[m] &= \frac{1}{N\sigma^2} \left( \sum_{k=0}^{M-1} h_s[k] \sum_{n=0}^{N-1} s_i^*[n] s_i[n+m-k] + \sum_{n=0}^{N-1} s_i^*[n] v_i[n+m] \right) \end{aligned} \quad (2.36)$$

Das Signal-Rausch-Verhältnis für den  $m$ -ten Wert der geschätzten Systemantwort  $\tilde{h}_s$  sei

$$\text{SNR}[m] = \frac{|\mathbb{E}(\tilde{h}_s[m])|^2}{\text{Var}(\tilde{h}_s[m])} = \frac{|\mathbb{E}(\tilde{h}_s[m])|^2}{\mathbb{E}(|\tilde{h}_s[m]|^2) - |\mathbb{E}(\tilde{h}_s[m])|^2}. \quad (2.37)$$

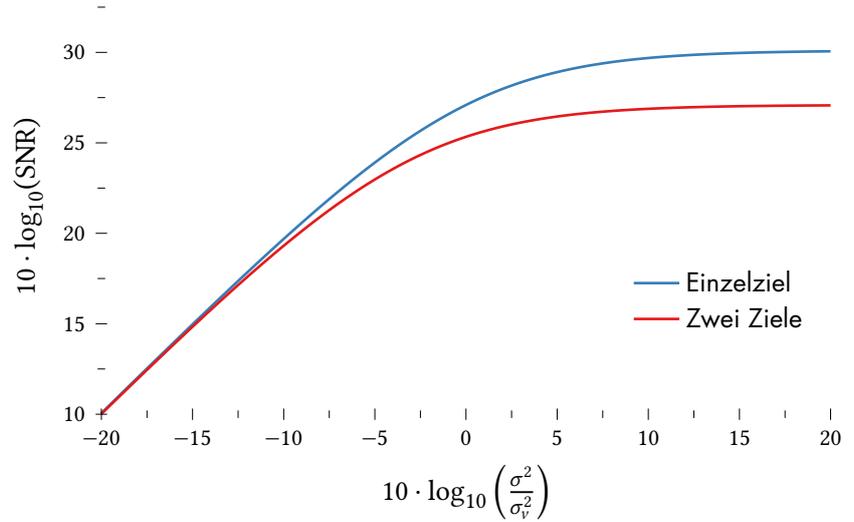
Im Anhang A ist eine Herleitung für dieses Problem zu finden. Der Erwartungswert und die Varianz der geschätzten Szenenantwort ist

$$\mathbb{E}(\tilde{h}_s[m]) = h_s[m] \quad (2.38)$$

$$\text{Var}(\tilde{h}_s[m]) = \frac{1}{N} \left( \sum_{k=0}^{M-1} |h_s[k]|^2 \left( 1 - \frac{|m-k|}{N} \right) + \frac{\sigma_v^2}{\sigma^2} \right). \quad (2.39)$$

Aus diesem Ergebnis lässt sich auch der Erwartungswert und die Varianz der Autokorrelationsfunktion ablesen für  $\sigma_v^2 = 0$  und  $h_s[0] = 1$  und  $h_s[k] = 0$  mit  $k \neq 0$ . Dies entspricht, abgesehen von der Normierung  $\frac{1}{N\sigma^2}$ , dem Ergebnis aus dem vorherigen Abschnitt.

Abbildung 2.2: SNR des *matched filters* für ein Einzelziel und zwei benachbarter Ziele gleicher Stärke bei einer Pulslänge von  $N = 1024$ .



Zusammengefasst führt dies zu einem SNR von

$$\text{SNR}[m] = N \frac{\sigma^2}{\sigma_v^2} \frac{|h_s(m)|^2}{1 + \frac{\sigma^2}{\sigma_v^2} \sum_{k=0}^{M-1} |h_s(k)|^2 \left(1 - \frac{|m-k|}{N}\right)}. \quad (2.40)$$

Aus dieser Gleichung ist erkennbar, dass das Signal-Rausch-Verhältnis abhängig von den benachbarten Zielen in der Szene ist. Starke Ziele können also schwächere Ziele überdecken. Dieser Effekt kommt besonders bei hoher Signal-zu-Störleistung  $\sigma^2/\sigma_v^2$  zum Tragen. Je kleiner dieses Verhältnis ist, desto kleiner ist auch die Abhängigkeit zu den benachbarten Zielen. Abbildung 2.2 zeigt das Signal-Rausch-Verhältnis in Abhängigkeit von  $\frac{\sigma}{\sigma_v}$  für ein einzelnes Ziel (blau) und zwei benachbarter Ziele gleicher Stärke (rot) für eine Pulslänge von  $N = 1024$ .

Wird das *matched filter* für jede Musterfunktion statt auf den Erwartungswert der Autokorrelation ( $N\sigma^2$ ), auf  $\sum_{n=0}^{N-1} |s_i[n]|^2$  normiert, wird die Varianz der Schätzung aus Gleichung 2.39 für den  $m$ -ten Schätzwert verringert um  $|h[m]|^2$ , sodass dann gilt

$$\text{Var}(\tilde{h}[m]) = \frac{1}{N} \left( \sum_{k=0}^{M-1} |h_s[k]|^2 \left(1 - \frac{|m-k|}{N}\right) - |h_s[m]|^2 + \frac{\sigma_v^2}{\sigma^2} \right), \quad (2.41)$$

sowie für das SNR

$$\text{SNR}[m] = N \frac{\sigma^2}{\sigma_v^2} \frac{|h_s[m]|^2}{1 + \frac{\sigma^2}{\sigma_v^2} \sum_{k=0}^{M-1} |h_s[k]|^2 \left(1 - \frac{|m-k|}{N}\right) - \frac{\sigma_v^2}{\sigma^2} |h_s[m]|^2}. \quad (2.42)$$

Für ein einzelnes Ziel wird dadurch das Signal-Rausch-Verhältnis optimal ( $\text{SNR} = N \frac{\sigma^2}{\sigma_v^2}$ ). Dies zeigt auch Abbildung 2.3 analog zu Abbildung 2.2 für ein sowie zwei benachbarte Ziele gleicher Stärke. Sobald weitere Ziele vorhanden sind, reduziert dies das Signal-Rausch-Verhältnis auch in diesem Fall, weshalb ein *matched filter* für eine Rauschwellenform eine optimale Szenenschätzung liefert.

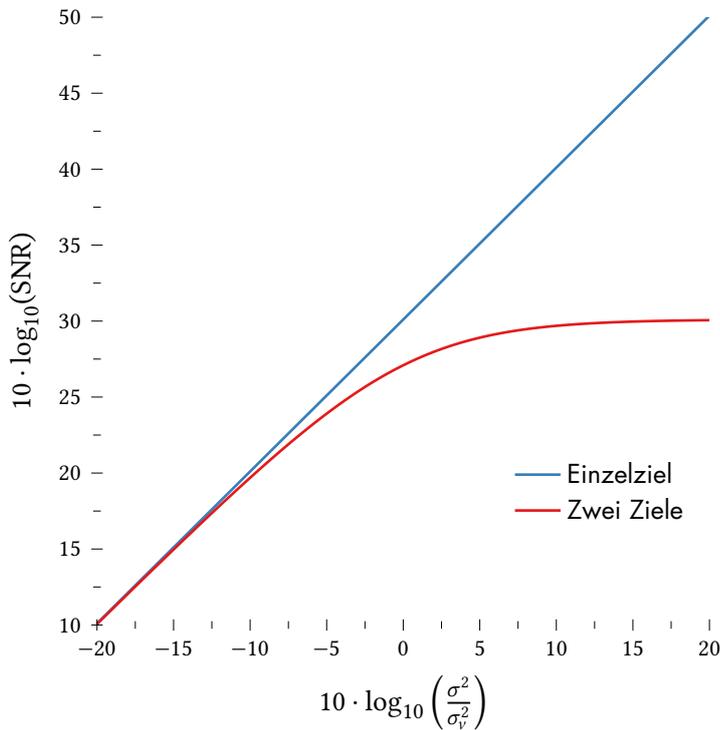


Abbildung 2.3: SNR eines *matched filters*, normiert auf  $\sum_{n=0}^{N-1} |s_i[n]|^2$  jeder einzelnen Musterfunktion, für ein Einzelziel und zwei benachbarter Ziele gleicher Stärke bei einer Pulslänge von  $N = 1024$ .

## Inverses Filter

Eine weitere Möglichkeit der Pulskompression ist die Umkehrung der Pulsspreizung durch eine inverse Übertragungsfunktion. Dieses System wird auch als inverses oder reziprokes Filter bezeichnet. Bei einem idealen Radarsystem ohne Rauschen wird das Signal durch Pulskompression mittels inversem Filter auf eine si-Funktion komprimiert. Dies würde einer idealen Komprimierung entsprechen. Diese Annahme ist jedoch in einem realen Radarsystem nicht gegeben. Rauschen führt aufgrund des reziproken Verhaltens des inversen Filters im Frequenzbereich zu einer Instabilität. Diese Instabilität lässt sich für eine Rauschwellenform anhand der Quotientverteilung erkennen. Die Quotientverteilung zweier unabhängiger Zufallsvariablen für Rauschen und Rauschwellenform folgt einer Cauchy-Verteilung. Für solch eine Verteilung sind die statistischen Momente aufgrund der Unbeschränktheit des Integrals zur Berechnung der Momente<sup>8</sup> undefiniert. Dementsprechend ist die spektrale Leistungsdichte unbeschränkt, was zu unbeschränkten Nebenkeulen im Zeitbereich führt.

## 2.2

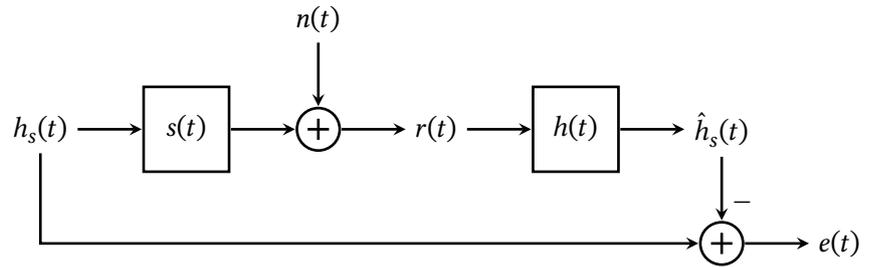
$${}^8 m_k = \int_{-\infty}^{\infty} x^k f_X(x) dx$$

## Entfaltungsfilter nach Wiener

Eine weitere Möglichkeit ein Filter unter Einbeziehung von Messrauschen herzuleiten kann mittels der Minimierung des mittleren quadratischen Fehlers der Szenenantwort erreicht werden. Ein lineares Filter, welches den mittleren quadratischen Fehler minimiert nennt sich Op-

## 2.3

Abbildung 2.4: Darstellung des Systemmodells als Blockdiagramm



timalfilter. Realisiert werden kann dies für stationäre, stochastische Prozesse durch das Wiener-Filter. Eine Herleitung dieses Filters findet sich in Anhang B.

Ein optimales Filter hinsichtlich des mittleren quadratischen Fehlers nach dem System nach Abbildung B.1, ist die Übertragungsfunktion  $H(f) = (\mathcal{F}h(t))(f)$  des Wiener-Filters

$$H(f) = \frac{\Phi_{ss}(f) + \Phi_{ns}(f)}{\Phi_{ss}(f) + \Phi_{ns}(f) + \Phi_{sn}(f) + \Phi_{nn}(f)}. \quad (2.43)$$

Geht man davon aus, dass das Rauschen  $n(t)$  nicht mit dem Signal  $s(t)$  korreliert, werden die Fouriertransformierten der Kreuzkorrelationsprodukte  $\Phi_{ns}(f)$  und  $\Phi_{sn}(f)$  zu 0 und das Filter vereinfacht sich zu

$$H(f) = \frac{\Phi_{ss}(f)}{\Phi_{ss}(f) + \Phi_{nn}(f)}. \quad (2.44)$$

Im Modell des Wiener-Filters wird der mittlere quadratische Fehler eines gefilterten, gestörten Signals zu dem Sollsignal minimiert. Damit dieses Filter angewendet werden kann, wird zunächst ein Signalmodell aufgestellt. Das Empfangssignal  $r(t)$  entspricht der Systemantwort der Szene  $h_s(t)$  gefaltet mit dem Sendesignal  $s(t)$ . Zusätzlich kommt additiv Rauschen als Störsignal  $n(t)$  hinzu. Dies kann ausgedrückt werden als

$$r(t) = (s * h_s)(t) + n(t). \quad (2.45)$$

Dabei stellt  $n(t)$  einen Gaußprozess dar. Die Szenenantwort  $h_s(t)$  wird als von  $s(t)$  und  $n(t)$  unabhängiger Zufallsprozess angenommen. Das Minimierungsproblem ist in Abbildung 2.4 als Blockdiagramm dargestellt.

Damit das Wiener-Filter zur Anwendung kommen kann, wird die Problemstellung nach Abbildung 2.4 zunächst nach Abbildung 2.5 modifiziert, sodass sie in ihrer Struktur Abbildung B.1 entspricht mit

$$g(t) = (s * h_s)(t). \quad (2.46)$$

Die optimale Übertragungsfunktion  $H'(f)$  des Filters  $h'(t)$  nach Wiener wäre demnach

$$H'(f) = \frac{\Phi_{gg}(f)}{\Phi_{gg}(f) + \Phi_{nn}(f)}. \quad (2.47)$$

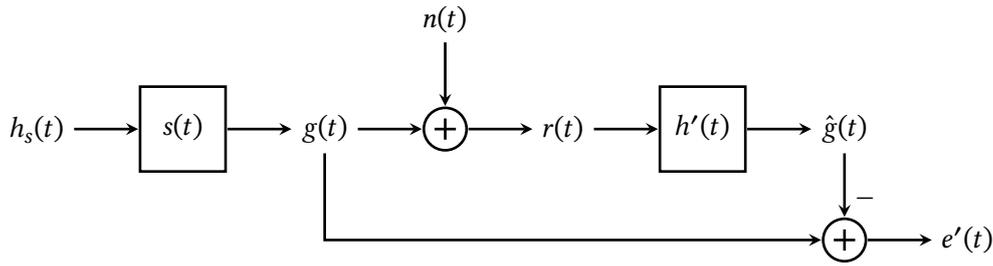


Abbildung 2.5: Modifiziertes Optimierungsproblem aus Abbildung 2.4 für die Anwendung des Wiener-Filters nach Abbildung B.1

Dabei kann das Leistungsdichtespektrum von  $g$  auch durch das Leistungsdichtespektrum  $\Phi_{h_s h_s}$  ausgedrückt werden mit

$$\Phi_{gg}(f) = \Phi_{h_s h_s} |S(f)|^2 \quad (2.48)$$

sodass gilt

$$H'(f) = \frac{\Phi_{h_s h_s} |S(f)|^2}{\Phi_{h_s h_s} |S(f)|^2 + \Phi_{nn}(f)}. \quad (2.49)$$

Mit  $G(f) = (\mathcal{F} g(t))(f) = S(f)H_s(f)$  kann nun der optimale Schätzwert gebildet werden durch

$$H(f) = S^{-1}(f) H'(f) \quad (2.50)$$

und somit

$$H(f) = \frac{S^*(f)}{|S(f)|^2 + \frac{\Phi_{nn}(f)}{\Phi_{h_s h_s}(f)}}. \quad (2.51)$$

Für das Leistungsdichtespektrum  $\Phi_{nn}(f)$  des Störsignals kann bei weißem, gaußschen Rauschen eine Konstante  $N_0$  angenommen werden also

$$\Phi_{nn}(f) = N_0. \quad (2.52)$$

Zur optimalen Schätzung von  $h_s(t)$  ist eine Schätzung der spektrale Leistungsdichte  $\Phi_{h_s h_s}(f)$  von  $h_s(t)$  notwendig. Jedoch kann nicht davon ausgegangen werden, dass es sich bei der Szenenantwort um einen stationären Zufallsprozess handelt. Nutzt man die mittlere spektrale Leistung als konstanten Wert für  $\Phi_{h_s h_s}(f)$ , führt dies dennoch zu einem guten Ergebnis. In diesem Fall kann mit der bandbegrenzten<sup>9</sup>, empfangenen Signalleistung  $P_r$  und der geschätzten Störsignalleistung  $P_n$ , unter der Voraussetzung von Unkorreliertheit auf die Leistungsdichte  $\Phi_{h_s h_s}$  geschlossen werden. Die Empfangsleistung lässt sich bestimmen zu

$$P_r = P_s G_s + P_n \quad (2.53)$$

mit  $G_s = \Phi_{h_s h_s} B$  und  $P_n = N_0 B$ . Dabei entspricht  $G_s$  dem Anteil der von der Szene zurückgestreuten Signalleistung. Dieser kann aus der

<sup>9</sup>mit Bandbreite  $B$

empfangenen Signalleistung bestimmt werden mit

$$G_s = \frac{P_r - P_n}{P_s}. \quad (2.54)$$

Dies führt zu folgendem Filter

$$H(f) = \frac{S^*(f)}{|S(f)|^2 + a} \quad (2.55)$$

mit

$$a = \frac{P_n P_s}{P_r - P_n}. \quad (2.56)$$

Dabei gilt die Sendeleistung  $P_s$ , die Rauschleistung  $P_n$  sowie die Empfangsleistung  $P_r$  als bekannte Parameter.

Für  $P_n \rightarrow \infty$  geht  $a \rightarrow \infty$ , da  $P_r - P_n > 0$ . Die Normierung auf  $|S|^2$  ist dann zu vernachlässigen und das Filter lässt sich als *matched filter* interpretieren. Geht  $P_n \rightarrow 0$  geht auch  $a \rightarrow 0$  und das Wiener-Filter ist äquivalent zu einem inversen Filter da  $\frac{a^*}{|a|^2} = a^{-1}$ .

Zur Evaluierung der Optimalität des Parameters  $a$ , wird der Schätzfehler anhand einer Simulation untersucht. Als Beispielszenario wird eine Szene mit einem Ziel bei gegebenem Signal-Rausch-Verhältnis  $\frac{\sigma^2}{\sigma_v^2}$  zwischen 30 dB bis -10 dB angenommen. Für die Evaluation verschiedener Werte von  $a$  wurde der optimale Wert nach Gleichung 2.56 bestimmt und zwischen -100 dB und 100 dB variiert.

In Abbildung 2.6 ist der mittlere quadratische Fehler zur idealen Szenenübertragungsfunktion  $H_s(f) = 1$  logarithmisch bezogen auf die Rauschleistung  $\sigma_v^2$  dargestellt. Dazu wurden 200 Millionen Realisationen einer Rauschwellenform mit einer Länge von 1024 Messwerten simuliert. In Abhängigkeit des varianten Filterparameters  $a$  ist das Histogramm des mittleren quadratischen Fehlers der Filterantwort als Helligkeit für verschiedene Signal-Rausch-Verhältnisse eingetragen. Bei hohem SNR strebt das Filter wie erwähnt zu einem reziproken Filterverhalten. Trotz einem hohen SNR von 30 dB wird das reziproke Filter instabil. Mittels dem Entfaltungsfilter nach Wiener lässt sich ein Filterergebnis ähnlich einem inversen Filter erzielen, ohne dass dieses instabil wird. Sinkt das SNR unter 0 dB verhält sich das Filter gleich einem *matched filter*. In diesem Fall ist das Rauschen größer als die Eigeninterferenz<sup>10</sup> der Sendewellenform. Der mittlere quadratische Fehler des *matched filter* ( $a \rightarrow \infty$ ) nähert sich also bei steigendem SNR einem Grenzwert. Diese Beobachtung deckt sich mit der Gleichung 2.33 für die Varianz des *matched filter*.

Zum Vergleich der Nebenkeulen des *matched filter* zum Entfaltungsfilter nach Wiener ist in Abbildung 2.7 die Kompressionsfilterantwort des Wiener-Filters mit der des *matched filter* bei einem SNR von 20 dB verglichen. Für dieses Beispiel besteht die Szenenantwort aus drei Punktzielen. Dabei ist ein Punktziel 35 dB schwächer als das stärkste

<sup>10</sup>Die Eigeninterferenz entspricht der Leistung  $E(|\phi_{ss}(t)|^2)$  der stochastischen Nebenkeulen der Autokorrelationsfunktion  $\phi_{ss}$  der Sendewellenform  $s(t)$ .

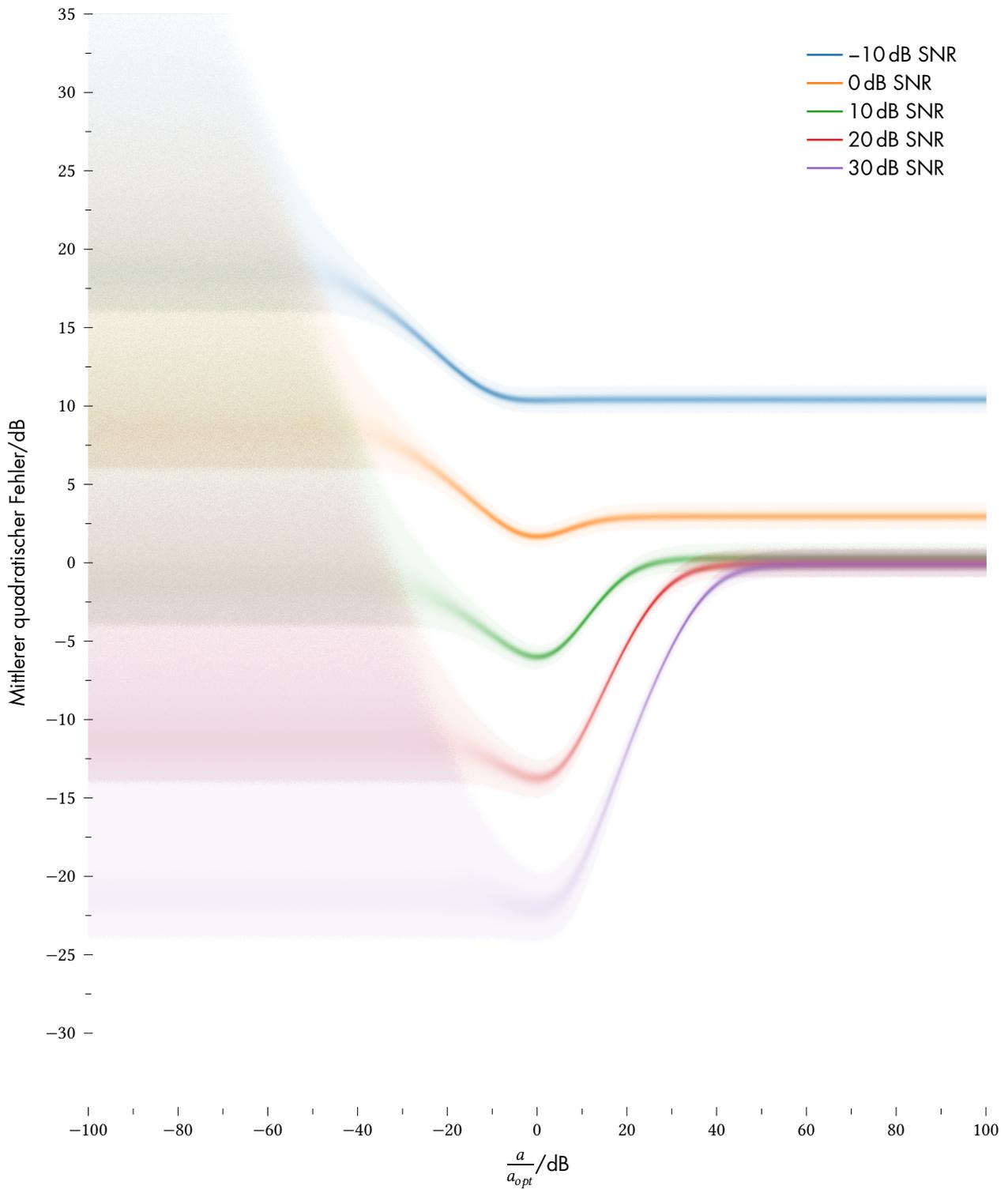


Abbildung 2.6: Histogram des mittleren quadratischen Fehlers des Entfaltungsfilters nach Wiener bezogen auf die Rauschleistung aufgetragen über die relative Abweichung des Parameters  $a$  zum optimalen Parameters  $a_{opt}$  nach Gleichung 2.56 mit variierendem Signal-Rausch-Verhältnis.

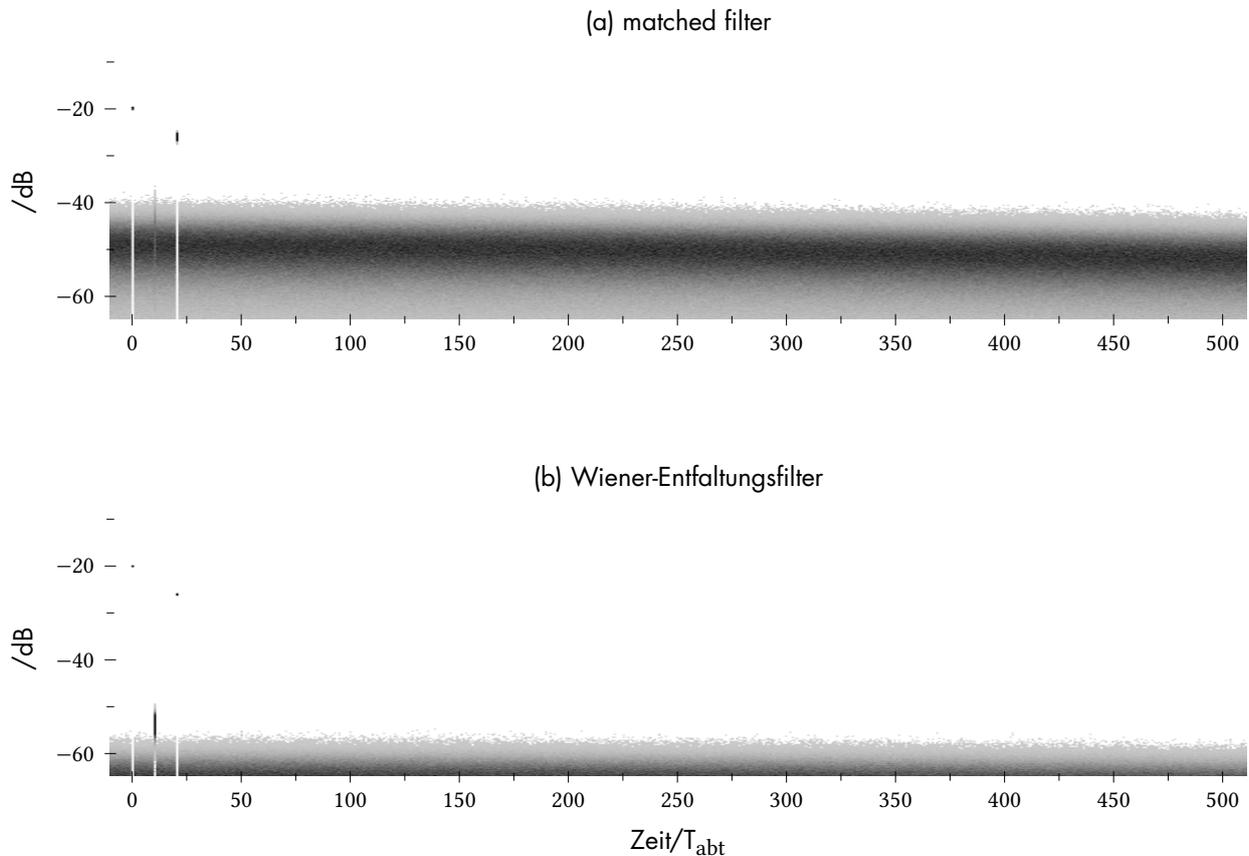


Abbildung 2.7: Vergleich der Nebenkeulen zwischen Matched-, und Wiener-Filter bei einem SNR von 20 dB.

Ziel. Durch die Entfaltung konnte die Dynamik der Eigeninterferenz nach Entfaltung um 12 dB verringert werden.

Das hier vorgestellte Wiener-Entfaltungsfilter wurde unter der Annahme hergeleitet, dass es sich bei der Szenenantwort um einen stationären Zufallsprozess handelt. Davon kann jedoch nicht zwangsläufig ausgegangen werden. Die geschätzte Szenenantwort entspricht dann also nicht dem optimalen Ergebnis. Faltet man die geschätzte Szenenantwort wieder mit der Sendewellenform und bildet die Differenz zum Empfangssignal, erhält man ein Residuum. Dieses Residuum beinhaltet weitere Signalanteile der Szenenantwort, die mittels eines weiteren Filterschritts ermittelt werden können. Da die spektrale Leistungsdichte des Residuums durch die Differenzenbildung kleiner geworden ist, wird der Parameter  $a$  im nächsten Iterationsschritt größer. Somit nähert sich das Wiener-Filter mit jeder Iteration dem *matched filter* an.

In Abschnitt 3.6 wird das Signal-Rausch-Verhältnis für zwei benachbarte Ziele, nach Entfernungskompression mittels Wiener-Filter, betrachtet. In diesem Abschnitt wurde auch dieser iterative Ansatz untersucht und mit einer Least-Means-Square-Lösung der Szenenrekonstruktion verglichen.

# Der Maskierungseffekt

## 3

Der Maskierungseffekt (engl. *masking effect*) bezeichnet die fehlende Detektion schwacher Ziele aufgrund stärkerer Kreuzkorrelationsprodukte starker Ziele. Insbesondere bei der Nutzung eines *matched filters* können in der Nähe liegende schwache Ziele durch die Autokorrelationsantwort des Sendesignals eines starken Ziels überlagert und nicht detektiert werden. Dieser Effekt wurde beim *matched filter* auf Seite 35 näher untersucht.

Durch Nutzung anderer Pulscompressionsfilter, wie zum Beispiel dem Wiener-Filter, lassen sich diese Effekte unterdrücken.

In den folgenden Abschnitten wird der CLEAN-Algorithmus als Entfaltungsmethode vorgestellt. Zwei weitere FIR-Entfaltungsfiler wurden von Janosz Kulpa in [Kul15] und [KMM17] vorgeschlagen. Diese Filter werden in den weiteren Abschnitten untersucht und mit dem in dieser Arbeit vorgeschlagenen Wiener-Entfaltungsfiler sowie einer modifizierten Form des FIR-Filters verglichen.

## CLEAN Algorithmus

### 3.1

Der CLEAN Algorithmus wurde erstmals 1974 von Jan Högbom in [Hög74] veröffentlicht. Es ist ein iterativer Algorithmus, der die Position und Stärke dominanter Ziele schätzt und mit der bekannten Punktzielantwort unterdrückt.

In jeder Iteration werden folgende Schritte mit  $f[k]$  als Matched-Filter-Rekonstruktion der Messdatenfolge und  $h[k]$  als geschätzte Punktzielantwort des Messensors und dem Ergebnisvektor  $y[k]$ , für alle  $k$  initialisiert mit 0, und dem Filterparameter  $0 < g < 1$  ausgeführt:

1.  $\epsilon[k] = f[k] - (y * h)[k]$
2.  $k_m = \arg \max_k |\epsilon[k]|$
3.  $y[k_m] = y[k_m] + g \epsilon[k_m]$

Im ersten Schritt wird das Residuum  $\epsilon[k]$  als Differenz zwischen Messdatenfolge  $f[k]$  und der geschätzten starken Punktziele  $y[k]$  gefaltet mit der Punktzielantwort  $(y * h)[k]$  bestimmt. In der ersten Iteration entspricht  $\epsilon[k] = f[k]$ .

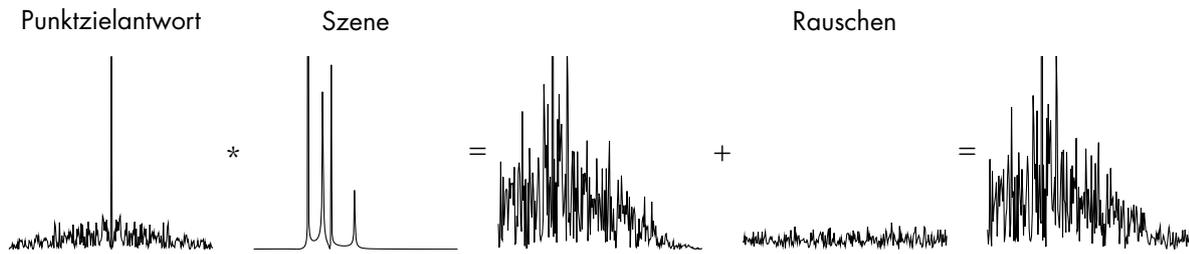


Abbildung 3.1: Simulation einer Szene mit 4 Punktzielen.

Danach wird die Position  $k_m$  des Maximums des Residuums  $\epsilon[k]$  bestimmt und im dritten Schritt ein mit dem Filterparameter  $g$  gewichteter Anteil dem Ergebnisvektor  $y$  hinzugefügt.

<sup>1</sup>zum Beispiel  $\max |\epsilon[k]| < \epsilon_0$

In der nächsten Iteration wird dann wieder das Residuum gebildet und somit das nächst stärkere Ziel vom Residuum abgezogen. Dieser Ablauf wird iteriert, bis eine Abbruchbedingung erfüllt wird<sup>1</sup>. Das Filterergebnis setzt sich dann zusammen aus  $y[k] + \epsilon[k]$ . Der Filterparameter  $g$  hilft bei der Stabilität des Filters, da die korrekte Schätzung der Zielstärke nicht nur abhängig vom Rauschen, sondern auch von ähnlich starken Zielen in der Umgebung ist.

Dieser Ansatz zur Entfaltung entfernt erfolgreich die Eigeninterferenzen einzelner, punktzelförmiger, starker Ziele. Die Laufzeit des Algorithmus ist abhängig von der Anzahl starker Ziele innerhalb der Szene, da die Anzahl Iterationen linear mit der Anzahl Ziele steigt. Dadurch eignet sich der Algorithmus primär für einfache Szenen. Ein häufiges Anwendungsgebiet des CLEAN ist die Interferometrie in der Radioastronomie. Da auch hier durch die unvollständige Aperturbelegung hohe Nebenkeulen/Mehrdeutigkeiten vorhanden sind, wird die Punktzielantwort mittels CLEAN entfaltet. Da es sich bei der Abbildung um Sterne handelt, also einige wenige punktförmige Ziele, sind optimale Voraussetzungen für CLEAN vorhanden, d.h. ist eine geringe Anzahl an Iterationen notwendig.

<sup>2</sup>Inverse Fouriertransformierte der Szenenübertragungsfunktion

**Beispiel** Im folgenden Beispiel mit vier Punktzielen wird der Algorithmus verdeutlicht. In Abbildung 3.1 ist die simulierte Szene in den einzelnen Simulationsschritten dargestellt. Zunächst wird eine Punktzielantwort mittels Autokorrelation eines Rauschsignals erzeugt. Dies simuliert die Pulskompression mittels eines *matched filters*. Wird diese Punktzielantwort mit der Szenenantwort<sup>2</sup> gefaltet, entsteht das Empfangssignal ohne Systemrauschen. Dieses Empfangssignal kann dann mit additiven Rauschen versehen werden.

Durch die starke Nebenkeulenüberlagerung der vier Ziele aufgrund des Masking-Effekts, lassen sich die Zielenergien nur schwer abschätzen. Aus diesem Grund wird der Filterparameter  $g < 1$  gewählt.

Nach Anwendung des CLEAN-Algorithmus, ist das Empfangssi-

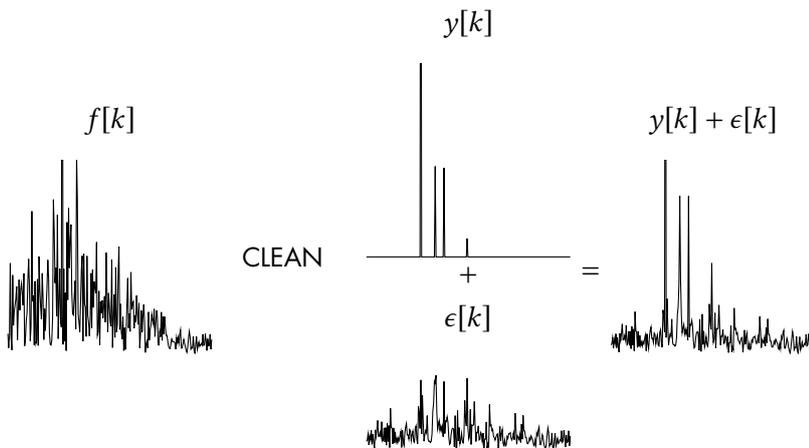


Abbildung 3.2: Entfaltung der Punktzielantwort mit CLEAN.

gnal in den Ergebnisvektor  $y$  und Residuenvektor  $\epsilon$  aufgespalten. Zwar wurde die Position der vier Ziele in  $y$  korrekt geschätzt, aufgrund des Rauschens und der nahen, benachbarten Ziele konnte die Zielenergie in  $y$  jedoch nicht korrekt ermittelt werden. Durch Addition des Ergebnisvektors  $y$  mit dem Residuenvektor  $\epsilon$  erhalten wir eine bessere Schätzung der Szenenantwort.

In der klassischen Anwendung wird nur der Ergebnisvektor  $y$  als detektiertes Ergebnis weiterverwendet. Unter der Hinzunahme des Residuenvektors  $\epsilon$  können schwache Ziele durch weitere Verarbeitungsschritte (SAR etc.) detektiert werden.

Natürlich lässt sich diese Verarbeitung auch direkt in die Übertragungsfunktion der Punktzielantwort  $h$  einbauen, ist jedoch je nach Algorithmus rechnerisch sehr aufwendig. Als Beispiel kann hier die bistatische Radarbildgebung mit synthetischer Apertur genannt werden. In diesem Fall müsste die Punktzielantwort für ein detektiertes Ziel an Position  $(x, y, z)$  mit den zeitabhängigen Radar- und Plattformparametern von Sender und Empfänger, wie Position, Antennenschwenkung etc. simuliert und mit dem SAR Prozessor prozessiert werden. Diese Art der Optimierung ist zwar vorstellbar und möglich, aber vom rechnerischen Aufwand nicht annehmbar.

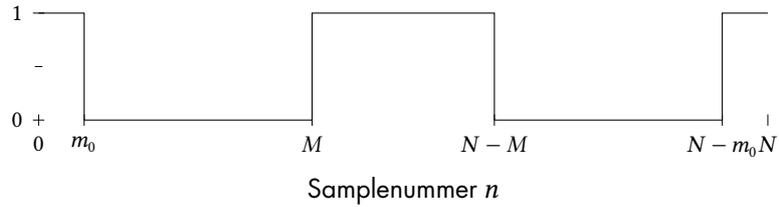
Ist der Bereich der starken Ziele bekannt<sup>3</sup>, können diese starken Ziele in einer Iteration mittels LMS-Rekonstruktion geschätzt und abgezogen werden. Ein solches Verfahren ist der *tailored extensive cancellation algorithm* in [WWC+19]. Aufgrund der Reduktion des Suchbereichs lässt sich ein aufwändigeres Verfahren zur Szenenschätzung<sup>4</sup> statt eines *matched filters* nutzen.

<sup>3</sup>z.B. nur im Nahbereich

<sup>4</sup>siehe Abschnitt 3.5 zur LMS-Szenenschätzung

Der CLEAN-Algorithmus ist ein nichtlinearer Algorithmus und wird im Bereich der Rekonstruktion dünnbesetzter Gleichungssysteme auch als *matching pursuit* Algorithmus (MP) bezeichnet. Eine Erweiterung dieses Algorithmus stellt der *orthogonal matching pursuit* Algorithmus (OMP) dar. Dieser erweitert den MP-Algorithmus in jeder Iteration um eine Minimierung des quadratischen Fehlers in einer

Abbildung 3.3: Fensterfunktion der gewünschten Filterantwort nach [Kul15].



orthonormalen Basis zwischen projiziertem Messvektor und Ergebnisvektor. Dadurch wird bei jedem Iterationsschritt alle bis dahin rekonstruierten Elemente des Ergebnisvektors angepasst. Aufgrund der zur Minimierung des quadratischen Fehlers zu ermittelnden Moore-Penrose-Pseudoinversen ist dieser Algorithmus deutlich rechenintensiver.

### 3.2 Mismatched Filter nach Kulpa

Zur Unterdrückung der Kreuzkorrelationsprodukte mittels linearem Filter schlug Janosz Kulpa in [Kul15] ein durch Fensterung der Autokorrelationsfunktion konstruiertes Filter vor.

Die Idee liegt in der Konstruktion einer idealen Filterantwort  $g$  auf Basis der Autokorrelationsfunktion  $r_{ss}$  des Sendesignals  $s$ . Dabei soll die Filterantwort in der Nähe des Maximums für die Szenenlänge den Wert Null annehmen. Abseits dieses Bereichs soll die Filterantwort der Autokorrelationsfunktion entsprechen. Nach [Kul15] wird die Filterantwort  $g$  beschrieben durch

$$g[n] = \begin{cases} 0, & \text{für } n \geq m_0 \text{ und } n < M, \\ & \text{sowie } n > N - M \text{ und } n \leq N - m_0 \\ r_{ss}[n], & \text{sonst.} \end{cases} \quad (3.1)$$

Die Filterantwort  $g$  entspricht also einer nach Abbildung 3.3 gefensternten Autokorrelation des Sendesignals  $s$ . Dabei ist zu beachten, dass das Signal einer endliche Anzahl diskreter Abtastwerte entspricht, und die diskrete Faltung eine zyklische Faltung ist. Das bedeutet, Werte ab Samplenummer  $N/2$  bis  $N$  entsprechen den Samples  $-N/2$  bis  $-1$ .

Beschreibt man die Filteroperation im Frequenzbereich als Multiplikation, lässt sich das gewünschte Filter beschreiben als

$$H[n] = \frac{G[n]}{S[n]} \quad (3.2)$$

mit  $G$  als diskrete Fouriertransformierte der gewünschten Filterantwort  $g$ ,  $S$  als diskrete Fouriertransformierte des Sendesignals  $s$  und der Übertragungsfunktion  $H$  des Filters.

In der folgenden Beschreibung dieses Filters wird, im Gegensatz zur ursprünglichen Beschreibung, eine zeitkontinuierliche Darstellung gewählt. Die Filterantwort  $g$  kann dann beschrieben werden als

$$g(t) = r_{ss}(t) \left( 1 - \text{rect}\left(\frac{t}{T_1}\right) * (\delta(t - T_2) + \delta(t + T_2)) \right) \quad (3.3)$$

mit dem Faltungsoperator  $*$ ,  $T_1 = (M - m_0)T_{\text{abt}}$  und  $T_2 = (m_0 + M/2)T_{\text{abt}}$ , sowie der Abtastezeit  $T_{\text{abt}}$  und der Autokorrelationsfunktion  $r_{ss}$  von  $s$ . Durch Fouriertransformation erhalten wir das Spektrum  $G(f)$

$$\begin{aligned} G(f) &= |S(f)|^2 * (\delta(f) - (2T_1 \text{si}(\pi T_1 f) \cos(2\pi T_2 f))) \\ G(f) &= |S(f)|^2 - |S(f)|^2 * (2T_1 \text{si}(\pi T_1 f) \cos(2\pi T_2 f)) \end{aligned} \quad (3.4)$$

Durch Division mit dem Referenzsignalspektrum  $S$  kann die gewünschte Filterübertragungsfunktion  $H$  gebildet werden und ergibt

$$H(f) = S^*(f) - \frac{|S(f)|^2 * 2T_1 \text{si}(\pi T_1 f) \cos(2\pi T_2 f)}{S(f)}. \quad (3.5)$$

Der erste Term dieser Übertragungsfunktion entspricht der Übertragungsfunktion eines *matched filter*. Davon abgezogen wird nun das quadrierte Betragsspektrum gefaltet mit einer modulierten *si*-Funktion. Aufgrund der Fensterung der Autokorrelationsfunktion im Zeitbereich wird hier ein Teil der stark oszillierenden Anteile des quadrierten Betragsspektrums abgezogen. Dadurch werden Teile des stark varianten Spektrums verringert und weniger Nebenkeulen entstehen im Zeitbereich.

In diesem zweiten Term ist außerdem das inverse Spektrum von  $S(f)$  enthalten. Dies führt zu einer instabilen Filterantwort für beliebige  $S(f)$ . Durch eine Simulation lässt sich diese Instabilität leicht zeigen.

Abbildung 3.4 zeigt die Filterantwort eines *matched filter*, dem hier betrachteten mismatched Filter nach [Kul15] und dem in dieser Arbeit vorgeschlagenen Wiener-Entfaltungsfilter für eine simulierte Szene von drei Zielen bei einem SNR von 20 dB für einen Rauschpuls mit 1024 unkorrelierten Rauschmesswerten. Es wurden 50000 Realisierungen simuliert und in das Diagramm eingetragen. Die Häufigkeit der aufgetretenen Werte lässt sich anhand der Helligkeit der Datenpunkte erkennen. Die Parameter des mismatched Filter sind  $m_0 = 6$  und  $M = 256$ . Hingegen beim *matched filter*-Ergebnis die Nebenkeulen deutlich sichtbar sind und das zweite schwache Ziel kaum sichtbar ist, können mittels mismatched Filter die Nebenkeulen für einzelne Realisierungen des Rauschpuls reduziert werden. Aufgrund der Instabilität des inversen Anteils des Filters entstehen jedoch Störungen die teilweise über den zu detektierenden Zielen liegen. Das Entfaltungsfilter nach Wiener reduziert die Nebenkeulen im gesamten Beobachtungsbeobachtungsbereich.

In [Kul15] wird weiterhin eine Fensterung des Spektrums mit einem Hann-Fenster zur Reduzierung der Nebenkeulen vorgeschlagen. Dies

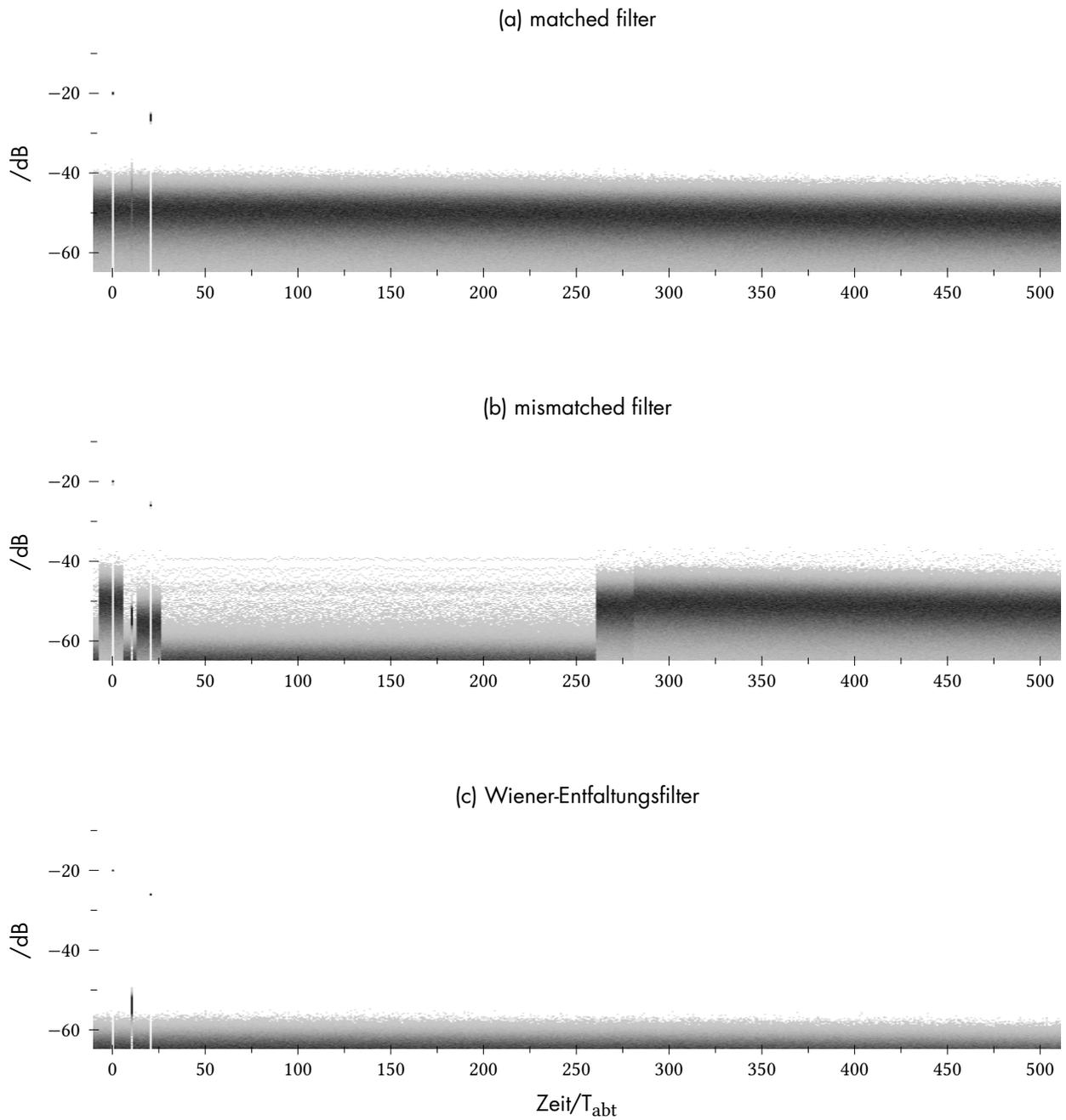


Abbildung 3.4: Vergleich zwischen Matched-, Mismatched und Wiener-Filter bei einem SNR von 20 dB. Die Parameter des mismatched Filter betragen  $m_0 = 6$  und  $M = 256$  bei einer Pulslänge von 1024 Abtastwerten. Dargestellt sind 10000 Realisierungen.

reduziert jedoch nur die Nebenkeulen im Zeitbereich, die durch eine rechteckförmige Einhüllende des Spektrums zustande kommen. Diese Eigenschaft ist bei einem gleichförmig belegten Spektrum unabhängig von der verwendeten Signalform und beschreibt deshalb keinen Lösungsansatz für die Unterdrückung der Nebenkeulen, induziert durch eine Rauschwellenform.

