

Methode zur Bereitstellung
von maximal möglichen Fahrgeschwindigkeiten
für Kraftfahrzeuge bei vollständigen Routenverläufen

von der Naturwissenschaftlich-Technischen Fakultät (Fakultät IV),

Department Elektrotechnik und Informatik

der Universität Siegen

zur Erlangung des akademischen Grades

Doktor der Ingenieurwissenschaften
(Dr.-Ing.)

genehmigte Dissertation

von

Diplom-Ingenieur

Peter Will

1. Gutachter: Prof. Dr.-Ing. Robert Mayr
2. Gutachter: Prof. Dr.-Ing. Günter Schröder

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Lehrstuhl für Regelungs- und Steuerungstechnik der Universität Siegen.

Mein besonderer Dank gilt Herrn Prof. Dr.-Ing. Robert Mayr für die Anregung zu dieser Arbeit, deren stetige Förderung und kompetente Betreuung sowie für den bei der Bearbeitung dieser Aufgabe mir gegebenen Freiraum. Seine Hinweise und Ratschläge haben entscheidend zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen.

Bei Herrn Prof. Günter Schröder möchte ich mich sehr herzlich bedanken, dass er genügend Zeit für die Übernahme des Korreferats gefunden hat sowie für das der Arbeit entgegengebrachte Interesse.

Herrn Prof. Dr.-Ing. Hubert Roth danke ich für die Leitung sowie für die Durchführung des Promotionsverfahrens.

Für die Bereitstellung der Planungsdaten für ein Teilstück der Landstraße B480 in der Nähe von Bad Berleburg gilt mein Dank Herrn Johannes Müller, Mitarbeiter des Landesbetriebs Straßenbau in Nordrhein-Westfalen („Straßen NRW“).

Den Kollegen am Institut für Regelungs- und Steuerungstechnik der Universität Siegen danke ich recht herzlich für die gute Zusammenarbeit und die vielen fachlichen Diskussionen.

Weiterhin gilt mein Dank den Studenten, die mich im Rahmen ihrer Studien- und Diplomarbeiten sowie im Rahmen ihrer Arbeit als studentische Hilfskräfte mit viel Engagement unterstützt haben.

Siegen, im März 2011.

Peter Will

Inhaltsverzeichnis

	Vorwort.....	I
	Inhaltsverzeichnis	III
	Übersicht über verwendete Formelzeichen	VI
1	Einleitung.....	1
2	Begriffsbestimmung, Einführung und Stand der Technik.....	5
2.1	Definition des Begriffs „Fahrerassistenzsystem“	5
2.2	Fahrzeugführung – eine komplexe Aufgabe.....	6
2.3	Gründe für die Entwicklung von Fahrerassistenzsystemen.....	8
2.4	Rechtliche Rahmenbedingungen für Fahrerassistenzsysteme	11
2.5	Stand der Technik	12
2.5.1	Aktuelle Projekte und derzeitiger Stand der Technik.....	13
2.5.1.1	Projekt LEGAS	14
2.5.1.2	Projekt Euro-FOT	15
2.5.1.3	Forschungsprojekte in Deutschland.....	15
2.5.1.3.1	Forschungsinitiative Aktiv.....	16
2.5.1.3.2	Forschungsprojekt simTD	16
2.5.1.3.3	Forschungsinitiative Ko-FAS	17
2.5.1.3.4	Pilotprojekt „Traffic IQ“	18
2.5.1.3.5	Forschungsprojekts FAMOS	18
2.5.1.4	Forschungsprojekte der Europäischen Union	18
2.5.1.4.1	Forschungsprojekt OVERSEE.....	19
2.5.1.4.2	Forschungsprojekt PRE-DRIVE C2X	19
2.5.2	Stand der Technik beim hier behandelten Fahrerassistenzsystem.....	19
2.5.3	Zielsetzung dieser Arbeit	20
3	Kriterien, Randbedingungen und Beschreibung des Verfahrens.....	22
3.1	Kriterien für Geschwindigkeitsempfehlungen.....	22
3.2	Randbedingungen für Geschwindigkeitsempfehlungen	32
3.3	Darstellung von Geschwindigkeitsverläufen.....	36
3.4	Festlegungen für Krümmung, Steigung und Seitenneigung.....	37
3.5	Verwendetes Fahrzeugmodell	39
3.6	Aufbau eines Geschwindigkeitsprofils	40
3.7	Anwendung des Geschwindigkeitsprofils	42
3.8	Berechnung und Aufbau eines Geschwindigkeitsprofils für eine Kurve	47
3.8.1	Beschreibung der „analytischen Methode“	48
3.8.1.1	Mögliche Verläufe der Haftwertausnutzung	49
3.8.1.2	Berechnung der maximalen Kurvengeschwindigkeit.....	51
3.8.1.3	Herleitung der Gleichungen für die Berechnung des Endpunktes des Bremsweges vor einer Kurve	52
3.8.1.4	Algorithmus zur Bestimmung der korrekten Gleichung für die Berechnung des Endpunktes des Bremsweges vor einer Kurve	56
3.8.1.5	Berechnung des Endpunktes des Beschleunigungsvorgangs vor einer Kurve	58
3.8.1.6	Gleichungen für die Bestimmung der Wegpunkte Auslauf einer Kurve.....	58
3.8.1.7	Festlegung einer Maximalgeschwindigkeit	58
3.8.1.8	Berechnung der Geschwindigkeitsverläufe für die Kurvenein- und ausfahrt	59

3.8.2	Beschreibung der „numerischen Methode“	60
3.8.2.1	Herleitung der für die „numerische Methode“ benötigten Gleichung	62
3.8.2.2	Berechnung der maximalen Kurvengeschwindigkeit	68
3.8.2.3	Anpassung der Verzögerungs- und Beschleunigungswerte an die physikalischen Gegebenheiten der Fahrbahn	70
3.8.2.4	Bestimmung des Endpunktes des Bremsweges vor einer Kurve	70
3.8.2.5	Bestimmung des Endpunktes eines Beschleunigungsvorgangs vor einer Kurve	72
3.8.2.6	Bestimmung der Wegpunkte im Auslauf einer Kurve	75
3.8.2.7	Begrenzung der Geschwindigkeitsverläufe auf eine Maximalgeschwindigkeit	75
3.8.3	Berechnung des Geschwindigkeitsprofils für andere Geometriefolgen	76
3.8.3.1	Scheitelklothoide	76
3.8.3.2	Kurve mit direkt angrenzenden Geraden	77
3.8.3.3	Korklothoide	79
3.8.3.4	Eiklothoide	80
3.9	Aufbau und Berechnung eines Geschwindigkeitsprofils für mehrere Kurven	81
3.9.1	Mehrere Kurven ohne gegenseitige Beeinflussung der Kurvengeschwindigkeiten	81
3.9.2	Mehrere Kurven mit gegenseitiger Beeinflussung der Kurvengeschwindigkeiten .	82
3.9.3	Ermittlung der angepassten Verzögerungs- und Beschleunigungswerte für die numerische Methode	83
3.9.4	Algorithmus zum Aufbau eines Geschwindigkeitsprofils für mehrere Kurven	85
3.10	Berücksichtigung einer Reaktionszeit im Geschwindigkeitsprofil	87
3.11	Vergleich des analytischen Verfahrens mit dem bereits bestehenden Verfahren	89
4	Weiterführende Betrachtungen zu den vorgestellten Verfahren	90
4.1	Untersuchung des analytischen Verfahrens	90
4.2	Vergleich von analytischem und numerischem Verfahren	98
4.3	Eigenschaften und Einschränkungen des numerischen Verfahrens	103
4.3.1	Eigenschaften der Gleichung für die Haftwertausnutzung	106
4.3.2	Praktische Konsequenzen aus den Eigenschaften der Haftwertgleichung	112
4.3.3	Ergebniswerte der Gleichung für das Quadrat der Geschwindigkeit	117
4.3.4	Weitere Eigenschaften der Gleichungen für das Quadrat der Geschwindigkeit ...	123
4.4	Eine Möglichkeit für die Festlegung der Warnstufen für ein Warnsystem	124
5	Anwendungsszenarien für das Geschwindigkeitsprofil und Ausblick	130
5.1	Anwendung des Geschwindigkeitsprofils	130
5.1.1	Aufteilung der Gesamtstrecke in mehrere Streckenabschnitte	131
5.1.2	Berechnung von individuellen Geschwindigkeitsprofilen	133
5.1.3	Überprüfung der gegenseitigen Beeinflussung der Kurvengeschwindigkeiten	133
5.1.4	Bestimmung des Geschwindigkeitsprofils für den gesamten Streckenabschnitt ..	136
5.1.5	Verifizierung des berechneten Geschwindigkeitsprofils	137
5.1.6	Bestimmung des Überschreitungsfaktors zur Warnung des Fahrers	138
5.2	Zusammenwirken mit anderen Fahrerassistenzsystemen	139
5.2.1	Regelungstechnische Struktur des ausgerüsteten Fahrzeugs	139
5.2.2	Umschaltstrategie für die drei Regelungskonzepte	140
5.3	Ausblick auf zukünftige Anwendungsmöglichkeiten	143
6	Zusammenfassung	147
7	Abstract	151

A	Anhang zu Kapitel 2	155
A.1	Projektübersicht für die Forschungsinitiative AKTIV	155
B	Anhang zu Kapitel 3	159
B.1	Herleitung und Plot der Reifenkennlinien für den Antriebsfall.....	159
B.2	Herleitung der Gleichungen für den Startpunkt des Beschleunigungsvorgangs im Auslauf einer Kurve	161
B.3	Algorithmus zur Bestimmung der korrekten Gleichung für die Berechnung des Startpunktes des Beschleunigungsvorgangs im Auslauf einer Kurve.....	165
B.4	Gleichung zur Berechnung des Startpunktes eines Verzögerungsvorgangs im Auslauf einer Kurve	168
B.5	Umstellung von Gleichung 3.86 nach Gleichung 3.87.....	169
B.6	Bestimmung des Startpunktes des Beschleunigungsvorgangs im Auslauf einer Kurve	171
B.7	Bestimmung des Startpunktes des Verzögerungsvorgangs im Auslauf einer Kurve	173
B.8	Vergleich des analytischen Verfahrens mit dem bereits bestehenden Verfahren..	176
C	Anhang zu Kapitel 4	183
C.1	Ergänzungen zur Untersuchung des analytischen Verfahrens.....	183
C.2	Kurvendiskussion des Nenners von Gleichung 3.85	187
C.3	Praktische Konsequenzen aus den Eigenschaften der Haftwertgleichung, Fortsetzung	193
C.4	Ergebniswerte der Gleichung für das Quadrat der Geschwindigkeit, Fortsetzung	197
C.5	Abschätzung des Verhaltens von Gleichung 3.87	201
	Literatur- und Quellenverzeichnis	204

Übersicht über verwendete Formelzeichen

Die folgende, in acht Teile aufgeteilte Tabelle listet die in der vorliegenden Arbeit verwendeten Formelzeichen auf. Die ersten beiden Teile der Tabelle enthalten eine eher unspezifische Auflistung, sofern die Werte mehr als einmal verwendet wurden. In den Teilen drei bis acht sind vorwiegend spezifische Werte aufgelistet.

Formelzeichen	Einheit	Beschreibung
α	<i>rad</i>	Winkel. Kontext: Reifenmodell, Längs- und Querneigung der Fahrbahn.
α	—	Abkürzung: $\alpha = s^2/2 A^2$. Kontext: Koordinatenpunkte einer Klothoide.
κ, χ	$\frac{1}{m}$	Krümmung der Fahrbahn, reziproker Wert des Radius R . Verwendung von χ in [4].
λ	—	Schlupf.
μ	—	Kraftschlussbeiwert, Kraftschlusskoeffizient, Haftwertausnutzung oder Haftwertnutzung.
ω	$\frac{1}{s}$	Winkelgeschwindigkeit. Kontext: Reifenmodell.
A	<i>m</i>	Klothoidenparameter.
C_1, C_2, C_3, C_4	$-, -, -, \frac{s}{m}$	Konstanten des Reifenmodells von Burckhardt [31] vorge- stellten Reifenmodells.
F	<i>Nm</i>	Kraft.
L_{Kloth}	<i>m</i>	Bogenlänge einer Klothoide.
R	<i>m</i>	Radius, reziproker Wert der Krümmung κ .
a, b	—	Konstante Gewichtungsfaktoren der Ellipsenfunktion.

Tabelle I: Übersicht über verwendete Formelzeichen, Teil 1.

Formelzeichen	Einheit	Beschreibung
a, \ddot{x}	$\frac{m}{s^2}$	Beschleunigungswert, Kontext: Darstellung von Geschwindigkeitsverläufen.
g	$\frac{m}{s^2}$	Gravitationsbeschleunigung an der Erdoberfläche. Im Regelfall wird für diesen Wert $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ angesetzt.
k	—	Zählvariable bei Summen. Kontext: Berechnung der Koordinatenpunkte einer Klothoide.
k_x, k_y	—	Konstante Gewichtungsfaktoren der in Längs- (x) und Querrichtung (y) des Fahrzeugs wirkenden Kräfte bzw. Beschleunigungen. Kontext: Fahrzeugmodell.
k_μ	—	Überschreitungs faktor, der das Maximum des Haftwertverlaufs während des Verzögerungsvorgangs in Relation zu einem konstanten Bezugswert angibt. Kontext: Warnsystem. Anmerkung: Dieser Faktor wird als Funktion des Wegversatzes Δs_2 angegeben.
m	—	Steigung einer Geraden im kartesischen Koordinatensystem. Kontext: Darstellung von Geschwindigkeitsverläufen.
m	kg	Masse des Fahrzeugs. Kontext: Fahrzeugmodell.
p, q	$\frac{m}{s^2}, \frac{m^2}{s^4}$	Komponenten der Gleichung für das Quadrat der Fahrzeuggeschwindigkeit. Benennung in Anlehnung an die „p-q-Formel“ zur Lösung quadratischer Gleichungen.
r_{dyn}	m	Dynamischer Reifenhalmmesser.
$s,$ $\Delta s, \Delta$	m	Position bzw. Wegpunkt, Abstand bzw. Wegversatz.
t	s	Zeit in Sekunden.
$v,$ Δv	$\frac{m}{s}$	Geschwindigkeit, Geschwindigkeitsdifferenz.
$x, y, z,$ x_0, y_0, z_0	fallabhängig	Bezeichnung von Koordinatenachsen, Funktionswerte innerhalb eines kartesischen Koordinatensystems.

Tabelle I: Übersicht über verwendete Formelzeichen, Teil 2.

Formelzeichen	Einheit	Beschreibung
α_ℓ, α_q	<i>rad</i>	Längs- und Querneigung der Fahrbahn.
$\alpha_{\ell,1}, \alpha_{\ell,2}$	<i>rad</i>	Vorgegebene, konstante Längsneigungswinkel für die Fahrbahn.
$\alpha_{\ell,\mu,min}, \alpha_{q,\mu,min},$ $\alpha_{\ell,max}, \alpha_{q,max}$	<i>rad</i>	Längs- und Querneigungswinkel, bei denen sich ein Minimum der Haftwertnutzung, Gleichung 3.85, ergibt. Längs- und Querneigungswinkel, bei denen sich ein Maximum der Nennerfunktion der Haftwertnutzung ergibt.
$\alpha_{q,null,1}, \dots, \alpha_{q,null,4}$	<i>rad</i>	Lineare Funktionsverläufe, die die Funktion f_{gz} zu null werden lassen. Kontext: Eigenschaften von Gleichung 3.85.
$K_{Kurve},$ $K_{I,II}, K_{III,IV}$	$\frac{1}{m}$	Fahrbahnkrümmung in einer Kurve (Kreisbogen), Fahrbahnkrümmung zwischen den Wegpunkten s_I und s_{II} beziehungsweise den Wegpunkten s_{III} und s_{IV} .
$\lambda_A, \lambda_{x,A}, \lambda_{y,A}, \lambda_{res,A}$	—	Antriebsschlupf, Komponenten des Antriebsschlupfs in x- und y-Richtung des Reifenkoordinatensystems sowie resultierender Antriebsschlupf.
$\lambda_B, \lambda_{x,B}, \lambda_{y,B}, \lambda_{res,B}$	—	Bremsschlupf, Komponenten des Bremsschlupfs in x- und y-Richtung des Reifenkoordinatensystems sowie resultierender Bremsschlupf.
μ_{accel}, μ_{decel}	—	Haftwertnutzung, die durch einen Beschleunigungs- oder Verzögerungsvorgang hervorgerufen wird.
μ_{gleit}	—	Haftwertnutzung bei einem auf der Fahrbahn gleitendem Reifen.
$\mu_{lim},$ $\mu_{lim,1}, \mu_{lim,2},$ μ_{max}	—	Limit der Haftwertnutzung, Vorgabewerte für das Limit der Haftwertnutzung, Maximum der Haftwertnutzung.
$\mu_{res}, \mu_{res,A}, \mu_{res,B},$ $\Delta \mu_{res}$	—	Resultierender Kraftschlussbeiwert / resultierende Haftwertnutzung: Allgemein, Antriebs- und Bremsfall, Differenz zweier Werte der resultierenden Haftwertnutzung.
$\mu_x, \mu_{x,A},$ $\mu_{x,B}, \mu_{x,B,max}$	—	Längskomponente der resultierenden Haftwertausnutzung. Allgemein, für den Antriebsfall und für den Bremsfall, Maximalwert bei Geradeausbremsung.
$\mu_y, \mu_{y,A}, \mu_{y,B}$	—	Längs- und Querkomponente der resultierenden Haftwertausnutzung. Allgemein, für den Antriebsfall und für den Bremsfall.

Tabelle I: Übersicht über verwendete Formelzeichen, Teil 3.

Formelzeichen	Einheit	Beschreibung
$A_{I,II}, A_{III,IV}$	m	Klothoidenparameter für die Beschreibung des Krümmungsverlaufs zwischen den Wegpunkten s_I und s_{II} beziehungsweise den Wegpunkten s_{III} und s_{IV} in einer Verbundkurve.
$F_{res}, F_{lim}, F_{max}$	Nm	Resultierende Kraft, Kraftlimit, Maximalkraft. Kontext: Reifenmodell, Fahrzeugmodell.
$F_x, F_y, F_z,$ F_N	Nm	Kraft in x-, y- und z-Richtung des Fahrzeugfesten Koordinatensystems, Normalkraft, Kontext: Reifenmodell, Fahrzeugmodell.
$F_g,$ F_{gx}, F_{gy}, F_{gz}	Nm	Gewichtskraft, Komponenten der Gewichtskraft in x-, y- und z-Richtung des Fahrzeugfesten Koordinatensystems.
$F_{x,res}$	Nm	Beschleunigend auf ein Fahrzeug wirkende Kraft.
$F_{zf},$ $F_{zfx}, F_{zfy}, F_{z fz}$	Nm	Zentrifugalkraft, Komponenten der Zentrifugalkraft in x-, y- und z-Richtung des Fahrzeugfesten Koordinatensystems.
$N(\mu_{res}),$ $Nenner(\mu_{res})$	$\frac{m}{s^2}$	Nenner der Funktion für die resultierende Haftwertnutzung, Gleichung 3.85.
R_{Kurve}	m	Radius einer Kurve.
a_0	$\frac{m}{s^2}$	Konstanter Beschleunigungswert, Kontext: Darstellung von Geschwindigkeitsverläufen.
$a_{accel},$ $a_{accel,adj}$	$\frac{m}{s^2}$	Konstanter Wert für die Beschleunigung eines Fahrzeugs, Index „ <i>accel</i> “ von acceleration, dt.: Beschleunigung. An die physikalischen Gegebenheiten der Fahrbahn angepasster, konstanter Wert für die Beschleunigung eines Fahrzeugs, zusätzlicher Index „ <i>adj</i> “ von adjust, dt.: angepasst.
$a_{decel},$ $a_{decel,adj}, a_{br,cmf}$	$\frac{m}{s^2}$	Konstanter Wert für die Verzögerung eines Fahrzeugs, Index „ <i>decel</i> “ von deceleration, dt.: Verzögerung. An die physikalischen Gegebenheiten der Fahrbahn angepasster, konstanter Wert für die Verzögerung eines Fahrzeugs, zusätzlicher Index „ <i>adj</i> “ von adjust, dt.: angepasst. Verwendung von $a_{br,cmf}$ in [4].
$a_g = g$ a_{gx}, a_{gy}, a_{gz}	$\frac{m}{s^2}$	Gravitationsbeschleunigung an der Erdoberfläche, Komponenten der Gravitationsbeschleunigung an der Erdoberfläche in x-, y- und z-Richtung des Fahrzeugfesten Koordinatensystems.
a_{lim}	$\frac{m}{s^2}$	Limit für die resultierende, in horizontaler Richtung auf das Fahrzeug wirkende Gesamtbeschleunigung (ebener Fall). Kontext: Vergleich der Verfahren.

Tabelle I: Übersicht über verwendete Formelzeichen, Teil 4.

Formelzeichen	Einheit	Beschreibung
a_{res}	$\frac{m}{s^2}$	Resultierende, in horizontaler Richtung auf das Fahrzeug wirkende Gesamtschleunigung (ebener Fall). Kontext: Vergleich der Verfahren.
a_x, a_y, a_z	$\frac{m}{s^2}$	Beschleunigung in x-, y- und z-Richtung des Fahrzeugfesten Koordinatensystems. Kontext: Fahrzeugmodell.
$a_{x, res, \mu, min}$	$\frac{m}{s^2}$	Resultierende Längsbeschleunigung, für die sich ein Minimum der Haftwertnutzung ergibt.
$a_{y, I, 2}, a_{y, 3, IV}$	$\frac{m}{s^2}$	Beschleunigung in y-Richtung des Fahrzeugfesten Koordinatensystems zwischen den Wegpunkten s_I und s_2 beziehungsweise zwischen den Wegpunkten s_3 und s_{IV} .
$a_{x, res} = \ddot{x}$	$\frac{m}{s^2}$	Beschleunigung eines Fahrzeugs.
a_{zf} $a_{zfx}, a_{zfy}, a_{z fz}$	$\frac{m}{s^2}$	Zentrifugalbeschleunigung, Komponenten der Zentrifugalbeschleunigung in x-, y- und z-Richtung des Fahrzeugfesten Koordinatensystems.
f_{gz}	—	Funktion zur Berechnung des Anteils der Gravitationsbeschleunigung, die in z-Richtung des fahrzeugfesten Koordinatensystems wirkt.
Δs	m	Konstanter Wegversatz zur Berücksichtigung einer Reaktionszeit.
Δs_2	m	Wegversatz des Endpunktes des Bremsweges (s_2). Der Überschreitungsfaktor k_μ wird als Funktion des Wegversatzes Δs_2 angegeben.
$s_I, s_{II}, s_{III}, s_{IV}, s_{I+},$ $s_{II-}, s_{I+II-}, s_{II/III},$ $s_{römische Zahl}$	m	Übergangspunkt zwischen Geometrielementen.
s_0	m	Konstante Position. Kontext: Darstellung von Geschwindigkeitsverläufen.
s_1, s_2, s_3, s_4 $s_{Dezimalzahl}$	m	Wegpunkte innerhalb eines Geschwindigkeitsprofils.

Tabelle I: Übersicht über verwendete Formelzeichen, Teil 5.

Formelzeichen	Einheit	Beschreibung
$s_{1(2)}, s_{2(1)}, s_{3(1)}, s_{4(2)}$ $s_{\text{Dezimalzahl}} \text{ (Dezimalzahl)}$	m	Bezeichnung der Wegpunkte innerhalb mehrerer aufeinanderfolgender Geschwindigkeitsprofile. Als Bezeichnungsschema wird verwendet: $s_{\text{Nummer des Wegpunktes (Nummer der Kurve)}}$
$\tilde{s}_{1(2)}, \tilde{s}_{4(2)}$ $\tilde{s}_{\text{Dezimalzahl}} \text{ (Dezimalzahl)}$	m	Bezeichnung der Wegpunkte innerhalb mehrerer aufeinanderfolgender Geschwindigkeitsprofile, für die sich aufgrund der gegenseitigen Beeinflussung neue Positionen ergaben. Als Bezeichnungsschema wird verwendet: $\tilde{s}_{\text{Nummer des Wegpunktes (Nummer der Kurve)}}$
s_{ist}	m	Aktuelle Position des ausgerüsteten Fahrzeugs.
$s_{2, \text{Rand}}, s_{2, \text{global}},$ $s_{3, \text{Rand}}, s_{3, \text{global}}$	m	Endpunkt des Bremsweges (s_2) bei einem Haftwertverlauf mit Rand- oder globalem Maximum, Startpunkt des Beschleunigungsvorgang (s_3) bei einem Haftwertverlauf mit Rand- oder globalem Maximum.
$s_{\text{max}},$ $s_{\text{max, Rand}}, s_{\text{max, global}}$	m	Position des globalen Maximums, dass sich aus der Auswahl des zum analytischen Verfahren gehörenden Algorithmus ergibt. Dieser Wert ist entweder identisch zur Position des globalen Maximums, das zu einem Haftwertverlauf mit Rand- beziehungsweise globalem Maximum gehört.
$s_{\text{max, 1}}, s_{\text{max, 2}}, s_{\text{max, 3}},$ $s_{\text{max, 4}}, s_{\text{max, 5}}, s_{\text{max, 6}},$ $s_{\text{max, Dezimalzahl}}$	m	Positionen potenzieller Maxima des Verlaufs der Haftwertnutzung.
t_1, t_2	s	Konstante Zeitpunkte, Zwischengrößen bei der Herleitung für die Darstellung von Geschwindigkeitsverläufen. Kontext: Darstellung von Geschwindigkeitsverläufen.
t_2	s	Zeitpunkt, an dem der Bremsvorgang beendet wird. Kontext: Vergleich der Verfahren.
$t_{\text{minmax1}}, \dots, t_{\text{minmax7}}$	s	Potenzielle Minima und Maxima der Gesamtbeschleunigung. Kontext: Vergleich der Verfahren.
t_{Reaktion}	s	Reaktionszeit des Fahrers bei einem Warnsystem oder Anpassungszeit bei einem automatischen Regelsystem.

Tabelle I: Übersicht über verwendete Formelzeichen, Teil 6.

Formelzeichen	Einheit	Beschreibung
$v_{\mu, min}$	$\frac{m}{s}$	Geschwindigkeit, für die sich ein Minimum der Haftwertnutzung ergibt, falls die Fahrbahnkrümmung und die Querneigung der Fahrbahn gleiche Vorzeichen aufweisen.
v_0	$\frac{m}{s}$	Konstanter Geschwindigkeitswert. Kontext: Darstellung von Geschwindigkeitsverläufen.
$v_{0, cl}$	$\frac{m}{s}$	Geschwindigkeit, mit der das Fahrzeug in die Klothoide im Eingangsbereich der Kurve einfährt. Kontext: Vergleich der Verfahren.
$v_{I, 2}, v_{3, IV}$	$\frac{m}{s}$	Geschwindigkeitsverlauf zwischen den Wegpunkten s_I und s_2 beziehungsweise s_3 und s_{IV} .
$v_{2, accel}, v_{2, accel, adj},$ $v_{2, accel, adj, mod}$ $v_{2, decel}, v_{2, decel, adj}$	$\frac{m}{s}$	Geschwindigkeitsverläufe zur Bestimmung des Wegpunktes s_2 als Endpunkt eines Beschleunigungsvorgangs oder eines Verzögerungsvorgangs.
$v_{3, accel}, v_{3, accel, adj},$ $v_{3, decel}, v_{3, decel, adj},$ $v_{3, decel, adj, mod}$	$\frac{m}{s}$	Geschwindigkeitsverläufe zur Bestimmung des Wegpunktes s_3 als Startpunkt eines Beschleunigungsvorgangs oder eines Verzögerungsvorgangs.
v_{Profil}	$\frac{m}{s}$	Geschwindigkeitsvorgabe gemäß Geschwindigkeitsprofil. Kontext: Zusammenwirken des Systems für Geschwindigkeitsempfehlungen mit anderen Fahrerassistenzsystemen.
v_R	$\frac{m}{s}$	Radumfangsgeschwindigkeit.
v_{Wunsch}	$\frac{m}{s}$	Wunschgeschwindigkeit für das ausgerüstete Fahrzeug. Kontext: Zusammenwirken des Systems für Geschwindigkeitsempfehlungen mit anderen Fahrerassistenzsystemen.
v_{ist}	$\frac{m}{s}$	Geschwindigkeit des eigenen (ausgerüsteten) Fahrzeugs. Kontext: Zusammenwirken des Systems für Geschwindigkeitsempfehlungen mit anderen Fahrerassistenzsystemen.
v_{lim}	$\frac{m}{s}$	Das Haftwertlimit beschreibender Geschwindigkeitsverlauf.
$v_{lim, v=const},$ $v_{lim, decel}, v_{lim, decel, adj},$ $v_{lim, accel}, v_{lim, accel, adj}$	$\frac{m}{s}$	Das Haftwertlimit beschreibender Geschwindigkeitsverlauf für konstante Geschwindigkeit, Verzögerungsvorgänge und Beschleunigungsvorgänge.

Tabelle I: Übersicht über verwendete Formelzeichen, Teil 7.

Formelzeichen	Einheit	Beschreibung
v_{max}	$\frac{m}{s}$	Maximalgeschwindigkeit im Geschwindigkeitsprofil.
$v_{max, Kurve}$	$\frac{m}{s}$	Maximale empfohlene Kurvengeschwindigkeit.
$v_{max, Kurve(1)} > v_{max, Kurve(2)}$ $v_{max, Kurve(Dezimalzahl)}$	$\frac{m}{s}$	Maximale Kurvengeschwindigkeit innerhalb mehrerer aufeinanderfolgender Geschwindigkeitsprofile. Als Bezeichnungsschema wird verwendet: $v_{max, Kurve}$ (Nummer der Kurve) ·
$\tilde{v}_{max, Kurve(1)} > \tilde{v}_{max, Kurve(2)}$ $\tilde{v}_{max, Kurve(Dezimalzahl)}$	$\frac{m}{s}$	Maximale Kurvengeschwindigkeit innerhalb mehrerer aufeinanderfolgender Geschwindigkeitsprofile, deren Geschwindigkeit aufgrund der gegenseitigen Beeinflussung reduziert wurde. Als Bezeichnungsschema wird verwendet: $\tilde{v}_{max, Kurve}$ (Nummer der Kurve) ·
v_{soll}	$\frac{m}{s}$	Geschwindigkeitsvorgabe gemäß Geschwindigkeitsprofil ohne Berücksichtigung einer Reaktionszeit.
$v_{soll, Reaktion}$	$\frac{m}{s}$	Geschwindigkeitsvorgabe gemäß Geschwindigkeitsprofil mit Berücksichtigung einer Reaktionszeit.
v_{res} $\Delta v_{x, A} > \Delta v_{y, A}$ $\Delta v_{x, B} > \Delta v_{y, B}$	$\frac{m}{s}$	Resultierende Geschwindigkeit, Komponenten der resultierenden Geschwindigkeit in x- und y-Richtung des Reifenkoordinatensystems für den Antriebs- und den Bremsfall.
v_{vor}	$\frac{m}{s}$	Geschwindigkeit des vorausfahrenden Fahrzeugs. Kontext: Zusammenwirken des Systems für Geschwindigkeitsempfehlungen mit anderen Fahrerassistenzsystemen.

Tabelle I: Übersicht über verwendete Formelzeichen, Teil 8.

1 Einleitung

Eine gute Verkehrsinfrastruktur verbessert die Möglichkeit von Firmen und Institutionen innerhalb eines Landes selbst und mit Firmen und Institutionen in umliegenden oder entfernten Ländern Handelsbeziehungen einzugehen und diese zu pflegen. Damit leistet eine gute Infrastruktur einen wesentlichen Beitrag zum Wohlstand eines Landes. Handel ist mit dem Transport von Gütern oder bei Dienstleistungen, die vor Ort erbracht werden müssen, mit Personentransport verbunden. Durch die zentrale Lage Deutschlands innerhalb Europas werden die deutschen Verkehrswege sowohl für den innerdeutschen Handel, den Handel zwischen Deutschland und dem Ausland als auch für den Handel zwischen benachbarten Ländern genutzt. Sowohl für den Personentransport als auch für den Gütertransport haben sich Kraftfahrzeuge als besonders flexibel erwiesen, da das Straßennetz innerhalb Deutschlands sehr gut ausgebaut ist, Abfahrts- und Zielort einer Fahrt beliebig festgelegt werden können und eine Fahrt zu einem beliebigen Zeitpunkt stattfinden kann. Aufgrund dieser Flexibilität von Kraftfahrzeugen als Transportmittel sind sowohl der Bestand an Kraftfahrzeugen als auch die Beförderungsleistung im Straßengüterverkehr in den letzten Jahren angestiegen [3]. Die Statistik der Verkehrsunfälle, die eine negative Folge des Straßenverkehrs sind, zeigt erfreulicherweise eine gegenläufige Tendenz auf. So ist die Anzahl der Verkehrsunfälle in etwa gleichbleibend, die Anzahl der verletzten oder getöteten Personen aber eindeutig rückläufig [3]. Betrachtet man die Ursachen für Verkehrsunfälle genauer, so ist überhöhte Geschwindigkeit mit eine der häufigsten Ursachen.

Bereits in der Vergangenheit wurde eine Vielzahl von Forschungsvorhaben initiiert, deren Ziel es war, das Verkehrsgeschehen positiv zu beeinflussen. Dabei zeichneten sich im Kontext der Problematik überhöhter Geschwindigkeiten diverse Szenarien ab, die den Fahrer zur Einhaltung einer an die jeweilige Situation angepassten und damit sicherheitsorientierten Geschwindigkeit bewegen sollten. In allen Fällen musste der Fahrer zur Vermeidung von Unfällen gewarnt werden, um einer bevorstehenden Gefahr frühzeitig begegnen zu können. In aktuellen Forschungsprojekten wird hierfür an Kommunikationssystemen zwischen Fahrzeugen und zwischen Fahrzeugen und Infrastrukturkomponenten gearbeitet. Solche Kommunikationssysteme sehen unter anderem insbesondere den Austausch von Sensordaten hinsichtlich der im Fahrzeug selbst vorliegenden dynamischen Verhältnisse als auch in Hinsicht auf die Umwelt vor. Werden zwischen den Fahrzeugen Daten wie beispielsweise die Position, Fahrtrichtung und Geschwindigkeit untereinander ausgetauscht, so sind einem Fahrzeug auch die Positionen anderer, sich in der unmittelbaren Umgebung befindender Fahrzeuge bekannt. Werden dem Fahrer diese Daten innerhalb einer Karte angezeigt, so kann er sich auf die aktuelle Verkehrssituation einstellen, auch wenn die Sicht auf andere aktiv am Verkehr teilnehmende Fahrzeuge eventuell wegen abgestellter Fahrzeuge oder anderer Hindernisse versperrt ist. Die Sensorinformationen des eigenen Fahrzeugs werden so durch die Informationen anderer, sich in der Nähe befindender Fahrzeuge und infrastruktureller Systeme ergänzt und eröffnen damit neue Anwendungsmöglichkeiten für die insgesamt vorliegenden Informationen. In dem in Kapitel 2.5.1.3.3 beschriebenen Verbundprojekt Ko-TAG innerhalb der Forschungsinitiative Ko-FAS wird an einer Erweiterung dieses Konzepts auf andere Verkehrsteilnehmer wie Fußgänger und Radfahrer gearbeitet, so dass im Fahrzeug eine noch bessere Risikobewertung der aktuellen Verkehrssituation stattfinden kann.

Um einen Beitrag zur Verbesserung der Situation bei Unfällen, die durch überhöhte Geschwindigkeit verursacht werden, zu leisten, wird mit der vorliegenden Arbeit ein neues Verfahren zur Berechnung von Geschwindigkeitsempfehlungen vorgestellt, das dem Fahrer dahingehend Unterstützung bietet, die Geschwindigkeit seines Fahrzeugs vorausschauend an die Gegebenheiten der vor ihm liegenden Strecke anzupassen. Hält sich der Fahrer an diese Geschwindigkeitsempfehlungen, so können auch aus der Ferne schlecht einsehbare Kurven oder mehrere, hintereinanderliegende Kurven sicher durchfahren werden. Der Kombination des hier beschriebenen Verfahrens mit einem Kommunikationssystem zwischen Fahrzeugen beziehungsweise zwischen Fahrzeugen und Komponenten der Infrastruktur sowie den sich daraus ergebenden zusätzlichen Optionen ist ebenfalls Raum gewidmet.

Da sich die vorliegende Arbeit im Themenbereich der Fahrerassistenzsysteme bewegt, beginnt Kapitel 2 zunächst mit einer Begriffsdefinition. Im Anschluss daran wird der zum Themenbereich der Fahrerassistenzsysteme gehörende Kontext beschrieben, welcher die Tätigkeit der Fahrzeugführung selbst, die Gründe für die Entwicklung von Fahrerassistenzsystemen sowie die rechtlichen Rahmenbedingungen, die bei der Entwicklung von Fahrerassistenzsystemen berücksichtigt werden müssen, beinhaltet. Die anfangs der Einleitung getroffene Aussage, dass überhöhte Geschwindigkeit eine der häufigsten Ursachen für Verkehrsunfälle ist, wird im Unterkapitel „Gründe für die Entwicklung von Fahrerassistenzsystemen“ durch eine Statistik belegt. In der zweiten Hälfte des Kapitels wird der Stand der Technik sowohl im Allgemeinen als auch bei einem an der Universität Siegen früher entwickelten Fahrerassistenzsystem vorgestellt, wobei Letzteres der vorliegenden Arbeit als Basis diene. Die Formulierung der Zielsetzung für diese Arbeit schließt Kapitel 2 ab.

In Kapitel 3 werden zunächst die Kriterien und Randbedingungen für das neu vorgestellte Verfahren behandelt. Auf Grundlage der Kriterien und Randbedingungen werden zwei Methoden ausgearbeitet, die für die Berechnung von Geschwindigkeitsempfehlungen für eine einzelne Kurve verwendet werden können. Bei der ersten der ausgearbeiteten Methoden wird davon ausgegangen, dass sich die betrachtete Straße in der Ebene befindet und die Fahrbahn aus diesem Grund keine Längs- und Querneigungen aufweist. Da sich bei dieser Methode alle Größen zur Berechnung der Geschwindigkeitsempfehlungen aus analytischen Gleichungen ergeben, wird diese Methode in der Arbeit auch als „analytische Methode“ bezeichnet. Für die Ausarbeitung der zweiten Methode werden Längs- und Querneigungen der Fahrbahn zugelassen und die vorgesehenen Verzögerungs- und Beschleunigungswerte, auf denen die Geschwindigkeitsempfehlungen basieren, an die Gegebenheiten der Fahrbahn angepasst. Da sich die wesentlichen Größen zur Berechnung der Geschwindigkeitsempfehlungen aus einem numerischen Suchverfahren ergeben, wird diese Methode als „numerische Methode“ bezeichnet. Auf Basis dieser beiden Methoden zur Berechnung von Geschwindigkeitsempfehlungen für eine Kurve wird wiederum ein weiteres übergeordnetes Verfahren vorgestellt, das die Berechnung von Geschwindigkeitsempfehlungen für mehrere, aufeinander folgende Kurven ermöglicht.

In Kapitel 4 werden die im dritten Kapitel beschriebenen Methoden eingehender untersucht. Für die analytische Methode wird anhand von Simulationen gezeigt, dass die in Kapitel 3 hergeleiteten Gleichungen und Algorithmen in der dort beschriebenen Art und Weise zu den gewünschten Ergebnissen führen. Für das numerische Verfahren wird das Verhalten der hergeleiteten Gleichungen anhand mehrerer typischer Beispiele aufgezeigt. Aus dem Verhalten der den Gleichungen zugrunde liegenden dynamischen Verhältnisse werden dann wichtige Hinweise für die praktische Anwendung abgeleitet. Die Beschreibung einer praktischen Vorgehensweise, anhand derer der Fahrer bei überhöhter Geschwindigkeit gewarnt werden kann, schließt das Kapitel ab.

Anwendungsorientierte Aspekte des Verfahrens für Geschwindigkeitsempfehlungen werden in ihrer Gesamtheit in Kapitel 5 behandelt. Der erste Teil skizziert ein Szenario, in dem die Geschwindigkeitsempfehlungen beispielhaft für einen Streckenabschnitt einer Landstraße mit mehreren, aufeinander folgenden Kurven berechnet werden. Der zweite Teil von Kapitel 5 beschreibt, wie das System für Geschwindigkeitsempfehlungen mit anderen Fahrerassistenzsystemen wie einer automatischen Abstandsregelung (ACC) und einem Tempomaten in einem automatisch geführten Fahrzeug zum Einsatz kommen könnte. Der dritte Teil beschreibt ein zukünftiges Anwendungsszenario, das sich durch die Kombination des Systems für Geschwindigkeitsempfehlungen und Fahrzeug-zu-Fahrzeug-Kommunikation beziehungsweise Fahrzeug-zu-Infrastruktur-Kommunikation eröffnen würde.

In Kapitel 6 wird eine ausführliche inhaltliche Zusammenfassung der Arbeit formuliert. In Kapitel 7 ist diese inhaltliche Zusammenfassung in englischer Sprache abgefasst zu finden.

Da, wie bereits erwähnt, die vorliegende Arbeit auf einem bestehenden System aufbaut, werden die prinzipiellen Gemeinsamkeiten und Unterschiede beider Systeme im Folgenden aufgezeigt. Eine ausführlichere Betrachtung der sich durch das neue Verfahren ergebenden Vorteile ist in der Zusammenfassung in Kapitel 6 zu finden.

Damit das Fahrerassistenzsystem die Geschwindigkeitsempfehlungen berechnen kann, müssen entsprechende Informationen hinsichtlich des Straßenverlaufs bekannt sein. Als Datenbasis wurden in dem an der Uni Siegen bereits bestehenden System die Planungsdaten der Straße verwendet ([4], [42]). Solche Planungsdaten werden auch in dieser Arbeit als Datenbasis für das Verfahren herangezogen. Zur Beurteilung, ob die Geschwindigkeit in der aktuellen Fahrsituation überhöht ist oder nicht, müssen die Position, Fahrtrichtung und die Fahrzeuggeschwindigkeit bekannt sein. Position und Geschwindigkeit wurden im bereits bestehenden System mit Hilfe eines Satellitennavigationssystems bestimmt und erfuhren eine Aufbereitung mit Hilfe von Telemetriedaten ([4], [42]). Dieser Ansatz findet dahin gehend Eingang in die hier vorgestellten Neuentwicklungen, dass bereits vorab ortsabhängige Grenzbereiche für die Geschwindigkeit berechnet werden und die entsprechenden Datensätze als Zusatzinformationen an die Planungsdaten angefügt werden.

Bei dem an der Universität Siegen bereits bestehenden Verfahren werden die Geschwindigkeitsempfehlungen in dem Moment berechnet, in dem sie für die Warnung des Fahrers benötigt werden. Während der Einfahrt in eine Kurve misst das System permanent Position und Geschwindigkeit, führt auf Basis dieser Daten eine Prognoserechnung durch und berechnet so die Geschwindigkeitsempfehlung für die aktuelle Fahrsituation. Liegt die aktuelle Fahrzeuggeschwindigkeit oberhalb der Geschwindigkeitsempfehlung, wird der Fahrer entsprechend gewarnt. Im Gegensatz hierzu werden, wie bereits angedeutet, bei dem in der vorliegenden Arbeit beschriebenen Verfahren die Geschwindigkeitsempfehlungen vorab, also beispielsweise bereits vor der Fahrt, ermittelt. Durch die Verwendung von Vorabberechnungen eröffnet sich die Möglichkeit, sowohl mehrere hintereinanderliegende Kurven, Fahrbahnen mit Längs- und Querneigungen, unterschiedliche Gewichtungen von Längs- und Querkräften als auch unterschiedliche Fahrbahnbeschaffenheiten zu berücksichtigen. Da die Geschwindigkeitsempfehlungen damit während der Fahrt bereits vorliegen, muss nach der Bestimmung von Position und Geschwindigkeit des Fahrzeugs nur noch ein Vergleich der aktuellen Fahrzeuggeschwindigkeit mit der jeweils entsprechenden Geschwindigkeitsempfehlung vorgenommen werden. Überschreitet die aktuelle Fahrzeuggeschwindigkeit die Empfehlung, wird der Fahrer anhand eines ebenfalls im Vorfeld berechneten Faktors, der das Gefährdungspotenzial für die aktuelle Fahrsituation widerspiegelt, gewarnt.

Die prinzipielle Wirkungsweise des Fahrerassistenzsystems bleibt somit gegenüber dem bereits bestehenden System dem Augenschein nach unverändert. Die Gesamtarchitektur des Systems und dabei insbesondere die den Geschwindigkeitsempfehlungen zugrunde liegenden Berechnungsverfahren ändern sich jedoch vollständig. Nach einer Einführung in den thematischen Kontext der Fahrerassistenzsysteme werden der Aufbau und die prinzipielle Wirkungsweise des Systems für Geschwindigkeitsempfehlungen im folgenden Kapitel noch einmal genauer beschrieben.

Zusammenfassend wird festgestellt, dass mit dem hier vorgestellten Fahrerassistenzsystem ein Beitrag zur Reduzierung der durch überhöhte Geschwindigkeit verursachten Verkehrsunfälle und damit auch ein Beitrag zur Erhöhung der Verkehrssicherheit geleistet wird. Da das vorgestellte System ortsabhängige Geschwindigkeitsempfehlungen für vollständige Routen bereitstellt, würde sich beispielsweise die Integration des Verfahrens in ein Navigationsgerät anbieten. Bei der Implementierung des Verfahrens könnte dann zwischen unterschiedlichen Ausbaustufen variiert werden. Eine einfache Ausbaustufe ließe sich so gestalten, dass die Geschwindigkeitsempfehlungen vollständig vorab berechnet werden und für jeden Fahrzeugtyp geeignet sind. Bei einer Ausbaustufe mit einem erweiterten Funktionsumfang könnten aktuelle Gegebenheiten, bei denen die Informationen per Fahrzeug-zu-Fahrzeug oder Fahrzeug-zu-Infrastruktur-Kommunikation bereitgestellt würden, berücksichtigt werden. Das vorgestellte System wird damit, je nach implementiertem Funktionsumfang, skalierbar und damit universell einsetzbar.