### FIR-Filter zur Unterdrückung von Nebenkeulen nach Kulpa 3.3

Ein weiteres Filter, vorgeschlagen von Janosz Kulpa in [KMM17], ist ein optimiertes FIR-Filter. Das Optimierungskriterium basiert, ähnlich wie im vorherigen Abschnitt, auf der Unterdrückung der Nebenkeulen im Nahbereich starker Ziele. Dazu soll die Replik des Sendesignal  $x$  durch ein geeignetes FIR-Filter in der Art modifiziert werden, dass die Nebenkeulen nach Korrelation mit diesem modifizierten Signal  $x_0$  nahe dem Maximum reduziert werden. Dazu stellt der Autor zunächst den digitalen Filterprozess von  $x$  nach  $x_0$  in Abhängigkeit der Filterkoeffizienten  $b_i$  dar als

$$x_0(n) = \sum_{i=0}^{M-1} b_i x(n-i). \quad (3.6)$$

Der Filterkoeffizient  $b_0$  wird auf 1 gesetzt sowie innerhalb der Hauptkeule die Filterkoeffizienten  $b_1$  bis  $b_{m_0-1}$  auf 0. Die unbekannt Filterkoeffizienten  $b_{m_0}$  bis  $b_{M-1}$  gilt es, unter der Bedingung, dass die Autokorrelationsfunktion  $r_{x_0}(m)$  für  $m \in [m_0, M-1]$  verschwindet, zu optimieren. Betrachtet man die Autokorrelationsfunktion<sup>5</sup>

$$r_{x_0}(m) = \sum_{n=0}^{N-1} x_0^*(n) x_0(n+m) \quad (3.7)$$

<sup>5</sup>Zur besseren Darstellung, wird eine etwas andere Darstellung der Gleichungen aus [KMM17] zur Herleitung genutzt, die jedoch zum gleichen Ergebnis führen.

und setzt hier Gleichung 3.6 ein, erhält man

$$r_{x_0}(m) = \sum_{n=0}^{N-1} \left( x(n) + \sum_{i=m_0}^{M-1} b_i x(n-i) \right)^* \cdot \left( x(n+m) + \sum_{k=m_0}^{M-1} b_k x(n-k+m) \right) \quad (3.8)$$

Durch Ausmultiplizieren und Aufteilen der Summe über  $n$  erhält man

$$\begin{aligned}
r_{x_0}(m) &= \sum_{n=0}^{N-1} x^*(n) x(n+m) \\
&+ \sum_{k=m_0}^{M-1} b_k \sum_{n=0}^{N-1} x^*(n) x(n-k+m) \\
&+ \sum_{i=m_0}^{M-1} b_i^* \sum_{n=0}^{N-1} x^*(n-i) x(n+m) \\
&+ \sum_{i=m_0}^{M-1} \sum_{k=m_0}^{M-1} b_k b_i^* \sum_{n=0}^{N-1} x^*(n-i) x(n-k+m). \quad (3.9)
\end{aligned}$$

Mit der Autokorrelationsfunktion

$$r_x(m) = \sum_{n=0}^{N-1} x^*(n) x(n+m) \quad (3.10)$$

lässt sich Gleichung  $r_{x_0}$  ausdrücken als

$$\begin{aligned}
r_{x_0}(m) &= r_x(m) + \sum_{k=m_0}^{M-1} b_k r_x(m-k) + \sum_{i=m_0}^{M-1} b_i^* r_x(m+i) \\
&+ \sum_{i=m_0}^{M-1} \sum_{k=m_0}^{M-1} b_k b_i^* r_x(m-k+i). \quad (3.11)
\end{aligned}$$

In [KMM17] werden die letzten beiden Terme in der weiteren Herleitung zur Vereinfachung vernachlässigt. Der Autor geht davon aus, dass  $b_k b_i < 1$  ist und dieser Term demnach nicht ins Gewicht fällt. In gleicher Weise argumentiert der Autor für  $r_x(m+i)$ , da  $m+i$  nicht den Wert 0 annehmen kann, und somit kein großer Wert für  $r_x(m+i)$  entsteht. Daraus ergibt sich näherungsweise

$$r_{x_0}(m) \approx r_x(m) + \sum_{k=m_0}^{M-1} b_k r_x(m-k). \quad (3.12)$$

Setzt man nun  $r_{x_0}(m)$  für alle  $m \in [m_0, M-1]$  gleich 0, kann das folgende lineare Gleichungssystem aufgestellt werden

$$-r_x(m) \approx \sum_{k=m_0}^{M-1} b_k r_x(m-k). \quad (3.13)$$

Stellt man diese Gleichung in Matrix-Vektor-Notation dar

$$\mathbf{p}_0 \approx \mathbf{P}_0 \mathbf{b}. \quad (3.14)$$

mit

$$\mathbf{p}_0 = \left( -r_x(m_0) \quad -r_x(m_0 + 1) \quad \dots \quad -r_x(M - 1) \right)^T \quad (3.15)$$

$$\mathbf{b} = \left( b_{m_0} \quad b_{m_0+1} \quad \dots \quad b_{M-1} \right)^T \quad (3.16)$$

$$\mathbf{P}_0 = \begin{pmatrix} r_x(0) & r_x(-1) & \dots & r_x(m_0 + 1 - M) \\ r_x(1) & r_x(0) & \dots & r_x(m_0 + 2 - M) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_x(M - 1 - m_0) & r_x(M - m_0) & \dots & r_x(0) \end{pmatrix}, \quad (3.17)$$

lassen sich durch Inversion der Matrix  $\mathbf{P}_0$  die Filterkoeffizienten mit

$$\mathbf{b} \approx \mathbf{P}_0^{-1} \mathbf{p}_0 \quad (3.18)$$

bestimmen. In der Veröffentlichung wird nicht weiter auf die Invertierbarkeit von  $\mathbf{P}_0$  eingegangen. Da es sich hierbei um eine Autokorrelationsmatrix handelt und  $\mathbf{P}_0 = \mathbf{P}_0^H$  gilt, lässt sich das Gleichungssystem durch Cholesky-Zerlegung mit nachfolgendem Einsetzverfahren lösen. Dies ist am Ende des Abschnitts 3.4 näher erläutert.

Mit diesem FIR-Filter wird die Replik des Sendesignals sowie das Empfangssignal gefiltert, um im nachfolgenden Schritt die Pulskompression mittels Korrelation der beiden gefilterten Signale zu berechnen.

Aufgrund der Näherung in Gleichung 3.13 werden die Nebenkeulen nicht verschwinden, sondern nur gedämpft. Aus diesem Grund schlägt Kulpa vor, diese Filterung iterativ durchzuführen.

Abbildung 3.5 zeigt die Lösungen für das mittels FIR-Filter modifizierte mismatched Filter mit einer und sieben Iterationen im Vergleich zur Lösung mittels Wiener-Entfaltungsfiler bei einer Pulslänge von 1024 unkorrelierten Rauschsample für insgesamt 10000 Realisationen. Die Parameter des FIR-Filters betragen  $m_0 = 1$  und  $M = 256$ . Im Gegensatz zum vorherigen Ansatz aus Abschnitt 3.2 führt die Anpassung des *matched filters* mit dem hier vorgestellten FIR-Filter zu einer stabilen Lösung. Bei nur einer Iteration unterdrückt das Wiener-Entfaltungsfiler die Nebenkeulen deutlich stärker als die hier vorgeschlagene Lösung. Wiederholt man jedoch diesen Filterschritt mehrmals, resultiert dies in einem besseren Ergebnis (siehe Abbildung 3.5 (b) für sieben Iterationsschritte) innerhalb des Optimierungsbereichs  $[1, M]$ .

Aufgrund des iterativen Ansatzes und der Inversion der Matrix  $\mathbf{P}_0$  für jede Iteration und Puls ist dies ein sehr rechenintensives Verfahren und steigt überproportional mit der Größe des Optimierungsbereichs.

Bei der Herleitung des Filters wurden Vereinfachungen durchgeführt, damit die Filterkoeffizienten durch das Lösen eines Gleichungssystem bestimmt werden können. Im folgenden Abschnitt wird ein

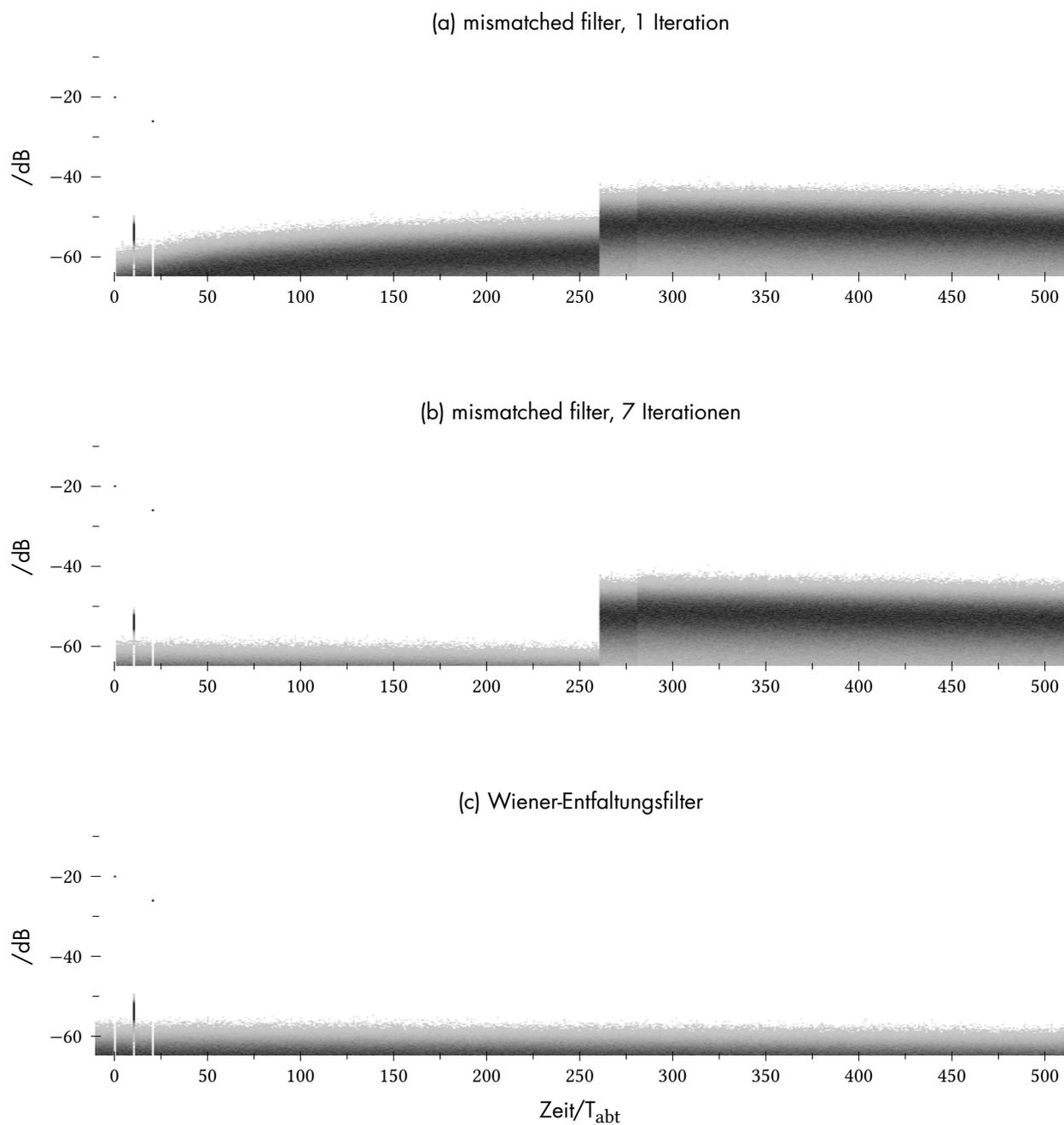


Abbildung 3.5: Vergleich zwischen Mismatched und Wiener-Filter bei einem SNR von 20 dB. Die Parameter des FIR Filter betragen  $m_0 = 1$  und  $M = 256$  bei einer Pulslänge von 1024 Abtastwerten. Dargestellt sind 10000 Realisierungen.

modifizierter Ansatz gewählt, der für die Bestimmung der Filterkoeffizienten keine Näherungen benötigt und somit nicht iterativ arbeitet.

## Optimiertes FIR-Filter zur Unterdrückung von Nebenkeulen 3.4

Das im vorherigen Kapitel hergeleitete FIR-Filter konnte nur iterativ die Nebenkeulen starker Ziele unterdrücken. Für jede Iteration und Puls muss dabei eine Matrixinversion durchgeführt werden. Je nach Szenenlänge ist dies sehr rechenaufwändig. Aus diesem Grund wurde die Idee nach [KMM17] aufgegriffen und modifiziert, damit nicht mehrere Iterationen durchgeführt werden müssen.

Im folgenden Ansatz wird die Replik des Sendesignals  $x$  mittels FIR-Filter derart angepasst, dass die Kreuzkorrelation  $r_{xx_0}(m)$  von  $x(n)$  mit dem gefilterten Signal  $x_0(n)$  für  $m \in [m_0, M-1] \cup [-(M-1), -m_0]$  und  $n \in [0, N-1]$  verschwindet. Dabei ist zu beachten, dass es sich hierbei um ein nicht-kausales Filter handelt. Für  $x_0(n)$  kann geschrieben werden

$$x_0(n) = x(n) + \sum_{i=m_0}^{M-1} b_i x(n-i) + \sum_{k=-(M-1)}^{-m_0} b_k x(n-k). \quad (3.19)$$

Statt der Autokorrelation  $r_x(m)$  wird die Kreuzkorrelationsfunktion  $r_{xx_0}(m)$  betrachtet, die ausgedrückt werden kann als:

$$r_{xx_0}(m) = \sum_{n=0}^{N-1} x^*(n) \cdot \left( x(n+m) + \sum_{i=m_0}^{M-1} b_i x(n-i+m) + \sum_{k=-(M-1)}^{-m_0} b_k x(n-k+m) \right). \quad (3.20)$$

Nach Ausmultiplizieren ergibt sich

$$r_{xx_0}(m) = \sum_{n=0}^{N-1} x^*(n) x(n+m) + \sum_{i=m_0}^{M-1} b_i \sum_{n=0}^{N-1} x^*(n) x(n-i+m) + \sum_{k=-(M-1)}^{-m_0} b_k \sum_{n=0}^{N-1} x^*(n) x(n-k+m). \quad (3.21)$$

Diese Gleichung kann in Abhängigkeit von der diskreten Autokorrelationsfunktion  $r_x(m) = \sum_{n=0}^{N-1} x^*(n) x(n+m)$  ausgedrückt werden als

$$r_{xx_0}(m) = r_x(m) + \sum_{i=m_0}^{M-1} b_i r_x(m-i) + \sum_{k=-(M-1)}^{-m_0} b_k r_x(m-k). \quad (3.22)$$

Wird  $r_{xx_0}(m)$  für  $m \in [m_0, M-1] \cup [-(M-1), -m_0]$  und  $n \in [0, N-1]$  zu 0 gesetzt, erhalten wir

$$-r_x(m) = \sum_{i=m_0}^{M-1} b_i r_x(m-i) + \sum_{k=-(M-1)}^{-m_0} b_k r_x(m-k). \quad (3.23)$$

Teilen wir die Gleichung in die Bereiche für  $m_- \in [-(M-1), -m_0]$  sowie  $m_+ \in [m_0, M-1]$  auf, erhalten wir die zwei Gleichungen

$$-r_x(m_-) = \sum_{i=m_0}^{M-1} b_i r_x(m_- - i) + \sum_{k=-(M-1)}^{-m_0} b_k r_x(m_- - k) \quad (3.24)$$

$$-r_x(m_+) = \sum_{i=m_0}^{M-1} b_i r_x(m_+ - i) + \sum_{k=-(M-1)}^{-m_0} b_k r_x(m_+ - k). \quad (3.25)$$

Die Summen lassen sich als Matrix-Vektor-Produkt beschreiben und somit die gesamte Gleichung in vektorieller Form darstellen als

$$\mathbf{r}_- = \mathbf{R}_1 \mathbf{b}_- + \mathbf{R}_2 \mathbf{b}_+ \quad (3.26)$$

$$\mathbf{r}_+ = \mathbf{R}_3 \mathbf{b}_- + \mathbf{R}_4 \mathbf{b}_+, \quad (3.27)$$

mit den Vektoren

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_- &= \left( -r_x(-M+1) \quad -r_x(-M+2) \quad \dots \quad -r_x(-m_0) \right)^T \\ \mathbf{r}_+ &= \left( -r_x(m_0) \quad -r_x(m_0+1) \quad \dots \quad -r_x(M-1) \right)^T \\ \mathbf{b}_- &= \left( b(-M+1) \quad b(-M+2) \quad \dots \quad b(-m_0) \right)^T \\ \mathbf{b}_+ &= \left( b(m_0) \quad b(m_0+1) \quad \dots \quad b(M-1) \right)^T \end{aligned}$$

und den zugehörigen Matrizen

$$\begin{aligned}
 \mathbf{R}_1 &= \begin{pmatrix} r_x(0) & r_x(-1) & \dots & r_x(m_0 - M + 1) \\ r_x(1) & r_x(0) & \dots & r_x(m_0 - M + 2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_x(-m_0 + M - 1) & r_x(-m_0 + M - 2) & \dots & r_x(0) \end{pmatrix} \\
 \mathbf{R}_2 &= \begin{pmatrix} r_x(-m_0 - M + 1) & r_x(-m_0 - M) & \dots & r_x(-2M + 2) \\ r_x(-m_0 - M + 2) & r_x(-m_0 - M + 1) & \dots & r_x(-2M + 3) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_x(-2m_0) & r_x(-2m_0 + 1) & \dots & r_x(-m_0 - M + 1) \end{pmatrix} \\
 \mathbf{R}_3 &= \begin{pmatrix} r_x(m_0 + M - 1) & r_x(m_0 + M - 2) & \dots & r_x(2m_0) \\ r_x(m_0 + M) & r_x(m_0 + M - 1) & \dots & r_x(2m_0 + 1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_x(2M - 2) & r_x(2M - 3) & \dots & r_x(m_0 + M - 1) \end{pmatrix} \\
 \mathbf{R}_4 &= \begin{pmatrix} r_x(0) & r_x(-1) & \dots & r_x(m_0 - M + 1) \\ r_x(1) & r_x(0) & \dots & r_x(m_0 - M + 2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_x(-m_0 + M - 1) & r_x(-m_0 + M - 2) & \dots & r_x(0) \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

Die Matrizen  $\mathbf{R}_1$  und  $\mathbf{R}_4$  sind identisch. Beachtet man zusätzlich die Symmetrieeigenschaften einer Autokorrelationsfunktion gilt  $r_x(m) = r_x^*(-m)$ . Daraus folgend gilt

$$\begin{aligned}
 \mathbf{R}_1 &= \begin{pmatrix} r_x(0) & r_x^*(1) & \dots & r_x^*(M - m_0 - 1) \\ r_x(1) & r_x(0) & \dots & r_x^*(M - m_0 - 2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_x(M - m_0 - 1) & r_x(M - m_0 - 2) & \dots & r_x(0) \end{pmatrix} \\
 \mathbf{R}_2 &= \begin{pmatrix} r_x^*(m_0 + M - 1) & r_x^*(m_0 + M) & \dots & r_x^*(2M - 2) \\ r_x^*(m_0 + M - 2) & r_x^*(m_0 + M - 1) & \dots & r_x^*(2M - 3) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_x^*(2m_0) & r_x^*(2m_0 - 1) & \dots & r_x^*(m_0 + M - 1) \end{pmatrix} \\
 \mathbf{R}_3 &= \mathbf{R}_2^H \\
 \mathbf{R}_4 &= \mathbf{R}_1 = \mathbf{R}_1^H.
 \end{aligned}$$

Mit diesen Symmetrien lässt sich das gesamte Gleichungssystem als Blockmatrix

$$\begin{pmatrix} \mathbf{r}_- \\ \mathbf{r}_+ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{R}_1 & \mathbf{R}_2 \\ \mathbf{R}_2^H & \mathbf{R}_1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{b}_- \\ \mathbf{b}_+ \end{pmatrix} \quad (3.28)$$

beschreiben. Da  $R_1 = R_1^H$  gilt, so gilt auch für die gesamte Blockmatrix

$$R = \begin{pmatrix} R_1 & R_2 \\ R_2^H & R_1 \end{pmatrix} = R^H. \quad (3.29)$$

Da es sich in diesem Fall um eine Autokorrelationsmatrix handelt, ist die Matrix positiv semidefinit. Das bedeutet nach [HJ12], dass für einen beliebigen, komplexen Vektor  $\alpha$

$$\alpha^H R \alpha \geq 0 \quad (3.30)$$

gelten muss. Die Autokorrelationsmatrix  $R$  lässt sich ausdrücken als  $R = X^H X$ , sodass für die Ungleichung

$$\alpha^H X^H X \alpha \geq 0 \quad (3.31)$$

$$(X\alpha)^H X\alpha \geq 0 \quad (3.32)$$

$$\|X\alpha\|^2 \geq 0 \quad (3.33)$$

gilt und damit gezeigt werden kann dass  $R$  positiv semidefinit ist und sich die Blockmatrix durch Cholesky-Dekomposition zerlegen lässt in  $R = D D^H$  mit der unteren Dreiecksmatrix  $D$ . Das gesamte Gleichungssystem

$$r = D D^H b \quad (3.34)$$

$$r = D \beta \quad (3.35)$$

mit

$$\beta = D^H b \quad (3.36)$$

kann dann in zwei Schritten gelöst werden. Durch Vorwärtseinsetzen wird zunächst  $r = D \beta$  nach  $\beta$  gelöst und anschließend durch Rückwärtseinsetzen das Gleichungssystem  $\beta = D^H b$  gelöst. Durch die Cholesky-Zerlegung ist keine direkte Berechnung der Inversen von  $R$  notwendig. Der Aufwand zur Lösung des Gleichungssystems wird maßgeblich durch die Cholesky-Dekomposition bestimmt. Im Vergleich zur LU-Zerlegung (Gaußsches Eliminationsverfahren), wird nur die Hälfte an Rechenoperationen benötigt, siehe [Mei15].

Nach Entfernungskompression mit einem *matched filter* kann nun mit dem hier hergeleiteten FIR-Filter, die durch die Rauschwellenform induzierten Nebenkeulen im Bereich  $m_0$  bis  $M$  vollständig beseitigt werden. Im Gegensatz zum Ansatz nach [KMM17] ist keine iterative Berechnung der Filterkoeffizienten mehr notwendig. Dies reduziert den Rechenaufwand enorm. Trotzdem bleibt zu erwähnen, dass  $R$  eine sehr große Matrix ist und der Aufwand der Cholesky-Dekomposition mit der Größe der Matrix kubisch ansteigt. Die Lösung

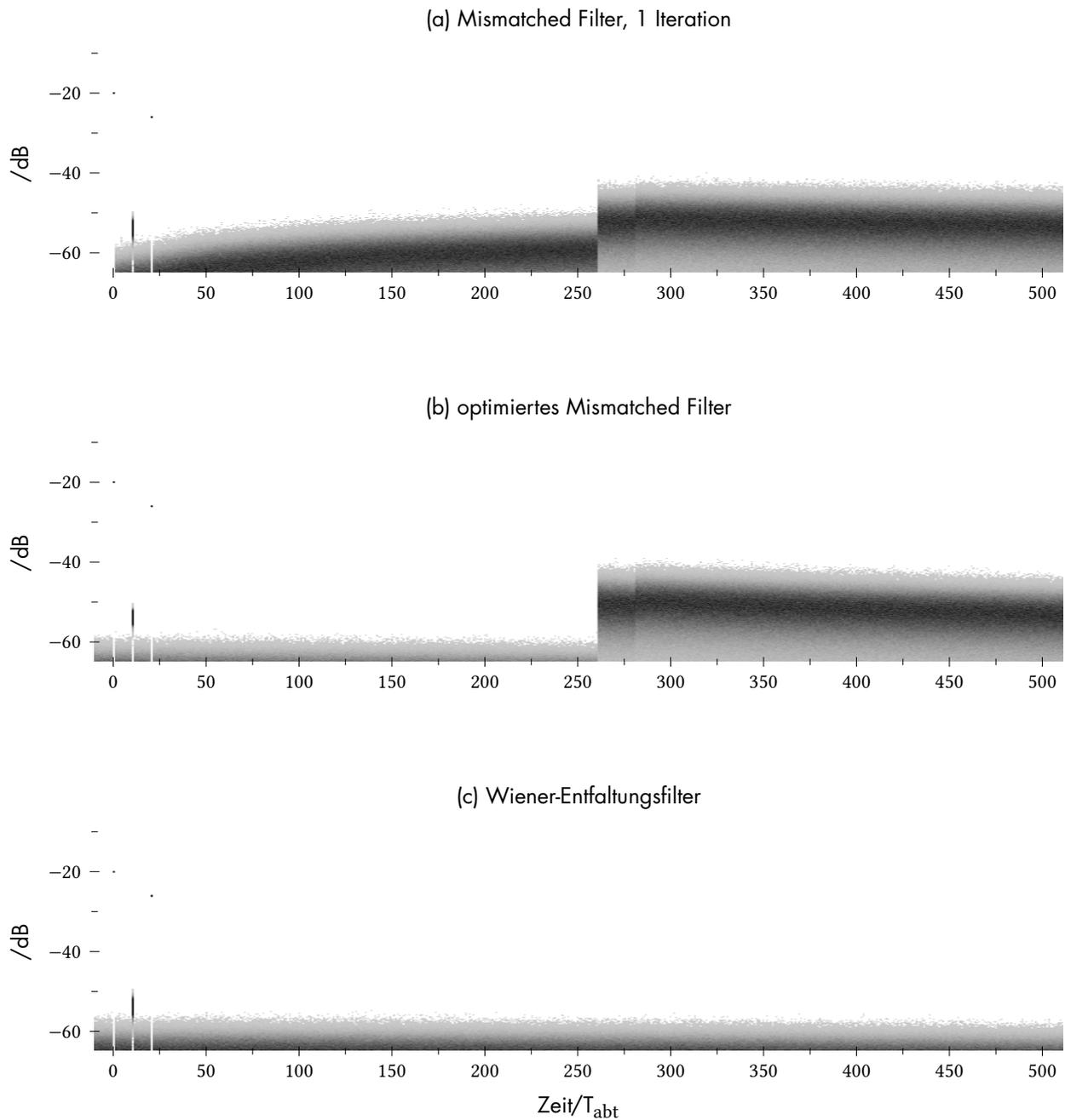
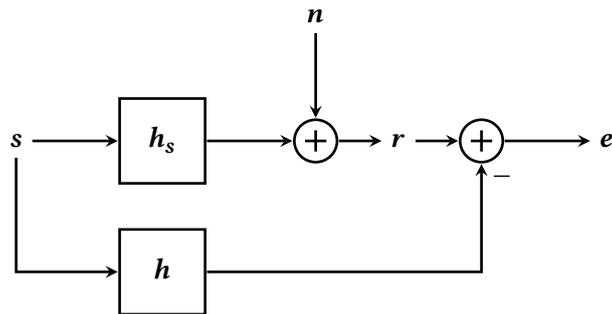


Abbildung 3.6: Vergleich zwischen Mismatched-, dem optimierten Mismatched und Wiener-Filter bei einem SNR von 20 dB. Die Parameter des FIR Filter betragen  $m_0 = 1$  und  $M = 256$  bei einer Pulslänge von 1024 Abtastwerten. Dargestellt sind 10000 Realisierungen.

Abbildung 3.7: Blockdiagramm zur Szenenschätzung mittels Least-Mean-Squares-Verfahren.



des Gleichungssystems ist für jeden Realisierung des Sendepulses notwendig.

Abbildung 3.6 zeigt das Ergebnis (b) nach Nebenkeuleunterdrückung im Vergleich zum Wiener-Entfaltungsfiler (c). Außerdem ist das Ergebnis des iterativ optimierten FIR-Filters nach der ersten Iteration gezeigt (a). Dabei entspricht ein Iterationsschritt der Optimierung aus Abschnitt 3.3 dem Rechenaufwand der Optimierung des in diesem Abschnitt hergeleiteten Filters. Auch diese Filterung ist stabil gegenüber Rauschen und liefert sehr gute Ergebnisse bezüglich der Unterdrückung von Nebenkeulen induziert durch die Rauschwellenform.

In Kapitel 6, 7 und 8 wird dieses Filter zusammen mit anderen Filtermöglichkeiten an realen Daten getestet. Dabei zeigt sich, dass dieses Filter der Berechnungsaufwand, abhängig von der Szenengröße, enorm steigt (mehrere Stunden) im Vergleich zum Wiener-Entfaltungsfiler (wenige Sekunden).

### 3.5 Szenenschätzung durch das Least-Mean-Squares-Verfahren

In den vergangenen Abschnitten wurden die Nebenkeulen durch ein lineares FIR-Filer unterdrückt. Dieser Abschnitt befasst sich mit der Schätzung der Szenenantwort im Sinne eines Least-Mean-Squares-Schätzers der folgende Fehlerfunktion minimieren soll

$$\|\mathbf{e}\|_2^2 = \|\mathbf{S}\mathbf{h} - \mathbf{r}\|_2^2. \quad (3.37)$$

Dabei stellt  $\mathbf{S}\mathbf{h}$  eine Faltung des Sendesignals  $\mathbf{s} \in \mathbb{C}^N$  mit der geschätzten Szenenantwort  $\mathbf{h} \in \mathbb{C}^M$  dar (siehe Gleichung C.3). Der Vektor  $\mathbf{r}$  entspricht dem Empfangssignal und ist demnach

$$\mathbf{r} = \mathbf{S}\mathbf{h}_s + \mathbf{v}. \quad (3.38)$$

Zur Visualisierung ist das Blockdiagramm in Abbildung 3.7 dargestellt.

In Anhang C ist für die Lösung dieses Problems mit Hilfe der Moore-Penrose-Pseudoinversen die Gleichung

$$\mathbf{h} = (\mathbf{S}^H\mathbf{S})^{-1}\mathbf{S}^H\mathbf{r}. \quad (3.39)$$

hergeleitet. Der Ausdruck  $\mathbf{S}^H \mathbf{r}$  kann als Faltung des zeitinvertierten und komplex konjugierten Sendesignals mit dem Empfangssignal  $\mathbf{r}$  aufgefasst werden, also dem Empfangssignal nach Pulskompression mittels *matched filter*, im folgenden bezeichnet mit

$$\mathbf{r}_{sr} = \begin{pmatrix} r_{sr}(0) & r_{sr}(1) & \cdots & r_{sr}(M-1) \end{pmatrix} \quad (3.40)$$

$$r_{sr}(n) = \sum_{k=0}^{K-1} s^*(k+n) r(k). \quad (3.41)$$

Diese Kreuzkorrelation von  $\mathbf{r}$  mit  $\mathbf{s}$  kann im Frequenzbereich durch elementweise Multiplikation der diskreten Fouriertransformierten, bestimmt mittels Fast-Fourier-Transformation (FFT<sup>6</sup>), von  $\mathbf{r}$  und  $\mathbf{s}$  realisiert werden.

Die Matrix  $\mathbf{S}^H \mathbf{S}$  entspricht der Autokorrelationsmatrix  $\mathbf{R}_{ss}$  des Sendesignals und wird deshalb substituiert mit

$$\mathbf{S}^H \mathbf{S} = \mathbf{R}_{ss} = \begin{pmatrix} r_{ss}(0) & r_{ss}(-1) & \cdots & r_{ss}(-M+1) \\ r_{ss}(1) & r_{ss}(0) & \cdots & r_{ss}(-M+2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{ss}(M-1) & r_{ss}(M-2) & \cdots & r_{ss}(0) \end{pmatrix}. \quad (3.42)$$

Diese Matrix ist eine hermitesche Matrix. Die Elemente des Vektors

$$\mathbf{r}_{ss} = \begin{pmatrix} r_{ss}(-N+1) \\ r_{ss}(-N+2) \\ \vdots \\ r_{ss}(-1) \\ r_{ss}(0) \\ r_{ss}(1) \\ \vdots \\ r_{ss}(N-2) \\ r_{ss}(N-1) \end{pmatrix} \quad (3.43)$$

können dabei durch die inverse Fouriertransformation der elementweisen Quadrate der diskreten Fouriertransformierten von  $\mathbf{s}$  bestimmt werden.

Durch diese, mittels FFT optimierte, Berechnung der Matrix  $\mathbf{R}_{ss} \in \mathbb{C}^{M \times M}$  und des Vektors  $\mathbf{r}_{sr}$  reduziert sich die Lösung des Problems auf die Lösung des linearen Gleichungssystems

$$\mathbf{R}_{ss} \mathbf{h} = \mathbf{r}_{sr} \quad (3.44)$$

für den Szenenkoeffizientenvektor  $\mathbf{h}$ . Die Lösung kann durch Cholesky-Dekomposition mit anschließender Vorwärts-/Rückwärtseinsetzung (siehe vorherigen Abschnitt) bestimmt werden.

<sup>6</sup>engl. *Fast Fourier Transform* ist eine schnelle Implementierung einer diskreten Fouriertransformation dessen Komplexität  $O(N \log(N))$  anstatt  $O(N^2)$  ist.

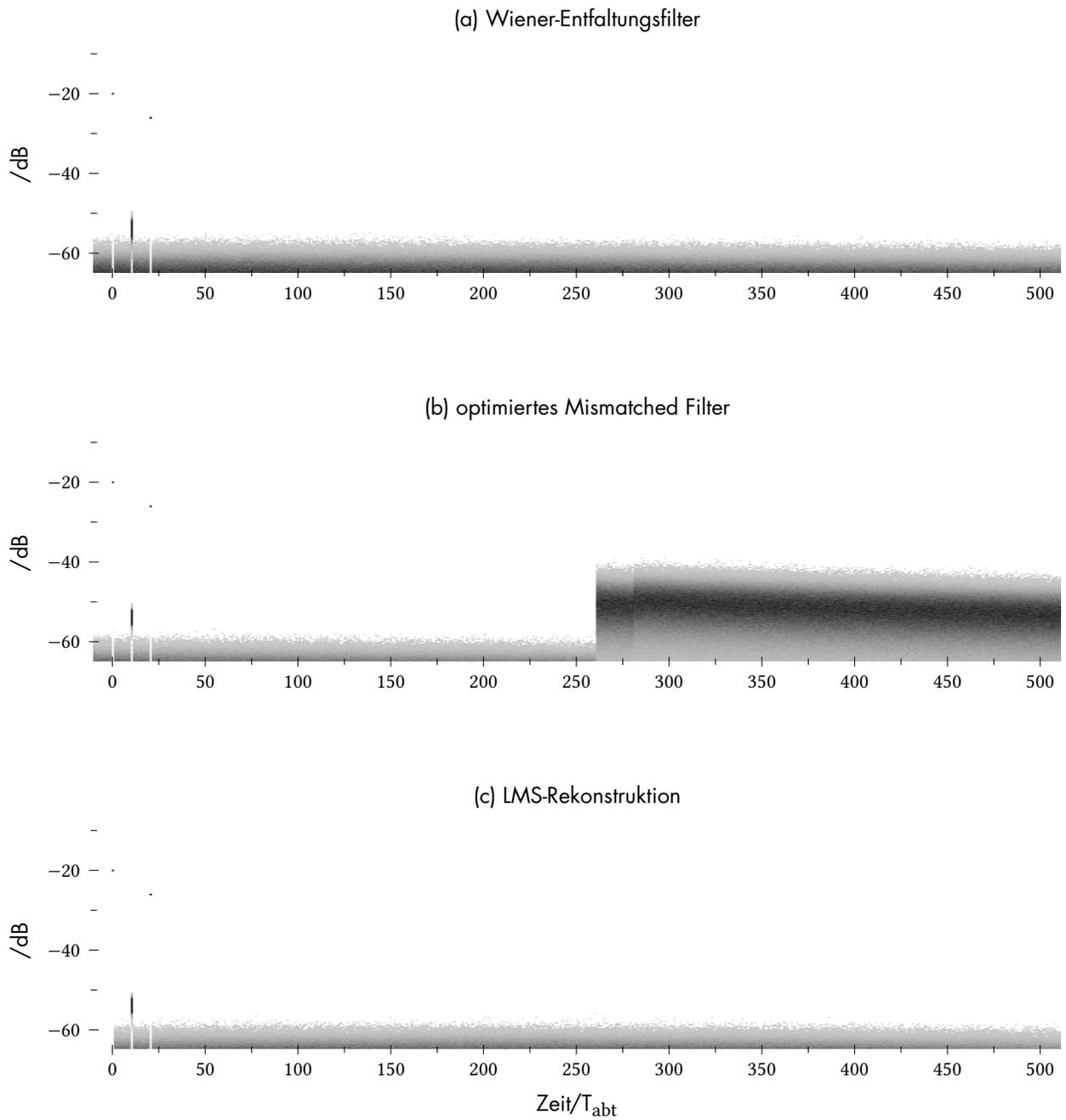


Abbildung 3.8: Vergleich zwischen Wiener-Entfaltungsfilter, optimierten FIR-Filter und LMS-Rekonstruktion bei einem SNR von 20 dB. Die Parameter des FIR Filter betragen  $m_0 = 1$  und  $M = 256$  bei einer Pulslänge von 1024 Abtastwerte. Dargestellt sind 10000 Realisierungen.

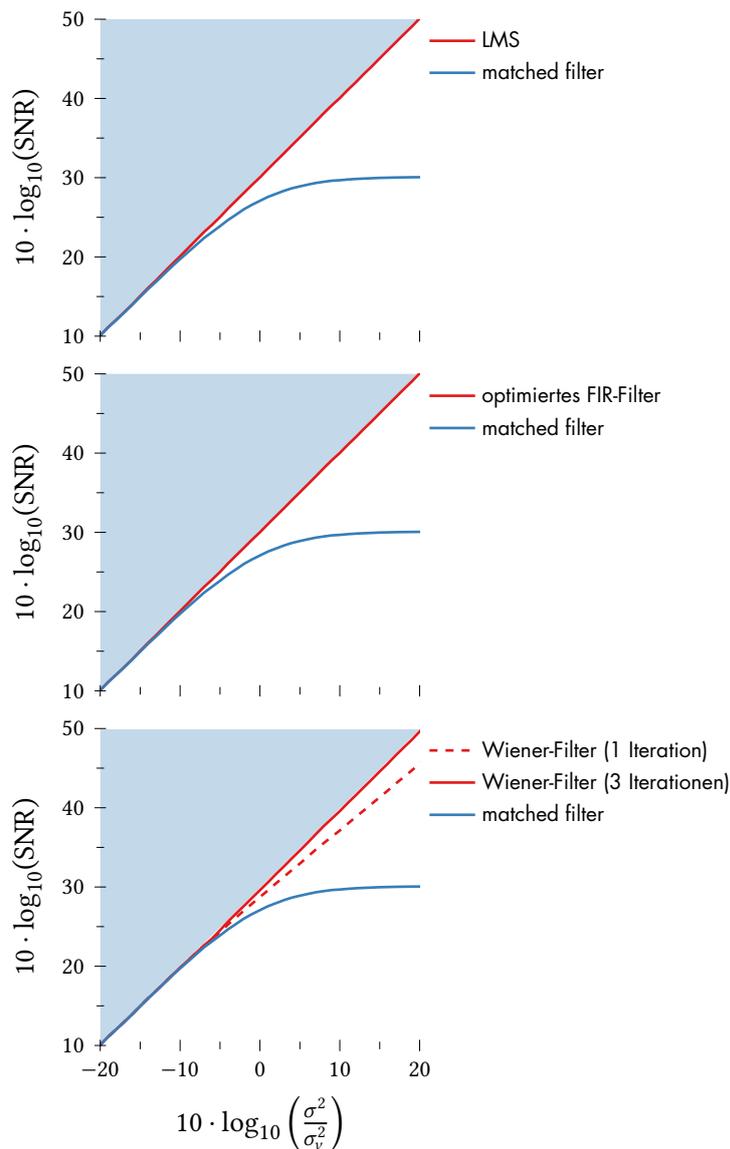


Abbildung 3.9: Vergleich des SNR zwischen *matched filter* und LMS-Rekonstruktion, optimierten FIR-Entfaltungsfiler und Wiener-Filer bei varierender Rauschleistung und zwei direkt benachbarten Zielen. Die Pulslänge beträgt 1024 Abtastwerte.

Abbildung 3.8 zeigt zum Vergleich mit den anderen Verfahren die Beispielszene mit drei Zielen. Die Nebenkeulen konnten erfolgreich unterdrückt werden.

### Vergleich des Signal-Rausch-Verhältnis der Szenenrekonstruktionmethoden in Abhängigkeit der Störerausleistung

### 3.6

Bestimmt man das SNR der Szenenschätzung nach Gleichung 2.37 aller Verfahren und variiert das Verhältnis von Signal-zu-Rauschleistung  $\frac{\sigma^2}{\sigma_v^2}$ , lassen sich die einzelnen Szenenrekonstruktionverfahren miteinander vergleichen (siehe Abbildung 3.9). Dazu wurde eine Szene bestehend aus zwei benachbarten und gleich starken Zielen simuliert. Die Pulslänge beträgt 1024 Abtastwerte, so dass nach Integration der Pulslei-

tung ein Gesamtgewinn von  $G = 1024 \equiv 30,1$  dB im optimalen Fall zu erwarten ist.

Das *matched filter* zeigt bei geringer Signal-zu-Rauschleistung ein dem Optimum entsprechendes Ergebnis. Nähert sich die Signal-zu-Rauschleistung jedoch 0 dB, steigt das SNR der Szenenschätzung aufgrund der hohen Eigeninterferenzen nicht mehr an. Dies ist auch der Grund für die Notwendigkeit alternativer Szenenschätzverfahren.

Mit dem LMS-Verfahren lässt sich eine optimale Szenenrekonstruktion erreichen. Es besteht eine lineare Beziehung zwischen Signal-zu-Rauschleistung und SNR der Szenenschätzung.

Das gleiche, optimale Ergebnis lässt sich mit dem optimierten FIR-Filter erzielen.

Für das Wiener-Entfaltungsfiler erhält man nach nur einer Iteration ein sehr gutes, jedoch nicht optimales Ergebnis. Durch mehrfaches Anwenden des Filterprozesses lässt sich jedoch schon nach drei Iterationen das optimale Ergebnis herbeiführen. Im Gegensatz zu den vorherigen Lösungen, ist keine Cholesky-Dekomposition und Lösung eines großen Gleichungssystem notwendig. Der Aufwand entspricht für jede Iteration dem eines *matched filters*.

# Ambiguitätsfunktion

## 4

Die Ambiguitätsfunktion beschreibt die Impulsantwort eines *matched filter* auf einen spektral verschobenen Puls. Dabei können einzelne Pulse, sowie auch Pulsfolgen analysiert und verglichen werden [Woo53; Woo67]. In diesem Kapitel wird die Ambiguitätsfunktion einer stochastischen Wellenform mit der einer konventionellen Chirpwellenform, also einem linear frequenzmodulierten Signal, verglichen.

Da das HITCHHIKER-System mit einer Bandbreite von 500 MHz im X-Band (ca. 8 GHz–12 GHz) arbeitet, dies entspricht einer relativen Bandbreite von ca. 0.05, kann die Schmalbandnäherung der Ambiguitätsfunktion verwendet werden. In dieser Näherung wird die Frequenzskalierung des Spektrums durch eine Verschiebung des Spektrums dargestellt. Dadurch lässt sich die Antwort  $\chi$  eines *matched filters* für ein Signal  $s(t)$  mit dem um die Dopplerfrequenz  $f_d$  verschobenen Signals  $s(t) e^{j2\pi f_d t}$  ausdrücken als

$$\chi(\tau, f_d) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t) s^*(t - \tau) e^{j2\pi f_d t} dt. \quad (4.1)$$

### Ambiguitätsfunktion eines Chirps

#### 4.1

Untersucht wird zunächst die Ambiguitätsfunktion für ein linear frequenzmoduliertes Chirp-Signal

$$s(t) = \text{rect}\left(\frac{t}{T_p}\right) e^{j\pi\alpha t^2} \quad (4.2)$$

mit der Pulsbreite  $T_p$  und der Chirprate  $\alpha = \frac{B}{T_p}$ , wohingegen  $B$  die Bandbreite des Signals beschreibt. Dazu muss das Integral

$$\chi(\tau, f_d) = \int_{-\infty}^{\infty} \text{rect}\left(\frac{t}{T_p}\right) \text{rect}\left(\frac{t - \tau}{T_p}\right) e^{j\pi\alpha t^2} e^{-j\pi\alpha(t - \tau)^2} e^{j2\pi f_d t} dt \quad (4.3)$$

gelöst werden. Zunächst wird der quadratischen Exponentialterm ausmultipliziert und zusammengefasst zu

$$\chi(\tau, f_d) = e^{-j\pi\alpha\tau^2} \int_{-\infty}^{\infty} \text{rect}\left(\frac{t}{T_p}\right) \text{rect}\left(\frac{t - \tau}{T_p}\right) e^{j2\pi(f_d + \alpha\tau)t} dt. \quad (4.4)$$

Für  $-T_p < \tau \leq T_p$  kann das Produkt der beiden Rechteckfunktionen zu einer Rechteckfunktion vereinfacht werden

$$\chi(\tau, f_d) = e^{-j\pi\alpha\tau^2} \int_{-\infty}^{\infty} \text{rect}\left(\frac{t - \frac{\tau}{2}}{T - |\tau|}\right) e^{j2\pi\alpha t} e^{j2\pi f_d t} dt \quad (4.5)$$

Das Integral entspricht einer inversen Fouriertransformation von  $t \rightarrow f_d$ , sodass geschrieben werden kann

$$\chi(\tau, f_d) = e^{-j\pi\alpha\tau^2} \mathcal{F}^{-1}\left(\text{rect}\left(\frac{t - \frac{\tau}{2}}{T_p - |\tau|}\right) e^{j2\pi\alpha t}\right)(f_d) \quad (4.6)$$

$$= e^{-j\pi\alpha\tau^2} ((T_p - |\tau|) \text{si}(\pi f_d (T_p - |\tau|)) e^{j\pi f_d \tau} * \delta(f_d + \alpha\tau)) \quad (4.7)$$

$$= e^{-j\pi\alpha\tau^2} (T_p - |\tau|) \text{si}(\pi(f_d + \alpha\tau)(T - |\tau|)) e^{j\pi(f_d + \alpha\tau)\tau} \quad (4.8)$$

$$= (T_p - |\tau|) \text{si}(\pi(f_d + \alpha\tau)(T_p - |\tau|)) e^{j\pi f_d \tau} \quad (4.9)$$

Der Ausdruck  $(T_p - |\tau|)$  in Verbindung mit  $-T_p < \tau \leq T_p$  kann als Dreiecksfunktion  $T_p \Delta\left(\frac{\tau}{T_p}\right)$  dargestellt werden, sodass für die gesamte Ambiguitätsfunktion gilt

$$\chi(\tau, f_d) = T_p \Delta\left(\frac{\tau}{T_p}\right) \text{si}(\pi(f_d - \alpha\tau)(T_p - |\tau|)) e^{j\pi f_d \tau} \quad (4.10)$$

$$= T_p \Delta\left(\frac{\tau}{T_p}\right) \text{si}\left(\pi\left(\frac{f_d}{\alpha} + \tau\right) \alpha (T_p - |\tau|)\right) e^{j\pi f_d \tau}. \quad (4.11)$$

Aus dieser Gleichung ist ersichtlich, dass das Signal in Abhängigkeit der Dopplerfrequenz  $f_d$  proportional zur reziproken Chirprate  $\alpha^{-1}$  verschoben wird.

Abbildung 4.1 (a) zeigt eine Schmalband-Ambiguity-Funktion für einen Chirp mit Bandbreite  $B$  und Pulsbreite  $T_p$ . Wird das Signal durch die Dopplerfrequenz beeinflusst, verschiebt diese abhängig von der Chirprate  $\alpha = B/T_p$  die Filterantwort im Zeitbereich.

Im Gegensatz dazu wird exemplarisch die Musterfunktion eines Rauschpulses der gleichen Bandbreite  $B$  und Pulsdauer  $T_p$  unter Anwendung der Schmalband-Ambiguity-Funktion nach Gleichung 4.1 betrachtet und in Abbildung 4.1 (b) dargestellt. Bei einem Rauschpuls ist keine Verschiebung im Zeitbereich abhängig von der Dopplerfrequenz des Pulses zu beobachten. Jedoch verringert sich die Amplitude des Impuls bei zunehmender Dopplerfrequenz. Damit ist ein Rauschpuls sensitiver hinsichtlich des SNRs gegenüber Dopplerverschiebungen als ein Chirpimpuls. Damit schnelle Ziele detektiert werden können, muss das Pulskompressionsfilter auf die Dopplerverschiebung angepasst werden. Alternativ können auch kürzere Pulse mit einer hohen Pulswiederholfrequenz verwendet werden. Dadurch kann bei gleicher ausgesendeter Signalenergie bei kohärenter Verarbeitung der gleiche

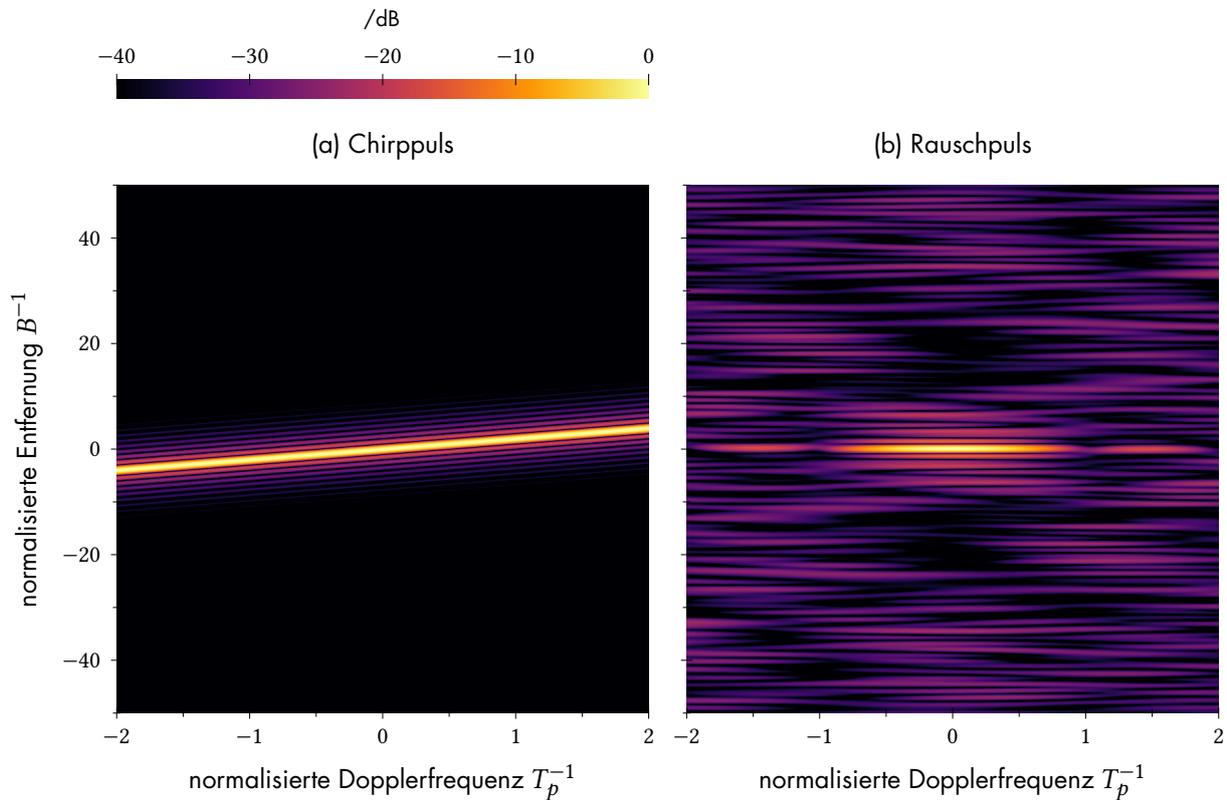


Abbildung 4.1: Schmalband-Ambiguity-Funktion eines (a) Chirrpulses und (b) Rauschpulses mit Pulslänge  $T_p$  und Bandbreite  $B$

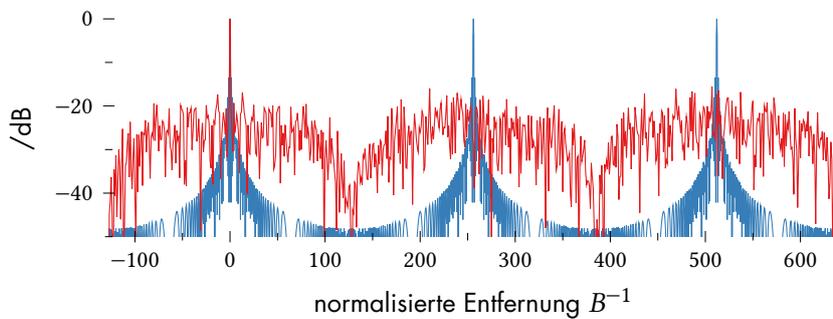


Abbildung 4.2: Entfernungsmehrdeutigkeit von Chirrpulsen (blau) und Rauschpulsen (rot). Die Pulslänge beträgt 128 Abtastwerte.

Integrationsgewinn erzielt werden, als durch einen längeren Puls. Diese Ambiguity-Funktion wird auch als Reißnagel-Funktion (engl. *thumbtack function*) bezeichnet. Mit dieser Wellenformeigenschaft lässt sich die Entfernung und Relativgeschwindigkeit zu einem Ziel mit Hilfe einer über Dopplerfrequenz abhängigen Filterbank bestimmen.

Betrachten wir die Korrelation eines Chirps mit einer Pulsfolge des gleichen Chirps im Vergleich mit einer Korrelation eines Rauschpulses mit einer Pulsfolge stochastisch unabhängiger Rauschpuls in Abbildung 4.2, lässt sich erkennen, dass durch die Wiederholung des gleichen Chirrpulses Mehrdeutigkeiten in Entfernungsrichtung entstehen. Da bei einem Rauschpuls jeder Einzelpuls stochastisch unabhängi-

gen bezüglich der Nachbarpulse ist, existieren hier keine Mehrdeutigkeiten. Es ist also möglich, ein Ziel in Entfernungsrichtung ohne Einschränkung der Pulswiederholrate aufzulösen. Damit sind höhere Pulswiederholfrequenzen möglich, die im bildgebenden Radarmodus SAR auch eine höhere Auflösung in Bewegungsrichtung technisch realisierbar macht.

Durch diese Eigenschaft, lässt sich eine solche Rauschwellenform insbesondere für satellitengetragene Radarsysteme nutzen, um sowohl eine große synthetische Apertur, als auch große Streifenbreite erreichen zu können. Konventionelle Wellenformen, die statistisch abhängige Pulsfolgen senden, erhalten bei großen synthetischen Aperturen und Streifenbreiten<sup>1</sup> Mehrdeutigkeiten in Entfernungsrichtung, wenn dadurch die Pulsrate erhöht werden muss. Das bedeutet, dass Zielantworten mit einer Signallaufzeit größer des Pulswiederholintervalls empfangen werden. Diese Zielantworten können dann nicht mehr an der wahren Signallaufzeit detektiert werden, sondern liegen innerhalb des Aufnahmezeitfensters an der Differenz zwischen Signallaufzeit und Pulswiederholintervall.

<sup>1</sup>Eine große Apertur entspricht einer hohen Auflösung und benötigt eine hohe Pulswiederholfrequenz.

## 4.2 Ambiguitätsfunktion der untersuchten Pulskompressionsfilter

In der konventionellen Definition der Ambiguitätsfunktion, wurde nur das *matched filter* hinsichtlich einer Dopplerverschiebung analysiert. Diese Analyse ist natürlich auch mit weiteren Filterfunktionen möglich. Im Folgenden wird das Wiener-Entfaltungsfiler  $h_k(t)$  der  $k$ -ten Musterfunktion des Rauschpulses  $s_k(t)$  analysiert, welches zu folgender Ambiguitätsfunktion führt:

$$\chi_k(\tau, f_d) = \int_{-\infty}^{\infty} s_k(t) h_k(t - \tau) e^{j2\pi f_d t} dt \quad (4.12)$$

mit

$$h_k(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{S_k^*(f)}{a + |S_k(f)|^2} e^{j2\pi f t} df, \quad (4.13)$$

wobei  $a$  nach Gleichung 2.56 gewählt wird. In dieser Untersuchung wird  $a$  in Abhängigkeit vom Erwartungswert der spektralen Leistungsdichte des Rauschpuls variiert, damit so die Abhängigkeit dieses Parameters auf das Dopplerverhalten abgebildet werden kann.

Abbildung 4.3 zeigt beispielhaft die Ambiguitätsfunktion einer Musterfunktion eines Rauschpulses mit Bandbreite  $B$  und Pulsbreite  $T_p$  für

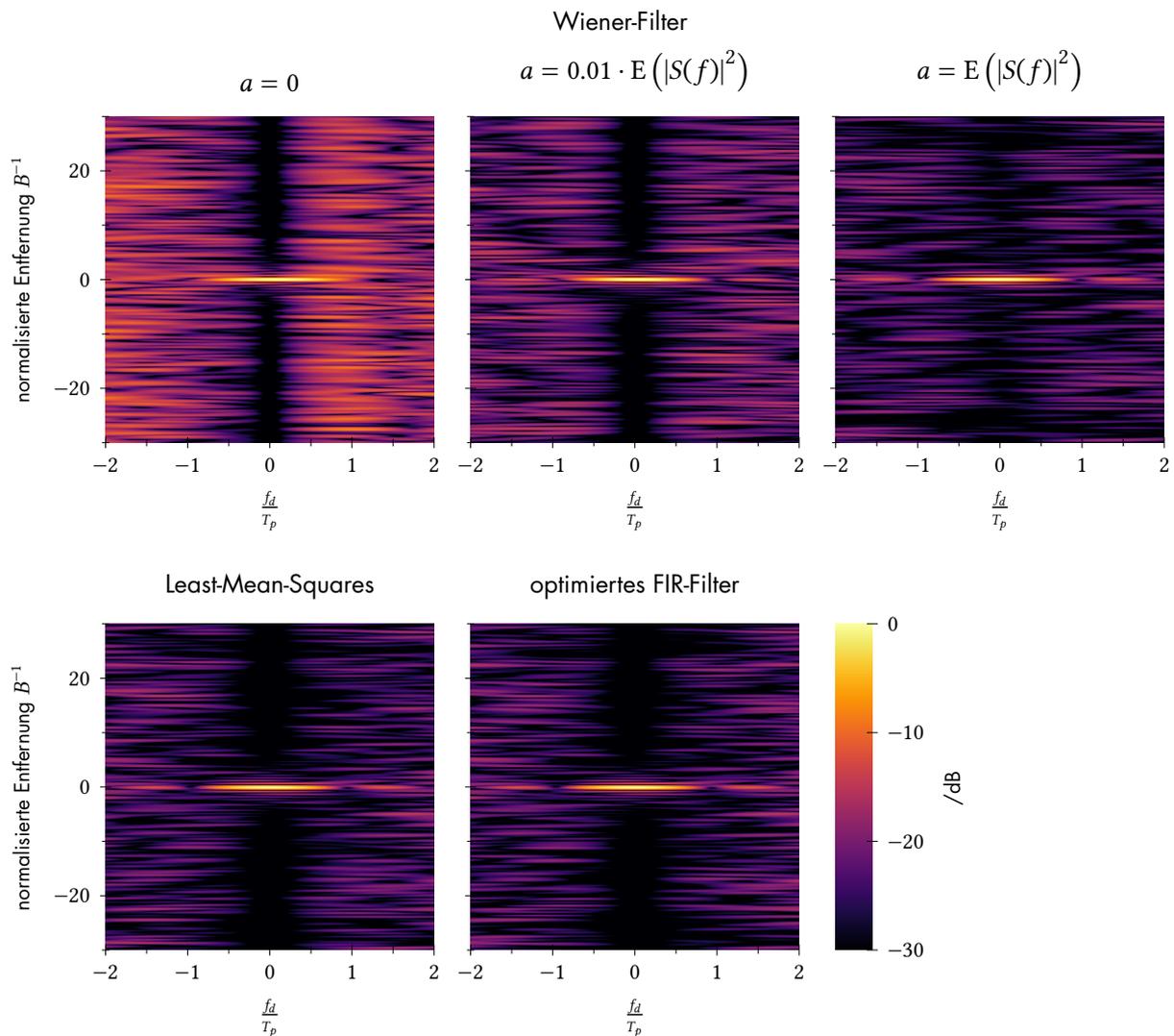


Abbildung 4.3: Ambiguitätsfunktion einer Musterfunktion eines Rauschpulses, entfernungs-komprimiert mittels Wiener-Entfaltungsfiler, optimierten FIR-Filter und LMS-Rekonstruktion.

das Wiener-Filter mit  $a = 0$ ,  $a = 0.01 \cdot E(|S(f)|^2)$  und  $a = E(|S(f)|^2)$ . Da dieses Filter nicht für eine Dopplerverschiebung konstruiert wurde, erhält man nur für die Dopplerfrequenz 0 ein optimales Filterergebnis. Abseits davon, werden die Eigeninterferenzen deutlich größer. Mit steigenden Werten von  $a$  wird das Filter robuster gegenüber Dopplerverschiebungen.

Des Weiteren ist in dieser Abbildung das Ergebnis des optimierten FIR-Entfaltungsfilters sowie der LMS-Rekonstruktion dargestellt, die beide, verglichen mit dem Wiener-Entfaltungsfiler, ein ähnliches Verhalten aufweisen mit  $a = E(|S(f)|^2)$ . Dabei entspricht  $h_k(t)$  dem

optimierten FIR-Filter der Form

$$h_k(t) = \sum_{n=-M+1}^{M-1} b_n \delta(t - n T_{\text{abt}}) \quad (4.14)$$

mit den Filterkoeffizienten  $b_n$  nach Gleichung 3.34. Für die Doppleruntersuchung der Rekonstruktion mittels LMS-Methode wurden die Elemente des Empfangsvektors  $\mathbf{r}_{sr}$  aus Gleichung 3.40 mit der Dopplerphase modifiziert und das Gleichungssystem 3.44 mittels Cholesky-Zerlegung gelöst.

Analog zur Untersuchung der *matched filter*-Antwort in Kapitel 2.1, lässt sich das Verhältnis

$$\frac{|\mathbb{E}(\chi(\tau, f_d))|^2}{\text{Var}(\chi(\tau, f_d))} \quad (4.15)$$

durch Mittelung der Musterfunktionen approximieren. Es beschreibt das Verhältnis aus Signalanteil zur Eigeninterferenz.

Für  $a = 0$ ,  $a = 0.01 \cdot \mathbb{E}(|S(f)|^2)$  und  $a = \mathbb{E}(|S(f)|^2)$  ist dieses Verhältnis für einen Puls mit 1024 Abtastwerten an der Stelle  $\tau = 0$  in Abbildung 4.4 dargestellt. Zum Vergleich ist dieses Verhältnis auch für das *matched filter* und die Least-Mean-Squares-Lösung (LMS) eingezeichnet. Für ein *matched filter* erreicht man bei  $f_d = 0$  ein maximales Signal-zu-Eigeninterferenzverhältnis von ca.  $N = 1024 \approx 30,1$  dB. Bei steigender Dopplerfrequenz sinkt dieses Verhältnis für  $f_d$  gegen  $\frac{1}{T_p}$  gegen 0. Für  $a = 0$  liegt das Signal-zu-Eigeninterferenzverhältnis für das Wiener-Filter bis  $\frac{1}{5T_p}$  oberhalb dessen des *matched filter*. Für höhere Dopplerfrequenzen sinkt es jedoch deutlich stärker. Bei größeren Werten von  $a$ , nähert sich das Signal-zu-Eigeninterferenzverhältnis dem der LMS-Lösung an.

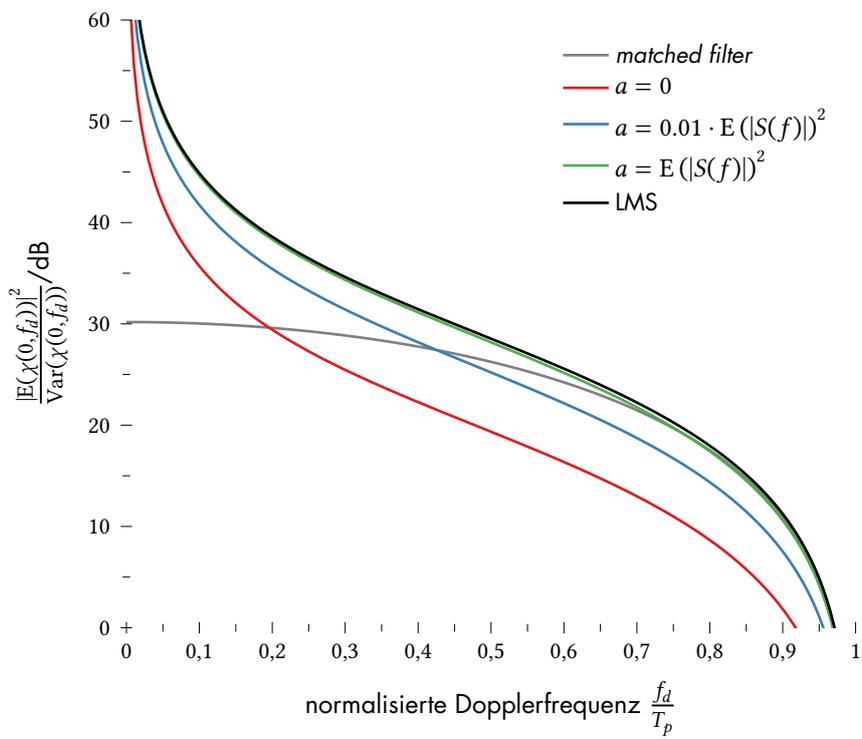


Abbildung 4.4: Signal zu Eigentinterferenzverhältnis der Ambiguitätsfunktion eines *matched filters*, Wiener-Filtres und des Least-Means-Squares-Verfahren.



# Entwicklung des Sendesystems 5

Damit die hier vorgestellten Algorithmen auch in der Praxis erprobt werden können, wurde das HITCHHIKER Empfangssystem durch einen Sender erweitert.

In diesem Kapitel werden die einzelnen Teilmodule, deren Funktion und Zusammenspiel näher erläutert. Dabei ist besonders die Zeit-Frequenzsynchronisierung im Zusammenspiel mit dem HITCHHIKER Empfangssystem von besonderer Bedeutung.

Dieses Sendesystem wurde im Hinblick auf folgenden Anforderungen entwickelt:

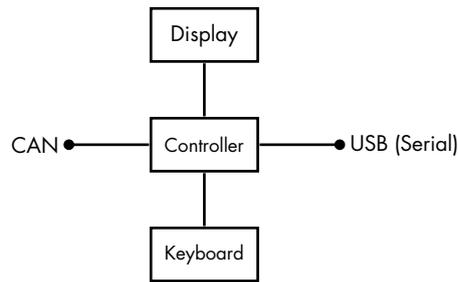
1. Die Nutzung des X-Bands ermöglicht die Zusammenarbeit mit dem HITCHHIKER-Empfangssystem.
2. Die Bandbreite von min. 500 MHz sollte ausgenutzt werden. Dies entspricht der max. Bandbreite des HITCHHIKER-Systems.
3. Zusätzlicher Monitorausgang des Sendesignals zur Aufnahme des Referenzsignals durch das HITCHHIKER-System
4. Trigger-Ein- und Ausgang zur Kopplung externer Hardware.
5. Autarker Sendebetrieb für bistatische Experimente. Daraus folgt:
  - a) GPS-Zeitsynchronisation,
  - b) Konfigurierbarer Pulsgenerator,
  - c) Programmierbarer nach GPS-Zeit-gesteuerter Messablauf.
6. Alternierende Sendewellenformen ermöglichen direkten Vergleich zwischen Chirp und Rauschwellenform.
7. Möglichst kompakter Aufbau, damit das Sendesystem flexibel auf diversen bewegten Plattformen eingesetzt werden kann (z.B. Auto, Schiff, Flugzeug etc.)

Die Systemparameter des Sendesystems sind in Tabelle 5.1 zusammengefasst.

Bandbreite	500 MHz
Mittelfrequenz	9,65 GHz
Puls wiederhol frequenz	CW ...50 kHz
Pulsbreite	100 ns ...∞
Pulsleistung	20 dBm ...27 dBm

Tabelle 5.1: Systemparameter des HITCHHIKER-Rauschradars.

Abbildung 5.1: Blockschaltbild der zentralen Steuereinheit.



## 5.1 Systemaufbau

Zunächst wurde ein Testaufbau des Rauschsenders, bestehend aus Rauschdiode, Verstärker, externem Laborpulsgenerator aufgebaut und getestet. Diese Ergebnisse finden sich in Abschnitt 6. Daraufhin wurden die einzelnen Funktionseinheiten in Hardwaremodule aufgeteilt die im Folgenden vorgestellt werden.

<sup>1</sup>engl. *Controller Area Network* ist ein serieller Feldbus

Die einzelnen Hardwaremodule kommunizieren über einen CAN-Bus<sup>1</sup> miteinander. Dieses weit verbreitete Feldbussystem ermöglicht eine einfache Erweiterung des Systems. Außerdem kann die Steuerung auch mit geeigneten transparenten Schnittstellen über Ferne erfolgen. Dazu wurde eine USB-zu-CAN Bridge entwickelt, die eine direkte Kommunikation über USB mit einem Steuerungsrechner ermöglicht.

Mittels Mathworks Matlab ist eine Programmierung des Systems über den USB-Port möglich. Dadurch lassen sich komplexe Messabläufe zusammen mit dem HITCHHIKER-Empfänger über die Skriptsprache Matlab realisieren. Auch ein Python-Interface wurde implementiert, sodass auch diese weit verbreitete Skriptsprache unterstützt wird. Für Python wurde auch ein Programm inklusive grafischer Benutzeroberfläche als Beispielanwendung entwickelt, um die Steuerung per PC zu demonstrieren.

Weiterhin lassen sich alle Messparameter zusätzlich über eine zentrale Steuereinheit mit Tastenfeld und Display eingeben.

Die Zentrale Steuereinheit (CCU) , siehe Abbildung 5.1, überwacht und konfiguriert den Messablauf. Dies kann über ein USB Interface oder der eingebauten Bedieneinheit erfolgen. Dabei fungiert das USB-Interface als ein transparentes CAN-Interface. Alle Messparameter werden über einen CAN-Bus an die weiteren Module weitergegeben. Diese umfassen das Pulsintervall, die Pulslänge, den Startzeitpunkt der Messung, die Anzahl der Pulse und die Pulsleistung. Außerdem lassen sich die Temperaturen der einzelnen Subsysteme und die aktuell gemessene Pulsleistung überwachen.

Die Sendeeinheit (TXU) , siehe Abbildung 5.2, besteht zum einen aus einem Rauschsender, bestehend aus Rauschdiode, Verstärker und Band-

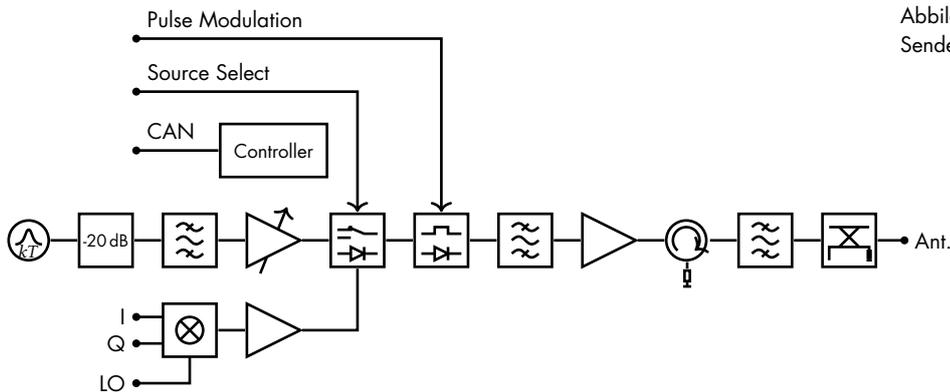


Abbildung 5.2: Blockschaltbild der Sendeeinheit.

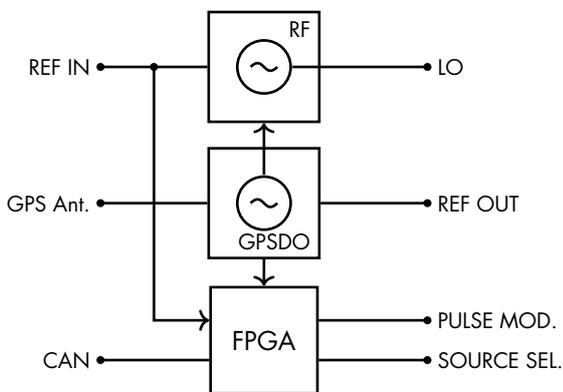


Abbildung 5.3: Blockschaltbild der Zeitgebereinheit.

passfilter. Zum anderen ist ein IQ-Modulator mit einem arbiträren Funktionsgenerator integriert. Mittels elektronisch steuerbaren Schalter lässt sich die Wellenform während einer Messung von Puls zu Puls umschalten.

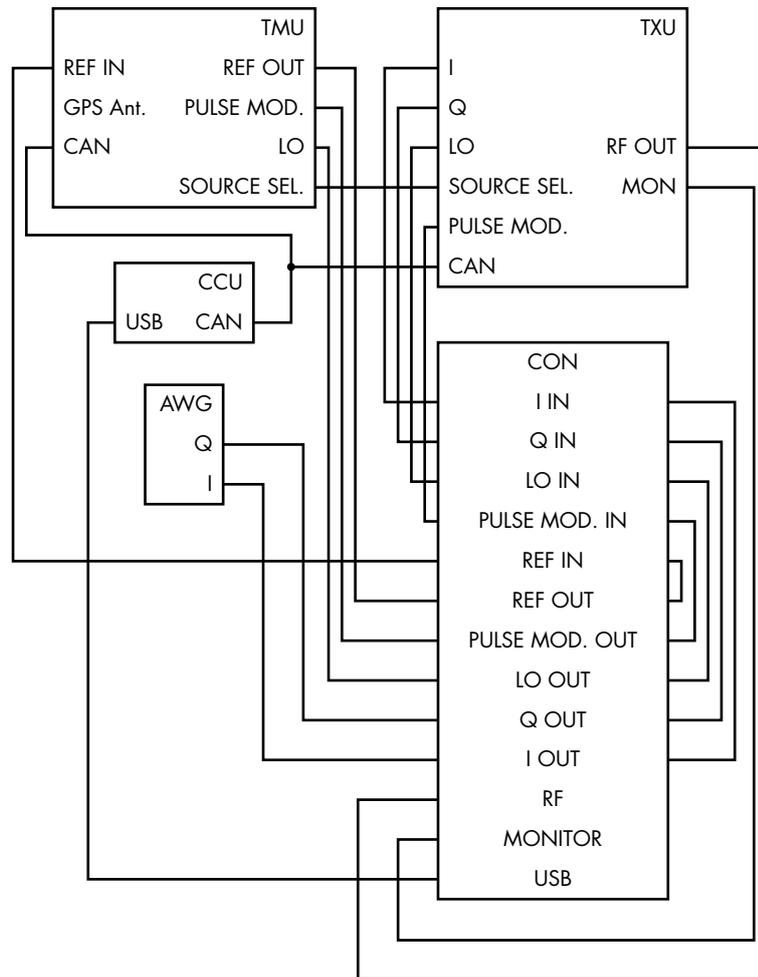
Diese zeitgesteuerten Signale, sowie die Trägerwelle für den IQ-Modulator, werden von der Zeitgebereinheit erzeugt. Die Verstärker können außerhalb der Messung einzeln abgeschaltet werden, um die Leistung im Batteriebetrieb zu minimieren. Auch der Verstärker mit variablen Gewinn kann über den CAN-Bus gesteuert werden.

Während des Messvorgangs wird die Pulsausgangsleistung des Senders über eine Leistungsmesssonde überwacht und an das Gesamtsystem über den CAN-Bus weitergegeben. Dieses Messsystem wurde im Rahmen einer Masterarbeit [Vog12] von Herrn Vogt entwickelt, aufgebaut und charakterisiert.

Eine detaillierte Beschreibung der Sendeeinheit findet sich in Abschnitt 5.2.1.

Die Zeitgebereinheit (TMU) , siehe Abbildung 5.3, liefert alle zeitsynchronisierten Signale wie das Pulstriggersignal, die Wellenformumschaltung und die Trägerwelle an die Sendeeinheit. Außerdem lassen sich vier weitere Triggersignale erzeugen und ausgeben. Diese Triggersignale können in der Zeit verschoben werden und somit andere

Abbildung 5.4: Blockschaltbild des Gesamtsystems.



Systeme zeitlich synchron zum Sender steuern.

Das System wird durch einen 10 MHz GPS disziplinierten Oszillator (GPSDO) synchron gehalten. Die Triggersignale für die Messung lassen sich nach GPS-Zeit über die CAN Schnittstelle konfigurieren.

Die Stromversorgung (PSU) versorgt alle Module mit bei einer Basisspannung von 19 V. Diese Spannung wird entweder durch zwei Akkupacks oder ein Steckernetzteil bereitgestellt. Aufgrund der Trivialität des Blockschaltbilds wurde auf eine Darstellung dieses Moduls verzichtet.

## 5.2 Gesamtsystemintegration

Abbildung 5.4 zeigt den Gesamtaufbau des Sendesystems. Alle Steuersignale werden mittels SMA-Steckverbinder nach für weitere Geräte zur Verfügung gestellt. Dadurch lässt sich das Sendesystem durch externe Hardware steuern und synchronisieren. In der Standardkonfiguration, die in Abbildung 5.4 zu sehen ist, werden diese Signale

Abbildung 5.5: Fotografie des fertig integrierten Sendesystems.



wieder in das System eingespeist.

In Abbildung 5.5 ist ein Foto des fertig integrierten Sendesystems zu sehen. Alle Komponenten sind in einem robusten Koffer integriert und dadurch leicht tragbar für verschiedene Szenarien nutzbar.

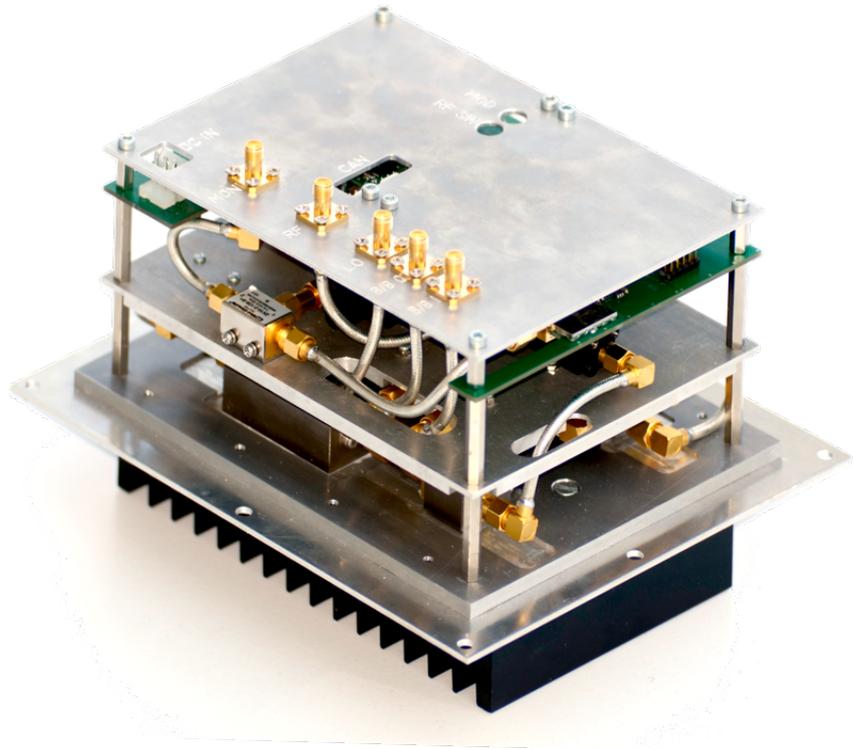
### Sendeeinheit (TXU)

Die Sendeeinheit, dargestellt in Abbildung 5.6, ist für die Erzeugung und Verstärkung des Sendesignals zuständig. Für die Rauschwellenform wird hierfür das Rauscherzeugungsmodul *RFN55X* der Firma *Micronetics* verwendet. Dieses Modul erzeugt im Frequenzbereich von 8 GHz–12,4 GHz minimal ein Überschussrauschverhältnis (ENR<sup>2</sup>) von

### 5.2.1

<sup>2</sup>engl. *Excess Noise Ratio* Überschussrauschverhältnis

Abbildung 5.6: Fotografie der Sendeeinheit.



55 dB. Das Überschussrauschverhältnis gibt das Verhältnis der Rauschtemperaturdifferenz zwischen der Rauschquelle  $T_n$  und Raumtemperatur  $T_0$ , bezogen auf die Raumtemperatur. Dieses Verhältnis wird häufig logarithmisch dargestellt und kann demnach nach

$$\text{ENR} = 10 \cdot \log_{10} \left( \frac{T_n - T_0}{T_0} \right) \quad (5.1)$$

beschrieben werden. Die Raumbezugstemperatur  $T_0$  beträgt hierbei 290 K. Die spektrale Rauschleistungsdichte lässt sich mit der Rauschtemperatur und der Boltzmannkonstante  $k_b$  bestimmen zu

$$P_d = k_b \cdot T_n. \quad (5.2)$$

Bei einem gegebenen  $\text{ENR} = 55 \text{ dB}$  ergibt sich eine Rauschleistungsdichte von ca.  $-119 \text{ dBm/Hz}$ . Durch das nachfolgende Bandpassfilter mit der Bandbreite 4 GHz und einer Mittenfrequenz von 10 GHz wird das Spektrum beschränkt. Dies führt zu einer gefilterten Signalleistung von  $-119 \text{ dBm/Hz} + 96 \text{ dB(Hz)} = -23 \text{ dBm}$ . Mit dem Dämpfer von 20 dB am Eingang des Verstärkers mit variabler Verstärkung (VGA) erhält man eine Leistung von  $-43 \text{ dBm}$ . Mit der variablen Verstärkung lässt sich das Signal mit Hilfe des Controllers und der kontinuierlichen Messung der Ausgangsleistung auf eine vom Nutzer definierte Pulsausgangsleistung regeln. Der VGA vom Typ *Meuro MGC0818G20* hat eine gemessene, maximale Verstärkung von  $48 \text{ dB}^3$ .

<sup>3</sup>Die Nennverstärkung beträgt laut Datenblatt 40 dB

Am Hochfrequenzschalter zur Auswahl der Signalquelle kann von einem Pegel von 8 dBm ausgegangen werden. Das Signal wird mit ei-

Bauteil	Verstärkung	max. Ausgangsleistung	(gemessen)
Micronetics RFN55X	-	-119 dBm/Hz	-
Dämpfer	-20 dB	-139 dBm/Hz	-
Lorch 5IZ7-10000/A4000-S	-0,5 dB	-42,5 dBm	-40 dBm
Meuro MGC0818G20	20 dB-40 dB	-2,5 dBm	8 dBm -
SPDT08120A8-DW2	-2 dB	-4,5 dBm	-
PMOD (Pulsmodulator.)	-1 dB	-5,5 dBm	-
Lorch 13EZ6-9650/S500-S	-10 dB	-15,6 dBm	-
Meuro MBM0812G3230	33 dB	17,4 dBm	-
Aerrotek J10-1L2FF/OPT.2	-0,2 dB	17,2 dBm	28 dBm
Lorch 5EZ5-9650/A500-S	-0,5 dB	17,2 dBm	-
Meuro MCD080160S30	-0,5 dB	17,2 dBm	27 dBm

Tabelle 5.2: Hardware-Komponenten der Sendeeinheit in der Verstärkerkette

nem Bandpassfilter der Bandbreite 500 MHz und einer Mittenfrequenz von 9,65 GHz gefiltert. Dies reduziert die Signalleistung um ca. 13 dB auf -5 dBm. Anschließend wird das Signal mit einem Leistungsverstärker mit einer Verstärkung von 33 dB auf 28 dBm verstärkt. Ein nachfolgender Isolator sowie Bandpassfilter, filtert das Signal auf die angegebene Bandbreite von 500 MHz. Dies führt zu einer maximalen Ausgangsleistung des Senders von 27 dBm.

Tabelle 5.2 listet die verwendeten Komponenten der Sendeeinheit auf. Zusätzlich ist die erwartete maximale Signalleistung am Ausgang der entsprechenden Komponente angegeben. Der VGA hat nach Messung eine deutlich höhere Verstärkung als zunächst angenommen. Aus diesem Grund wurde die Dämpfung erhöht, damit der Leistungsverstärker das Signal zu stark komprimiert. Dieser hat den 1 dB-Kompressionspunkt bei ca. 12 dB.

### Leistungsmesssystem

Wie bereits erwähnt, wurde zur Regelung der Ausgangsleistung ein Leistungsmesssystem im Rahmen einer Diplomarbeit [Vog12] entwickelt. Zur Messung der Ausgangsleistung wird durch einen Richtkoppler am Ausgang des Sendesystems ein um 30 dB vermindertes Signal an das Leistungsmesssystem übergeben. Das Leistungsmesssystem ist nach dem Blockdiagramm in Abbildung 5.8 aufgebaut.

Es ermöglicht zum einen die Messung der Leistung in einem Messbereich von -30 dBm-0 dBm mit einer maximalen Abweichung von  $\pm 0,25$  dB, zum anderen lässt sich die Pulsausgangsleistung auf einen Sollwert regeln. Aufgrund des Richtkopplers mit 30 dB-Dämpfung bildet dieser Messbereich die einstellbare Sendeleistung des Systems von 7 dBm bis 27 dBm vollkommen ab.

Der aktuelle Messwert kann an der zentralen Steuereinheit abgelesen werden. Wie die restlichen Systeme dieses Senders, wird auch diese Einheit über den CAN-Bus gesteuert, sowie die Messergebnisse der Pulsleistung über dieses Bussystem an Systeme, wie der zentralen

#### 5.2.1.1

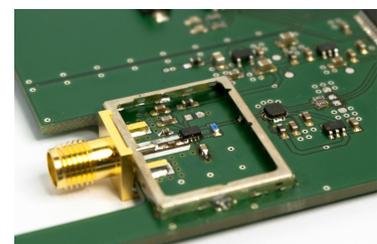


Abbildung 5.7: Fotografie des Leistungsmesssystems aus [Vog12]

Abbildung 5.8: Blockdiagramm des Leistungsmesssystems aus [Vog12]

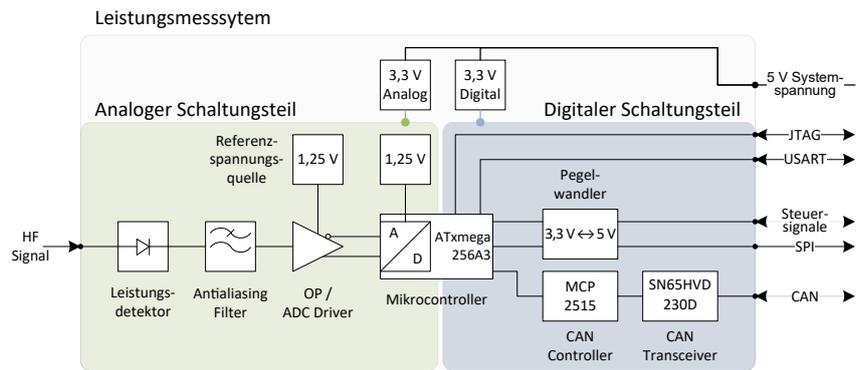
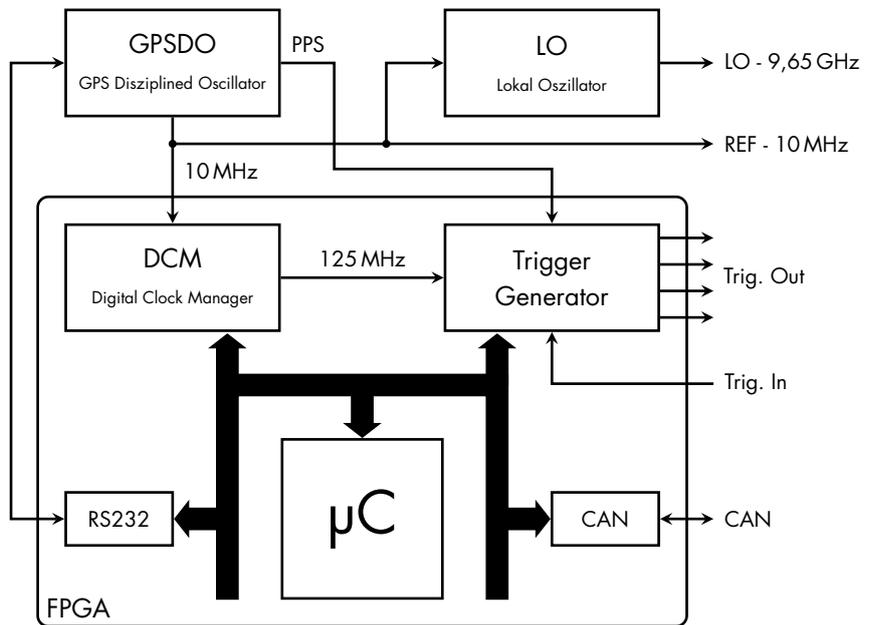


Abbildung 5.9: Detailliertes Blockdiagramm der Zeitgebereinheit.



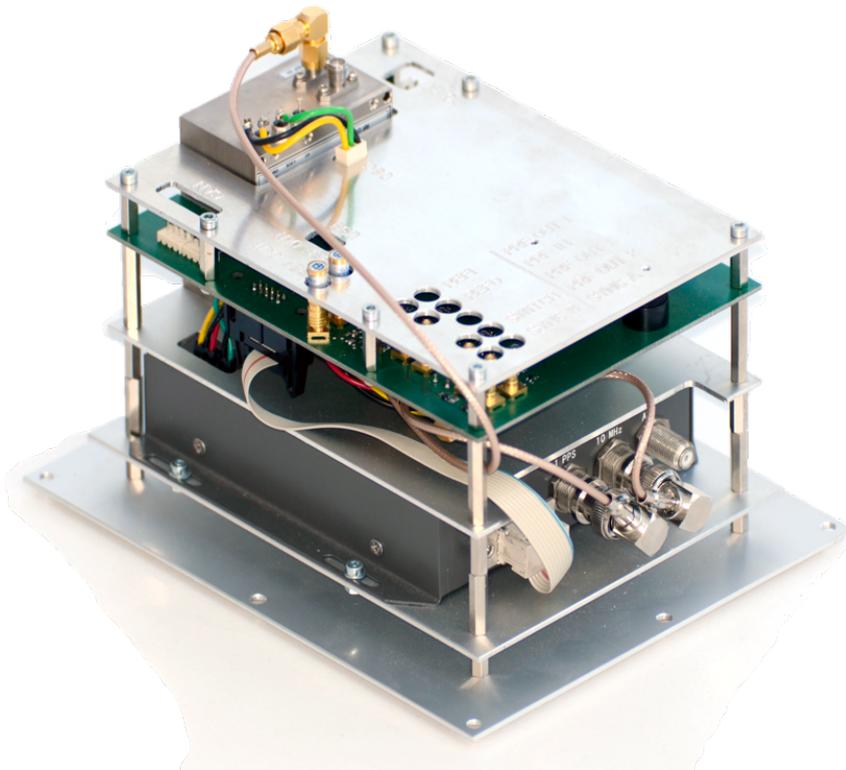
Steuereinheit, weitergegeben.

### 5.2.2 Zeitgebereinheit (TMU)

Alle zeitgesteuerten Signale werden durch die Zeitgebereinheit kontrolliert, siehe Abbildung 5.9. Eine Fotografie dieses Subsystems findet sich in Abbildung 5.10. Als Zeitreferenz dient hierbei ein GPS-disziplinierter Oszillator (GPSDO) des Typs *Trimble Thunderbolt*. Dieser GPS-Empfänger stellt eine sehr genaue Uhrzeit dem Messsystem zur Verfügung und leitet aus dem Sekundenpulssignals des GPS-Systems ein 10 MHz Taktsignal her. Dieses Taktsignal dient als Taktquelle für den Pulsgenerator des Radars als auch als Takt für den internen Lokaloszillator der zusätzlich in dieser Einheit verbaut ist. Die Standardabweichung des Sekundenpulssignals beträgt bei diesem System 15 ns.

Für die Pulssignalerzeugung und zeitliche Kontrolle der Steuer-sig-nale (Quellsignalschalter etc.), wird der Sekundenpuls (PPS), das 10 MHz Referenzsignal und die digitalen GPS-Pakete an einen FPGA

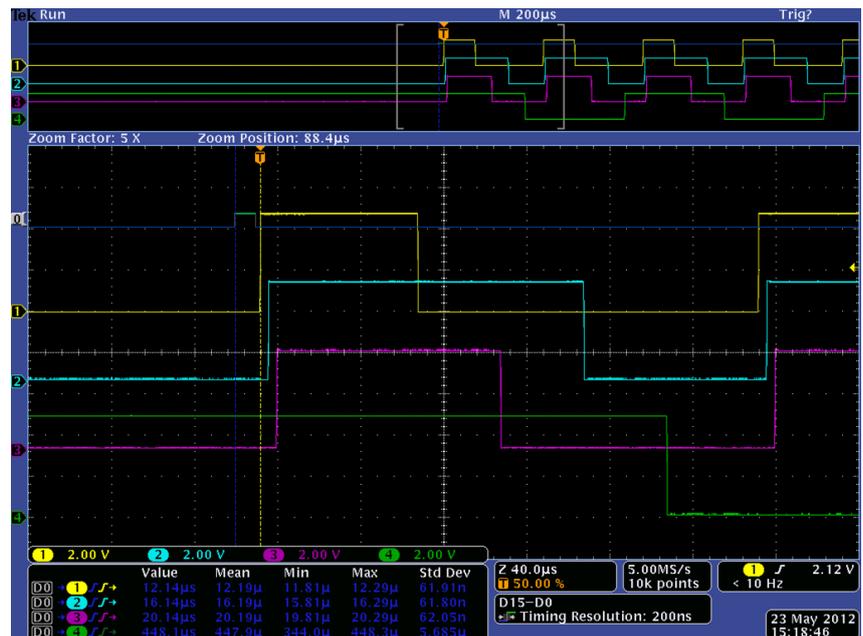
Abbildung 5.10: Fotografie der Zeitgebereinheit.



übertragen. Dieser FPGA erzeugt aus dem 10 MHz-Referenzsignal die gewünschte Pulswiederholfrequenz und weitere Triggersignale. Dazu wurde ein eigenes Modul (IP-Core) im FPGA in VHDL beschrieben, das es ermöglicht die Steuersignale auf Basis eines 125 MHz Taktsignals, dem PPS-Signal des GPS-Systems und der Zeitdaten, GPS-zeitsynchron zu erzeugen. Abbildung 5.11 zeigt den Oszilloskopbildschirm einer Testkonfiguration. In Grün ist der voreilende GPS-Sekundenpuls dargestellt. Relativ zu diesem Sekundenpuls kann in einem 8 ns Raster eine Verzögerung für jedes Triggersignal einzeln eingestellt werden. Das Pulswiederholintervall ist ebenfalls in Schritten von 8 ns einstellbar. In dem in Abbildung 5.11 dargestellten Beispiel, wurden die drei Triggersignale (gelb, türkis und violett) jeweils um  $8 \mu\text{s}$  verzögert. Zusätzlich wurde der Quellsignalschalter nach jedem Puls umgeschaltet, sodass abwechselndes Senden von zwei Wellenformen möglich ist. Dieses Signal ist in Grün unterhalb der anderen Signale dargestellt.

Dieses FPGA-Modul wurde mit dem digitalen Taktgenerator (Digital Clock Manager, DCM), der aus dem 10 MHz-Referenzsignal ein 125 MHz Taktsignal erzeugt, sowie einem Microcontroller des Typs *MicroBlaze* inklusive der Kommunikationsschnittstellenmodule zur Kommunikation mit dem GPS-System (RS232) und dem weiteren Modulen des Radars (CAN) auf einem *Xilinx Spartan 3E* FPGA implementiert.

Abbildung 5.11: Oszilloskopbildschirm der Triggersignale. Grün zeigt das GPS-Sekundenpulssignal. In Gelb, Türkis und Violett sind die konfigurierbaren Triggersignale dargestellt. Das Signal für den Quellsignalschalter ist in Grün unterhalb der anderen Signale eingezeichnet.



### 5.3 Verifikation des Systems

Bei der in dieser Arbeit untersuchten Rauschwellenform, handelt es sich um gaußverteiltes, weißes, bandbegrenztetes Rauschen. Alle Algorithmen wurden unter dieser Annahme erarbeitet und untersucht. Aus diesem Grund muss das technische Sendesystem dieser Anforderung an die Wellenform entsprechen. Im Folgenden wird die mit dem Sendesystem erzeugte Wellenform in Verbindung mit dem HITCHHIKER-Empfangssystem statistisch und spektral hinsichtlich ihrer Eigenschaft untersucht. Dazu wird zunächst der Kalibrierungsaufbau erläutert und folgend die Messergebnisse diskutiert.

#### 5.3.1 Kalibrierung

Aufgrund von imperfekten, realen Bauteilen, kann nur durch eine Kalibrierung die theoretischen Annahmen erreicht werden. Aufgrund von zeitlich varianten, äußeren Einflüssen, wie Temperatur, kann nicht von einer langzeitstabilen Messanordnung ausgegangen werden, sodass eine Kalibrierung vor und nach jeder Messung, nachdem das System sich in einem thermodynamischen Gleichgewicht befindet, nötig ist.

Für die Kalibrierung wird das Sendesignal des Rauschsenders verwendet. Hierzu wird das Signal am Ausgang des Senders mit drei Leistungsteilern, siehe Abbildung 5.12, auf die drei Reflexionskanal-Empfangspfade aufgeteilt und mit dem Empfangssystem vermessen. Zusätzlich wird mit dem ersten Kanal des Empfangssystems über den Monitorausgang des Senders ein Replika des Signals mit dem Referenzkanal des HITCHHIKERS aufgezeichnet. Damit das HITCHHIKER-

Empfangssystem an den Reflexionskanälen nicht übersteuert, sind vor dem Leistungsteilernetzwerk Dämpfungsglieder mit einer Gesamtdämpfung von 30 dB eingebaut.

Das gesamte Leistungsteilernetzwerk, bestehend aus drei Leistungsteilern der Firma *Mini-Circuits* Typ *ZX10-2-126-S+* wurde zunächst mit einem Netzwerkanalysator vermessen. Die daraus resultierenden S-Parameter wurden dann in einem späteren Schritt während der Kalibrierung für ein De-Embedding genutzt, um den Einfluss des Verteilernetzwerks herauszurechnen.

Nach Aufzeichnung der Kalibrierungsdaten, werden die Spektren der Reflexionskanäle durch das Spektrum des Referenzkanals geteilt. Dadurch ist die Übertragungsfunktion der gesamten Kalibrierungsanordnung aller drei Reflexionskanäle bezüglich des Referenzsignalkanals bestimmt. Zusätzlich wird das Betragsspektrum des Referenzkanals gespeichert. In einem weiteren Schritt werden die S-Parameter des Leistungsteilernetzwerks dazu genutzt, die Übertragungsfunktion des Leistungsteilernetzwerks aus der Gesamtübertragungsfunktion des Kalibrierungsaufbaus durch Division der Spektren herauszurechnen.



Abbildung 5.12: Fotografie des Leistungsteilernetzwerks zur Kalibrierung des Rauschradarsystems

### Statistische Eigenschaften

Die statistischen Eigenschaften der Wellenform hängen zum einen von den Eigenschaften der Rauschquelle ab, zum anderen von den nachfolgenden Systemkomponenten, die eine statistische Abhängigkeit des Rauschprozesses aufgrund der Filterung und Fehlanpassung der einzelnen Komponenten erzeugen können. Aus diesem Grund ist eine Kalibrierung des Systems erforderlich.

Abbildung 5.13 zeigt das Histogramm des durch das HITCHHIKER-System gemessene Sendesignalpulses des Sendesystems. Aufgrund des Analog-Digital-Wandlers des HITCHHIKER-Radarsystems, werden die analogen Spannungen mit einem 10 Bit Analog/Digital-Wandler digitalisiert. Diese digitalisierten Spannungswerte werden mittels einer internen Kalibrierung des Aufzeichnungssystem linearisiert und auf

### 5.3.2

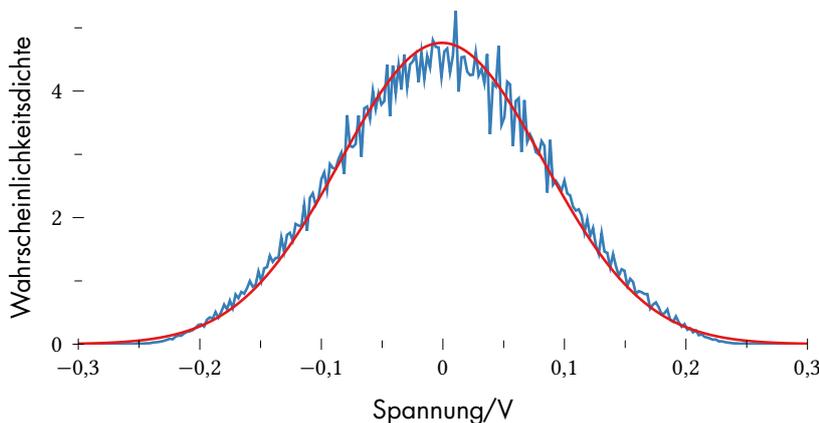
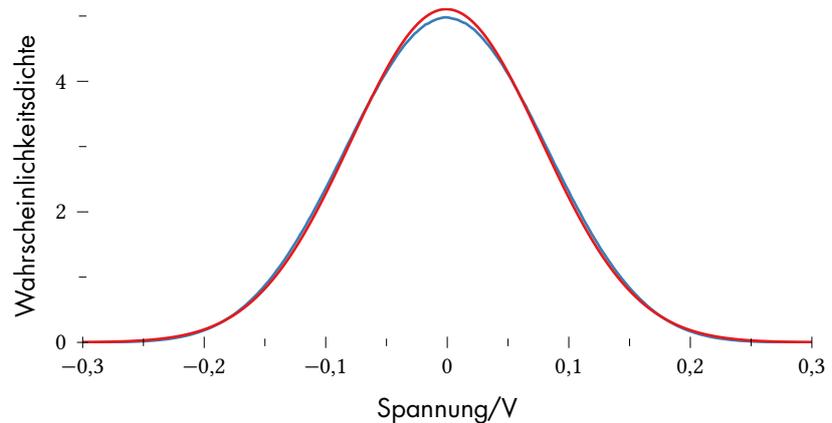


Abbildung 5.13: Histogramm der Sendewellenform des Rauschsendesystems (blau), ohne Kalibrierung, gemessen mit dem HITCHHIKER Empfangssystem. In Rot ist die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion einer gaußschen Zufallsvariable dargestellt.