2 Begriffsbestimmung, Einführung und Stand der Technik

Dieses Kapitel beginnt mit einer Definition des Begriffs Fahrerassistenzsysteme und gibt eine kurze Einführung in den Themenbereich und dazugehörigen Kontext. Ein Überblick über aktuelle Forschungsprojekte im Themenbereich der Fahrerassistenzsysteme bildet den Schwerpunkt in der zweiten Hälfte dieses Kapitels. Abschluss des Kapitels sind die Beschreibung des Stands der Technik beim hier behandelten Fahrerassistenzsystem und die Zielsetzung der vorliegenden Arbeit.

2.1 Definition des Begriffs „Fahrerassistenzsystem“

Fahrerassistenzsysteme (Kurzform: FAS) dienen, wie die Bezeichnung schon vermuten lässt, dazu, dem Fahrer assistierend zur Seite zu stehen und ihn damit zu entlasten. Da die Fahrzeugführung eine komplexe Aufgabe ist, gibt es entsprechend viele Möglichkeiten, den Fahrer bei seiner Aufgabe das Fahrzeug zu führen, zu entlasten. Entsprechend vielfältig sind die Arten und Ausführungen von Fahrerassistenzsystemen.

Ein relativ einfaches Beispiel für eine „Art“ Fahrerassistenzsystem ist die Lenkunterstützung, die auch als Servolenkung bezeichnet wird. Ziel diese Systems ist, die vom Fahrer aufzubringende Kraft für die Lenktätigkeit zu verringern. Für lenkunterstützende Systeme gibt es mehrere technische Realisierungsmöglichkeiten. So sind theoretisch rein mechanische Lösungen denkbar, jedoch würden sich dadurch Nachteile wie zum Beispiel größere Lenkraddrehwinkel und unhandlich wirkende Fahrzeuge ergeben (Kap. 7.4.5.3 in [1]). Aus diesem Grund werden hydraulische, elektrohydraulische und in Zukunft auch rein elektromechanische Lösungen (Electric Power Steering, kurz: EPS) bei der Lenkkraftunterstützung eingesetzt (Kap. 7.4.5.3 in [1]). Ebenso sind in Zukunft Steer-by-Wire-Systeme denkbar, die im Normalbetrieb nur noch über eine elektronische Kopplung zwischen dem Lenkrad und einem Lenkmotor, der die Spurstange antreibt, verfügen. Derartige Systeme werden jedoch aus Sicherheitsgründen über eine mechanische oder hydraulische Rückfallebene verfügen, falls das primäre Lenksystem ausfällt (Kap. C 20 in [2]).

2.2 Fahrzeugführung – eine komplexe Aufgabe

Um dem Fahrzeugführer in geeigneter Weise assistieren zu können, muss man dessen Aufgaben und Verhalten kennen. Die Aufgabe, ein Fahrzeug zu führen, kann im Grunde genommen als eine Problemstellung der Regelungstechnik betrachtet werden. Hierbei ist das Fahrzeug und der Verkehrsraum, in dem es bewegt wird, die Regelstrecke, und der Fahrer, der das Fahrzeug steuert, der Regler.

Für eine genauere Betrachtung des Gesamtsystems Fahrer und Fahraufgabe hat Donges eine Drei-Ebenen-Hierarchie der Fahraufgabe dem Drei-Ebenen-Modell für zielgerichtete Tätigkeiten des Menschen nach Rasmussen gegenübergestellt (Kap. A 2 in [2]). Bild 2.1 zeigt diese Gegenüberstellung. Im linken Teil des Diagramms ist das Drei-Ebenen-Modell für zielgerichtete Tätigkeiten des Menschen nach Rasmussen wiedergegeben. Im rechten Teil ist die Drei-Ebenen-Hierarchie der Fahraufgabe nach Donges zu sehen.

Die Fahraufgabe ist in dieser Hierarchie in die Teilaufgaben Stabilisierung, Führung und Navigation aufteilt. Auf der untersten Ebene, auf der die beiden anderen Ebenen basieren, ist die Stabilisierung angeordnet. Die Stabilisierung des Fahrzeugs beinhaltet die Regelung der Längs- und Querdynamik. Die darüber liegende Ebene ist die der Führung. Diese Ebene liefert die Sollwerte für die Stabilisierungsebene. Die Führungsaufgabe beinhaltet die Interaktion mit dem Verkehrsraum. Dazu gehören zum Beispiel die Beachtung der Verkehrsregeln und die Reaktion des Fahrers auf die Aktionen anderer Verkehrsteilnehmer. In der obersten Ebene ist die Navigation angesiedelt. Die Navigationsebene stellt die Sollwerte für die Führungsebene bereit. Die Navigationsaufgabe beinhaltet die örtliche und zeitliche Planung der Fahrtroute und das Finden alternativer Fahrtrouten bei zum Beispiel gesperrten Straßen.

Das Drei-Ebenen-Modell für zielgerichtete Tätigkeiten des Menschen nach Rasmussen unterscheidet zwischen drei Verhaltensweisen des Menschen: fertigkeitbasiertem, regelbasiertem und wissensbasiertem Verhalten. Die Gegenüberstellung von Donges trifft Zuordnungen zwischen den Verhaltensweisen des Menschen und den zu bewältigenden Teilaufgaben beim Fahren. Die Stabilisierung des Fahrzeugs wird durch fertigkeitbasiertes Verhalten bewältigt. Die Fahrzeugführungsaufgabe wird von fertigkeitbasiertem, regelbasiertem und wissensbasiertem Verhalten bewältigt. Die Navigationsaufgabe wird ausschließlich durch wissensbasiertes Verhalten erfüllt.

Weiterhin ist die Zuordnung zwischen den Verhaltensweisen und den Aufgaben beim Fahren nicht statisch. Ein unerfahrener Fahrer bewältigt die Führungsaufgabe hauptsächlich durch regelbasiertes und wissensbasiertes Verhalten. Je erfahrener ein Fahrzeugführer wird, desto größer wird der Anteil des fertigkeitbasierten Verhaltens bei der Bewältigung der Führungsaufgabe (Kap. A 2 in [2]). Weiterhin haben Untersuchungen gezeigt, dass sich für die drei Fahraufgaben unterschiedliche Antizipationszeiträume vor einem potenziell kritischen Zeitpunkt ergeben. Für die Stabilisierungsaufgabe ergibt sich eine Antizipationszeit von etwa 200 Millisekunden bis zu etwa einer Sekunde, für die Führungsaufgabe liegt die Antizipationszeit im Bereich von etwa einer Sekunde bis zu einer Minute, die Antizipationszeit für die Navigation liegt im Bereich oberhalb einer Minute (Kap. A 2 in [2]).

Aus den obigen Sachverhalten ergeben sich folgende Kriterien für Fahrerassistenzsysteme (Kap. A 2 in [2]):

- Fahrerassistenzsysteme, die den Fahrer warnen, ihn informieren oder ihm Handlungen empfehlen, sollten eine Antizipationszeit von mindestens zwei Sekunden berücksichtigen.
- Reaktionsanforderungen, die unterhalb von 200 Millisekunden liegen, können nur durch automatisch eingreifende Technologien erfüllt werden. Dies ist zum Beispiel bei Fahrerassistenzsystemen wie ABS, ASR und ESP bereits der Fall.

Der Aspekt der Berücksichtigung einer Reaktions- oder Antizipationszeit wird in einem späteren Kapitel noch einmal aufgegriffen.

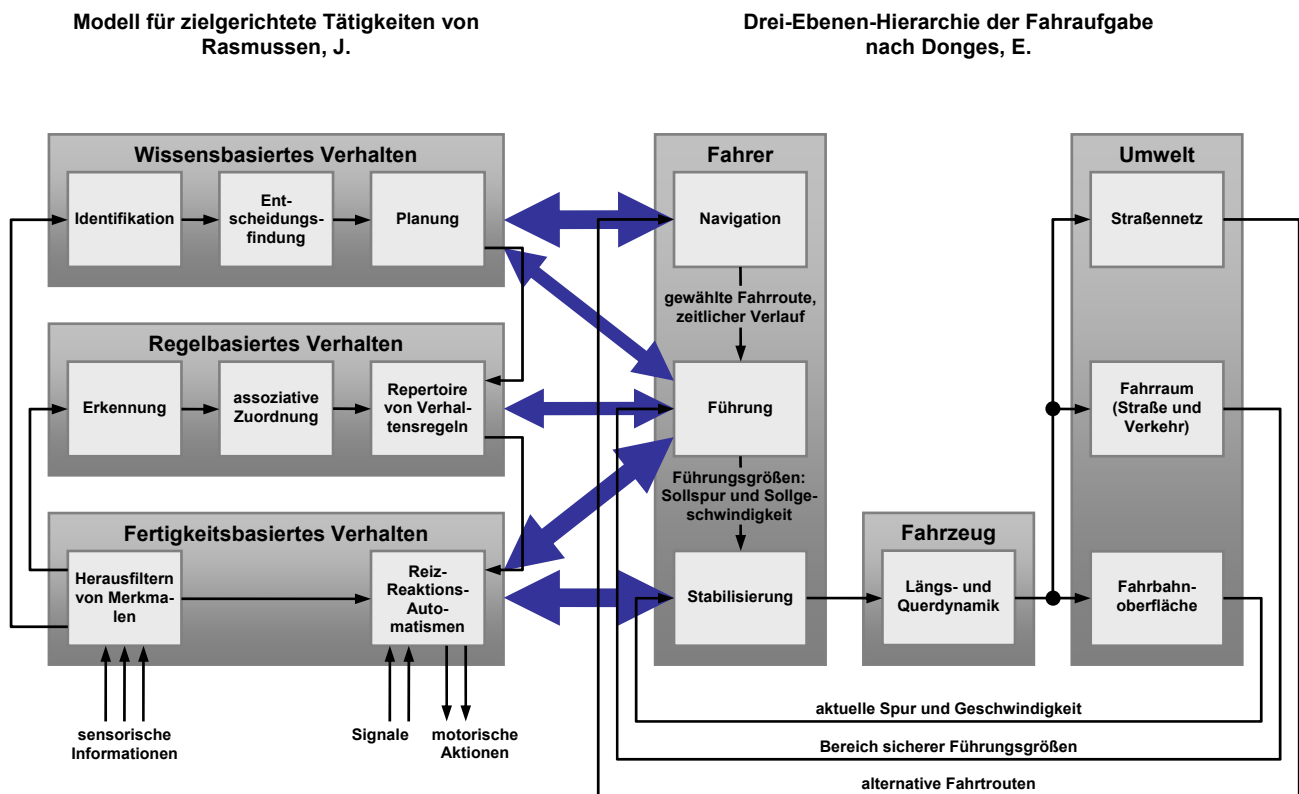


Bild 2.1: Gegenüberstellung zwischen dem Verhaltensmodell von Rasmussen und der Drei-Ebenen-Hierarchie der Fahraufgabe von Donges (Kap. A 2, Abbildung 2-1 in [2]).

2.3 Gründe für die Entwicklung von Fahrerassistenzsystemen

Ein Grund für die Entwicklung von Fahrerassistenzsystemen wurde bereits am Anfang des Textes genannt: die Entlastung des Fahrers. Lenkhilfen reduzieren die für die Fahrzeugführung aufzuwendende Kraft. Stabilisierende Assistenzsysteme wie ABS helfen, das Fahrzeug zu stabilisieren und reduzieren damit die Anforderungen an den Fahrzeugführer.

Ein zweiter wichtiger Grund für die Entwicklung von Fahrerassistenzsystemen ist das Ziel, die negativen Auswirkungen des Straßenverkehrs zu reduzieren oder im Idealfall zu beseitigen. Neben Staus, Lärmbelästigung und Emission von Abgasen sind Unfälle mit Sicherheit die gravierendste negative Auswirkung des Straßenverkehrs.

Der Bremsassistent ist ein Fahrerassistenzsystem, dessen Entwicklung sich aus der Analyse von Unfällen und umfangreichen Fahrversuchen im Fahrsimulator ergeben hat (Kap. A 6 in [2]). Ausgangspunkt war hier die Tatsache, dass viele Auffahrunfälle oder Kollisionen mit schwächeren Verkehrsteilnehmern verhindert beziehungsweise deren Schwere hätte gemindert werden können, wenn das technisch mögliche Verzögerungspotenzial besser genutzt worden wäre. Aus der Geschwindigkeit mit der das Bremspedal betätigt wird, schließt der Bremsassistent, ob eine Notfallsituation vorliegt oder nicht. Liegt eine Notfallsituation vor, hilft das System dem Fahrer, den maximalen Bremsdruck innerhalb von Millisekunden aufzubauen. In Kombination mit einem Blockierverhinderer wie zum Beispiel ABS kann dann eine optimale Bremsung durchgeführt werden.

Ziel des in dieser Arbeit vorgestellten Assistenzsystems ist ebenfalls die Vermeidung von Unfällen aufgrund überhöhter Geschwindigkeit. Unfälle haben nach wie vor relativ häufig überhöhte Geschwindigkeit als Ursache. Bild 2.2 zeigt hierzu die Anzahl der Unfälle im Straßenverkehr im Jahr 2008 nach Unfallursachen aufgeteilt. Die Datenbasis für dieses Diagramm wurde durch das Statistische Bundesamt bereitgestellt und ist in Tabelle 2.1 auszugsweise zusammengestellt. Der Anteil der Unfallursache „überhöhte Geschwindigkeit“ beträgt etwa 22% bei schwerwiegenden Unfällen mit Sachschaden, über 15% bei Unfällen mit Personenschaden und über 30% bei Unfällen mit getöteten Personen.

Die Wirkungsweise des hier behandelten Fahrerassistenzsystems wurde bereits in [4] und [42] vorgestellt. Ziel des Systems ist, dem Fahrer Geschwindigkeitsempfehlungen für die Fahrzeugführung zu geben und damit Unfälle durch zu schnelles Einfahren in unübersichtliche oder auf Ferne nicht einsehbare Kurven zu verhindern. Das System ergänzt bereits auf der Stabilisierungsebene vorhandene Fahrerassistenzsysteme wie ABS und ESP um eine „vorausschauende“ Komponente. Diese vorausschauende Funktionsweise wird durch die in einer Datenbank hinterlegten Informationen und durch die Nutzung eines Satellitennavigationssystems wie zum Beispiel GPS ermöglicht.

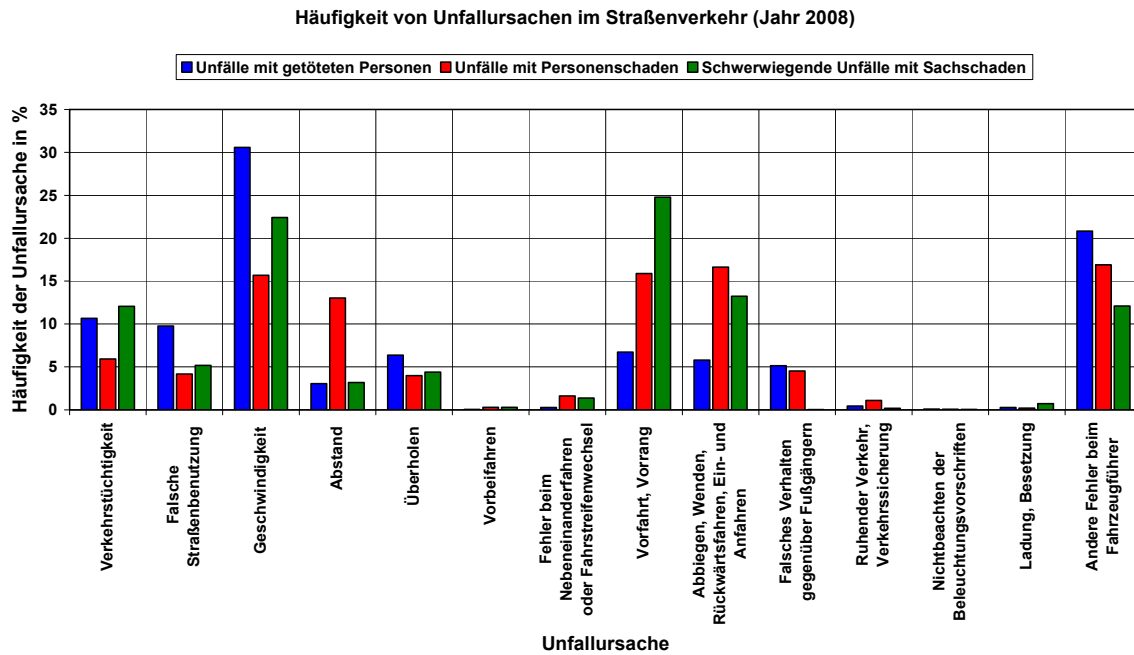


Bild 2.2: Häufigkeit von Unfallursachen im Straßenverkehr im Vergleich (Jahr 2008).

Unfallursache	Unfälle mit getöteten Personen	Unfälle mit Personenschaden	Schwerwiegende Unfälle mit Sachschaden
Verkehrstüchtigkeit	536	19560	13831
Falsche Straßenbenutzung	491	13791	5935
Geschwindigkeit	1538	51786	25688
Abstand	154	43039	3660
Überholen	320	13172	5049
Vorbeifahren	2	947	333
Fehler beim Nebeneinanderfahren oder Fahrstreifenwechsel	13	5328	1559
Vorfahrt, Vorrang	338	52453	28417
Abbiegen, Wenden, Rückwärtsfahren, Ein- und Anfahren	291	54882	15163
Falsches Verhalten gegenüber Fußgängern	258	14983	16
Ruhender Verkehr, Verkehrssicherung	23	3651	208
Nichtbeachten der Beleuchtungsvorschriften	4	196	64
Ladung, Besetzung	14	661	834
Andere Fehler beim Fahrzeugführer	1047	55818	13848
Summe	5029	330267	114605

Tabelle 2.1: Datenbasis für das Diagramm in Bild 2.2 [3].

Bild 2.3 verdeutlicht den Aufbau und die Wirkungsweise des Gesamtsystems. Die Funktionsweise des Systems gestaltet sich im Detail wie folgt: Mit Hilfe eines Satellitennavigationssystems wird fortlaufend die Position, Geschwindigkeit und Fahrtrichtung des Fahrzeugs bestimmt. Diese Daten werden mit Hilfe von im Fahrzeug vorhandenen Odometriedaten aufbereitet. Der zentralen Komponente des Systems, dem Geschwindigkeitsplanungsmodul, sind damit fortlaufend die Position, Geschwindigkeit und Fahrtrichtung bekannt. Das Planungsmodul greift weiterhin auf eine Datenbank zu, in der die exakten Planungsdaten des Straßennetzes hinterlegt sind. Mit Hilfe der vorliegenden Daten kann das Geschwindigkeitsplanungsmodul Geschwindigkeitsempfehlungen an den Fahrer geben. Dieser hat dann die Möglichkeit, durch Betätigung der Bremse oder des Gaspedals die Fahrzeuggeschwindigkeit zu beeinflussen und damit potenziell gefährlichen Situationen im Vorfeld zu begegnen.

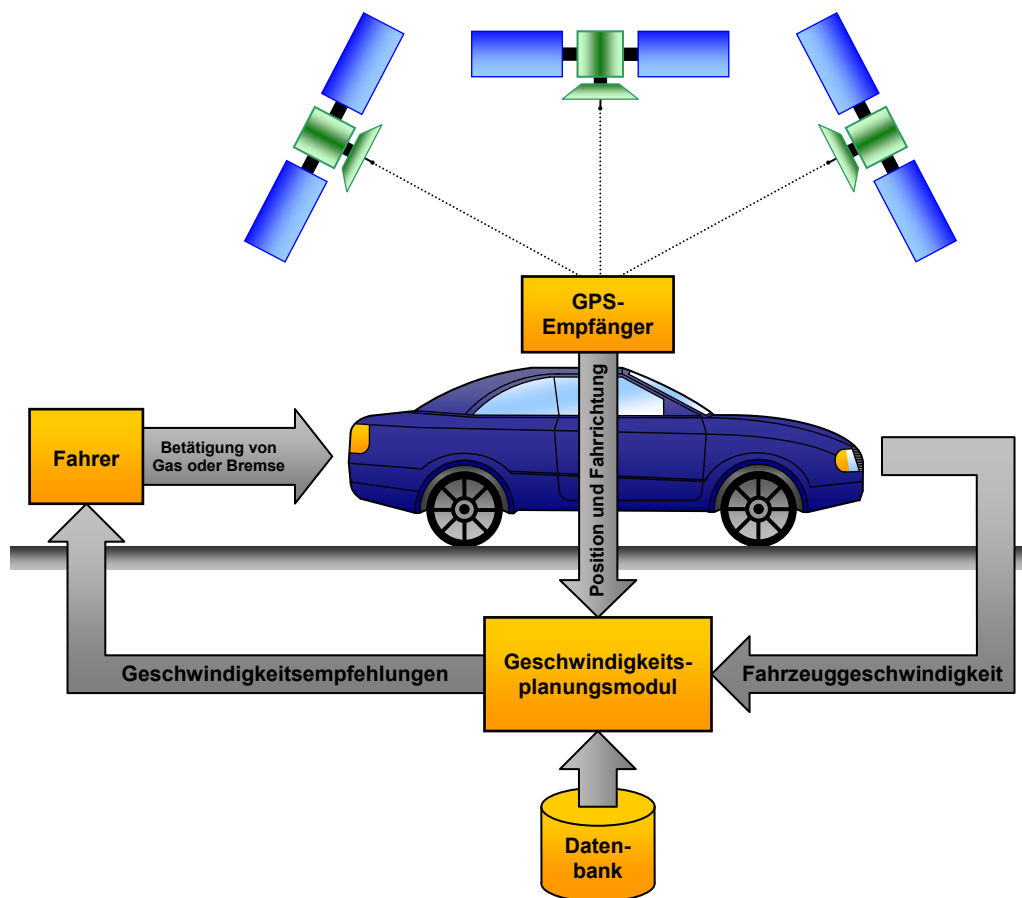


Bild 2.3: Verdeutlichung des Aufbaus und der Wirkungsweise des Fahrerassistenzsystems, das dem Fahrer Geschwindigkeitsempfehlungen gibt.

2.4 Rechtliche Rahmenbedingungen für Fahrerassistenzsysteme

Ein wichtiger Aspekt für die erfolgreiche Entwicklung und Umsetzung eines Fahrerassistenzsystems ist die Beachtung der rechtlichen Rahmenbedingungen. In dieser Hinsicht gilt es, sowohl nationale als auch internationale Gesetze und Vereinbarungen zu beachten. Ein Dokument von zentraler Bedeutung ist hierbei die am 8. November 1968 in Wien geschlossene „Vereinbarung über den Straßenverkehr“ (englischer Titel: CONVENTION ON ROAD TRAFFIC) (Kap. A 3 in [2]). Die Unterzeichner dieser Vereinbarung verpflichten sich, die erforderlichen Maßnahmen zu treffen, „damit die in ihrem Hoheitsgebiet geltenden Verkehrsregeln in ihrem sachlichen Gehalt mit den in Kapitel II (Anmerkung: In Kapitel II sind die Verkehrsregeln vereinbart.) enthaltenen Bestimmungen übereinstimmen“ (Kapitel I, Artikel 3 in [5]).

Wichtige, den Themenbereich der Fahrerassistenzsysteme tangierende Auszüge aus den Bestimmungen sind:

Aus Artikel 1 Begriffsbestimmungen:

- v) «Führer» ist jede Person, die ein Kraftfahrzeug oder ein anderes Fahrzeug (Fahrräder eingeschlossen) lenkt oder die auf einer Straße Vieh, einzeln oder in Herden, oder Zug-, Saum- oder Reittiere leitet;

Aus Artikel 8 Führer:

1. Jedes Fahrzeug und miteinander verbundene Fahrzeuge müssen, wenn sie in Bewegung sind, einen Führer haben.
5. Jeder Führer muss dauernd sein Fahrzeug beherrschen oder seine Tiere führen können.

Aus Artikel 13 Geschwindigkeit und Abstand zwischen Fahrzeugen:

1. Jeder Fahrzeugführer muss unter allen Umständen sein Fahrzeug beherrschen, um den Sorgfaltspflichten genügen zu können und um ständig in der Lage zu sein, alle ihm obliegenden Fahrbewegungen auszuführen. [...]

Aus dieser Vereinbarung ergibt sich für Fahrerassistenzsysteme die Konsequenz, dass sie in der derzeitigen rechtlichen Situation übersteuerbar sein müssen. Dem Fahrer darf also die Fahrzeugführung nicht aus der Hand genommen werden. Nicht übersteuerbare Fahrerassistenzsysteme sind nur dann zulässig, wenn der Fahrer die Situation nach objektiven Gesichtspunkten nicht mehr bewältigen kann [6]. Als Beispiel hierzu sei ein System zur Kollisionsvermeidung genannt [7]. Es sei der Fall angenommen, dass sich ein Fahrzeug mit hoher Geschwindigkeit einem Stauende nähert. Solange es für den Fahrer möglich ist, eine Kollision durch einen Abbremsvorgang oder durch ein Ausweichen zu verhindern, darf ein System zur Kollisionsvermeidung nur warnen, aber nicht eingreifen. Erst wenn diese beiden Möglichkeiten nicht mehr gegeben sind und eine Kollision unvermeidbar ist, darf ein Fahrerassistenzsystem eingreifen, um die Auswirkungen der Kollision zu minimieren.

Entsprechend der rechtlichen Rahmenbedingungen ist es verständlich, warum das oben beschriebene System für Geschwindigkeitsempfehlungen als Informationssystem implementiert wurde – es ist damit übersteuerbar –; der Fahrer kann die Geschwindigkeitsempfehlungen ignorieren.

2.5 Stand der Technik

Die Entwicklung im Bereich der Fahrerassistenzsysteme wird durch die Vision der autonomen Fahrzeugführung vorangetrieben (S.203-S.237 in [8], Kap. G 44 in [2]). Das autonom geführte Fahrzeug soll zur Reduzierung der Unfälle im Straßenverkehr beitragen (S.203-S.237 in [8]).

Eines der ersten großen europäischen Forschungsprogramme im Themenbereich automatische Fahrzeugführung war das EUREKA Projekt „Prometheus“ (**PRO**gra**M**me for a **E**uropean **T**raffic of **H**ighest **E**fficiency and **U**nprecedented **S**afety, Zeitraum: 1986-1994). EUREKA ist eine europäische, staatlich geförderte Forschungsinitiative, die grenzüberschreitend Industrieunternehmen zusammenführen und die gemeinsame technologische Entwicklung von Produkten vorantreiben soll. Der Schwerpunkt dieses ersten „vorwettbewerblichen“ Verkehrsforschungsprogrammes lag auf der Entwicklung von technischen Lösungen zur Sicherheitserhöhung und Effizienzsteigerung sowie auf der Auslotung von „technischen Potenzialen im Straßenverkehr“. Zahlreiche europäische Automobilfirmen, Zuliefererunternehmen und Forschungsinstitute, aber auch Behörden und Rundfunkanstalten waren an Prometheus beteiligt [9]. Im Fokus des Programmes stand immer die entsprechende Beeinflussung des Fahrverhaltens der einzelnen Verkehrsteilnehmer (Kap. 2 in [10]).

Das Programm selbst war, wie in Tabelle 2.2 aufgeführt, in mehrere Teilprojekte aufgeteilt (Kap. 2 in [10]):

Prometheus Teilprojekt	Themenbereich des Projekts
PRO-CAR	Fahrerassistenz- und Informationssystem
PRO-NET	Kommunikation zwischen Fahrzeugen
PRO-ROAD	Kommunikation zwischen Fahrzeug und Komponenten der Verkehrsinfrastruktur
PRO-ART	Intelligente Steuerungssysteme zur automatischen Fahrzeugführung
PRO-CHIP	Implementierung intelligenter Systeme
PRO-COM	Entwicklung von Kommunikationssystemen
PRO-GEN	Simulation von Verkehrssituationen

Tabelle 2.2: Teilprojekte und Themenbereiche des EUREKA Projekts Prometheus.

Der in Tabelle 2.2 aufgeführte Begriff „Intelligente Systeme“ wurde relativ allgemein betrachtet, so dass in dieser Rubrik auch schnell reagierende Regelungen und Systeme zur Kollisionsvermeidung miteinbezogen wurden.

Zum Abschluss des Projektes im Jahre 1994 führen zwei „Common European Demonstrator“ CED-Fahrzeuge (VITA_2 der Daimler-Benz AG und VaMP der Universität der Bundeswehr München) im normalen dreispurigen Verkehr auf der Autoroute 1 bei Paris nördlich des Flughafens Charles-de-Gaulle mit. Mit der Hilfe von vier Fernsehkameras und etwa vier Dutzend Transputern konnten damals das freie Spurfahren, das Fahren im Konvoi hinter anderen Fahrzeugen und Spurwechselmanöver automatisch durchgeführt werden (S.203-S.237 in [8]).

Die bereits oben benannte Tatsache, dass sich das Programm auf die Beeinflussung des Fahrverhaltens der einzelnen Verkehrsteilnehmer fokussiert hat, ist auch Ausgangspunkt für Kritik: „Eine Auswahl der 1994 bei der Abschlussveranstaltung von PROMETHEUS in Paris präsentierten Ergebnisse kann verdeutlichen, dass man sich bei diesem ersten Forschungsprogramm noch stark auf die Perfektionierung von technischen Details konzentriert hat ...“ und „Diese Anwendungen fallen wohl alle in die Kategorie individuelle, fahrzeugautonome Verkehrsleittechniken. Sie sind prinzipiell kurzfristig und ohne staatliche Hilfe auf dem Markt einföhrbar.“ [9].

Noch vor dem Abschluss des Projektes PROMETHEUS wird das erste von drei EU-Nachfolgeprojekten „DRIVE I - III“ (**D**edicated **R**oad **I**nfrastruktur for **V**ehicle **S**afety in **E**urope, Zeitraum DRIVE I: 1989-1991, Zeitraum DRIVE II: 1992-1994, Zeitraum DRIVE III: 1995-1998) ins Leben gerufen. In diesen Projekten rückt die Gesamtinfrastruktur stärker in den Mittelpunkt. Das Fahrzeug wird damit stärker im Systemzusammenhang gesehen [9]. Ziel des Projektes war, die Sicherheit im Straßenverkehr zu erhöhen, wie auch die vorhandenen Straßenkapazitäten optimal zu nutzen und somit entsprechende Beiträge zur Verbesserung der Umweltverträglichkeit des Straßenverkehrs zu leisten (Kap. A 2 in [2]).

Im folgenden Kapitel werden Forschungsergebnisse und -aktivitäten aus der jüngeren Vergangenheit und der Gegenwart betrachtet.

2.5.1 Aktuelle Projekte und derzeitiger Stand der Technik

Eine beeindruckende Demonstration der Fortschritte beim autonomen Fahren, die auch in der Öffentlichkeit größere Beachtung gefunden hat, ergab sich im Rahmen der DARPA Urban Challenge im Jahre 2007 (Kap. G 43 in [2], Kap. G 44 in [2]). Im Gegensatz zu den vorherigen Wettbewerben (DARPA Grand Challenge 2004 /2005) fand die DARPA Urban Challenge nicht in unbewohntem Wüstengebiet, sondern im bebauten Gebiet einer verlassenen Kaserne des ehemaligen Air-Force-Stützpunktes George Air Force Base am Rande des kalifornischen Victorville statt. Die teilnehmenden Fahrzeuge mussten einen Kurs von 60 Meilen Länge autonom innerhalb von 6 Stunden absolvieren. Die zu absolvierende Route wurde den Fahrzeugen 5 Minuten, bevor diese ins Rennen starteten, durch eine Liste von Kontrollpunkten, die in der gegebenen Reihenfolge zu passieren waren, vorgegeben. Die Wegplanung zwischen den Kontrollpunkten musste von den Fahrzeugen selbst durchgeführt werden. Hierbei mussten sich die Fahrzeuge an die kalifornischen Verkehrsregeln halten und auch bei ausgefallenem GPS sicher navigieren können (Kap. G 43 in [2], Kap. G 44 in [2], [11]).

Das Tartan Racing Team der Carnegie Mellon University gewann die DARPA Urban Challenge 2007 (Kap. G 44 in [2], [12]). Ein Datenblatt auf der Webseite des Tartan Racing Teams gibt Auskunft über die Ausstattung des automatisierten Fahrzeugs „BOSS“ [12].

Fünf Radarsensoren und insgesamt 13 Lidarsensoren dienen dem Fahrzeug als Sensorik. Zur Positions- und Orientierungsbestimmung wurde ein Messsystem mit zwei GPS-Antennen und einer inertialen Messeinheit verwendet ([12], [13], [14]). Für die notwendigen Berechnungen wurden 10 Intel Core2Duo Prozessoren mit je 2.16 GHz Systemtakt eingesetzt. Als Kommunikationsinfrastruktur im Fahrzeug wurde Gigabit-Ethernet eingesetzt. Neben den oben genannten Fakten ist auf den Webseiten des Tartan Racing Teams die Teilnahme an der Urban Challenge 2007 in Form von Filmbeiträgen dokumentiert [12].

Die technische Machbarkeit eines autonom geführten Autos ist damit demonstriert worden. Im nächsten Schritt müsste dieses Fahrzeug für den Straßenverkehr zugelassen werden.

2.5.1.1 Projekt LEGAS

Damit einer Zulassung derartiger Fahrzeuge nichts mehr im Weg steht, müssten zunächst die rechtlichen Rahmenbedingungen an die heutigen technischen Möglichkeiten angepasst werden. Im Rahmen des Forschungsprojekts LEGAS (Legal Issues of Future Intervening Advanced Driver Assistance Systems (ADAS) and Partial Automation of the Primary Driving Task – Möglichkeiten einer rechtlich zulässigen Gesetzesgrundlage), an dem die Bundesanstalt für Straßenwesen (kurz: BASt) beteiligt ist, sollen „Rechtsfragen der Zulässigkeit und Vereinbarkeit von künftigen Fahrerassistenzsystemen mit geltendem Recht erforscht“ werden [15]. Ziel des Projektes ist, parallel für Deutschland und Frankreich in einem rechtsvergleichenden Ansatz zu einem Dokument zu kommen, das die Grenzen zulässiger Systeme nach heutigem Recht beschreibt. Zugleich wird identifiziert, welche (nationalen) Rechtsnormen der Einführung automatischer und nicht-übersteuerbar eingreifender Fahrerassistenzsysteme entgegenstehen. Die Ergebnisse sollen in einem deutsch-französischen Workshop diskutiert und gemeinsame Schlussfolgerungen gezogen werden [15]. Der Projektpartner auf französischer Seite ist INRETS (Institut national de recherche sur les transports et leur sécurité), ein nationales Forschungsinstitut für Verkehr und Verkehrssicherheit.

Sind die rechtlichen Voraussetzungen für die Zulassung autonom geführter Fahrzeuge geschaffen, wäre die nächste Hürde die Zulassung selbst. Voraussetzung für die Zulassung eines autonomen Fahrzeugs, oder allgemein eines nicht übersteuerbaren Fahrerassistenzsystems, ist, dass das erwartete Risiko der potenziell betroffenen Verkehrsteilnehmer nicht höher ist als das Risiko im jeweiligen Istzustand (Kap. G 44 in [2], S.239-S.244 in [8]). Das Problem ist nun, diesen Nachweis zu erbringen. Konventionelle Testmethoden wären hierbei unökologisch und unökonomisch, da nach Änderungen an einem autonomen Fahrzeug der Nachweis des nicht gestiegenen Risikos erneut durch Testfahrten und damit verbundene Testkosten zu erbringen wäre (Kap. G 44 in [2]). Einen Ausweg sehen die Autoren des Kapitels „Quo vadis, FAS?“ darin, Bewertungsmaßstäbe (in dem Artikel auch als „Metrik“ bezeichnet) für die Perzeptions- (Wahrnehmungs-), Kognitions- und Aktionsleistungsfähigkeit von Autofahrern zu erstellen und dann den Nachweis zu erbringen, dass das autonome Fahrzeug oder der Fahrerboter diese drei Aufgabengebiete genau so gut wie ein Mensch oder besser ausführen kann. Eine derartige Metrik ist den Autoren nicht bekannt (Kap. G 44 in [2]).

Bis autonome Fahrzeuge Einzug in den Alltagsverkehr halten, sind, wie beschrieben, noch einige Hürden zu überwinden. Fahrerassistenzsysteme sind demzufolge noch Gegenstand aktueller Forschungsprojekte.

2.5.1.2 Projekt Euro-FOT

Beispielsweise werden im Rahmen des EU-Projekts Euro-FOT (Large-Scale Field Operational Test on In-Vehicle Systems, Zeitraum: 01.05.2008-31.08.2011) Feldtests im realen Straßenverkehr durchgeführt, bei denen intelligente autonome (ausschließlich bordgestützte) Fahrerassistenzsysteme untersucht werden. Die zu testenden Systeme sind seit kurzem am Markt erhältlich oder stehen unmittelbar vor der Markteinführung.

Von den Systemen wird ein deutlicher Beitrag zur Verbesserung von Straßenverkehrssicherheit, Energieeffizienz und Verkehrsfluss erwartet. Allerdings gibt es bisher kaum großangelegte Feldstudien, um die Wirkung dieser Systeme im realen Straßenverkehr zu bewerten. Diese Forschungslücke soll der geplante Feldtest auf europäischer Ebene schließen. Die eingesetzte Methode basiert auf dem Konzept des so genannten "natürlichen" Fahrens, bei dem eine große Anzahl zukünftiger Nutzer der Systeme als Fahrer beteiligt sind, der übliche Gebrauch der Fahrzeuge und Systeme durch die experimentellen Randbedingungen möglichst wenig beeinflusst wird, und Daten im realen Verkehrsgeschehen erhoben werden. Darüber hinaus werden Analysen zu Nutzerakzeptanz und Marktpotenzialen durchgeführt, die dazu beitragen sollen, Entscheidungsprozesse zur Markteinführung solcher Systeme besser zu verstehen und zu unterstützen ([15], [16]).

2.5.1.3 Forschungsprojekte in Deutschland

Aktuelle, auf Bundesebene geförderte Forschungsprogramme im Bereich der Fahrerassistenzsysteme sind:

- **AKTIV** (Adaptive und kooperative Technologien für den intelligenten Verkehr, Zeitraum: 01.09.2006-31.08.2010, [17], [18]),
- **sim-TD** (Sichere intelligente Mobilität - Testfeld Deutschland, Zeitraum: 01.09.2008-31.08.2012, [17], [18]),
- **Ko-FAS** (Kooperative Sensorik und kooperative Perzeption für die präventive Sicherheit im Straßenverkehr, Zeitraum: 01.08.2009-31.07.2012, [17], [18]),
- **Traffic IQ** (Pilotprojekt Informationsqualität im Verkehrswesen, Zeitraum: 01.09.2009-31.08.2012, [17]) und
- **FAMOS2** (Galileo for Future AutoMOtive Systems, Zeitraum: 01.08.2009-31.08.2012, [17], [19]).

2.5.1.3.1 Forschungsinitiative Aktiv

Die Forschungsinitiative Aktiv besteht aus den drei Projekten Verkehrsmanagement (Aktiv-VM), Aktive Sicherheit (Aktiv-AS), und Cooperative Cars (CoCar, Zeitraum: 01.10.2006-31.03.2009) und Cooperative Cars eXtended (CoCarX, Zeitraum: 01.12.2009-30.05.2011). Ziel der Teilprojekte von Aktiv-VM ist die Vernetzung intelligenter Systeme im Fahrzeug mit intelligenter Infrastruktur mittels Kommunikation und Kooperation im Verkehr [20]. Im Forschungsprojekt Aktiv-AS geht es darum, aufbauend auf den Ergebnissen vorausgegangener Forschungsvorhaben applikationsorientiert zu arbeiten, Prototypen aufzubauen, im realen Verkehr zu erproben und zu optimieren [20]. Eine Liste der Teilprojekte von Aktiv-VM und Aktiv-AS ist in Kapitel A.1 zu finden. Das Projekt CoCar wurde im Rahmen der Forschungsinitiative Aktiv durchgeführt. Obwohl CoCar ein unabhängiges, vom Bundesministerium für Bildung und Forschung (BMBF) gefördertes Forschungsprojekt ist, wurde eine enge Kooperation mit den beiden Aktiv-Projekten AS und VM (gefördert vom Bundesministerium für Wirtschaft und Technologie - BMWi) eingerichtet. Die in CoCar erzielten Ergebnisse wurden nach zweijähriger Forschungsarbeit gemeinsam präsentiert [20]. Das Projekt CoCar widmete sich der Grundlagenforschung auf dem Gebiet der Fahrzeug-Fahrzeug- und Fahrzeug-Infrastruktur-Kommunikation mittels zellulärer Mobilfunktechnologien für zukünftige kooperative Fahrzeuganwendungen. Im ersten CoCar-Projekt wurde die Nutzung von Mobilfunktechnologien der 3. Generation für sicherheitsrelevante, kooperative Fahrzeuganwendungen sowie die Übertragung von Gefahrenwarnungen mit positivem Ergebnis analysiert. Diese Untersuchungen basierten auf UMTS Technologien. Es wurde gezeigt, dass heutige Mobilfunktechnik effizient für viele kooperative Fahrzeuganwendungen eingesetzt werden kann, ohne enorme Infrastrukturinvestitionen zu tätigen. Im Nachfolgeprojekt CoCarX werden die Möglichkeiten und die Leistungsfähigkeit von zukünftigen Mobilfunktechniken (4. Generation) wie der Funkzugangstechnologie LTE (Long Term Evolution) und der Mobilfunkmanagementtechnologie IMS (IP Multimedia Subsystem) untersucht [20].

2.5.1.3.2 Forschungsprojekt simTD

Ein weiteres, im Bereich der Fahrzeug-Fahrzeug- (Car to Car, kurz: C2C) beziehungsweise der Fahrzeug-Infrastruktur-Kommunikation (kurz: C2X) angelegtes Forschungsprojekt ist simTD. Neben der Erforschung der Kommunikationstechnologie selbst ist deren Erprobung im Rahmen realer Anwendungen Ziel des Projekts ([18], [21]).

Diese Technologien ermöglichen den Austausch von relevanten Daten und Informationen zwischen Fahrzeugen untereinander sowie zwischen Fahrzeugen und der Verkehrsinfrastruktur und sollen im Vorhaben unter Alltagsbedingungen erstmals in einem großräumigen Feldversuch getestet werden. Durch die rechtzeitige Warnung von Fahrern können in Zukunft potenzielle Gefahrensituationen wie Unfälle, Staus oder Fahrbahnglätte vermieden werden. Dazu werden sowohl Testfahrzeuge als auch die Infrastruktur mit Kommunikationseinheiten ausgestattet. Die Kommunikation findet über Funk (WLAN-Derivate bzw. UMTS) statt. Die auf Seiten der Fahrzeuge bzw. der Infrastruktur zur Verfügung stehenden Informationen können so anderen Kommunikationsteilnehmern zur Verfügung gestellt werden [18].

2.5.1.3.3 Forschungsinitiative Ko-FAS

Die Forschungsinitiative Ko-FAS besteht aus den drei Verbundprojekten Ko-TAG, Ko-PER und Ko-KOMP [22].

Im Rahmen des Verbundprojektes Ko-TAG wird kooperative Sensortechnologie auf Basis von Transpondersystemen erforscht. Diese Technologie soll vor allem in Hinblick auf die Anwendungsbereiche „Schutz von verletzlichen Verkehrsteilnehmern“ und „Fahrzeug-Fahrzeug-Sicherheit“ untersucht werden. Hierzu werden Sende- / Empfangseinheiten in Fahrzeugen verwendet, die per Funk Daten mit aktiven, RFID-ähnlichen Elementen austauschen, welche von anderen Verkehrsteilnehmern, z. B. in Schulranzen, Helmen oder Mobiltelefonen integriert, mitgeführt werden. Diese Tags können lokalisiert, eindeutig klassifiziert und in anonymisierter Form verfolgt werden. Mit Hilfe der durch das Tracking von lokalisierten Objekten gewonnenen Daten wie beispielsweise Bewegungsrichtung, Abstand und Geschwindigkeit können eine umfassende Situationseinschätzung sowie - in Kombination mit geeigneten Bewegungsprofilen - eine präzise Bewertung von Kollisionsrisiken erstellt werden [22].

Das Verbundprojekt Ko-PER erforscht die Möglichkeit der Verwendung kooperativer Sensornetzwerke für die Erfassung der Verkehrsumgebung, in denen über Austausch und Zusammenfassen von Informationen aus verschiedenen Umfeldsensoren ein Gesamtbild der Verkehrsumgebung erzeugt wird. Ziel bei der Anwendung dieser kooperativen Technologie ist die nahtlose Erfassung der Verkehrsumgebung, im Speziellen auch die Erfassung verdeckter Verkehrsteilnehmer und die chronologische Verfolgung des Verkehrsgeschehens. Letztere ermöglicht eine stetige und umfassende Bewertung der vorliegenden Kollisionsrisiken. Das kooperative Sensornetzwerk besteht dabei sowohl aus den Umfeldsensoren der Fahrzeuge als auch aus Sensoren, die in der Infrastruktur verbaut sind. Diese Informationen werden über Fahrzeug-Fahrzeug- und Fahrzeug-Infrastruktur-Kommunikationsverbindungen ausgetauscht [22].

Im Rahmen des dritten Verbundprojektes Ko-KOMP werden Schutzvorrichtungen und -komponenten am Fahrzeug erforscht, die unter Verwendung der Sensordaten aus den kooperativen Systemen zu einer Vermeidung von Kollisionen oder zumindest zu einer Minderung der Kollisionsschwere verwendet werden können. Weiterhin wird eine Simulationsumgebung zur virtuellen Nachbildung der Kommunikationsverbindungen für mannigfaltige Verkehrsszenarien entwickelt. Für eine Einschätzbarkeit der Schutzwirkung von integrierten kooperativen Sicherheitssystemen werden reale Fahrzeugversuche und Gesamtsystemsimulationen unter Berücksichtigung statistisch relevanter Unfallszenarien vorgenommen [22].

2.5.1.3.4 Pilotprojekt „Traffic IQ“

Das Pilotprojekt „Traffic IQ“ ist im Bereich der Verkehrsmanagementsysteme angesiedelt [23]. Die Notwendigkeit für dieses Projekt hat sich aus dem vorangehenden Projekt „Verkehrsmanagement 2010“ ergeben [24].