Abbildung 5.14: Histogramm der Sendewellenform des Rauschsendesystems (blau), nach Kalibrierung, gemessen mit dem HITCHHIKER Empfangssystem. In Rot ist die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion einer gaußschen Zufallsvariable dargestellt.



einen Wertebereich von 16 Bit abgebildet. Die abgespeicherten, diskreten Werte erzeugen deshalb ein nicht glattes Histogramm. In Rot ist die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion einer gaußschen Zufallsvariable mit den aus den Messdaten bestimmten Werten für Mittelwert und Varianz eingezeichnet. Anhand des Histogramms ist eine Abweichung zur idealen Verteilungsdichte einer gaußschen Zufallsvariable erkennbar.

Auch nach Kalibrierung der gesamten Messanordnung, also Filterung mit der inversen Übertragungsfunktion des Messsystems, weicht das Histogramm nach Abbildung 5.14 von der erwarteten Gaußglocke leicht ab. Aufgrund dieser Filterung entsteht jedoch ein deutlich glatteres Histogramm.

Aufgrund von Nichtlinearitäten des Sendesystems, insbesondere des Leistungsverstärkers, kann die Verteilungsdichtefunktion stark beeinflusst werden. Durch die Rauschwellenform entstehen hohe Spitzenspannungswerte, die nicht mehr linear abgebildet werden können.

Zufallsvariablen, deren Verteilungsdichtefunktion nicht einer gaußschen Verteilungsdichte entsprechen, können nicht ausschließlich durch den Erwartungswert und die Korrelationsfunktion beschreiben werden. Des Weiteren folgt in diesem Fall aus Unkorreliertheit nicht automatisch statistische Unabhängigkeit, was bei normalverteilten Zufallsvariablen der Fall ist.

Das Histogramm sagt jedoch noch nichts über die Korrelationseigenschaften zwischen den einzelnen Rauschmesswerten des Rauschprozesses aus. Dass aufeinanderfolgende Rauschmesswerte unkorreliert sind, ist eine essentielle Eigenschaft für die Herleitung der hier betrachteten Pulskompressionsfilter. In Abbildung 5.15 ist ein Ausschnitt aus der Korrelationsfunktion, erstellt aus 15000 gemessenen Realisierungen eines Rauschpulses, ohne nachfolgender Kalibrierung dargestellt. Aufgrund von Reflexionen innerhalb des gesamten Messaufbaus, entstehen Korrelationen zwischen den zeitlichen Rauschwerten. Dies entspricht natürlich nicht der Annahme für unkorrelierte Rauschwerte, die für die Herleitung der Pulskompressionsfilter getroffen wurde.

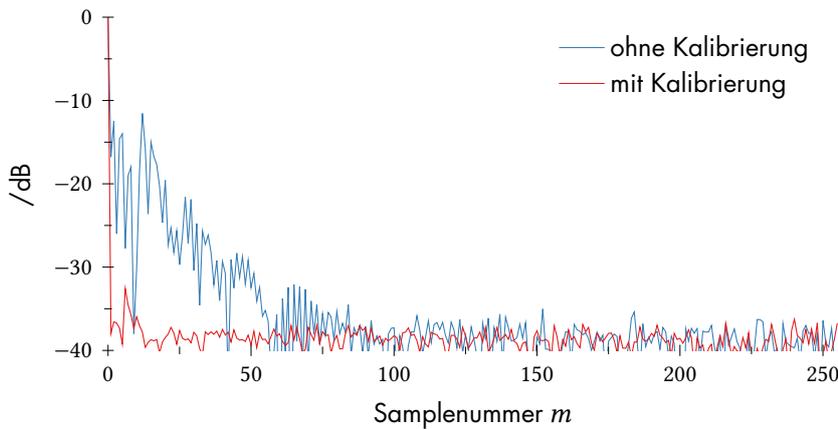


Abbildung 5.15: Autokorrelationsfunktion der Sendewellenform vor Kalibrierung (blau) und nach Kalibrierung (rot).

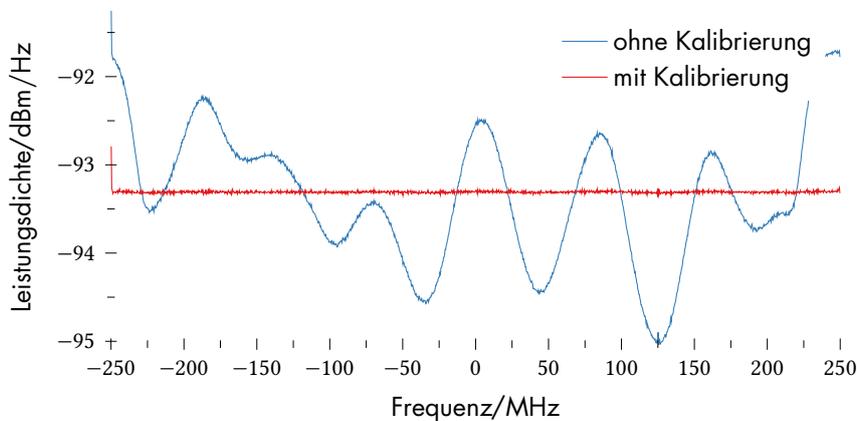


Abbildung 5.16: Spektrale Leistungsdichte des Sendesignals vor Kalibrierung (blau) und nach Kalibrierung (rot).

Dies ist der Fall, wenn das Leistungsdichtespektrum des Sendesignals nicht einem weißen Spektrum entspricht.

Nach Anwendung einer Kalibrierung, ist keine Korrelation zwischen zwei Zeitpunkten der Rauschwellenform zu erkennen. Die Autokorrelationsfunktion der kalibrierten Rauschwellenform ist in Abbildung 5.15 in rot dargestellt.

### Spektrale Eigenschaften

### 5.3.3

In den theoretischen Annahmen geht man bei diesem System von weißem, bandbegrenztem Rauschen aus. Das bedeutet, dass der Erwartungswert der spektralen Leistungsdichte der Rauschwellenform konstant ist. Abbildung 5.16 zeigt in Blau die spektrale Leistungsdichte, gemessen mit dem HITCHHIKER-Empfangssystem ohne vorherige Kalibrierung. Aufgrund der frequenzabhängigen Systemantwort von Sender und Empfänger, kann das Sendesignal nicht als weißes Rauschsignal angenommen werden. Dies konnte auch im vorherigen Kapitel anhand der Autokorrelationsfunktion beobachtet werden.

Filtert man dieses Signal mit der inversen Systemantwort des Sendes- und Empfangssystems (Kalibrierung), lässt sich das Spektrum der Rauschwellenform auf das gewünschte, spektral konstante Ergebnis

überführen. Das Ergebnis dieser Kalibrierung ist in Abbildung 5.16 in Rot dargestellt. Eine Kalibrierung ist dringend erforderlich, damit man von den theoretischen Voraussetzungen ausgegangen werden kann.

## 5.4 Das Prozessierungsframework

Damit aus den empfangenen Radarrohdaten interpretierbare SAR/ISAR-Bilder berechnet werden, können gehört ein geeignetes Prozessierungsframework auch zum integralen Bestandteil eines Radarsensors. Da es sich in diesem Fall um einen experimentellen Aufbau handelt, mit dem mehrere Algorithmen konkurrierend miteinander getestet werden können, handelt es sich nicht um eine fertige Softwarelösung, sondern um ein Framework zur einfachen Implementierung von Algorithmen im Zusammenspiel mit den Sensordaten. Für die schnelle Implementierung der einzelnen Verarbeitungsschritte wurde die Skriptsprache *Matlab* der Firma *Mathworks* verwendet.

### 5.4.1 Sensorabstraktion

In der Arbeitsgruppe Radar am Zentrum für Sensorsysteme der Universität Siegen werden Radarrohdaten verschiedener Sensorsysteme verarbeitet. Viele Algorithmen lassen sich jedoch sensorübergreifend verwenden. Deshalb ist eine Sensordatenabstraktion, also eine Vorverarbeitung der Rohdaten in ein einheitliches Format mit einem allgemeingültigen Sensormodell, hilfreich, damit die Algorithmen, das Wissen und die Erfahrung auch in anderen Projekten reibungslos eingesetzt werden kann. Dies geschieht in mehreren Stufen, was am Beispiel des hier verwendeten HITCHHIKER-Empfangssystem gezeigt wird.

Als Austauschformat zwischen den einzelnen Prozessierungsschichten wurde sich auf das HDF5-Format geeinigt, welches im folgenden näher erläutert wird.

#### 5.4.1.1 Das HDF5-Dateiformat

HDF5 ist ein hierarchisches, selbstbeschreibendes, binäres Dateiformat, das es ermöglicht, große Datenmengen in einer Baumstruktur zu organisieren und abzuspeichern. Dieses Dateiformat wurde von der HDF Group definiert, die 1987 aus der National Center for Supercomputing Applications der Universität Illinois entstanden ist. Diese frei verfügbare Formatspezifikation [The20] findet, angefangen in der Wissenschaft, wie zum Beispiel Astronomie, Erdbeobachtung, Medizin oder Physik bis hin zum industriellen Umfeld, wie der Automobilindustrie oder in der Luftfahrt Verwendung.

Datensätze (engl. Dataset) innerhalb einer HDF5-Datei können aus skalaren Werten, sowie auch aus multidimensionalen Arrays bestehen die in sogenannten Datengruppen (engl. Datagroup) hierarchisch gruppiert werden können. Dabei können die Datensätze und -gruppen mittels Attributen versehen werden, in denen zum Beispiel Metadaten zur Annotierung abgespeichert werden können. Des Weiteren können Verbindungen (engl. Links) zwischen Datensätzen unterschiedlicher Dateien hergestellt werden. Diese verschiedenartige Möglichkeiten, beschrieben in [The19], bieten vielfältige Möglichkeit zur Abbildung eigener Datenspeicherlösungen.

Zum Lesen und Schreiben der Dateien bietet die HDF5 Group für verschiedene Programmiersprachen und Betriebssysteme Referenzimplementierungen als Softwarebibliothek an. Auch für die Skriptsprache Matlab steht eine Bibliothek zur Verfügung. Außerdem werden Hilfsprogramme, wie das *HDF View*, zum schnellen Sichten der Dateien zur Verfügung gestellt. Damit lässt sich zum einen die Struktur der Datei darstellen, zum anderen lassen sich mit rudimentären Darstellungsfunktionen mehrdimensionale Daten als Tabelle, Bild oder Diagramm darstellen.

#### Abstraktionslevel

#### 5.4.1.2

Das Empfangssignal wird vom HITCHHIKER-Empfangssystem bei einer Zwischenfrequenz von 250 MHz mit 1 GS/s abgetastet und mit der aktuellen Sensorkonfiguration, wie Abtastrate, Verstärkereinstellung, Zeitstempel der Empfangssegmente etc., für jeden Kanal ohne weitere Verarbeitung binär in ein Rohdatenformat mit der Dateiendung *.dad* abgespeichert. Dabei werden die im Speicher liegenden Rohdaten des Digitalisierungssystems direkt, ohne weitere Konvertierung, in diese Datei abgespeichert. Des Weiteren werden die Daten der Zeitstempelinheit, die ein unabhängiges System darstellt, in ein weiteres Rohdatenformat mit der Dateiendung *.dat* abgespeichert.

Im ersten Schritt der Sensorabstraktion wird jeder Kanal kalibriert, mit einem digitalen Oszillator in das Basisband moduliert und die sehr präzisen, relativ zur Aufnahmezeit jedoch nicht absolut referenzierten Zeitstempel des Aufzeichnungssystem, aus der *.dad*-Datei, mit den Zeitstempeln des GPS-synchronisierten Zeitstempelsystems aus der *.dat*-Datei, referenziert. Diese Daten werden gesammelt in einer HDF5-Datei abgespeichert. Für jeden Kanal sind die aufgenommenen, kalibrierten Daten des Radars, inklusive ihrer beschreibenden Metadaten, in einer Datei zusammengefasst. Dieser Verarbeitungsschritt wird bei jeder Messung des HITCHHIKER-Empfangssystem durchgeführt, da hier keine anwendungsspezifische Information, sondern nur Information über das Aufnahmesystem selbst notwendig ist.

Im zweiten Prozessierungsschritt kann die Pulskompression durch-

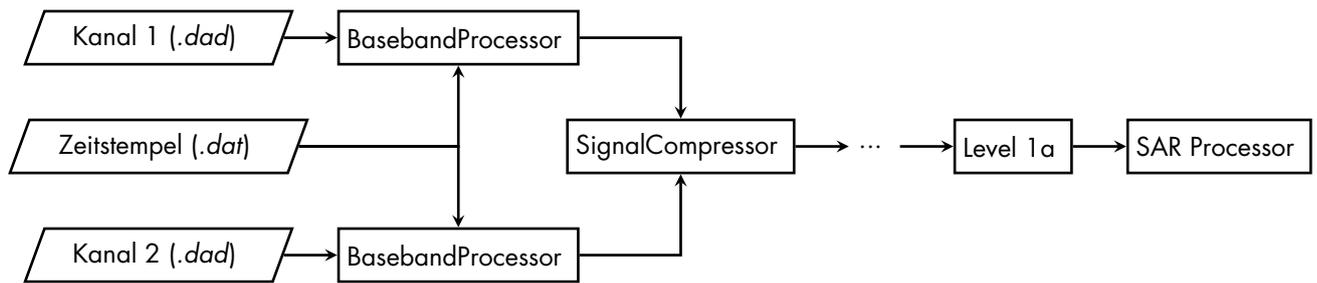


Abbildung 5.17: Aufbau einer Prozessierungskette für den HITCHHIKER-Prozessor.

geführt werden. Dieser Schritt ist anwendungsspezifisch. Je nach Anwendung kann dieser Prozessierungsblock verschiedene Eingangsparameter erhalten. Im Falle des Rauschradars wird die Pulskompression mit dem aufgenommenen Sendesignal durchgeführt. Somit sind für diesen Block ein Reflexionskanal, sowie ein Referenzkanal als Basisbandsignal notwendig. Nutzt man hingegen ein deterministisches Signal, muss dieser Prozessierungsblock kein Referenzkanal am Eingang vorhanden sein. Damit die folgenden Blöcke unabhängig von der genutzten Wellenform arbeiten können, ist jedoch ein einheitliches Ausgabeformat dieses Blocks notwendig. In diesem Format enthalten sind das pulskomprimierte Signal selbst, die Zeitstempel zu jedem Empfangssegment, die Abtastrate und die Mittenfrequenz des Basisbandsignals. In dieser Arbeit wurden die verschiedenen Algorithmen für diesen Schritt implementiert, dessen Ausgabeformat sich nicht unterscheidet und somit die gleichen Verarbeitungsschritte folgen und die Ergebnisse verglichen werden können.

Abhängig von der Anwendung können nun weitere Blöcke, z.B. Entfernung-Doppler-Verfolgung, Trajektorienschätzung etc., folgen, deren extrahierte Informationen wiederum in HDF5-Dateien abgespeichert werden.

Die Prozessierungsalgorithmen zur SAR/ISAR-Bildgebung wurden auch als ein solcher Prozessierungsblock implementiert. Für diese Algorithmen wurden für Grafikprozessoren spezielle Programme in CUDA erstellt, die die einzelnen Rechenoperationen sehr schnell, parallel durchführen können. Damit diese Algorithmen sensorunabhängig funktionieren können, ist auch hier ein einheitliches Eingangsformat notwendig. Dies umfasst neben dem pulskomprimierten Signal mit Abtastrate und Mittenfrequenz auch die Positionen von Sender und Empfänger und optional die Antennenkeule selbiger. Als weiteren Eingang wird das Prozessierungsraster benötigt. Dieses Raster unterliegt je nach Prozessor verschiedenen Definitionen. Ein Beispiel einer solchen Prozessierungskette ist in Abbildung 5.17 visualisiert.

Im nächsten Abschnitt wird der typische Aufbau eines Prozessorblocks näher erläutert.

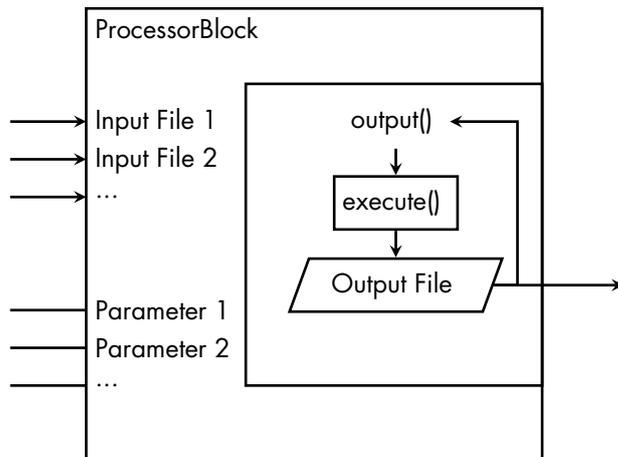


Abbildung 5.18: Schematischer Aufbau eines Prozessorblocks.

### Der Prozessorblock

### 5.4.2

In dieser Arbeit wurden mehrere Algorithmen miteinander verglichen. Dabei wurden nicht nur deren direkte Ergebnisse, also z.B. die Puls-kompression, sondern auch damit weiterverarbeitete Ergebnisse, z.B. SAR-Bilder, miteinander verglichen. Damit nach Anpassung des Algorithmus nur die relevanten Teilergebnisse der Verarbeitungskette neu berechnet werden müssen, wurde ein Prozessorblock entwickelt, der in Abhängigkeit von Quelltextänderungen eine Neuverarbeitung der Messdaten auslöst.

Ein in Matlab implementierter Prozessorblock wird als Klasse, abgeleitet von der Klasse *ProcessorBlock*, entwickelt. Diese Basisklasse übernimmt die Aufgabe der automatischen Neuverarbeitung der Eingangsdaten in Abhängigkeit davon, ob sich der Quelltext oder die Eingangsdaten verändert haben.

Ein Prozessorblock speichert das Ergebnis immer in eine einzelne Ausgabedatei. Diese Ausgabedatei entspricht dem Ausgang des Blocks. Es können beliebig viele Eingänge definiert werden. Diese Eingänge können statische Dateien sein oder aber Instanzen anderer Prozessorblockimplementierungen. In diesem Fall prüft der Prozessorblock zunächst, ob die Eingangsdaten aktuell sind. Ist dies der Fall und auch der Quellcode des Prozessorblocks entspricht dem des aktuell schon prozessierten Ergebnis, wird nur der Pfad der Ergebnisdatei an den nachfolgenden Block weitergegeben. Andernfalls wird eine Neuprozessierung initiiert. In Abbildung 5.18 ist ein solcher Prozessorblock schematisch dargestellt. Dabei stellen *Input File 1*, *Input File 2* etc. die von diesem Block abhängigen Dateien oder andere Prozessorblöcke dar. Wird das *Output File* angefragt, wird entweder das fertig prozessierte Ergebnis zurückgegeben oder bei Bedarf neu prozessiert und danach zurückgegeben.



# Indoor Experiment

## 6

Für einen ersten Test eines Radars mit stochastischer Wellenform wurde ein Indoor-Experiment durchgeführt. Dieses Experiment diente zum experimentellen Nachweis der Machbarkeit eines abbildenden Radarsystems mit einer stochastischen Wellenform. Ermutigt durch dieses Experiment, wurde das Sendesystem, wie in Kapitel 5 beschrieben, entwickelt. Dieses Experiment wurde auch in [RBNL12] beschrieben.

### Experimentbeschreibung

Ein provisorischer Sender ist mittels Rauschdiode, Verstärker und HF-Schalter zur Pulsformung aufgebaut und zusammen mit dem HITCHHIKER-Empfänger auf einem Wagen montiert worden. Abbildung 6.1 zeigt den provisorischen Prototypen des Senders. Dieser Wagen wurde dann entlang der Galerie des ZESS bewegt, um eine synthetische Apertur zu erzeugen. Dabei wurden die Antennen des Radarsystems nach unten, Richtung Treppenhaus, ausgerichtet. Abbildung 6.2 zeigt ein Foto der Radarszene aus Sicht des Radarsystems.

Das Referenzsignal wurde mittels Richtkoppler um 30 dB gedämpft in das HITCHHIKER Empfangssystem eingespeist. Mit einem Schwellwerttrigger wird das Empfangssystem mit diesem Signal Puls für Puls getriggert. Die Pulse wurden mit einem Rechteckgenerator mittels Schalter erzeugt. In der nebenstehenden Tabelle 6.1 finden sich weitere

### 6.1

Bandbreite	500 MHz
Mittelfrequenz	9,65 GHz
Puls wiederholungsrate	500 Hz
Antennengewinn	20 dBi
Pulsbreite	30 $\mu$ s

Tabelle 6.1: Messparameter zum ersten Noise Radar Experiment.

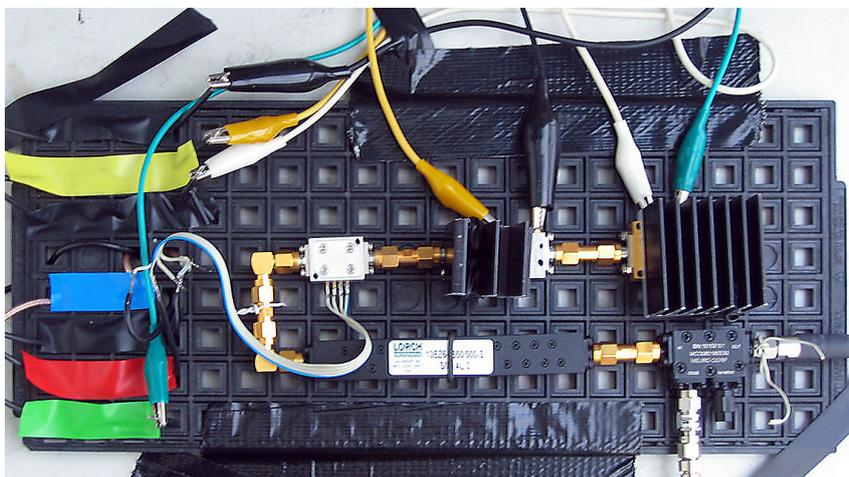


Abbildung 6.1: Provisorischer Prototyp zum ersten HITCHHIKER Noise Radar Experiments.



Abbildung 6.2: Radarszene des ersten HITCHHIKER Rauschradarexperiments.

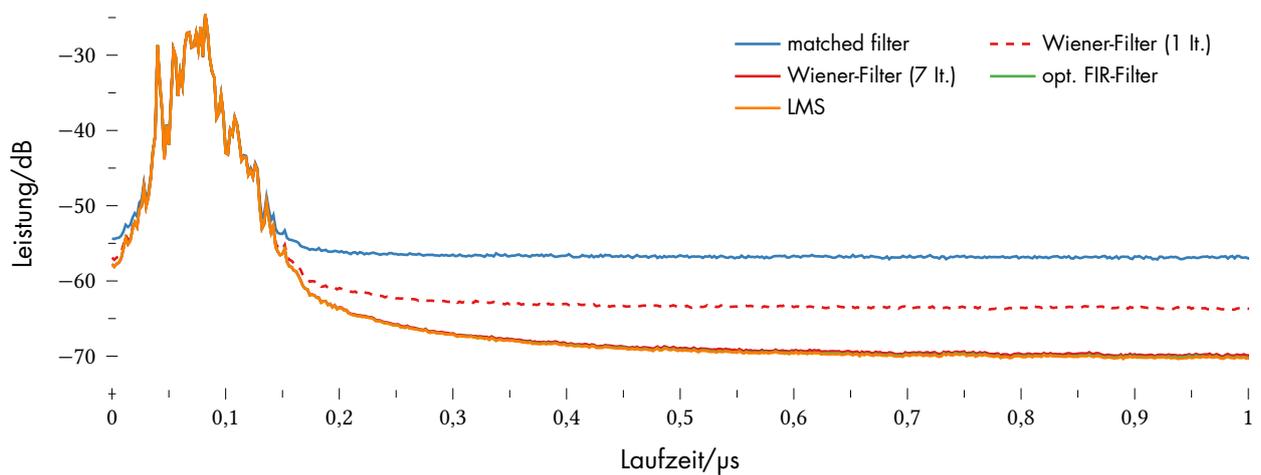


Abbildung 6.3: Mittlere Leistung aller Pulse über Laufzeit nach Pulscompression des ersten HITCHHIKER Noise Radar Experiments. Die Eigeninterferenzanteile des *matched filters* liegen ca. 15 dB oberhalb der LMS/FIR- und Wiener-Filter Lösung nach 7 Iterationen.

Messparameter zu diesem Experiment.

Aufgrund der genutzten 20 dBi-Hornantenne liegt die theoretische Auflösung entlang der Bewegungsrichtung des Radars, die durch die Antennenkeulenbreite gegeben ist, bei ca. 5 cm.

## 6.2 Pulscompression

Zum Vergleich des in dieser Arbeit vorgeschlagenen Wiener-Entfaltungsfilters nach Kapitel 2.3, dem optimierten FIR-Filter nach Kapitel 3.4 und der LMS-Rekonstruktion nach Kapitel 3.5 mit einem konventionellen Korrelationsfilter sind alle betrachteten Ansätze verfolgt worden. Abbildung 6.3 zeigt die mittlere Momentanleistung aller Pulse

entlang der Laufzeit nach Pulskompression. Die Eigeninterferenzanteile des *matched filters* liegen ca. 15 dB oberhalb der LMS/FIR- und Wiener-Filter Lösung nach 7 Iterationen. Nach nur einer Iteration des Wiener-Filters werden die Eigeninterferenzen um ca. 7 dB gedämpft.

Die Prozessierungslaufzeit der LMS- und optimierten FIR-Filterlösung ist jedoch deutlich größer als die der Wiener-Filterlösung. Die Berechnung der LMS-Rekonstruktion benötigt auf einem Grafikprozessor 48 ms pro Puls. Für die Bestimmung der FIR-Filterkoeffizienten und die darauf folgende Filterung werden auf der Grafikhardware 104 ms pro Puls benötigt. Das Wiener-Entfaltungsfiler benötigt zur Verarbeitung eines Pulses pro Iteration 455  $\mu$ s. Für die in diesem Experiment aufgenommenen 14000 Pulse ergibt sich eine Laufzeit zur Erstellung und Filterung des FIR-Filters von 24,7 min, für die LMS-Rekonstruktion 11,3 min, hingegen das Wiener-Entfaltungsfiler für eine Iteration aller Pulse 6 s benötigt. Dazu ist anzumerken, dass die Laufzeit des FIR-Filters sowie die LMS-Rekonstruktion mit steigender Szenenlänge überproportional zunimmt.

## SAR Bildgebung

## 6.3

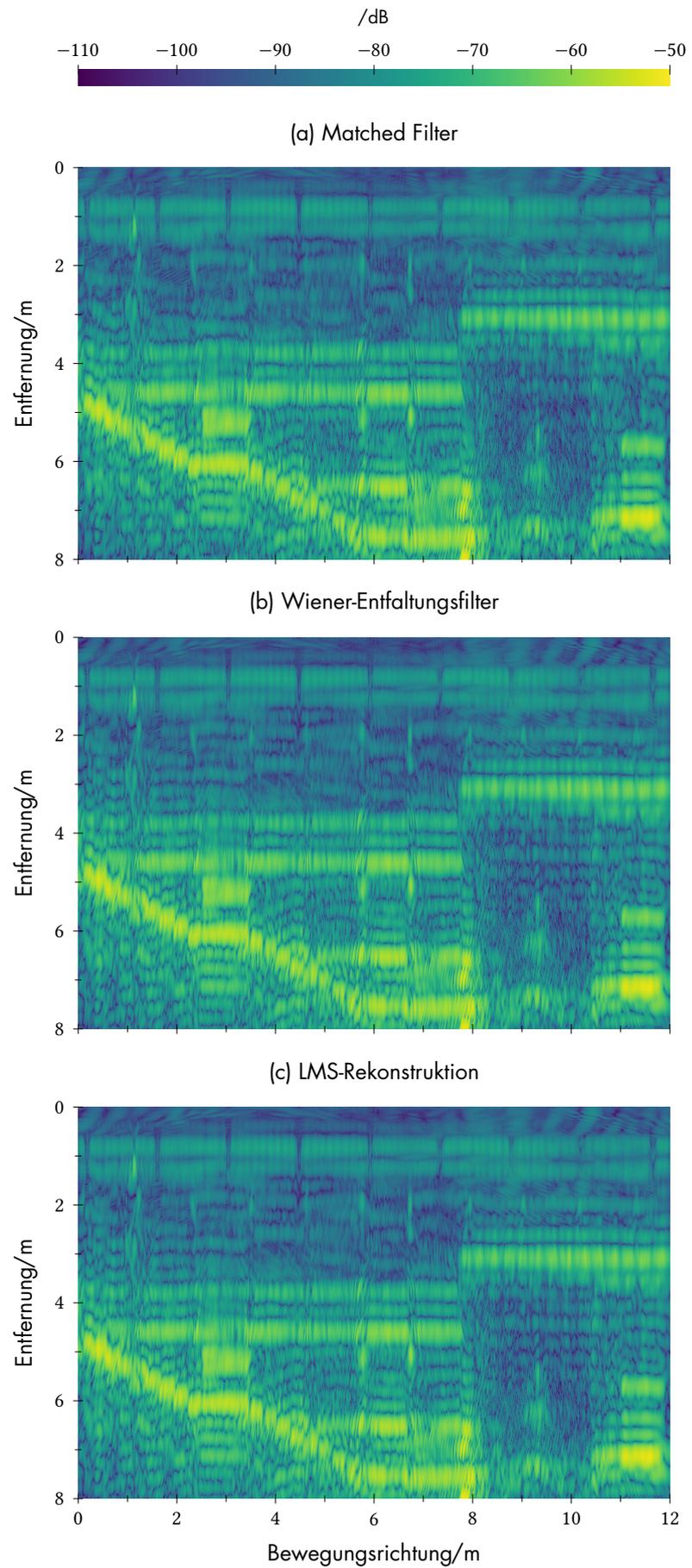
Für die Szenenrekonstruktion mit den Radarrohdaten ist eine exakte Positionsermittlung des Sensors entlang der Apertur notwendig. Zu diesem Zweck besitzt das HITCHHIKER-System einen hochgenauen GNSS-Empfänger der mittels Nachverarbeitung mit SAPOS<sup>1</sup>-Daten Genauigkeiten im mm-Bereich erreicht. Dieser Satellitenpositionierungsdienst vermisst mit Hilfe eines GNSS-Referenzempfängernetzwerks die Signal- und Kanaleigenschaften von GNSS-Systemen. Dadurch können systematische Fehler, die mittels eines einzelnen Empfängers nicht bestimmbar sind, korrigiert und die Genauigkeit des GNSS-Messergebnis deutlich verbessert werden. Solch ein System bietet innerhalb von Gebäuden aufgrund der Mehrwegeausbreitung nicht die für die SAR-Bildgebung nötige Genauigkeit. Deshalb musste für dieses Experiment eine andere Herangehensweise gewählt werden.

<sup>1</sup>Satellitenpositionierungsdienst der deutschen Landesvermessung

Da in diesem Experiment das Radarsystem entlang des Geländers der Galerie im ZESS mit einem Rollwagen per Hand geführt wurde, kann näherungsweise von einer linearen Bewegung ausgegangen werden. Die größte Unsicherheit liegt hierbei in der Schätzung der Geschwindigkeit entlang dieser linearen Trajektorie. Für diese Schätzung wurden die Abstände der Geländerverstrebungen vermessen und diese markanten Punkte in den Rohdaten identifiziert. Durch diese Synchronisation in den Rohdaten lässt sich stückweise die Geschwindigkeit der bewegten Plattform bestimmen und eine Trajektorie interpolieren.

Für die bistatischen Experimente mit dem HITCHHIKER System steht ein im ZESS entwickeltes SAR-Prozessierungsframework zur

Abbildung 6.4:  
Rückprojektionsergebnis des ersten  
HITCHHIKER Noise-Radar-Experiments  
für verschiedene Algorithmen zur  
Entfernungskompression. (a) zeigt  
das Ergebnis für ein *matched fil-*  
*ter*. (b) zeigt das Ergebnis für ein  
Wiener-Entfaltungsfiler. In (c) wur-  
de die *matched filter*-Antwort mittels  
eines optimierten FIR-Filer entfaltet.



Verfügung. Mit diesem Framework wurde die folgende SAR-Signalverarbeitung durchgeführt. Der verwendete Algorithmus ist ein Rückprojektionsalgorithmus im Zeitbereich. Das Ergebnis der Prozessierung mit diesem Prozessor findet sich in Abbildung 6.4 (a) für das mit dem *matched filter* entfernungskomprimierte Signal, (b) für das Wiener-Entfaltungfilter-Ergebnis und (c) der LMS-Rekonstruktion.

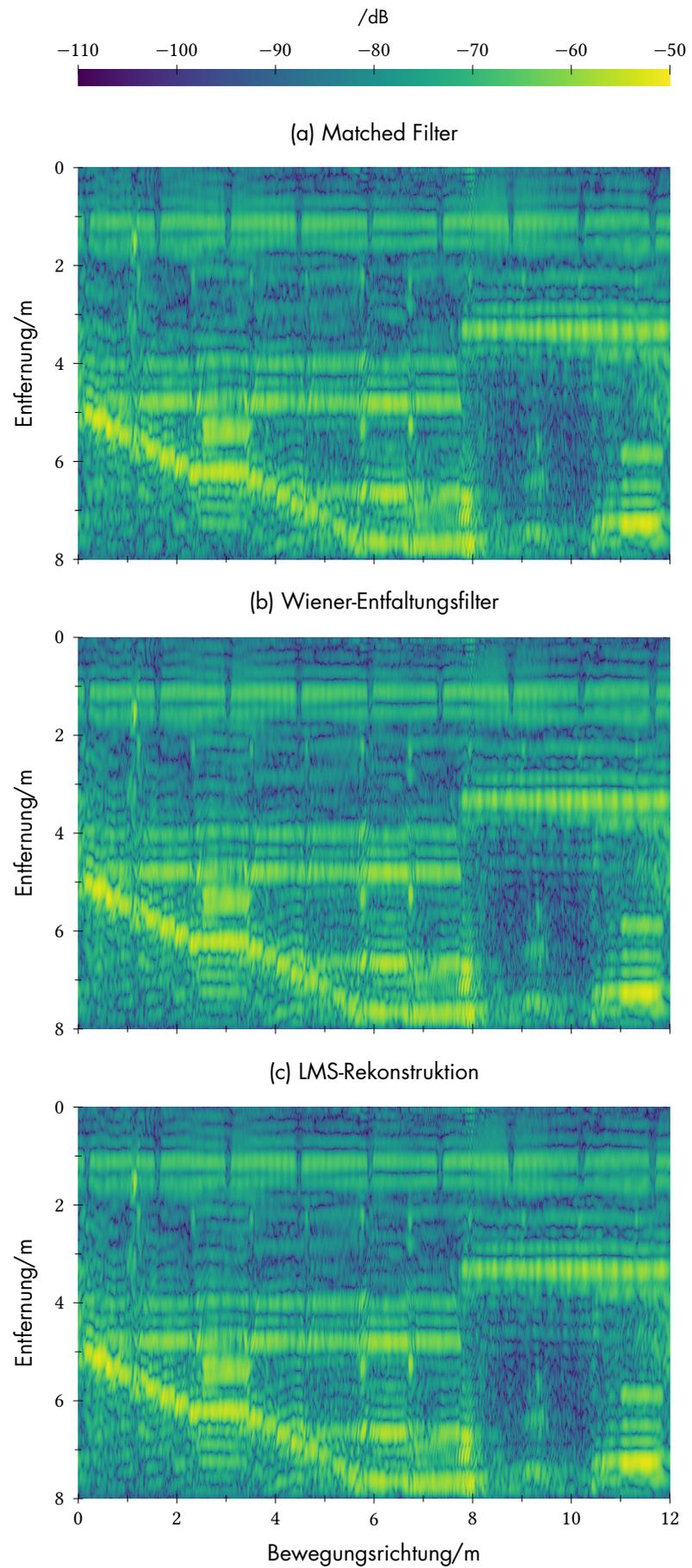
Da es sich in diesem ersten Experiment um eine rein monostatische Experimentkonfiguration handelt, wurde zum Vergleich auch ein  $\omega$ - $k$  Prozessor implementiert. Dieses Prozessierungsergebnis ist in Abbildung 6.5 dargestellt. Damit von einer äquidistante Abtastung ausgegangen werden kann, wurden für die Prozessierung die Rohdaten neu abgetastet. Dazu sind die Abstände der Geländerpfosten ausgemessen, im unfokussierten Bild identifiziert und zu jedem Geländerpfosten einem Puls zugeordnet worden. Zwischen diesen Referenzpunkten kann dann durch eine lineare Interpolation eine Zeit-Ortsynchronisierung berechnet werden. Aufgrund der sehr hohen Pulsfrequenz in diesem Experiment, verglichen mit der niedrigen Bewegungsgeschwindigkeit der Plattform, konnte mit einer *Nearest Neighbour*-Interpolation eine quasi äquidistant abgetastete Pulsmenge ausgewählt werden.

Natürlich kann für einen Frequenzbereichsprozessor auch eine komplexere Bewegungskompensation durchgeführt werden, die alle Pulse für die weitere SAR-Signalverarbeitung berücksichtigt. Jedoch handelt es sich bei diesem Experiment um eine Szene, die sich nah am Sensor befindet<sup>2</sup>, sodass die Fehler durch die Verschiebung nicht über die gesamte Szene konstant ist. In der Konsequenz führt dies dann direkt zu einem Rückprojektionsalgorithmus.

<sup>2</sup>Entfernung von 0 bis 15 m

Vergleicht man die prozessierten SAR-Bilder aus Abbildung 6.4/6.5 (a) mit (b) und (c), ist auf dem ersten Blick kaum ein Unterschied auszumachen. Da es sich hier um ein Indoor-Experiment handelt, ist die Szenenausdehnung sehr gering. Auch die Ziele bestehen größtenteils aus Dihedral-Reflektoren. Aufgrund der geringen Abmessungen des Raumes entstehen Vielfachreflexionen einzelner Ziele, die im Bild auch gut als entlang der Entfernung wiederholende Streifen zu erkennen sind. Diese schwächeren Wiederholungen sind im Wiener-Entfaltungfilterergebnis und dem Ergebnis der LMS-Rekonstruktion prägnanter, da diese nicht von den Eigeninterferenzen der *matched filters* stärkerer Ziele überdeckt wurden. Dies macht in diesem Experiment zwar nur einen geringen Unterschied aus, kann aber in anderen Szenen einen großen Unterschied machen.

Abbildung 6.5:  $\omega$ - $k$ -Ergebnis des ersten HITCHHIKER Noise-Radar-Experiments für verschiedene Algorithmen zur Entfernungskompression. (a) zeigt das Ergebnis für ein *matched filter*. (b) zeigt das Ergebnis für ein Wiener-Entfaltungsfiler. In (c) wurde die *matched filter*-Antwort mittels eines optimierten FIR-Filters entfaltet.



# ISAR-Abbildung von Straßenfahrzeugen

## 7

Dieses Kapitel beschreibt die Durchführung und Prozessierung zweier ISAR-Experimente zur Abbildung von Straßenfahrzeugen. Im ersten Experiment wird nur ein Szenenempfangskanal zur Entfernungshistorienbestimmung verwendet. Unter Zuhilfenahme von Straßenkartendaten kann dann eine Trajektorienbestimmung durchgeführt werden und eine ISAR-Abbildung prozessiert werden.

Im zweiten Experiment werden zwei weitere Szenenempfangskanäle hinzugenommen. Durch eine interferometrische Anordnung lässt sich dann zusätzlich zur Entfernung auch Azimut- und Elevationswinkel bestimmen, die eine Rekonstruktion ohne zusätzliches Wissen ermöglicht.

### ISAR Abbildung und Verfolgung von Straßenfahrzeugen unter Zuhilfenahme einer Straßenkarte

#### 7.1

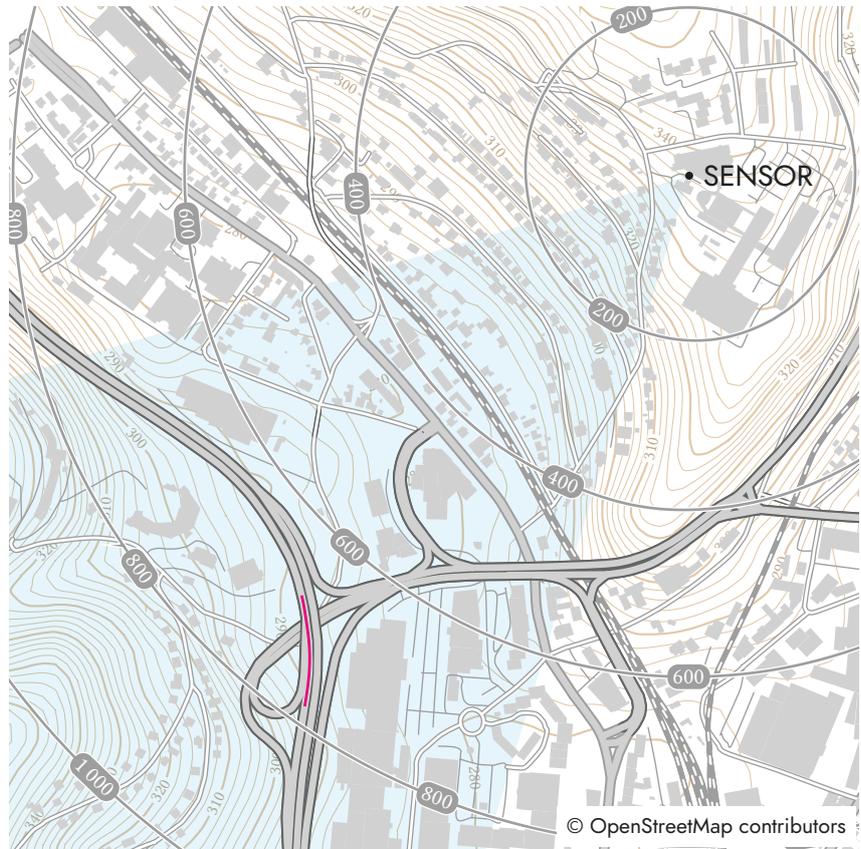
Dieses Experiment diente als erster Test des fertig integrierten Sendesystems. Dazu wurde das System zusammen mit dem HITCHHIKER-Empfänger als monostatisches Radarsystem verwendet. Die Send- und Empfangsantennen wurden auf die aus dem Labor sichtbare Hütentalstraße (HTS) ausgerichtet, um Bewegtziele detektieren zu können. Eine Karte in Abbildung 7.1 zeigt die Position sowie das Blickfeld des Radarsystems.

Da in der Szene sowohl stationäre Ziele, wie Gebäude und Vegetation als auch Bewegtziele wie Autos und LKWs zu vermuten sind, wurde eine geeignete Pulswiederholfrequenz von 5 kHz gewählt. Die weiteren technischen Parameter dieses Experiments finden sich in Tabelle 7.1. Das Experiment und die Ergebnisse wurden in [RBNL14] veröffentlicht.

Bandbreite	500 MHz
Mittelfrequenz	9,65 GHz
Pulswiederholfrequenz	5 kHz
Antennengewinn	20 dBi
Pulsbreite	50 $\mu$ s

Tabelle 7.1: Messparameter zum ISAR-Experiment

Abbildung 7.1: Karte zum ersten ISAR-Experiment des Noise-Radar-Systems. Der blau eingefärbte Sektor stellt die Antennenkeule des Radarsystems dar.



### 7.1.1 Entfernungs-Doppler-Verfolgung

Zur Trennung von stationären und beweglichen Zielen wurde mit Hilfe einer Fouriertransformation der aufgenommenen Pulse entlang der Pulsnummer ein Entfernungs-Doppler-Bild erstellt. Abbildung 7.2 zeigt dieses Entfernungs-Doppler-Bild, erstellt über den gesamten Aufnahmezeitraum von 6 s, prozessiert mit einem *matched filter*. Vergleicht man das mit dem *matched filter* erzeugte Ergebnis mit dem des Wiener-Filters in Abbildung 7.3, fällt auf, dass aufgrund des *masking effects* ein höherer Rauschteppich im *matched filter*-Ergebnis vorhanden ist und dadurch sogar einzelne Ziele verdeckt werden. Nach ca. 20 Iterationen entspricht das Wiener-Entfaltungsergebnis dem der LMS-Rekonstruktion (Abbildung 7.5) und dem Ergebnis des optimierten FIR-Filters an. Dabei benötigt die LMS-Rekonstruktion 157 min für 30000 Pulse und einer Szenenlänge von 3000 Zielen. Wendet man das in Abschnitt 3.4 hergeleitete FIR-Entfaltungsfiler an, siehe Abbildung 7.4, kann eine noch größere Unterdrückung dieser Rauschnebenkeulen erreicht werden. Für den gesamten Datensatz von 30000 Pulsen dauert die Verarbeitung der Daten mit diesem Filter für eine Szenenlänge von 3000 Abtastwerten ca. 14 h. Die 20 Iterationen des Wiener-Entfaltungsfiler können in nur 255 s berechnet werden.

Da innerhalb dieses Zeitraums nicht von einer konstanten Radial-

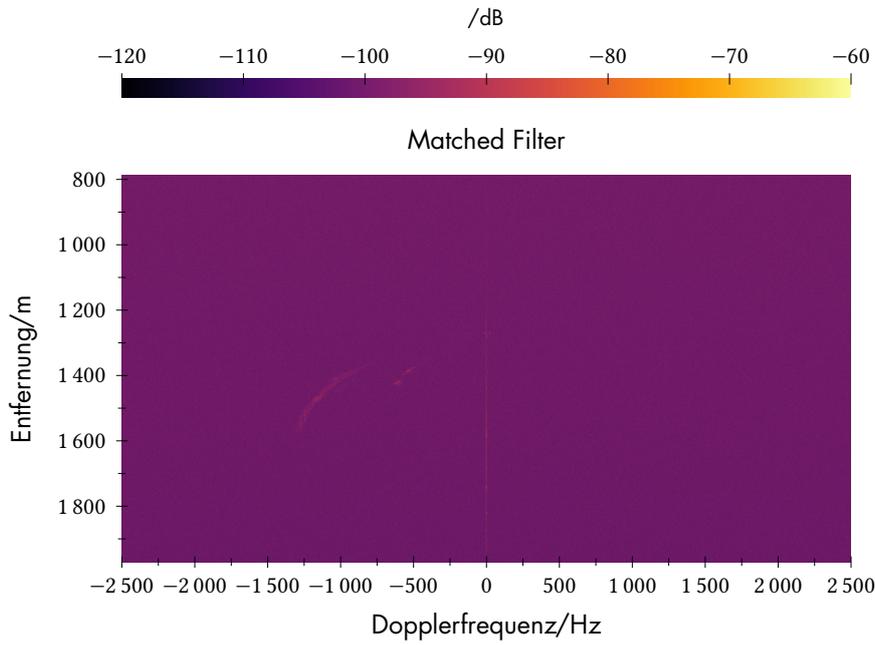


Abbildung 7.2: Entfernungs-Doppler Bild der entfernungskomprimierten Daten mittels *matched filter*.

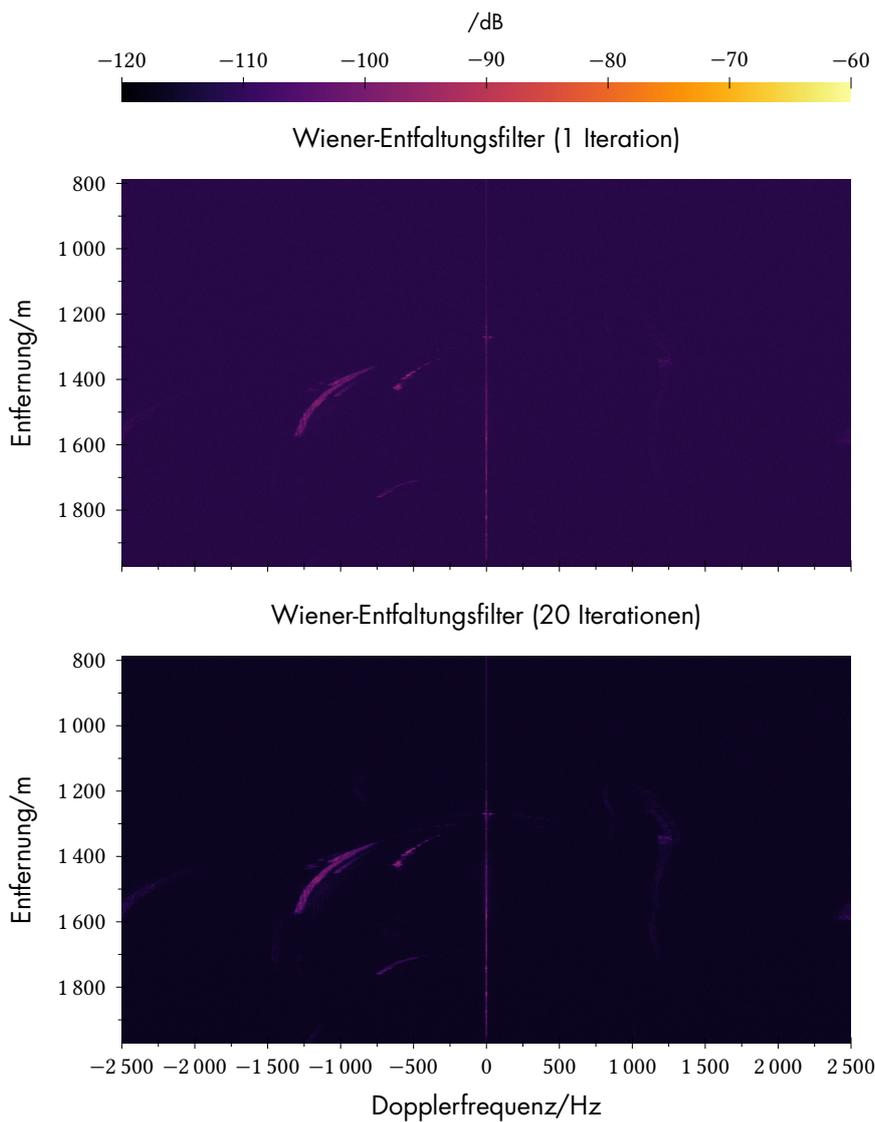


Abbildung 7.3: Entfernungs-Doppler Bild der entfernungskomprimierten Daten mittels Wiener-Filter. Oben ist das Ergebnis nach einer Iteration und unten nach 20 Iterationen dargestellt.

Abbildung 7.4: Entfernungs-Doppler Bild der entfernungskomprimierten Daten mittels optimierten FIR-Filter.

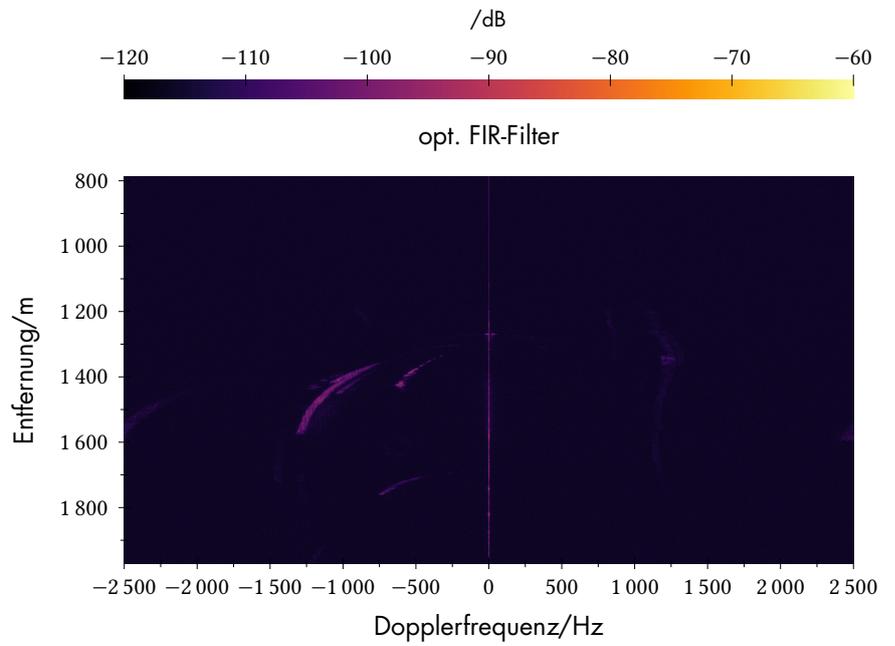


Abbildung 7.5: Entfernungs-Doppler Bild der entfernungskomprimierten Daten mittels LMS-Szenenrekonstruktion.

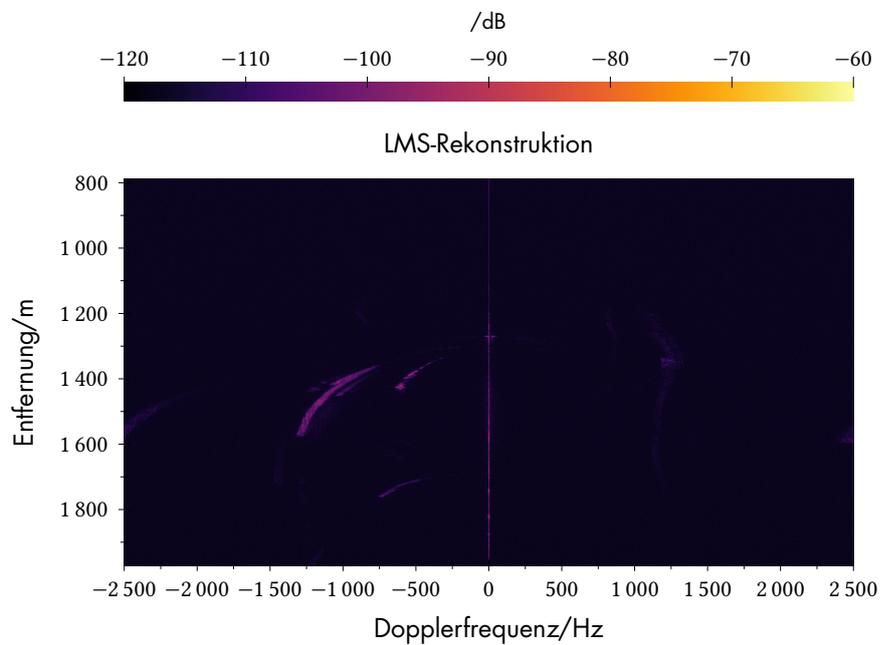




Abbildung 7.6: Kurzzeit-Entfernungs-Dopplerbilder zur Analyse von Bewegtziteln. In der Horizontalen erstreckt sich die Dopplerfrequenz von  $-2,5$  kHz bis  $2,5$  kHz. Vertikal ist die Entfernung aufgetragen. Dabei befindet sich das Radarsystem an der oberen Kante der Bilder.

geschwindigkeit der beweglichen Ziele ausgegangen werden kann, verschmieren die Ziele entlang Entfernungs- und Dopplerrichtung. Durch eine geringere Integrationszeit der Fouriertransformation kann eine schärfere Abbildung erreicht werden. Es entsteht hierbei nicht mehr nur ein Bild für den gesamten Beobachtungszeitraum, sondern eine Zeitreihe von Entfernungs-Doppler-Bildern, die im Folgenden analysiert werden kann. Diese Entfernungs-Doppler-Bilder werden beschrieben als

$$s_{RD}(r, f_d, t) = \int_{-\infty}^{\infty} s(r, \tau) w\left(\frac{\tau - t}{T_i}\right) e^{-j2\pi f_d \tau} d\tau \quad (7.1)$$

mit  $w(t)$  als geeignete Fensterfunktion. Der Einfachheit halber kann hier eine Rechteckfunktion angenommen werden. Zur besseren Unterdrückung der Nebenkeulen im Dopplerfrequenzbereich kann natürlich auch ein Hammingfenster in Betracht gezogen werden. Einen Ausschnitt aus dieser Zeitreihe ist in Abbildung 7.6 zu sehen. In diesem Experiment wurden aus 512 Pulsen ein Entfernungs-Doppler-Bild erstellt. Dies entspricht einer Integrationszeit  $T_i$  von  $0,1024$  s.

Mit einem CFAR<sup>1</sup>-Detektionsfilter [FJ68] lassen sich die Bewegtziele in jedem Einzelbild detektieren. Für jede einzelne detektierte Zielposition kann dann eine Prädiktion für den nächsten Zeitabschnitt berechnet werden und so diese Detektion der Nächsten zugeordnet werden. Dadurch entstehen mehrere Entfernungs-Doppler-Trajektorien. Diese sind in Abbildung 7.7 dargestellt.

Für jedes detektierte Ziel  $k$  ist nun die Dopplerfrequenz  $f_{d,k}(t)$  und Entfernung  $R_k(t)$  bestimmt. Durch eine zeitabhängige Filterung in der Entfernungs-Doppler-Ebene kann mit diesen Informationen ein einziges Bewegtziel isoliert werden. Abbildung 7.8 zeigt das in Dopplerfrequenz zeitabhängig gefilterte Ergebnis. Zum Vergleich zwischen

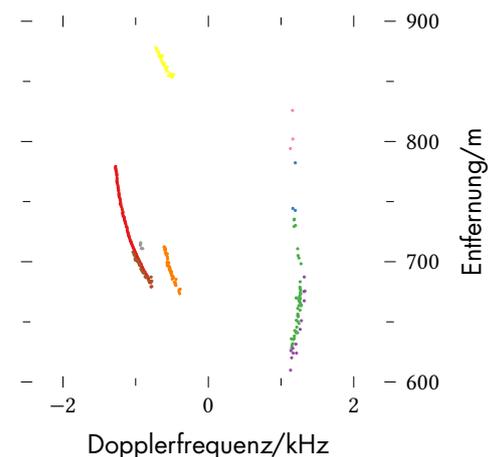


Abbildung 7.7: Entfernungs-Doppler-Trajektorien erstellt durch CFAR-Detektion und Tracking.

<sup>1</sup>engl. *Constant False Alarm Rate* für Konstante Falschalarmrate

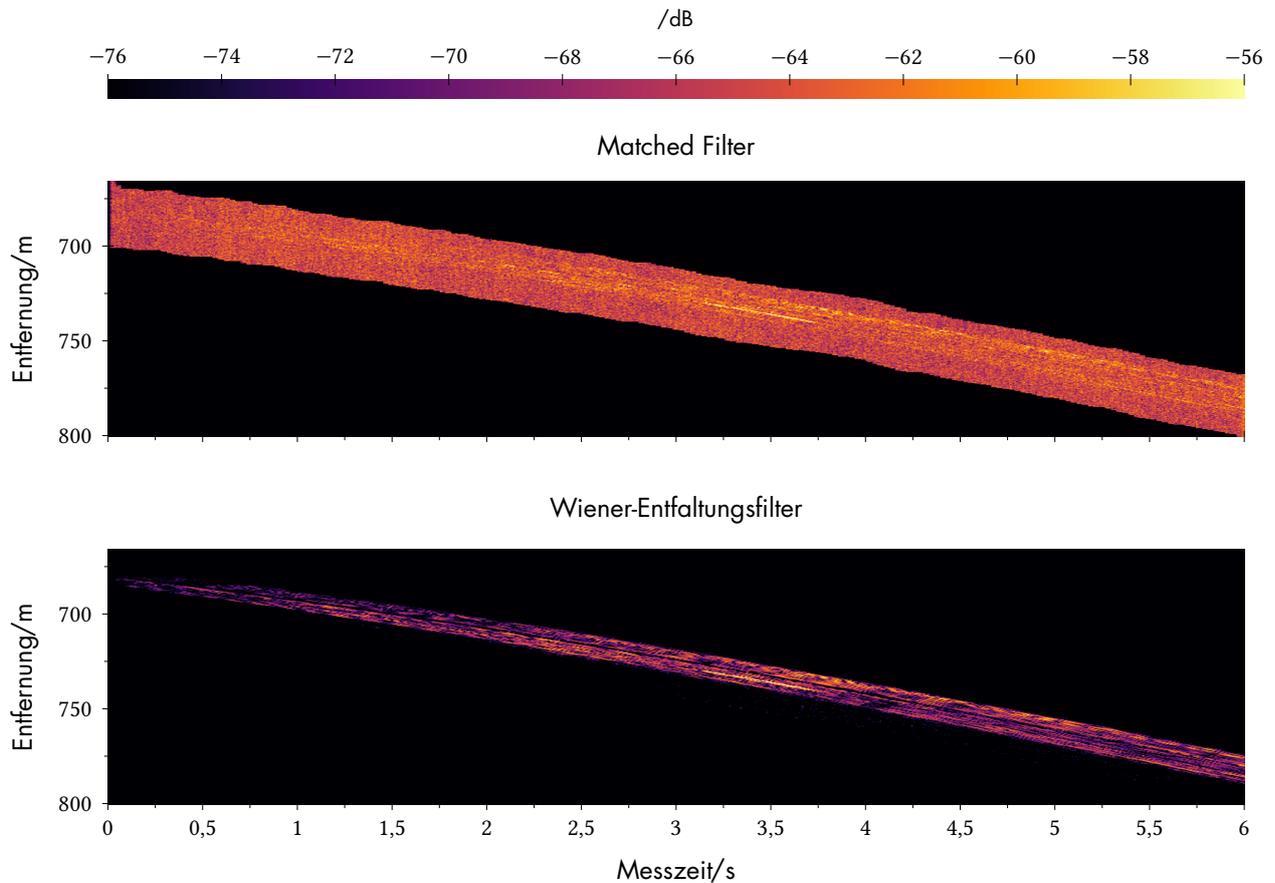


Abbildung 7.8: In Dopplerfrequenz gefiltertes Einzelziel. Das mit dem *matched filter* (oben) weist deutliche Eigeninterferenzen auf. Im Ergebnis des Wiener-Entfaltungsfilters (unten) ist das Ziel deutlicher zu erkennen.

Wiener-Entfaltungsfilter nach 20 Iterationen und *matched filter* sind die Ergebnisse beider Entfernungskompressionsverfahren dargestellt. Trotz Dopplerfilterung ist das Bewegtziel aufgrund der starken Autokorrelationsprodukte (Eigeninterferenzen) der starken Ziele im Nahbereich des *matched filter*-Ergebnis deutlich schlechter zu erkennen.

Im weiteren Verlauf der Verarbeitung wird mit dem Ergebnis der Wiener-Entfaltung weitergearbeitet.

### 7.1.2 Entfernungsverlaufsschätzung

Aufgrund der Separation der Ziele mit Hilfe vorhergehender Filterung kann nun davon ausgegangen werden, dass nur noch die Signalanteile des Bewegtziels vorhanden sind. Ferner kann angenommen werden, dass die Entfernungprofile zweier benachbarter Pulse eine hohe Ähnlichkeit aufweisen, da die Translation des Ziel unterhalb der Wellenlänge liegt<sup>2</sup> und demnach die Verschiebung innerhalb einer Auflösungszelle liegt. Mittels Korrelation zwischen zwei aufeinander folgenden Pulsantworten  $s_t(r, (m - 1)t_i)$  und  $s_t(r, mt_i)$ , mit der Pulsnummer

<sup>2</sup>Bei einer Wellenlänge  $\lambda_0$  von 3,11 cm und einer Pulswiederhol­frequenz von 5 kHz beträgt die mehrdeutigkeitsfreie Maximalge­schwindigkeit ca.  $\pm 38,8$  m/s.

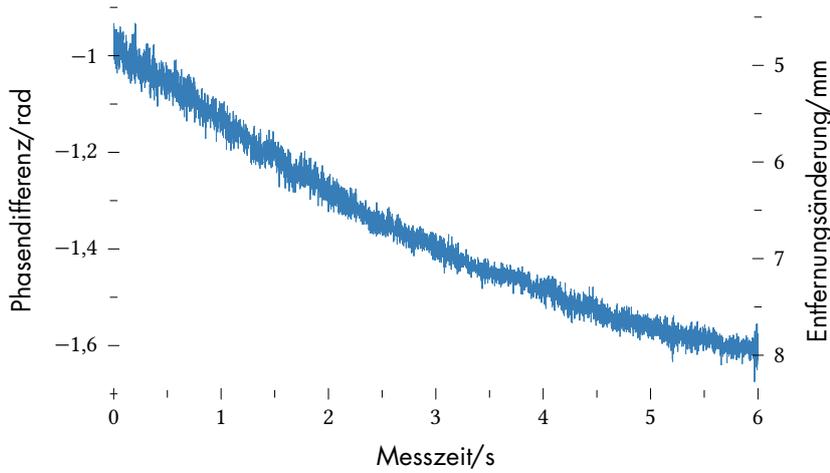


Abbildung 7.9: Phasenverlauf der Korrelationsfunktion nach Gleichung 7.3. Weiterhin ist die korrespondierende Entfernungsänderung von Puls zu Puls an der rechten Achse dargestellt

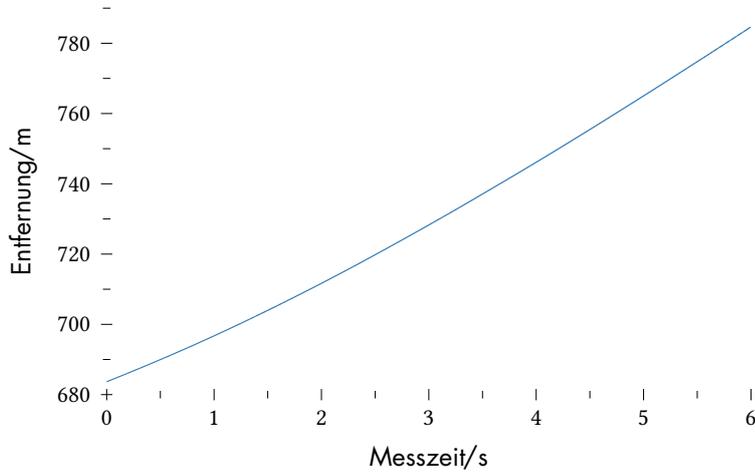


Abbildung 7.10: Geschätzter Entfernungsverlauf nach Integration der Entfernungsänderungen zwischen den Pulsen.

$m$  und dem Pulswiederholintervall  $t_i$ , lässt sich die Verschiebung  $\Delta R(m)$  des Ziels anhand der Phasenverschiebung messen. Damit lässt sich jedes Entfernungsprofil eines Ziels in Abhängigkeit des vorhergehenden Profil im äquivalenten Tiefpassbereich modellieren als

$$s_t(r, (m-1)t_i) \approx s_t(r + \Delta R(mt_i), (m-1)t_i) e^{-jk_0 \Delta R(m)} \quad (7.2)$$

mit  $k_0 = 2\pi\lambda_0^{-1}$ . Korrelieren wir die aufeinander folgenden Entfernungsprofile miteinander, entspricht diese Operation einer Filterung des  $m$ -Entfernungsprofils mit einem *matched filter* erstellt aus dem  $m-1$ -Entfernungsprofil und schätzt demnach für  $r = \Delta R(m)$  einen optimalen Phasenwert hinsichtlich des SNRs. Wie schon erwähnt, liegt die Verschiebung  $\Delta R(m)$  unterhalb der Wellenlänge  $\lambda_0$  und ist deshalb sehr viel kleiner als die Auflösung  $\delta r = \frac{c}{2B}$ , sodass diese Verschiebung bei der Korrelationsfunktion  $\phi_{s_t s_t}$  vernachlässigt werden kann. Dies führt zu

$$(s_t(m) \star s_t(m-1))(r) \approx \phi_{s_t s_t}(r) e^{-jk_0 \Delta R(m)} \quad (7.3)$$

mit dem Korrelationsoperator  $(x \star y)(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} x^*(t) y(t + \tau) dt$ .

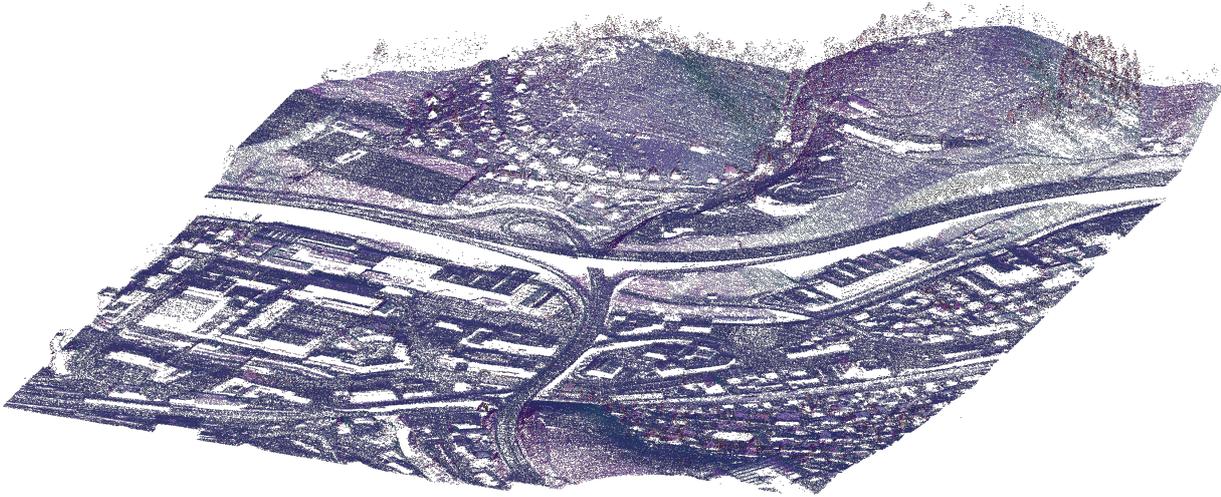


Abbildung 7.11: Ausschnitt aus den DOM1L Daten bereitgestellt vom Geobasis NRW der Bezirksregierung Köln. Mittels dieser Daten konnte die Höhe für jeden Straßenpunkt bestimmt werden.

Betrachten wir nun die Phase der Gleichung 7.3 die auch in Abbildung 7.9 dargestellt ist. Durch Integration der Phase bzw. der Entfernungsdifferenz von Puls zu Puls lässt sich ein Entfernungsverlauf für die gesamte Messzeit bestimmen. Dieser sehr genaue aber relative Entfernungsverlauf kann durch Bestimmung der Integrationskonstanten in einen absoluten Entfernungsverlauf  $R(m)$  umgerechnet werden. Diese Integrationskonstante kann durch Mittelung aus dem groben Entfernungsverlauf  $R_t(t)$ , ermittelt aus der Entfernung-Doppler-Verfolgung, bestimmt werden.

### 7.1.3 Trajektorien-schätzung

Da aufgrund der einkanaligen Messanordnung nur eine eindimensionale Entfernungsmessung möglich ist, kann nur mittels *a-priori*-Information eine dreidimensionale Trajektorie erstellt werden. Hierzu wurden Straßenkartendaten des OpenStreetMap Projekts in Form von ESRI-Shapefiles genutzt, um zunächst zweidimensionale Straßendaten zu gewinnen.

<sup>3</sup>Digitales Oberflächenmodell mit einer mittleren Gitterweite von einem Meter generiert mittels Laserabtastung (LIDAR)

Aus DOM1L<sup>3</sup>-Daten bereitgestellt vom Geobasis NRW der Bezirksregierung Köln konnte die fehlende Höheninformation, siehe Abbildung 7.11, gewonnen werden. Dafür wurden die Punktwolkendaten mittels Delauney-Triangulation in ein Dreiecksnetz konvertiert. Aus diesem Dreiecksnetz konnte dann der Höhenwert zu jedem Punkt der

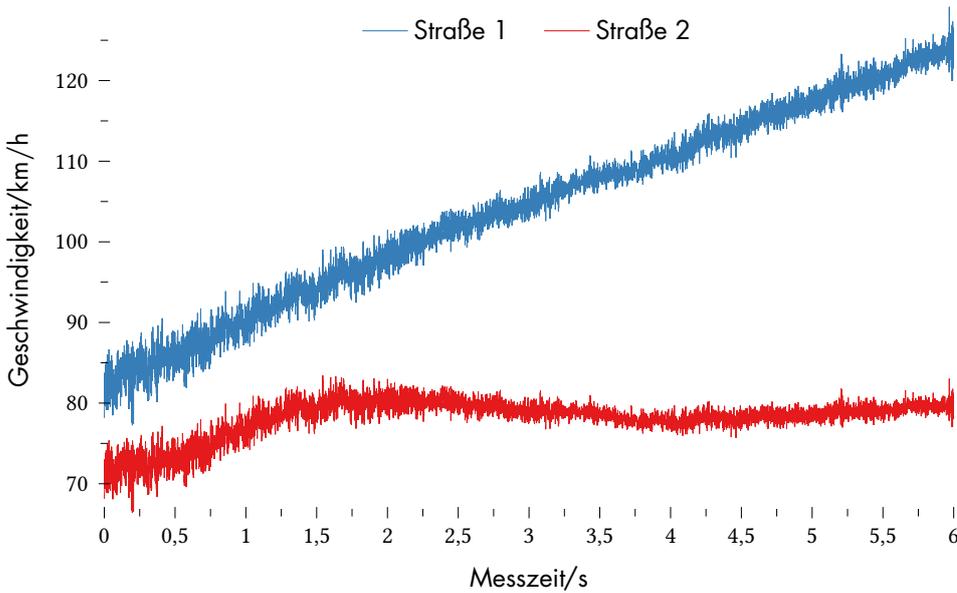


Abbildung 7.12: Geschätzte Geschwindigkeit entlang zweier möglicher Straßenverläufe. Rot stellt die ausgewählte und demnach wahrscheinlichste Lösung dar.

Straße bestimmt werden. Dieser Straßenverlauf wird dargestellt als

$$\mathbf{p}_l(n) = \begin{pmatrix} x_l(n) \\ y_l(n) \\ z_l(n) \end{pmatrix} \quad (7.4)$$

mit  $l = 1, \dots, L$  als laufender Index einer Straße und  $n = 1, \dots, N$  als laufender Index für jeden Punkt auf der Straße  $l$ . Für jeden Straßenpunkt  $\mathbf{p}_l(t)$  kann die Entfernung zum Sensor  $\mathbf{p}_r$  bestimmt werden. Durch Interpolation kann dann die Gleichung

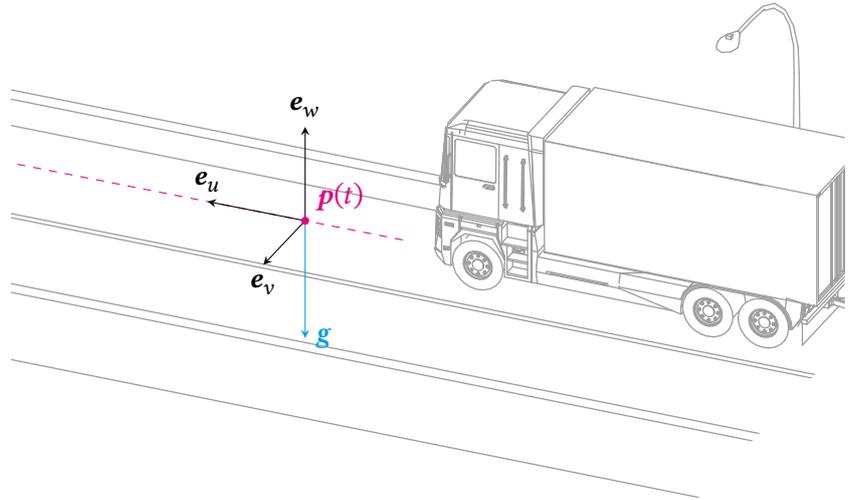
$$|\mathbf{p}_l(m) - \mathbf{p}_r| = R(m) \quad (7.5)$$

nach  $\mathbf{p}_l(m)$  gelöst und für jede Straße  $l$  und Entfernungswert  $R(m)$  eine mögliche Zielposition  $\mathbf{p}_l(m)$  bestimmt werden.

Für jedes Ziel stehen nun  $L$  mögliche Trajektorien zur Auswahl. Da zusätzlich zu den Geometriedaten der Straße auch die maximal erlaubte Geschwindigkeit in den Straßenkartendaten des OpenStreetMap Projekts bereitgestellt wird, kann mit dieser Information eine Plausibilitätsprüfung für jede mögliche Trajektorie durchgeführt werden. Abbildung 7.12 zeigt eine Auswahl der Geschwindigkeitsverläufe entlang der Straßenpfade. Der Geschwindigkeitsverlauf entlang Straße 2 zeigt die geringste Variation. Außerdem stimmt die gemessene Geschwindigkeit mit der maximal erlaubten Geschwindigkeit von 80 km/h überein und gilt deshalb als eine mögliche Trajektorie.

Für eine scharfe ISAR-Abbildung ist nicht nur die Positionsinformation, sondern auch die Information über die Ausrichtung des Ziels

Abbildung 7.13: Fahrzeugzentriertes Koordinatensystem



notwendig. Da in diesem Fall von einem Straßenfahrzeug als Ziel ausgegangen werden kann, wird die Lage des Ziels aus dem Bewegungsverlauf geschätzt. Abbildung 7.13 zeigt das fahrzeugzentrierte Koordinatensystem

$$A(t) = \begin{pmatrix} \mathbf{e}_u(t) & \mathbf{e}_v(t) & \mathbf{e}_w(t) \end{pmatrix} \quad (7.6)$$

mit den Einheitsvektoren

$$\mathbf{e}_u(t) = \frac{\dot{\mathbf{p}}(t)}{|\dot{\mathbf{p}}(t)|} \quad (7.7)$$

$$\mathbf{e}_v(t) = \mathbf{e}_u(t) \times \frac{\mathbf{g}}{|\mathbf{g}|} \quad (7.8)$$

$$\mathbf{e}_w(t) = \mathbf{e}_u(t) \times \mathbf{e}_v(t), \quad (7.9)$$

gebildet aus dem Zielgeschwindigkeitsvektor  $\mathbf{p}$  und dem Gravitationsvektor  $\mathbf{g}$ .

#### 7.1.4 ISAR-Bildgebung

Mit der aus den Straßendaten extrahierten Trajektorie und Lage eines Ziels kann im folgenden Schritt eine ISAR Abbildung prozessiert werden. Da es sich nicht um eine lineare Bewegung handelt, ist die Nutzung von Frequenzbereichsprozessoren entsprechend Abschnitt 6 nicht möglich. In diesem Fall bietet sich eine Zeitbereichslösung in Form eines Rückprojektionsalgorithmus an.

Da sich im ISAR-Fall das Ziel anstelle des Sensors bewegt, muss die Bildrekonstruktion auf einem bewegungsvarianten Rekonstruktionsraster erfolgen. Anstatt die Position jedes Punkts im Rekonstruktionsraster von Puls zu Puls zu variieren, kann die Sensorposition  $\mathbf{p}_r$  auch im lokalen Fahrzeugkoordinatensystem mit

$$\mathbf{p}'_r(t) = A^T(t)(\mathbf{p}_r - \mathbf{p}(t)). \quad (7.10)$$

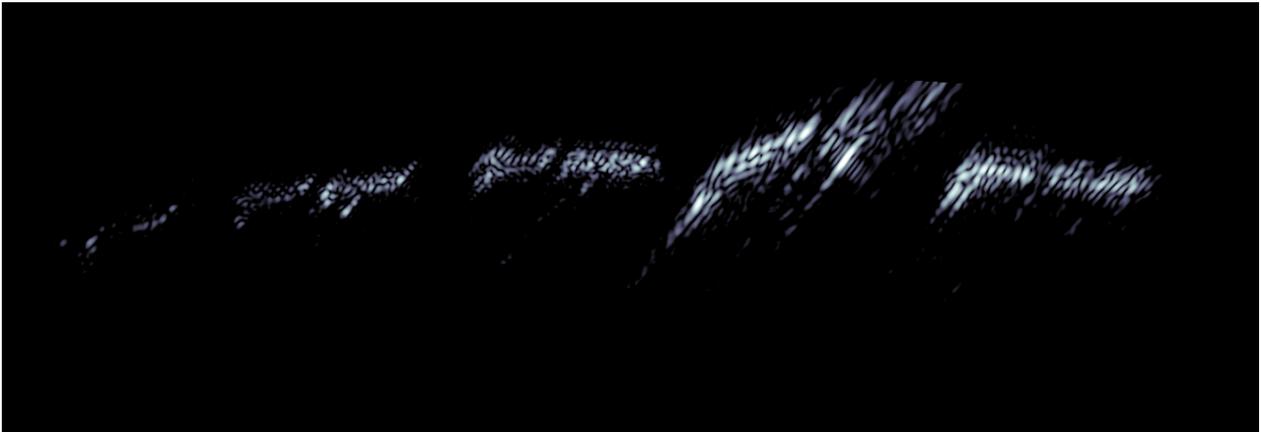


Abbildung 7.14: Auszug einzelner Bilder aus dem prozessierten SAR-Video zu den Messzeiten 1, 2, ..., 5 s.

beschrieben werden.

Damit in Entfernungs- und Bewegungsrichtung die gleiche Auflösung erreicht wird, wurden für ein ISAR-Bild 1500 Pulse integriert. Dies entspricht einer zeitlichen Aperturlänge von 0,3 s. Außerdem kann nicht davon ausgegangen werden, dass die Position über die gesamte Messzeit stabil – innerhalb der Wellenlänge – bestimmt werden konnte, sodass diese Aperturlänge ein guter Kompromiss zwischen Auflösung und Defokussierung aufgrund einer fehlerhaften Trajektorienschätzung darstellt. Durch diese Kurzzeitfokussierung lässt sich ein Video über die komplette Messzeit erstellen. Auszugsweise sind in Abbildung 7.14 die prozessierten Ergebnisse zu den Messzeiten 1, 2, ..., 5 s dargestellt. Im prozessierten Ergebnis ist sichtbar, dass die Fokussierungsqualität stark über die Zeit variiert. Anhand des Geschwindigkeitsverlaufs in Abbildung 7.12 sind Beschleunigungs-, als auch Bremsphasen zu erkennen. Diese kann durch eine Brems- oder Beschleunigungsaktion des Fahrers aber auch eine Richtungsänderung zustande kommen, da die Bodengeschwindigkeit nur anhand der Straßendaten und der Radialgeschwindigkeit geschätzt werden konnte.

#### Korrektur der Trajektorie

#### 7.1.4.1

Unter der Annahme, dass das Fahrzeug mit einer konstanten Geschwindigkeit gefahren ist, kann die Trajektorie mittels dem gemessenen Entfernungsverlauf verfeinert werden. Dazu werden folgende Annahmen getätigt:

- Fahrzeug fährt mit konstanter Geschwindigkeit  $|\dot{\mathbf{p}}(t)| = v_t = E |\dot{\mathbf{p}}(t)|$  (Mittlere geschätzte Geschwindigkeit).
- Initiale Position entspricht der aus den Straßendaten ermittelten initialen Position der Trajektorie.

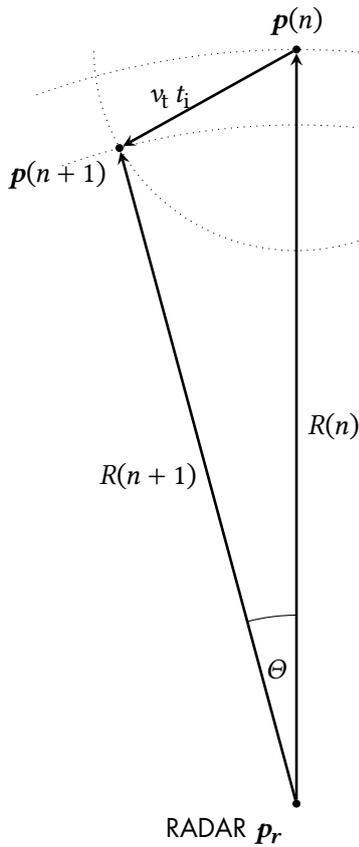


Abbildung 7.15: Geometrie zur Rekonstruktion der korrigierten Fahrzeugtrajektorie.

- Die Höhe entspricht der Höhe der mittels Straßeninformation geschätzten Trajektorie.

Durch diese Einschränkungen kann eine korrigierte Trajektorie berechnet werden. Das Problem lässt sich dann zweidimensional nach Abbildung 7.15 beschreiben. Durch die Messung gegeben ist der Entfernungsverlauf  $R(n)$  für jede Pulsnummer  $n$  sowie die Geschwindigkeit des Bewegtzies  $v_t$ , die als konstant angenommen wird. Mit diesen Parametern lässt sich der Winkel  $\theta$  mit dem Kosinussatz berechnen zu

$$\theta(n) = \arccos\left(\frac{R^2(n) + R^2(n + 1) - (v_t t_i)^2}{2 R(n) R(n + 1)}\right).$$

Da nur der Betrag des Winkels mit dieser Gleichung bestimmt werden kann muss das richtige Vorzeichen mit Hilfe des bekannten Straßenverlaufs ermittelt werden.

Durch Integration des Winkels  $\theta(n)$  nach  $n$  kann die Trajektorie, relativ zur Position zum Startzeitpunkt der Messung in Polarkoordinaten beschrieben werden. Da diese initiale Startposition aus den Straßendaten bekannt ist, kann die gesamte korrigierte Trajektorie in globalen Koordinaten ausgedrückt werden.

Die in Abbildung 7.16 dargestellte korrigierte Trajektorie (rot) verläuft zwar sehr ähnlich zu der Trajektorie aus Abschnitt 7.1.3 (blau), die Ausrichtung des Fahrzeugs entlang der Fahrtrichtung variiert jedoch stark aufgrund des leichten über die Zeit veränderlichen Versatz. Die aus der Trajektorie berechnete Ausrichtung des Fahrzeugs, und das daraus resultierende Fahrzeugkoordinatensystem, unterscheidet sich deshalb deutlich nach angewendeter Korrektur. Dies resultiert in einem schärferen ISAR-Ergebnis, welches in Abbildung 7.17 dargestellt ist. Insbesondere die Defokussierung bei Sekunde 4 konnte mit der neuen Trajektorie korrigiert werden.

Das rekonstruierte Ziel besteht aus zwei rechteckigen Strukturen die eine insgesamt Länge von 18 m aufweisen. Die Breite liegt bei ca. 2,3 m. Daraus lässt sich schließen, dass es sich um einen Lastkraftwagen mit Anhänger handeln könnte. Leider wurde während dieses Experiments kein Video zur Verifikation dieser Annahme aufgezeichnet. Diesen Nachteil haben wir im folgenden Experiment im nächsten

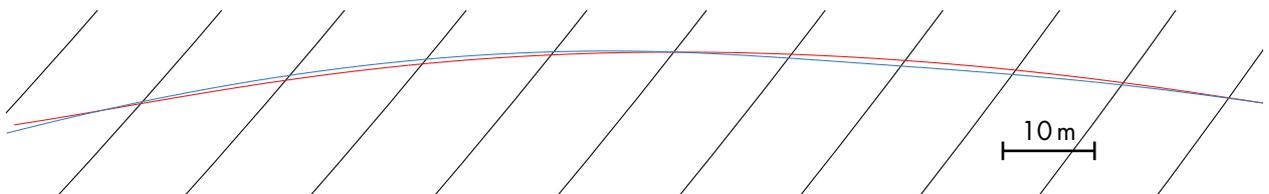


Abbildung 7.16: Rekonstruierte Trajektorien vor (blau) und nach (rot) Korrektur nach Abschnitt 7.1.4.1. Im Abstand von 10 m sind die Entfernungen gleichen Abstands (Kreissegmente in schwarz) zum Radarsystem gezeichnet.



Abbildung 7.17: Auszug einzelner Bilder aus dem prozessierten SAR-Video zu den Messzeiten 1, 2, ..., 5 s nach Bewegungskompensation.

Abschnitt ausgeräumt und eine mit dem Messsystem synchronisierte Videokamera im Messaufbau vorgesehen.

Das gesamte Video zum rekonstruierten Ziel ist unter [RB13] einsehbar.

## ISAR-Abbildung und Verfolgung von Straßenfahrzeugen ohne Zuhilfenahme einer Straßenkarte

Die ISAR-Abbildung im Experiment in Abschnitt 7.1 konnte nur mittels *a-priori*-Information<sup>4</sup> gewonnen werden. Für eine unabhängige Messung wurde deshalb ein interferometrischer Antennenaufbau gewählt, um zusätzlich zur Entfernungs/-änderungsratenmessung auch eine Bestimmung des Einfallswinkel der elektromagnetischen Welle zu ermöglichen. Die Ergebnisse dieses Experiments wurden in [RBNL16] veröffentlicht.

Aufgrund eines technischen Defekts des Aufnahmesystems<sup>5</sup>, konnte nur die Hälfte des im System verfügbaren Speichers genutzt werden. Deshalb wurde die Pulswiederholfrequenz von 5 kHz auf 2,5 kHz reduziert, damit die gleiche Aufnahmedauer wie im vorherigen Abschnitt beschriebenen Experiment gewährleistet werden konnte. Dies führt jedoch für hohe Zielgeschwindigkeiten zu einem Aliasing-Effekt im Doppler-Bereich, den es zu berücksichtigen gilt. Die Messparameter zu diesem Experiment finden sich in Tabelle 7.2.

### Antennenkonfiguration

Die drei Szenenempfangsantennen wurden in einem gleichschenkligen Dreieck mit einer Kantenlänge von 300 mm angeordnet. Dies ermöglicht eine kompakte Bauweise sowie die Schätzung des Elevations- und Azimutwinkel der zurückgestreuten Signale. In Abbildung 7.18 ist die-

## 7.2

<sup>4</sup>Trajektorienrekonstruktion mittels Straßenkarte.

Bandbreite	500 MHz
Mittelfrequenz	9,65 GHz
Pulswiederholfrequenz	2,5 kHz
Antennengewinn	20 dBi
Pulsbreite	50 $\mu$ s

Tabelle 7.2: Messparameter zum ISAR-Experiment mit interferometrischer Antennenkonfiguration.

<sup>5</sup>2 von 4 Aufnahmekarten zur Digitalisierung des Signals waren defekt.

### 7.2.1

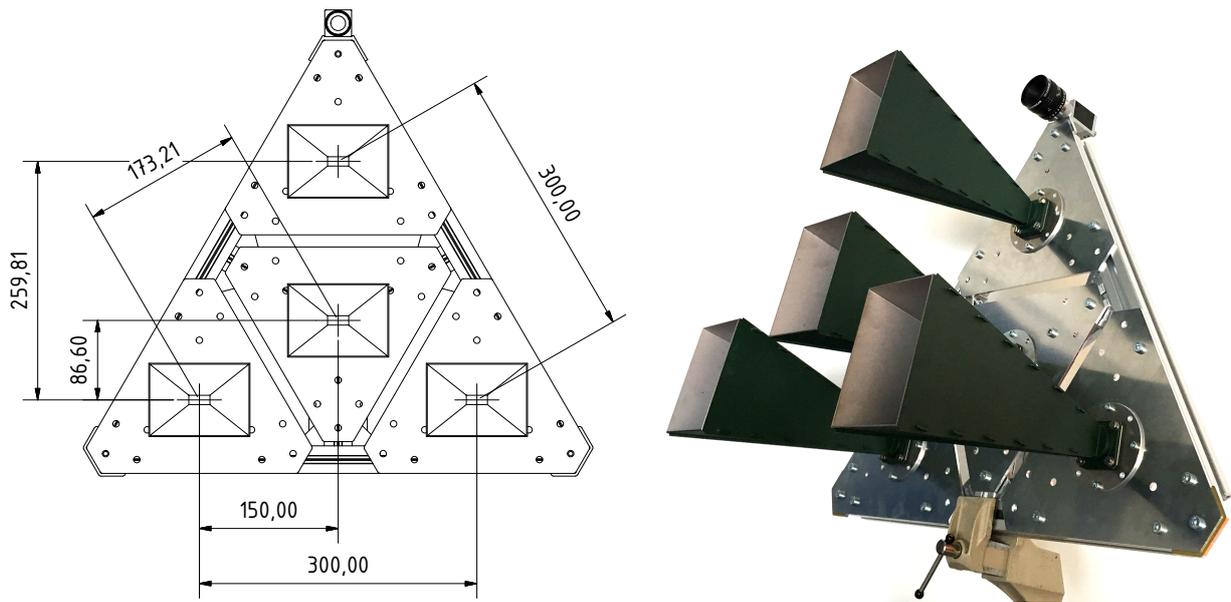


Abbildung 7.18: Interferometrisches Antennensetup zur Schätzung des Einfallswinkels einer Elektromagnetischen Welle. Auf der linken Seite ist die technische Zeichnung inklusiver der Abmessungen dargestellt. Ein Foto des implementierten Antennensetup zeigt der rechte Teil der Abbildung.

se Antennenkonfiguration als technische Zeichnung (links), sowie als Foto (rechts) dargestellt.

Die Sendeantenne wurde in der Mitte des Dreiecks positioniert, um die Entfernung zu den einzelnen Empfangsantennen zu minimieren und gleiche Abstandsverhältnisse zu jedem Sende-/Empfangsantennenpaar herzustellen.

Mittels einer Aluminiumprofilkonstruktion sowie Montageplatten konnte ein sehr steifer und stabiler Aufbau gewährleistet werden. Dadurch konnte eine Positionsgenauigkeit der Antennenpositionen kleiner 0,1 mm erreicht werden.

Zusätzlich zu den vier Antennen ist eine Videokamera oberhalb der Antennenanordnung positioniert worden. Diese Kamera wurde mit dem Sendepulssignal synchronisiert, sodass für jedes aufgenommene Bild ein Sendepuls zugeordnet werden kann. Im Gegensatz zum vorherigen Experiment lässt sich dadurch eine Verifikation der Messung und der Rekonstruktion durchführen.

### 7.2.2 Auflösung der mehrdeutigen interferometrischen Phase

Aufgrund des interferometrischen Aufbaus lassen sich die Elevations- und Azimutwinkel des empfangenen Signals anhand der Phasendifferenz zwischen den Empfangskanälen bestimmen. Diese Phasendifferenz ist  $2\pi$ -mehrdeutig, welches auch zu mehrdeutigen Elevations- und Azimutwinkeln führt. Diese Mehrdeutigkeit gilt es aufzulösen.

Der interferometrische Aufbau ist durch die Antennenpositionen

$$\mathbf{p}_1 = \left( 0 \quad \frac{a}{\sqrt{3}} \quad 0 \right)^T \quad (7.11)$$

$$\mathbf{p}_2 = \left( -\frac{a}{2} \quad -\frac{a}{2\sqrt{3}} \quad 0 \right)^T \quad (7.12)$$

$$\mathbf{p}_3 = \left( \frac{a}{2} \quad -\frac{a}{2\sqrt{3}} \quad 0 \right)^T \quad (7.13)$$

bezüglich des Schwerpunkts des gleichseitigen Dreiecks der Seitenlänge  $a$  beschrieben, siehe Abbildung 7.19.

Ferner sei die Position eines Ziels bezüglich des gleichen Schwerpunkts beschreibbar durch

$$\mathbf{r} = r_0 \begin{pmatrix} x \\ y \\ \pm\sqrt{1-x^2-y^2} \end{pmatrix} = r_0 \cdot \mathbf{u} \quad (7.14)$$

mit der Entfernung  $r_0$  und dem Richtungskosinus  $x, y$ . Da der Aufbau in der  $x$ - $y$ -Ebene liegt, ist die Position eines Ziels für  $z$  mehrdeutig. Aufgrund der Abstrahlcharakteristik der Antennen kann davon ausgegangen werden, dass nur Reflexionen von Zielen aus einem Halbraum, für  $z < 0$ , erwartet werden.

Die Entfernung zwischen Ziel und der  $i$ -ten Antenne wird beschrieben durch

$$\begin{aligned} r_i &= |\mathbf{r} - \mathbf{p}_i| & (7.15) \\ &= \sqrt{(\mathbf{r} - \mathbf{p}_i) \cdot (\mathbf{r} - \mathbf{p}_i)} \\ &= \sqrt{r_0^2 - r_0 \mathbf{u} \cdot \mathbf{p}_i + \frac{a^2}{3}} \\ &= r_0 \sqrt{1 - \frac{\mathbf{u} \cdot \mathbf{p}_i}{r_0} + \frac{a^2}{3r_0^2}} & (7.16) \end{aligned}$$

mit  $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}$  als Skalarprodukt der Vektoren  $\mathbf{u}$  und  $\mathbf{v}$ . Da  $r_0 \gg \mathbf{u} \cdot \mathbf{p}_i$  ist, kann die Wurzelfunktion durch eine Taylor-Approximation linear genähert werden mit

$$\begin{aligned} r_i &\approx r_0 \left( 1 - \frac{\mathbf{u} \cdot \mathbf{p}_i}{r_0} + \frac{a^2}{3r_0^2} \right) \\ &\approx r_0 - \mathbf{u} \cdot \mathbf{p}_i + \frac{a^2}{3r_0} & (7.17) \end{aligned}$$

Die Differenzphase zwischen zwei Antennen für ein Ziel kann über die Entfernungsdifferenz zwischen Antenne und Ziel bestimmt werden durch

$$\Delta\phi_{i,k} = -2\pi \frac{r_i - r_k}{\lambda}. \quad (7.18)$$

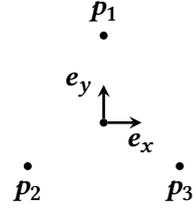


Abbildung 7.19: Geometrie des interferometrischen Antennenaufbaus.

Dabei gilt es zu beachten, dass die gemessene Differenzphase  $\Delta\bar{\phi}_{i,k}$   $2\pi$ -mehrdeutig ist, sodass für den Zusammenhang zwischen eindeutiger Differenzphase zu mehrdeutiger, gemessener Differenzphase gilt

$$\Delta\phi_{i,k} = \Delta\bar{\phi}_{i,k} + n \cdot 2\pi \quad (7.19)$$

für  $n \in \mathbb{N}$ .

Somit gilt für die gemessene Differenzphase

$$\begin{aligned} \Delta\bar{\phi}_{i,k} &= -2 \cdot \pi \left( \frac{r_i - r_k}{\lambda} + n \right) \\ &= -2 \cdot \pi \left( \frac{\mathbf{u} \cdot (\mathbf{p}_k - \mathbf{p}_i)}{\lambda} + n \right). \end{aligned} \quad (7.20)$$

Mit dieser Gleichung kann mit den Antennenpositionen ein Gleichungssystem aufgestellt werden und nach  $x$  bzw.  $y$  gelöst werden. Daraus ergibt sich

$$\begin{aligned} -\frac{\Delta\bar{\phi}_{2,1}}{2\pi} &= \frac{\mathbf{u} \cdot (\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2)}{\lambda} + n \\ &= \frac{a}{2\lambda} (\sqrt{3}y + x) + n \end{aligned} \quad (7.21)$$

$$\begin{aligned} -\frac{\Delta\bar{\phi}_{3,1}}{2\pi} &= \frac{\mathbf{u} \cdot (\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_3)}{\lambda} + m \\ &= \frac{a}{2\lambda} (\sqrt{3}y - x) + m \end{aligned} \quad (7.22)$$

Durch Addition bzw. Subtraktion der Gleichung lässt sich  $x$  und  $y$  separieren und auflösen zu

$$x = \frac{\lambda}{a} \left( \frac{\Delta\bar{\phi}_{3,1}}{2\pi} - \frac{\Delta\bar{\phi}_{2,1}}{2\pi} - n + m \right) \quad (7.23)$$

$$y = -\frac{\lambda}{\sqrt{3} \cdot a} \left( \frac{\Delta\bar{\phi}_{3,1}}{2\pi} + \frac{\Delta\bar{\phi}_{2,1}}{2\pi} + n + m \right). \quad (7.24)$$

Mit diesen Gleichungen können nun die einzelnen Mehrdeutigkeiten für  $n$  und  $m$  für einen Phasenwert über  $x$  und  $y$  auftragen werden. Abbildung 7.20 zeigt diese Mehrdeutigkeiten als Punkte über den Richtungskosinus  $x$  und  $y$ . Nun gilt es, die unbekanntenen, ganzzahligen Werte  $m$  und  $n$  zu schätzen, damit die Mehrdeutigkeit aufgelöst werden kann.

Korreliert man zunächst ein Kanalpaar miteinander und teilt dieses Signal spektral in ein oberes und unteres Band auf, kann die absolute Signalverschiebung anhand der Phasendifferenz der beiden Signalbänder bestimmt und somit die Verschiebung um ein Vielfaches der Wellenlänge ermittelt werden.