Um Verkehr managen beziehungsweise regeln zu können, muss zunächst einmal der „Istzustand“ – also die aktuelle Verkehrslage – zuverlässig erfasst werden. Das Problem bei der Erfassung des Istzustandes ist die recht hohe Fehlerrate der Daten. Für die Regelung des Verkehrs werden weiterhin Verkehrsmodelle verwendet, die recht empfindliche auf falsche Eingangsdaten reagieren. Die Qualität der gemessenen Daten wirkt sich damit direkt auf die Qualität des Verkehrsmanagement aus [24]. Hier setzt das Projekt „Traffic IQ“ an. Innerhalb des Projektes soll ein automatisches „Betriebs- und Qualitätsüberwachungssystem“ implementiert werden, das den Betreibern hilft, defekte Detektoren mit hoher Wahrscheinlichkeit zu identifizieren und die vorliegenden Daten qualitativ zu bewerten [24].

2.5.1.3.5 Forschungsprojekts FAMOS

Die Ziele des Forschungsprojekts FAMOS ist die Entwicklung innovativer Konzepte zur intelligenten Fusion des Satellitennavigationssystems Galileo mit vorhandenen und zukünftigen Sensoren zur Fahrzeugumfelderfassung und deren Integration in intelligente Netzwerke [25]. Innerhalb des Projekts wird sich auf die Entwicklung von drei Fahrerassistenzsystemen konzentriert. Das Fahrerassistenzsystem „Green and Safe Driving“ soll helfen, vorausschauend und energieoptimal zu fahren. Das Assistenzsystem „Unfallstellenschwerpunktwarnung“ soll den Fahrer mit Hilfe einer Anzeige auf potenzielle Unfallschwerpunkte aufmerksam machen. Das dritte zu entwickelnde Assistenzsystem ist der Ein- und Ausfädelassistent. Der Einfädelassistent unterstützt den Fahrer beim Einfädeln in den fließenden Verkehr, zum Beispiel beim Wechsel vom Beschleunigungstreifen auf die Autobahn. In Längsrichtung unterstützt der Assistent bei der Geschwindigkeitsanpassung und beim Abstandhalten. Die Unterstützung bei der Querführung erfolgt durch einen Hinweis, wann der Spurwechsel durchgeführt werden kann [25].

2.5.1.4 Forschungsprojekte der Europäischen Union

Einen vollständigen Überblick über laufende EU-Projekte zu geben würde den Rahmen dieses Kapitels sprengen. Informationen über beendete und laufende Projekte können auf der „Community Research and Development Information Service“ (kurz: CORDIS) Webseite der Europäischen Union [26] abgerufen werden. Neben dem bereits genannten EU-Projekt EuroFOT werden an dieser Stelle exemplarisch zwei weitere Projekte benannt, um Tendenzen aufzuzeigen.

2.5.1.4.1 Forschungsprojekt OVERSEE

Ein Projekt im Bereich der sicheren Fahrzeugkommunikation, an dem sich unter anderem auch die Universität Siegen beteiligt, ist das Projekt OVERSEE (**O**pen **V**ehicula**R** **S**ecure platform, Zeitraum: 01.01.2010-30.06.2012). Intelligente Fahrzeuge der Zukunft werden mit einem WLAN-Access Point für die Kommunikation ausgerüstet sein. Diverse Applikationen auf dem Onboard-System werden mit Hilfe dieses Access Point Daten empfangen und selbst auch Daten für andere Fahrzeuge bereitstellen. Für diese Anwendung entwickelt das OVERSEE-Projekt eine standardisierte Software- und Kommunikationsplattform, für die Drittanbieter später Softwareapplikationen anbieten können. Bei der Entwicklung dieser Plattform soll ein besonderes Augenmerk auf die Sicherheit dieses Systems gelegt werden ([26], [27]).

2.5.1.4.2 Forschungsprojekt PRE-DRIVE C2X

Ein EU-Projekt, das sich mit der Ausarbeitung einer detaillierten Spezifikation für Fahrzeug-zu-Fahrzeug-Kommunikation beziehungsweise Fahrzeug-zu-Infrastruktur-Kommunikation und der Implementierung eines funktionsverifizierten Prototyps beschäftigt, ist PRE-DRIVE C2X (**P**REparation for **D**RIVING implementation and **E**valuation of **C-2-X** communication technology, Zeitraum: 01.07.2008-30.06.2012). Um die Auswirkungen von kooperativen Fahrzeugsystemen auf die Verkehrssicherheit und -effizienz und die Auswirkungen auf die Umwelt abschätzen zu können, wird eine integrierte Simulationsumgebung entwickelt. Ergänzend dazu sollen Methoden für den Funktionstest von kooperativen Systemen im Feldversuchen entwickelt und auf den PRE-DRIVE C2X Prototypen angewendet werden ([26], [28]).

2.5.2 Stand der Technik beim hier behandelten Fahrerassistenzsystem

Die grundlegende Funktionsweise des von Bauer in [4] und [42] vorgestellten Systems wurde bereits in Kapitel 2.3 vorgestellt. Als Datenbasis für die zu befahrende Straße dienen bei diesem System die Planungsdaten der jeweiligen Straße, die in einer eigens dafür entwickelten Datenbank hinterlegt sind. Die Prognosen, anhand derer der Fahrer bei der Einfahrt in eine Kurve mit überhöhter Geschwindigkeit gewarnt wird, werden mit Hilfe von Zeitfunktionen zum jeweiligen Zeitpunkt, in dem diese benötigt werden, berechnet.

2.5.3 Zielsetzung dieser Arbeit

Die grundlegende Funktionsweise des Fahrerassistenzsystems soll beibehalten werden. Im Rahmen dieser Arbeit wird ein neuer Algorithmus für das Fahrerassistenzsystem beschrieben, der eine Aufteilung der insgesamt nötigen Berechnungen in Vorabberechnungen und Berechnungen, die während der Fahrt selbst durchgeführt werden müssen, ermöglicht [43]. Bild 2.4 zeigt einen Übersichtsplan für die neue Gesamtverfahrensweise. Hierdurch eröffnet sich die Möglichkeit, das im Fahrzeug installierte System von Berechnungen, die im Vorfeld und außerhalb des Fahrzeugs durchgeführt werden können, zu entlasten. Durch diese Vorgehensweise ergibt sich weiterhin der Vorteil, dass die im Vorfeld durchgeführten Berechnungen nicht den Einschränkungen des im Fahrzeug installierten Bordsystems unterliegen und damit auch einen größeren Umfang haben können.

Das wesentliche Element des neuen Verfahrens ist somit die Vorabberechnung der Sollwerte für die Geschwindigkeit. Da die den Vorabberechnungen zugrunde liegende Verfahrensweise eine im Vergleich zum bestehenden System vollkommen neue Struktur besitzt, bilden die Beschreibung, die Analyse und die Anwendung dieser neu erarbeiteten Algorithmen den Schwerpunkt dieser Arbeit. Bei den Vorabberechnungen können die folgenden zusätzlichen Gegebenheiten berücksichtigt werden:

- Mehrere aufeinanderfolgende Kurven beliebiger Radien,
- individuelle Gewichtungsfaktoren für die in Längs- und Querrichtung des Fahrzeugs wirkenden Kräfte beziehungsweise Beschleunigungen,
- Längs- und Querneigung der Fahrbahn (bei einem der beschriebenen Verfahren) und
- das Limit der Haftwertausnutzung muss bei einem der beschriebenen Verfahren nicht mehr zwangsläufig über den ganzen betrachteten Bereich konstant sein.

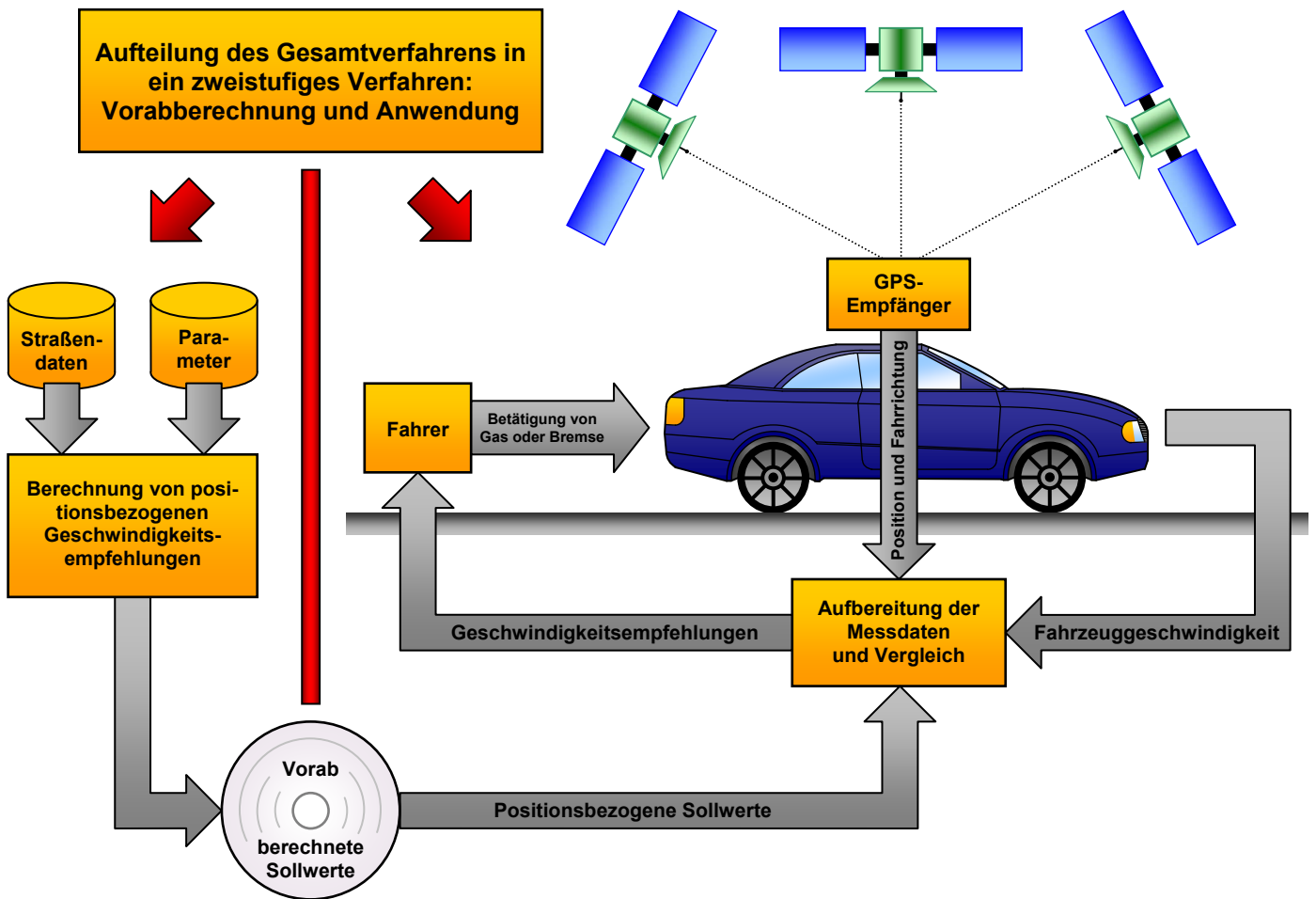


Bild 2.4: Übersichtsplan für das neue Verfahren, dass eine Aufteilung in Vorabberechnungen und Anwendung ermöglicht.

3 Kriterien, Randbedingungen und Beschreibung des Verfahrens

In Kapitel 2.3 wurde bereits auf die Gesamtarchitektur des Fahrerassistenzsystems, das den Fahrer bei der Anpassung der Fahrzeuggeschwindigkeit an die jeweilige Fahrsituation unterstützen soll, eingegangen. In diesem Kapitel werden die Kriterien, Randbedingungen und das Verfahren, das das Fahrerassistenzsystem bei der Bestimmung der Geschwindigkeitsempfehlungen verwendet, beschrieben.

3.1 Kriterien für Geschwindigkeitsempfehlungen

Bei der Auswahl der Kriterien wird davon ausgegangen, dass das Fahrerassistenzsystem im alltäglichen Fahrbetrieb eingesetzt werden soll. Im Alltagsbetrieb ist in der Regel ein stabiles Fahrverhalten erwünscht, das heißt, Rutschen und Driften sind unerwünscht. Das Kriterium für die Geschwindigkeitsempfehlungen ergibt sich demzufolge aus der Fahrphysik. Von zentraler Bedeutung in dieser Hinsicht ist das Kraftschlussverhalten (Kraftübertragungsverhalten) der Reifen.

Die Kraftübertragung zwischen Fahrzeug und Fahrbahn findet in der Reifenaufstandsfläche, dem sogenannten Latsch, statt (Kap. I Reifen in [29]). Die Kraftübertragung im Latsch in horizontaler Richtung (Längs- und Querrichtung) ist aufgrund der Reifenelastizität immer mit Schlupf verbunden (Kap. 2.2 in [30]). Der Schlupf ist ein Maß für die Geschwindigkeitsdifferenz zwischen der Radumfangsgeschwindigkeit und der Geschwindigkeit der Radaufstandsfläche. Um eine normierte Größe zu erhalten, wird der Schlupf als Quotient der Geschwindigkeitsdifferenz und einer Bezugsgeschwindigkeit ausgedrückt. In aller Regel wird beim Schlupf zwischen dem Bremsfall und dem Antriebsfall unterschieden. Für diese beiden Fälle wird jeweils eine andere Bezugsgeschwindigkeit gewählt. Mit Gleichung 3.1 kann der Schlupf λ im Bremsfall (Index „B“) und mit Gleichung 3.2 für den Antriebsfall (Index „A“) berechnet werden:

$$\lambda_B = \frac{v - v_R}{v} = \frac{v - \omega r_{dyn}}{v}, \quad (\text{Gl. 3.1})$$

$$\lambda_A = \frac{v_R - v}{v_R} = \frac{\omega r_{dyn} - v}{\omega r_{dyn}}. \quad (\text{Gl. 3.2})$$

Hierbei bezeichnen v die Geschwindigkeit der Radaufstandsfläche und $v_R = \omega r_{dyn}$ die Radumfangsgeschwindigkeit, die sich aus der Radwinkelgeschwindigkeit ω und dem dynamischen Reifenhalbmesser r_{dyn} berechnen lässt (Kap. 1 in [31]). Die Ergebniswerte dieser beiden Gleichungen liegen im Wertebereich zwischen 0 und 1. In der Literatur findet man auch häufig Angaben in Prozent.

Die Fähigkeit, Kräfte zwischen Fahrbahn und Fahrzeug zu übertragen, variiert mit dem Betriebszustand des Reifens. Der Grund dafür ist, dass sich der Gesamtschlupf in Abhängigkeit des Betriebszustandes zu unterschiedlichen Teilen aus Formschlupf und Gleitschlupf zusammensetzt.

In denjenigen Bereichen des Latschs, in denen der Reifen auf der Straße haftet, entsteht der Schlupf durch eine Deformation der Profilstollen des Reifens. Diese Art des Schlupfs wird als Formschlupf oder Dehnschlupf bezeichnet. Gleitschlupf ergibt sich in denjenigen Bereichen des Latschs, in denen durch Materialgleiten eine Relativbewegung zwischen Reifen und Fahrbahn entsteht (Kap. 2.2 in [30], Kap. 1 in [31]).

Wie gut die Fähigkeit eines Reifens ist, Kräfte zwischen Fahrzeug und Fahrbahn zu übertragen, wird durch den Kraftschlussbeiwert μ beschrieben. Der Kraftschlussbeiwert ist das Verhältnis der geometrischen Summe der vom Reifen übertragenen Längs- (F_x) und Querkräfte (F_y) zu der im Reifenlatsch wirkenden Normalkraft (F_z). Mit Hilfe von Gleichung 3.3 kann die dimensionslose Größe berechnet werden (Kap. I Reifen in [29]):

$$\mu = \frac{\sqrt{F_x^2 + F_y^2}}{F_z} . \quad (\text{Gl. 3.3})$$

Der Kraftschlussbeiwert hängt von mehreren Faktoren ab. Hierzu zählen zum Beispiel die Art des Fahrbahnbelages und dessen Zustand (trocken, nass, mit Schnee bedeckt oder vereist), die Fahrgeschwindigkeit und der am Reifen auftretende Schlupf. Um diese Abhängigkeiten der Reifeneigenschaften in Simulationen berücksichtigen zu können, werden Reifenmodelle verwendet. Bei Reifenmodellen unterscheidet man zwischen zwei Ansätzen. Der mathematisch-empirische Ansatz bildet das Reifenverhalten durch Gleichungen und eventuell durch hinterlegte Tabellen ab. Beim physikalischen Ansatz wird das Reifenverhalten durch Mehrkörpersysteme oder durch auf der Finite-Elemente-Methode basierende Modelle (kurz: FEM-Modelle) nachgebildet. Der mathematisch-empirische Ansatz benötigt von den drei genannten Reifenmodellen den geringsten Rechenaufwand und wird daher für Fahrdynamiksimulationen und -regelungen eingesetzt. Wird eine detailreichere Abbildung der Reifeneigenschaften benötigt, kommen Mehrkörpersystemmodelle oder FEM-Modelle zum Einsatz, wobei Letztere hauptsächlich im Entwicklungsprozess eingesetzt werden (Kap. 2.2 in [30]). Die im Folgenden abgebildeten Diagramme wurden unter Verwendung der von Burckhardt, der ein mathematisch-empirisches Modell verwendet, in [31] vorgestellten Gleichungen erstellt.

Da der Kraftaufbau zwischen Reifen und Fahrbahn nicht ohne Schlupf möglich ist, soll zunächst der qualitative Zusammenhang zwischen dem Kraftschlussbeiwert in Längsrichtung $\mu_{x,B}$ und dem Schlupf λ_B , der in Bild 3.1 für den Bremsfall bei Geradeausfahrt abgebildet ist, genauer betrachtet werden. Berechnungsgrundlage des Diagramms ist Gleichung 3.4, die eine „Grundform“ des Reifenmodells darstellt:

$$\mu_{x,B} = C_1 \left(1 - e^{-C_2 \lambda_B}\right) - C_3 \lambda_B . \quad (\text{Gl. 3.4})$$

Das Diagramm in Bild 3.1 wurde mit den Parametern $C_1 = 1,1$; $C_2 = 25$ und $C_3 = 0,3$ erstellt. Für kleine Schlupfwerte λ_B ergibt sich eine steigende Kraftschlusskennlinie bis zu einem Maximum $\mu_{x,B,max}$, das in diesem speziellen Fall bei einem Schlupfwert von $\lambda_B(\mu_{x,B,max}) \approx 0,18$ liegt. Erhöht sich der Schlupf weiter, so sinkt der Kraftschlussbeiwert wieder ab, bis auf den Kraftschlusskoeffizienten μ_{gleit} , der eine Kraftübertragung durch reinen Gleitschlupf widerspiegelt und bei einem Schlupfwert von $\lambda_B = 1$ auftritt.

Für kleine Schlupfwerte überwiegt die Kraftübertragung durch Formschlupf. Im Bereich mittlerer Schlupfwerte ergibt sich die Kraftübertragung durch Mischformen aus Formschlupf und Gleitschlupf, die auch als Teilgleiten bezeichnet wird (Kap. 2.2 in [30], Kap. 1 in [31]). Die in Bild 3.1 abgebildete Kennlinie gibt das Kraftübertragungsverhalten des Reifens auf trockener Straße wieder.

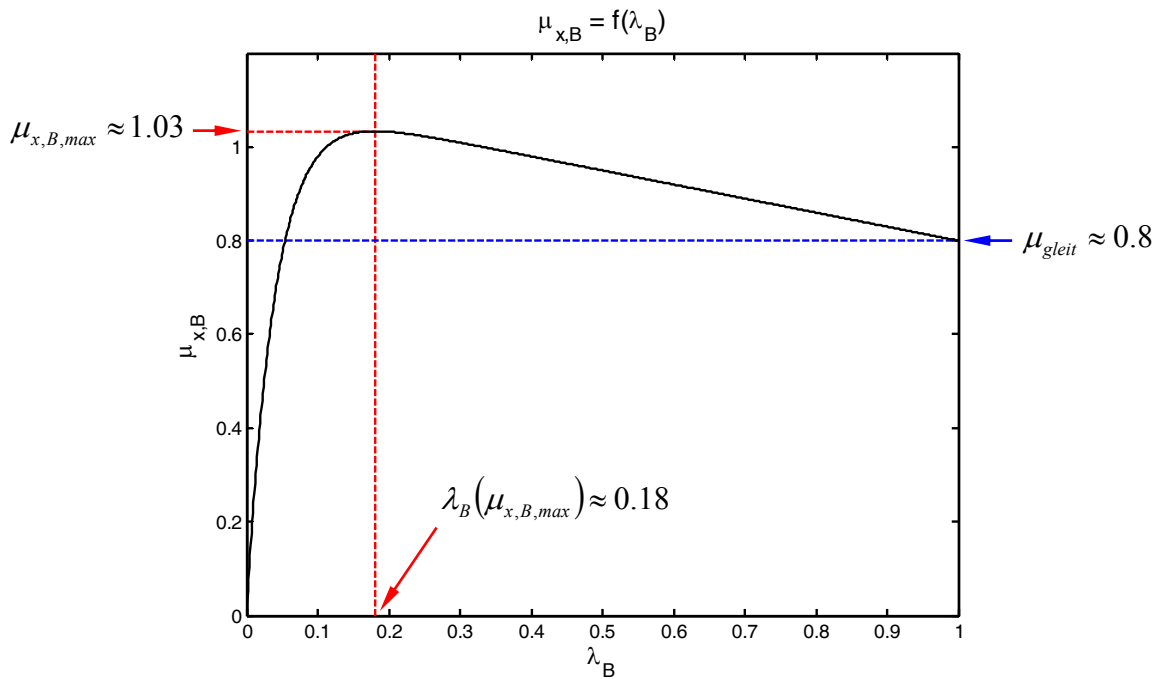


Bild 3.1: Zusammenhang zwischen Bremsschlupf λ_B und dem Kraftschlussbeiwert $\mu_{x,B}$ bei Geradeausbremsung.

Um den Einfluss von Nässe und Fahrgeschwindigkeit zu berücksichtigen, wird Gleichung 3.4 mit dem Term $e^{-C_4 \lambda_B v}$ multipliziert. Für den Sonderfall der Geradeausfahrt ergibt sich Gleichung 3.5:

$$\mu_{x,B} = \left(C_1 \left(1 - e^{-C_2 \lambda_B} \right) - C_3 \lambda_B \right) e^{-C_4 \lambda_B v}. \quad (\text{Gl. 3.5})$$

Als zusätzliche Einflussfaktoren werden der Nässeinflussfaktor C_4 ($[C_4] = s/m$) und die Fahrgeschwindigkeit v ($[v] = m/s$) mit in das Reifenmodell aufgenommen. Generell führt Nässe zu einer Verringerung des Kraftschlusses. Je stärker der Einfluss der Nässe auf das Kraftschlussverhalten des Reifens ist, desto größer ist der Nässeinflussfaktor C_4 . Durch die Aufnahme der Fahrgeschwindigkeit in das Reifenmodell wird die Fähigkeit der Wasserverdrängung bei unterschiedlichen Geschwindigkeiten berücksichtigt. Bei zunehmender Geschwindigkeit verringert sich die Fähigkeit eines Reifens, Wasser zu verdrängen. Dementsprechend verringert sich der Kraftschlussfaktor bei höheren Geschwindigkeiten stärker als bei kleinen Geschwindigkeiten. Sollte ein Reifen nicht mehr in der Lage sein, das sich auf der Fahrbahn befindliche Wasser zu verdrängen, so schwimmt er auf und verliert den Kontakt zu Fahrbahnoberfläche. Diesen Fahrzustand bezeichnet man als Aquaplaning. Wird in Gleichung 3.5 eine Geschwindigkeit von $v = 0 \text{ m/s}$ eingesetzt, so ist sie identisch mit Gleichung 3.4, die eine Kennlinie für eine trockene Fahrbahn repräsentiert.

In Bild 3.2 ist ein Plot von Gleichung 3.5 zu sehen, um den Einfluss von Nässe und Geschwindigkeit auf den Kraftschlussbeiwert zu verdeutlichen. Es wurden die Parameter $C_1 = 1,1$; $C_2 = 25$; $C_3 = 0,3$; $C_4 = 0,03 \text{ s/m}$ und die in der Legende angegebenen Geschwindigkeiten verwendet.

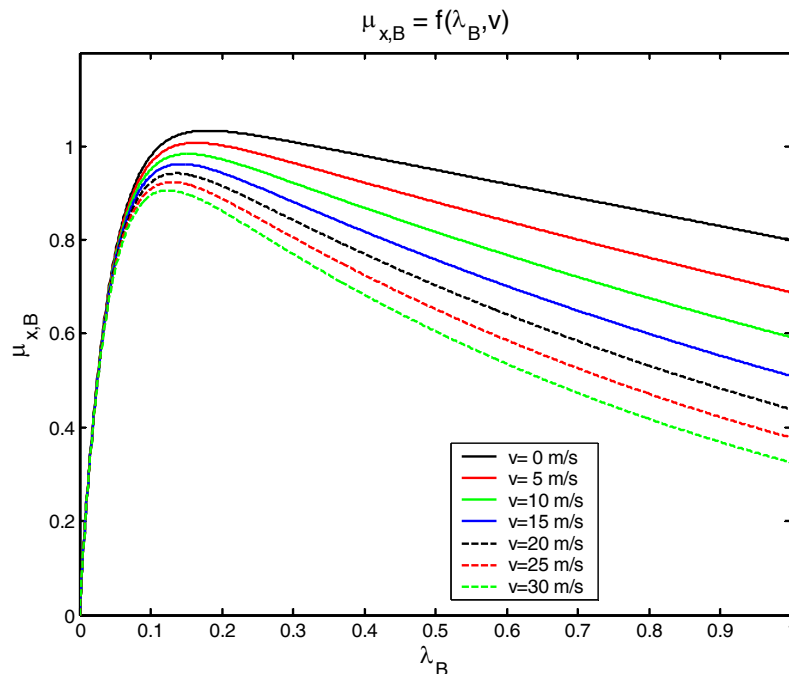


Bild 3.2: Einfluss der Nässe und der Fahrgeschwindigkeit auf den Kraftschlussbeiwert $\mu_{x,B}$ bei Geradeausbremsung.

Eine weitere wichtige Eigenschaft, die bis jetzt noch nicht betrachtet wurde, ist die Fähigkeit von Reifen, Kräfte in Querrichtung zu übertragen. Bisher wurde immer nur der Sonderfall der Geradeausfahrt beziehungsweise der Geradeausbremsung betrachtet.

Damit bei einem Reifen in Querrichtung eine Kraft übertragen werden kann, ist, genauso wie in Längsrichtung, ein Schlupf erforderlich. Wie entsteht dieser Schlupf? Bei der Kurvenfahrt ergibt sich aus der Fahrzeuggeometrie, dass die Vektoren für die Umfangsgeschwindigkeit des Reifens und die Bewegungsgeschwindigkeit des Rades nicht parallel zueinander ausgerichtet sind. Bild 3.3 zeigt ein derartiges Szenario für das Bremsen in einer Kurve. Die Ausrichtung der Geschwindigkeitsvektoren unterscheidet sich in diesem Diagramm um den Schräglaufwinkel α . Wie sich im Folgenden zeigt, ist dieser Winkel bei der Aufteilung der am Rad auftretenden Geschwindigkeitskomponenten entscheidend. Der Bremsfall ist daran zu erkennen, dass der Betrag des Vektors für die Umfangsgeschwindigkeit $|\vec{v}_R|$ kürzer als der Betrag des Bewegungsvektors $|\vec{v}|$ ist. Zwischen den Endpunkten der beiden Vektoren ergibt sich der Geschwindigkeitsdifferenzvektor \vec{v}_{res} . Bezogen auf das Koordinatensystem des Reifens, dessen x-Achse parallel zum Bewegungsvektor des Reifens ausgerichtet ist, hat der Geschwindigkeitsdifferenzvektor Komponenten sowohl in x- als auch in y-Richtung. Werden die x- und y-Komponenten dieses Differenzvektors auf den Betrag der Bewegungsgeschwindigkeit bezogen, so erhält man die Schlupfwerte in x- und y-Richtung des Reifens.

Die Berechnungsvorschrift für den Bremschlupf in x- und y-Richtung sind durch die Gleichungen 3.6 und 3.7 gegeben:

$$\lambda_{x,B} = \frac{\Delta v_{x,B}}{v} = \frac{v - v_R \cos(\alpha)}{v}, \quad (\text{Gl. 3.6})$$

$$\lambda_{y,B} = \frac{\Delta v_{y,B}}{v} = \frac{v_R \sin(\alpha)}{v}. \quad (\text{Gl. 3.7})$$

In den Gleichungen 3.6 und 3.7 entspricht $\Delta v_{x,B}$ der x-Komponente und $\Delta v_{y,B}$ der y-Komponente des Geschwindigkeitsdifferenzvektors \vec{v}_{res} .

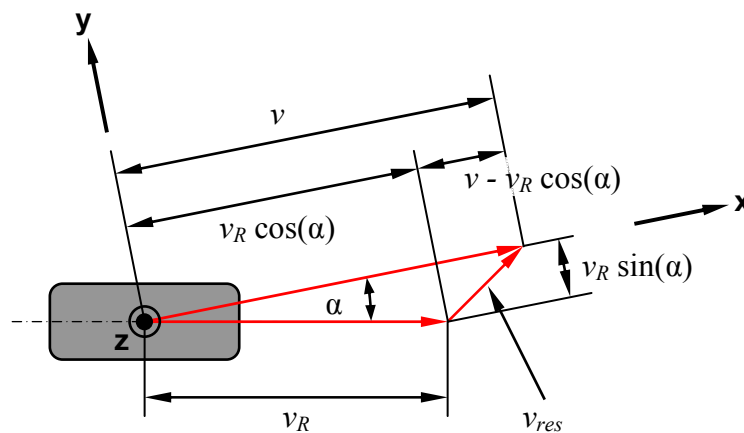


Bild 3.3: Bei der Kurvenfahrt unterscheidet sich die Ausrichtung der Vektoren für die Radumfangsgeschwindigkeit \vec{v}_R und der Bewegungsrichtung des Rades \vec{v} um den zwischen ihnen liegenden Schräglaufwinkel α . Das oben abgebildete Diagramm gibt den Bremsfall wieder.

Im Regelfall werden die in Gleichung 3.6 und 3.7 gegebenen Gleichungen als Funktion des absoluten Schlupfs λ_B , der durch Gleichung 3.1 gegeben ist, ausgedrückt. Als Funktion des absoluten Schlupfs ergeben sich Gleichung 3.8 und 3.9:

$$\lambda_{x,B} = \frac{v - v_R \cos(\alpha)}{v} = 1 - \left(1 - \frac{v - v_R}{v}\right) \cos(\alpha) = 1 - (1 - \lambda_B) \cos(\alpha), \quad (\text{Gl. 3.8})$$

$$\lambda_{y,B} = \frac{v_R \sin(\alpha)}{v} = \left(1 - \frac{v - v_R}{v}\right) \sin(\alpha) = (1 - \lambda_B) \sin(\alpha). \quad (\text{Gl. 3.9})$$

Wird aus den Komponenten des Schlupfs in x- und y-Richtung, die durch Gleichung 3.8 und Gleichung 3.9 gegeben sind, der Betrag gebildet, so ergibt sich Gleichung 3.10:

$$\lambda_{res,B} = \sqrt{\lambda_{x,B}^2 + \lambda_{y,B}^2} = \sqrt{2(1 - \lambda_B)(1 - \cos(\alpha)) + \lambda_B^2}. \quad (\text{Gl. 3.10})$$

Die in Gleichung 3.4 gegebene Beziehung zwischen dem absoluten Schlupf λ_B und dem Kraftschlusskoeffizienten $\mu_{x,B}$ bezieht sich eigentlich auf den resultierenden Schlupf $\lambda_{res,B}$ und den resultierenden Kraftschlusskoeffizienten $\mu_{res,B}$. Für den Sonderfall der Geradeausfahrt ist der Schräglaufwinkel $\alpha = 0$ und es gilt $\mu_{res,B} = \mu_{x,B}$, $\lambda_{res,B} = \lambda_B$ und $\lambda_{y,B} = 0$. Die allgemeingültige Beziehung zwischen dem resultierenden Kraftschlusskoeffizienten $\mu_{res,B}$ und dem resultierenden Schlupf $\lambda_{res,B}$ ist durch Gleichung 3.11 gegeben:

$$\mu_{res,B} = C_1 \left(1 - e^{-C_2 \lambda_{res,B}}\right) - C_3 \lambda_{res,B}. \quad (\text{Gl. 3.11})$$

Mit den Gleichungen 3.8, 3.9, 3.10 und 3.11 ist es möglich, den resultierenden Kraftschlusskoeffizienten in Abhängigkeit des absoluten Schlupfs λ_B und des Schräglaufwinkels α zu berechnen. Was fehlt, ist eine Regel zum Aufteilen des resultierenden Schlupfs in seine x- und y-Komponenten. Die Herleitung der benötigten Regel gestaltet sich wie folgt: Es wird davon ausgegangen, dass Bremschlupf, Antriebschlupf und Seitenschlupf gleichwertig sind und die folgende Gleichung 3.12 gilt (Hier wird nur der Bremsfall betrachtet, für den Antriebsfall gestaltet sich die Herleitung analog.):

$$\frac{\mu_{x,B}}{\mu_{y,B}} = \frac{\Delta v_{x,B}}{\Delta v_{y,B}} = \frac{\lambda_{x,B}}{\lambda_{y,B}}. \quad (\text{Gl. 3.12})$$

Der resultierende Kraftschlusskoeffizient berechnet sich wie in Gleichung 3.13 angegeben:

$$\mu_{res,B} = \sqrt{\mu_{x,B}^2 + \mu_{y,B}^2} = \mu_{x,B} \sqrt{1 + \left(\frac{\mu_{y,B}}{\mu_{x,B}}\right)^2}. \quad (\text{Gl. 3.13})$$

Der Quotient aus den Kraftschlusskomponenten in Gleichung 3.13 wird nun entsprechend Gleichung 3.12 durch einen Quotienten aus Schlupfwerten ersetzt. Durch das Ersetzen ergibt sich Gleichung 3.14:

$$\mu_{res,B} = \mu_{x,B} \sqrt{1 + \left(\frac{\lambda_{y,B}}{\lambda_{x,B}}\right)^2}. \quad (\text{Gl. 3.14})$$

In einem letzten Schritt wird Gleichung 3.14 mit $\lambda_{x,B}$ multipliziert und der Wurzelterm wieder durch $\lambda_{res,B}$ ersetzt. Es ergibt sich Gleichung 3.15:

$$\mu_{res,B} \lambda_{x,B} = \mu_{x,B} \sqrt{\lambda_{x,B}^2 + \lambda_{y,B}^2} = \mu_{x,B} \lambda_{res,B}. \quad (\text{Gl. 3.15})$$

Dividiert man Gleichung 3.15 durch den resultierenden Bremsschlupf $\lambda_{res,B}$, ergibt sich der gesuchte Zusammenhang zwischen dem resultierenden Kraftschluss $\mu_{res,B}$ und dessen Komponente $\mu_{x,B}$, die durch Gleichung 3.16 gegeben ist:

$$\mu_{x,B} = \frac{\lambda_{x,B}}{\lambda_{res,B}} \mu_{res,B} \quad (\text{Gl. 3.16})$$

Die Herleitung für die y-Komponente des Kraftschluss erfolgt analog dem der x-Komponente. Das Ergebnis ist durch Gleichung 3.17 gegeben:

$$\mu_{y,B} = \frac{\lambda_{y,B}}{\lambda_{res,B}} \mu_{res,B} \quad (\text{Gl. 3.17})$$

Bild 3.4 zeigt die Kraftschlusskoeffizienten $\mu_{x,B}$ und $\mu_{y,B}$ als Funktion des absoluten Schlupfs λ_B bei unterschiedlichen Schräglaufwinkeln α . Für die Generierung der Diagramme wurden die Gleichungen 3.8 bzw. 3.9, 3.10, 3.11 und 3.16 bzw. 3.17 sowie die Parameter $C_1 = 1,1$; $C_2 = 25$; $C_3 = 0,3$ und die in den Legenden angegebenen Schräglaufwinkel verwendet. Ein Faktor für den Einfluss von Nässe wurde nicht berücksichtigt.

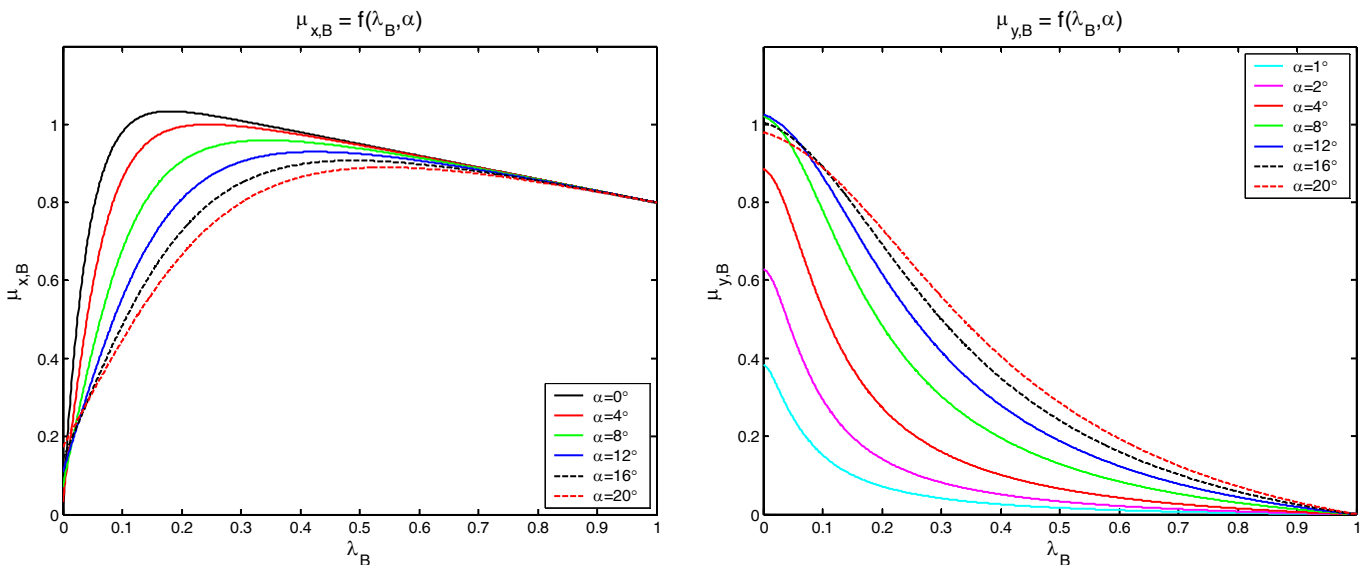


Bild 3.4: Plot der Kraftschlusskoeffizienten $\mu_{x,B}$ und $\mu_{y,B}$ als Funktion des absoluten Schlupfs λ_B bei unterschiedlichen Schräglaufwinkeln α .

In Bild 3.4 ist zu erkennen, dass sich der Maximalwert der Kraftschlusskurve $\mu_{x,B}$ durch steigende Schräglaufwinkel verringert und in Richtung größerer Werte des absoluten Schlupfs verschiebt. Die Fähigkeit des Reifens, Seitenkräfte zu übertragen, nimmt bei kleinen Werten für den absoluten Schlupf mit steigendem Schräglaufwinkel relativ schnell bis zu einem Maximum zu und fällt bei weiter steigendem Schräglaufwinkel wieder ab.

Bei steigendem Schlupf fallen alle Kennlinien ab; je größer der Schräglaufwinkel, desto langsamer fallen die Kurven ab. Bei einem Schlupfwert von $\lambda_B = 1$ können keine Seitenkräfte mehr übertragen werden.

Die Gleichungen und Diagramme, die sich für den Antriebsfall ergeben, sind, da die Überlegungen analog zum Bremsfall verlaufen, im Anhang B.1 zu finden.

Eine weitere wichtige Erkenntnis ergibt sich, wenn die Kraftschlusskoeffizienten μ_x und μ_y für den Antriebs- und den Bremsfall in Abhängigkeit der Parameter λ_A beziehungsweise λ_B und diverser Schräglaufwinkel α in einem Diagramm aufgetragen werden. Das in Bild 3.5 dargestellte Diagramm ist eine derartige Darstellung der Reifenkennlinien und enthält damit die Informationen der beiden Diagramme in Bild 3.4 und Bild B.2. Auf der Abszisse wurde der Kraftschlusskoeffizient in x-Richtung und auf der Ordinate der Kraftschlusskoeffizient in y-Richtung aufgetragen. Grundsätzlich ergeben sich die positiven Werte von μ_y aus positiven Schräglaufwinkeln und dementsprechend die negativen Werte von μ_y aus negativen Schräglaufwinkeln. Die blau eingezeichneten Teile der Kennlinien ergeben sich aus dem Antriebsfall, die grün eingezeichneten Teile der Kennlinien ergeben sich aus dem Bremsfall, wobei allerdings das Vorzeichen der x-Komponente umgekehrt wurde.

Wie in Bild 3.5 zu erkennen ist, ergibt sich als Hüllkurve aller möglichen Kombinationen von μ_x und μ_y ein Kreis. Dieser Kreis, der sogenannte „Kammische Kreis“, ist nach seinem Entdecker Prof. Wunibald Kamm (1893-1966) benannt (Kap. I Reifen in [29], Kap. 1 in [31]).

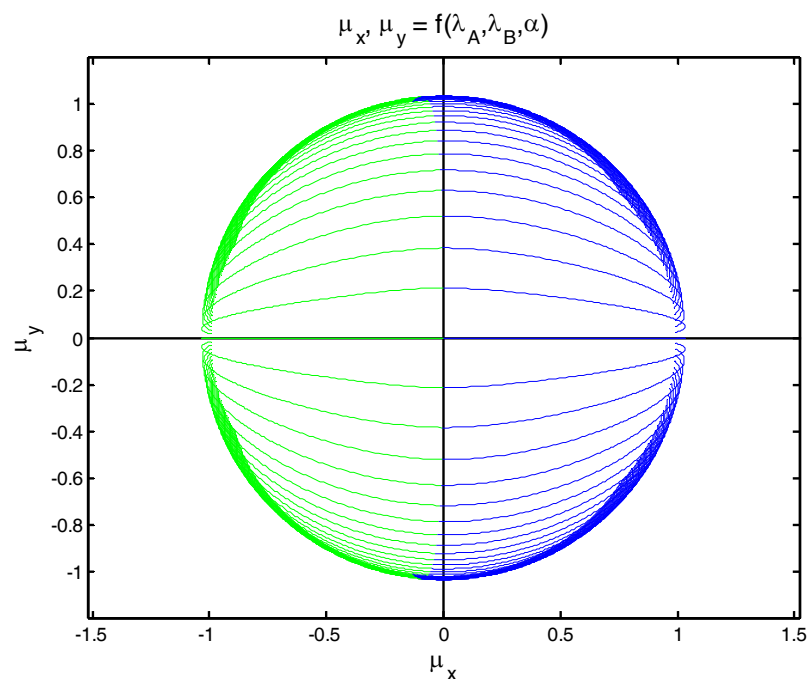


Bild 3.5: Als Hüllkurve aller möglichen Kombinationen der Kraftübertragungsbeiwerte μ_x und μ_y ergibt sich der Kammsche Kreis.

Der Kammsche Kreis besagt, dass der Betrag des resultierenden Kraftschlusskoeffizienten entsprechend Gleichung 3.18 auf ein Maximum μ_{max} begrenzt ist:

$$\mu_{res} = \sqrt{\mu_x^2 + \mu_y^2} \leq \mu_{max}. \quad (\text{Gl. 3.18})$$

Wird Gleichung 3.18 mit der in z-Richtung wirkenden Normalkraft multipliziert, so ergibt sich das äquivalente Kriterium für Kräfte entsprechend Gleichung 3.19:

$$\begin{aligned} \mu_{res} F_N &= \sqrt{(\mu_x F_N)^2 + (\mu_y F_N)^2} \leq \mu_{max} F_N, \\ F_{res} &= \sqrt{F_x^2 + F_y^2} \leq F_{max}. \end{aligned} \quad (\text{Gl. 3.19})$$

Entsprechend dem maximalen resultierenden Kraftschlusskoeffizienten kann in horizontaler Richtung maximal eine resultierende Kraft vom Betrag F_{max} übertragen werden.

Liegt die zu übertragende resultierende Kraft im Bereich von $F_{res} = 0 \text{ N}$ bis $F_{res} = F_{max}$, so wird der Reifen, dessen Kraftübertragungsverhalten für die resultierende Größe durch Gleichung 3.11 gegeben ist, im Bereich des steigenden resultierenden Kraftschlusskoeffizienten betrieben. Das System Rad-Straße hat damit ein stabiles Verhalten. Der Wunsch, eine größere Kraft zu übertragen, führt auch zur Übertragung einer höheren Kraft.

Wird versucht, eine resultierende Kraft, die größer als F_{max} ist, zu übertragen, so führt dies nur zu einer Erhöhung des Schlupfs, so dass der Reifen im Bereich sinkender resultierender Kraftschlusskoeffizienten betrieben wird. Der Wunsch, eine größere Kraft als F_{max} zu übertragen, führt zur Übertragung einer geringeren Kraft und zur Erhöhung des Schlupfs. Das System Rad-Straße zeigt damit instabiles Verhalten.

Wie bereits am Anfang des Kapitels erwähnt, ist im alltäglichen Betrieb eines Fahrzeugs ein stabiles Fahrverhalten wünschenswert. Damit ist ein grundlegendes Kriterium, das bei Geschwindigkeitsempfehlungen berücksichtigt werden muss, gefunden. Der Kammsche Kreis kommt jedoch nicht direkt, sondern mit zwei Modifikationen, die im Folgenden noch genauer betrachtet werden, zum Einsatz.

Die erste Modifikation besteht darin, dass der Kammsche Kreis nicht mit dem für den Reifen maximalen Radius, sondern mit einem reduzierten Radius verwendet wird. Diese künstliche Beschränkung reduziert die resultierende Kraft, die maximal übertragen wird, auf ein Limit, das in der Regel unterhalb des physikalischen Maximalwerts liegt. Die hierzu gehörenden Relationen sind in Gleichung 3.20 für die übertragenen Kräfte und in Gleichung 3.21 für die Kraftschlusswerte gegeben. Der Index „*res*“ bezeichnet hierbei die übertragene, resultierende Größe, der Index „*lim*“ ein künstlich eingeführtes Limit und der Index „*max*“ den physikalisch gegebenen Maximalwert:

$$F_{res} \leq F_{lim} \leq F_{max}, \quad (\text{Gl. 3.20})$$

$$\mu_{res} \leq \mu_{lim} \leq \mu_{max}. \quad (\text{Gl. 3.21})$$

Die Beschränkung auf einen künstliches Limit hat den Vorteil, dass sich Reserven bis zum physikalischen Maximalwert ergeben, welcher unter Umständen auch nicht immer exakt bekannt ist. Weiterhin ist es möglich, durch eine geeignete Wahl des künstlichen Maximalwerts Aspekte des Komforts zu berücksichtigen.

Die zweite Modifikation besteht in der Verwendung gewichteter Kraft-, Kraftschluss oder Beschleunigungskomponenten im Gegensatz zu mit dem Faktor „1“ gewichteten Komponenten wie in Gleichung 3.18 und 3.19. Die Gewichtung der Komponenten wird in Anlehnung an die Gleichung einer Ellipse vorgenommen, die durch Gleichung 3.22 gegeben ist (Kap. 2 in [32]):

$$\left(\frac{x}{a}\right)^2 + \left(\frac{y}{b}\right)^2 = 1 \quad (a > 0, b > 0). \quad (\text{Gl. 3.22})$$

Die sich entsprechend Gleichung 3.22 ergebende Ellipse ist in Bild 3.6 gezeigt. Die in der Gleichung auftretenden konstanten Gewichtungsfaktoren a und b ergeben die Längen der großen beziehungsweise der kleinen Halbachse der Ellipse, je nachdem, welche der beiden Konstanten die größere der beiden ist.

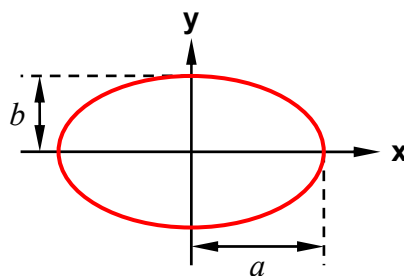


Bild 3.6: Bild der zu Gleichung 3.22 gehörenden Ellipse. Die Faktoren a und b sind als Längen der großen Halbachse (in diesem Fall a) und der kleinen Halbachse (in diesem Fall b) eingezeichnet.

Wird in Gleichung 3.19 eine Gewichtung der x- und y-Komponenten in Anlehnung an Gleichung 3.22 vorgenommen, so ergibt sich durch die Gewichtung der Kraft F_x mit dem konstanten Gewichtungsfaktor k_x und der Gewichtung der Kraft F_y mit dem Gewichtungsfaktor k_y Gleichung 3.23:

$$F_{res} = \sqrt{\left(\frac{F_x}{k_x}\right)^2 + \left(\frac{F_y}{k_y}\right)^2} \leq F_{lim} \leq F_{max} \quad (k_x > 0, k_y > 0). \quad (\text{Gl. 3.23})$$

Zur Bestimmung des Kraftschlusskoeffizienten muss Gleichung 3.23 durch die in z-Richtung wirkende Kraft dividiert werden. Es ergibt sich Gleichung 3.24:

$$\mu_{res} = \frac{\sqrt{\left(\frac{F_x}{k_x}\right)^2 + \left(\frac{F_y}{k_y}\right)^2}}{F_z} \leq \mu_{lim} \leq \mu_{max} \quad (k_x > 0, k_y > 0). \quad (\text{Gl. 3.24})$$

Mit den Gleichungen 3.23 und 3.24 ist eine Form des Kriteriums gefunden, die im Weiteren Anwendung findet.

3.2 Randbedingungen für Geschwindigkeitsempfehlungen

Wie schon in der Einleitung zum vorherigen Kapitel angedeutet, liegt der Anwendungsschwerpunkt des Verfahrens für Geschwindigkeitsempfehlung auf der Straße und insbesondere auf Landstraßen außerorts. Aus diesem Grund wird in diesem Kapitel die Linienführung von Straßen genauer betrachtet.

Für die Erstellung und Fortschreibung von technischen Regelwerken in Bereich Straßen- und Verkehrswesen ist die „Forschungsgesellschaft für Straßen- und Verkehrswesen e.V.“ (kurz: FGSV) verantwortlich [33].

Da das Straßen- und Verkehrswesen ein vielseitiger Bereich ist, gibt es eine entsprechend hohe Anzahl an Regelwerken. Für diese Arbeit sind die „Richtlinien für die Anlage von Straßen – Teil: Linienführung“ (kurz: RAS-L) wichtig [34]. Einige Grundsätze aus den Richtlinien werden im Folgenden vorgestellt.

Für den Entwurf im Lageplan (Draufsicht eines Straßenentwurfs) stehen grundsätzlich drei Elemente beziehungsweise Geometrien zur Verfügung. Diese drei Geometrien sind Geraden, Kurven und Klothoiden als Übergangsbögen (Kap. 4 in [34]).

Sowohl Geraden als auch Kurven sind Geometrien mit konstanter Krümmung. Diese ist für die Gerade immer null, für eine Kurve entspricht der Betrag der Krümmung dem reziproken Wert des Kurvenradius. Würden bei der Straßenplanung nur Geraden und Kreisbögen verwendet, so müsste der Fahrer an den Übergangspunkten innerhalb kürzester Zeit von Geradefahrt auf Kreisfahrt oder umgekehrt „umschalten“, was mit einer ruckartigen Lenkbewegung verbunden wäre. Die Klothoide als Übergangsbogen sorgt mit einem mit dem Weg linear zunehmenden Krümmungswert für einen stetigen Übergang zwischen Geraden und Kreisbögen. Beim Durchfahren ist keine ruckartige Lenkbewegung nötig (Kap. 4 in [35]).

Liegt zur Verbindung zweier Geraden die Elementfolge **Gerade – Klothoide – Kurve – Klothoide – Gerade** vor, so spricht man von einer Verbundkurve (Kap. 4 in [35]). Eine mögliche Linienführung für eine derartige Verbundkurve im Lageplan ist im linken Diagramm von Bild 3.7 gezeigt. Der Weg entlang dieser Trajektorie wird von links nach rechts beginnend bei null gezählt. Die Krümmung entlang der Trajektorie ist im rechten Diagramm als Funktion des Weges wiedergegeben. In beiden Diagrammen sind die Übergangspunkte zwischen den Geometrieelementen mit den Wegpunkten s_I bis s_{IV} gekennzeichnet.

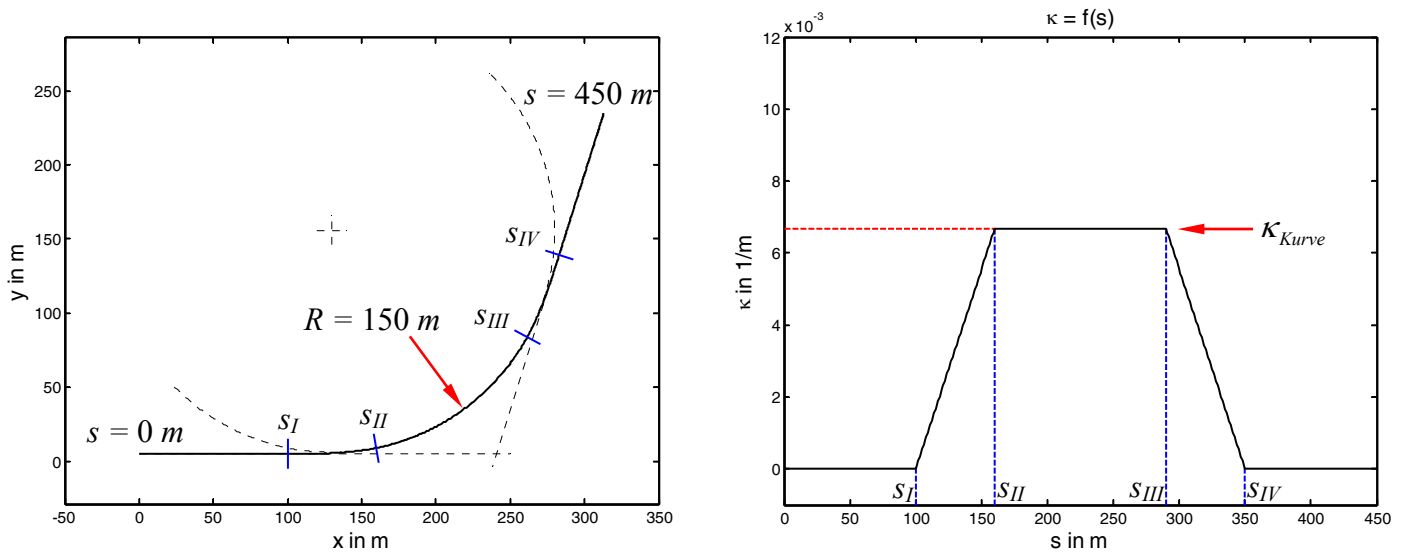


Bild 3.7: Linkes Diagramm: Linienführung einer Verbundkurve im Lageplan.
Rechtes Diagramm: Verlauf der Krümmung als Funktion des Weges entlang der Trajektorie im linken Diagramm.

Der rechts in Bild 3.7 gezeigte Verlauf der Krümmung κ als Funktion des Weges verdeutlicht, dass die Klothoiden mit einem linearen Verlauf der Krümmung zwischen den Wegpunkten s_I und s_{II} beziehungsweise zwischen s_{III} und s_{IV} für einen stetigen Übergang zwischen den Geometrieelementen mit konstanter Krümmung sorgen. Die links im Lageplan eingezeichnete Kurve hat einen Radius von $R = 150$ m. Dies führt im rechten Diagramm entsprechend zu einer konstanten Krümmung von $\kappa = 0,00\bar{6} 1/m$ zwischen den Wegpunkten s_{II} und s_{III} .

Trägt man die x- und y-Funktionswerte einer Klothoide, beginnend im Ursprung des kartesischen Koordinatensystems mit $s = 0$, auf, so ergibt sich der in Bild 3.8 abgebildete Kurvenverlauf für einen Klothoidenparameter von $A = 1$. Der rote Pfeil deutet in Richtung steigender Werte von s .

Beginnt die Klothoide, wie in Bild 3.8 gezeigt, im Ursprung des Koordinatensystems mit $s = 0$ und $\kappa = 0$, so ergibt sie die Krümmung entlang der Kurve durch Gleichung 3.25:

$$\kappa(s) = \frac{s}{A^2} \quad (s \geq 0; \quad A > 0, \text{ konstant}). \quad (\text{Gl. 3.25})$$

Die Konstante A in Gleichung 3.25 ist der sogenannte Klothoidenparameter und s die Bogenlänge der Klothoide vom Ursprung bis zum aktuellen Punkt, für den der Krümmungswert berechnet wird.

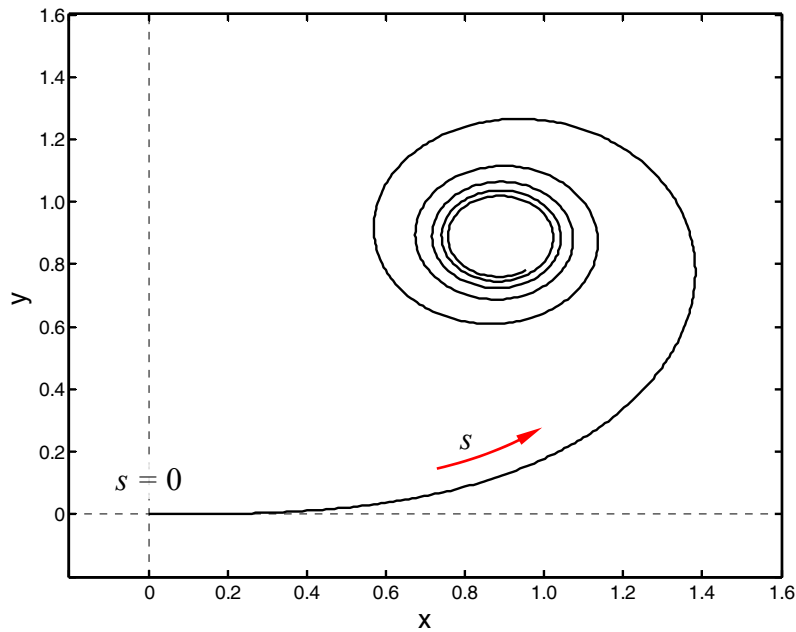


Bild 3.8: Plot der Klothoidenfunktion mit dem Klothoidenparameter $A = 1$.

Das Quadrat des Klothoidenparameters A berechnet sich aus dem Produkt des am Endpunkt der Klothoide erreichten Radius R_{Kurve} , der in der Regel dem Radius der folgenden Kurve entspricht, und der Bogenlänge L_{Kloth} der Klothoide vom Startpunkt bis deren Endpunkt. Alternativ kann, wie in Gleichung 3.26 gezeigt, die Bogenlänge der Klothoide durch den am Endpunkt der Klothoide erreichten Krümmungswert κ_{Kurve} dividiert werden:

$$A^2 = L_{Kloth} R_{Kurve} = \frac{L_{Kloth}}{\kappa_{Kurve}}. \quad (\text{Gl. 3.26})$$

Setzt man Gleichung 3.26 in Gleichung 3.25 ein, so ergibt sich der in Gleichung 3.27 aufgeführte Dreisatz und damit eine lineare Zunahme der Krümmung entlang der Klothoide:

$$\kappa(s) = \frac{s}{L_{Kloth}} \kappa_{Kurve} \quad (0 \leq s \leq L_{Kloth}). \quad (\text{Gl. 3.27})$$

Zur Berechnung der zur Klothoide gehörenden Koordinatenpunkte muss eine Lösung der Fresnelschen Integrale gefunden werden. Diese Integrale werden von Burg / Haf / Wille durch eine Taylorreihe ausgedrückt und anschließend gliedweise integriert. Es ergibt sich die in Gleichung 3.28 angegebene Lösung (Kap. 4 in [32], Kap. 1 in [36]):

$$x = A\sqrt{2\alpha} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k \alpha^{2k}}{(4k+1)(2k)!}, \quad \text{mit } \alpha = \frac{s^2}{2A^2}. \quad (\text{Gl. 3.28})$$

$$y = A\sqrt{2\alpha} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k \alpha^{2k+1}}{(4k+3)(2k+1)!}$$

Für das Diagramm in Bild 3.8 konnten die Gleichungen direkt ausgewertet werden, für das linke Diagramm in Bild 3.7 müssen die Ergebniswerte aus Gleichung 3.28 durch Drehung und Verschiebung an die jeweiligen Gegebenheiten angepasst werden. Die Wegpunkte s_I und s_{IV} sind diejenigen Wegpunkte, an denen sich die ursprünglichen Startpunkte ($s = 0$) mit der Krümmung $\kappa = 0$ der Klothoiden befinden. An den Wegpunkten s_{II} und s_{III} befinden sich die Endpunkte der Klothoiden ($s = L_{Kloth}$), an denen die Krümmung identisch mit dem reziproken Kurvenradius ist. Dementsprechend gilt Gleichung 3.29:

$$\kappa(s = L_{Kloth}) = \kappa_{Kurve} = \frac{1}{R_{Kurve}}. \quad (\text{Gl. 3.29})$$

Für die weitere Verwendung wird Gleichung 3.27 nun derart erweitert, dass sich durch Einsetzen des absoluten Wegpunktes der Krümmungswert an der jeweiligen Position innerhalb der Klothoide berechnen lässt. Für eine Konstellation, wie sie im linken Diagramm in Bild 3.7 abgebildet ist, ergeben sich für die einzelnen Abschnitte in der Verbundkurve die in Tabelle 3.1 aufgeführten Gleichungen, die natürlich nur im zugehörigen Abschnitt Gültigkeit besitzen.

Geometrie	Abschnitt	Verlauf der Krümmung		
Gerade	$s < s_I$	$\kappa(s) = 0 \frac{1}{m}$		
Klothoide	$s_I \leq s \leq s_{II}$	$\kappa_{I,II}(s) = \frac{\kappa_{Kurve}}{s_{II} - s_I} (s - s_I)$	$A_{I,II}^2 = \frac{s_{II} - s_I}{\kappa_{Kurve}}$	$\kappa_{I,II}(s) = \frac{s - s_I}{A_{I,II}^2}$
Kurve	$s_{II} < s < s_{III}$	$\kappa(s) = \kappa_{Kurve}$		
Klothoide	$s_{III} \leq s \leq s_{IV}$	$\kappa_{III,IV}(s) = \frac{\kappa_{Kurve}}{s_{IV} - s_{III}} (s_{IV} - s)$	$A_{III,IV}^2 = \frac{s_{IV} - s_{III}}{\kappa_{Kurve}}$	$\kappa_{III,IV}(s) = \frac{s_{IV} - s}{A_{III,IV}^2}$
Gerade	$s_{IV} < s$	$\kappa(s) = 0 \frac{1}{m}$		

Tabelle 3.1: Gleichungen für die Berechnung des Krümmungsverlaufs für eine Verbundkurve.

3.3 Darstellung von Geschwindigkeitsverläufen

Um den Ansatz für das Gesamtkonzept zur Berechnung der Geschwindigkeitsempfehlungen möglichst einfach zu halten, werden konstante Beschleunigungswerte für Verzögerungen und Beschleunigungsvorgänge angesetzt. Insgesamt treten damit drei verschiedene Werte für Beschleunigungen auf:

- Ein konstanter Wert für die Verzögerung des Fahrzeugs, bezeichnet mit a_{decel} (Index „*decel*“ von deceleration, dt.: Verzögerung),
- der Wert null, für Bereiche mit konstanter Geschwindigkeit, und
- ein konstanter Wert für die Beschleunigung des Fahrzeugs, bezeichnet mit a_{accel} (Index „*accel*“ von acceleration, dt.: Beschleunigung).

Die Beschränkung auf konstante Beschleunigungswerte a_0 ist in Gleichung 3.30 mathematisch formuliert:

$$\frac{d}{dt} v(t) = a_0 = \text{konstant} . \quad (\text{Gl. 3.30})$$

Integriert man Gleichung 3.30, erhält man die in Gleichung 3.31 gegebene Funktion für den Geschwindigkeitsverlauf bei konstanten Beschleunigungen:

$$v(t) = \int a_0 dt = a_0 t + v_0 . \quad (\text{Gl. 3.31})$$

In Gleichung 3.31 ist die Anfangsgeschwindigkeit durch v_0 berücksichtigt. Um den Positionsverlauf $s(t)$ bei konstanten Beschleunigungen zu erhalten, wird Gleichung 3.31 integriert. Das Ergebnis ist in Gleichung 3.32 gegeben, wobei die Startposition mit s_0 berücksichtigt wird:

$$s(t) = \int (a_0 t + v_0) dt = \frac{1}{2} a_0 t^2 + v_0 t + s_0 . \quad (\text{Gl. 3.32})$$

Wird Gleichung 3.32 nach der Zeit t umgestellt, so ergibt sich Gleichung 3.33:

$$t_{1,2} = -\frac{v_0}{a_0} \pm \sqrt{2 \frac{s - s_0}{a_0} + \left(\frac{v_0}{a_0}\right)^2} . \quad (\text{Gl. 3.33})$$

Um ein zeitunabhängiges Verhältnis zwischen Geschwindigkeit und Position zu erhalten, wird Gleichung 3.33 in Gleichung 3.31 eingesetzt. Es ergibt sich Gleichung 3.34:

$$v = \pm \sqrt{2 a_0 (s - s_0) + v_0^2} . \quad (\text{Gl. 3.34})$$

Damit ist für konstante Beschleunigungen a_0 ein zeitunabhängiges Verhältnis zwischen Position und Geschwindigkeit gegeben.

Gleichung 3.35 ist eine besser zu handhabende Form von Gleichung 3.34. Sie ergibt sich durch Quadrierung von Gleichung 3.34:

$$v^2 = 2 a_0 (s - s_0) + v_0^2. \quad (\text{Gl. 3.35})$$

Für die Darstellung von Geschwindigkeitsverläufen als Funktion der Position werden in dieser Arbeit die Positionswerte auf der Abszisse und das Quadrat der Geschwindigkeit auf der Ordinate angetragen. Für konstante Werte a_0 ergeben sich in einem derart angepassten Koordinatensystem Geraden für Verzögerungs- und Beschleunigungsvorgänge.

Bringt man in Gleichung 3.35 das Quadrat der Anfangsgeschwindigkeit v_0^2 auf die linke Seite und dividiert durch den Term $(s - s_0)$, so erhält man ein durch die Punkte (s_0, v_0^2) und (s, v^2) festgelegtes Steigungsdreieck. Die Steigung zwischen diesen Punkten ist durch den doppelten Wert der als konstant angesetzten Beschleunigung gegeben. Das Ergebnis der Umformung und die Gegenüberstellung mit der allgemeinen Form eines Steigungsdreiecks sind in Gleichung 3.36 gegeben, wobei m in der rechten Gleichung die Steigung der Geraden ist und (x, y) , (x_0, y_0) zwei Punkte der Geraden sind:

$$\frac{v^2 - v_0^2}{s - s_0} = 2 a_0 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{y - y_0}{x - x_0} = m. \quad (\text{Gl. 3.36})$$

Führt man diese Betrachtung fort, so ähnelt Gleichung 3.35 der Punkt-Richtungsform einer Geraden (Kap. 2 in [32]). Die Gegenüberstellung von Gleichung 3.35 mit der allgemeinen Punkt-Richtungsform einer Geraden ist in Gleichung 3.37 gegeben:

$$v^2 = 2 a_0 (s - s_0) + v_0^2 \quad \Leftrightarrow \quad y = m (x - x_0) + y_0. \quad (\text{Gl. 3.37})$$

3.4 Festlegungen für Krümmung, Steigung und Seitenneigung

In diesem Kapitel werden die Vorzeichen bei Krümmung, Steigung und Seitenneigung der Fahrbahn festgelegt, wie sie auch in den folgenden Kapiteln für die Herleitung verwendet werden. Die Festlegungen, die in Bild 3.9 illustriert sind, verwenden die mathematische Konvention. Hierdurch ergeben sich Unterschiede zu den in der Straßenplanung gängigen Konventionen, auf die im folgenden Text hingewiesen wird.

Es ergeben sich die folgenden Festlegungen: Aus der Draufsicht betrachtet ergibt sich für eine in Fahrtrichtung nach links gekrümmte Fahrbahn eine positive und für eine in Fahrtrichtung nach rechts gekrümmte Fahrbahn eine negative Krümmung κ . Im Gegensatz dazu werden in der Straßenplanung die Rechtskurven mit einer positiven und Linkskurven mit einer negativen Krümmung im Krümmungsband aufgetragen.

Für ein Gefälle in Fahrtrichtung ergibt sich eine negative und für eine Steigung in Fahrtrichtung eine positive Längsneigung α_l . Diese Vorzeichenkonvention entspricht der Konvention in der Straßenplanung.

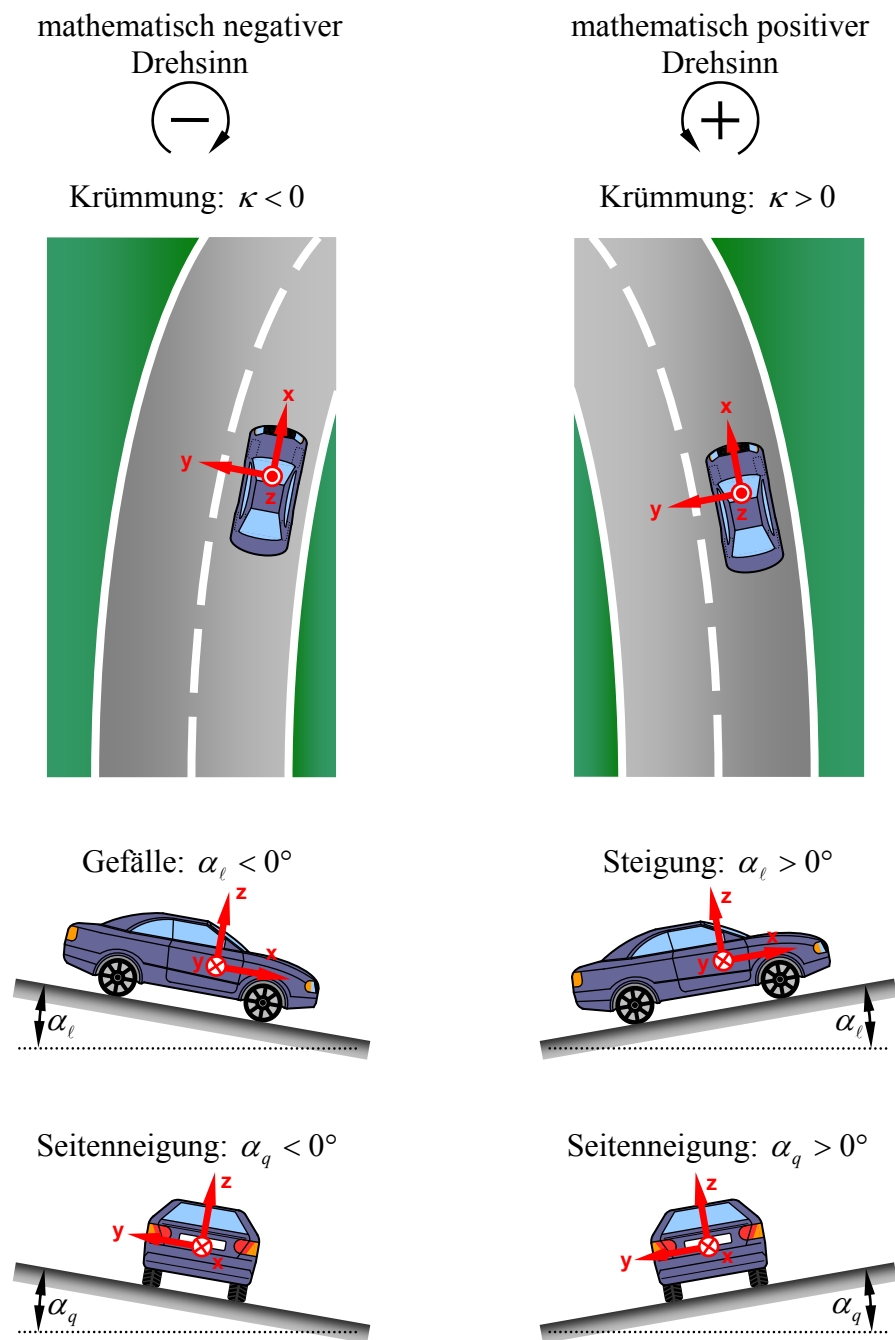


Bild 3.9: Festlegungen von Vorzeichen für Krümmung, Längsneigung und Seitenneigung der Fahrbahn.

Die Seitenneigung α_q wird positiv gezählt, wenn das Fahrzeug auf der Beifahrerseite höher als auf der Fahrerseite steht, und entsprechend negativ, wenn das Fahrzeug auf der Fahrerseite höher als auf der Beifahrerseite steht. In der Straßenplanung wird üblicherweise eine Querneigung für den linken und eine für den rechten Fahrbahnrand in Bezug auf die Fahrbahnachse angegeben. Die Querneigung des linken Fahrbahnrand wird mit einer durchgezogenen Linie und die des rechten Fahrbahnrand in Bezug auf die Fahrbahnachse mit einer gestrichelten Linie aufgetragen.

Für eine Querneigung, die einen positiven Effekt auf die Fahrdynamik hat, d. h. die Außenkurve ist nach oben und die Innenkurve nach unten geneigt, muss der Neigungsverlauf des linken Randes das gleiche Vorzeichen aufweisen wie das des Krümmungsbandes. Der Neigungsverlauf des rechten Randes sollte dementsprechend ein umgekehrtes Vorzeichen aufweisen. Bei der in diesem Dokument verwendeten Konvention müssen Fahrbahnkrümmung und Seitenneigung gleiche Vorzeichen haben, damit ein positiver Effekt für die Fahrdynamik entsteht.

3.5 Verwendetes Fahrzeugmodell

Für die Herleitung der Gleichungen, die für die Berechnung des Geschwindigkeitsprofils nötig sind, wird eine Punktmasse als Fahrzeugmodell verwendet. Das Verfahren wird für eine ebene Fahrbahn, im Weiteren als „ebener Fall“ bezeichnet, und für den allgemeingültigen Fall, das heißt eine Fahrbahn mit Längs- und Querneigung, im Folgenden als „allgemeiner Fall“ bezeichnet, hergeleitet.

Für die Berechnung des Geschwindigkeitsprofils für den ebenen Fall werden die folgenden Größen berücksichtigt:

- Beschleunigung des Fahrzeugs,
- Geschwindigkeit des Fahrzeugs,
- Position des Fahrzeugs,
- Krümmungsverlauf der Straße und
- Maximalwert der Haftwertausnutzung.

Die folgenden beiden Größen werden bei der Herleitung des allgemeingültigen Falls zusätzlich berücksichtigt:

- Längsneigung der Straße (Steigung, Gefälle) und
- Querneigung der Straße.

Fahrwiderstände wie z. B. Rollreibung, Vorspurwiderstand und Luftwiderstand sowie Fahrzeugbewegungen wie Nicken und Wanken werden bei der Herleitung nicht berücksichtigt.

Durch die Verwendung einer Punktmasse als Fahrzeugmodell kann das in Kapitel 3.1 mit Gleichung 3.24 gegebene Kriterium der Begrenzung der Haftwertausnutzung weiter vereinfacht werden, indem die Fahrzeugmasse aus der Gleichung herausgekürzt wird. Gleichung 3.38 zeigt die Umformung und Gleichung 3.39 die vereinfachte, auf den Beschleunigungswerten basierende Form des Kriteriums, die auch als Ausgangspunkt für weitere Betrachtungen verwendet wird:

$$\mu_{res} = \frac{\sqrt{\left(\frac{F_x}{k_x}\right)^2 + \left(\frac{F_y}{k_y}\right)^2}}{|F_z|} = \frac{\sqrt{\left(\frac{m a_x}{k_x}\right)^2 + \left(\frac{m a_y}{k_y}\right)^2}}{m |a_z|} = \frac{m}{m} \frac{\sqrt{\left(\frac{a_x}{k_x}\right)^2 + \left(\frac{a_y}{k_y}\right)^2}}{|a_z|}, \quad (\text{Gl. 3.38})$$

$$\mu_{res} = \frac{\sqrt{\left(\frac{a_x}{k_x}\right)^2 + \left(\frac{a_y}{k_y}\right)^2}}{|a_z|} \leq \mu_{lim} \leq \mu_{max} \quad (k_x > 0, k_y > 0). \quad (\text{Gl. 3.39})$$

3.6 Aufbau eines Geschwindigkeitsprofils

Bei der Berechnung eines Geschwindigkeitsprofils für eine Kurve wird davon ausgegangen, dass als Abfolge von Straßengeometrien eine Verbundkurve vorliegt. Die Verbundkurve und der Krümmungsverlauf der Fahrbahn wurden bereits in Kapitel 3.2 vorgestellt. Zu diesem Krümmungsverlauf, der als Funktion des Ortes gegeben ist, wird nun ein Geschwindigkeitsverlauf, der ebenfalls als eine Funktion des Ortes angegeben wird, berechnet. Für die Darstellung des Geschwindigkeitsprofils wird die in Kapitel 3.3 vorgestellte Darstellungsweise verwendet. Entsprechend Kapitel 3.3 wird das Quadrat der Geschwindigkeit als Funktion des Ortes aufgetragen und für die Berechnung des Verlaufs der Geschwindigkeitswerte Gleichung 3.35 verwendet.

In Bild 3.10 ist sowohl der Verlauf der Krümmung (unteres Diagramm) als auch der Verlauf der Maximalgeschwindigkeit (oberes Diagramm, schwarze Kurve) als Funktion des Weges abgebildet. Im Krümmungsverlauf markieren die Wegpunkte s_I bis s_{IV} wieder die Übergänge zwischen den Geometrieelementen der Verbundkurve.

Unter der Maßgabe, dass ein bestimmter Haftreibungskoeffizient μ_{lim} , der unterhalb des maximalen Haftreibungskoeffizienten μ_{max} liegen sollte, nicht überschritten wird, kann das im oberen Diagramm in Bild 3.10 gezeigte Geschwindigkeitsprofil berechnet werden. Dabei wird das Durchfahren der Kurve in die **Abschnitte A - E** eingeteilt. Die Positionen zwischen den einzelnen Abschnitten werden, wie in Bild 3.10 geschehen, mit den Wegpunkten s_1 bis s_4 bezeichnet.

Das Geschwindigkeitsprofil sieht vor, dass für die Straße eine Maximalgeschwindigkeit v_{max} , die beispielsweise die maximal zulässige Höchstgeschwindigkeit sein kann, festgelegt wird. Ausgehend von dieser Maximalgeschwindigkeit, die in **Abschnitt A** bis zum Wegpunkt s_1 gefahren werden kann, beginnt ab dem Wegpunkt s_1 eine Verzögerungsphase (**Abschnitt B**), die im Wegpunkt s_2 , der vor der Kurve innerhalb der Klothoide zwischen den Wegpunkten s_I und s_{II} liegt, endet. Die Verzögerung wird mit dem konstanten Wert a_{decel} angesetzt. Am Ende des Verzögerungsweges (Wegpunkt s_2) erreicht das Fahrzeug die maximal vorgesehene Kurvengeschwindigkeit $v_{max,Kurve}$. Mit dieser maximal vorgesehenen Kurvengeschwindigkeit durchfährt das Fahrzeug den **Abschnitt C**, der aus dem Endstück der Klothoide am Kurveneingang ($s_2 - s_{II}$), der Kurve ($s_{II} - s_{III}$) und dem ersten Teil der Klothoide am Kurvenausgang ($s_{III} - s_3$) besteht. Ab dem Wegpunkt s_3 kann das Fahrzeug in **Abschnitt D** wieder beschleunigen, bis das Fahrzeug ab Wegpunkt s_4 in **Abschnitt E** wieder mit der Maximalgeschwindigkeit v_{max} fahren kann. Für die Beschleunigung wird, entsprechend Kapitel 3.3, der Wert a_{accel} angesetzt.

Grundsätzlich ist es möglich, dass die gefahrene Geschwindigkeit niedriger als die Maximalwertvorgabe des Geschwindigkeitsprofils ist. Hierzu ist im oberen Diagramm in Bild 3.10 mit dem rot gestrichelten Geschwindigkeitsverlauf eine von vielen Möglichkeiten aufgezeigt. Da es sich bei dem Maximalgeschwindigkeitsprofil um ortsfeste Geschwindigkeitsbegrenzungen handelt, beginnt für den rot eingezeichneten Fall der Verzögerungsvorgang aufgrund der niedrigeren Anfahrtsgeschwindigkeit erst bei einem Wegpunkt, der zwischen s_1 und s_2 liegt. Bei der Kurvenausfahrt ist der Fahrer nicht gezwungen, auf die festgelegte Maximalgeschwindigkeit zu beschleunigen. Der Endpunkt des Beschleunigungsvorgangs kann demzufolge zwischen den Wegpunkten s_3 und s_4 liegen.

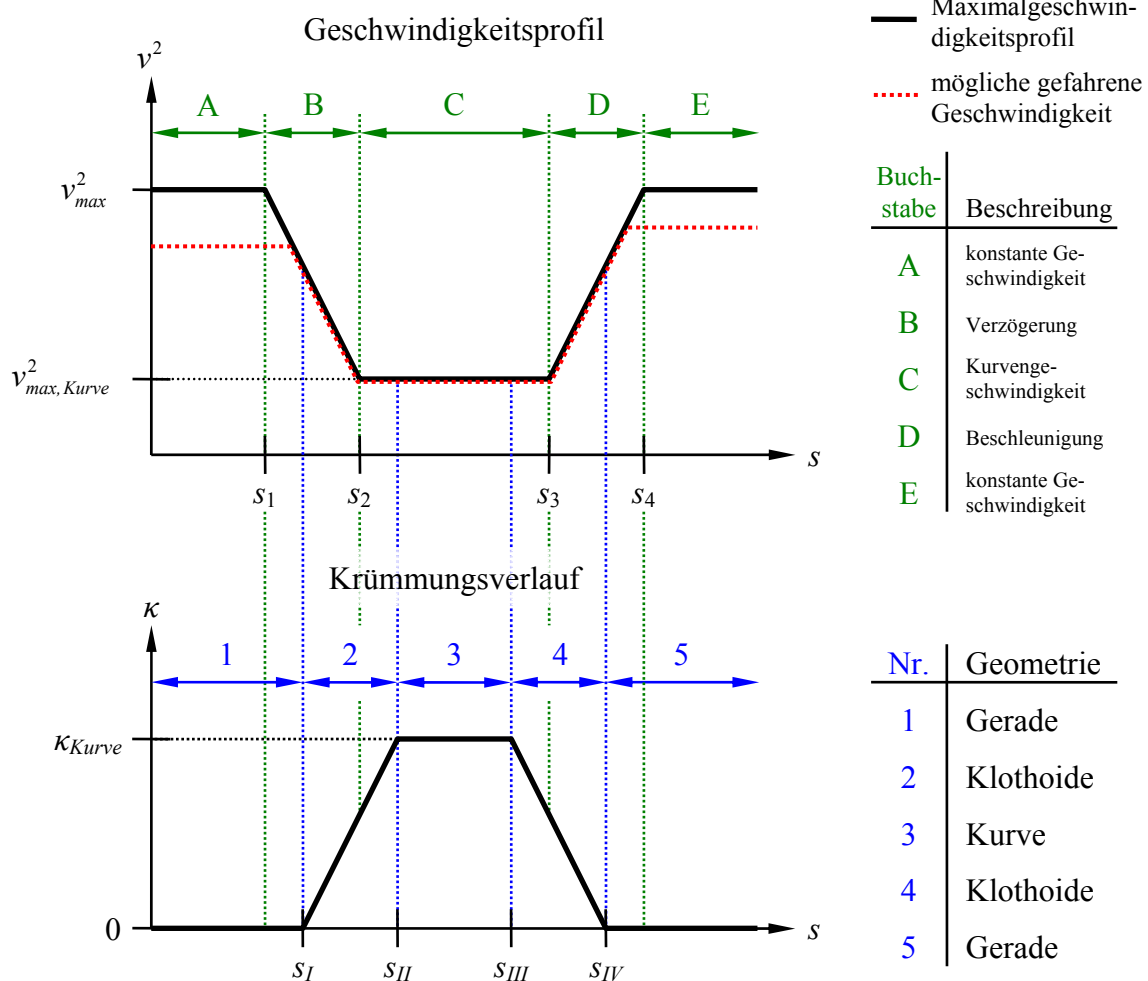


Bild 3.10: Geschwindigkeitsprofil (oben) und Krümmungsverlauf (unten) für eine Verbundkurve.

3.7 Anwendung des Geschwindigkeitsprofils

In diesem Kapitel werden das Ergebnis der Anwendung des Geschwindigkeitsprofils und dessen Zustandekommen betrachtet. Bei dieser Betrachtung wird angenommen, dass das Fahrzeug die Verbundkurve mit der Geschwindigkeit des berechneten Profils durchfährt. Der Fokus der Betrachtung liegt dabei auf dem Verlauf der Haftwertausnutzung im Bereich der Klothoiden und der Kurve. Auf das Festlegen einer Maximalgeschwindigkeit wurde bei dieser Betrachtung verzichtet, wodurch die Wegpunkte s_1 (Beginn des Bremsweges) und s_4 (Endpunkt des Beschleunigungsweges) nicht explizit angegeben werden können. Da sich, wie im vorangehenden Kapitel beschrieben, der eigentliche Startpunkt des Bremsweges durch die Fahrzeuggeschwindigkeit in der jeweiligen Anwendungssituation ergibt, ergeben sich dadurch, dass keine Maximalgeschwindigkeit festgelegt wurde, im Bereich der Kurve und der Klothoiden keine prinzipiellen Änderungen.

Für die Berechnung der Kurvenverläufe wurden die in Tabelle 3.2 aufgeführten Parameter verwendet.

Formelzeichen	Beschreibung	Wert(e)
s_I	Startpunkt der Klothoide, Kurveneinfahrt	$s_I = 500,0 \text{ m}$
s_{II}	Endpunkt der Klothoide, Kurveneinfahrt	$s_{II} = 600,0 \text{ m}$
s_{III}	Startpunkt der Klothoide, Kurvenausfahrt	$s_{III} = 650 \text{ m}$
s_{IV}	Endpunkt der Klothoide, Kurvenausfahrt	$s_{IV} = 750,0 \text{ m}$
α_ℓ, α_q	Längs- und Querneigung der Fahrbahn	$\alpha_\ell = 0^\circ, \alpha_q = 0^\circ$
k_x, k_y	Gewichtung der Längs- und Querschleunigung	$k_x = 1, k_y = 1$
g	Gravitationsbeschleunigung an der Erdoberfläche	$g = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$
a_{decel}	Fahrzeugverzögerung	$a_{decel} = -\frac{1}{5} g$
a_{accel}	Fahrzeugbeschleunigung	$a_{accel} = \frac{15}{100} g$
μ_{lim}	Obere Grenze für den Haftreibungskoeffizienten	$\mu_{lim} = \frac{1}{3}$
R_{Kurve}	Radius der zu durchfahrenden Kurve	$R_{Kurve} = 50 \text{ m}$

Tabelle 3.2: Parameter und deren Werte für die Beispielrechnung.

Bei der Berechnung des Geschwindigkeitsprofils ergeben sich die in Tabelle 3.3 zusammengefassten Zwischen- und Ergebniswerte.

Formelzeichen	Beschreibung	Wert(e)
s_2	Endpunkt des Bremsweges	$s_2 \approx 573,8 \text{ m}$
s_3	Startpunkt des Beschleunigungsvorgangs	$s_3 \approx 664,7 \text{ m}$
$v_{max,Kurve}^2$	Quadrat der maximalen Kurvengeschwindigkeit	$v_{max,Kurve}^2 = 163,5 \frac{m^2}{s^2}$
μ_{decel}	Haftwertausnutzung bei der Fahrzeugverzögerung	$\mu_{decel} = \frac{ a_{decel} }{g} = \frac{1}{5}$
μ_{accel}	Haftwertausnutzung bei der Fahrzeugbeschleunigung	$\mu_{accel} = \frac{ a_{accel} }{g} = \frac{15}{100}$
κ_{Kurve}	Krümmung der Fahrbahn im Bereich der Kurve	$\kappa_{Kurve} = 0,02 \frac{1}{m}$

Tabelle 3.3: Zwischen- und Ergebniswerte bei der Berechnung des Geschwindigkeitsprofils.

Im rechten Diagramm von Bild 3.11 ist der Verlauf der Krümmung für die gegebenen Zahlenwerte der Verbundkurve zu sehen. Das linke Diagramm in Bild 3.11 zeigt das hierzu berechnete Geschwindigkeitsprofil.

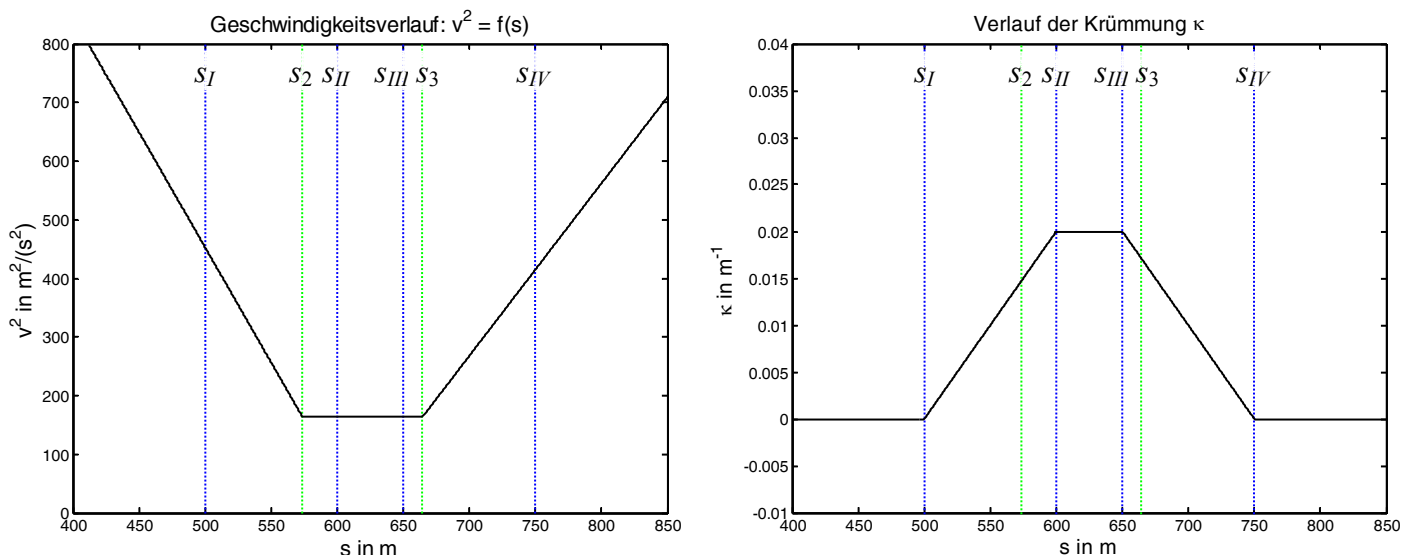


Bild 3.11: Geschwindigkeitsprofil (links) und Verlauf der Krümmung (rechts) für die oben spezifizierte Verbundkurve.

Durchfährt nun ein Fahrzeug mit der im linken Diagramm in Bild 3.11 angegebenen Geschwindigkeit eine Verbundkurve mit dem rechts abgebildeten Krümmungsverlauf, so ergeben sich für die Längs- und Querkomponenten und für die resultierende Haftwertausnutzung die in Bild 3.12 gezeigten Verläufe.