Dazu nehmen wir an, dass ein Kanal des interferometrischen Aufbaus eine verschobene Version  $s_1$  des Signals  $s_0$  zu einem anderen Kanal des gleichen Aufbaus empfängt

$$s_1(t) = s_0(t - t_0). \quad (7.25)$$

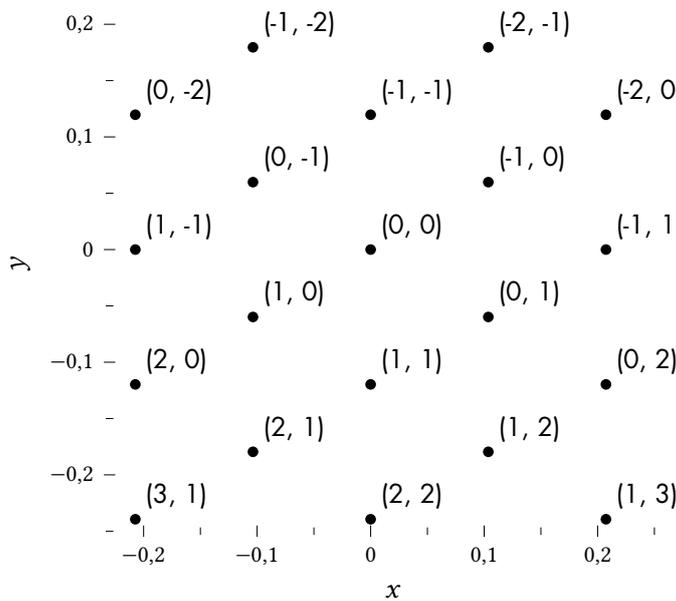


Abbildung 7.20: Mehrdeutigkeiten der Interferometrischen Phase aufgetragen über den Richtungskosinus der einfallenden Welle nach Gleichung 7.23 und 7.24 mit der Wellenlänge von  $\lambda = 3,11$  cm und der Seitenlänge  $a = 30$  cm

Im Frequenzbereich entspricht diese Verschiebung einer linearen Phase

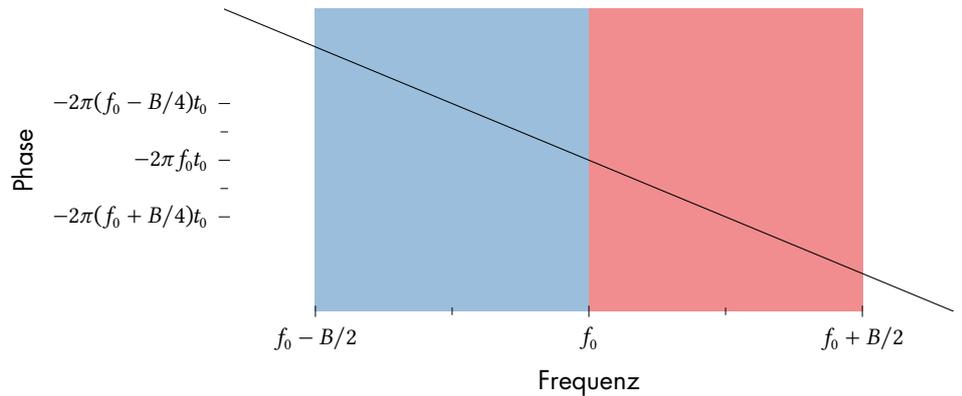
$$S_1(f) = S_0(f)e^{-j2\pi ft_0}. \tag{7.26}$$

Da es sich bei den Spektren um komplexe Größen handelt, lässt sich die durch die Verschiebung induzierte Phase durch komplex konjugierte Multiplikation, also Korrelation von  $s_1$  mit  $s_0$ , extrahieren, woraus folgt

$$S_1(f) S_0^*(f) = |S_0(f)|^2 e^{-j2\pi ft_0}. \tag{7.27}$$

Durch die Korrelation bleibt nur der Phasenanteil, der durch die Verschiebung erzeugt wurde, übrig. Diese ist jedoch bei realen Messwerten sehr verrauscht, sodass eine direkte Nutzung dieser Phase nicht möglich ist. Der Erwartungswert muss also geschätzt werden. Dazu wird nach Korrelation die Phase zum Zeitpunkt 0 ausgewertet und man erhält somit die mittlere Phase des Spektrums. Dies entspricht bei einer streng linearen Phase dem Mittelwert des spektralen Phasenwerts an der Mittenfrequenz  $f_0$  des Spektrums  $|S_0(f)|^2$  mit der Bandbreite  $B$ . Dieser Phasenwert ist  $2\pi$ -mehrdeutig. Damit die Steigung des linearen Phasengangs bestimmt werden kann, ist die Auswertung an zwei Frequenzpunkten notwendig. Teilt man das Spektrum in ein oberes und ein unteres Band auf, lassen sich die Mittelwerte der Phasenwerte zu den Frequenzen  $f_0 - B/4$  und  $f_0 + B/4$  bestimmen, siehe Abbildung 7.21. Durch komplex konjugierte Multiplikation lässt sich die Differenz dieser Phasen und daraus die Steigung der linearen Phase im Frequenzbereich bestimmen und die Verschiebung berechnen zu

Abbildung 7.21: Phase eines Spektrums mit zeitlicher Verzögerung  $t_0$ . In Blau ist der Anteil des unteren Frequenzbands der Phase dargestellt. In Rot ist der Anteil des oberen Frequenzbands der Phase dargestellt



$$\Delta\phi = \arg \left( \int_{f_0 - B/2}^{f_0} |S_0(f)|^2 e^{-j2\pi f t_0} df \left( \int_{f_0}^{f_0 + B/2} |S_0(f)|^2 e^{-j2\pi f t_0} df \right)^* \right). \tag{7.28}$$

Mit dieser groben Schätzung der absoluten Verschiebung kann der Eindeutigkeitsbereich der Phase bestimmt werden. Dazu wird die über die nicht eindeutige Entfernung, bestimmt durch die Korrelation, von der eindeutigen, aber verrauschten, Entfernung, bestimmt über die Phasendifferenz von oberen zu unteren Frequenzband, abgezogen. Daraus resultiert ein konstanter Wert über Messzeit, der einem Vielfachen der Wellenlänge entspricht. Es kann nun der Mittelwert durch Mittelung entlang der Messzeit bestimmt werden.

### 7.2.3 Trajektorienschätzung

Damit die interferometrischen Phasen ausgewertet werden können, muss zunächst ein einzelnes Bewegtziel herausgefiltert werden. Wie in Abschnitt 7.1.1 beschrieben, wird dies mittels Detektion und Verfolgung im Entfernungs-Doppler-Bereich durchgeführt. Dabei ist in diesem Experiment darauf zu achten, dass die Pulswiederholfrequenz 2,5 kHz beträgt und somit ein Aliasing zu erwarten ist. Damit dieses Aliasing aufgelöst werden kann, wird zusätzlich zur Dopplerfrequenz der Entfernungsverlauf betrachtet. Verringert sich bei positiver Dopplerfrequenz die Entfernung, so liegt das Ziel im eindeutigen Dopplerband. Ist dies nicht der Fall, kann davon ausgegangen werden, dass die Messung der Dopplerfrequenz aufgrund von Aliasing falsch geschätzt wurde. Aufgrund dieses Plausibilitätstests kann dann die korrekte Dopplerfrequenz ermittelt werden.

Abbildung 7.22 zeigt hierzu das Entfernungs-Doppler-Bild des ersten Kanals. Bei einer Entfernung von 750 m und einer Dopplerfrequenz von 1250 Hz ist erkennbar, dass ein Ziel aufgrund von Unterabtastung

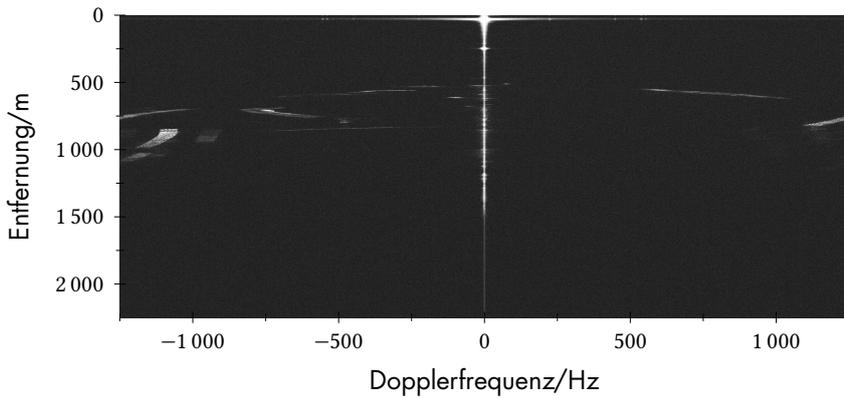


Abbildung 7.22: Entfernung-Doppler Darstellung der Messdaten. Aufgrund von Unterabtastung werden Ziele bei Überschreitung der Bandgrenzen im entsprechend negativen Frequenzbereich abgebildet.

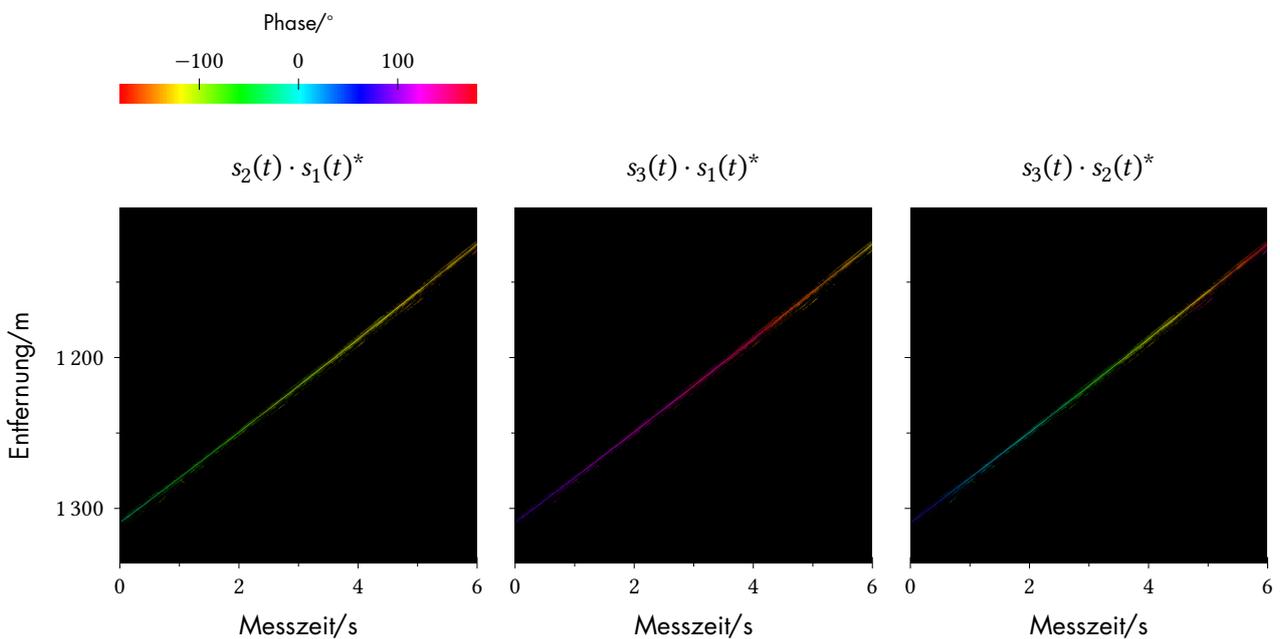


Abbildung 7.23: Verlauf der Interferogramme der Entfernungsprofile über Zeit. Die Farbe zeigt die interferometrische Phase und ist somit von den Winkeln der einfallenden Welle abhängig.

die abtastbare Bandbreite verlässt und bei der entsprechenden positiven Frequenz (1250 Hz) abgebildet wird.

Nach Filterung des Empfangssignals mit einem im Entfernung-Doppler-Bereich verfolgten Zielverlaufs kann ein genauere Entfernungsverlauf durch Korrelation der Pulse mit dem jeweils vorhergehenden Puls bestimmt werden. Die resultierende Entfernungsänderung wird dann integriert und die fehlende Integrationskonstante durch die mittlere absolute Entfernungsmessung bestimmt. Dies entspricht dem Vorgehen nach Abschnitt 7.1.2.

Abbildung 7.23 zeigt hierzu die Entfernungsprofile eines gefilterten Ziels als Interferogramm zwischen den Antennenpaaren 2/1, 3/1 und 3/2.

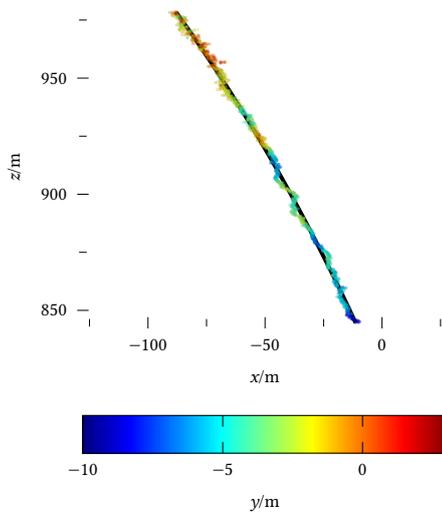


Abbildung 7.24: Trajektorie in Antennenkoordinaten. Die Punkte stellen die rohen Messwerte, eingefärbt nach der Höhe, dar. In Schwarz ist die durch ein Polynom zweiter Ordnung angenäherte Trajektorie eingetragen.

Mit den durch den interferometrischen Aufbau gemessenen Phasen kann mit Gleichung 7.23 und 7.24 der Richtungskosinus der einfallenden Welle bestimmt werden. Zusätzlich ist die absolute Entfernung durch das Radar bekannt, sodass eine dreidimensionale Position entlang der Messzeit bestimmt werden kann.

In Abbildung 7.24 sind die ermittelten Positionen als farbige Punkte dargestellt. Diese Positionen können aufgrund des Messrauschens nicht direkt für die Rekonstruktion durch einen SAR-Prozessors genutzt werden. Da aufgrund der relativ kurzen Messzeit von 6 s von einer gleichförmigen Bewegung ausgegangen werden kann, bietet ein Polynom zweiter Ordnung eine gute Näherung für das Bewegungsmodell. Dieses wird an die Messdaten mittels des Least-Mean-Square-Verfahrens angepasst. Diese Trajektorie ist als schwarze Linie in Abbildung 7.24 überlagert.

Projeziert man diese rekonstruierte, dreidimensionale Trajektorie in das Koordinatensystem der Kamera, die auf dem interferometrischen Aufbau montiert ist, lässt sich die Position mit den Videodaten verifizieren. Eine Bildfolge von sechs Bildern dieses Videos ist in Abbildung 7.25 dargestellt und zeigt, dass es sich bei dem verfolgten Objekt um einen Lastkraftwagen handelt.

#### 7.2.4 ISAR Bildgebung

Mittels einer Koordinatentransformation der Trajektorie in das Fahrzeugkoordinatensystem, beschrieben in Abschnitt 7.1.4, lässt sich das Ziel wieder als stationäres Ziel mit bewegtem Sendesystem betrachten. Mit dieser rekonstruierten Trajektorie können die Daten mit einem Rückprojektionsprozessor prozessiert und somit ein Bild rekonstruiert werden. Verglichen mit Kapitel 7 wurde in dieser Rekonstruktion keine zusätzlichen Informationen verwendet, sondern die Bewegung allein aus den Messdaten ermittelt. Abbildung 7.26 zeigt das mittels des Rückprojektionsprozessors verarbeitete Ergebnis der Messdaten. Insgesamt wurden 4000 Pulse je Einzelbild integriert. Dies entspricht einer zeitlichen Apertur von ca. 1,6 s. Es ist deutlich zu erkennen, dass das Fahrzeug aus möglicherweise zwei Objekten besteht. Die Kanten dieser Objekte reflektieren deutlich. Auch die Länge des Objekts lässt sich mit dem Bild abschätzen. Daraus lässt sich urteilen, dass es sich tatsächlich um einen Lastkraftwagen handelt.

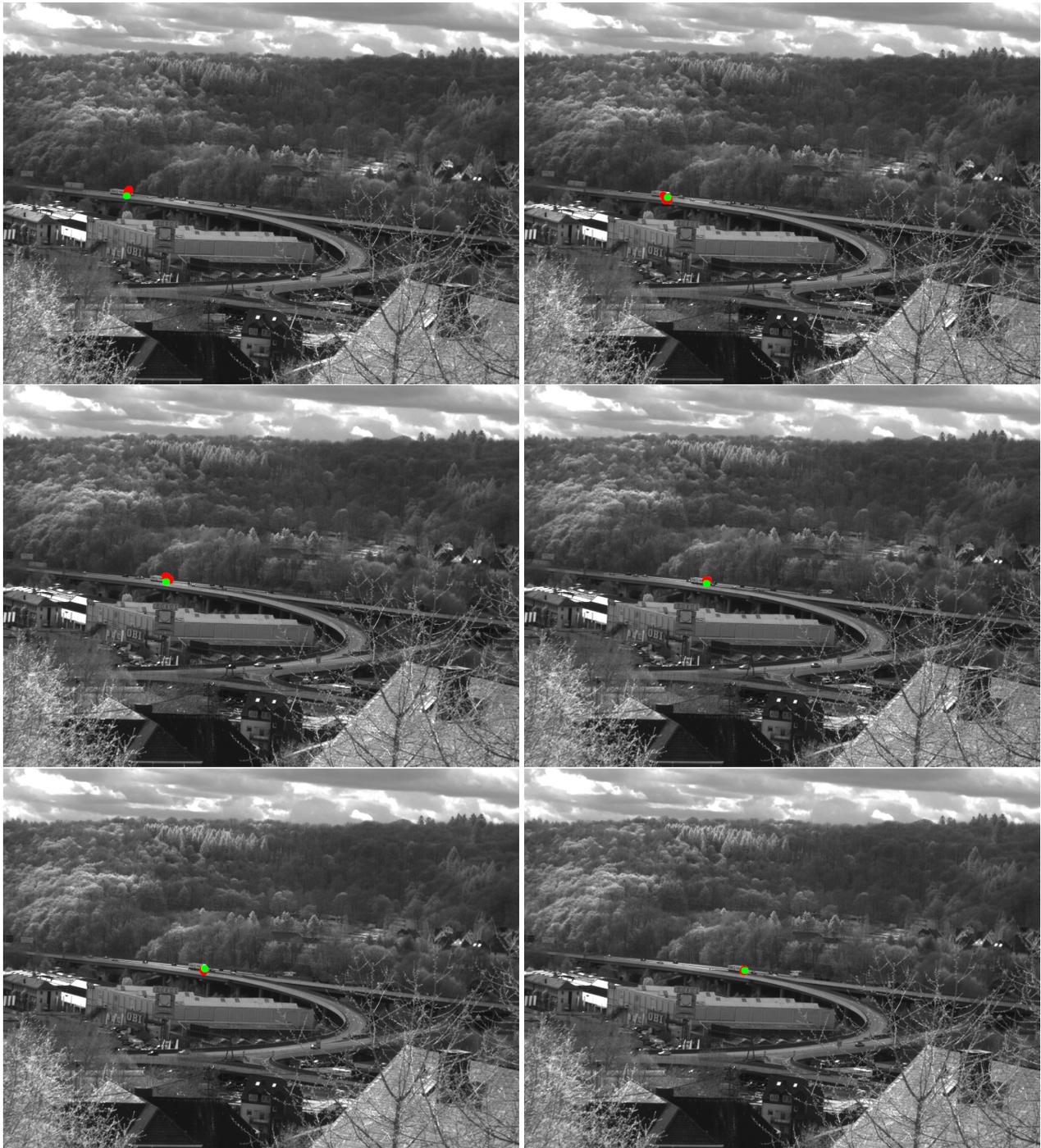


Abbildung 7.25: Detektionen nach Zielverfolgung mittels interferometrischem Antennenaufbau. In Rot sind die Detektionen dargestellt. Grün zeigt die durch ein Polynom zweiter Ordnung angenäherte Trajektorie.

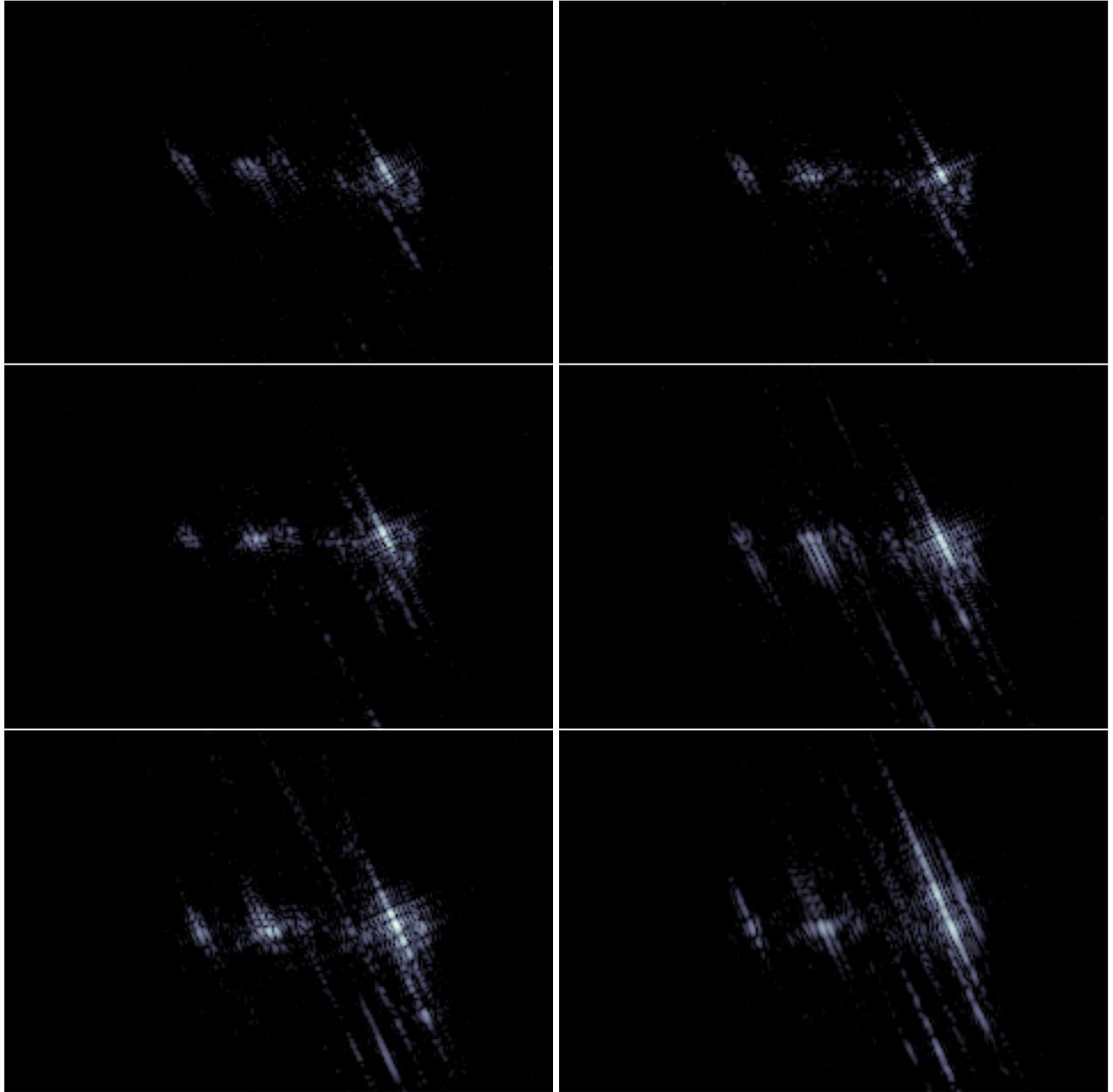


Abbildung 7.26: ISAR-Abbildung mittels rekonstruierter Trajektorie im Fahrzeugkoordinatensystem.

# ISAR Abbildung eines Schiffes 8

Ein weiteres Experiment zur Überprüfung des Messsystems und Verifizierung der Verarbeitungsalgorithmen wurde in Koblenz am Rhein durchgeführt. Das Sende- und Empfangssystem wurde an der Festung Ehrenbreitstein aufgestellt, um vorbeifahrende Schiffe mittels ISAR abzubilden. Im Vergleich zu den vorherigen Experimenten liegen nun andere Verhältnisse bezüglich der Entfernung/Größe des Ziels bzw. der Rotations- und Vorwärtsbewegungsgeschwindigkeit und der sich der daraus zu schätzenden Parameter vor.

Für die Trajektorienrekonstruktion wurde bei diesem Experiment zeitgleich die Daten des Automatic Identification Systems (AIS) aufgezeichnet. Mit diesen Informationen konnte dann mit Hilfe der Entfernungs-Doppler-Daten ein dreidimensionaler Positionsverlauf geschätzt werden.

## Automatic Identification System

### 8.1

Das Automatic Identification System (AIS) ist ein Funksystem, das als verbindlicher Standard von der Internationalen Seeschiffahrts-Organisation (IMO) zur Identifizierung und Lokalisierung von Schiffen festgelegt wurde. Es dient primär zur Kollisionsvermeidung, Überwachung und Steuerung des Verkehrs als auch Überwachung des illegalen Fischfangs. Auch auf dem Rhein – wo das an dieser Stelle beschriebene Experiment stattfand – ist dieser Standard für die Binnenschiffahrt verpflichtend. Dieser Standard ist von der Internationalen Fernmeldeunion (ITU) in der Norm M.1371 in [Int14] festgelegt.

Ein AIS-Gerät sendet und empfängt Nachrichtentelegramme, die die Position, Geschwindigkeit und Kurs des bzw. der Schiffe enthalten. Diese Nachrichtenpakete werden NRZI<sup>1</sup> kodiert und mit GMSK<sup>2</sup> frequenzmoduliert im Zeitmultiplexverfahren auf zwei Frequenzkanälen (Kanal A 161,975 MHz und Kanal B 162,025 MHz) gesendet. Dazu wird eine Minute (Frame) in 2250 Abschnitte (Slots) unterteilt, in denen jeweils ein Datenpaket eines Senders (Schiff- oder Landsender) gesendet wird. Es stehen also pro Frame 4500 Slots zur Verfügung. Jeder Slot besitzt eine Kapazität von 256 bit mit einer Nutzdatenkapazität von 168 bit. Für Nachrichtentypen, die eine größere Nutzdatenkapazität be-

<sup>1</sup>engl. *Non Return to Zero Inverted* ist ein Kodierungsverfahren, in dem eine logische 1 zu einem Signalpegelwechsel führt. Bei einer logischen 0 wird der aktuelle Pegel beibehalten.

<sup>2</sup>engl. *Gaussian Minimum Shift Keying* entspricht dem diskreten Frequenzmodulationsverfahren MSK mit vorheriger Pulsformung durch ein Gaußfilter.

<sup>3</sup>z.B. GPS

Bedingung	Intervall
Vor Anker, < 3 kn	6 min
Vor Anker, > 3 kn	10 s
0 kn–14 kn	10 s
0 kn–14 kn, wechs. Kurs	3,3 s
14 kn–23 kn	6 s
14 kn–23 kn, wechs. Kurs	2 s
>23 kn	2 s
>23 kn, wechs. Kurs	2 s

Tabelle 8.1: Aktualisierungsintervalle der dynamischen AIS Information für verschiedene Zustände nach Tabelle 1 in [Int14]

nötigen, kann eine Nachricht über mehrere Slots verteilt werden. Die Synchronisierung basiert auf der UTC-Zeit. Kann diese Zeit nicht aus einer geeigneten Zeitbasis<sup>3</sup> gewonnen werden, wird eine Synchronisierung durch den Empfang der Datenpakete anderer Sender abgeleitet.

Alle sechs Minuten werden die statischen Schiffsinformationen, wie Name, Größe des Schiffs, Registrierungsnummer etc. von jedem Schiff gesendet. Außerdem werden mit dieser Rate die Reiseinformationen wie Starthafen, Zielhafen etc. bekanntgegeben. Abhängig von der aktuellen Geschwindigkeit werden die dynamischen Informationen wie Position, Geschwindigkeit und Kurs periodisch mit einer adaptiven Rate gesendet. In Tabelle 8.1 ist die Paketsenderate in Abhängigkeit der Geschwindigkeit des Schiffs angegeben.

Die in den Datenpaketen angegebenen Positionen stammen aus den GNSS-Empfängern des Schiffs. Die Quelle dieser Information, ob es sich hierbei z.B. um das amerikanische GPS handelt, das russische GLONASS oder ein anderes Satellitensystem, wird zusätzlich angegeben. Die Positionsaufösung liegt bei 3,6'' für den Längen- und Breitengrad. Auch die relative Position auf dem Schiff, auf die sich die angegebene Position bezieht, wird inklusive der Abmessung des Schiffs bekanntgegeben.

### 8.1.1 Aufnahme und Verarbeitung der AIS-Daten

In dem hier durchgeführten Experiment wurde die Trajektorie aus diesen Daten rekonstruiert und als Basis zur Rekonstruktion des Radarbildes verwendet. Dazu wurde mittels eines Software Defined Radios (SDR) auf Basis des ICs RTL2832U von Realtek die frequenzmodulierten Signal aufgezeichnet, dekodiert und die Positionen der einzelnen Schiffe über die Zeit abgespeichert.

Abbildung 8.1 zeigt die mit dem Empfänger aufgenommenen Schiffe an (grau). In Schwarz sind die Schiffe dargestellt die während der Radaraufnahme aktiv waren. Dabei bewegt sich ein Schiff durch die Antennenkeule des Radarsystems, die Richtung Westen schauend ausgerichtet ist.

Die Positionsdaten des AIS werden bestenfalls ca. alle 3 s gesendet (siehe Tabelle 8.1). In dem hier vorliegenden Fall liegt das Aktualisierungsintervall aufgrund einer Geschwindigkeit von ca. 5 kn bei 10 s. Zwischen den einzelnen Messwerten muss die Position mit Hilfe der gemessenen Werte, wie Position, Geschwindigkeit und Kurs, interpoliert werden. Hierfür stellen wir folgende Bewegungsgleichung auf

$$\mathbf{p}(t) = \mathbf{p}_n + \mathbf{v}_n (t - t_n) + \mathbf{a}_2 (t - t_n)^2 + \mathbf{a}_3 (t - t_n)^3 \quad (8.1)$$

mit der Position  $\mathbf{p}_n$  zum Zeitpunkt  $t_n$  und dem Geschwindigkeitsvektor  $\mathbf{v}_n$ . Dieser Geschwindigkeitsvektor lässt sich aus Kurs und der Ge-

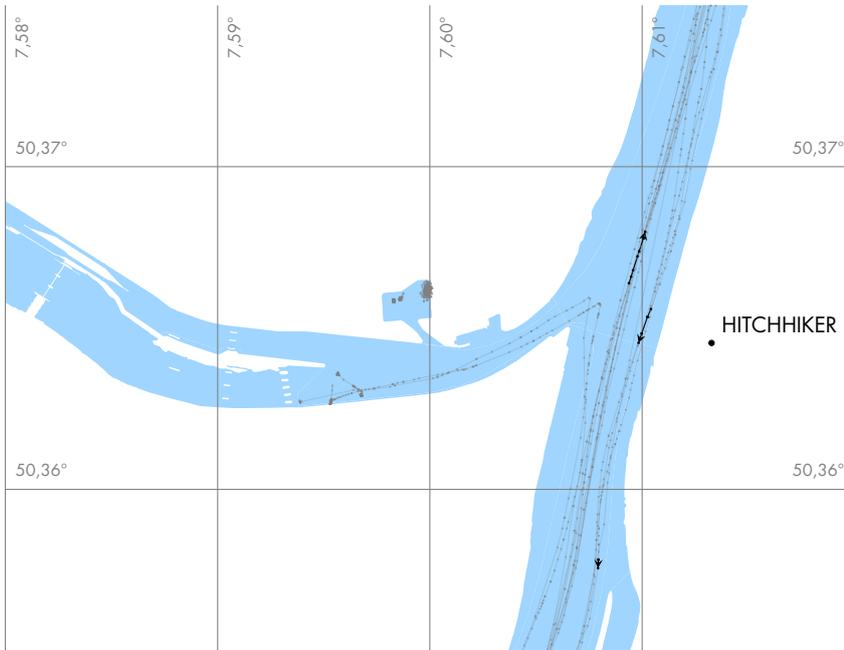


Abbildung 8.1: Positionsdaten der aufgenommenen AIS-Signale.

schwindigkeit bestimmen. Leitet man diese Gleichung nach der Zeit  $t$  ab, erhalten wir für die Geschwindigkeit

$$\mathbf{v}(t) = \frac{\mathbf{p}(t)}{dt} = \mathbf{v}_n + 2 \mathbf{a}_2 (t - t_n) + 3 \mathbf{a}_3 (t - t_n)^2. \quad (8.2)$$

Für den Zeitpunkt  $t_{n+1}$  soll nun gelten, dass die Position  $\mathbf{p}(t_{n+1})$  der gemessenen Position  $\mathbf{p}_{n+1}$  zu diesem Zeitpunkt entspricht. Gleiches soll auch für die Geschwindigkeiten gelten. Daraus lässt sich folgendes Gleichungssystem aufstellen

$$\mathbf{p}_{n+1} = \mathbf{p}_n + \mathbf{v}_n (t_{n+1} - t_n) + \mathbf{a}_2 (t_{n+1} - t_n)^2 + \mathbf{a}_3 (t_{n+1} - t_n)^3 \quad (8.3)$$

$$\mathbf{v}_{n+1} = \mathbf{v}_n + 2 \mathbf{a}_2 (t_{n+1} - t_n) + 3 \mathbf{a}_3 (t_{n+1} - t_n)^2 \quad (8.4)$$

und nach den unbekanntem Parametern  $\mathbf{a}_2$  und  $\mathbf{a}_3$  auflösen zu

$$\mathbf{a}_2 = \frac{3(\mathbf{p}_{n+1} - \mathbf{p}_n)}{(t_{n+1} - t_n)^2} - \frac{2\mathbf{v}_n + \mathbf{v}_{n+1}}{t_{n+1} - t_n} \quad (8.5)$$

$$\mathbf{a}_3 = \frac{\mathbf{v}_n + \mathbf{v}_{n+1}}{(t_{n+1} - t_n)^2} - \frac{\mathbf{p}_{n+1} - \mathbf{p}_n}{(t_{n+1} - t_n)^3}. \quad (8.6)$$

Mit der Bewegungsgleichung aus 8.1 lässt sich jetzt stückweise zwischen zwei Messwerten  $n$  und  $n + 1$  interpolieren. Die Ableitung der resultierenden zusammengesetzten Funktion ist stetig. Diese Kurvenart ist in der Mathematik als kubisch hermitesche Kurve oder auch kubisch hermitescher Spline bekannt.

Abbildung 8.2 zeigt beispielhaft anhand von zwei Stützstellen für die Position  $\mathbf{p}_n$  und  $\mathbf{p}_{n+1}$  und den Geschwindigkeitsvektor  $\mathbf{v}_n$  und  $\mathbf{v}_{n+1}$  die zugehörige Interpolationskurve.

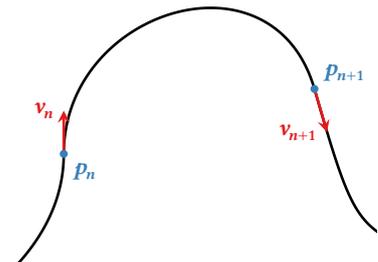

 Abbildung 8.2: Interpolation der Positionsstützpunkte  $\mathbf{p}_n$  durch stückweise, kubische Interpolation unter Zuhilfenahme der Geschwindigkeitsvektoren  $\mathbf{v}_n$ .



Abbildung 8.3: Fotografie der Radarszene, aufgenommen von der Sende-/Empfangsposition.

Für jede Pulsankunftszeit lässt sich mit dieser Beschreibung die Position des Schiffs bestimmen. Dies bildet die Grundlage für die Rekonstruktion des Radarbildes, welches in den folgenden Abschnitten beschrieben wird.

## 8.2 Experimentkonfiguration

Das Radarsystem wurde an der Festung Ehrenbreitstein mit Sicht auf den Rhein und die Mosel positioniert. Die Konfigurationsparameter des Systems sind in Tabelle 8.2 aufgelistet. Da in diesem Experiment von einer geringen Geschwindigkeit der Bewegtziele (Schiffe) ausgegangen werden kann, wurde die Pulswiederholrate auf 500 Hz festgesetzt. Insgesamt konnte mit dieser Konfiguration eine Messdauer von ca. 60 s bei einer Szenenlänge von 350 m erreicht werden. Abbildung 8.3 zeigt eine Fotografie, aufgenommen von der Sende-/Empfangsposition in Blickrichtung der Antennen. Dabei liegt der Rhein im Fokus der Aufnahme.

Bandbreite	500 MHz
Mittelfrequenz	9,65 GHz
Pulswiederholrate	500 Hz
Antennengewinn	20 dBi
Pulsbreite	30 $\mu$ s

Tabelle 8.2: Messparameter zum ISAR-Experiment an der Festung Ehrenbreitstein.

Das HITCHHIKER-Empfangssystem empfängt und triggert das Sendesignal über einen Richtkoppler am Ausgang des Senders. Dieser Richtkoppler besitzt eine Isolation vom Ausgang zum Monitorausgang von  $-10$  dB. Da die Schiffsradarsysteme auch in einem Frequenzbereich bei 9,345 GHz liegen, löste das Empfangssystem Messungen auch beim Empfang von Schiffsradarpulsen aus. Diese Fehlalarme reduzierten

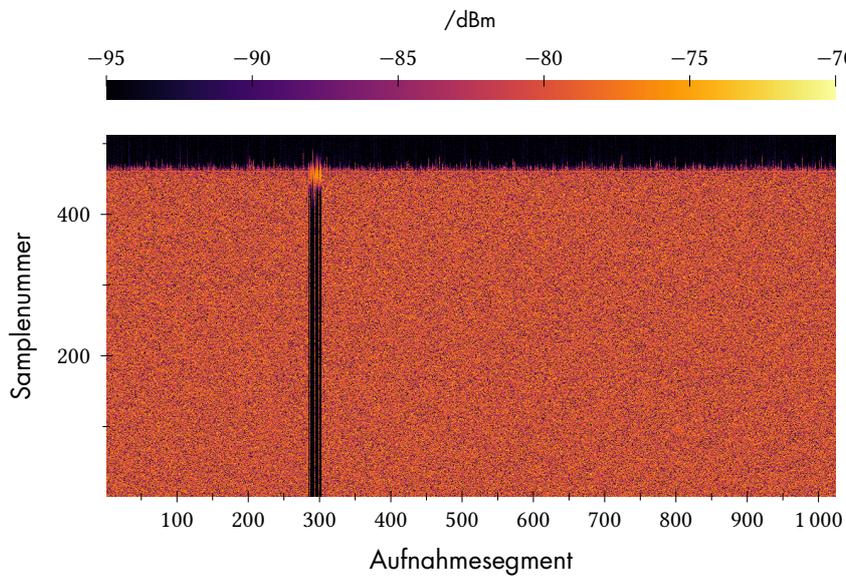


Abbildung 8.4: Ausschnitt aus den Rohdaten (Betrag) der Radaraufnahme, aufgenommen von der Festung Ehrenbreitstein. Deutlich zu erkennen ist die Störung durch Schiffsradaresysteme ab dem Aufnahmesegment 285 bis 300.

die Gesamtaufnahmezeit von 60 s auf ca. 59 s.

## Analyse der Aufnahmedaten

## 8.3

Aufgrund der Fehlauflöser durch das Schiffsradar wurde die geplante Aufnahmelänge nicht erreicht. Abbildung 8.4 zeigt einen Ausschnitt der Radarrohdaten. Die Schiffsradarpulse haben bei einer sehr hohen Leistung eine sehr kurze Pulslänge. Dadurch können diese Pulse eine Aufnahme an unserem Empfangssystem auslösen. Dies führt dazu, dass das Empfangssystem für diese Zeit nicht die gesendeten Pulse aufzeichnen kann. Diese fehlausgelösten Aufnahmesegmente müssen identifiziert und herausgefiltert werden, bevor die folgende Radar-signalverarbeitung durchgeführt werden kann.

Dazu wurden die zeitlichen Aufnahmesegmentabstände untersucht

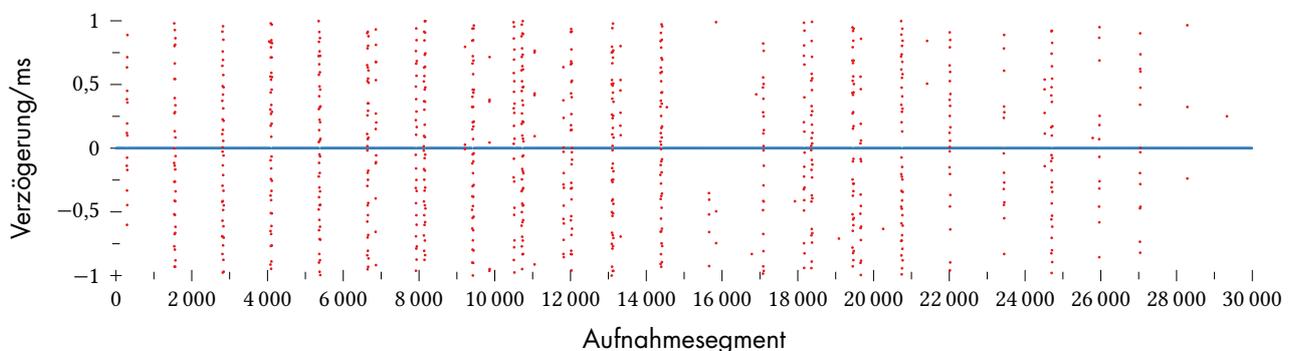


Abbildung 8.5: Auslösezeit der aufgenommenen Segmente relativ zu der nominalen Pulswiederholintervall von 2 ms. In rot sind die fehlausgelösten Pulse, also Pulse die außerhalb des Pulswiederholrasters liegen, hervorgehoben.

und mit der eingestellten Pulswiederholrate verglichen. Fällt ein Aufnahmesegment außerhalb des nominalen Pulswiederholrasters, kann davon ausgegangen werden, dass es sich hierbei um ein Fehlauflöseereignis handelt. Abbildung 8.5 zeigt die Auslösezeit der aufgenommenen Segmente relativ zum Pulswiederholintervall von 2 ms. Es ist deutlich eine periodische Störung zu erkennen, die durch die sich drehende Schiffsradarantenne erzeugt wurde. Alle Pulse die außerhalb des zu erwartenden Aufnahmezeitfensters können somit herausgefiltert werden. Aufgrund der Fehlauflöser und der durch das Empfangssystem gegebene Blindzeit des Auslösesystems wurden einzelne Pulse nicht aufgenommen. Diese Fehlpulse werden zunächst mit Nullen aufgefüllt. Dadurch entsteht ein bereinigter Rohdatensatz, der pulskomprimiert werden kann.

In diesem Experiment wurde der Referenzkanal des HITCHHIKER-Systems zum Auslösen der Messaufzeichnung verwendet. Aufgrund des starken Schiffsradarsignals löste die Triggerschaltung des Referenzkanals, trotz Richtkoppler am Ausgang des Senders, aus. Daraufhin wurde ein externer Trigger am HITCHHIKER-Aufzeichnungssystem entwickelt, der dieses Problem löst, da ein gesondertes, vom HF-Signal entkoppeltes, Signal zur Messauslösung verwendet werden kann.

## 8.4 Pulskompression

In dieser Arbeit wurden neben dem *matched filter* weitere Ansätze zur Pulskompression untersucht. Diese Ansätze werden in diesem Experiment miteinander verglichen. In Abbildung 8.4 sind die Ergebnisse der Pulskompression mittels *matched filter*, Wiener-Entfaltungsfiler, optimierten FIR-Entfaltungsfiler und LMS-Rekonstruktion aller Pulse als Histogramm entlang der Entfernung dargestellt. Je dunkler der Wert, desto öfter tritt dieser Wert zu diesem Zeitpunkt auf. Es lässt sich in dieser Darstellung nicht nur der Erwartungswert abschätzen, sondern auch Ausreißer entdecken, die bei diesen Filtertypen, aufgrund der unter Umständen instabilen, inversen Charakteristik, auftreten können.

Das Wiener-Filter als auch das optimierte FIR-Filter und die LMS-Rekonstruktion unterdrücken die Eigeninterferenzanteile, die beim *matched filter* deutlich vorhanden sind. Die Ziele zwischen dem 420-520 Abtastpunkt sind im *matched filter*-ergebnis kaum auszumachen. Erst durch die Entfaltung können diese Ziele detektiert werden.

Die Prozessierunslaufzeit der Algorithmen ist jedoch deutlich unterschiedlich. Das Ergebnis der Filterung mittels Wiener-Entfaltungsfiler kann innerhalb 6 min für 30000 Pulse bei einer Szenenlänge von 1000 m berechnet werden. Im Gegensatz dazu benötigt das FIR-Filter 98 min und die LMS-Rekonstruktion 37 min, um auf ein ähnliches Ergebnis zu

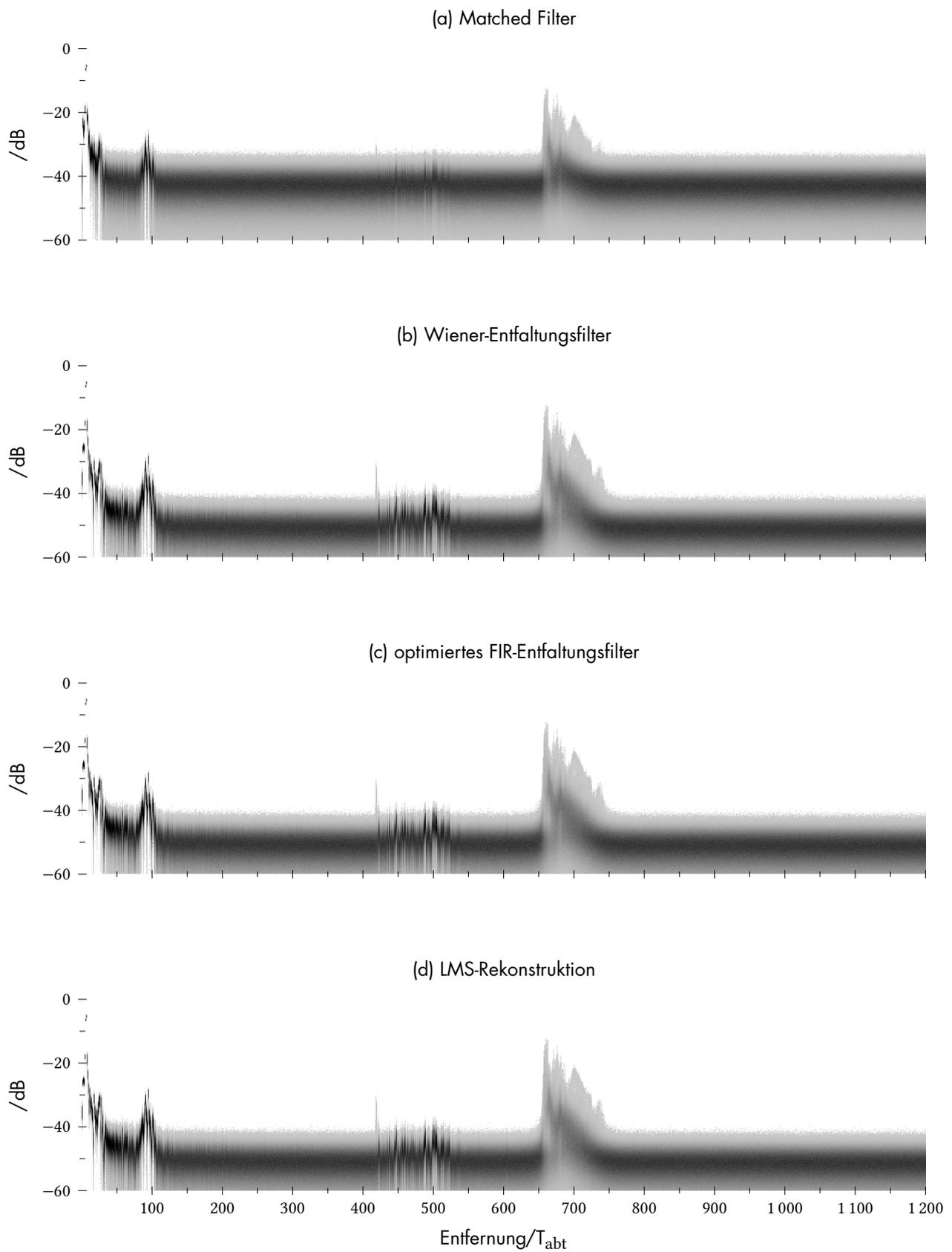
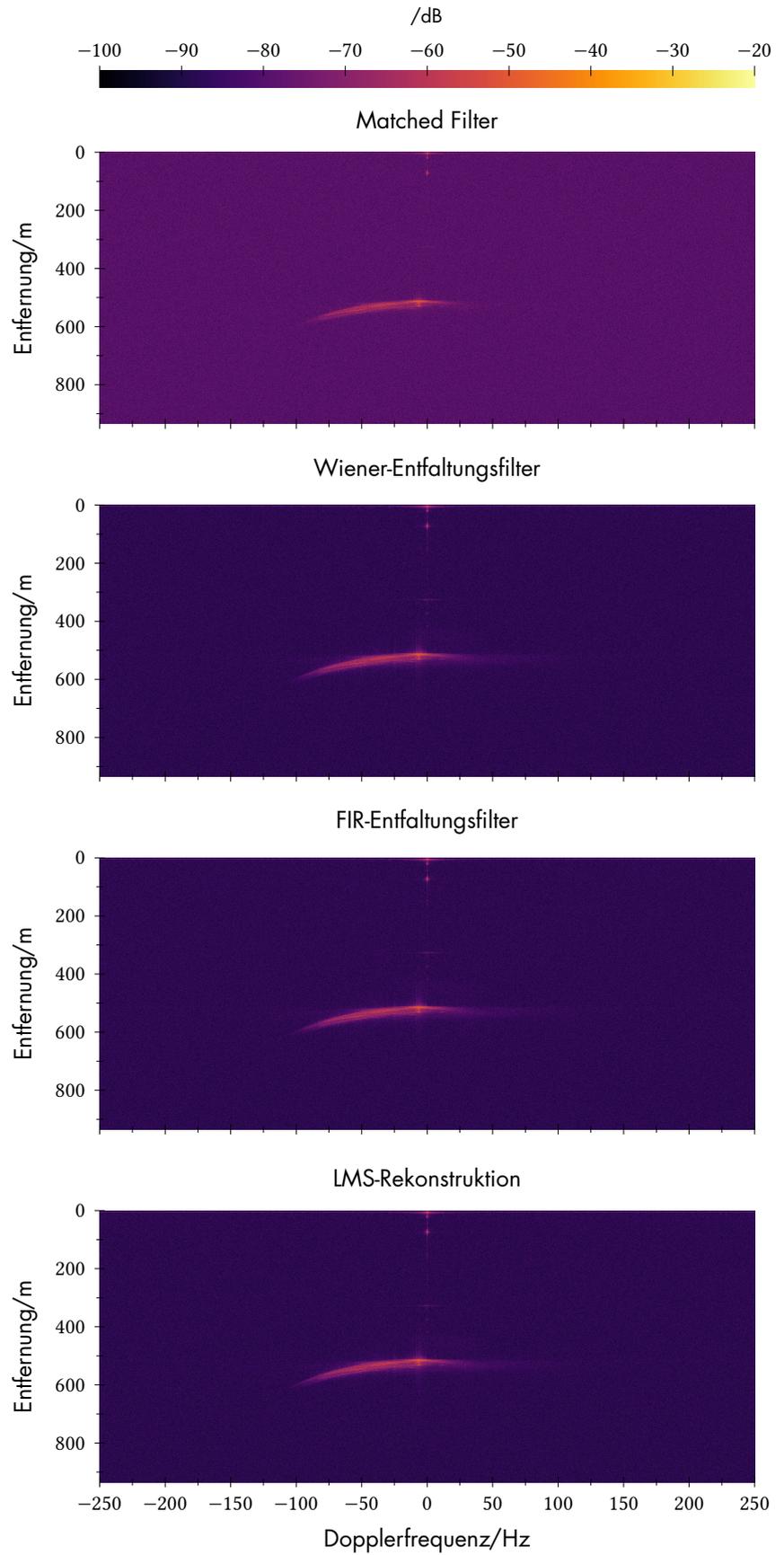


Abbildung 8.6: Pulscompression der Rohdaten mittels *matched filter*, Wiener-Filter, optimierten FIR-Entfaltungsfiler und LMS-Rekonstruktion.

Abbildung 8.7: Entfernungs-Doppler-Bild der durch ein *matched filter*, Wiener-Entfaltungsfilter und optimierten FIR-Entfaltungsfilter pulskomprimierten Rohdaten.



kommen. Dies spricht für den iterativen Einsatz des Wiener-Filters.