Der Verlauf der Längskomponente der Haftwertausnutzung μ_x in Bild 3.12 lässt sich direkt aus dem Verlauf des Geschwindigkeitsprofils (linkes Diagramm in Bild 3.11) erklären. Bis zum Wegpunkt s_2 , dem Endpunkt des Bremsweges, wird das Fahrzeug verzögert, die Geschwindigkeit sinkt und es wirkt eine negative Beschleunigung auf das Fahrzeug. Setzt man den Verzögerungswert $a_x = a_{decel}$ in Gleichung 3.39 ein und betrachtet zunächst ausschließlich die Längskomponente der Haftwertausnutzung, was bedeutet, dass die Quereschleunigungskomponente mit $a_y = 0 \text{ m/s}^2$ angenommen wird, so ergibt sich für die Haftwertausnutzung der Betrag der Verzögerung im Verhältnis zur in z-Richtung wirkenden Beschleunigung, die hier, da die Längs- und Querneigung der Fahrbahn null ist, identisch der Gravitationsbeschleunigung g ist. Es ergibt sich der in Tabelle 3.3 angegebene Wert für μ_{decel} .

Im Bereich zwischen den Wegpunkten s_2 und s_3 werden die an die Kurve angrenzenden Teilstücke der Klothoiden und die Kurve selbst mit einer konstanten Geschwindigkeit durchfahren. Es wirkt keine Verzögerung oder Beschleunigung auf das Fahrzeug und damit ist die Haftwertausnutzung in Längsrichtung in diesem Bereich null.

Beginnend ab dem Wegpunkt s_3 , dem Startpunkt des Beschleunigungsvorgangs, wird die Geschwindigkeit des Fahrzeugs wieder mit einer konstanten Beschleunigung erhöht. Hierdurch ergeben sich der steigende Verlauf im Geschwindigkeitsprofil und die konstante Haftwertausnutzung μ_{accel} für die Längskomponente der Haftwertausnutzung.

Für die Erläuterung des Verlaufs der Querkomponente der Haftwertausnutzung μ_y , die im oberen rechten Diagramm in Bild 3.12 abgebildet ist, ist eine Betrachtung des in Bild 3.11 gezeigten Krümmungsprofils sowie des abgebildeten Geschwindigkeitsprofils nötig. Für den hier betrachteten ebenen Fall berechnet sich μ_y entsprechend Gleichung 3.40, wobei v die Fahrzeuggeschwindigkeit, κ die Krümmung der Fahrbahn und g die als konstant angenommene Gravitationsbeschleunigung an der Erdoberfläche sind:

$$\mu_y = \frac{v^2 |\kappa|}{g}. \quad (\text{Gl. 3.40})$$

Aus Gleichung 3.40 ergibt sich direkt, dass die Querkomponente der Haftwertausnutzung null sein muss, wenn die Krümmung der Fahrbahn null ist.

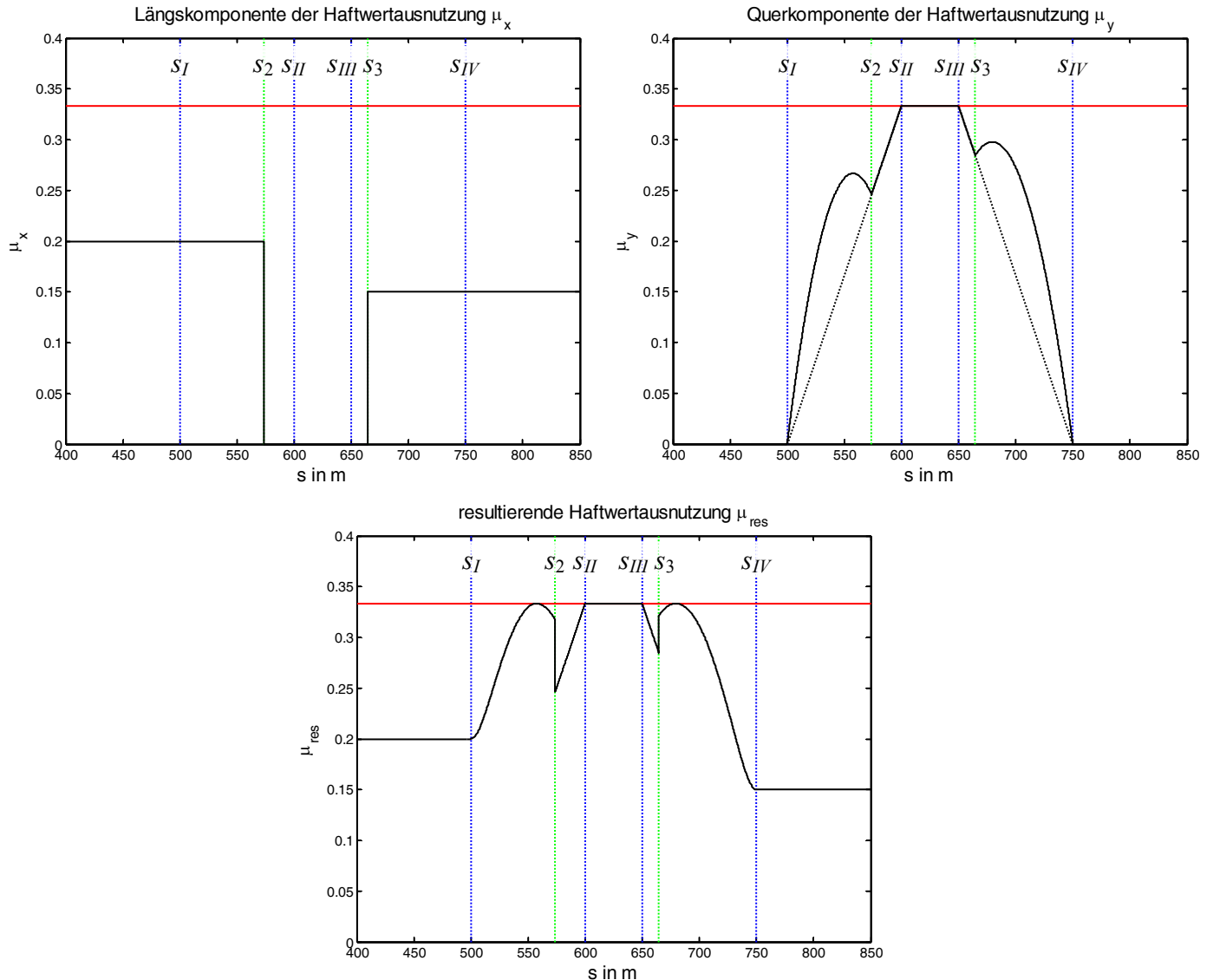


Bild 3.12: Verlauf der Haftwertausnutzung in Längsrichtung μ_x (oben links), der Haftwertausnutzung in Querrichtung μ_y (oben rechts) und der resultierenden Haftwertausnutzung μ_{res} (unten).

Würde die gesamte Strecke der Verbundkurve mit der Kurvengeschwindigkeit durchfahren, so würde sich für den Verlauf der Querkomponente der Haftwertausnutzung der schwarz gestrichelt eingezeichnete Verlauf ergeben. Der qualitative Verlauf der Querkomponente der Haftwertausnutzung μ_y würde damit dem qualitativen Verlauf der Straßenkrümmung entsprechen. Dieses Ergebnis ist auch bei Betrachtung von Gleichung 3.40 ersichtlich. Falls die Geschwindigkeit v konstant wäre, würde der Verlauf von μ_y ausschließlich durch den Verlauf der Krümmung κ beeinflusst, da die Gravitationsbeschleunigung g ebenfalls als eine Konstante anzusehen ist.

Da aber die Geschwindigkeit bei der Einfahrt in die Klothoide bis zum Endpunkt des Bremsweges (Wegpunkt s_2) noch oberhalb der Kurvengeschwindigkeit liegt, bewegt sich der wirkliche Verlauf der Haftwertausnutzung für die Querkomponente oberhalb des schwarz gestrichelt eingezeichneten Funktionsverlaufs.

In dem Bereich, in dem das Fahrzeug mit konstanter Geschwindigkeit bewegt wird, entspricht der qualitative Verlauf der Querkomponente der Haftwertausnutzung μ_y dem qualitativen Verlauf der Straßenkrümmung.

Ab dem Wegpunkt s_3 startet der Beschleunigungsvorgang. Die Geschwindigkeit des Fahrzeugs erhöht sich, und damit liegt auch bei der Kurvenausfahrt der Wert der Haftwertausnutzung μ_y oberhalb des Wertes, der sich beim Durchfahren der Verbundkurve mit konstanter Geschwindigkeit ergeben würde.

Die resultierende Haftwertausnutzung, die in Bild 3.12 im unteren Diagramm abgebildet ist, kann aus den beiden oberen Diagrammen berechnet werden, indem für jeden Wegpunkt im unteren Diagramm die geometrische Summe der Werte in den oberen beiden Diagrammen gebildet wird. Die hierfür benötigte Summe ist mit Gleichung 3.41 gegeben:

$$\mu_{res} = \sqrt{\mu_x^2 + \mu_y^2} . \quad (\text{Gl. 3.41})$$

Wie das Diagramm für die resultierende Haftwertausnutzung erkennen lässt, ist das Geschwindigkeitsprofil so ausgelegt, dass die Grenze der Haftwertausnutzung μ_{lim} erreicht, aber nicht überschritten wird, sofern die vorgegebene Maximalgeschwindigkeit nicht überschritten wird. Dies gilt sowohl für den Bereich der Kurve, in dem ausschließlich die Querkomponente für das Ausnutzen des gesetzten Limits sorgt, als auch für die Bereiche innerhalb der Klothoiden, in denen die geometrische Summe von Längs- und Querkomponente das Limit der Haftwertausnutzung ausreizen. Eine grundlegende Strategie, die das sichere Befahren einer Verbundkurve zulässt, ist also gefunden.

3.8 Berechnung und Aufbau eines Geschwindigkeitsprofils für eine Kurve

In diesem Kapitel werden die Berechnung und der Aufbau eines Geschwindigkeitsprofils für eine Kurve beschrieben. Damit für das nachfolgende Kapitel 3.9, in dem der Aufbau eines Geschwindigkeitsprofils für mehrere aufeinander folgende Kurven beschrieben wird, alle benötigten Wegpunkte sowie die Gleichungen beziehungsweise Verfahren für deren Bestimmung bekannt sind, werden an dieser Stelle zunächst zwei weitere Wegpunkte eingeführt. Hierbei handelt es sich um den Endpunkt des Beschleunigungsweges vor der Kurve, der, wie der Endpunkt des Verzögerungsweges mit s_2 bezeichnet wird, und den Startpunkt des Verzögerungsweges hinter einer Kurve, der wie der Startpunkt des Beschleunigungsweges mit s_3 bezeichnet wird. Die Begründung für die Notwendigkeit dieser zusätzlichen Wegpunkte ergibt sich aus den folgenden zwei Szenarien:

Folgt eine Kurve mit hoher Kurvengeschwindigkeit auf eine Kurve mit niedriger Kurvengeschwindigkeit, so wird vor der zweiten Kurve mit hoher Kurvengeschwindigkeit möglicherweise beschleunigt, um diese möglichst zügig zu durchfahren. Damit in einem solchen Fall das Limit der Haftwertausnutzung eingehalten wird, wird der Endpunkt des Beschleunigungsweges vor einer Kurve benötigt. Folgt hingegen eine Kurve mit niedriger Kurvengeschwindigkeit auf eine Kurve mit hoher Kurvengeschwindigkeit, so muss der Startpunkt des Verzögerungsweges bekannt sein, damit das Limit der Haftwertausnutzung eingehalten wird.

Wie bereits in Kapitel 3.5 angedeutet, wird das Geschwindigkeitsprofil für den „ebenen Fall“ und für den „allgemeinen Fall“ hergeleitet. Der „ebene Fall“ setzt eine Straße ohne Längs- und Querneigung voraus, das heißt, dass die Winkel α_ℓ und α_q identisch null sein müssen. Ist dieser spezielle Fall gegeben, so lässt sich das Geschwindigkeitsprofil mit einem Satz analytischer Gleichungen berechnen. Aus diesem Grund wird die entwickelte Methode im Folgenden als „analytische Methode“ bezeichnet.

Im „allgemeinen Fall“ sind Längs- und Querneigungen der Straße ungleich null zulässig. Da die Lösung mit Hilfe eines Suchverfahrens, wie zum Beispiel der Intervallschachtelung gefunden werden muss, wird dieses Verfahren im Folgenden als die „numerische Methode“ bezeichnet. Der ebene Fall kann prinzipiell auch mit der numerischen Methode bearbeitet werden; dies führt zu identischen Ergebnissen, ist aber mit einem unnötig hohen Rechenaufwand verbunden.





3.8.1 Beschreibung der „analytischen Methode“

Ausgangspunkt für die Betrachtungen ist eine Verbundkurve, wie sie bereits in Kapitel 3.2 beschrieben wurde, die vollständig in der Ebene liegt. Damit sind die Winkel für die Längs- (α_ℓ) und Querneigung (α_q), wie oben bereits beschrieben, beide null.

Der Verlauf der Fahrbahnkrümmung als Funktion des Weges wird als bekannt vorausgesetzt. Dieser Funktionsverlauf kann, wenn die Wegpunkte s_I bis s_{IV} , die jeweils an den Grenzen der Konstruktionselemente (Gerade, Klothoide, Kurve, Klothoide, Gerade) liegen, und die dazugehörigen Werte des reziproken Kurvenradius, die der Fahrbahnkrümmung an den jeweiligen Positionen entsprechen, bekannt sind, konstruiert werden. Die Funktionswerte an den vier Positionen können einfach durch Geraden miteinander verbunden werden.

Vor der Berechnung des Geschwindigkeitsprofils sind die obere Grenze für den Haftreibungskoeffizienten μ_{lim} , der Wert für die Fahrzeugverzögerung a_{decel} , der Wert für die Fahrzeugbeschleunigung a_{accel} und die konstanten Gewichtungsfaktoren für die Längs- und Querschleunigungen k_x und k_y festzulegen.

Sind diese Vorbedingungen erbracht, kann das Geschwindigkeitsprofil mit Hilfe der folgenden Schrittkette berechnet werden. In Bild 3.13 ist diese Vorgehensweise noch einmal illustriert.

-  Im ersten Schritt wird die Kurvengeschwindigkeit $v_{max,Kurve}$ berechnet. Deren Wert wird für den ebenen Fall derart ausgelegt, dass das gesetzte Limit für die Haftwertausnutzung μ_{lim} durch die am Fahrzeug auftretende Querschleunigung a_y vollständig genutzt wird.
-  Nach der Festlegung der Kurvengeschwindigkeit werden der Endpunkt des Verzögerungsweges vor der Kurve, der Endpunkt des Beschleunigungsweges vor der Kurve, der Startpunkt des Beschleunigungsweges hinter der Kurve und der Startpunkt des Verzögerungsweges hinter der Kurve berechnet.
-  Im dritten Schritt wird die zulässige Maximalgeschwindigkeit v_{max} festgelegt.
-  Mit Hilfe der Kurvengeschwindigkeit $v_{max,Kurve}$, dem Endpunkt des Verzögerungsweges s_2 und dem Startpunkt des Beschleunigungsvorgangs s_3 , der Maximalgeschwindigkeit v_{max} und den im Vorfeld der Rechnung festgelegten Werten für die Fahrzeugverzögerung a_{decel} und die Fahrzeugbeschleunigung a_{accel} können der Startpunkt des Verzögerungsweges s_1 sowie der Endpunkt des Beschleunigungsvorgangs s_4 berechnet werden. Für die Berechnung des Wegpunktes s_1 und des Geschwindigkeitsverlaufs zwischen den Wegpunkten s_1 und s_2 beziehungsweise für die Berechnung des Wegpunktes s_3 und des Geschwindigkeitsverlaufs zwischen s_3 und s_4 wird die in Kapitel 3.3 vorgestellte Gleichung 3.35 verwendet.

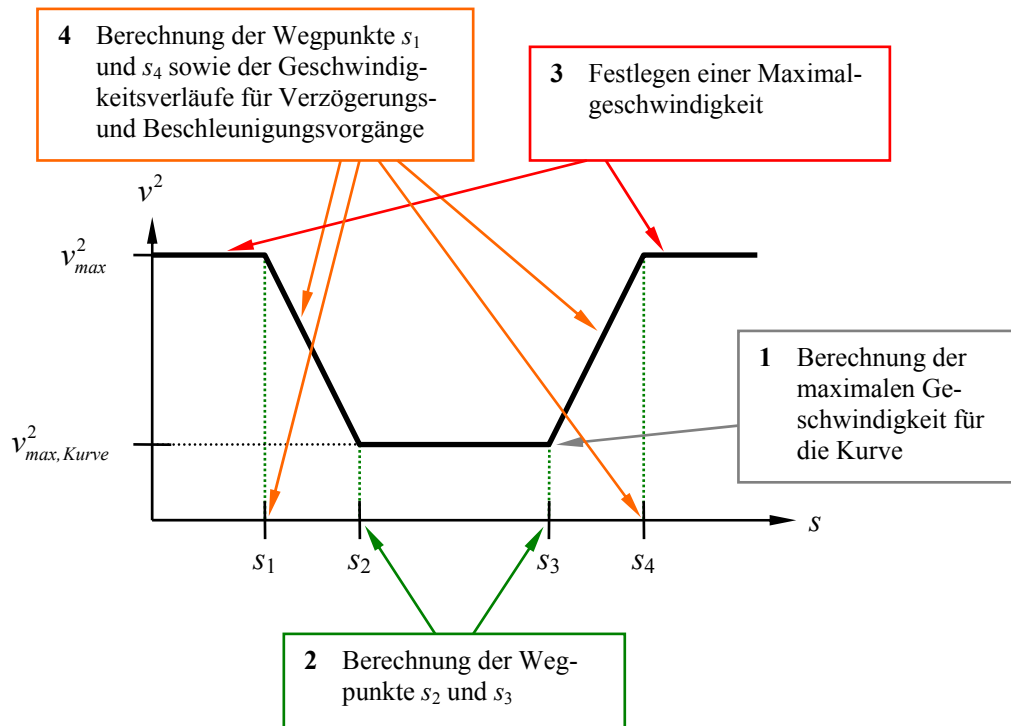


Bild 3.13: Vorgehen bei der Berechnung eines Geschwindigkeitsprofils mit Hilfe der „analytischen Methode“.

Im folgenden Unterkapitel werden zunächst die unterschiedlichen Verläufe der Haftwertnutzung aus mathematischer Sicht genauer dargestellt, bevor in den darauf folgenden Unterkapiteln die Schrittfolge exakt beschrieben wird.

3.8.1.1 Mögliche Verläufe der Haftwertausnutzung

In Kapitel 3.7 wurde bereits ein mögliches Ergebnis der Anwendung des Geschwindigkeitsprofils vorgestellt. Hier wird der sich ergebende Funktionsverlauf noch einmal aus einer mathematischen Sichtweise betrachtet. Der Fokus liegt dabei auf dem Verlauf der resultierenden Haftwertausnutzung innerhalb der Klothoide, in denen eine Überlagerung der Längs- und Querkomponenten der Haftwertausnutzung stattfindet. Diese Bereiche liegen zwischen den Wegpunkten s_I (Startpunkt der Klothoide bei der Kurveneinfahrt) und s_{II} (Endpunkt des Brems- / Beschleunigungsweges) sowie den Wegpunkten s_{III} (Startpunkt des Beschleunigungs- / Verzögerungsweges) und s_{IV} (Endpunkt der Klothoide bei der Kurvenausfahrt).

Zunächst werden nur die Geschwindigkeitsreduzierung vor der Kurve und ein Beschleunigungsvorgang hinter der Kurve betrachtet. In diesen zwei Fällen kommt es in der Querschleunigungskomponente, die aus dem Produkt der Krümmung der Fahrbahn und des Quadrates der Fahrzeuggeschwindigkeit gebildet wird, zu einer Multiplikation fallender und steigender Funktionsverläufe. Bei der Geschwindigkeitsreduzierung vor einer Kurve ergeben sich ein sinkender Geschwindigkeitsverlauf und eine steigende Krümmung innerhalb der sich kurveneingangs befindlichen Klothoide. Beim Beschleunigungsvorgang hinter der Kurve ergeben sich eine steigende Geschwindigkeit und ein fallender Verlauf der Krümmung innerhalb der Klothoide im Auslauf der Kurve. Hieraus resultieren die im Folgenden gezeigten prinzipiellen Verläufe der resultierenden Haftwertnutzung. Im Anschluss daran werden der Beschleunigungsvorgang vor einer Kurve und der Verzögerungsvorgang hinter einer Kurve betrachtet.

In Bild 3.14 sind die beiden prinzipiellen Möglichkeiten für die Verläufe der resultierenden Haftwertausnutzung μ_{res} abgebildet. Im linken Diagramm ist ein Verlauf mit „globalem Maximum“ abgebildet. Bei einem derartigen Verlauf tritt das (globale) Maximum bei der Kurveneinfahrt zwischen dem Startpunkt der Klothoide im Kurveneingang (s_1) und dem Endpunkt des Bremsweges (s_2) beziehungsweise bei der Kurvenausfahrt zwischen dem Startpunkt des Beschleunigungsvorgangs bei der Kurvenausfahrt (s_3) und dem Endpunkt der Klothoide bei der Kurvenausfahrt (s_{IV}) auf. Im linken Diagramm tritt das globale Maximum sowohl bei der Kurveneinfahrt als auch bei der Kurvenausfahrt auf.

Im rechten Diagramm in Bild 3.14 ist der Verlauf der Haftwertausnutzung für ein „Randmaximum“ gezeigt. Auch hier tritt das Randmaximum im dargestellten Verlauf sowohl bei der Kurveneinfahrt als auch bei der Kurvenausfahrt auf. Bei dieser Art des Maximums befindet sich die Position des (Rand-) Maximums immer im Wegpunkt s_2 , dem Endpunkt des Bremsweges bei der Kurveneinfahrt, oder im Wegpunkt s_3 , dem Startpunkt des Beschleunigungsweges bei der Kurvenausfahrt. Würde man den Verlauf der resultierenden Haftwertausnutzung für den Verzögerungsvorgang über den Wegpunkt s_2 hinaus weiter auftragen, so hätte auch dieser Haftwertverlauf ein globales Maximum, das sich allerdings hinter dem Wegpunkt s_2 befinden würde. Vergleichbares gilt für den Beschleunigungsvorgang bei der Kurvenausfahrt. Würde der Haftwertverlauf für den Beschleunigungsvorgang vor dem Wegpunkt s_3 fortgeführt, so ergäbe sich auch hier ein globales Maximum, das außerhalb des relevanten Intervalls liegt.

Bei einem Verzögerungsvorgang vor einer Kurve und bei einem Beschleunigungsvorgang hinter einer Kurve ergeben sich, wie beschrieben, zwei mögliche Arten Maxima. Aus diesem Grund werden zwei Gleichungen für den Wegpunkt s_2 bei Bremsvorgängen vor der Kurve und zwei Gleichungen für den Wegpunkt s_3 bei Beschleunigungsvorgängen hinter einer Kurve hergeleitet. Die Position des globalen Maximums, die sich aus dem jeweiligen Endpunkt des Bremsweges beziehungsweise Startpunkt des Beschleunigungsweges ergibt, wird als Entscheidungskriterium herangezogen, welche der Gleichungen zur korrekten Lösung führt.

Nun werden der Beschleunigungsvorgang vor einer Kurve und der Verzögerungsvorgang hinter einer Kurve betrachtet. Hierbei kommt es innerhalb der im Kurveneingang liegenden Klothoide zur Multiplikation zweier steigender Funktionsverläufe für Geschwindigkeit und Krümmung. Bei der Kurvenausfahrt ergibt sich die Multiplikation eines fallenden Geschwindigkeitsverlaufs und eines fallenden Krümmungsverlaufs. Durch diese Gegebenheiten kann sich in diesen beiden Fällen jeweils nur ein Haftwertverlauf mit einem Randmaximum ergeben. Dementsprechend ergibt sich für diese beiden Fälle jeweils nur eine Gleichung für die Wegpunkte s_2 und s_3 .

Die Begriffe „globales Maximum“ und „Randmaximum“ werden im Verlauf der Arbeit weiterhin verwendet und beziehen sich, wie hier beschreiben, auf die Art des Maximums innerhalb des in der Praxis relevanten Bereichs, der durch die Wegpunkte s_1 und s_2 im Kurveneingang beziehungsweise durch die Wegpunkte s_3 und s_{IV} im Auslauf der Kurve begrenzt sind.

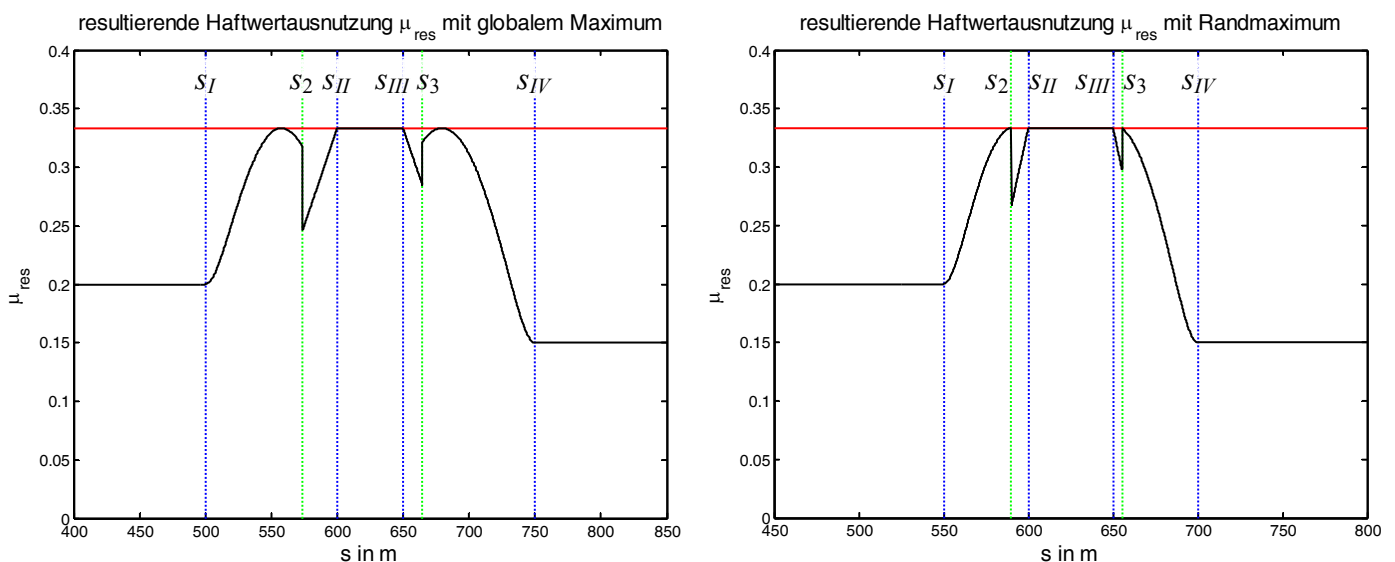


Bild 3.14: Zwei prinzipielle Möglichkeiten des Verlaufs der Haftwertausnutzung. Links ein Verlauf mit „globalem Maximum“ und rechts ein Verlauf mit „Randmaximum“.

3.8.1.2 Berechnung der maximalen Kurvengeschwindigkeit

Wie bereits in Kapitel 3.8.1 erwähnt, wird die maximale Kurvengeschwindigkeit derart festgelegt, dass die resultierende Haftwertausnutzung vollständig durch die Querkomponenten a_y genutzt wird und die Längskomponente a_x demzufolge null sein muss. Es gilt Gleichung 3.42:

$$\mu_{res} = \mu_{lim} = \frac{\sqrt{\left(\frac{a_x}{k_x}\right)^2 + \left(\frac{a_y}{k_y}\right)^2}}{|a_z|} = \frac{|a_{y,Kurve}|}{g k_y} = \frac{v_{max,Kurve}^2 |K_{Kurve}|}{g k_y}. \quad (\text{Gl. 3.42})$$

Durch Umstellen von Gleichung 3.42 nach der maximalen Kurvengeschwindigkeit $v_{max,Kurve}$ ergibt sich Gleichung 3.43:

$$v_{max,Kurve} = \sqrt{\frac{\mu_{lim} g k_y}{|\kappa_{Kurve}|}}. \quad (\text{Gl. 3.43})$$

3.8.1.3 Herleitung der Gleichungen für die Berechnung des Endpunktes des Bremsweges vor einer Kurve

In Kapitel 3.8.1.1 wurde bereits beschrieben, dass es bei der Geschwindigkeitsreduzierung vor einer Kurve aus mathematischer Sicht zwei mögliche Arten des Verlaufs der resultierenden Haftwertausnutzung gibt. Dementsprechend werden in diesem Kapitel zwei Gleichungen für diesen Wegpunkt hergeleitet.

Entscheidend für die Herleitung ist der Verlauf der resultierenden Haftwertausnutzung zwischen der Einfahrt in die Klothoide (Wegpunkt s_I) und dem Endpunkt des Bremsweges (Wegpunkt s_2).

Für den Verlauf der Krümmung innerhalb der Klothoide bei der Kurveneinfahrt wird die Gleichung aus Tabelle 3.1 für die Krümmung zwischen den Wegpunkten s_I und s_{II} eingesetzt. Diese ist in Gleichung 3.44 hier noch einmal gegeben:

$$\kappa_{I,II}(s) = \frac{\kappa_{Kurve}}{s_{II} - s_I} (s - s_I) = \frac{s - s_I}{A_{I,II}^2}. \quad (\text{Gl. 3.44})$$

Der Geschwindigkeitsverlauf wird generell durch Gleichung 3.35 beschrieben. In diesem speziellen Fall sind einige der Größen jedoch schon bekannt. Diese Größen sind die Geschwindigkeit am Ende des Bremsweges, das ist hier grade die Kurvengeschwindigkeit $v_{max,Kurve}$, die in der Ausgangsgleichung die Geschwindigkeit v_0 ersetzt und die konstante, während des Verzögerungsvorgangs auf das Fahrzeug wirkende Längsbeschleunigung a_{decel} . Der noch zu bestimmende Endpunkt des Bremsweges s_2 ersetzt den Wegpunkt s_0 der ursprünglichen Gleichung. Der Geschwindigkeitsverlauf zwischen den Wegpunkten s_I und s_2 wird entsprechend der Indizes der Wegpunkte mit $v_{I,2}$ bezeichnet und ist mit Gleichung 3.45 gegeben:

$$v_{I,2}^2(s) = 2 a_{decel} (s - s_2) + v_{max,Kurve}^2. \quad (\text{Gl. 3.45})$$

Die am Fahrzeug auftretende Querschleunigung $a_{y,I,2}$ ergibt sich damit zu dem in Gleichung 3.46 gegebenen Term:

$$a_{y,I,2}(s) = v_{I,2}^2(s) \kappa_{I,II}(s) = \left(2 a_{decel} (s - s_2) + v_{max,Kurve}^2 \right) \left(\frac{s - s_I}{A_{I,II}^2} \right). \quad (\text{Gl. 3.46})$$

Die resultierende Haftwertausnutzung ergibt sich damit zwischen den betrachteten Wegpunkten durch das Einsetzen von $a_x = a_{decel}$, $|a_z| = g$ und $a_y = a_{y,I,2}(s)$ entsprechend Gleichung 3.46 in Gleichung 3.39. Es ergibt sich Gleichung 3.47:

$$\mu_{res} = \frac{\sqrt{\left(\frac{a_x}{k_x}\right)^2 + \left(\frac{a_y}{k_y}\right)^2}}{|a_z|} = \frac{\sqrt{\left(\frac{a_{decel}}{k_x}\right)^2 + \left(\frac{a_{y,I,2}}{k_y}\right)^2}}{g}, \quad (\text{Gl. 3.47})$$

$$\mu_{res} = \frac{\sqrt{\left(\frac{a_{decel}}{k_x}\right)^2 + \left(\frac{2 a_{decel} (s - s_2) + v_{max,Kurve}^2}{k_y}\right)^2} \left(\frac{s - s_I}{A_{I,II}^2}\right)^2}{g}.$$

Für die Herleitung der Berechnungsvorschrift für den Endpunkt des Bremsweges bei einem Haftwertverlauf mit Randmaximum, der im Folgenden als Wegpunkt $s_{2,Rand}$ bezeichnet wird, ist in Gleichung 3.47 $s_2 = s_{2,Rand}$, $s = s_{2,Rand}$ und $\mu_{res} = \mu_{lim}$ zu setzen. Es ergibt sich Gleichung 3.48:

$$\mu_{lim} = \frac{\sqrt{\left(\frac{a_{decel}}{k_x}\right)^2 + \left(\frac{2 a_{decel} (s_{2,Rand} - s_{2,Rand}) + v_{max,Kurve}^2}{k_y}\right)^2} \left(\frac{s_{2,Rand} - s_I}{A_{I,II}^2}\right)^2}{g}. \quad (\text{Gl. 3.48})$$

Damit eliminiert sich der Term $2 a_{decel} (s_{2,Rand} - s_{2,Rand})$ aus der Gleichung, der ursprünglich den Geschwindigkeitsverlauf für den Verzögerungsvorgang beschrieben hat. Für den Geschwindigkeitsverlauf bleibt entsprechend Gleichung 3.49 nur noch der Term für das Quadrat der Kurvengeschwindigkeit stehen:

$$\mu_{lim} = \frac{\sqrt{\left(\frac{a_{decel}}{k_x}\right)^2 + \left(\frac{v_{max,Kurve}^2}{k_y}\right)^2} \left(\frac{s_{2,Rand} - s_I}{A_{I,II}^2}\right)^2}{g}. \quad (\text{Gl. 3.49})$$

Der gesuchte Endpunkt des Bremsweges $s_{2,Rand}$ liegt nun genau dort, wo die geometrische Summe aus der Querschleunigung, deren qualitativer Verlauf bei konstanter Geschwindigkeit dem Verlauf der Krümmung der Fahrbahn entspricht, und der Längsbeschleunigung a_{decel} exakt dem gesetzten Limit für die Haftwertausnutzung μ_{lim} entspricht. Die mathematische Bedingung dieser Formulierung ist durch Gleichung 3.49 gegeben, die, entsprechend Gleichung 3.50 nach $s_{2,Rand}$ umgeformt, den gesuchten Zusammenhang ergibt:

$$s_{2,Rand} = s_I + \frac{A_{I,II}^2}{v_{max,Kurve}^2} \sqrt{k_y^2 \left(\mu_{lim}^2 g^2 - \frac{a_{decel}^2}{k_x^2} \right)}. \quad (\text{Gl. 3.50})$$

Da der Endpunkt des Bremsweges innerhalb der Klothoide liegt, in der die Krümmung der Fahrbahn linear mit dem Weg steigt und die Fahrzeuggeschwindigkeit bereits auf das Minimum des Geschwindigkeitsprofils reduziert wurde, ist der durch Gleichung 3.50 beschriebene Wert für $s_{2,Rand}$ der größtmögliche Wert für den Endpunkt des Bremsweges. Wird bei einem Verzögerungsvorgang vor einer Kurve für s_2 ein Wert größer $s_{2,Rand}$ gewählt, wird die in Kapitel 3.1 durch Gleichung 3.24 aufgestellte Bedingung auf jeden Fall verletzt. Diese Information wird auch im nächsten Kapitel verwendet, das die Auswahl der korrekten Gleichung zur Berechnung des Endpunktes des Bremsweges vor einer Kurve beschreibt.

Um die Positionen der globalen Minima und Maxima von Gleichung 3.47 herauszufinden, muss eine Kurvendiskussion dieser Funktion durchgeführt werden. Hierbei ergeben sich die durch Gleichung 3.51 bis 3.53 gegebenen potenziellen Wegpunkte für Minima und Maxima:

$$s_{max,1} = s_I, \quad (Gl. 3.51)$$

$$s_{max,2} = s_2 - \frac{v_{max,Kurve}^2}{2 a_{decel}}, \quad (Gl. 3.52)$$

$$s_{max,3} = \frac{1}{2} s_I + \frac{1}{2} s_2 - \frac{1}{4} \frac{v_{max,Kurve}^2}{a_{decel}}. \quad (Gl. 3.53)$$

Von diesen drei potenziellen Lösungen sind $s = s_{max,1}$ und $s = s_{max,2}$ Minima der Funktion, da sie die Querbeschleunigung, die durch Gleichung 3.46 gegeben ist, zu null werden lassen. Dies ist mit Gleichung 3.54 und Gleichung 3.55 gezeigt. Im Fall von Gleichung 3.54 liegt das daran, dass im Startpunkt der Klothoide s_I die Krümmung der Fahrbahn null ist. Im zweiten betrachteten Fall, der durch Gleichung 3.55 gegeben ist, wird der Geschwindigkeitsterm zu null. Dies geschieht außerhalb des betrachteten Intervalls, das durch die Wegpunkte s_I , dem Startpunkt der Klothoide bei der Kurveneinfahrt, und dem Wegpunkt s_2 , dem Endpunkt des Bremsweges, begrenzt ist, da der Wert für a_{decel} negativ ist und damit der in Gleichung 3.52 berechnete Wegpunkt $s_{max,2}$ hinter dem Wegpunkt s_2 liegt:

$$a_{y,I,2}(s = s_{max,1} = s_I) = \left(2 a_{decel} (s_I - s_2) + v_{max,Kurve}^2 \right) \underbrace{\left(\frac{s_I - s_I}{A_{I,II}^2} \right)}_{=0} = 0, \quad (Gl. 3.54)$$

$$\begin{aligned} a_{y,I,2} \left(s = s_{max,2} = s_2 - \frac{v_{max,Kurve}^2}{2 a_{decel}} \right) &= \dots \\ \dots &= \underbrace{\left(2 a_{decel} \left(s_2 - \frac{v_{max,Kurve}^2}{2 a_{decel}} - s_2 \right) + v_{max,Kurve}^2 \right)}_{=0} \left(\frac{s_2 - \frac{v_{max,Kurve}^2}{2 a_{decel}} - s_I}{A_{I,II}^2} \right) = 0. \end{aligned} \quad (Gl. 3.55)$$

Die Haftwertausnutzung würde in beiden Fällen nur noch aus der Längskomponente bestehen, was ein Minimum der Funktion darstellt, da diese im betrachteten Intervall als konstant vorhanden betrachtet wird.

Die gesuchte Position des globalen Maximums ist durch den Wegpunkt $s_{max,3}$ in Gleichung 3.53 gegeben. Um den zu dieser Position des Maximums passenden Endpunkt des Bremsweges zu berechnen, werden $s = s_{max,3}$, $s_2 = s_{2,global}$ und $\mu_{res} = \mu_{lim}$ in Gleichung 3.47 eingesetzt. Es ergibt sich Gleichung 3.56:

$$\mu_{lim} = \frac{\sqrt{\left(\frac{a_{decel}}{k_x}\right)^2 + \left(\frac{2 a_{decel} (s_{max,3} - s_{2,global}) + v_{max,Kurve}^2}{k_y}\right)^2 \left(\frac{s_{max,3} - s_I}{A_{I,II}^2}\right)^2}}{g}. \quad (\text{Gl. 3.56})$$

Die Berechnungsvorschrift für den Endpunkt des Bremsweges bei globalem Maximum ergibt sich durch Einsetzen von Gleichung 3.53 in Gleichung 3.56 und anschließendem Umstellen nach $s_{2,global}$. Durch die Umstellung ergeben sich die beiden in Gleichung 3.57 aufgeführten Lösungen, die sich durch das Vorzeichen des Wurzelterms unterscheiden:

$$s_{2,global} = s_I + \frac{1}{2} \frac{v_{max,Kurve}^2}{a_{decel}} \pm \sqrt{-2 \frac{A_{I,II}^2}{a_{decel}} \sqrt{k_y^2 \left(\mu_{lim}^2 g^2 - \frac{a_{decel}^2}{k_x^2} \right)}}. \quad (\text{Gl. 3.57})$$

Da a_{decel} negativ ist, wird durch den Term $+v_{max,Kurve}^2/(2 a_{decel})$ ein Betrag von s_I subtrahiert. Da der gesuchte Endpunkt des Bremsweges $s_{2,global}$ aber zwischen den Wegpunkten s_I , dem Anfangspunkt der Klothoide, und dem Wegpunkt s_{II} , dem Endpunkt der Klothoide liegen muss, ergibt sich die richtige Lösung durch die Wahl des positiven Vorzeichens. Die korrekte Lösung ist in Gleichung 3.58 gegeben:

$$s_{2,global} = s_I + \frac{1}{2} \frac{v_{max,Kurve}^2}{a_{decel}} + \sqrt{-2 \frac{A_{I,II}^2}{a_{decel}} \sqrt{k_y^2 \left(\mu_{lim}^2 g^2 - \frac{a_{decel}^2}{k_x^2} \right)}}. \quad (\text{Gl. 3.58})$$

Mit Gleichung 3.50, die zur Berechnung des Endpunktes des Bremsweges bei Vorliegen eines Randmaximums dient, Gleichung 3.53, die zur Berechnung der Position des globalen Maximums verwendet wird, und Gleichung 3.58, die zur Berechnung des Wegpunktes s_2 bei Auftreten eines globalen Maximums dient, sind nun alle benötigten Gleichungen für die Bestimmung des richtigen Wertes von s_2 hergeleitet.

Ein Algorithmus zur Auswahl der richtigen Gleichung zu Berechnung des Wegpunktes s_2 wird im folgenden Kapitel beschrieben.




3.8.1.4 Algorithmus zur Bestimmung der korrekten Gleichung für die Berechnung des Endpunktes des Bremsweges vor einer Kurve

Im vorangehenden Kapitel wurden zwei Gleichungen zur Berechnung des Endpunktes des Bremsweges für eine Geschwindigkeitsreduzierung vor einer Kurve hergeleitet. In diesem Kapitel wird ein Algorithmus vorgestellt, der die richtige der beiden Gleichungen für die konkrete Anwendung auswählt.

Im Kapitel 3.8.1.1 wurden die möglichen Verläufe der Haftwertnutzung aus mathematischer Sicht betrachtet. Dort wurde bereits erwähnt, dass im Prinzip beide Formen des Haftwertverlaufs über ein globales Maximum verfügen, wobei sich dieses Maximum bei einem Verlauf mit „globalem Maximum“ im Intervall zwischen dem Anfangspunkt der Klothoide (s_1) und dem Endpunkt des Bremsweges (s_2) befindet und damit praktisch in Erscheinung tritt. Bei einem Haftwertverlauf mit einem Randmaximum liegt das globale Maximum außerhalb des Intervalls, das durch die Wegpunkte s_1 und s_2 begrenzt wird, und tritt damit praktisch nicht in Erscheinung.

Weiter wurde im vorangehenden Kapitel die Information gegeben, dass der Endpunkt des Bremsweges, sofern er mit Gleichung 3.50, der Gleichung zur Bestimmung von s_2 bei Vorliegen eines Randmaximums berechnet wurde, der größtmögliche Wert für s_2 ist. Die Wahl eines größeren Wertes für s_2 würde die Ausgangsbedingungen verletzen.

Die Position des Wegpunktes s_2 , der mit Hilfe von Gleichung 3.50 berechnet wird, und die Position des globalen Maximums, das sich aus dem Wert von s_2 anhand von Gleichung 3.53 berechnen lässt, werden im folgenden Algorithmus zur Auswahl der richtigen Gleichung für s_2 verwendet. Der Algorithmus gestaltet sich wie in der folgenden Schrittfolge beschrieben. Das Flussdiagramm in Bild 3.15 verdeutlicht noch einmal das Vorgehen zur Berechnung des korrekten Endpunktes des Bremsweges.

-  Im ersten Schritt werden die Position des Endpunktes des Bremsweges s_2 mit Hilfe von Gleichung 3.50, der Gleichung zur Bestimmung von s_2 bei einem Randmaximum, und die dazugehörige Position des globalen Maximums, die sich durch einsetzen des zuvor berechneten Wertes von $s_{2,Rand}$ in Gleichung 3.53 ergibt, berechnet.
-  In Schritt zwei wird überprüft, ob die Position des globalen Maximums innerhalb des durch den Startpunkt der Klothoide (s_1) und dem durch Gleichung 3.50 berechneten Endpunkt des Bremsweges ($s_{2,Rand}$) liegt.
-  Liegt die Position des globalen Maximums im Intervall $[s_1, s_{2,Rand}]$, so ist Gleichung 3.58 (Gleichung bei globalem Maximum) für die Berechnung von s_2 zu verwenden. Liegt die Position des Maximums hinter dem Wegpunkt $s_{2,Rand}$ und damit außerhalb des Intervalls, so ist Gleichung 3.50 (Gleichung für Randmaximum) für die Berechnung von s_2 zu verwenden.

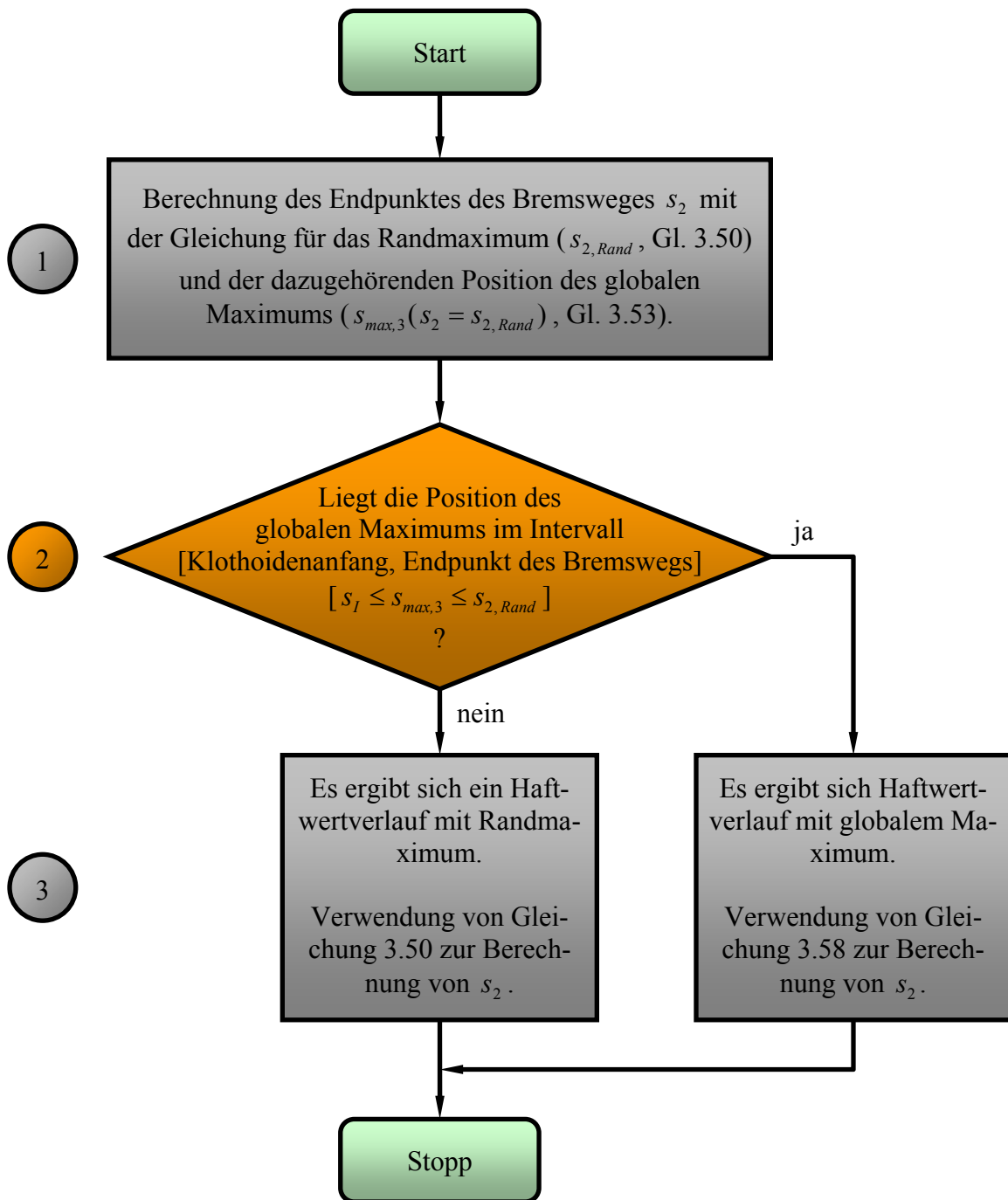


Bild 3.15: Flussdiagramm zur Bestimmung der für den jeweiligen Anwendungsfall richtigen Gleichung für die Berechnung des korrekten Endpunktes des Bremsweges s_2 .

3.8.1.5 Berechnung des Endpunktes des Beschleunigungsvorgangs vor einer Kurve

Wie bereits am Anfang des Kapitels beschrieben, kann es bei der Betrachtung mehrerer hintereinanderliegender Kurven vorkommen, dass die Geschwindigkeit bei der Einfahrt in eine Kurve erhöht wird. Die Berechnung des zur Einhaltung der festgelegten Kriterien benötigten Wegpunkts wird in diesem Abschnitt beschrieben.

Bei einer Beschleunigung vor einer Kurve ergibt sich für die Geschwindigkeit ein steigender und für die Krümmung der Fahrbahn ebenfalls ein steigender Funktionsverlauf. Durch diese Gegebenheiten ergibt sich grundsätzlich ein Randmaximum für den Verlauf der Haftwertnutzung. Demzufolge wäre prinzipiell Gleichung 3.50, die Berechnungsvorschrift für s_2 bei Auftreten eines Randmaximums anzuwenden, allerdings muss die Längsbeschleunigung bei Geschwindigkeitsreduzierung a_{decel} durch den Wert für Beschleunigungsvorgänge a_{accel} ersetzt werden. Nach der Substitution der Längsbeschleunigung in Gleichung 3.50 ergibt sich Gleichung 3.59:

$$s_{2, Rand} = s_I + \frac{A_{I,II}^2}{v_{max, Kurve}^2} \sqrt{k_y^2 \left(\mu_{lim}^2 g^2 - \frac{a_{accel}^2}{k_x^2} \right)}. \quad (\text{Gl. 3.59})$$

3.8.1.6 Gleichungen für die Bestimmung der Wegpunkte Auslauf einer Kurve

Für einen Beschleunigungsvorgang während der Kurvenausfahrt ergeben sich ebenfalls gegenläufige Funktionsverläufe für die Fahrbahnkrümmung (fallender Funktionsverlauf) und die Fahrzeuggeschwindigkeit (steigender Funktionsverlauf). Vergleichbar mit dem Fall der Geschwindigkeitsreduzierung bei der Kurveneinfahrt ergeben sich auch hier zwei prinzipielle Möglichkeiten der Haftwertverläufe. Die Herleitung der für die Berechnung des Startpunktes des Beschleunigungsvorgangs (Wegpunkt s_3) benötigten Gleichungen gestaltet sich analog zur Herleitung der Gleichungen in Kapitel 3.8.1.3. Um Wiederholungen an dieser Stelle zu vermeiden, wird auf die ausführliche Herleitung in Kapitel B.2 verwiesen. Ein Algorithmus, der beschreibt, welche der in Kapitel B.2 hergeleiteten Gleichungen anzuwenden ist, findet sich in Kapitel B.3. Die sich für einen Bremsvorgang während der Kurvenausfahrt ergebende Gleichung für den Startpunkt des Bremsvorgangs s_3 ist in Kapitel B.4 zu finden.

3.8.1.7 Festlegung einer Maximalgeschwindigkeit

Die ersten beiden in Kapitel 3.8.1 festgelegten Punkte, die Berechnung der maximalen Kurvengeschwindigkeit und die Bestimmung der Wegpunkte „Endpunkt des Brems- / Beschleunigungsvorgangs vor der Kurve (Wegpunkt s_2)“ und „Startpunkte für den Beschleunigungs- / Bremsvorgang hinter der Kurve (Wegpunkt s_3)“ sind abgearbeitet. Im jetzt folgenden Schritt ist die gewünschte Maximalgeschwindigkeit v_{max} , die auf geraden Straßenabschnitten gefahren werden soll, festzulegen. Die Geschwindigkeit v_{max} wird dann für das Verfahren als konstant angesehen. Der dritte in Kapitel 3.8.1 festgelegte Arbeitsschritt ist damit auch abgearbeitet.

3.8.1.8 Berechnung der Geschwindigkeitsverläufe für die Kurvenein- und ausfahrt

Im vierten und letzten Arbeitsschritt werden die Geschwindigkeitsverläufe für die Kurvenein- und -ausfahrt und die damit verbundenen Wegpunkte s_1 , der den Startpunkt des Verzögerungsweges vor der Kurve bei Maximalgeschwindigkeit v_{max} darstellt, und s_4 , der der Endpunkt des Beschleunigungsweges ist, falls bis auf Maximalgeschwindigkeit beschleunigt wird, berechnet. Für die Berechnung dieser Geschwindigkeitsverläufe wird die in Kapitel 3.3 „Darstellung von Geschwindigkeitsverläufen“ vorgestellte Gleichung 3.35 verwendet. Durch Einsetzen von $v = v_{max}$, $s = s_1$, $v_0 = v_{max, Kurve}$, $s_0 = s_2$ und $a_0 = a_{decel}$ in Gleichung 3.35 und anschließendem Umstellen nach s_1 , dem gesuchten Wegpunkt, ergibt sich die mit Gleichung 3.60 gegebene Lösung:

$$s_1 = s_2 + \frac{v_{max}^2 - v_{max, Kurve}^2}{2 a_{decel}}. \quad (\text{Gl. 3.60})$$

Für die Berechnung des Geschwindigkeitsverlaufs zwischen den Wegpunkten s_1 und s_2 erhält man durch Einsetzen von $v_0 = v_{max, Kurve}$, $s_0 = s_2$ und $a_0 = a_{decel}$ in Gleichung 3.35 Gleichung 3.61, in die für die Position s Wegpunkte im Bereich von $s_1 \leq s \leq s_2$ eingesetzt werden, um den Verlauf der Geschwindigkeit zwischen diesen Wegpunkten zu ermitteln:

$$v^2(s) = 2 a_{decel} (s - s_2) + v_{max, Kurve}^2 \quad \text{für } s_1 \leq s \leq s_2. \quad (\text{Gl. 3.61})$$

Die Berechnungen für den Wegpunkt s_4 , dem Endpunkt des Beschleunigungsweges, falls bis auf die Maximalgeschwindigkeit beschleunigt wird, kann durch Einsetzen von $v = v_{max}$, $s = s_4$, $v_0 = v_{max, Kurve}$, $s_0 = s_3$ und $a_0 = a_{accel}$ in Gleichung 3.35 und anschließendem Umstellen nach s_4 entsprechend Gleichung 3.62 berechnet werden:

$$s_4 = s_3 + \frac{v_{max}^2 - v_{max, Kurve}^2}{2 a_{accel}}. \quad (\text{Gl. 3.62})$$

Analog zum Vorgehen mit Gleichung 3.61 erhält man durch Einsetzen von $v_0 = v_{max, Kurve}$, $s_0 = s_3$ und $a_0 = a_{accel}$ in Gleichung 3.35 Gleichung 3.63, mit deren Hilfe der Geschwindigkeitsverlauf für den Beschleunigungsvorgang hinter der Kurve durch Einsetzen von Wegpunkten im Bereich von $s_3 \leq s \leq s_4$ ermittelt werden kann:

$$v^2(s) = 2 a_{accel} (s - s_3) + v_{max, Kurve}^2 \quad \text{für } s_3 \leq s \leq s_4. \quad (\text{Gl. 3.63})$$

Damit ist der letzte in Kapitel 3.8.1 festgelegte Schritt der Schrittfolge bearbeitet und alle Gleichungen und die Vorgehensweise zur Berechnung des Geschwindigkeitsprofils für den ebenen Fall bekannt.





3.8.2 Beschreibung der „numerischen Methode“

In diesem Unterkapitel wird das Verfahren zur Bestimmung eines Geschwindigkeitsprofils für eine Kurve und den „allgemeinen Fall“ beschrieben. Im „allgemeinen Fall“ dürfen die Winkel für die Längs- und Querneigung der Straße (α_ℓ und α_q) Werte ungleich null annehmen.

Beim Straßenverlauf wird eine Verbundkurve, die stellvertretend für alle Geometriefolgen, deren Krümmung mit null beginnt und endet, als Ausgangspunkt für die Betrachtungen verwendet. Der Verlauf der Fahrbahnkrümmung (κ) sowie der Verlauf der Längs- (α_ℓ) und Querneigung (α_q) als Funktion des Weges werden als bekannt vorausgesetzt.

Vor der Berechnung des Geschwindigkeitsprofils sind, wie bei der analytischen Methode, die obere Grenze für den Haftreibungskoeffizienten μ_{lim} , der Wert für die maximale Fahrzeugverzögerung a_{decel} , der Wert für die maximale Fahrzeugbeschleunigung a_{accel} und die konstanten Gewichtungsfaktoren für die Längs- und Querbeschleunigungen k_x und k_y festzulegen. Bei der numerischen Methode ist der Wert für die Fahrzeugverzögerung a_{decel} ein Minimalwert und der Wert für die Fahrzeugbeschleunigung a_{accel} ein Maximalwert, da es möglich ist, dass deren Beträge abhängig von den physikalischen Gegebenheiten der Fahrbahn später noch reduziert werden.

Sind diese Vorbedingungen erbracht, kann das Geschwindigkeitsprofil mit Hilfe der folgenden Schrittkette berechnet werden. In Bild 3.16 ist diese Vorgehensweise noch einmal illustriert.

-  Im ersten Schritt wird die maximale Geschwindigkeit für das Durchfahren der Kurve bestimmt. Diese wird für den allgemeinen Fall derart berechnet, dass das gesetzte Limit für die Haftwertnutzung durch die am Fahrzeug auftretenden Beschleunigungen bei konstanter Geschwindigkeit vollständig genutzt wird.
-  In Schritt zwei werden die Verzögerungs- und Beschleunigungswerte an die physikalischen Gegebenheiten der Straße angepasst. Hierdurch ändern sich die Steigungen der Geschwindigkeitsverläufe für die Verringerung und Erhöhung der Geschwindigkeit vor beziehungsweise hinter der Kurve.
-  Im dritten Schritt werden sowohl der Endpunkt des Bremsweges als auch der Endpunkt des Beschleunigungsweges (Wegpunkt s_2) mit Hilfe der zugehörigen Geschwindigkeitsverläufe bestimmt.
-  Im vierten Schritt werden, vergleichbar mit Schritt drei, der Startpunkt für den Beschleunigungsvorgang und der Startpunkt des Verzögerungsweges (Wegpunkt s_3) mit Hilfe der zugehörigen Geschwindigkeitsverläufe bestimmt.

5

Im fünften und letzten Schritt wird die Geschwindigkeit im Profil auf die Maximalgeschwindigkeit v_{max} begrenzt. Aus dieser Begrenzung ergeben sich die bis dahin noch nicht bestimmten Wegpunkte: Der Startpunkt des Verzögerungsweges vor der Kurve s_1 , falls das Fahrzeug mit Maximalgeschwindigkeit fährt, und s_4 , der Endpunkt des Beschleunigungsweges, falls das Fahrzeug auf Maximalgeschwindigkeit beschleunigt.

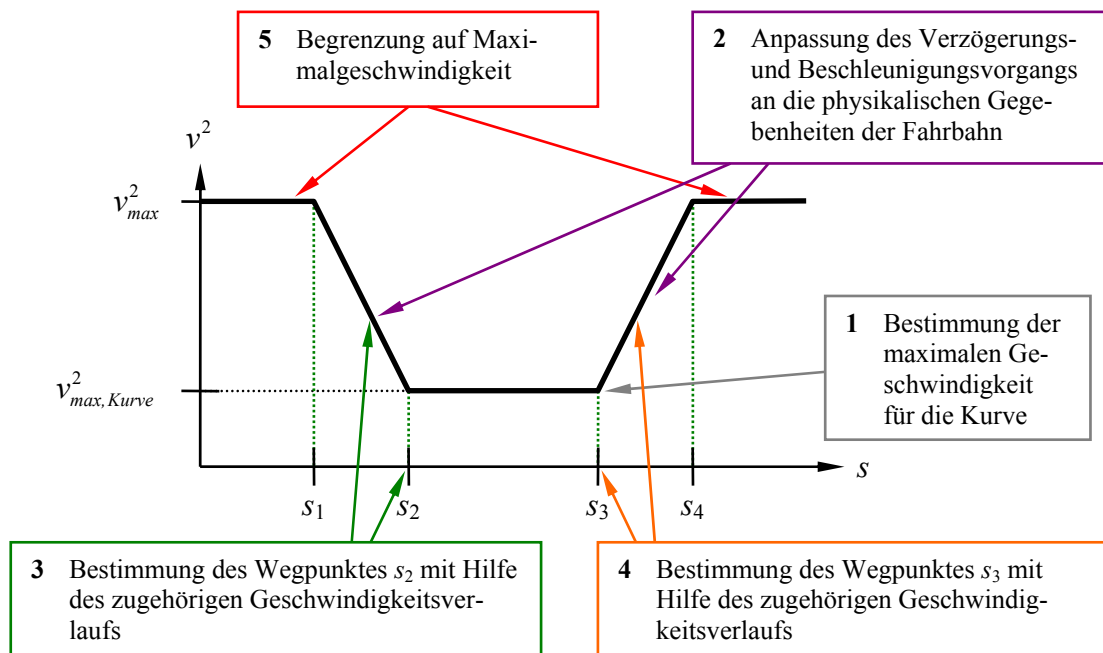


Bild 3.16: Vorgehen bei der Berechnung eines Geschwindigkeitsprofils mit Hilfe der „numerischen Methode“.

Zunächst werden im folgenden Unterkapitel die für den Aufbau des Geschwindigkeitsprofils mit der numerischen Methode benötigten Gleichungen hergeleitet und in den darauf folgenden Kapiteln deren Anwendung beschrieben.

3.8.2.1 Herleitung der für die „numerische Methode“ benötigten Gleichung

Ausgangspunkt für die Herleitung der für die „numerische Methode“ benötigten Berechnungsvorschrift ist die in Kapitel 3.5 vorgestellte Gleichung 3.39 für die Haftwertausnutzung:

$$\mu_{res} = \frac{\sqrt{\left(\frac{a_x}{k_x}\right)^2 + \left(\frac{a_y}{k_y}\right)^2}}{|a_z|} \leq \mu_{lim} \leq \mu_{max} \quad (k_x > 0, k_y > 0). \quad (\text{Gl. 3.39})$$

Die in dieser Gleichung enthaltenen Terme für a_x , a_y und a_z müssen nun für den allgemeingültigen Fall konkretisiert werden. Hierzu werden zunächst die in Bild 3.17 abgebildeten Kräfteverhältnisse am Fahrzeug bei einer Steigungsfahrt betrachtet. Die Querneigung α_q der Straße wird bei dieser Betrachtung zu null angenommen.

Steigung: $\alpha_\ell > 0^\circ$, keine Querneigung: $\alpha_q = 0^\circ$

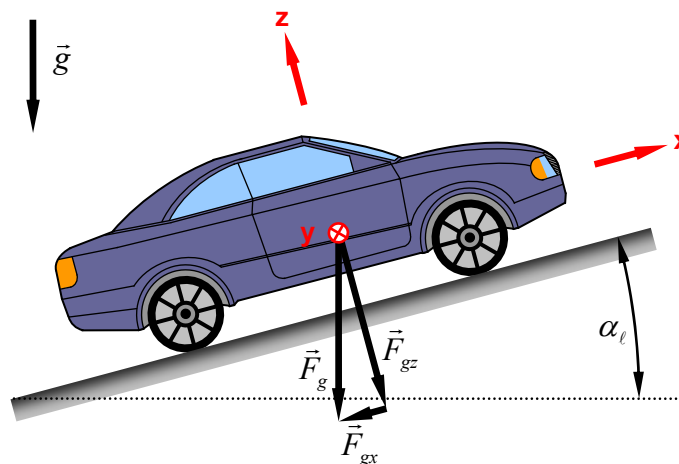


Bild 3.17: Kräfteverhältnisse am Fahrzeug bei Steigungsfahrt.

Der Betrag der Gewichtskraft kann entsprechend Gleichung 3.64 aus dem Produkt der Gravitationsbeschleunigung an der Erdoberfläche g und der Fahrzeugmasse m berechnet werden:

$$F_g = m g. \quad (\text{Gl. 3.64})$$

Aufgrund der Längsneigung der Fahrbahn um den Winkel α_ℓ ergeben sich die in Gleichung 3.65 aufgeführten Komponenten der Gewichtskraft in x- und y-Richtung des fahrzeugfesten Koordinatensystems:

$$\vec{F}_g = \begin{pmatrix} F_{gx} \\ F_{gy} \\ F_{gz} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -F_g \sin(\alpha_\ell) \\ 0 \\ -F_g \cos(\alpha_\ell) \end{pmatrix}. \quad (\text{Gl. 3.65})$$

Die auf das Fahrzeug beschleunigend wirkende resultierende Kraft $F_{x,res}$ in Fahrtrichtung ergibt sich entsprechend Gleichung 3.66:

$$F_{x,res} = m \ddot{x} = m a_{x,res} = F_x + F_{gx} = F_x - F_g \sin(\alpha_\ell). \quad (\text{Gl. 3.66})$$

Hierbei ist F_x die vom Antriebsstrang oder der Bremsanlage aufzubringende Kraft, um am Fahrzeug die resultierende Kraft $F_{x,res}$ beziehungsweise die dazu korrespondierende Beschleunigung $a_{x,res} = \ddot{x}$ zu bewirken. Da die Kraft F_x die an den Kontaktflächen zwischen Reifen und Fahrbahn zu übertragende Summe der Kräfte und damit die für das Verfahren relevante Größe ist, wird Gleichung 3.66 nach der Kraft F_x umgestellt. Es ergibt sich Gleichung 3.67. Dividiert man diese wiederum durch die Fahrzeugmasse m , so erhält man mit Gleichung 3.68 den in die Gleichung für die Haftwertausnutzung (Gl. 3.39) einzusetzenden Term für a_x :

$$F_x = m a_x = F_{x,res} + F_g \sin(\alpha_\ell) = m a_{x,res} + m g \sin(\alpha_\ell), \quad (\text{Gl. 3.67})$$

$$a_x = a_{x,res} + g \sin(\alpha_\ell). \quad (\text{Gl. 3.68})$$

Für den hier betrachteten Spezialfall, in dem nur die Längsneigung der Fahrbahn ungleich null ist, ergibt sich die Haftwertausnutzung entsprechend Gleichung 3.69:

$$\mu = \frac{|a_x|}{|a_z|} = \frac{a_{x,res} + g \sin(\alpha_\ell)}{g \cos(\alpha_\ell)}. \quad (\text{Gl. 3.69})$$

Für die Konkretisierung des in y -Richtung wirkenden Beschleunigungsterms werden die Kräfteverhältnisse am Fahrzeug bei einer Kurvenfahrt mit in Querrichtung geneigter Fahrbahn, wie in Bild 3.18 illustriert, betrachtet. Bei dieser Betrachtung sind der Querneigungswinkel α_q und die Krümmung der Fahrbahn positiv. Die Längsneigung wird für diesen Fall zu null angenommen.

Seitenneigung: $\alpha_q > 0^\circ$, Krümmung: $\kappa > 0$, keine Längsneigung: $\alpha_\ell = 0^\circ$

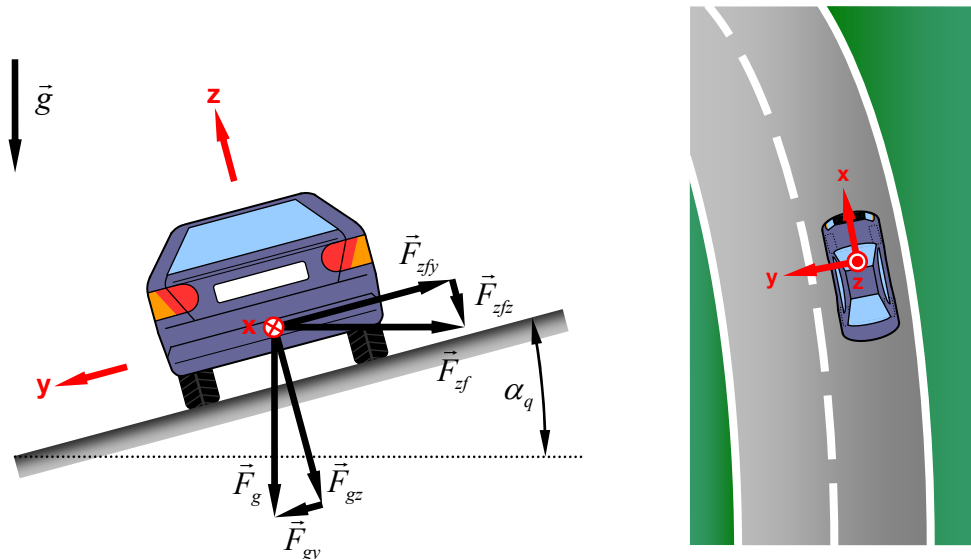


Bild 3.18: Kräfteverhältnisse am Fahrzeug bei Kurvenfahrt mit Seitenneigung.

Durch die Kurvenfahrt wirkt am Fahrzeug neben der Gewichtskraft \vec{F}_g auch die Zentrifugalkraft \vec{F}_{zf} . Die Zerlegung dieser Kräfte in ihre Komponenten wird im Folgenden behandelt. Der Betrag der Gewichtskraft F_g ist durch Gleichung 3.64 und der Betrag der Zentrifugalkraft F_{zf} durch Gleichung 3.70 gegeben, wobei κ der Wert der Fahrbahnkrümmung und v die Fahrzeuggeschwindigkeit sind:

$$F_{zf} = m a_{zf} = m \kappa v^2. \quad (\text{Gl. 3.70})$$

Entsprechend Bild 3.18 ergeben sich, bezogen auf das Koordinatensystem des Fahrzeugs, für die Gewichtskraft die in Gleichung 3.71 aufgeführten Komponenten:

$$\vec{F}_g = \begin{pmatrix} F_{gx} \\ F_{gy} \\ F_{gz} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ F_g \sin(\alpha_q) \\ -F_g \cos(\alpha_q) \end{pmatrix}. \quad (\text{Gl. 3.71})$$

Durch die Kurvenfahrt wirkt eine Zentrifugalkraft F_{zf} auf das Fahrzeug, die sich entsprechend Gleichung 3.72 in Komponenten aufteilen lässt:

$$\vec{F}_{zf} = \begin{pmatrix} F_{zfx} \\ F_{zfy} \\ F_{z fz} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -F_{zf} \cos(\alpha_q) \\ -F_{zf} \sin(\alpha_q) \end{pmatrix}. \quad (\text{Gl. 3.72})$$

Die Überlagerung der Komponenten der Gewichtskraft \vec{F}_g und der Zentrifugalkraft \vec{F}_{zf} ergibt die in Gleichung 3.73 aufgeführte Summe:

$$\vec{F}_g + \vec{F}_{zf} = \begin{pmatrix} F_{gx} \\ F_{gy} \\ F_{gz} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} F_{zfx} \\ F_{zfy} \\ F_{z fz} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ F_g \sin(\alpha_q) - F_{zf} \cos(\alpha_q) \\ -F_g \cos(\alpha_q) - F_{zf} \sin(\alpha_q) \end{pmatrix}. \quad (\text{Gl. 3.73})$$

Die y-Komponente der in Gleichung 3.73 berechneten Summe der beiden Vektoren \vec{F}_g und \vec{F}_{zf} entspricht der gesuchten Kraft F_y . Diese ist mit Gleichung 3.74 gegeben:

$$F_y = F_g \sin(\alpha_q) - F_{zf} \cos(\alpha_q) = m g \sin(\alpha_q) - m \kappa v^2 \cos(\alpha_q). \quad (\text{Gl. 3.74})$$

Dividiert man Gleichung 3.74 durch die Fahrzeugmasse m , so erhält man mit Gleichung 3.75 den in die Gleichung für die Haftwertausnutzung (Gl. 3.39) einzusetzenden Term für a_y :

$$a_y = g \sin(\alpha_q) - \kappa v^2 \cos(\alpha_q). \quad (\text{Gl. 3.75})$$

Damit sind die Terme für a_x und a_y bekannt. Im dritten und letzten Schritt wird der für die Beschleunigung a_z benötigte Term hergeleitet, bei dem sowohl Längs- als auch Querneigungen der Fahrbahn berücksichtigt werden müssen.

Für die Herleitung der am Fahrzeug wirkenden z-Komponente der Gewichtskraft wird davon ausgegangen, dass die Gravitationsbeschleunigung an der Erdoberfläche g und die Fahrzeugmasse m beide – und demzufolge auch deren Produkt – konstant sind. Es gilt Gleichung 3.76:

$$|F_g| = m g = \text{konstant}. \quad (\text{Gl. 3.76})$$

Für die Fahrt auf einer Fahrbahn mit Längsneigung ergab sich in Gleichung 3.65 für die x-Komponente der Gewichtskraft der Term $F_{gx} = -F_g \sin(\alpha_\ell)$ und für die y-Komponente entsprechend Gleichung 3.71 der Term $F_{gy} = F_g \sin(\alpha_q)$. Diese beiden Komponenten werden nun in Gleichung 3.77 zusammengeführt. Die z-Komponente der Gewichtskraft bleibt zunächst in allgemeiner Form in der Gleichung enthalten:

$$\vec{F}_g = \begin{pmatrix} F_{gx} \\ F_{gy} \\ F_{gz} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -F_g \sin(\alpha_\ell) \\ F_g \sin(\alpha_q) \\ F_{gz} \end{pmatrix}. \quad (\text{Gl. 3.77})$$

Der in Gleichung 3.76 gegebene Betrag der Gewichtskraft kann entsprechend Gleichung 3.78 aus den Komponenten der Gewichtskraft berechnet werden:

$$|F_g| = \sqrt{F_{gx}^2 + F_{gy}^2 + F_{gz}^2}. \quad (\text{Gl. 3.78})$$

Durch Umstellung von Gleichung 3.78 nach der zu bestimmenden Komponente F_{gz} ergibt sich deren Berechnungsvorschrift, in die die Komponenten für F_{gx} und F_{gy} entsprechend Gleichung 3.77 einzusetzen sind. Es ergibt sich Gleichung 3.79. Das negative Vorzeichen im Term für F_{gx} kann entfallen, da das Quadrat dieses Terms berechnet wird:

$$|F_{gz}| = \sqrt{F_g^2 - F_{gx}^2 - F_{gy}^2} = \sqrt{F_g^2 - (F_g \sin(\alpha_\ell))^2 - (F_g \sin(\alpha_q))^2}. \quad (\text{Gl. 3.79})$$

Dividiert man Gleichung 3.79 durch die Fahrzeugmasse m , so erhält man Gleichung 3.80, die in z-Richtung des Fahrzeugkoordinatensystems wirkende Komponente der Gravitationsbeschleunigung:

$$|a_{gz}| = \sqrt{g^2 - a_{gx}^2 - a_{gy}^2} = \sqrt{g^2 - (g \sin(\alpha_\ell))^2 - (g \sin(\alpha_q))^2}. \quad (\text{Gl. 3.80})$$

Bei der Bestimmung der Summe der in z-Richtung wirkenden Kräfte muss der durch Gleichung 3.79 gegebene Betrag der Gewichtskraft in z-Richtung sowie die in z-Richtung wirkende Komponente der Zentrifugalkraft \vec{F}_{zf} , die durch Gleichung 3.72 gegeben ist, berücksichtigt werden. Es ergibt sich Gleichung 3.81:

$$F_z = -F_{gz} + F_{z/z} = -\sqrt{F_g^2 - F_{gx}^2 - F_{gy}^2} - F_{zf} \sin(\alpha_q). \quad (\text{Gl. 3.81})$$

Dividiert man Gleichung 3.81 durch die Fahrzeugmasse, so erhält man mit Gleichung 3.82 die in z-Richtung wirkende Beschleunigung a_z , die zur Berechnung der Haftwertausnutzung benötigt wird:

$$a_z = -a_{gz} - \kappa v^2 \sin(\alpha_q) = -\sqrt{g^2 - (g \sin(\alpha_\ell))^2 - (g \sin(\alpha_q))^2} - \kappa v^2 \sin(\alpha_q). \quad (\text{Gl. 3.82})$$

Nun werden die hergeleiteten Beschleunigungskomponenten a_x (Gleichung 3.68), a_y (Gleichung 3.75) und a_z (Gleichung 3.82) in die Gleichung für die Haftwertausnutzung (Gleichung 3.39) eingesetzt. Es ergibt sich Gleichung 3.83:

$$\mu_{res} = \frac{\sqrt{\left(\frac{a_{x,res} + g \sin(\alpha_\ell)}{k_x}\right)^2 + \left(\frac{g \sin(\alpha_q) - \kappa v^2 \cos(\alpha_q)}{k_y}\right)^2}}{\left| -\sqrt{g^2 - (g \sin(\alpha_\ell))^2 - (g \sin(\alpha_q))^2} - \kappa v^2 \sin(\alpha_q) \right|}. \quad (\text{Gl. 3.83})$$

Um die Umformung von Gleichung 3.83 zu vereinfachen, kann, da im Nenner der Betrag gebildet wird, anstelle des Terms a_z der Term $-a_z$ eingesetzt werden. Es ergibt sich zunächst Gleichung 3.84:

$$\mu_{res} = \frac{\sqrt{\left(\frac{a_{x,res} + g \sin(\alpha_\ell)}{k_x}\right)^2 + \left(\frac{g \sin(\alpha_q) - \kappa v^2 \cos(\alpha_q)}{k_y}\right)^2}}{\left| \sqrt{g^2 - (g \sin(\alpha_\ell))^2 - (g \sin(\alpha_q))^2} + \kappa v^2 \sin(\alpha_q) \right|}. \quad (\text{Gl. 3.84})$$

Der Term $\kappa v^2 \sin(\alpha_q)$ im Nenner des Bruchs kann bei unterschiedlichen Vorzeichen der Straßenkrümmung κ und der Seitenneigung α_q negativ werden. In einem solchen Falle würde die in z-Richtung wirkende Komponente der Zentrifugalbeschleunigung die in z-Richtung wirkende Summe der Beschleunigungen verringern. Unter der Bedingung, dass die in Gleichung 3.84 im Nenner stehende Summe $\sqrt{g^2 - (g \sin(\alpha_\ell))^2 - (g \sin(\alpha_q))^2} + \kappa v^2 \sin(\alpha_q)$ größer null ist, ist Gleichung 3.84 identisch mit Gleichung 3.85, die als Ausgangspunkt für weitere Rechnungen verwendet wird:

$$\mu_{res} = \frac{\sqrt{\left(\frac{a_{x,res} + g \sin(\alpha_\ell)}{k_x}\right)^2 + \left(\frac{g \sin(\alpha_q) - \kappa v^2 \cos(\alpha_q)}{k_y}\right)^2}}{\sqrt{g^2 - (g \sin(\alpha_\ell))^2 - (g \sin(\alpha_q))^2} + \kappa v^2 \sin(\alpha_q)}. \quad (\text{Gl. 3.85})$$

Um einen möglichst kurzen Ausdruck für die Umformung zu erhalten, werden in Gleichung 3.85 die Terme $a_{x,res} + g \sin(\alpha_\ell)$ durch a_x und $\sqrt{g^2 - (g \sin(\alpha_\ell))^2 - (g \sin(\alpha_q))^2}$ durch a_{gz} zurücksubstituiert. Es ergibt sich Gleichung 3.86:

$$\mu_{res} = \frac{\sqrt{\left(\frac{a_x}{k_x}\right)^2 + \left(\frac{g \sin(\alpha_q) - \kappa v^2 \cos(\alpha_q)}{k_y}\right)^2}}{a_{gz} + \kappa v^2 \sin(\alpha_q)}. \quad (\text{Gl. 3.86})$$

Gleichung 3.86 wird nun nach dem Quadrat der Fahrzeuggeschwindigkeit v^2 umgestellt. Die ausführliche Umstellung der Gleichung ist in Kapitel B.5 im Anhang zu finden. An dieser Stelle wird nur das Ergebnis der Umstellung entsprechend Gleichung B.34 in Gleichung 3.87 übernommen:

$$v^2 = \begin{cases} \frac{1}{\kappa} \left(-\frac{p}{2} + \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q} \right) & \text{für } \kappa > 0, \\ \frac{1}{\kappa} \left(-\frac{p}{2} - \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q} \right) & \text{für } \kappa < 0 \end{cases}$$

$$\text{mit } p = 2 \frac{k_x^2 \sin(\alpha_q) (k_y^2 \mu_{res}^2 a_{gz} + g \cos(\alpha_q))}{k_x^2 (k_y^2 \mu_{res}^2 (\sin(\alpha_q))^2 - (\cos(\alpha_q))^2)},$$

$$q = \frac{k_x^2 k_y^2 \mu_{res}^2 a_{gz}^2 - k_y^2 a_x^2 - k_x^2 g^2 (\sin(\alpha_q))^2}{k_x^2 (k_y^2 \mu_{res}^2 (\sin(\alpha_q))^2 - (\cos(\alpha_q))^2)}, \quad (\text{Gl. 3.87})$$

$$a_{gz} = \sqrt{g^2 - (g \sin(\alpha_\ell))^2 - (g \sin(\alpha_q))^2}$$

$$\text{und } a_x = a_{x,res} + g \sin(\alpha_\ell).$$

Mit Hilfe von Gleichung 3.87 wird im folgenden Kapitel das Geschwindigkeitsprofil aufgebaut. Dabei wird diese Funktion vereinfachend mit v^2 bezeichnet.

3.8.2.2 Berechnung der maximalen Kurvengeschwindigkeit

In diesem und den folgenden Unterkapiteln wird die Berechnung des Geschwindigkeitsprofils mit Hilfe der in Kapitel 3.8.2.1 hergeleiteten Gleichung 3.87 für v^2 beschrieben. Weiterhin kommt die in Kapitel 3.3 hergeleitete Gleichung 3.35 zur Berechnung von Geschwindigkeitsverläufen zum Einsatz.

Wenn die Geometriedaten der Fahrbahn vorliegen und die für die Rechnung benötigten Konstanten, wie in Kapitel 3.8.2 beschrieben, festgelegt wurden, kann das Geschwindigkeitsprofil berechnet werden.

Der erste Schritt zur Erstellung des Geschwindigkeitsprofils ist die Berechnung der maximalen Kurvengeschwindigkeit. Hierfür müssen die Werte $\mu_{res} = \mu_{lim}$ und $a_{x,res} = \ddot{x} = 0 \text{ m/s}$ für eine konstante Fahrzeuggeschwindigkeit in Gleichung 3.87 eingesetzt werden. Die sich ergebende Funktion wird, da sie für eine konstante Fahrzeuggeschwindigkeit ausgelegt ist, mit $v_{lim,v=const}^2$ bezeichnet. Anschließend wird die Gleichung für diskrete Positionen ausgewertet. Voraussetzung hierfür ist, dass die Fahrbahnkrümmung κ an diesen jeweiligen Positionen ungleich null ist, da Gleichung 3.87 für $\kappa = 0 \text{ m}^{-1}$ singularär wird.

Ausgangspunkt für die im Folgenden dargestellten Funktionsverläufe ist der im linken Diagramm in Bild 3.19 dargestellte Krümmungsverlauf der Fahrbahn. Die Wegpunkte s_I bis s_{IV} , die die Übergangspunkte zwischen den Geometrieelementen darstellen, sind jeweils mit einer blauen Punktlinie markiert und entsprechend beschriftet. Die Längs- (α_ℓ) und Querneigung (α_q) der Fahrbahn wurde für diese prinzipielle Erklärung des Verfahrens zu null angenommen. Im rechten Diagramm in Bild 3.19 ist der zum Krümmungsverlauf gehörende Verlauf der Funktion $v_{lim,v=const}^2$ als rote Kennlinie eingetragen. Die sehr hohen Geschwindigkeitswerte, die sich für kleine Krümmungswerte κ am Anfang der Klothoide bei der Kurveneinfahrt (direkt hinter dem Wegpunkt s_I) und direkt vor dem Endpunkt der Klothoide bei der Kurvenausfahrt (direkt vor dem Wegpunkt s_{IV}) ergeben, wurden durch die Begrenzung des Darstellungsbereichs der Ordinate auf $0 \text{ m}^2/\text{s}^2 \leq v^2 \leq 800 \text{ m}^2/\text{s}^2$ nicht dargestellt.

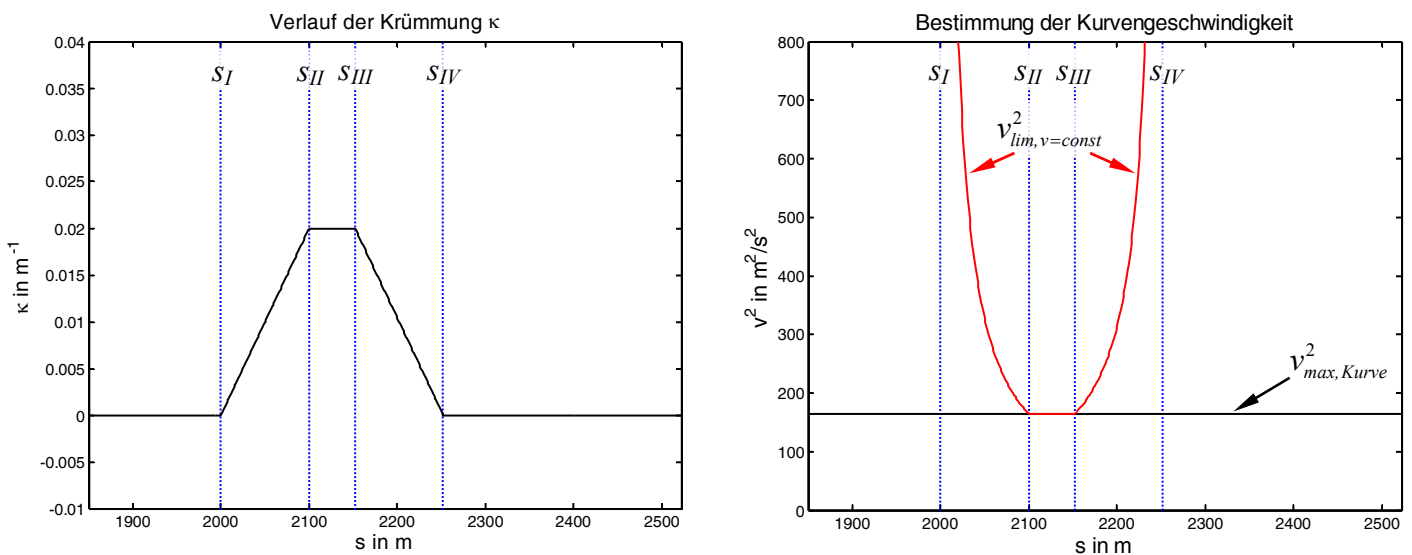


Bild 3.19: Verlauf der Fahrbahnkrümmung κ (linkes Diagramm) und Verlauf der Funktion $v_{lim,v=const}^2$ und die daraus ermittelte Kurvengeschwindigkeit (rechtes Diagramm).

Das Minimum des im linken Diagramm in Bild 3.19 rot eingezeichneten Funktionsverlaufs für $v_{lim,v=const}^2$ ergibt das Quadrat der Kurvengeschwindigkeit $v_{max,Kurve}^2$. Die mathematische Formulierung dieses Zusammenhangs ist mit Gleichung 3.88 gegeben:

$$v_{max,Kurve}^2 = \min \left\{ v^2 \left(\mu_{res} = \mu_{lim}, a_{x,res} = 0 \frac{m}{s}, k_x, k_y, \alpha_\ell, \alpha_q, \kappa \right) \right\}. \quad (\text{Gl. 3.88})$$

Das Quadrat der Kurvengeschwindigkeit ist im rechten Diagramm in Bild 3.19 mit einer schwarz eingezeichneten Geraden parallel zur Abszisse eingezeichnet. Sie ist in den folgenden Diagrammen auch wiederzufinden und wird zur Bestimmung der Wegpunkte des Geschwindigkeitsprofils benötigt.

3.8.2.3 Anpassung der Verzögerungs- und Beschleunigungswerte an die physikalischen Gegebenheiten der Fahrbahn

Im ebenen Fall sieht der Ansatz des Geschwindigkeitsprofils konstante Werte für die Verzögerung und Beschleunigung vor. Im allgemeinen Fall wird die Längskomponente der Beschleunigung a_x entsprechend Gleichung 3.68 durch die Fahrzeugverzögerung / -beschleunigung und durch die Längsneigung der Fahrbahn beeinflusst:

$$a_x = a_{x,res} + g \sin(\alpha_\ell). \quad (\text{Gl. 3.68})$$

Um die in Gleichung 3.68 gegebene Summe möglichst konstant zu halten, muss die resultierende Beschleunigung $a_{x,res} = \ddot{x}$ in Abhängigkeit von der Längsneigung der Fahrbahn α_ℓ angepasst werden. Die an die Fahrbahngeometrie angepassten Verzögerungs- bzw. Beschleunigungswerte werden im Index mit dem Zusatz „adj“ für adjust (dt.: angepasst) versehen. Für die Anpassung des Verzögerungswertes ergibt sich Gleichung 3.89 und für die Anpassung des Beschleunigungswertes Gleichung 3.90:

$$a_{decel,adj} = a_{decel} + g \max\{|\sin(\alpha_\ell)|\}, \quad (\text{Gl. 3.89})$$

$$a_{accel,adj} = a_{accel} - g \max\{|\sin(\alpha_\ell)|\}. \quad (\text{Gl. 3.90})$$

Die mit Gleichung 3.89 und Gleichung 3.90 beschriebenen Anpassungen können nur innerhalb gewisser Grenzen angewendet werden. Der Wert für $a_{decel,adj}$ sollte nach der Anpassung noch negativ und der Wert für $a_{accel,adj}$ noch positiv sein. Für den Aufbau des Geschwindigkeitsprofils werden in den nächsten Schritten die an die physikalischen Gegebenheiten angepassten Verzögerungs- ($a_{decel,adj}$) und Beschleunigungswerte ($a_{accel,adj}$) verwendet.

3.8.2.4 Bestimmung des Endpunktes des Bremsweges vor einer Kurve

Für die Bestimmung des Endpunktes des Bremsweges bei der Kurveneinfahrt müssen die Werte $\mu_{res} = \mu_{lim}$ und $a_{x,res} = \ddot{x} = a_{decel,adj}$ für einen Verzögerungsvorgang in Gleichung 3.87 eingesetzt werden. Die sich ergebende Funktion wird mit $v_{lim,decel,adj}^2$ bezeichnet. Der sich für die Fahrbahngeometrie ergebende Funktionsverlauf ist in Bild 3.20 rot eingezeichnet. Die Maximalgeschwindigkeit für die Kurve $v_{max,Kurve}^2$ wurde aus dem rechten Diagramm in Bild 3.19 übernommen.

Der Geschwindigkeitsverlauf für einen Bremsvorgang kann durch Gleichung 3.35 beschrieben werden. Hierbei sind bis zu diesem Punkt nur das Quadrat der Kurvengeschwindigkeit $v_{max,Kurve}^2$ und der angepasste Verzögerungswert für den Verzögerungsvorgang $a_{decel,adj}$ bekannt. Der richtige Werte für den Endpunkt des Bremsweges bei einem Verzögerungsvorgang vor der Kurve (s_2) muss durch ein Suchverfahren wie z. B. eine Intervallschachtelung bestimmt werden.

Der Bremsvorgang vor der Kurve wird durch Gleichung 3.91 beschrieben:

$$v_{2,decel,adj}^2 = 2 a_{decel,adj} (s - s_2) + v_{max,Kurve}^2 \quad (\text{Gl. 3.91})$$

Der Endpunkt des Bremsweges vor der Kurve (s_2) wird mit Hilfe von Gleichung 3.91 derart bestimmt, dass der Funktionsverlauf für den Verzögerungsvorgang ($v_{2,decel,adj}^2$) zwischen dem Anfangspunkt der Klothoide vor der Kurve (s_1) und dem Endpunkt des Bremsweges (s_2) vollständig auf oder unterhalb dem das Haftwertlimit beschreibenden Geschwindigkeitsverlauf ($v_{lim,decel,adj}^2$) verläuft, und der Endpunkt des Bremsweges einen möglichst großen Funktionswert annimmt. Im Diagramm in Bild 3.20 sind die Lösung für den Geschwindigkeitsverlauf für den Verzögerungsvorgang mit einer schwarz durchgezogenen Linie, und der korrekte Endpunkt des Bremsweges, der sich aus dem Schnittpunkt des Geschwindigkeitsverlaufs für den Verzögerungsvorgang und dem konstanten Verlauf der Kurvengeschwindigkeit ergibt, mit einer grün gepunkteten Linie eingezeichnet.