In Abschnitt 4.2 wurden die Pulsekompressionsverfahren unter Berücksichtigung einer Dopplerverschiebung verglichen. Aufgrund dieser Verschiebung verringert sich beim Wiener-Entfaltungsfiler als auch beim optimierten FIR-Filer das Haupt- zu Nebenkeulenverhältnis bei steigender Dopplerfrequenz für ein bewegtes Objekt. Auch in diesem Experiment wird ein bewegtes, jedoch sehr langsames Objekt beobachtet. Die durch die Pulswiederholrate von 2 ms eindeutig abtastbare Dopplerbandbreite von 500 Hz entspricht, bei einer Pulslänge von 30  $\mu$ s, einer auf die Pulslänge normalisierte Dopplerbandbreite von 0.015. Dies ist weit entfernt von der in Abschnitt 4.2 angegebenen normierten Maximalbandbreite von  $\frac{1}{5}$ , bei der das Haupt- zu Nebenkeulenverhältnis des inversen Filters geringer ist als beim *matched filter*. Es wird also keine Degradierung der Filterleistung erwartet.

In Abbildung 8.7 ist das Entfernungs-Doppler-Bild der pulskomprimierten Rohdaten dargestellt. Auch hier ist die Nebenkeulenunterdrückung durch die Entfaltungsfiler gut zu erkennen. Das in dieser Messung beobachtete Zielobjekt (Schiff) besitzt eine Dopplerbandbreite von ca. 200 Hz. Für die weitere ISAR-Verarbeitung wurde die Dopplerbandbreite auf 300 Hz reduziert. Dies reduziert das Rauschen und die Datenmenge für die darauf folgende Verarbeitungsschritte.

## Rekonstruktion der Trajektorie

Die in Abschnitt 8.1.1 verarbeiteten AIS-Daten dienen als Grundlage für die Trajektorie zur ISAR-Rekonstruktion der Radardaten. Dabei konnte jedoch nur die Angaben für Position, Geschwindigkeit und Kurs verwendet werden. Zur Inversion des Koordinatensystems ist die Orientierung des Schiffs, das Heading, hilfreich, damit ein stabiles Bild rekonstruiert werden kann. Bei einem Schiff kann – aufgrund der Wasserströmung – nicht davon ausgegangen werden, dass die Orientierung des Schiffs mit dem Kurs des Schiffs übereinstimmt (siehe Abbildung 8.8).

Diese Information wurde vom AIS-System des Schiffs nicht mitgesendet. Aus diesem Grund wurde die vereinfachte Annahme getroffen, dass die Orientierung dem Kurs des Schiffs entspricht.

Mittels der Orientierung des Schiffs kann das Fahrzeugkoordinatensystem nach Gleichung 7.6 aufgestellt werden. Mit Hilfe der Position und dem Fahrzeugkoordinatensystem lässt sich die Position des Radarsystems in Fahrzeugkoordinaten beschreiben und in diesem System rekonstruieren. Aufgrund der varianten Orientierung entsteht durch die Entfernung zum Empfänger ein Hebel, der die Position des Radarsystems im Fahrzeugkoordinatensystems schnell und teilweise, aufgrund eines leichten Kurswechsels im Bogen bewegen lässt. Diese

## 8.5



Abbildung 8.8: Kurs (course) und Orientierung (heading) eines Schiffs.

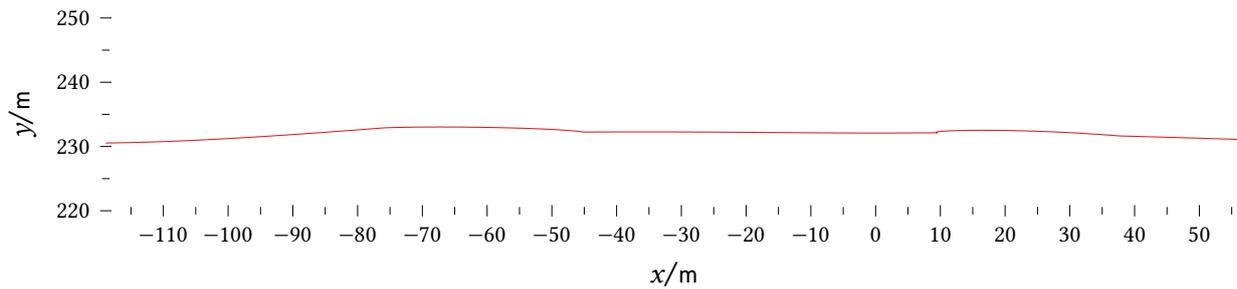


Abbildung 8.9: Trajektorie des Radarsystems in Fahrzeugkoordinaten.

Kursänderung hat starken Einfluss auf die ISAR-Rekonstruktion.

## 8.6 ISAR-Bildgebung

Für die ISAR-Bildgebung wurde die aus den AIS-Daten gewonnene Trajektorie verwendet und die pulskomprimierten Rohdaten, komprimiert mittels dem optimierten FIR-Entfaltungsfiler, mit einem Rückprojektionsprozessor verarbeitet. Das Ergebnis dieser Rekonstruktion ist in Abbildung 8.10 dargestellt. Für die Rekonstruktion wurden 1000 Pulse integriert. Das entspricht einer zeitlichen Integrationslänge von ca. 3,3 s. Mit einer mittleren Zielgeschwindigkeit von ca. 3 m/s kann somit von einer synthetischen Aperturlänge von 9,6 m ausgegangen werden. Nach Gleichung 1.35 entspricht das, bei einer Entfernung von 230 m, einer Auflösung von ca. 0,37 m. In diesem Bereich liegt auch die Entfernungsauflösung für eine Signalbandbreite von 500 MHz.

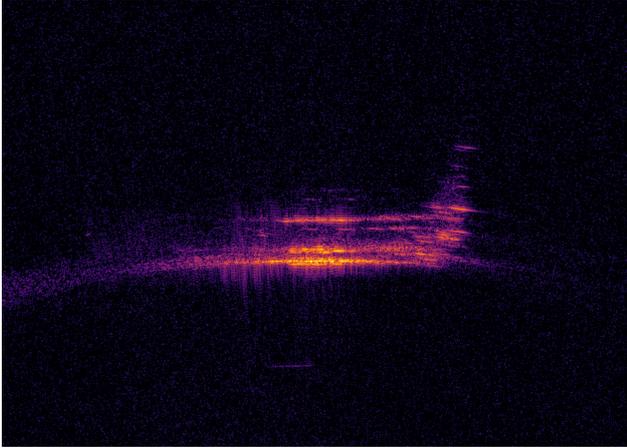
Im prozessierten Ergebnis ist deutlich eine Rotation des Schiffs zu erkennen, was zu einer Defokussierung führt. Die aus den AIS-Daten rekonstruierte Trajektorie scheint nicht als Rekonstruktionstrajektorie geeignet zu sein. Durch die Koordinatentransformation in das Fahrzeugkoordinatensystem entsteht eine hohe Dynamik. Kleine Fehler in der Schätzung der Orientierung des Schiffs haben große Auswirkungen auf die transformierte Trajektorie.

Eine Vereinfachung dieser Trajektorie ist für ein stabiles Rekonstruktionsergebnis sinnvoll. Aus diesem Grund wird anstatt der Positionen nur die in den AIS-Daten angegebene Geschwindigkeit genutzt, um eine lineare Trajektorie zu erstellen. Laut den AIS-Daten beschleunigt das Schiff während der Aufnahme. Dies ist am Geschwindigkeitsprofil aus Abbildung 8.11 erkennbar.

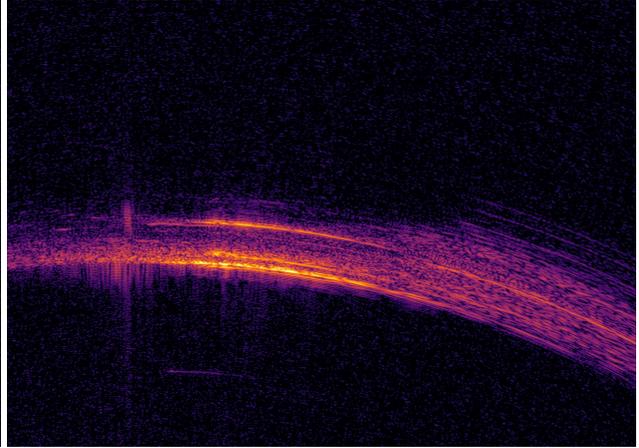
Abbildung 8.12 zeigt das Rekonstruktionsergebnis prozessiert mit einer linearen Trajektorie mit varianter Geschwindigkeit. Die Einzelbilder sind deutlich stabiler und die Aufnahme kann über den gesamten Aufnahmezeitraum fokussiert werden.

In diesem Ergebnis sind die Rohrstrukturen, die auch im Foto in Abbildung 8.3 zu erkennen sind, sichtbar. Als scharfe Punktziele wer-

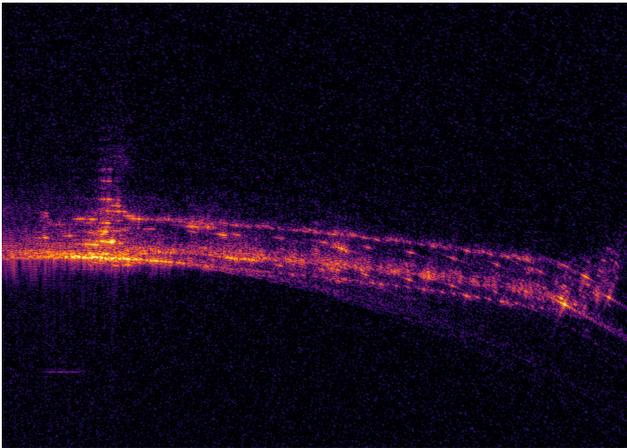
1 - 1000 Pulse



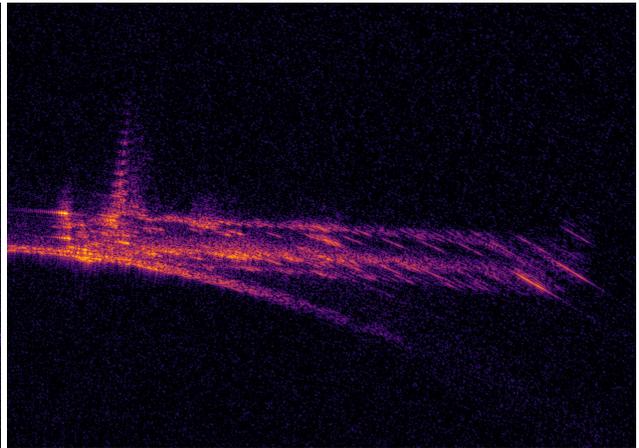
3001 - 4000 Pulse



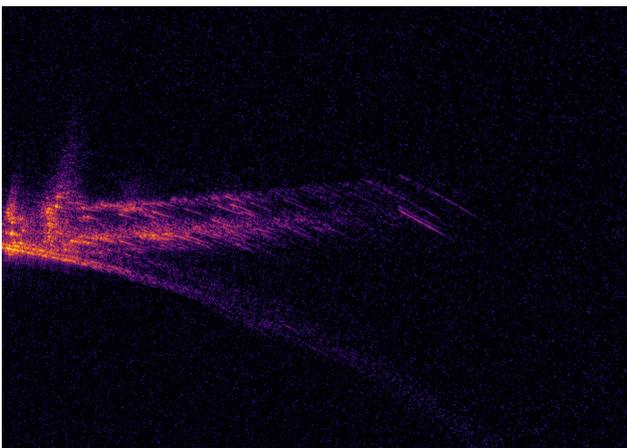
6001 - 7000 Pulse



9001 - 10000 Pulse



12001 - 13000 Pulse



15001 - 16000 Pulse

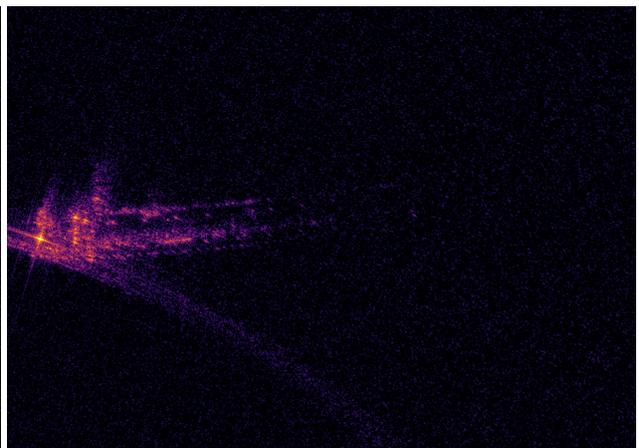
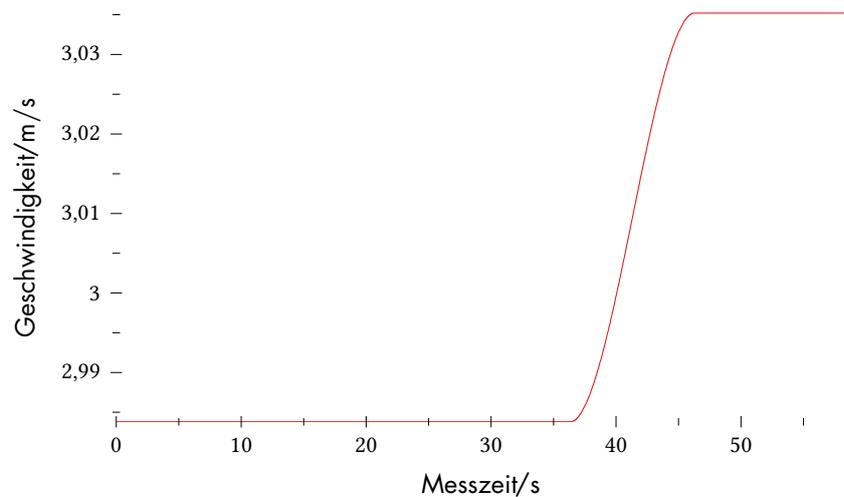


Abbildung 8.10: ISAR-Abbildung mittels rekonstruierter Trajektorie aus den empfangenen AIS-Daten. Das Radarsystem befindet sich am unteren Ende der Bilder. Der Geschwindigkeitsvektor entspricht der horizontalen Achse des Bildes. Die Rohdaten wurden mit dem Wiener-Entfaltungsfiler pulskomprimiert.

Abbildung 8.11:  
Geschwindigkeitsprofil über Messzeit ermittelt aus den AIS-Daten.



den die Zylinderstrukturen, die in zwei Reihen, längs auf dem Deck, verteilt sind, abgebildet. Am Bug und am Heck des Schiffs sind in Entfernungsrichtung verlaufende periodische Strukturen zu erkennen. Diese Strukturen überragen die Breite des Schiffs deutlich und lassen sich aufgrund ihrer Periodizität als Mehrfachreflexionen innerhalb der Schiffsaufbauten erklären. Das Signal scheint in diesem Fall zwischen einzelnen Reflektoren zu reflektieren. Eine sehr starke Reflexion ergibt sich aus dem rechten Winkel der Wasseroberfläche zur Seitenwand des Schiffs. Diese Zweifachreflexion verläuft mit der Bewegung des Schiffs entlang der Seitenwand, da das Send- und Empfangssystem nur in einem kleinen Bereich im optimalen Reflexionswinkel steht. Im Koordinatensystem des Schiffs bewegt sich dieses Ziel, weshalb es sich in der SAR-Prozessierung quasi um ein Bewegtziel handelt. Anders ausgedrückt strahlt dieses Ziel an einer Position nur für einen sehr kleinen Winkel die Signalenergie zurück, sodass die synthetische Apertur dieses Ziels kleiner ist, als die anderer Ziele im Bild.

Abbildung 8.13 zeigt das ISAR-Ergebnis der mittels *matched filter* pulskomprimierten Rohdaten unter Nutzung der gleichen Trajektorie wie in Abbildung 8.12. Die Falschfarbendarstellung bildet hierbei in beiden Abbildungen den gleichen Wertebereich ab. Die aufgrund der Wellenform induzierten Eigeninterferenzen werden beim Wiener-Entfaltungsfiler, dem optimierten FIR-Entfaltungsfiler und in der LMS-Rekonstruktion um ca. 7,5 dB gedämpft. Betrachtet man das Histogramm der ISAR-Bilder für alle drei Pulskompressionsfilter in den Bereichen ohne Ziele, lässt sich dies besser beurteilen. Abbildung 8.14 zeigt das Histogramm dieser Bereiche für die Ergebnisse der einzelnen Pulskompressionsfilter.

In Tabelle 8.3 ist die mittlere Leistung des Bildausschnitts für die einzelnen Pulskompressionsfilter angegeben. Geht man bei den stochastischen Nebenkeulen von einem komplexen gaußschen Rauschprozess aus, entspricht die Leistung, also die Summe des quadrierten

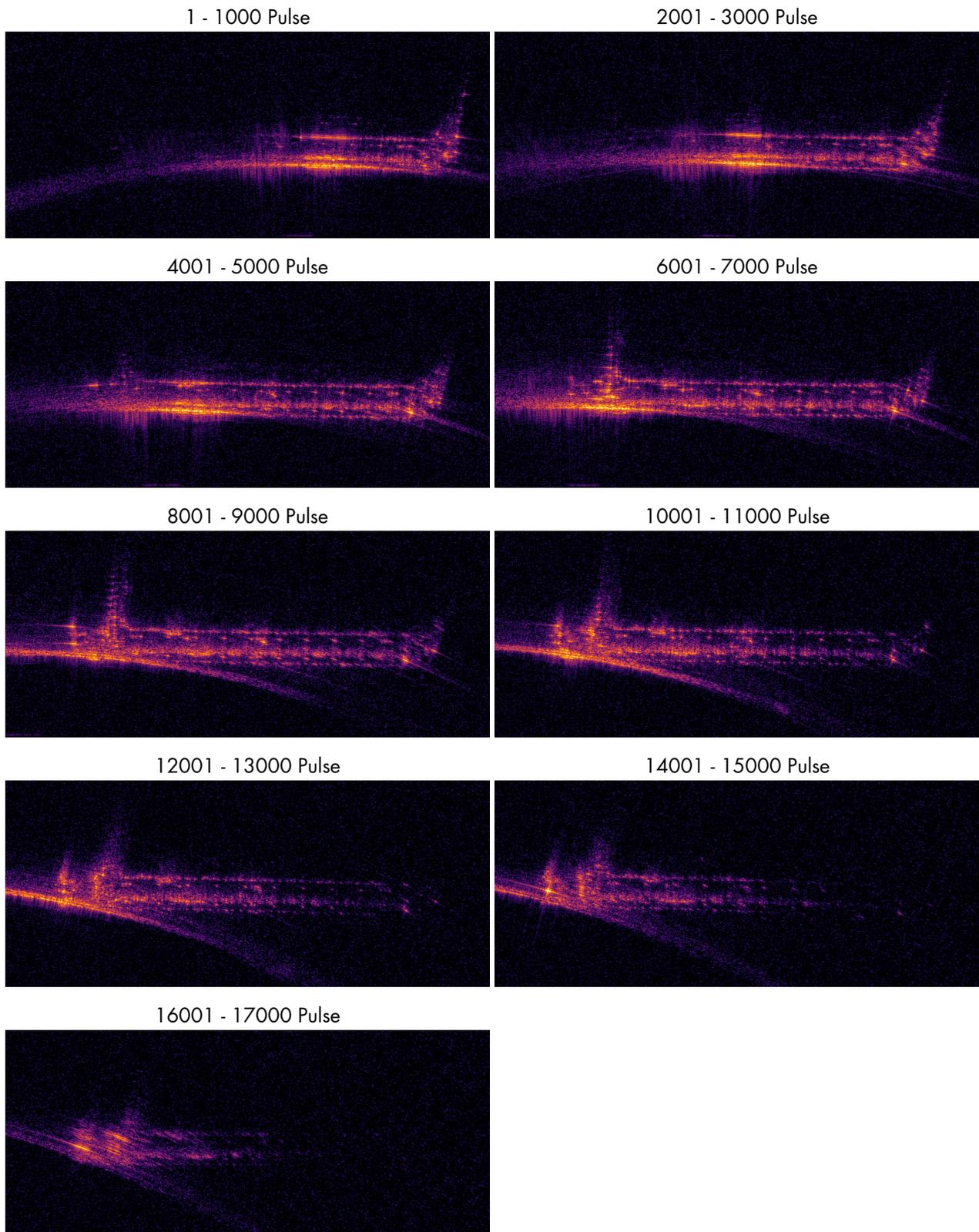


Abbildung 8.12: ISAR-Abbildung mittels rekonstruierter Trajektorie aus den angegebenen Geschwindigkeit in den AIS-Daten. Das Radarsystem befindet sich am unteren Ende der Bilder. Der Geschwindigkeitsvektor entspricht der horizontalen Achse des Bildes. Die Rohdaten wurden mit dem FIR-Entfaltungsfiler pulskomprimiert.

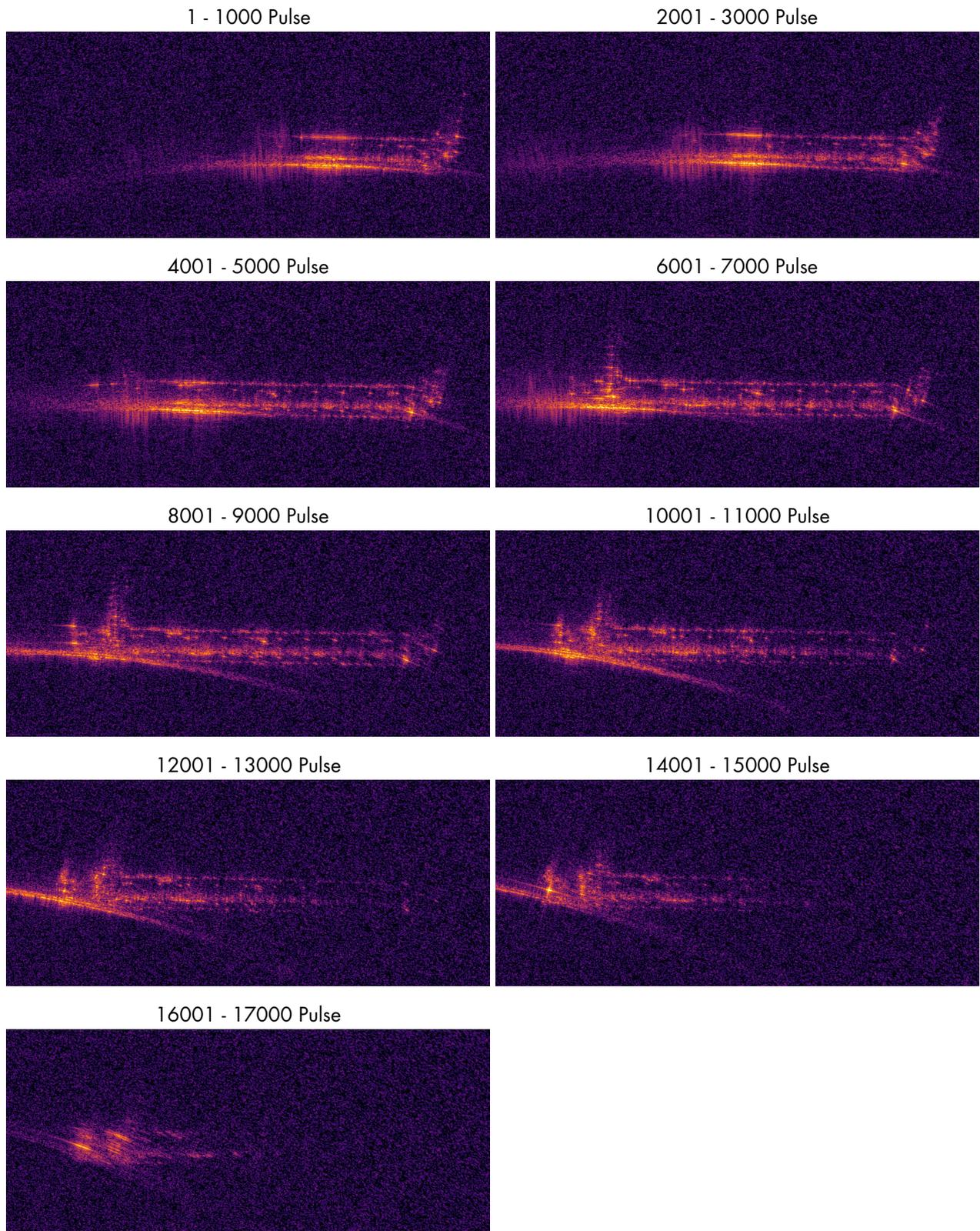


Abbildung 8.13: ISAR-Abbildung der mittels *matched filter* pulskomprimierten Rohdaten mittels rekonstruierter Trajektorie aus den angegebenen Geschwindigkeit in den AIS-Daten. Das Radarsystem befindet sich am unteren Ende der Bilder. Der Geschwindigkeitsvektor entspricht der horizontalen Achse des Bildes.

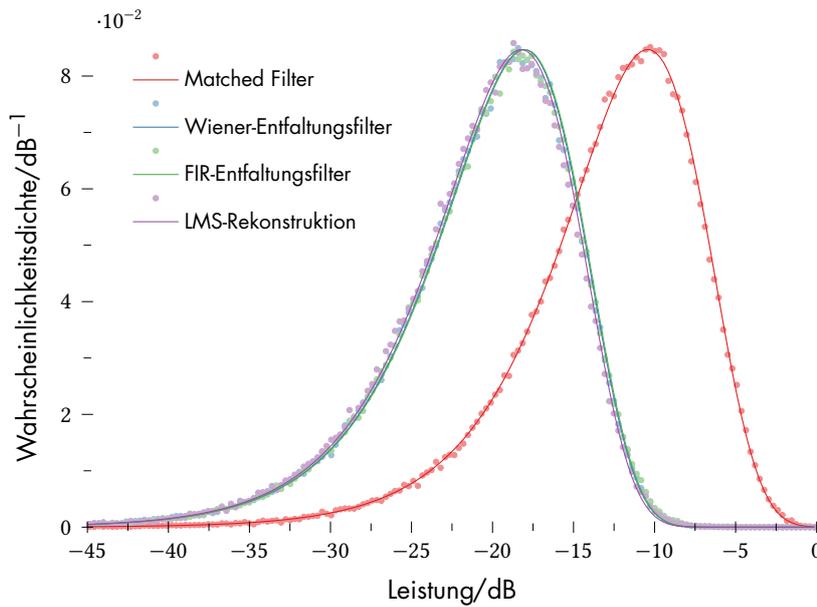


Abbildung 8.14: Histogram der stochastischen Nebenkeulen, gebildet aus einem Bildbereich ohne Ziel. Als Linie ist die aus den Messdaten geschätzte Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion dargestellt.

Filtertyp	$\sigma^2$	$p$
<i>matched filter</i>	0,301	-10,4 dB
Wiener-Entfaltungsfiler	0,125	-18,1 dB
FIR-Entfaltungsfiler	0,126	-18,0 dB
LMS-Rekonstruktion	0,123	-18,2 dB

Tabelle 8.3: Mittlere Leistung der Nebenkeulen nach SAR-Fokussierung mit verschiedenen Entfaltungsfilern.

Real- und Imaginärteils des komplexen Signals,

$$Z(t) = X(t) + j \cdot Y(t) \tag{8.7}$$

$$|Z(t)|^2 = X(t)^2 + Y(t)^2 \tag{8.8}$$

mit  $X \sim \mathcal{N}\left(0, \frac{\sigma^2}{2}\right)$  als Realteil und  $Y \sim \mathcal{N}\left(0, \frac{\sigma^2}{2}\right)$  als Imaginärteil des stochastischen Signals  $Z$ . In Abbildung 8.14 ist die Leistung logarithmisch in Dezibel angegeben, also

$$Z_{dB}(t) = 10 \cdot \log_{10} |Z(t)|^2. \tag{8.9}$$

Die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion von  $Z_{dB}$ , dem logarithmierten Betragsquadrat des Signals, ist in Anhang D hergeleitet und kann ausgedrückt werden mit

$$f_{Z_{dB}}(z) = \frac{\ln(10)}{10 \cdot \sigma^2} 10^{\frac{z}{10}} \cdot e^{-10^{\frac{z}{10\sigma^2}}}. \tag{8.10}$$

Die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion wurde zusätzlich in Abbildung 8.14 eingetragen.

Der Parameter  $\sigma^2$  entspricht der gemessenen mittleren Leistung aus Tabelle 8.3. Ausgedrückt mit dem logarithmierten Parameter

$$p = 10 \cdot \log_{10}(\sigma^2) \tag{8.11}$$

verschiebt dieser Parameter die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion

$$f_{Z_{\text{dB}}}(z) = \frac{\ln(10)}{10} 10^{\frac{z-p}{10}} \cdot e^{-10 \frac{z-p}{10}}. \quad (8.12)$$

Das Histogramm in Abbildung 8.14 entspricht der hergeleiteten Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion (als Linie dargestellt) und demnach der Annahme, dass die stochastischen Nebenkeulen als komplexe gaußverteilte Zufallsvariablen modelliert werden können.

Insgesamt lässt sich zusammenfassen, dass die Prozessierung mit dem in dieser Arbeit vorgeschlagenen Wiener-Entfaltungsfiler, insbesondere in der iterativen Form, zu einer erheblichen Reduzierung der Eigeninterferenzanteile führt. Die Rekonstruktion mittels der sehr rechenaufwendigen LMS-Rekonstruktionsmethode oder dem optimierten FIR-Filter ist nicht notwendig, da durch das Wiener-Filter die selbe Interferenzunterdrückung bei einer deutlich geringeren Prozessierungszeit erreicht werden kann.

# Zusammenfassung

## 9

In dieser Arbeit wurde Rauschen als Radarwellenform näher untersucht. Dazu wurde zunächst die Korrelationseffekte dieser Wellenform betrachtet. Dabei stellte sich heraus, dass durch die Eigeninterferenzen nach Korrelation schwache Ziele durch starke Ziele überdeckt werden. Ein *matched filter*, welches zwar das Signal-Rausch-Verhältnis für ein einzelnes Ziel optimiert, liefert deshalb kein optimales Ergebnis.

In der Folge wurden mehrere Filteransätze und Rekonstruktionsverfahren untersucht. Unter der Annahme, dass die Szenenantwort ein stationärer, gaußscher Zufallsprozess ist, wurde ein Wiener-Filter hergeleitet. Die Filterung mittels Wiener-Filter konnte die Eigentinterferenzanteile reduzieren. Da im Allgemeinen nicht von einem stationären Prozess ausgegangen werden kann, entspricht diese Filterung nach nur einer Anwendung, nicht einem optimalen Ergebnis. Trotzdem konnte durch einen iterativen Ansatz ein optimales Ergebnis hinsichtlich des SNRs erzielt werden.

Des Weiteren wurde ein optimiertes FIR-Filter nach Janosz Kulpa untersucht und neu hergeleitet, da in der ursprünglichen Beschreibung, in einem iterativen Ansatz, mehrfach die Lösung eines Gleichungssystem berechnet werden musste.

Eine weitere Möglichkeit zur Rekonstruktion der Szenenantwort, konnte durch eine LMS-Systemschätzung erreicht werden. Diese sehr rechenintensive Lösung führt zu einem optimalen Ergebnis. Das bedeutet, dass das Signal-Rausch-Verhältnis proportional mit der Pulslänge steigt. Das optimierte FIR-Filter als auch die iterative Form des Wiener-Filters konnten dieses optimale Ergebnis erreichen. Die Komplexität der Algorithmen unterscheidet sich jedoch deutlich. Da es sich beim Wiener-Filter um eine einfache Faltung handelt, die zwar mehrfach<sup>1</sup> durchgeführt werden muss, ist die Komplexität vergleichbar mit einer FFT-Operation. Das Gleichungssystem des optimierten FIR-Filters und für die LMS-Rekonstruktion wird mittels Cholesky-Zerlegung gelöst und hat damit eine Komplexität, die quadratisch mit der Anzahl der Abtastwerte ansteigt.

Ein weiterer Teil dieser Arbeit bestand in der Entwicklung eines Experimentalsystems. Dieses wurde als Ergänzung des bistatischen HITCHHIKER-Empfangssystem aufgebaut. Integriert wurde der Rausch-

<sup>1</sup>3 bis 40 Mal in den durchgeführten Experimenten.

sender in einem portablen Koffer. Dadurch ist die Integration auf beweglichen Plattformen für zukünftige Experimente einfach durchzuführen. Die Eigenschaften des HITCHHIKER-Empfangssystem legten die Signalparameter bezüglich der Mittenfrequenz von 9,65 GHz und Bandbreite von 500 MHz fest.

Mit diesem Experimentalsystem konnten erfolgreich mehrere Experimente durchgeführt werden. Durch diese Experimente konnten die in dieser Arbeit betrachteten Pulskompressionsverfahren getestet werden. Dabei zeigte sich, dass alle Verfahren erfolgreich die Eigeninterferenzen der Rauschwellenform unterdrücken können. Das Wiener-Filter benötigte jedoch die geringste Prozessierunslaufzeit und wird deshalb auch für die Entfernungskomprimierung von Rauschsignalpulsen empfohlen.

In den Experimenten konnte gezeigt werden, dass schwache Ziele, z.B. kleine Bewegtziele wie Autos, in einer Entfernungs-Doppler-Darstellung bei Nutzung eines *matched filter* nicht detektierbar waren. Erst durch die Anwendung der in dieser Arbeit entwickelten Entfaltungsfiler und Rekonstruktionsalgorithmen war eine Detektion und Verfolgung des Ziels möglich.

Die durch die Zielverfolgung gewonnenen Entfernungsdaten konnten mit Hilfe von Straßenkarten in eine Zieltrajektorie überführt werden. Dadurch war eine Abbildung der Ziele mittels ISAR möglich. Mittels eines interferometrischen Ansatzes konnte die Zieltrajektorie auch durch die Schätzung des Welleneinfallswinkels bestimmt werden.

Die Eigeninterferenzen des *matched filters* sind auch nach dem ISAR-Fokussierungsgewinn deutlich sichtbar. Das *matched filter* kann also nicht für die Entfernungskompression einer Rauschwellenform empfohlen werden. Stattdessen bietet das Wiener-Entfaltungsfiler, insbesondere in der iterativen Form, aufgrund der schnellen Prozessierunslaufzeit und guten Eigeninterferenzunterdrückung eine gute Alternative.

## 9.1 Ausblick

Mit dem hier entwickelten Radarsystem können weitere Experimente und Radarverfahren getestet werden. Mittels eines Rauschradarsystems eine größere Szene durch SAR-Bildgebung abzubilden, wurde bisher noch nicht gezeigt. Dabei könnte in einer weiterführenden Arbeit das Sendesystem in ein Flugzeug integriert werden. Aufgrund des hohen Antennenöffnungswinkels der 20 dBi-Hornantennen, sollte gegebenenfalls ein neues Antennenfrontend für den Sender als auch den HITCHHIKER-Empfänger entwickelt werden. Dies erhöht zum einen die Empfindlichkeit, zum anderen könnte die Auflösung in Bewegungsrichtung auf die Auflösung in Entfernungsrichtung angepasst

werden.

Ein Vergleich zwischen Chirp- und Rauschwellenform könnte in einem solchen Experiment außerdem direkt durchgeführt werden. Die nötigen Voraussetzungen wurden im System angelegt. Gerade hinsichtlich eines solchen Vergleichs ist eine höhere Speicherkapazität des Empfangssystems aufgrund der zweiten Wellenform und der größeren Szenenlänge erforderlich. Dazu wurde zum Ende dieser Arbeit ein streaming-fähiges Digitizersystem für das HITCHHIKER-Empfangssystem ausgewählt und beschafft. Mit einem solchen System wäre der Aufnahmespeicher nur durch den Arbeitsspeicher des Systems beschränkt. Der Austausch erfordert jedoch größere Umbaumaßnahmen, die in einer weiterführenden Arbeit geleistet werden kann.



# Signal-Rausch-Verhältnis des A *matched filters* für eine stochastische Wellenform bei beliebiger Szenenantwort

Es soll das Signal-Rausch-Verhältnis der Pulscompression mittels *matched filter* bei beliebiger, zeitdiskreter, Szenenanregung mit der komplexen Szenenantwort  $h[m] \in \mathbb{C}^M$  mit der Szenenlänge  $M$  bestimmt werden. Das Sendesignal  $s[n] \in \mathbb{C}^N$  sei eine zeitdiskrete, stochastische Wellenform der Länge  $N$ , das heißt

$$s[n] = \begin{cases} \frac{\sigma}{\sqrt{2}}(A_n + jB_n) & \text{für } 0 \leq n < N \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}, \quad (\text{A.1})$$

mit  $A_n \sim \mathcal{N}(0, 1)$  und  $B_n \sim \mathcal{N}(0, 1)$  als  $n$ -te, unkorrelierte, erwartungswertfreie, standardnormalverteilte Zufallsvariablen. Das Empfangssignal der  $i$ -ten Musterfunktion sei dann

$$g_i[m] = \sum_{k=0}^{M-1} h[k] s_i[m-k] + v_i[m] \quad (\text{A.2})$$

mit den komplexen Rauschwertrealisationen  $v_i[m]$  als diskreter Rauschprozess

$$v[m] = \frac{\sigma_v}{\sqrt{2}}(C_m + jD_m) \quad (\text{A.3})$$

mit  $C_m \sim \mathcal{N}(0, 1)$  und  $D_m \sim \mathcal{N}(0, 1)$  als erwartungswertfreie, standardnormalverteilte Zufallsvariablen. Nach Entfernungskompression mittels *matched filter* und Normierung mit der Varianz  $\sigma^2$  erhält man für das entfernungskomprimierte Empfangssignal der  $i$ -ten Muster-

funktion

$$\tilde{h}_i[m] = \frac{1}{N\sigma^2} \sum_{n=0}^{N-1} s_i^*[n] g_i[n+m]$$

$$\tilde{h}_i[m] = \frac{1}{N\sigma^2} \left( \sum_{n=0}^{N-1} s_i^*[n] \sum_{k=0}^{M-1} h[k] s_i[n+m-k] + \sum_{n=0}^{N-1} s_i^*[n] v_i[n+m] \right)$$

$$\tilde{h}_i[m] = \frac{1}{N\sigma^2} \left( \sum_{k=0}^{M-1} h[k] \sum_{n=0}^{N-1} s_i^*[n] s_i[n+m-k] + \sum_{n=0}^{N-1} s_i^*[n] v_i[n+m] \right)$$

Das Signal-Rausch-Verhältnis für den  $m$ -ten Wert der geschätzten Systemantwort  $\tilde{h}$  sei

$$\text{SNR}[m] = \frac{|\text{E}(\tilde{h}[m])|^2}{\text{Var}(\tilde{h}[m])} = \frac{|\text{E}(\tilde{h}[m])|^2}{\text{E}(|\tilde{h}[m]|^2) - |\text{E}(\tilde{h}[m])|^2}. \quad (\text{A.4})$$

Dazu wird zunächst der Erwartungswert von  $h[m]$  beschrieben als

$$\begin{aligned} \text{E}(\tilde{h}[m]) &= \frac{1}{N\sigma^2} \sum_{k=0}^{M-1} h[k] \sum_{n=0}^{N-1} \text{E}(s^*[n] s[n+m-k]) \\ &\quad + \frac{1}{N\sigma^2} \sum_{n=0}^{N-1} \text{E}(s^*[m] v[n+m]) \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

Für  $k = m$  ergibt  $\text{E}(s^*[n] s[n+m-k]) = \text{E}(|s[n]|^2) = \sigma^2$ . Für  $k \neq m$  ergibt  $\text{E}(s[n] s[n+m-k]) = 0$ , da dann die Zufallsvariablen unkorreliert sind und deshalb  $\text{E}(s[n]) \text{E}(s[n+m-k]) = 0$  gilt. Aufgrund von Unkorreliertheit von  $v[n]$  zu  $s[n]$  gilt ebenfalls  $\text{E}(v[n] s[n+m]) = \text{E}(v[n]) \text{E}(s[n+m]) = 0$ , weshalb geschrieben werden kann

$$\text{E}(\tilde{h}[m]) = \frac{1}{N\sigma^2} h[m] N\sigma^2 \quad (\text{A.6})$$

$$\text{E}(\tilde{h}[m]) = h[m]. \quad (\text{A.7})$$

Für den quadratischen Erwartungswert gilt dann

$$|\text{E}(\tilde{h}[m])|^2 = |h[m]|^2. \quad (\text{A.8})$$

Zur Bestimmung des Signal-Rausch-Verhältnisses muss nun noch

$$\text{E}(|\tilde{h}[m]|^2) = \frac{1}{N^2\sigma^4} \text{E} \left( \left| \sum_{k=0}^{M-1} h[k] A[m-k] + B[m] \right|^2 \right) \quad (\text{A.9})$$

mit

$$A[m-k] = \sum_{n=0}^{N-1} s^*[n] s[n+m-k] \quad (\text{A.10})$$

$$B[m] = \sum_{n=0}^{N-1} s^*[n] v[n+m] \quad (\text{A.11})$$

bestimmt werden. Das Betragsquadrat ergibt sich durch

$$\begin{aligned} E(|\tilde{h}[m]|^2) &= \frac{1}{N^2\sigma^4} E\left(\left|\sum_{k=0}^{M-1} h[k] A[m-k]\right|^2\right) \\ &+ \frac{2}{N^2\sigma^4} \operatorname{Re}\left\{E\left(\sum_{k=0}^{M-1} h[k] A[m-k] \cdot B^*[m]\right)\right\} \\ &+ \frac{1}{N^2\sigma^4} E(|B[m]|^2). \quad (\text{A.12}) \end{aligned}$$

Zunächst wird

$$E\left(\sum_{k=0}^{M-1} h[k] A[m-k] B^*[m]\right) = \sum_{k=0}^{M-1} h[k] E(A[m-k] B^*[m-k]) \quad (\text{A.13})$$

betrachtet. Aufgrund der Unkorreliertheit von  $s$  zu  $n$  verschwindet dieser Term. Diese Unkorreliertheit beeinflusst auch den Term

$$E(|B[m]|^2) = E\left(\left|\sum_{n=0}^{N-1} s[n] v[n+m]\right|^2\right) \quad (\text{A.14})$$

da bei der Auflösung der Summe und der darauf folgenden Quadrierung und Erwartungswertbildung alle Mischprodukte wie z.B.

$$E(s[0] n[0+m] s[1] n[1+m]) = 0$$

aufgrund der Unkorreliertheit verschwinden. Deshalb gilt

$$E(|B[m]|^2) = \sum_{n=0}^{N-1} \sigma^2 \sigma_v^2 = N \sigma^2 \sigma_v^2. \quad (\text{A.15})$$

Als letzter zu betrachtender Term bleibt

$$E\left(\left|\sum_{k=0}^{M-1} h[k] A[m-k]\right|^2\right).$$

Diese Summe kann nach Ausmultiplizieren als Doppelsumme geschrieben werden

$$\begin{aligned} E\left(\left|\sum_{k=0}^{M-1} h[k] A[m-k]\right|^2\right) &= \sum_{k_1=0}^{M-1} h[k_1] \sum_{k_2=0}^{M-1} h^*[k_2] E(A[m-k_1] A^*[m-k_2]) \\ &= \sum_{k_1=0}^{M-1} \sum_{k_2=0}^{M-1} \sum_{n_1=0}^{N-1} \sum_{n_2=0}^{N-1} h[k_1] h^*[k_2] E(s^*[n_1] s[n_1+m-k_1] s[n_2] s^*[n_2+m-k_2]). \end{aligned} \quad (\text{A.16})$$

Betrachtet man

$$E(s^*[n_1] s[n_1+m-k_1] s[n_2] s^*[n_2+m-k_2]). \quad (\text{A.17})$$

kann dieser Term nur einen Betrag liefern unter folgenden Bedingungen:

1. Für  $n = n_1 = n_2 = n_1 + m - k_1 = n_2 + m - k_1$  folgt  $m = k_1 = k_2$ . Dadurch vereinfacht sich der Term aus A.17 zu

$$\begin{aligned} E(s^*[n] s[n] s[n] s^*[n]) &= E(|s[n]|^2 |s[n]|^2) & (A.18) \\ &= \frac{\sigma^4}{4} (E(A_n^4) + E(B_n^4) + 2E(A_n^2) E(B_n^2)). & (A.19) \end{aligned}$$

$E(A_n^4)$  und  $E(B_n^4)$  entspricht dem vierten Moment einer standardnormalverteilten Zufallsvariable, also  $E(A_n^4) = E(B_n^4) = 3$ , weshalb gilt

$$E(s^*[n] s[n] s[n] s^*[n]) = \frac{8\sigma^4}{4} = 2\sigma^4 \quad (A.20)$$

Unter dieser Bedingung ist Gleichung A.16

$$E\left(\left|\sum_{k=0}^{M-1} h[k] A[m-k]\right|^2\right) = 2N\sigma^4 |h(m)|^2. \quad (A.21)$$

2. Für  $n_1 = n_1 + m - k_1$  und  $n_2 = n_2 + m - k_2$  jedoch  $n_1 \neq n_2$  folgt  $m = k_1 = k_2$ . Der Erwartungswert entspricht dann dem Erwartungswert der Multiplikation zweier unabhängiger, quadrierter Zufallsvariablen, also  $E(|s[n_1]|^2 |s[n_2]|^2) = E(|s[n_1]|^2) E(|s[n_2]|^2) = \sigma^4$ . Unter dieser Bedingung ist Gleichung A.16

$$E\left(\left|\sum_{k=0}^{M-1} h[k] A[m-k]\right|^2\right) = (N^2 - N)\sigma^4 |h[m]|^2. \quad (A.22)$$

3. Für  $n_1 = n_2 = n$ ,  $n_1 + m - k_1 = n_1 + m - k_2$  und  $m \neq k_1$  sowie  $m \neq k_2$  gilt  $k_1 = k_2 = k$ . Auch in diesem Fall entspricht der Erwartungswert  $E(|s[n]|^2 |s[n+m-k]|^2) = E(|s[n]|^2) E(|s[n+m-k]|^2) = \sigma^4$  für  $n \in [0, N-1-|m-k|]$  und  $|m-k| < N$ . Unter dieser Bedingung ist Gleichung A.16

$$\begin{aligned} E\left(\left|\sum_{k=0}^{M-1} h[k] A[m-k]\right|^2\right) &= \\ &= \sum_{k=0}^{M-1} |h(k)|^2 (N - |m-k|)\sigma^4 - N\sigma^4 |h(m)|^2. \end{aligned} \quad (A.23)$$

4. Für  $n_1 = n_2 + m - k_2$ ,  $n_2 = n_1 + m - k_1$  und  $n_1 \neq n_2$  gilt  $k_2 = 2m - k_1$  sowie  $k_1 \neq m$ . In diesem Fall entspricht der Erwartungswert  $E(s[n_1]^2 s[n_1 + m - k_1]^2) = E(s[n_1]^2) E(s[n_1 + m - k_1]^2) = 0$  da gilt

$$E(s[n_1]^2) = \frac{\sigma^2}{2} (E(A_n^2) - E(B_n^2) + j2E(A_n B_n)) = 0. \quad (A.24)$$

Für alle anderen Indizes kann der Erwartungswert einer unabhängige Zufallsvariable des Produkts abgespalten werden und das Produkt der vier Zufallsvariablen ergibt 0. Addiert man die Summanden aller Fälle erhält man

$$\begin{aligned} E \left( \left| \sum_{k=0}^{M-1} h[k] A[m-k] \right|^2 \right) &= N^2 \sigma^4 |h(m)|^2 \\ &+ \sigma^4 \sum_{k=0}^{M-1} |h(k)|^2 (N - |m-k|). \end{aligned} \quad (\text{A.25})$$

Dieser Ausdruck kann nun in A.12 eingesetzt werden und man erhält

$$E \left( |\tilde{h}[m]|^2 \right) = |h(m)|^2 + \frac{1}{N^2} \sum_{k=0}^{M-1} |h(k)|^2 (N - |m-k|) + \frac{\sigma_v^2}{N\sigma^2}. \quad (\text{A.26})$$

sowie für die Varianz

$$\text{Var} \left( \tilde{h}[m] \right) = \frac{1}{N} \left( \sum_{k=0}^{M-1} |h(k)|^2 \left( 1 - \frac{|m-k|}{N} \right) + \frac{\sigma_v^2}{\sigma^2} \right). \quad (\text{A.27})$$

Das Signal-Rausch-Verhältnis des  $m$ -ten Schätzwertes von  $h[m]$  sei dann

$$\text{SNR}[m] = N \frac{\sigma^2}{\sigma_v^2} \frac{|h(m)|^2}{1 + \frac{\sigma^2}{\sigma_v^2} \sum_{k=0}^{M-1} |h(k)|^2 \left( 1 - \frac{|m-k|}{N} \right)}. \quad (\text{A.28})$$



# Optimalfilter - Wiener-Filter

## B

Gesucht ist eine Filterantwort  $h(t)$  im linearen System nach Abbildung B.1, welche den mittleren quadratischen Fehler  $E(e^2(t))$ , zwischen dem stationären stochastischen Prozess/Signal  $s(t)$  und dem Ausgang des Filters  $\hat{s}(t)$ , auch Schätzwert genannt, minimiert. Dieses Filter wird auch Optimalfilter genannt.

Sei  $h(t) = h_o(t) + \epsilon h_\Delta(t)$  alle möglichen, auch suboptimalen, Filter, mit  $h_o$  als dem gesuchten optimalen Filter, lässt sich der Schätzwert  $\hat{s}(t)$  beschreiben als

$$\hat{s}(t) = (h * s')(t) \quad (\text{B.1})$$

$$= (h_o * s')(t) + \epsilon (h_\Delta * s')(t) \quad (\text{B.2})$$

$$= \hat{s}_o(t) + \epsilon \hat{s}_\Delta(t) \quad (\text{B.3})$$

Für den mittleren quadratischen Fehler ergibt sich dann die Gleichung

$$E(e^2(t)) = E((s(t) - \hat{s}(t))^2) \quad (\text{B.4})$$

$$= E((s(t) - \hat{s}_o(t) - \epsilon \hat{s}_\Delta(t))^2) \quad (\text{B.5})$$

Mit dem minimalen mittleren quadratischen Fehler

$$E(e_o^2(t)) = E((s(t) - \hat{s}_o(t))^2), \quad (\text{B.6})$$

dies ist der Fall wenn das Filter  $h(t)$  dem optimalen Filter  $h_o(t)$  entspricht, lässt sich, mit Hilfe der binomischen Formeln, Gleichung B.5 umschreiben in

$$E(e^2(t)) = E(e_o^2(t)) - 2\epsilon E(e_o(t) \hat{s}_\Delta(t)) + \epsilon^2 E(\hat{s}_\Delta^2(t)). \quad (\text{B.7})$$

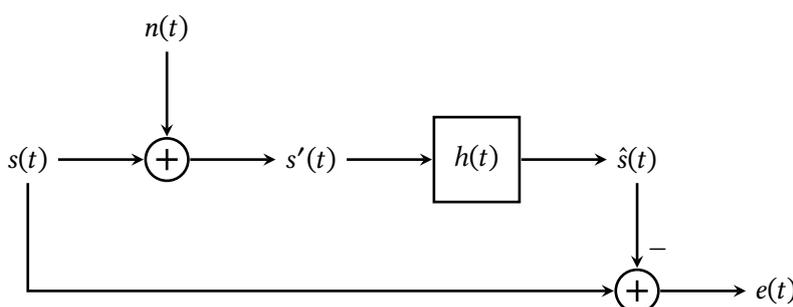


Abbildung B.1: Optimalfilter innerhalb eines linearen Systems.