Um den korrekten Endpunkt des Bremsweges zu finden, können der Startpunkt der Klothoide vor der Kurve (s_I) und deren Endpunkt (s_{II}) als erste Grenzen für eine Intervallschachtelung verwendet werden. Für diese beiden Intervallgrenzen wird der jeweils zugehörige Geschwindigkeitsverlauf für den Bremsvorgang berechnet. In Bild 3.20 sind die zu den ersten beiden Intervallgrenzen gehörenden Geschwindigkeitsverläufe mit grau gestrichelten Linien aufgetragen. Diese Linien verlaufen parallel zur schwarz eingezeichneten Lösung. Derjenige Geschwindigkeitsverlauf, der den Startpunkt der Klothoide als Endpunkt des Bremsweges verwendet, erfüllt das Kriterium, dass der Geschwindigkeitsverlauf unterhalb der das Limit beschreibenden Kurve liegt. Der Geschwindigkeitsverlauf, der den Endpunkt der Klothoide als Endpunkt des Bremsweges verwendet, verletzt das Kriterium. Im nächsten Schritt würde der Geschwindigkeitsverlauf, der die Mitte des Intervalls als Endpunkt des Bremsweges verwendet, berechnet, und das Kriterium erneut überprüft. Je nachdem, ob das Kriterium erfüllt oder verletzt ist, wird eine der beiden Intervallgrenzen ersetzt. Dieses Vorgehen kann wiederholt werden, bis eine gewünschte Genauigkeit für den Endpunkt des Bremsweges erreicht ist.

Am Anfang des Kapitels wurde erwähnt, dass die hier für die Erläuterung des Verfahrens verwendete Verbundkurve stellvertretend für alle Geometriefolgen, deren Krümmung mit null beginnt und endet, verwendet wird. Allgemeingültig müssen der Startpunkt der Geometriefolge, bei dem der Krümmungswert null vorliegt, und der Startpunkt desjenigen Kreisbogens mit dem kleinsten Radius innerhalb der Geometriefolge als Startwerte für die Intervallschachtelung verwendet werden.

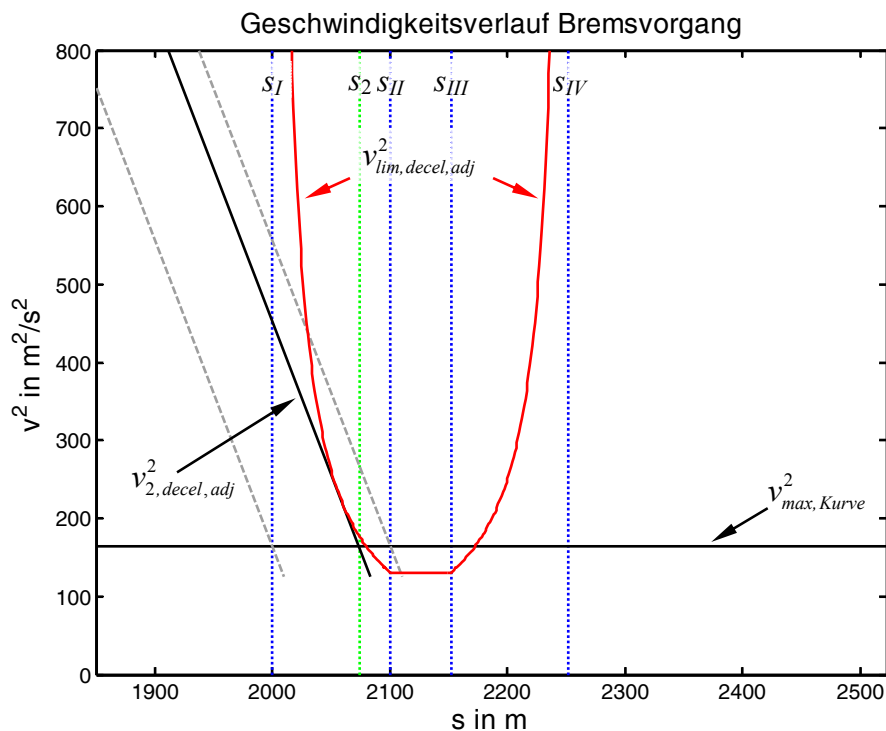


Bild 3.20: Bestimmung des Endpunktes des Verzögerungsvorgangs vor einer Kurve.

3.8.2.5 Bestimmung des Endpunktes eines Beschleunigungsvorgangs vor einer Kurve

Für die Bestimmung des Endpunktes eines Beschleunigungsvorganges vor einer Kurve werden die Werte $\mu_{res} = \mu_{lim}$ und $a_{x,res} = \ddot{x} = a_{accel,adj}$ für einen Beschleunigungsvorgang in Gleichung 3.87 eingesetzt. Die sich ergebende Funktion wird mit $v_{lim,accel,adj}^2$ bezeichnet. Der sich für die Fahrbahngeometrie ergebende Funktionsverlauf ist in den Diagrammen in den Bildern 3.21 und 3.22 rot eingezeichnet. Die maximale Kurvengeschwindigkeit $v_{max,Kurve}^2$ wurde aus dem rechten Diagramm in Bild 3.19 übernommen.

Der Geschwindigkeitsverlauf für einen Bremsvorgang kann durch Gleichung 3.35 beschrieben werden. Hierbei sind bis zu diesem Punkt nur das Quadrat der Kurvengeschwindigkeit $v_{max,Kurve}^2$ und der angepasste Beschleunigungswert $a_{accel,adj}$ bekannt. Der richtige Werte für den Endpunkt des Beschleunigungsvorgangs vor der Kurve (s_2) muss, wie beim Endpunkt des Bremsweges, durch ein Suchverfahren bestimmt werden.

Der Beschleunigungsvorgang vor der Kurve wird durch Gleichung 3.92 beschrieben:

$$v_{2,accel,adj}^2 = 2 a_{accel,adj} (s - s_2) + v_{max,Kurve}^2 \quad (\text{Gl. 3.92})$$

Der Endpunkt des Beschleunigungsvorgangs (s_2) vor der Kurve kann nun, vergleichbar mit der Bestimmung des Endpunktes des Bremsweges, derart bestimmt werden, dass der Geschwindigkeitsverlauf für den Beschleunigungsvorgang ($v_{2,accel,adj}^2$) zwischen dem Anfangspunkt der Klothoide vor der Kurve (s_1) und dem Endpunkt des Bremsweges (s_2) vollständig auf oder unterhalb dem das Haftwertlimit beschreibenden Geschwindigkeitsverlauf ($v_{lim,accel,adj}^2$) verläuft und der Endpunkt des Beschleunigungsvorgangs einen möglichst großen Funktionswert annimmt. Wird dieses Verfahren angewendet, so kann es sein, dass dieses Vorgehen, wie im linken Diagramm in Bild 3.21 abgebildet, zu einem Ergebnis führt. Prinzipiell besteht jedoch die Möglichkeit, dass der das Haftwertlimit beschreibende Geschwindigkeitsverlauf ($v_{lim,accel,adj}^2$) aufgrund der physikalischen Gegebenheiten der Fahrbahn vollständig oberhalb der maximal empfohlenen Kurvengeschwindigkeit $v_{max,Kurve}^2$ verläuft. Da die maximal empfohlene Kurvengeschwindigkeit der größte Geschwindigkeitswert des Beschleunigungsvorgangs ist, kann in einem solchen Fall keine eindeutige Lösung für den Endpunkt des Beschleunigungsweges gefunden werden.

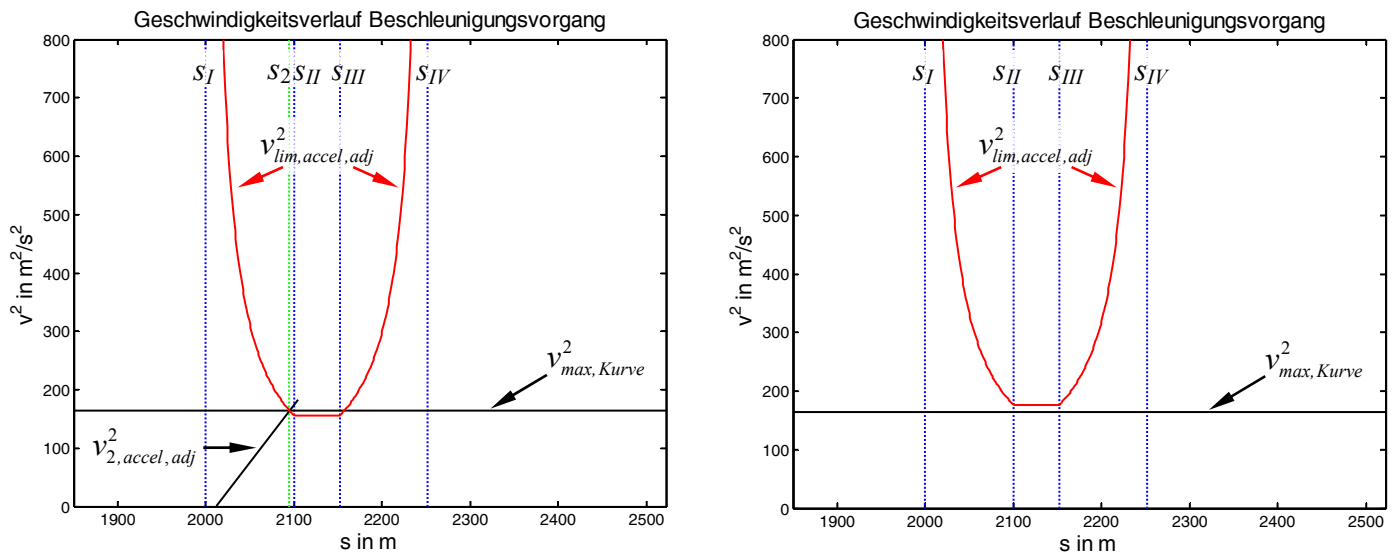


Bild 3.21: Bestimmung des Endpunktes des Beschleunigungsvorgangs vor einer Kurve.
 Linkes Diagramm: Der Endpunkt des Beschleunigungsvorgangs kann eindeutig bestimmt werden.
 Rechtes Diagramm: Der Endpunkt des Beschleunigungsvorgangs ist nicht eindeutig bestimmbar.

Für den Aufbau des Geschwindigkeitsprofils wird jedoch eine eindeutige Lösung benötigt. Aus diesem Grund wurde Gleichung 3.92 derart modifiziert, dass der Beschleunigungsvorgang als Verzögerungsvorgang dargestellt wird. Diese geänderte Darstellung des Geschwindigkeitsverlaufs kann durch die Verwendung des Beschleunigungswerts $-a_{accel,adj}$ anstelle von $a_{accel,adj}$ in Gleichung 3.92 erreicht werden. Es ergibt sich Gleichung 3.93, deren Funktionsverlauf den zusätzlichen Index „mod“ für modifiziert erhält:

$$v_{2,accel,adj,mod}^2 = -2 a_{accel,adj} (s - s_2) + v_{max,Kurve}^2 \quad (\text{Gl. 3.93})$$

Sofern Gleichung 3.93 für das Auffinden des Endpunkts des Beschleunigungsweges verwendet wird, entspricht das Vorgehen bei der Bestimmung des Wegpunktes dem Vorgehen bei der Bestimmung des Endpunktes des Bremsweges im vorangehenden Kapitel. Der Geschwindigkeitsverlauf für den Bremsvorgang muss dabei zwischen dem Anfangspunkt der Klothoide vor der Kurve (s_I) und dem Endpunkt des Bremsweges (s_2) vollständig auf oder unterhalb dem das Haftwertlimit beschreibenden Geschwindigkeitsverlauf ($v_{lim, accel, adj}^2$) verlaufen und der Wert für s_2 möglichst groß sein. In Bild 3.22 sind die Lösung für den modifizierten Geschwindigkeitsverlauf des Beschleunigungsvorgangs mit einer schwarz durchgezogenen Linie und der korrekte Endpunkt des Beschleunigungsvorgangs, der sich aus dem Schnittpunkt des Geschwindigkeitsverlaufs für den Beschleunigungsvorgang und dem konstanten Verlauf der Kurvengeschwindigkeit ergibt, mit einer grün gepunkteten Linie eingezeichnet.

Um den korrekten Endpunkt des Bremsweges zu finden, können der Startpunkt der Klothoide vor der Kurve (s_I) und deren Endpunkt (s_{II}) als erste Grenzen für eine Intervallschachtelung verwendet werden. In Bild 3.22 sind die zu diesen Intervallgrenzen gehörenden Geschwindigkeitsverläufe mit grau gestrichelten Linien aufgetragen. Diese Intervallgrenzen gelten, wie bereits im vorangehenden Kapitel, nur für den hier repräsentativ verwendeten Verlauf der Verbundkurve. Allgemein gilt, dass der Startpunkt der Geometriefolge, bei dem der Krümmungswert null vorliegt, und der Startpunkt desjenigen Kreisbogens mit dem kleinsten Radius innerhalb der Geometriefolge als Startwerte für die Intervallschachtelung verwendet werden.

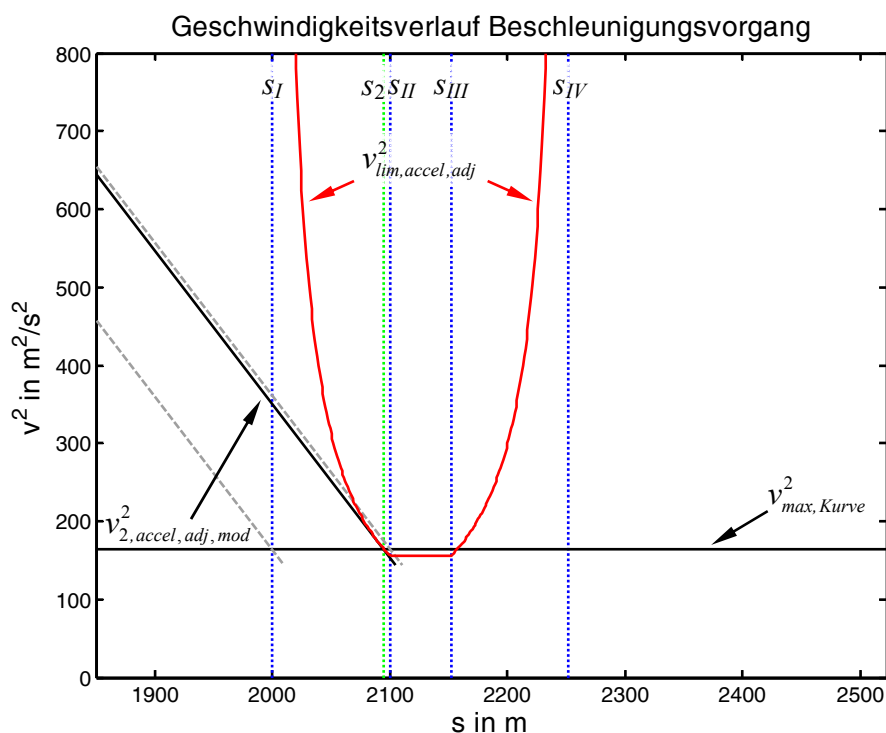


Bild 3.22: Bestimmung des Endpunkts des Beschleunigungsvorgang vor einer Kurve mit Hilfe des modifizierten Geschwindigkeitsverlaufs.

3.8.2.6 Bestimmung der Wegpunkte im Auslauf einer Kurve

Die Bestimmung des Startpunktes des Beschleunigungsvorgangs und des Startpunktes des Verzögerungsvorgangs hinter einer Kurve (Wegpunkt s_3) gestaltet sich vergleichbar mit der Ermittlung des Endpunktes des Bremsvorgangs und des Endpunktes eines Beschleunigungsvorgangs vor einer Kurve. Die ausführliche Beschreibung zur Bestimmung dieser beiden Wegpunkte findet sich in den Kapiteln B.6 und B.7.

3.8.2.7 Begrenzung der Geschwindigkeitsverläufe auf eine Maximalgeschwindigkeit

Im fünften und letzten Schritt wird die maximale im Geschwindigkeitsprofil auftretende Geschwindigkeit auf den Wert v_{max} begrenzt. In Bild 3.23 ist die Begrenzung auf die Maximalgeschwindigkeit gezeigt. Im Zusammenhang mit der Begrenzung auf die Maximalgeschwindigkeit ergeben sich der Startpunkt des Verzögerungsvorgangs s_1 und der Endpunkt des Beschleunigungsweges s_4 . Das Geschwindigkeitsprofil für eine Kurve ist damit für den allgemeinen Fall komplett aufgebaut und entspricht in der Grundstruktur dem Geschwindigkeitsprofil für den ebenen Fall.

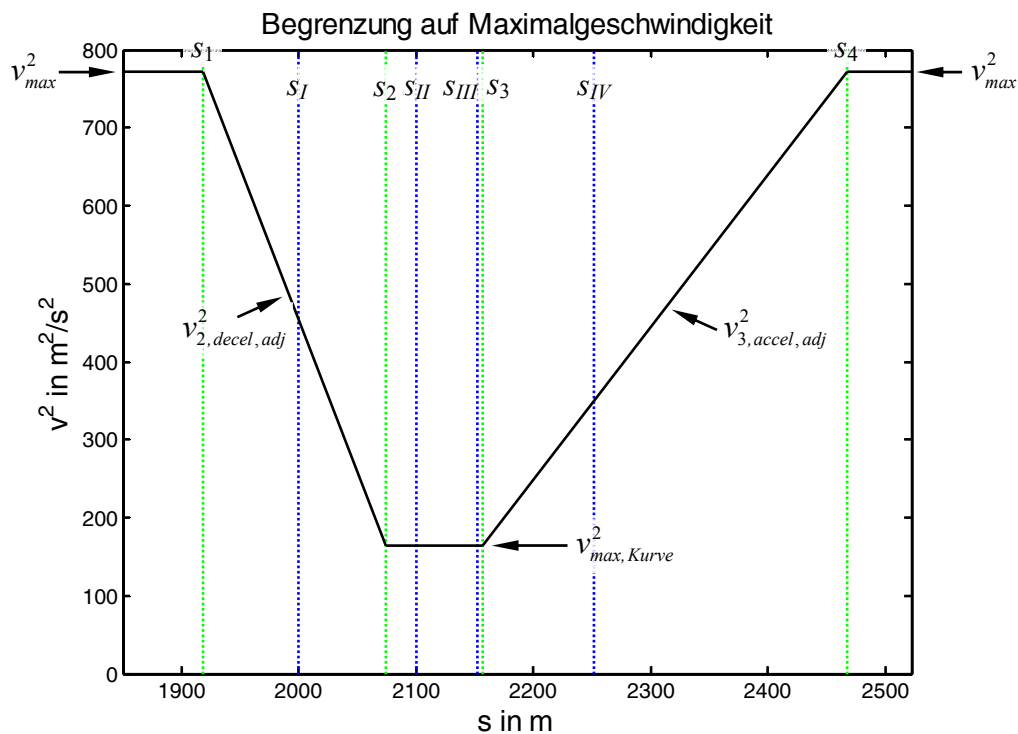


Bild 3.23: Begrenzung der Geschwindigkeitsverläufe auf eine Maximalgeschwindigkeit.

3.8.3 Berechnung des Geschwindigkeitsprofils für andere Geometriefolgen

In den bisherigen Betrachtungen wurde immer eine Verbundkurve, die für die Geometriefolge Gerade – Klothoide – Kurve – Klothoide – Gerade steht, als Ausgangspunkt für die Betrachtungen angenommen. Im vorliegenden Abschnitt wird von der Verbundkurve als Voraussetzung abgewichen. Zunächst wird jeweils ein Beispiel für die jeweilige Geometriefolge im Lageplan gezeigt. Der zugehörige Verlauf der Fahrbahnkrümmung wird ebenfalls aufgeführt. Für die hier aufgeführten Geometriefolgen wird, wie für die Verbundkurve, jeweils ein einzelnes Geschwindigkeitsprofil berechnet. Die Verbundkurve und alle in diesem Kapitel aufgeführten Geometriefolgen haben gemeinsam, dass der Krümmungsverlauf mit null beginnt und endet.

3.8.3.1 Scheitelklothoide

Bei einer Scheitelklothoide liegt die Geometriefolge Gerade – Klothoide – Klothoide – Gerade vor. Bild 3.24 zeigt im linken Diagramm eine Scheitelklothoide im Lageplan und im rechten Diagramm den zugehörigen Verlauf der Krümmung entlang der Trajektorie. Aus mathematischer Sicht liegt bei einer Scheitelklothoide eine Verbundkurve vor, bei der die Länge des Kreisbogens der Kurve auf null verkürzt wurde. Dementsprechend fallen die Wegpunkte, an denen in den Klothoiden der größte Krümmungswert auftritt, der Endpunkt der ersten Klothoide (Wegpunkt s_{II}) und der Anfangspunkt der zweiten Klothoide (Wegpunkt s_{III}) zum Wegpunkt $s_{II/III}$ zusammen.

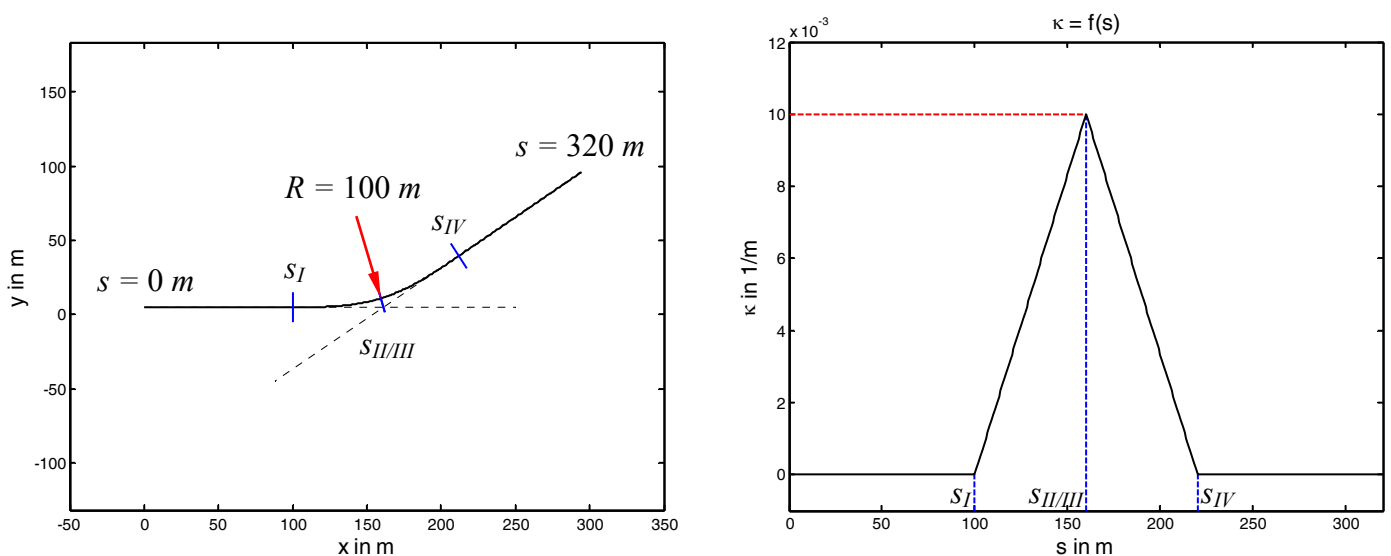


Bild 3.24: Linkes Diagramm: Scheitelklothoide im Lageplan.
Rechtes Diagramm: Verlauf der Krümmung als Funktion des Weges entlang der Trajektorie im linken Diagramm.

Beide vorgestellten Verfahren können zur Berechnung eines Geschwindigkeitsprofils für eine Scheitelklothoide ohne Änderungen verwendet werden.

Die Scheitelklothoide ist in den Richtlinien für die Anlage von Straßen bei der Auflistung der Anwendungsmöglichkeiten der Klothoide mit „zu vermeiden“ gekennzeichnet (Kap. 4.3 in [34]).

3.8.3.2 Kurve mit direkt angrenzenden Geraden

Als zweite von der Verbundkurve abweichende Geometriefolge wird eine Kurve mit direkt angrenzenden Geraden betrachtet. Bild 3.25 zeigt im linken Diagramm eine Kurve mit direkt angrenzenden Geraden im Lageplan und im rechten Diagramm den dazugehörigen Verlauf der Krümmung entlang der Trajektorie.

Da bei dieser Geometriefolge auf Übergangsbögen verzichtet wurde, vollzieht die Krümmung der Fahrbahn am Anfang der Kurve (Wegpunkt s_{II}) und am Ende der Kurve (Wegpunkt s_{III}) einen Sprung. Da dies nachteilig für die Fahrdynamik ist, sieht die Richtlinie für die Anlage von Straßen beim Verzicht auf Übergangsbögen Mindeststradien von 1500 m oder 3000 m , in Ausnahmefällen von 1000 m oder 2000 m , je nach Entwurfsgeschwindigkeit, für die Kreisbögen vor (Kap. 4.3 in [34]). Die in Bild 3.25 gezeigte Konstellation mit einem Kurvenradius von $R = 200\text{ m}$ würde demnach nicht der Richtlinie entsprechen. Für die Erläuterung des prinzipiellen Vorgehens ist dies hier jedoch nicht von Relevanz.

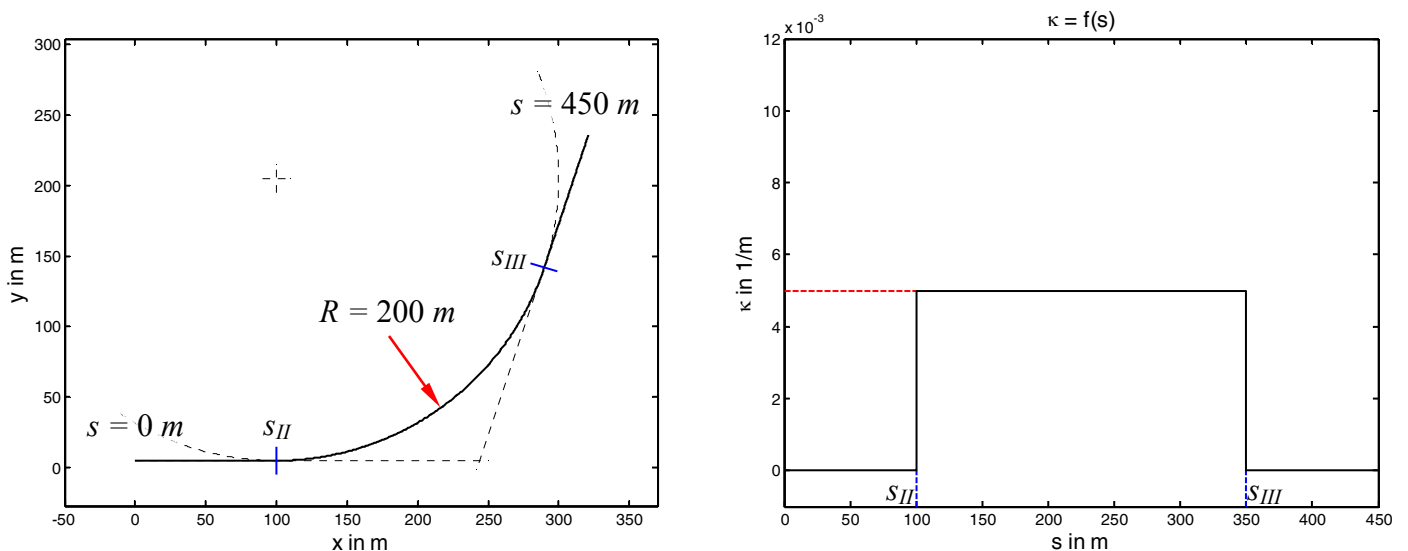


Bild 3.25: Linkes Diagramm: Kurve mit direkt angrenzenden Geraden im Lageplan.
Rechtes Diagramm: Verlauf der Krümmung als Funktion des Weges entlang der Trajektorie im linken Diagramm.

Nach Bestimmung der maximalen Kurvengeschwindigkeit und der Anpassung der Verzögerungs- und Beschleunigungswerte für den allgemeinen Fall können der Endpunkt des Verzögerungsweges (Wegpunkt s_2) und der Startpunkt des Beschleunigungsvorgangs (Wegpunkt s_3) direkt festgelegt werden. Wie in Bild 3.26 abgebildet, fallen diese Wegpunkte mit dem Startpunkt der Kurve (Wegpunkt s_{II}) und dem Endpunkt der Kurve (Wegpunkt s_{III}) zusammen. In Kurzform ausgedrückt gilt hier $s_2 = s_{II}$ und $s_3 = s_{III}$.

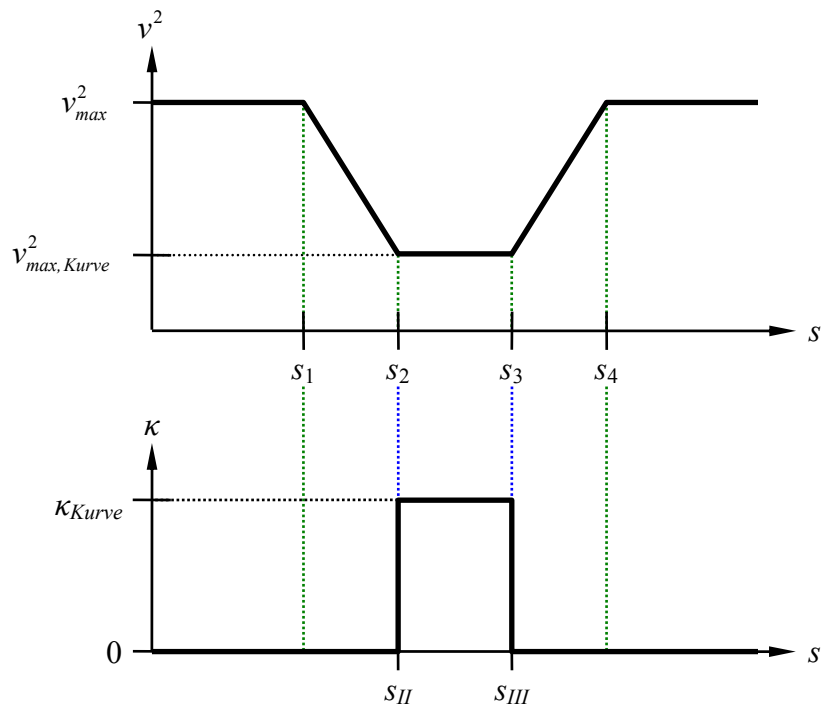


Bild 3.26: Geschwindigkeitsprofil und Verlauf der Straßenkrümmung für eine Kurve mit direkt angrenzenden Geraden.

Durch die oben beschriebene Festlegung der Endpunkte des Bremsweges und der Startpunkte des Beschleunigungsweges finden die Verzögerungs- und Beschleunigungsvorgänge auf den Geraden vor beziehungsweise hinter der Kurve statt.

3.8.3.3 Korbklothoide

Die Korbklothoide besteht aus einer Folge gleichsinnig gekrümmter Klothoidenstücke, die in den Stoßpunkten gleiche Radien und gemeinsame Tangenten aufweisen (Kap. 4.3 in [34]). Bild 3.27 zeigt im linken Diagramm eine Kurve, die eingangseitig an eine Korbklothoide und ausgangseitig an eine einfache Klothoide angrenzt. Durch die Aufteilung der eingangs der Kurve befindlichen Klothoide in zwei Klothoidenstücke entsteht ein weiterer Kontaktpunkt, der hier mit s_{I+II-} bezeichnet ist. In diesem Beispiel haben beide Klothoide in diesem Wegpunkt einen Radius von $R = 100\text{ m}$.

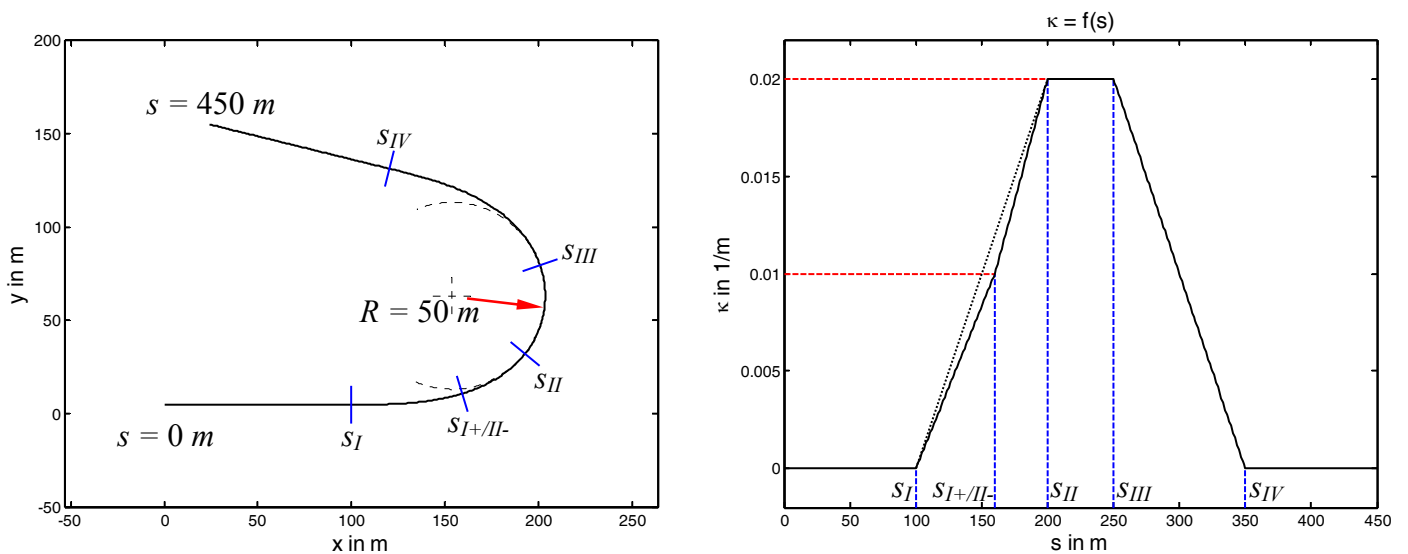


Bild 3.27: Linkes Diagramm: Lageplan einer Kurve mit eingangseitig angrenzender Korbklothoide und ausgangseitig angrenzender einfacher Klothoide. Rechtes Diagramm: Verlauf der Krümmung als Funktion des Weges entlang der Trajektorie im linken Diagramm.

Im rechten Diagramm in Bild 3.27 ist der zum Lageplan gehörende Verlauf der Krümmung abgebildet. Weiter wurde der Verlauf der Krümmung für eine einfache Klothoide im Kurveneingang schwarz gepunktet eingezeichnet. Wie zu erkennen ist, ergibt sich durch die Aufteilung der eingangseitigen Klothoide in zwei Klothoidenstücke ein Knick im Verlauf der Fahrbahnkrümmung. Ein Geschwindigkeitsprofil für eine Kurve mit daran angrenzender Korbklothoide muss mit der numerischen Methode berechnet werden, da, selbst wenn der ebene Fall vorliegen würde, der Ansatz des analytischen Falls einfache Klothoide vorsieht.

Die Korbklothoide ist in den Richtlinien für die Anlage von Straßen bei der Auflistung der Anwendungsmöglichkeiten der Klothoide mit „zu vermeiden“ gekennzeichnet (Kap. 4.3 in [34]).

3.8.3.4 Eiklothoide

Die Eiklothoide ist ein Klothoidenabschnitt, der zwei gleichsinnig gekrümmte Kreisbögen verbindet. Die Kreisbögen müssen ineinander liegen, dürfen sich nicht berühren und keinen gemeinsamen Mittelpunkt aufweisen (Kap. 4.3 in [34]).

Das linke Diagramm von Bild 3.28 zeigt zwei Kurven mit unterschiedlichen Radien, die durch eine Eiklothoide miteinander verbunden sind. Die erste der beiden Kurven mit einem Radius von $R = 100\text{ m}$ liegt zwischen den Wegpunkten s_{I+} und s_{II-} . Die zweite Kurve mit einem Radius von $R = 50\text{ m}$ ist zwischen den Wegpunkten s_{II} und s_{III} . Diese beiden Kreisbögen werden durch eine Eiklothoide verbunden, die sich zwischen den Wegpunkten s_{II-} und s_{III} befindet. Zwischen den Wegpunkten s_I und s_{I+} beziehungsweise s_{III} und s_{IV} befinden sich einfache Klothoide, die die beiden Kurven mit den am Anfang und am Ende der Trajektorie befindlichen Geraden verbinden.

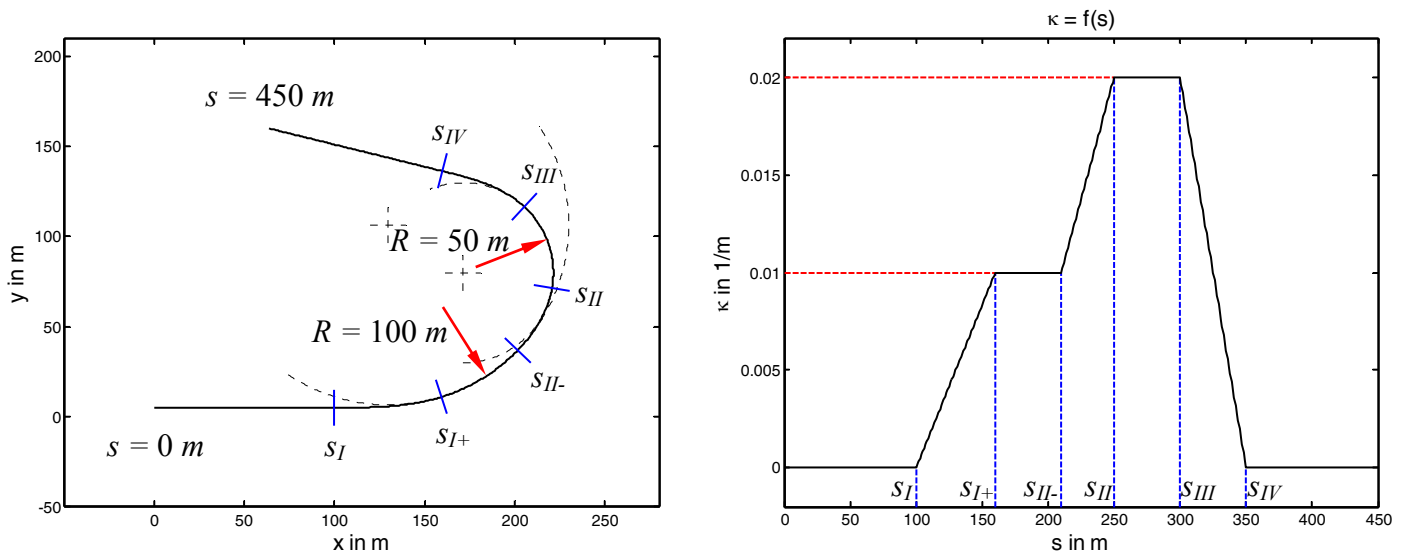


Bild 3.28: Linkes Diagramm: Lageplan einer Kurve mit eingangseitig angrenzender Eiklothoide und ausgangseitig angrenzender einfacher Klothoide.
Rechtes Diagramm: Verlauf der Krümmung als Funktion des Weges entlang der Trajektorie im linken Diagramm.

Im rechten Diagramm in Bild 3.28 ist der zum Lageplan gehörende Verlauf der Krümmung abgebildet. Durch die zwischen den Wegpunkten s_{I+} und s_{II-} befindliche Kurve bleibt die Krümmung der Trajektorie zwischen diesen beiden Wegpunkten konstant. Der Krümmungsverlauf der Korbklothoide, der im rechten Diagramm in Bild 3.27 abgebildet ist, kann gewissermaßen als Sonderfall des hier gezeigten Krümmungsverlaufs angesehen werden, bei dem die Wegpunkte s_{I+} und s_{II-} auf einen Wegpunkt zusammenfallen. Ein Geschwindigkeitsprofil für eine Geometriefolge mit Eiklothoide muss, vergleichbar mit dem Fall der Korbklothoide, mit der numerischen Methode berechnet werden.

Die Eiklothoide ist in den Richtlinien für die Anlage von Straßen bei der Auflistung der Anwendungsmöglichkeiten der Klothoide mit „gebräuchlich“ gekennzeichnet (Kap. 4.3 in [34]).

3.9 Aufbau und Berechnung eines Geschwindigkeitsprofils für mehrere Kurven

In diesem Kapitel bezeichnet der Begriff „Kurve“ oder „Verbundkurve“ immer eine Geometrie oder Geometriefolge, für die jeweils ein einzelnes Geschwindigkeitsprofil entsprechend Kapitel 3.8.1 (Geschwindigkeitsprofil für den ebenen Fall) oder Kapitel 3.8.2 (Geschwindigkeitsprofil für den allgemeingültigen Fall) berechnet wird. Dies schließt auch die in Kapitel 3.8.3 aufgeführten Geometriefolgen ein.

In diesem Kapitel wird beschrieben, wie sich ein Geschwindigkeitsprofil für mehrere Kurven, also Geometrien und Geometriefolgen, für die jeweils ein Einzelprofil berechnet wird, zusammensetzt.

Da in diesem Kapitel Straßengeometrien mit mehreren Kurven betrachtet werden, werden die Wegpunkte der einzelnen Geschwindigkeitsprofile mit „ s Nummer des Wegpunkts (Nummer der Kurve)“ bezeichnet. Für den Endpunkt des Bremsweges (Wegpunkt s_2) würde sich für die dritte Kurve einer betrachteten Trajektorie die Bezeichnung $s_{2(3)}$ ergeben.

Bevor das Geschwindigkeitsprofil für mehrere Kurven erstellt werden kann, müssen zunächst einmal alle Kurven separat voneinander betrachtet werden. Hier sind, wie in den folgenden Ausführungen noch deutlich wird, die maximale Kurvengeschwindigkeit und der Endpunkt des Brems- / Beschleunigungsweges vor der Kurve s_2 und der Startpunkt des Beschleunigungs- / Verzögerungsweges s_3 von zentraler Bedeutung.

3.9.1 Mehrere Kurven ohne gegenseitige Beeinflussung der Kurvengeschwindigkeiten

Sind die Geschwindigkeitsprofile für alle Kurven individuell bestimmt, so kann das Geschwindigkeitsprofil für die Gesamtstrecke ermittelt werden, indem die Einzelprofile wie Folien übereinandergelegt werden und für jeden Wegpunkt die kleinste Geschwindigkeit der Einzelprofile übernommen wird. Bild 3.29 illustriert ein Beispiel für zwei Kurven. Hierbei ist das für die erste Kurve ermittelte Geschwindigkeitsprofil rot und das für die zweite Kurve grün eingefärbt. Bereiche, in denen sich beide Profile überlappen, sind schwarz eingefärbt.

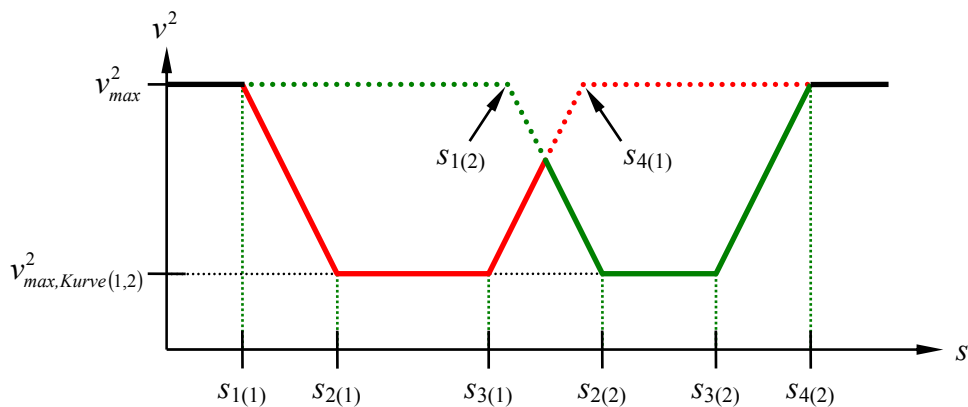


Bild 3.29: Ermittlung eines Geschwindigkeitsprofils aus mehreren Teilprofilen für einzelne Kurven.

Für jede Position des in Bild 3.29 abgebildeten Gesamtprofils wurde die niedrigste Geschwindigkeit der Teilprofile übernommen und mit einer durchgezogenen Linie dargestellt. Geschwindigkeitswerte, die nicht übernommen wurden, sind mit einer punktierten Linie dargestellt.

3.9.2 Mehrere Kurven mit gegenseitiger Beeinflussung der Kurvengeschwindigkeiten

Folgen mehrere Kurven aufeinander, deren Radien sich stark unterscheiden, so kann es sein, dass die Geschwindigkeiten für die Kurven mit den größeren Radien auf niedrigere Werte korrigiert werden müssen, damit eine Kurve mit einem kleinen Radius sicher durchfahren werden kann. Bild 3.30 zeigt das Geschwindigkeitsprofil für ein Szenario, in dem eine Kurve mit einem kleinen Radius hinter einer Kurve mit großem Radius liegt.