Da  $E(e_o^2(t))$  den minimalen quadratischen Fehler darstellt, muss gelten

$$E(e^2(t)) \geq E(e_o^2(t)) \quad (\text{B.8})$$

$$E(e^2(t)) - E(e_o^2(t)) \geq 0 \quad (\text{B.9})$$

und demnach mit Gleichung B.7

$$E(e^2(t)) - E(e_o^2(t)) = \epsilon^2 E(\hat{s}_\Delta(t)) - 2\epsilon E(e_o(t) \hat{s}_\Delta(t)) \geq 0. \quad (\text{B.10})$$

Diese Ungleichung muss für alle  $\epsilon$  gelten. Der quadratische Term liefert ein positives Ergebnis und kann nicht zu einem Widerspruch dieser Ungleichung führen. Der lineare Term  $2\epsilon E(e_o(t) \hat{s}_\Delta(t))$  kann jedoch für ein beliebiges  $\epsilon$  dazu führen, dass die Ungleichung nicht erfüllt ist. Aus diesem Grund muss

$$E(e_o(t) \hat{s}_\Delta(t)) = 0 \quad (\text{B.11})$$

sein.

Setzt man in diese Gleichung die Definition

$$\hat{s}_\Delta(t) = (h_\Delta * s')(t) \quad (\text{B.12})$$

aus Gleichung B.3 ein und schreibt die Faltung als Integral erhält man

$$E\left(e_o(t) \int_{-\infty}^{\infty} h_\Delta(\tau) s'(t - \tau) d\tau\right) = 0 \quad (\text{B.13})$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} h_\Delta(\tau) E(e_o(t) s'(t - \tau)) d\tau = 0. \quad (\text{B.14})$$

Für beliebige  $h_\Delta(\tau)$  kann diese Gleichung nur erfüllt werden, wenn gilt

$$E(e_o(t) s'(t - \tau)) = 0. \quad (\text{B.15})$$

Diese Eigenschaft wird in der Literatur als *Orthogonalitätstheorem* bezeichnet und sagt aus, dass im optimalen Fall der Fehler eines Schätzers orthogonal zum Eingangssignal des Schätzers ist.

## B.1 Wiener-Filter

Unter Ausnutzung des Orthogonalitätstheorems nach Gleichung B.15 lässt sich das Wiener-Filter, ein optimales Filter hinsichtlich des mittleren quadratischen Fehlers, herleiten. Wir gehen also davon aus, dass für ein optimales Filter  $h(t) = h_o(t)$

$$E(e(t) s'(t - \tau)) = 0. \quad (\text{B.16})$$

gilt, mit

$$e(t) = s(t) - \hat{s}(t) \quad (\text{B.17})$$

$$\hat{s}(t) = (h * s')(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(x) s'(t-x) dx. \quad (\text{B.18})$$

Zusammengesetzt führt dies zu

$$E \left( \left( s(t) - \int_{-\infty}^{\infty} h(x) s'(t-x) dx \right) s'(t-\tau) \right) = 0 \quad (\text{B.19})$$

$$E(s(t) s'(t-\tau)) - \int_{-\infty}^{\infty} h(x) E(s'(t-x) s'(t-\tau)) dx = 0. \quad (\text{B.20})$$

Dabei entspricht

$$E(s(t) s'(t-\tau)) = \varphi_{ss'}(-\tau) = \varphi_{s's}(\tau) \quad (\text{B.21})$$

der Kreuzkorrelationsfunktion von  $s'$  mit  $s$  und

$$E(s'(t-x) s'(t-\tau)) = \varphi_{s's'}(\tau-x) \quad (\text{B.22})$$

der Autokorrelationsfunktion von  $s'$  und somit

$$\varphi_{s's}(\tau) - \int_{-\infty}^{\infty} h(x) \varphi_{s's'}(\tau-x) dx = 0 \quad (\text{B.23})$$

Durch Fouriertransformation von  $\tau$  nach  $f$  dieser Gleichung lässt sich die optimale Filterübertragungsfunktion  $H(f)$  bestimmen zu

$$\Phi_{s's}(f) - H(f) \Phi_{s's'}(f) = 0 \quad (\text{B.24})$$

$$H(f) = \frac{\Phi_{s's}(f)}{\Phi_{s's'}(f)}. \quad (\text{B.25})$$

In die Kreuzkorrelationsfunktion  $\varphi_{s's}$  kann für  $s'(t) = s(t) + n(t)$  eingesetzt werden und man erhält

$$\varphi_{s's}(\tau) = E(s(t) s'(t-\tau)) \quad (\text{B.26})$$

$$= E(s(t) s(t-\tau)) + E(s(t) n(t-\tau)) \quad (\text{B.27})$$

$$= \varphi_{ss}(\tau) + \varphi_{ns}(\tau) \quad (\text{B.28})$$

und durch Fouriertransformation

$$\Phi_{s's}(f) = \Phi_{ss}(f) + \Phi_{ns}(f). \quad (\text{B.29})$$

Auch die Autokorrelationsfunktion  $\varphi_{s's'}(t)$  kann durch  $s'(t) = s(t) + n(t)$  ausgedrückt werden als

$$\varphi_{s's'}(\tau - x) = E(s'(t - x) s'(t - \tau)) \quad (\text{B.30})$$

$$= E((s(t - x) + n(t - x))(s(t - \tau) + n(t - \tau))) \quad (\text{B.31})$$

$$= E(s(t - x) s(t - \tau)) + E(n(t - x) s(t - \tau)) \quad (\text{B.32})$$

$$+ E(s(t - x) n(t - \tau)) + E(n(t - x) n(t - \tau)) \quad (\text{B.33})$$

$$= \varphi_{ss}(\tau - x) + \varphi_{ns}(\tau - x) + \varphi_{sn}(\tau - x) + \varphi_{nn}(\tau - x) \quad (\text{B.34})$$

und durch Fouriertransformation das Leistungsdichtespektrum

$$\Phi_{s's'}(f) = \Phi_{ss}(f) + \Phi_{ns}(f) + \Phi_{sn}(f) + \Phi_{nn}(f). \quad (\text{B.35})$$

Setzt man Gleichung B.29 und B.35 in Gleichung B.25 erhält man für das Wiener-Filter

$$H(f) = \frac{\Phi_{ss}(f) + \Phi_{ns}(f)}{\Phi_{ss}(f) + \Phi_{ns}(f) + \Phi_{sn}(f) + \Phi_{nn}(f)}. \quad (\text{B.36})$$

Eine weitere und deutlich weitgehendere Herleitung dieses Filters findet sich in [Wie49]<sup>1</sup> von Norbert Wiener. Im Anhang des Buches ist außerdem eine interessante Abhandlung [Lev47] von Norman Levinson zu finden, die sich dem Problem der Filterung von Leistungssignalen im Zusammenhang mit ihren Autokorrelationsfunktionen befasst.

<sup>1</sup>Der Inhalt des Buches befasst sich Grundlegend mit den Arbeiten am Wiener-Filter von Norbert Wiener während des Krieges um 1942. Aufgrund der Geheimhaltungspflicht konnten die Arbeiten der Öffentlichkeit erst 1949 bekannt gemacht werden.

## Systemidentifikation mit der Methode zur Minimierung des mittleren quadratischen Fehlers C

Ein System mit dem zeitdiskreten Systemantwortvektor  $\mathbf{h}_s \in \mathbb{C}^M$  wird mittels eines Testsignalvektor  $\mathbf{s} \in \mathbb{C}^N$  der Form

$$\mathbf{s} = \left( s(0) \quad s(1) \quad \dots \quad s(K-1) \quad 0 \quad \dots \quad 0 \right)^T \quad (\text{C.1})$$

mit  $N = K + M - 1$  angeregt. Empfangen wird das Signal  $\mathbf{r} \in \mathbb{C}^N$  ausgedrückt als

$$\mathbf{r} = \mathbf{S}\mathbf{h}_s + \mathbf{v} \quad (\text{C.2})$$

mit  $\mathbf{v} \in \mathbb{C}^N$  als Zufallsvektor indem Real- und Imaginärteil jedes Elements einer erwartungswertfreien, gaußverteilten Zufallsvariable entspricht. Die Matrix  $\mathbf{S} \in \mathbb{C}^{N \times M}$  wird nach folgendem Schema gebildet

$$\mathbf{S} = \begin{pmatrix} s(0) & 0 & \dots & 0 \\ s(1) & s(0) & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ s(K-1) & s(K-2) & \ddots & s(0) \\ 0 & s(K-1) & \ddots & s(1) \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & s(K-1) \end{pmatrix} \quad (\text{C.3})$$

sodass  $\mathbf{S}\mathbf{h}_s$  einer Faltung entspricht.

Gesucht ist nun ein Filter mit dem Koeffizientenvektor  $\mathbf{h} \in \mathbb{C}^M$  für den der mittlere quadratische Fehler

$$|\mathbf{S}\mathbf{h} - \mathbf{r}|_2^2 \quad (\text{C.4})$$

minimiert wird.

Mit  $|\mathbf{a}|_2^2 = \mathbf{a}^* \mathbf{a}$  gilt für

$$|\mathbf{S}\mathbf{h} - \mathbf{r}|_2^2 = (\mathbf{S}\mathbf{h} - \mathbf{r})^H (\mathbf{S}\mathbf{h} - \mathbf{r}) \quad (\text{C.5})$$

mit  $\mathbf{a}^H$  als adjungierte<sup>1</sup> von  $\mathbf{a}$ . Ausmultipliziert ergibt dies

$${}^1 \mathbf{a}^H = (\mathbf{a}^*)^T$$

$$|\mathbf{Sh} - \mathbf{r}|_2^2 = |\mathbf{Sh}|_2^2 + |\mathbf{r}|_2^2 - \mathbf{h}^H \mathbf{S}^H \mathbf{r} - \mathbf{r}^H \mathbf{S} \mathbf{h}. \quad (\text{C.6})$$

Mit

$$\mathbf{h}^H \mathbf{S}^H \mathbf{r} + \mathbf{r}^H \mathbf{S} \mathbf{h} = \mathbf{h}^H \mathbf{S}^H \mathbf{r} + (\mathbf{h}^H \mathbf{S}^H \mathbf{r})^H = 2\text{Re}\{\mathbf{h}^H \mathbf{S}^H \mathbf{r}\} \quad (\text{C.7})$$

lässt sich der mittlere quadratische Fehler ausdrücken als

$$|\mathbf{Sh} - \mathbf{r}|_2^2 = |\mathbf{Sh}|_2^2 + |\mathbf{r}|_2^2 - 2\text{Re}\{\mathbf{h}^H \mathbf{S}^H \mathbf{r}\}. \quad (\text{C.8})$$

Variert man  $\mathbf{h}$  mit

$$\mathbf{h} = \mathbf{h}_0 + \epsilon \mathbf{h}_\Delta, \quad (\text{C.9})$$

dabei gilt  $\mathbf{h}_0$  als optimaler Filterkoeffizientenvektor und  $\epsilon \mathbf{h}_\Delta$  als ein mit  $\epsilon \in \mathbb{R}$  skaliertes, beliebiger Vektor  $\mathbf{h}_\Delta$ , erhält man für den quadratischen Fehler

$$|\mathbf{Sh} - \mathbf{r}|_2^2 = |\mathbf{Sh}_0 + \mathbf{Sh}_\Delta|_2^2 + |\mathbf{r}|_2^2 - 2\text{Re}\{\mathbf{h}_0^H \mathbf{S}^H \mathbf{r}\} - 2\epsilon \text{Re}\{\mathbf{h}_\Delta^H \mathbf{S}^H \mathbf{r}\}. \quad (\text{C.10})$$

Analog zu Gleichung C.8 ist

$$|\mathbf{Sh}_0 + \epsilon \mathbf{Sh}_\Delta|_2^2 = |\mathbf{Sh}_0|_2^2 + \epsilon^2 |\mathbf{Sh}_\Delta|_2^2 + 2\epsilon \text{Re}\{\mathbf{h}_0^H \mathbf{S}^H \mathbf{Sh}_\Delta\}. \quad (\text{C.11})$$

Eingesetzt ergibt sich

$$\begin{aligned} |\mathbf{Sh} - \mathbf{r}|_2^2 &= |\mathbf{Sh}_0|_2^2 + \epsilon^2 |\mathbf{Sh}_\Delta|_2^2 + 2\epsilon \text{Re}\{\mathbf{h}_0^H \mathbf{S}^H \mathbf{Sh}_\Delta\} \\ &\quad + |\mathbf{r}|_2^2 - 2\text{Re}\{\mathbf{h}_0^H \mathbf{S}^H \mathbf{r}\} - 2\epsilon \text{Re}\{\mathbf{h}_\Delta^H \mathbf{S}^H \mathbf{r}\}. \end{aligned} \quad (\text{C.12})$$

Leitet man nun den quadratischen Fehler nach  $\epsilon$  ab

$$\frac{d|\mathbf{Sh} - \mathbf{r}|_2^2}{d\epsilon} = \frac{1}{2}\epsilon |\mathbf{Sh}_\Delta|_2^2 + 2\text{Re}\{\mathbf{h}_0^H \mathbf{S}^H \mathbf{Sh}_\Delta\} - 2\text{Re}\{\mathbf{h}_\Delta^H \mathbf{S}^H \mathbf{r}\}. \quad (\text{C.13})$$

und setzt  $\epsilon = 0$ , muss für beliebige Vektoren  $\mathbf{h}_\Delta$  gelten

$$0 = 2\text{Re}\{\mathbf{h}_0^H \mathbf{S}^H \mathbf{Sh}_\Delta\} - 2\text{Re}\{\mathbf{h}_\Delta^H \mathbf{S}^H \mathbf{r}\} \quad (\text{C.14})$$

$$2\text{Re}\{\mathbf{h}_\Delta^H \mathbf{S}^H \mathbf{r}\} = 2\text{Re}\{\mathbf{h}_0^H \mathbf{S}^H \mathbf{Sh}_\Delta\} \quad (\text{C.15})$$

$$2\text{Re}\{\mathbf{h}_\Delta^H \mathbf{S}^H \mathbf{r}\} = 2\text{Re}\{\mathbf{h}_\Delta^H \mathbf{S}^H \mathbf{Sh}_0\}. \quad (\text{C.16})$$

Diese Gleichung ist nur erfüllt wenn gilt

$$\mathbf{S}^H \mathbf{r} = \mathbf{S}^H \mathbf{Sh}_0. \quad (\text{C.17})$$

Die optimalen Filterkoeffizienten  $\mathbf{h}_0$  lassen sich ermitteln durch

$$\mathbf{h}_0 = (\mathbf{S}^H \mathbf{S})^{-1} \mathbf{S}^H \mathbf{r}. \quad (\text{C.18})$$

Dabei entspricht  $(\mathbf{S}^H \mathbf{S})^{-1} \mathbf{S}^H$  der Moore-Penrose-Pseudoinversen. Außerdem ist anzumerken, dass  $\mathbf{S}^H \mathbf{r}$  der Korrelation des Signalvektors  $\mathbf{s}$  mit  $\mathbf{r}$  entspricht. Sowie  $\mathbf{S} \mathbf{S}^H$  der Autokorrelationsmatrix von  $\mathbf{s}$ . Dadurch lassen sich diese Matrizenmultiplikationen im Frequenzbereich mit den diskreten Fouriertransformierten (FFT) von  $\mathbf{s}$  und  $\mathbf{r}$  als elementweise Multiplikation darstellen und schnell berechnen.

# Die Wahrscheinlichkeitsdichte D der Log-Chi-Quadrat-Verteilung

Gegeben ist die Zufallsvariable

$$X = X_1^2 + X_2^2 \quad (\text{D.1})$$

mit den Zufallsvariablen  $X_1, X_2 \sim \mathcal{N}\left(0, \frac{\sigma_X^2}{2}\right)$ . Gesucht ist die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion für die Zufallsvariable  $Y$  gegeben durch

$$Y = 10 \log_{10} X. \quad (\text{D.2})$$

Dazu wird zunächst  $X_1$  und  $X_2$  standardisiert

$$X = \frac{\sigma_X^2}{2} \left( \frac{2X_1^2}{\sigma_X^2} + \frac{2X_2^2}{\sigma_X^2} \right). \quad (\text{D.3})$$

und die quadratischen Terme durch

$$Z = \frac{2X_1^2}{\sigma_X^2} + \frac{2X_2^2}{\sigma_X^2} \quad (\text{D.4})$$

ersetzt. Die Zufallsvariable  $Z$  folgt, nach [AS64], einer Chi-Quadrat-Verteilung zweiten Grades bzw.  $Z \sim \chi_2^2$ . Die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion der Chi-Quadrat-Verteilung zweiten Grades, und somit für  $Z$ , ist gegeben durch

$$f_Z(z) = \frac{1}{2} e^{-\frac{z}{2}}. \quad (\text{D.5})$$

Die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion für  $X$  kann durch eine Transformation  $X = \frac{\sigma_X^2}{2} Z = g(Z)$  ausgedrückt werden.

Allgemein gilt nach [PP02] für die Verteilungsfunktion der Zufallsvariablen  $X = g(Z)$

$$F_X(x) = P(X \leq x) = P(g(Z) \leq x) = P(Z \leq g^{-1}(x)) \quad (\text{D.6})$$

Die Verteilungsfunktion  $X$  kann durch Integration aus der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion bestimmt werden mit

$$F_X(x) = \int_{z \in \mathbb{R} | z \leq g^{-1}(x)} f_Z(z) dz = \int_{z \in \mathbb{R} | g(z) \leq x} f_Z(z) dz. \quad (\text{D.7})$$

Durch Differentiation kann die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion von  $X$  mit

$$f_X(x) = \frac{d}{dx} F_X(x) = \frac{d}{dx} \int_{z \in \mathbb{R} | g(z) \leq x} f_Z(z) dz. \quad (\text{D.8})$$

bestimmt werden. Die Grenzen des Integrals lassen sich mit der Sprungfunktion ausdrücken zu

$$f_X(x) = \frac{d}{dx} \int \sigma(x - g(z)) f_Z(z) dz. \quad (\text{D.9})$$

Durch Vertauschen des Integrals mit der Differenzierung nach  $x$  und  $\frac{d}{dx} \sigma(x) = \delta(x)$  ergibt sich für eine Transformation einer Zufallsvariable  $Z$  mit der Funktion  $X = g(Z)$  die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion

$$f_X(x) = \int \delta(x - g(z)) f_Z(z) dz. \quad (\text{D.10})$$

Für  $X = \frac{\sigma^2}{2} Z = g(Z)$  kann nun eingesetzt werden

$$f_X(x) = \int \delta(x - \frac{\sigma_X^2 z}{2}) \frac{1}{2} e^{-\frac{z}{2}} dz. \quad (\text{D.11})$$

Durch Substitution  $t = \frac{\sigma^2 z}{2}$  und  $\frac{dt}{dz} = \frac{\sigma^2}{2}$  erhalten wir das äquivalente Integral

$$f_X(x) = \sigma_X^2 \int \delta(x - t) e^{-\frac{t}{\sigma_X^2}} dt. \quad (\text{D.12})$$

Durch die Siebeigenschaft der Dirac-Distribution löst sich das Integral zu

$$f_X(x) = \sigma_X^{-2} e^{-\frac{x}{\sigma_X^2}}. \quad (\text{D.13})$$

Mit der Transformation aus Gleichung D.2 kann mittels Gleichung D.10 analog vorgegangen werden. Für die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion  $f_Y(y)$  der Zufallsvariable  $Y$  ergibt sich damit

$$f_Y(y) = \int \delta(y - 10 \log_{10}(x)) f_X(x) dx \quad (\text{D.14})$$

$$= \sigma_X^{-2} \int \delta(y - 10 \log_{10}(x)) e^{-\frac{x}{\sigma_X^2}} dx. \quad (\text{D.15})$$

Durch die Substitution  $t = 10 \log_{10}(x) \Rightarrow x = 10^{\frac{t}{10}}$  und  $\frac{dt}{dx} = \frac{10}{x \ln(10)}$  kann das Integral beschrieben werden durch

$$f_Y(y) = \frac{\ln(10)}{\sigma_X^2 10} \int \delta(y - t) 10^{-\frac{t}{10}} e^{-\frac{10^{\frac{t}{10}}}{\sigma_X^2}} dt. \quad (\text{D.16})$$

Mit der Siebeigenschaft des Diracstoß kann das Integral gelöst werden zu

$$f_Y(y) = \frac{\ln(10) 10^{\frac{y}{10}-1}}{\sigma_X^2} e^{-\frac{10^{\frac{y}{10}}}{\sigma_X^2}}. \quad (\text{D.17})$$

Abbildung D.1 zeigt beispielhaft für  $\sigma_X^2 = 1$ ,  $\sigma_X^2 = 0.1$  und  $\sigma_X^2 = 0.01$  die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion  $f_Y(y)$ .

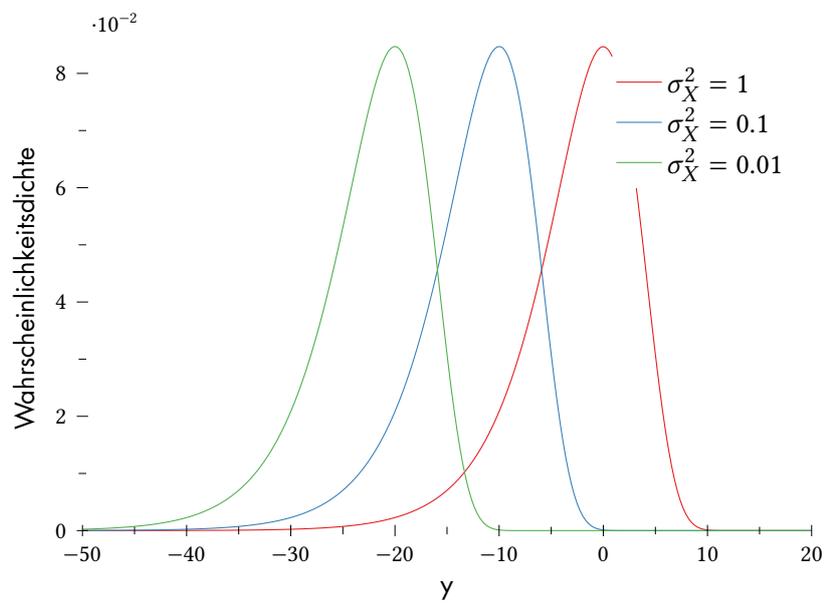


Abbildung D.1:

Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion  $f_Y(y)$  nach Gleichung D.17 einer Log-Chi-Quadrat-verteilten Zufallsvariablen  $Y$  mit  $\sigma_X^2 = 1$ ,  $\sigma_X^2 = 0.1$  und  $\sigma_X^2 = 0.01$



## Literatur

- [AS64] M. Abramowitz und I. A. Stegun, Hrsg., *Handbook of Mathematical Functions*. National Bureau of Standards, Juni 1964.
- [Axe04] S. R. J. Axelsson, „Noise radar using random phase and frequency modulation“, *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.*, Jg. 42, Nr. 11, S. 2370–2384, Nov. 2004. doi: 10.1109/tgrs.2004.834589.
- [Bal05] J. Balke, „Field test of bistatic forward-looking synthetic aperture radar“, Englisch, in *IEEE Int. Radar Conf.*, IEEE, 2005, S. 424–429. doi: 10.1109/RADAR.2005.1435862. Adresse: <http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=1435862>.
- [BLM+10] A. Broquetas u. a., „SABRINA-X: Bistatic SAR receiver for terrasars-x“, Englisch, in *8th European Conf. on Synthetic Aperture Radar (EUSAR2010)*, 2010, S. 1–3. Adresse: <http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=5758838>.
- [Bou57] R. Bourret, „A Proposed Technique for the Improvement of Range Determination with Noise Radar“, *Proc. IEEE*, Jg. 45, S. 1744, 12 Dez. 1957. Adresse: <https://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?tp=&arnumber=4056465>.
- [BR10] F. Behner und S. Reuter, „HITCHHIKER - hybrid bistatic high resolution SAR experiment using a stationary receiver and TerraSAR-X transmitter“, Englisch, in *8th European Conf. on Synthetic Aperture Radar (EUSAR2010)*, 2010. Adresse: <http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=5758907>.
- [BRNL14] F. Behner, S. Reuter, H. Nies und O. Loffeld, „Synchronization and preprocessing of hybrid bistatic SAR data in the HITCHHIKER experiment“, Englisch, in *10th European Conf. on Synthetic Aperture Radar (EUSAR2014)*, 2014. Adresse: <http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=6856781>.
- [CNW03] I. G. Cumming, Y. L. Neo und F. H. Wong, „Interpretations of the omega-K algorithm and comparisons with other algorithms“, in *IGARSS 2003. 2003 IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium. Proceedings (IEEE Cat. No.03CH37477)*, IEEE, 2003. doi: 10.1109/igarss.2003.1294142.

- [Coo60] C. Cook, „Pulse Compression-Key to More Efficient Radar Transmission“, *Proceedings of the IRE*, Jg. 48, Nr. 3, S. 310–316, März 1960. DOI: 10.1109/jrproc.1960.287599.
- [CPR91] C. Cafforio, C. Prati und F. Rocca, „SAR data focusing using seismic migration techniques“, *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.*, Jg. 27, Nr. 2, S. 194–207, März 1991. DOI: 10.1109/7.78293.
- [Dar49] S. Darlington, „Pulse Transmission“, US2,678,997, 31. Dez. 1949.
- [EKW+06] J. H. G. Ender u. a., „Bistatic Exploration using Spaceborne and Airborne SAR Sensors: A Close Collaboration Between FGAN, ZESS, and FOMAAS“, in *2006 IEEE International Symposium on Geoscience and Remote Sensing*, IEEE, Juli 2006. DOI: 10.1109/igarss.2006.472.
- [End03] J. H. G. Ender, „Signal theoretical aspects of bistatic SAR“, in *IGARSS 2003. 2003 IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium. Proceedings (IEEE Cat. No.03CH37477)*, IEEE, 2003. DOI: 10.1109/igarss.2003.1294137.
- [EWK+08] T. Espeter u. a., „Progress of hybrid bistatic SAR: Synchronization experiments and first imaging results“, Englisch, in *7th European Conf. on Synthetic Aperture Radar (EUSAR2008)*, 2008, S. 1–4. Adresse: <http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=5757253>.
- [FG08] R. D. Fry und D. Gray, „CLEAN deconvolution for sidelobe suppression in random noise radar“, in *2008 International Conference on Radar*, IEEE, Sep. 2008. DOI: 10.1109/radar.2008.4653919.
- [FJ68] H. M. Finn und R. S. Johnson, „Adaptive Detection Model with Threshold Control as a Function of Spatially Sampled Clutter-Level Estimates“, *RCA Review*, Jg. 29, Nr. 3, J. A. RAJCHMAN, Hrsg., S. 414–464, Sep. 1968.
- [FP78] J. R. Forrest und D. J. Price, „Digital correlation for noise radar systems“, *Electronics Letters*, Jg. 14, Nr. 18, S. 581, 1978. DOI: 10.1049/el:19780390.
- [Hei98] A. Hein, „Verarbeitung von SAR-Daten unter besonderer Berücksichtigung interferometrischer Anwendung“, Diss., Universität Siegen, 1998.
- [Her87] H. Hertz, „Ueber sehr schnelle elektrische Schwingungen“, *Annalen der Physik und Chemie*, Jg. 267, Nr. 7, S. 421–448, 1887. DOI: <https://doi.org/10.1002/andp.18872670707>.
- [Her94] H. Hertz, *Untersuchungen über die Ausbreitung der elektrischen Kraft*. Johann Ambrosius Barth, 1894.
- [HJ12] R. A. Horn und C. R. Johnson, *Matrix Analysis*. Cambridge University Press, 1. Okt. 2012, 662 S., ISBN: 978-052-183-940-2.
- [Hög74] J. Högbom, „Aperture Synthesis with a Non-Regular Distribution of Interferometer Baselines“, *Astronomy and Astrophysics Supplement*, Jg. 15, S. 417, 1974.

- [Hor59] B. M. Horton, „Noise-Modulated Distance Measuring Systems“, *Proc. IEEE*, Jg. 47, Nr. 5, S. 821–828, 5 Mai 1959. DOI: 10.1109/JRPROC.1959.287275. Adresse: <https://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?tp=&arnumber=4065741>.
- [Hül04] C. Hülsmeier, „Verfahren, um entfernte metallische Gegenstände mittels elektrischer Wellen einem Beobachter zu melden.“, DE 165546, 30. Apr. 1904.
- [Int14] International Telecommunication Union, *ITU-R M.1371-5: Technical characteristics for an automatic identification system using time division-multiple access in the VHF maritimemobile frequency band*, Feb. 2014. Adresse: [https://www.itu.int/dms\\_pubrec/itu-r/rec/m/R-REC-M.1371-5-201402-I!!PDF-E.pdf](https://www.itu.int/dms_pubrec/itu-r/rec/m/R-REC-M.1371-5-201402-I!!PDF-E.pdf).
- [Ken03] B. Kendal, „An Overview of the Development and Introduction of Ground Radar to 1945“, *Journal of Navigation*, Jg. 56, Nr. 3, S. 343–352, Aug. 2003. DOI: 10.1017/s0373463303002406.
- [Khi34] A. Khintchine, „Korrelationstheorie der stationären stochastischen Prozesse“, *Mathematische Annalen*, Jg. 109, Nr. 1, S. 604–615, Dez. 1934. DOI: 10.1007/bf01449156.
- [KML+08] K. Kulpa, A. Mogila, K. Lukin, Z. Gajo, P. Vyplavin und J. Misiurewicz, „Quality enhancement of image generated with bistatic ground based noise waveform SAR“, *IET Radar, Sonar & Navigation*, Jg. 2, Nr. 4, S. 263–273, Aug. 2008. DOI: 10.1049/iet-rsn:20070165.
- [KMM17] J. S. Kulpa, Ł. Maślikowski und M. Malanowski, „Filter-Based Design of Noise Radar Waveform With Reduced Sidelobes“, *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.*, Jg. 53, S. 816–825, 27. Feb. 2017. Adresse: <https://ieeexplore.ieee.org/document/7845557>.
- [KPDA60] J. R. Klauder, A. C. Price, S. Darlington und W. J. Albersheim, „The Theory and Design of Chirp Radars“, *Bell System Technical Journal*, Jg. 39, Nr. 4, S. 745–808, Juli 1960. DOI: 10.1002/j.1538-7305.1960.tb03942.x.
- [Kul08] K. Kulpa, „The CLEAN type algorithms for radar signal processing“, in *2008 Microwaves, Radar and Remote Sensing Symposium*, IEEE, Sep. 2008. DOI: 10.1109/mrrs.2008.4669567.
- [Kul15] J. S. Kulpa, „Mismatched filter for range sidelobes suppression of pseudo-noise signals“, in *2015 Signal Processing Symposium*, 2015. Adresse: <https://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=7168290>.
- [LDM+10] P. López-Dekker, S. Duque, J. C. Merlano, J. C. Rodriguez-Silva und J. J. Mallorquí, „Fixed-Receiver Bistatic SAR Along-Track Interferometry: First Results“, in *8th European Conf. on Synthetic Aperture Radar (EU-SAR2010)*, 2010.

- [Lev47] N. Levinson, „A Heuristic Exposition of Wiener’s Mathematical Theory of Prediction and Filtering“, *Journal of Mathematics and Physics*, Jg. 26, Nr. 1-4, S. 110–119, Apr. 1947. DOI: <https://doi.org/10.1002/sapm1947261110>.
- [LHS98] O. Loffeld, A. Hein und F. Schneider, „SAR focusing: scaled inverse Fourier transformation and chirp scaling“, in *IGARSS ’98. Sensing and Managing the Environment. 1998 IEEE International Geoscience and Remote Sensing. Symposium Proceedings. (Cat. No.98CH36174)*, IEEE, 1998. DOI: 10.1109/IGARSS.1998.699533.
- [LMP+08] K. A. Lukin u. a., „Ka-band bistatic ground-based noise waveform SAR for short-range applications“, Englisch, *IET Radar, Sonar Navigation*, Jg. 2, Nr. 4, S. 233–243, Aug. 2008. DOI: 10.1049/iet-rsn:20080017. Adresse: <http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=4607167>.
- [LNN+06] O. Loffeld u. a., „2D-Scaled Inverse Fourier Transformation for Bistatic SAR“, in *6th European Conf. on Synthetic Aperture Radar (EUSAR2006)*, 2006.
- [LNPK03] O. Loffeld, H. Nies, V. Peters und S. Knedlik, „Models and useful relations for bistatic SAR processing“, in *IGARSS 2003. 2003 IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium. Proceedings (IEEE Cat. No.03CH37477)*, IEEE, 21. Juli 2003. DOI: 10.1109/igarss.2003.1294138.
- [LNPK04] O. Loffeld, H. Nies, V. Peters und S. Knedlik, „Models and useful relations for bistatic SAR processing“, *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.*, Jg. 42, Nr. 10, S. 2031–2038, Okt. 2004. DOI: 10.1109/tgrs.2004.835295.
- [Lof04] O. Loffeld, „Bistatic SAR Some Reflections on Rocca’s Smile“, in *5th European Conf. on Synthetic Aperture Radar (EUSAR2004)*, 2004.
- [Lof90a] O. Loffeld, „Doppler Centroid Estimation With Kalman Filters“, in *10th Annual International Symposium on Geoscience and Remote Sensing*, IEEE, 1990. DOI: 10.1109/igarss.1990.688737.
- [Lof90b] O. Loffeld, *Estimationstheorie I*. Oldenbourg Wissenschaftsverlag, Jan. 1990. DOI: <https://doi.org/10.1515/9783486832464>.
- [Luk01] K. A. Lukin, „Noise Radar Technology“, *Telecommunications and Radio Engineering*, Jg. 55, Nr. 12, S. 9, 2001. DOI: 10.1615/telecomradeng.v55.i12.20.
- [Mei15] A. Meister, *Numerik linearer Gleichungssysteme*. Springer Fachmedien Wiesbaden, 2015. DOI: 10.1007/978-3-658-07200-1.
- [NBR+10a] H. Nies, F. Behner, S. Reuter, O. Loffeld und R. Wang, „Polarimetric and interferometric applications in a bistatic hybrid SAR mode using TerraSAR-X“, Englisch, in *IEEE Int. Geoscience and Remote Sensing Symp. (IGARSS)*, 2010, S. 110–113. DOI: 10.1109/IGARSS.2010.5652865. Adresse: <http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=5652865>.

- [NBR+10b] H. Nies, F. Behner, S. Reuter, O. Loffeld und R. Wang, „SAR experiments in a bistatic hybrid configuration for generating PolInSAR data with terrasar-x illumination“, Englisch, in *8th European Conf. on Synthetic Aperture Radar (EUSAR2010)*, 2010. Adresse: <http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=5758898>.
- [ND00] R. M. Narayanan und M. Dawood, „Doppler estimation using a coherent ultrawide-band random noise radar“, *IEEE Trans. Antennas Propag.*, Jg. 48, Nr. 6, S. 868–878, Juni 2000. DOI: 10.1109/8.865218.
- [NFWS14] H. J. Ng, R. Feger, C. Wagner und A. Stelzer, „A fully-integrated 77-GHz radar transceiver using two programmable pseudo-random sequences“, in *2014 11th European Radar Conference*, IEEE, Okt. 2014. DOI: 10.1109/eurad.2014.6991265.
- [Nor43] D. North, „An Analysis of the factors which determine signal/noise discrimination in pulsed-carrier systems“, *Report PPR-6C*, 1943.
- [Nor63] D. O. North, „An Analysis of the factors which determine signal/noise discrimination in pulsed-carrier systems“, *Proceedings of the IEEE*, Jg. 51, Nr. 7, S. 1016–1027, 1963. DOI: 10.1109/proc.1963.2383.
- [OL07] J.-R. Ohm und H. D. Lüke, *Signalübertragung*. Springer Berlin Heidelberg, 2007. DOI: 10.1007/978-3-540-69258-4.
- [PP02] A. Papoulis und S. U. Pillai, *Probability, random variables, and stochastic processes*, 4. Aufl. Boston, Mass.: McGraw-Hill, 2002, ISBN: 0071122567.
- [Ray79] J. W. Strutt, „XXXI. Investigations in optics, with special reference to the spectroscope“, *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, Jg. 8, Nr. 49, S. 261–274, Okt. 1879. DOI: 10.1080/14786447908639684.
- [RB13] S. Reuter und F. Behner. „First light of the HITCHHIKER transmitter system, <http://hitchhiker.zess.uni-siegen.de/2013/04/19/first-light-of-the-hitchhiker-transmitter-system/>“. Englisch. (2013). Adresse: <http://hitchhiker.zess.uni-siegen.de/2013/04/19/first-light-of-the-hitchhiker-transmitter-system/>.
- [RBN+10] S. Reuter, F. Behner, H. Nies, O. Loffeld, D. Matthes und J. Schiller, „Development and experiments of a passive SAR receiver system in a bistatic spaceborne/stationary configuration“, Englisch, in *IEEE Int. Geoscience and Remote Sensing Symp. (IGARSS)*, IEEE, 2010, S. 118–121. DOI: 10.1109/IGARSS.2010.5653797. Adresse: <http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=5653797>.
- [RBNL12] S. Reuter, F. Behner, H. Nies und O. Loffeld, „A noise based transmitter system for the HITCHHIKER project“, Englisch, in *9th European Conf. on Synthetic Aperture Radar (EUSAR2012)*, 2012, S. 235–238. Adresse: <http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=6217034>.

- [RBNL14] S. Reuter, F. Behner, H. Nies und O. Loffeld, „First hitchhiker noise radar imaging experiment“, Englisch, in *10th European Conf. on Synthetic Aperture Radar (EUSAR2014)*, Juni 2014, S. 794–797. Adresse: <https://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?tp=&arnumber=6856915>.
- [RBNL16] S. Reuter, F. Behner, H. Nies und O. Loffeld, „A multi channel antenna setup for trajectory estimation of moving targets for isar imaging using time difference of arrival with the hitchhiker noise radar“, Englisch, in *11th European Conf. on Synthetic Aperture Radar (EUSAR2016)*, Juni 2016. Adresse: <http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=7559233>.
- [RN01] N. J. Redding und G. N. Newsam, „Inverting the Circular Radon Transform“, Techn. Ber., 2001.
- [Sac03] J. Sachs, „M-sequence ultra-wideband-radar: state of development and applications“, in *2003 Proceedings of the International Conference on Radar (IEEE Cat. No.03EX695)*, IEEE, 2003. DOI: 10.1109/radar.2003.1278743.
- [SHL] P. Stoica, H. He und J. Li, „New Algorithms for Designing Unimodular Sequences With Good Correlation Properties“, *IEEE Transactions on Signal Processing*, Jg. 57, Nr. 4, S. 1415–1425, DOI: 10.1109/tsp.2009.2012562.
- [The19] The HDF Group, *HDF5 User’s Guide*, 1. Juni 2019.
- [The20] The HDF Group, *HDF5 File Format Specification Version 3.0*, 1. Feb. 2020. Adresse: <https://support.hdfgroup.org/HDF5/doc/H5.format.html>.
- [TW06] T. Thayaparan und C. Wernik, „Noise Radar Technology Basics“, *Technical Memorandum Defence R&D Canada - Ottawa*, S. 51, Dez. 2006. Adresse: <https://apps.dtic.mil/dtic/tr/fulltext/u2/a462896.pdf>.
- [Vog12] M. Vogt, „Entwurf, Aufbau und Charakterisierung eines Leistungsmesssystems für Radarimpulse“, Diplomarbeit, Universität Siegen, 26. Okt. 2012.
- [Wat47] R. A. Watson-Watt, „Improvements in or relating to wireless systems“, GB593017A, 17. Juli 1947.
- [WEB+10] I. Walterscheid u. a., „Bistatic SAR experiments with PAMIR and TerraSAR-X—setup, processing, and image results“, Englisch, *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.*, Jg. 48, Nr. 8, S. 3268–3279, Aug. 2010. DOI: 10.1109/TGRS.2010.2043952. Adresse: <http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=5444997>.
- [WEK+06] I. Walterscheid, J. H. G. Ender, J. Klare, A. Brenner und O. Loffeld, „Bi-static image processing for a hybrid SAR experiment between TerraSAR-x and PAMIR“, Englisch, in *IEEE Int. Geoscience and Remote Sensing Symp. (IGARSS)*, IEEE, Juli 2006, S. 1934–1937. DOI: 10.1109/igarss.2006.500. Adresse: <http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=4241647>.

- [Wie30] N. Wiener, „Generalized harmonic analysis“, *Acta Mathematica*, Jg. 55, Nr. 0, S. 117–258, 1930. DOI: 10.1007/bf02546511.
- [Wie49] N. Wiener, *Extrapolation, Interpolation, and Smoothing of Stationary Time Series*. The MIT Press, 1949. DOI: <https://doi.org/10.7551/mitpress/2946.001.0001>.
- [Wil54] C. A. Wiley, „Pulsed doppler radar methods and apparatus“, U.S. Patent No. 3,196,436, Filed 13. Aug. 1954. Patented 20. Jul. 1965, 13. Aug. 1954.
- [Wil85] C. A. Wiley, „Synthetic Aperture Radars“, *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.*, Jg. AES-21, Nr. 3, S. 440–443, Mai 1985, ISSN: 0018-9251. DOI: 10.1109/TAES.1985.310578. Adresse: <http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?tp=&arnumber=4104077>.
- [Woo53] P. M. Woodward, *Probability and Information Theory with Applications to Radar*. Pergamon, 1953. DOI: 10.1016/B978-0-08-011006-6.50001-8. Adresse: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/B9780080110066500018>.
- [Woo67] P. M. Woodward, „Radar Ambiguity Analysis“, Royal Radar Establishment, Techn. Ber. RRE TN731, Feb. 1967.
- [WWC+19] C. Wasserzier, P. Wojaczek, D. Cristallini, J. Worms und D. O’Hagan, „Doppler-Spread Clutter Suppression in Single-Channel Noise Radar“, in *2019 International Radar Conference (RADAR)*, IEEE, Sep. 2019. DOI: 10.1109/radar41533.2019.171219.



# Glossar

## Akronyme

**AIS** engl. *Automatic Identification System* ist ein Funksystem, das als verbindlicher Standard von der Internationalen Seeschiffahrts-Organisation (IMO) zur Identifizierung und Lokalisierung von Schiffen festgelegt wurde.. 1, 121, 122

**CAN** engl. *Controller Area Network* ist ein serieller Feldbus. 1, 76, 77, 78

**CFAR** engl. *Constant False Alarm Rate* für Konstante Falschalarmrate. 1, 103

**DDS** direkte digitale Synthese (engl. direct digital synthesis). 1

**DOA** engl. *Direction Of Arrival* für Ankunftsrichtung einer Welle. Bezeichnet die Richtung aus der eine Welle empfangen wurde.. 1, i, ii

**DOM1L** Digitales Oberflächenmodell mit einer mittleren Gitterweite von einem Meter generiert mittels Laserabtastung (LIDAR). 1, 106

**ENR** engl. *Excess Noise Ratio* Überschussrauschverhältnis. 1, 79

**FFT** engl. *Fast Fourier Transform* ist eine schnelle Implementierung einer diskreten Fouriertransformation dessen Komplexität  $O(N \log(N))$  anstatt  $O(N^2)$  ist.. 1, 63

**GMSK** engl. *Gaussian Minimum Shift Keying* entspricht dem diskreten Frequenzmodulationsverfahren MSK mit vorheriger Pulsformung durch ein Gaußfilter.. 1, 121

**GNSS** engl. *Global Navigation Satellite System* Globales satellitengestütztes Navigationssystem.. 1, 122

**GPS** engl. *Global Positioning System* offiziell NAVSTAR GPS ist ein satellitengestütztes globales Navigationssystem (GNSS).. 1, 18, 19, 122

**GPSDO** engl. *GPS Disciplined Oscillator* GPS disziplinierter Oszillator.. 1, 19, 78

**IMO** engl. *International Maritime Organization* für Internationalen Seeschiffahrts Organisation.. 1, 121

- ISAR** engl. *Inverse Synthetic Aperture Radar* für inverses Radar mit synthetischer Apertur. Kohärentes Radar mit hoher Auflösung durch Bildung einer synthetischen Apertur aus der Zielbewegung.. 1, iv, vii, 99, 100, 101, 103, 105, 107, 108, 109, 110, 111, 118, 121
- ITU** engl. *International Telecommunication Union* für Internationale Fernmeldeunion.. 1, 121
- LIDAR** engl. *Laser Detection and Ranging* analog zu Radar.. 1
- LPI** engl. *Low Propability of Intercept* geringe Aufspürwahrscheinlichkeit. 1, 7, 24
- MSK** engl. *Minimum Shift Keying* ist eine diskretes Frequenzmodulationsverfahren, welches im Gegensatz zu FSK (Frequency Shift Keying) einen kontinuierlichen Phasenverlauf erzeugt und dadurch eine geringe Bandbreite benötigt.. 1
- NRZI** engl. *Non Return to Zero Inverted* ist ein Kodierungsverfahren, in dem eine logische 1 zu einem Signalpegelwechsel führt. Bei einer logischen 0 wird der aktuelle Pegel beibehalten.. 1, 121
- SAR** engl. *Synthetic Aperture Radar* für Radar mit synthetischer Apertur. Kohärentes Seitensicht radar mit hoher Auflösung durch Bildung einer synthetischen Apertur aus der Sensorbewegung.. 1, 7, 14, 97
- SAW** Surface Acoustic Wave. 1, 3
- SNR** engl. *Signal to Noise Ratio*. Signal-Rausch-Verhältnis. 1, 7, 11, 34, 35, 46, 51, 52, 56, 61, 64, 105

## Begriffe

- masking effect** bezeichnet die Kreuzkorrelationsprodukte einer Rauschwellenform eines starken Ziels, die ein schwaches Ziel überdeckt. 1, 22, 47, 100
- matched filter** auch Korrelationsfilter, angepasstes Filter oder Optimalfilter genannt. Die *matched filter*-Antwort  $h(t)$  zu einem Signal  $s(t)$  ist gegeben als  $h(t) = s^*(-t)$ , oder äquivalent im Frequenzbereich  $H(f) = S^*(f)$ . 1, v, vi, vii, ix, 6, 7, 12, 33, 34, 35, 36, 38, 39, 40, 41, 44, 46, 47, 48, 49, 51, 55, 60, 63, 65, 66, 67, 70, 166, 72, 73, 94, 95, 96, 97, 98, 100, 101, 104, 105, 126, 127, 128, 129, 132, 134, 135, 137, 138, 141, 142, 144
- Sliding-Spotlight** Auch als gleitender Scheinwerfermodus bezeichnet. Dies ist ein SAR-Modus, bei dem die Antennenkeule während der Aufnahme auf einen festen Punkt unterhalb des Bodens gerichtet ist. Dadurch wird die synthetische Apertur für die Aufnahmedauer vergrößert. Der Antennenfußabdruck gleitet also mit geringerer Geschwindigkeit über den Boden als beim *Stripmap*-Modus, sodass eine hohe Querauflösung erzeugt werden kann. Dies ist ein Kompromiss zwischen *Stripmap*- und *Spotlight*-Modus.. 1, 18

**Spotlight** Auch als Scheinwerfermodus bezeichnet. Dies ist ein SAR-Modus, bei dem die Antennenkeule während der Aufnahme auf einen festen Punkt am Boden gerichtet ist. Dadurch wird die synthetische Apertur für die Aufnahmedauer maximal, sodass eine sehr hohe Querauflösung erzeugt werden kann.. 1, 10

**Stolt-Interpolation** auch Stolt-Mapping bezeichnet, ist eine Interpolation im Frequenzbereich die im  $\omega$ - $k$ -Prozessor Anwendung findet.. 1, 11

**Stripmap** Auch als Streifenmodus bezeichnet. Dies ist ein SAR-Modus, bei dem die Antennenkeule während der Aufnahme nicht geschwenkt wird.. 1, 10

### mathematische Symbole

$\delta$  *Delta-Distribution*  
Stoßfunktion (Diracstoß) oder Einheitsimpulsfunktion  
definiert als:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(x) \cdot f(x) dx = f(0)$$

$d$  *Differential*  
Infinitesimal kleiner Abschnitt einer Funktion oder Variablen.

$E$  *Erwartungswert*  
Erwartungswert einer Zufallsvariablen.

$\text{erf}$  *Fehlerfunktion*

$$\text{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-\tau^2} d\tau.$$

für  $\tau \in \mathbb{C}$

$\mathcal{F}$  *Fouriertransformation*

$$(\mathcal{F} s(t))(f) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t) \cdot e^{-j2\pi ft} dt$$

$\text{Im}$  *Imaginärteil*  
 $\text{Im}(z) = b$  für  $z = a + jb$ .

$\mathcal{F}^{-1}$  *Inverse Fouriertransformation*

$$(\mathcal{F}^{-1}s(t))(f) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t) \cdot e^{j2\pi ft} \, dt$$

si *Kardinalsinus*

In der nicht normierten Form definiert als

$$\text{si}(x) = \frac{\sin(x)}{x}.$$

Re *Realteil*

$\text{Re}(z) = a$  für  $z = a + jb$ .

rect *Rechteckfunktion*

In der normierten Form definiert als:

$$\text{rect}(x) = \begin{cases} 1 & \text{für } |x| \leq \frac{1}{2} \\ 0 & \text{für } |x| > \frac{1}{2}. \end{cases}$$

sgn *Signumfunktion*

Oder auch Vorzeichenfunktion genannt ist definiert als

$$\text{sgn}(x) = \begin{cases} +1 & \text{für } x > 0 \\ 0 & \text{für } x = 0 \\ -1 & \text{für } x < 0. \end{cases}$$

$\sigma$  *Sprungfunktion*

$$\sigma(x) = \begin{cases} 1 & \text{für } x \geq 0 \\ 0 & \text{für } x < 0. \end{cases}$$

$\bar{X}$  *Stichprobenmittel*

Mittelwert einer Stichprobe mit  $N$  Realisationen einer

Zufallsvariablen  $X$  definiert als:  $\bar{X} = \frac{1}{N} \cdot \sum_{n=1}^N X_i$ .

- $V_N$  *Stichprobenvarianz*  
 Varianz einer Stichprobe mit  $N$  Realisationen einer Zufallsvariablen  $X$  definiert als:  $V_N(X) = \frac{1}{N} \cdot \sum_{n=1}^N (X_n - \bar{X})^2$ , mit dem Stichprobenmittel  $\bar{X}$ .
- $\text{Var}$  *Varianz*  
 Varianz einer Zufallsvariablen.

## Konstanten

- $k_b$  *Boltzmannkonstante*  
 $k_b = 1,380\,648\,8 \times 10^{-23} \text{ J/K}$ .
- $e$  *Eulersche Zahl*  
 Basis des natürlichen Logarithmus und der Exponentialfunktion.
- $j$  *imaginäre Einheit*  
 Imaginäre Einheit einer komplexen Zahl.
- $\pi$  *Kreiszahl (PI)*  
 Verhältnis des Umfangs eines Kreises zu seinem Durchmesser.
- $c_0$  *Vakuumlichtgeschwindigkeit*  
 $c_0 = 299\,792\,458 \text{ m/s}$