Zunächst werden für beide Kurven ohne Berücksichtigung der jeweils anderen Kurve Geschwindigkeitsprofile berechnet. Nach diesem ersten Schritt liegen das blaue Geschwindigkeitsprofil für die erste und das grüne Geschwindigkeitsprofil für die zweite Kurve vor. Betrachtet man nun den Verzögerungsvorgang vor der zweiten Kurve, so stellt man fest, dass, falls in der ersten Kurve die maximal mögliche Geschwindigkeit $v_{max, Kurve(1)}$ gefahren würde, der Verzögerungsvorgang für die zweite Kurve bereits vor dem Wegpunkt $s_{3(1)}$ beginnen müsste, damit die zweite Kurve sicher durchfahren werden kann. Der in Kapitel 3.6 vorgestellte Ansatz für das Geschwindigkeitsprofil sieht vor, dass die Geschwindigkeit des Fahrzeugs zur Einhaltung des festgelegten Haftwertlimits zwischen den Wegpunkten s_2 und s_3 konstant gehalten wird. Dieser Ansatz soll beibehalten werden. Aus diesem Grund wird die Geschwindigkeit in der ersten Kurve auf den Wert reduziert, den der Geschwindigkeitsverlauf für den Verzögerungsvorgang vor der zweiten Kurve im Wegpunkt $s_{3(1)}$ annimmt. Diese reduzierte Geschwindigkeit ist in Bild 3.30 mit $\tilde{v}_{max, Kurve(1)}$ bezeichnet. Die Positionen der Wegpunkte $s_{2(1)}$ und $s_{3(1)}$ werden beibehalten. Aufgrund der Geschwindigkeitsreduzierung in der ersten Kurve ergeben sich für die erste Kurve neue Wegpunkte für $s_{1(1)}$ und $s_{4(1)}$, die im Diagramm mit $\tilde{s}_{1(1)}$ und $\tilde{s}_{4(1)}$ bezeichnet sind. Das korrigierte Geschwindigkeitsprofil ist in Bild 3.30 rot eingezeichnet.

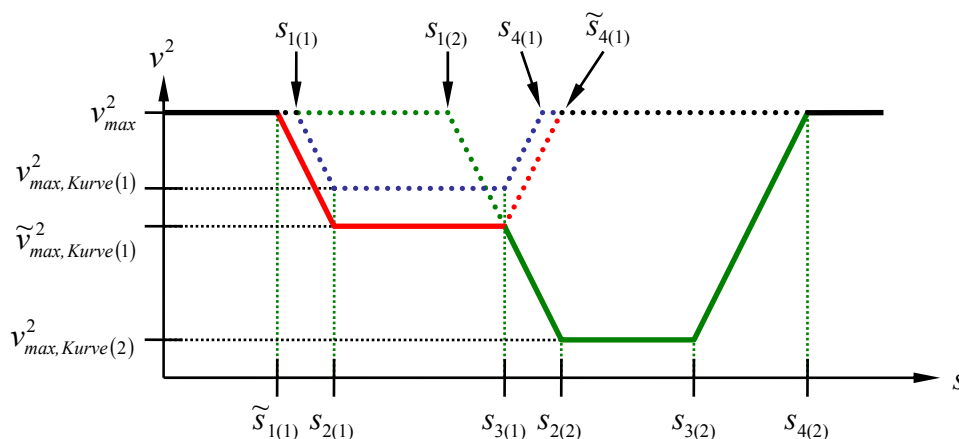


Bild 3.30: Ermittlung eines Geschwindigkeitsprofils mit Korrektur der Geschwindigkeit in der ersten der beiden Kurven.

Nach der Korrektur der Kurvengeschwindigkeit für die erste Kurve kann das Gesamtgeschwindigkeitsprofil für dieses Szenario ohne weitere Überprüfungen durch Übernahme der jeweils kleinsten Geschwindigkeit aller übereinanderliegenden Profile ermittelt werden.

Für die oben gegebenen Erläuterungen und Abbildungen wurden vereinfachend gleiche Beträge für Verzögerungen und Beschleunigungen angenommen. Der Ansatz des Geschwindigkeitsprofils sieht hier aber generell zwei unterschiedliche Konstanten mit unterschiedlichen Beträgen vor. Vor diesem Hintergrund und dem oben beschriebenen Szenario wird deutlich, warum ein Endpunkt des Beschleunigungsweges vor und ein Startpunkt für einen Verzögerungsvorgang hinter einer Kurve bestimmt werden muss. Diese Wegpunkte sind maßgebend für die Reduzierung der Geschwindigkeit in einer Kurve, falls die vorherige oder die folgende Kurve einen kleineren Radius und demzufolge eine niedrigere maximale Kurvengeschwindigkeit aufweist.

Da dem Endpunkt des Beschleunigungsvorgangs vor einer Kurve und dem Startpunkt des Bremsweges hinter einer Kurve nur im Falle gegenseitiger Beeinflussung eine Bedeutung zukommt, ist es wichtig, dass die für die Berechnung dieser Wegpunkte verwendeten Beschleunigungs- / Verzögerungswerte mit denen der benachbarten Kurven übereinstimmen. Für den ebenen Fall muss dieser Abgleich nicht durchgeführt werden, da hier die Beschleunigungs- und Verzögerungswerte immer identisch mit den fest vorgegebenen Werten sind und während der Berechnung des Geschwindigkeitsprofils keine Anpassung erfolgt.

Bei Verwendung der numerischen Methode für den allgemeinen Fall sieht der in Kapitel 3.8.2.3 beschriebene zweite Schritt des Verfahrens vor, dass die resultierende Längsbeschleunigung $a_{x,res} = \ddot{x}$ an die geometrischen Verhältnisse der Fahrbahn angepasst wird. Im Falle der gegenseitigen Einflussnahme ist es wichtig, dass der Beschleunigungswert, mit dem der Endpunkt des Beschleunigungsweges vor einer Kurve berechnet wird, identisch mit dem Beschleunigungswert ist, mit dem der Beschleunigungsvorgang hinter der vorherigen Kurve berechnet wird. Analog dazu muss der Verzögerungswert, mit dem der Startpunkt des Bremsweges hinter einer Kurve berechnet wird, mit demjenigen übereinstimmen, mit dem der Endpunkt des Bremsweges vor der folgenden Kurve berechnet wird.

3.9.3 Ermittlung der angepassten Verzögerungs- und Beschleunigungswerte für die numerische Methode

In Kapitel 3.8.2.3, „Anpassung der Verzögerungs- und Beschleunigungswerte an die physikalischen Gegebenheiten der Fahrbahn“, wurde beschrieben, dass die Verzögerungs- und Beschleunigungswerte an die Längsneigung der Fahrbahn angepasst werden. Für diese Anpassung muss zunächst die Länge der Brems- und Beschleunigungswege bekannt sein. Sind die Bereiche der Verzögerungs- und Beschleunigungswege bekannt, kann der maximale Längsneigungswert innerhalb dieser Bereiche ermittelt werden. Mit Hilfe dieser Werte können die Längsbeschleunigungswerte unter Beachtung einer oberen Schranke bei der Anpassung des Verzögerungswerts und einer unteren Schranke bei der Anpassung des Beschleunigungswerts ermittelt werden.

Für eine Abschätzung der Position und Länge der Verzögerungs- und Beschleunigungswege kann die analytische Methode für die Berechnung des ebenen Falls verwendet werden. Ein vollständiges Geschwindigkeitsprofil für den ebenen Fall lässt sich im Vergleich zur numerischen Methode mit weniger Aufwand berechnen.

Da der Ansatz des analytischen Verfahrens auf einer Verbundkurve, deren Kurvenein- und -ausläufe aus einfachen Klothoiden bestehen, basiert, lässt sich dieses Verfahren nur auf Geometriefolgen anwenden, deren Kurvenein- und -ausläufe ebenfalls aus einfachen Klothoiden bestehen. Für Kurven, deren Kurvenein- oder -ausläufe sich aus mehreren Klothoidenstücken und gegebenenfalls auch Kreisbögen zusammensetzen, muss ein fiktives Ersatzkonstrukt gefunden werden, damit das analytische Verfahren angewendet werden kann. In diesem Zusammenhang bietet sich die Verbundkurve an.

In Bild 3.31 sind in den oberen beiden Diagrammen die Krümmungsverläufe für eine Kurve mit eingansseitig angrenzender Korbklothoide beziehungsweise eingansseitig angrenzender Eiklothoide abgebildet. Ausgangsseitig sind beide Kurven mit einer einfachen Klothoide verbunden. In den unteren beiden Diagrammen sind die jeweils dazugehörigen fiktiven Ersatzkrümmungsverläufe abgebildet, auf die die Gleichungen für den analytischen Fall angewendet werden können. Das erste Wegsegment wird jeweils durch eine einfache fiktive Klothoide ersetzt, deren Krümmungswert bei null beginnt und mit dem maximal auftretenden Krümmungswert endet. Danach verläuft die Krümmung bis zum Anfang des letzten Wegsegments konstant mit dem maximal auftretenden Krümmungswert. Das letzte Wegsegment der Verbundkurve wird wieder durch eine einfache fiktive Klothoide ersetzt, was in diesem Beispiel zu keiner Veränderung des Krümmungsverlaufs führt.

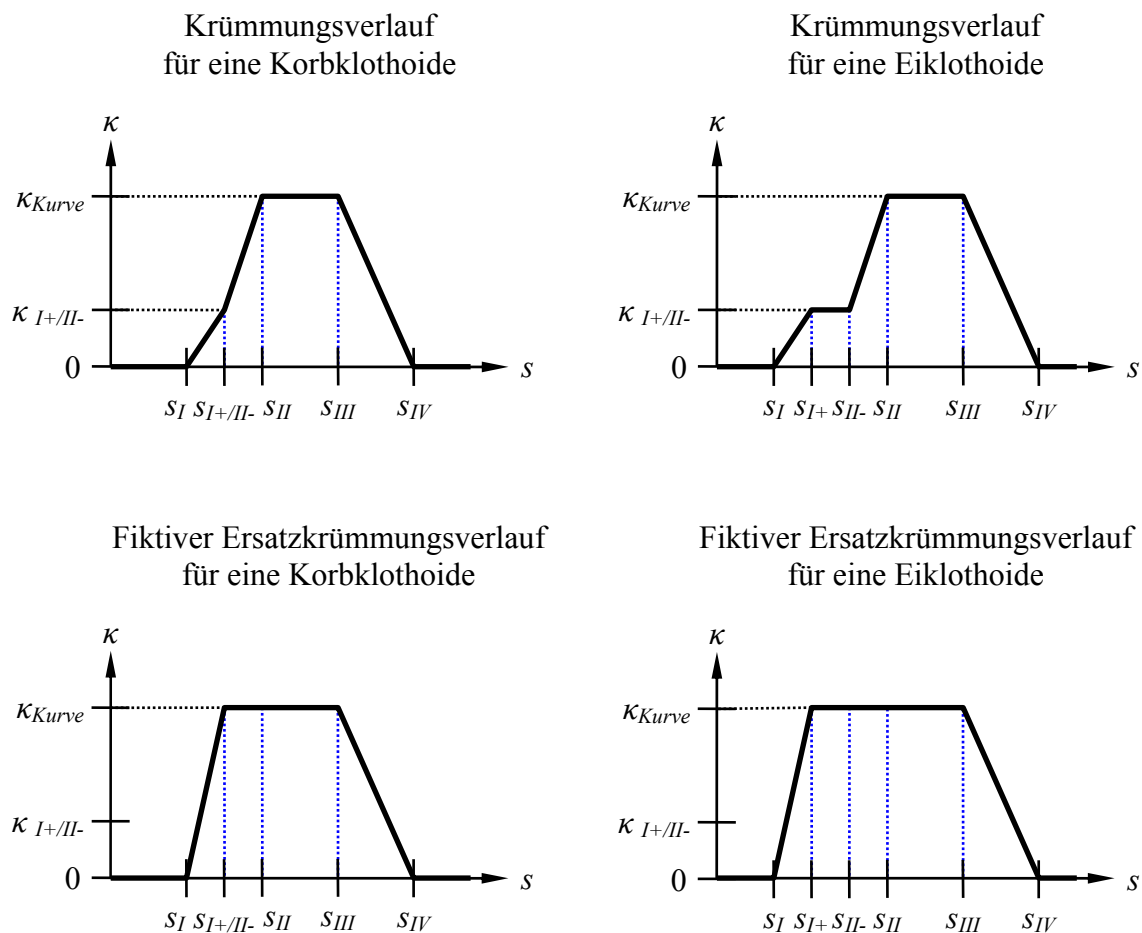


Bild 3.31: Krümmungs- und fiktive Ersatzkrümmungsverläufe für Korb- und Eiklothoide.

Ist das Geschwindigkeitsprofil für den fiktiven Krümmungsverlauf in der Ebene bestimmt, so sind die Bereiche für die Verzögerungs- und Beschleunigungswege näherungsweise bekannt. Somit können die Maximalwerte für die Längsneigung innerhalb dieser Bereiche ermittelt und dementsprechend die Längsbeschleunigungswerte an die physikalischen Gegebenheiten der Fahrbahn angepasst werden.

3.9.4 Algorithmus zum Aufbau eines Geschwindigkeitsprofils für mehrere Kurven

Beim Aufbau eines Geschwindigkeitsprofils für eine komplette Trajektorie ist es, wie in Kapitel 3.9.1 beschrieben, möglich, dass sich die zu den Kurven gehörenden Geschwindigkeitsprofile nicht gegenseitig beeinflussen. Liegen die Kurven jedoch dicht beieinander und unterscheidet sich deren Kurvenradius stark, so kann sich, wie in Kapitel 3.9.2 beschrieben, eine gegenseitige Beeinflussung der Geschwindigkeitsprofile ergeben. Für den allgemeinen Fall muss weiterhin eine Abschätzung, wie sie in Kapitel 3.9.3 beschrieben ist, durchgeführt werden, damit die Verzögerungs- und Beschleunigungswerte für das numerische Verfahren angepasst werden können. Bereits bei dieser Abschätzung ist die gegenseitige Einflussnahme der Geschwindigkeitsprofile zu überprüfen. Um alle erwähnten Aspekte für eine komplette Trajektorie zu berücksichtigen, kann der folgende, in Form einer Schrittkette gegebene Algorithmus verwendet werden. Bild 3.32 zeigt das zu diesem Algorithmus gehörende Flussdiagramm.

- 1 Im ersten Schritt werden für alle Kurven einer Trajektorie Geschwindigkeitsprofile ohne Berücksichtigung der jeweils davor- oder dahinterliegenden Kurven berechnet. Für den allgemeinen Fall beinhaltet diese Berechnung eine Abschätzungsrechnung, mit deren Hilfe die Längsbeschleunigungswerte an die Begebenheiten der Fahrbahn angepasst werden.
- 2 Alle Kurven der betrachteten Trajektorie werden anhand der zugeordneten Kurvengeschwindigkeit sortiert.
- 3 Im dritten Schritt wird beim ersten Schleifendurchlauf die Kurve betrachtet, der die niedrigste Kurvengeschwindigkeit zugeordnet ist. In den darauf folgenden Durchläufen wird jeweils diejenige Kurve mit der nächst höheren Kurvengeschwindigkeit betrachtet. Im zweiten Durchlauf ist das die zweitschnellste und im dritten Durchlauf die drittschnellste Kurve und so weiter.

Für die jeweils betrachtete Kurve wird geprüft, ob die Kurvengeschwindigkeit der davor- oder der dahinterliegenden Kurve angepasst werden muss. Ist dies der Fall, wird die Kurvengeschwindigkeit der entsprechenden Kurve mit Hilfe der Geschwindigkeitsverläufe für die Verzögerungs- und Beschleunigungsvorgänge an die Geschwindigkeit der betrachteten Kurve angepasst. Ist die gegenseitige Beeinflussung zweier hintereinanderliegender Kurven überprüft, so wird ein entsprechender Merker gesetzt und die Überprüfung nicht erneut durchgeführt.
- 4 Falls alle Kurven der Trajektorie betrachtet wurden, ist mit Schritt fünf fortzufahren. Sind noch Kurven zu betrachten, ist mit Schritt zwei fortzufahren.
- 5 Erstellung des Gesamtgeschwindigkeitsprofils durch Übernahme der jeweils kleinsten Geschwindigkeit aller übereinanderliegenden Einzelgeschwindigkeitsprofile.

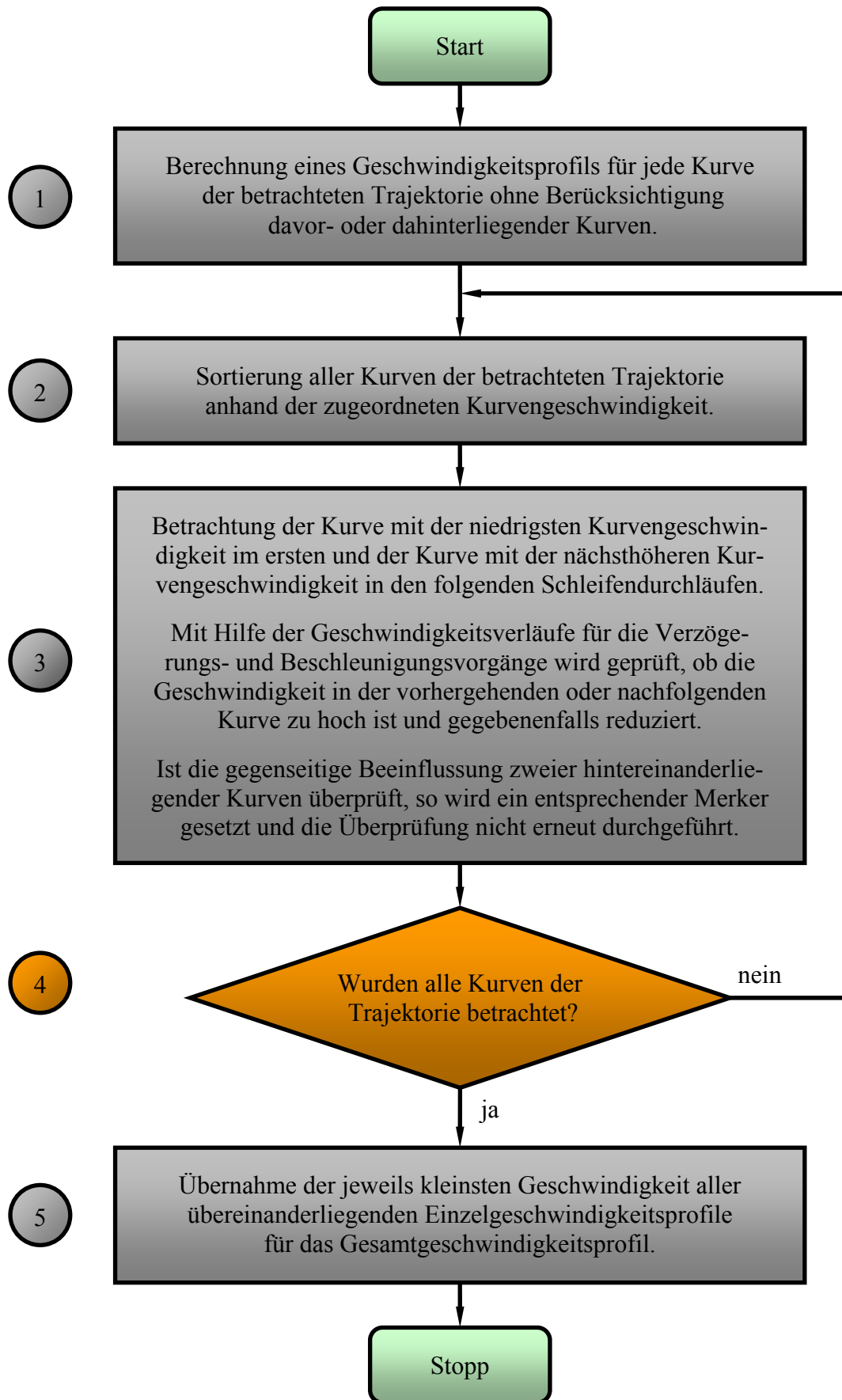


Bild 3.32: Flussdiagramm für die Berechnung eines Geschwindigkeitsprofils für mehrere, hintereinanderliegende Kurven.

3.10 Berücksichtigung einer Reaktionszeit im Geschwindigkeitsprofil

Für den Einsatz des Geschwindigkeitsprofils muss berücksichtigt werden, dass, wenn das Geschwindigkeitsprofil in einem Warnsystem eingesetzt wird, der Fahrer eine Reaktionszeit hat, oder, wenn das Geschwindigkeitsprofil mit einer automatischen Geschwindigkeitsregelung eingesetzt wird, die Regeleinrichtung eine gewisse Zeit benötigt, um die gewünschte Geschwindigkeit einzustellen.

Die bisherigen Betrachtungen waren reine Grenzwertbetrachtungen und beschrieben damit diejenigen Werte, die nicht überschritten werden sollten. Um die Reaktionszeit eines Fahrers oder die Zeitkonstante eines Geschwindigkeitsregelkreises zu berücksichtigen, müssen die bisher angestellten Überlegungen noch ergänzt werden.

Speziell bei der Einfahrt in eine Kurve sind das Einhalten der Maximalgeschwindigkeit und die damit einhergehende Berücksichtigung einer Reaktionszeit wichtig. Um die bisher erarbeiteten Gleichungen und Ideen weiterverwenden zu können, wird das Geschwindigkeitsprofil beibehalten und um ein weiteres ergänzt.

Das bisher bekannte Profil ist in Bild 3.33 für eine Kurve schwarz eingezeichnet und beschreibt den Grenzwert der Geschwindigkeit, der nicht überschritten werden sollte. Das zusätzliche Geschwindigkeitsprofil, welches eine Reaktionszeit beziehungsweise eine Ausregelzeit berücksichtigt, entspricht bis auf den Verzögerungsvorgang vor der Kurve dem bekannten Geschwindigkeitsprofil. Der Geschwindigkeitsverlauf für den Verzögerungsvorgang wird, im Vergleich zum Ausgangsprofil, um einen konstanten Weg Δs in Richtung kleinerer Werte von s verschoben. Dieses zusätzliche Geschwindigkeitsprofil ist in Bild 3.33 blau dargestellt.

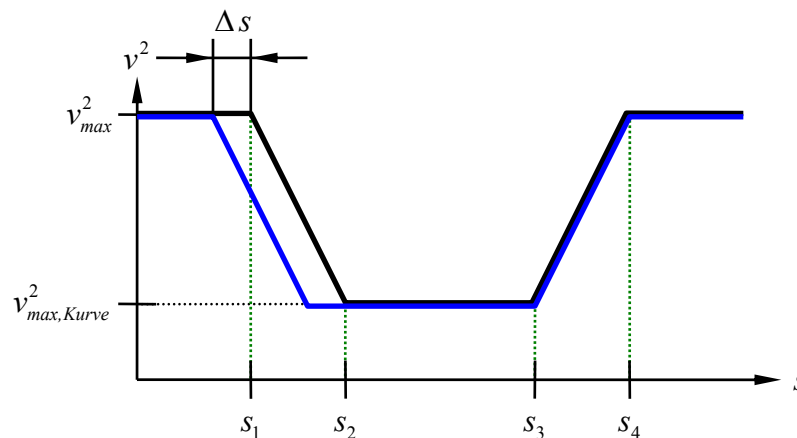


Bild 3.33: Geschwindigkeitsprofil mit (blauer Funktionsverlauf) und ohne (schwarzer Funktionsverlauf) Berücksichtigung einer Reaktionszeit für eine Kurve.

Zur Verdeutlichung des Vorgehens bei mehreren, aufeinander folgenden Kurven wird an dieser Stelle das bereits in Kapitel 3.9.2 verwendete Beispiel mit zwei Kurven aufgegriffen. In diesem Beispiel ergab sich durch das Geschwindigkeitsprofil der zweiten Kurve eine Beeinflussung der Kurvengeschwindigkeit der ersten Kurve. Die Kurvengeschwindigkeit wurde in der ersten Kurve von $v_{max,Kurve(1)}$ auf $\tilde{v}_{max,Kurve(1)}$ reduziert, wodurch sich das in Bild 3.34 schwarz eingezeichnete Geschwindigkeitsprofil ohne Berücksichtigung einer Reaktionszeit für diese beiden Kurven ergab. Das Geschwindigkeitsprofil mit Berücksichtigung einer Reaktionszeit ist in Bild 3.34 blau eingezeichnet.

Im Wegpunkt $s_{3(1)}$ beginnt der Verzögerungsvorgang für die Einfahrt in die zweite Kurve im schwarz eingezeichneten Geschwindigkeitsprofil, das keine Reaktionszeit berücksichtigt. Im blau eingezeichneten Profil beginnt dieser „Verzögerungsvorgang“ bereits im Wegpunkt $s_{3(1)} - \Delta s$. In dieser Konstellation wird am deutlichsten, dass das Geschwindigkeitsprofil mit Berücksichtigung der Reaktionszeit vom Geschwindigkeitsprofil ohne Reaktionszeit durch Verschiebung des Geschwindigkeitsverlaufs für den Verzögerungsvorgang um den Weg Δs in Richtung kleinerer Werte von s für den Verzögerungsvorgang abgeleitet ist.

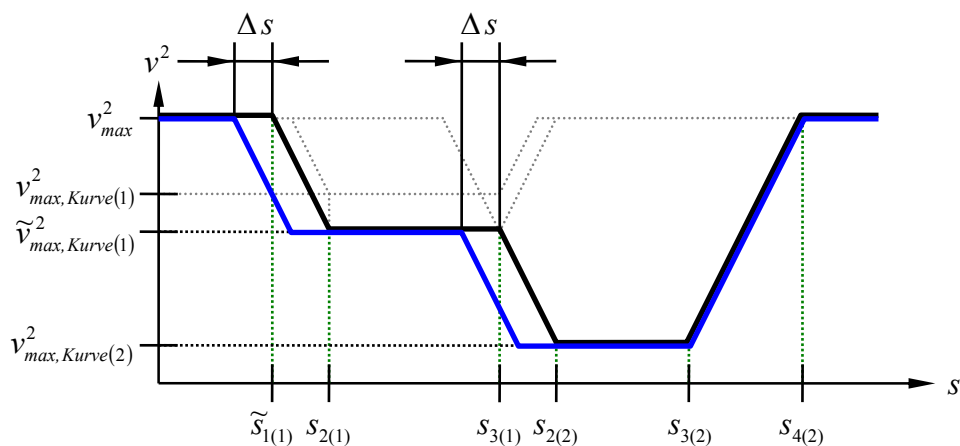


Bild 3.34: Geschwindigkeitsprofil für mehrere Kurven mit (blauer Funktionsverlauf) und ohne (schwarzer Funktionsverlauf) Berücksichtigung einer Reaktionszeit.

Um einen sicheren Wert für den Reaktionsweg Δs zu bekommen, könnte zum Beispiel Gleichung 3.94 verwendet werden, wobei v_{max} die Maximalgeschwindigkeit des Geschwindigkeitsprofils und $t_{Reaktion}$ die zu erwartete Reaktionszeit des Fahrers bei einem Warnsystem oder die Anpassungszeit eines automatischen Regelsystems ist.

$$\Delta s = v_{max} t_{Reaktion} \tag{Gl. 3.94}$$

3.11 Vergleich des analytischen Verfahrens mit dem bereits bestehenden Verfahren

Die Äquivalenz des in [4] vorgestellten Verfahrens, welches auf Zeitfunktionen basiert, und dem in Kapitel 3.8.1 vorgestellten „analytischen Verfahrens“, das die Erstellung eines Geschwindigkeitsverlaufs als Funktion des Weges beschreibt, kann gezeigt werden. Die entsprechenden Berechnungen hierzu sind im Anhang in Kapitel B.8 zu finden.

Nach der Berechnung der Kurvengeschwindigkeit wird für jede einzelne Verbundkurve der Schar der Endpunkt des Bremsweges bei Vorliegen eines Randmaximums $s_{2,Rand}$ entsprechend Gleichung 3.50 und der Endpunkt des Bremsweges bei Vorliegen eines globalen Maximums $s_{2,global}$ entsprechend Gleichung 3.58 berechnet. Die Position des globalen Maximums, die mit Hilfe von Gleichung 3.53 berechnet werden kann, ist vom Endpunkt des Bremsweges s_2 abhängig. Dementsprechend werden zu beiden potenziellen Endpunkten des Bremsweges $s_{2,Rand}$ und $s_{2,global}$ die dazugehörigen Positionen der globalen Maxima, die je nach dem verwendeten Wert von s_2 mit $s_{max,Rand}$ beziehungsweise mit $s_{max,global}$ bezeichnet werden, berechnet. Zusätzlich zu den berechneten Werten wird der in Kapitel 3.8.1.4 vorgestellte Algorithmus angewendet, um den für die jeweilige Verbundkurve vorgesehenen Endpunkt des Bremsweges s_2 zu bestimmen. In Abhängigkeit der Parameter der jeweils untersuchten Verbundkurve ist dieser Wert entweder identisch mit $s_{2,Rand}$ oder mit $s_{2,global}$.

Tabelle 4.1 zeigt die für die Untersuchung der Klothoidenschar verwendeten Zahlenwerte.

Formelzeichen	Beschreibung	Wert(e)
s_I	Startpunkt der Klothoide, Kurveneinfahrt	$\min(s_I) = 400 \text{ m}$ $\max(s_I) = 600 \text{ m}$
s_{II}	Endpunkt der Klothoide, Kurveneinfahrt	$s_{II} = 600 \text{ m}$
s_{III}	Startpunkt der Klothoide, Kurvenausfahrt	$s_{III} = 650 \text{ m}$
s_{IV}	Endpunkt der Klothoide, Kurvenausfahrt	$s_{IV} = 750 \text{ m}$
k_x, k_y	Gewichtung der Längs- und Querschleunigung	$k_x = 1, k_y = 1$
g	Gravitationsbeschleunigung an der Erdoberfläche	$g = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$
a_{decel}	Fahrzeugverzögerung	$a_{decel} = -\frac{1}{5} g$
a_{accel}	Fahrzeugbeschleunigung	$a_{accel} = \frac{1}{5} g$
μ_{lim}	Obere Grenze für den Haftreibungskoeffizienten	$\mu_{lim} = \frac{1}{3}$
R_{Kurve}	Radius der zu durchfahrenden Kurve	$R_{Kurve} = 50 \text{ m}$

Tabelle 4.1: Zahlenwerte, die für die Untersuchung verwendet werden.

Um beide für jeweils eine Verbundkurve berechneten Endpunkte des Bremsweges hinsichtlich ihrer Auswirkung auf die Gesamtstrategie, der Limitierung der Haftwertausnutzung, bewerten zu können, werden zwei Geschwindigkeitsprofile, eines unter Verwendung des Wegpunktes $s_{2,Rand}$ und eines unter Verwendung von $s_{2,global}$ erstellt. Mit Hilfe der sich daraus ergebenden Geschwindigkeitsprofile werden die dazugehörigen Verläufe der Haftwertausnutzung ermittelt und ausgewertet. Im ersten Schritt werden zunächst die Endpunkte des Bremsweges für beide Fälle, Randmaximum und globales Maximum, und die dazugehörigen Positionen des globalen Maximums berechnet. Die für die Verbundkurvenschar errechneten Werte sind in Bild 4.2 in Abhängigkeit des Scharparameters, der Position des Wegpunktes s_I , aufgetragen. Die zu jeweils einer Verbundkurve gehörenden Wegpunkte liegen also jeweils auf parallel zur Ordinate verlaufenden Geraden. Neben den errechneten Werten sind der Startpunkt (Wegpunkt s_I) und der Endpunkt (Wegpunkt s_{II}) der Klothoide, die sich eingangs der Verbundkurve befindet, eingezeichnet. Am linken Rand des in Bild 4.2 abgebildeten Diagramms befindet sich der Startpunkt der Klothoide bei $s_I = 400 \text{ m}$ und der Endpunkt der Klothoide bei $s_{II} = 600 \text{ m}$. Die eingangsseitig der Verbundkurve liegende Klothoide hat damit, wie oben beschrieben, die doppelte Länge der Klothoide einer symmetrischen Verbundkurve. Am rechten Rand des Diagramms ist zu erkennen, dass die Wegpunkte s_I und s_{II} beide bei $s_I = s_{II} = 600 \text{ m}$ liegen und die Klothoide damit praktisch entfällt.

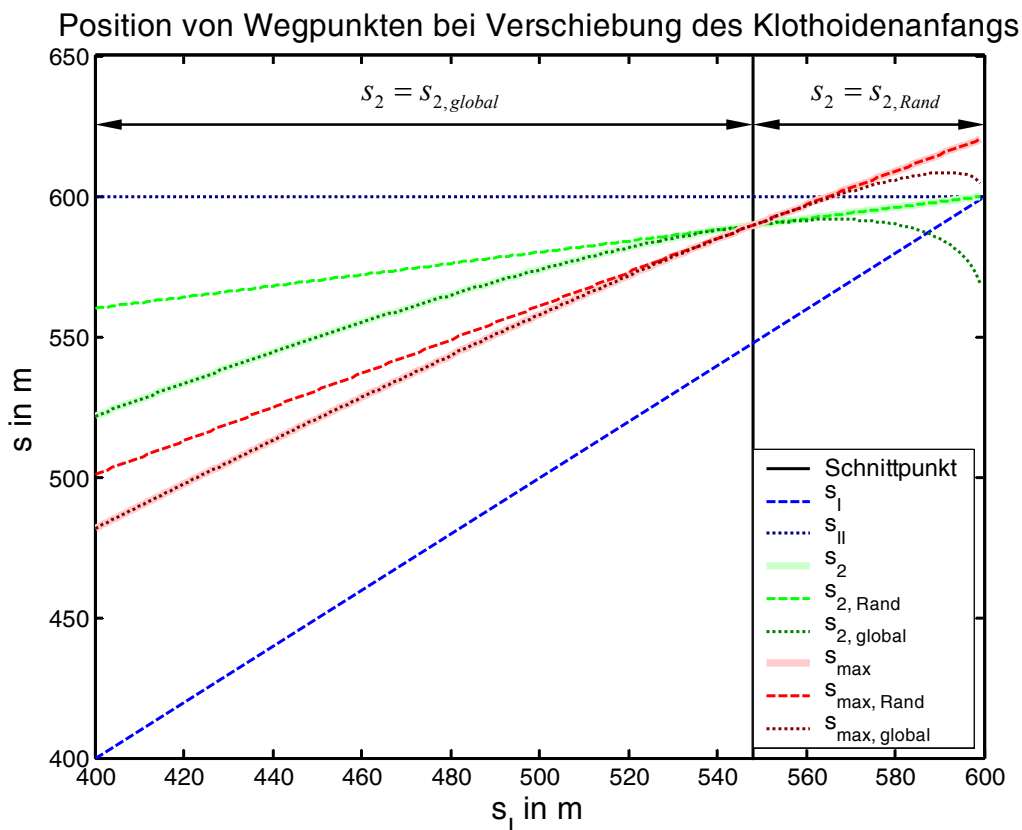


Bild 4.2: Positionen der Wegpunkte für den Start- (s_I) und Endpunkt (s_{II}) der im Kurveneingang befindlichen Klothoide sowie den Endpunkten des Bremsweges und den dazugehörigen Positionen der Maxima in Abhängigkeit der Position des Wegpunktes s_I .

Die Endpunkte der Bremswege sind grün und die Positionen der globalen Maxima rot im Diagramm aufgetragen. Diejenigen Ergebniswerte, die mit einem Haftwertverlauf mit einem Randmaximum in Zusammenhang stehen (die Werte $s_{2,Rand}$ und $s_{max,Rand}$) sind in Bild 4.2 gestrichelt und die Ergebniswerte, die mit einem Haftwertverlauf bei Auftreten eines globalen Maximums in Zusammenhang stehen (die Werte $s_{2,global}$ und $s_{max,global}$) sind gepunktet aufgetragen. Diejenigen Ergebniswerte, die durch den in Kapitel 3.8.1.4 vorgestellten Algorithmus als korrekt ausgewählt werden, sind hellgrün beziehungsweise hellrot hinterlegt. Das Diagramm spiegelt die Arbeitsweise des Algorithmus wider. Der Endpunkt des Bremsweges bei Vorliegen eines Randmaximums $s_{2,Rand}$ wird mit der Position des globalen Maximums $s_{max,Rand}$, die auf Basis des Wertes $s_{2,Rand}$ berechnet wird, verglichen. Diejenige Parameterkonstellation, bei der die Funktionen für $s_{max,Rand}$ und $s_{2,Rand}$ den gleichen Funktionswert annehmen, ist als „Schnittpunkt“ gekennzeichnet. Rechts der mit Schnittpunkt gekennzeichneten Parameterkonstellation ist der Funktionswert der Position des Maximums größer als der Wert für den Endpunkt des Bremsweges $s_{2,Rand}$. Demzufolge wird vom Algorithmus $s_{2,Rand}$ als richtige Lösung für s_2 ausgewählt. Links des Schnittpunkts trifft der Algorithmus die Wahl $s_2 = s_{2,global}$.

Für diejenige Parameterkonstellation, die in Bild 4.2 mit „Schnittpunkt“ gekennzeichnet ist, wird in Kapitel C.1 gezeigt, dass beide für den Endpunkt des Bremsweges vorgestellten Formeln stetig ineinander übergehende Werte liefern. Konkret wird bei der Rechnung davon ausgegangen, dass der Endpunkt des Bremsweges bei globalem Maximum $s_{2,global}$ mit der zugehörigen Position des globalen Maximums $s_{max,global}$ zusammenfällt und somit Gleichung 4.1 gilt:

$$s_{max,global} = s_{2,global} \cdot \quad (\text{Gl. 4.1})$$

Durch eine allgemeine Umformung der hinter diesen beiden Wegpunkten stehenden Gleichungen kann Gleichung 4.1 in Gleichung 4.2 überführt werden:

$$s_{max,global} = s_{2,Rand} \cdot \quad (\text{Gl. 4.2})$$

Damit ist allgemein gezeigt, dass beide Gleichungen für die Endpunkte des Bremsweges bei der mit „Schnittpunkt“ gekennzeichneten Konstellation gleiche Funktionswerte liefern und damit auch die Positionen der zugehörigen globalen Maxima identisch sind. Insgesamt ergeben sich damit im Schnittpunkt entsprechend Gleichung 4.3 identische Wegpunkte für $s_{max,global}$, $s_{2,global}$, $s_{max,Rand}$ und $s_{2,Rand}$:

$$s_{max,global} = s_{2,global} = s_{2,Rand} = s_{max,Rand} \cdot \quad (\text{Gl. 4.3})$$

Derjenige Wert für den Startpunkt der Klothoide bei der Einfahrt in eine Kurve (Wegpunkt s_l), bei dem die in Gleichung 4.3 gegebene Gleichheit aller vier Positionen auftritt, kann mit Hilfe von Gleichung C.14 berechnet werden. Setzt man die für die Untersuchung vorgegebenen Werte in Gleichung C.14 ein, so ergibt sich für den Startpunkt der Klothoide bei Auftreten des Schnittpunktes ein Wert von $s_l \approx 547,92 \text{ m}$.

Rechts des oben beschriebenen Schnittpunktes wird der Endpunkt des Bremsweges mit Hilfe der Gleichung für s_{II} bei Vorliegen eines Randmaximums bestimmt. Für den Fall, dass der Anfangs- (s_I) und der Endpunkt der Klothoide (s_{II}) auf einen Punkt zusammenfallen, so landet auch der Endpunkt des Bremsweges in diesem Punkt. Dies kann wie folgt gezeigt werden. Ausgegangen wird von Gleichung 3.50:

$$s_{2, Rand} = s_I + \frac{A_{I,II}^2}{v_{max,Kurve}^2} \sqrt{k_y^2 \left(\mu_{lim}^2 g^2 - \frac{a_{decel}^2}{k_x^2} \right)}. \quad (Gl. 3.50)$$

In Gleichung 4.4 ist derjenige Term gegeben, mit dem das Quadrat des Klothoidenparameters berechnet wird. Diese Gleichung wurde Tabelle 3.1 entnommen:

$$A_{I,II}^2 = \frac{s_{II} - s_I}{\kappa_{Kurve}}. \quad (Gl. 4.4)$$

Setzt man Gleichung 4.4 in Gleichung 3.50 ein, so ergibt sich Gleichung 4.5:

$$s_{2, Rand} = s_I + \frac{s_{II} - s_I}{\kappa_{Kurve} v_{max,Kurve}^2} \sqrt{k_y^2 \left(\mu_{lim}^2 g^2 - \frac{a_{decel}^2}{k_x^2} \right)}. \quad (Gl. 4.5)$$

Bildet man nun den Grenzwert $s_I \rightarrow s_{II}$ von Gleichung 4.5, so ergibt sich Gleichung 4.6:

$$\lim_{s_I \rightarrow s_{II}} s_{2, Rand} = \lim_{s_I \rightarrow s_{II}} s_I + \lim_{s_I \rightarrow s_{II}} \frac{s_{II} - s_I}{\kappa_{Kurve} v_{max,Kurve}^2} \sqrt{k_y^2 \left(\mu_{lim}^2 g^2 - \frac{a_{decel}^2}{k_x^2} \right)}. \quad (Gl. 4.6)$$

In Gleichung 4.6 wird der erste Grenzwert auf der rechten Seite zu s_{II} und der zweite Term auf der rechten Seite aufgrund der Differenz auf dem Bruchstrich vor dem Wurzelterm zu null. Damit ist gezeigt, dass, wenn der Anfangs- und der Endpunkt der Klothoide auf einen Punkt fallen, und die Klothoide damit praktisch verschwindet, der Endpunkt des Bremsweges identisch mit dem Wegpunkt s_{II} ist. Damit ist auch gezeigt, dass die in Kapitel 3.8.3.2 – „Kurve mit direkt angrenzenden Geraden“ gegebenen Informationen mit dem Ergebnis dieser Rechnung übereinstimmen.

Die nächste Betrachtung wird zeigen, was die beiden für den Endpunkt des Bremsweges hergeleiteten Gleichungen in Bezug auf die Position innerhalb der Klothoide bewirken. Für diese Betrachtung werden die bereits für das Diagramm in Bild 4.2 berechnete Wegpunkte in anderer Form dargestellt. Die Darstellung erfolgt derart, dass der Anfangspunkt der Klothoide (Wegpunkt s_I) immer durch den Funktionswert null und der Endpunkt der Klothoide (Wegpunkt s_{II}) immer durch den Funktionswert eins repräsentiert wird. Das entstehende Diagramm gibt damit die relative Position der Wegpunkte innerhalb der Klothoide wieder. Das Diagramm in Bild 4.3 zeigt die relative und auf die Klothoidenlänge bezogene Position der Wegpunkte.

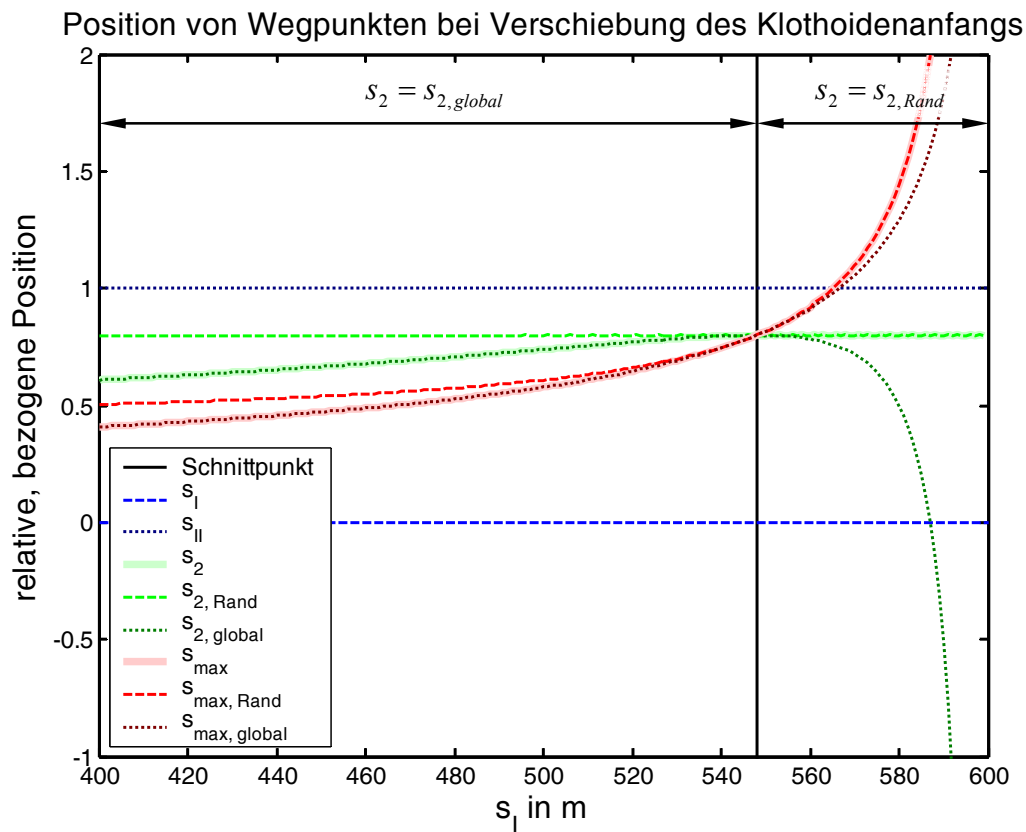


Bild 4.3: Relative, bezogene Positionen der Wegpunkte s_2 , $s_{2,Rand}$, $s_{2,global}$, s_{max} , $s_{max,Rand}$ und $s_{max,global}$. Für jede Klothoide der Schar fällt deren Startpunkt auf den Funktionswert null und deren Endpunkt auf den Funktionswert eins.

Betrachtet man Bild 4.3, so liegt der Endpunkt des Bremsweges bei einem Randmaximum $s_{2,Rand}$ immer bei einem bestimmten Anteil der Weglänge der Klothoide. Dies lässt sich auch wie folgt zeigen. Ausgangspunkt ist Gleichung 3.50, mit der der Endpunkt des Bremsweges bei einem Randmaximum berechnet wird:

$$s_{2,Rand} = s_I + \frac{A_{I,II}^2}{v_{max,Kurve}^2} \sqrt{k_y^2 \left(\mu_{lim}^2 g^2 - \frac{a_{decel}^2}{k_x^2} \right)}. \quad (\text{Gl. 3.50})$$

Damit, wie in Bild 4.3 gezeigt, der Klothoidenanfang durch den Wert null repräsentiert wird, muss der Startpunkt der Klothoide s_I von Gleichung 3.50 subtrahiert werden. Es ergibt sich Gleichung 4.7:

$$s_{2,Rand} - s_I = \frac{A_{I,II}^2}{v_{max,Kurve}^2} \sqrt{k_y^2 \left(\mu_{lim}^2 g^2 - \frac{a_{decel}^2}{k_x^2} \right)}. \quad (\text{Gl. 4.7})$$

In Gleichung 4.7 wird nun der Term für das Quadrat des Klothoidenparameters durch Gleichung 4.4 ersetzt. Es ergibt sich Gleichung 4.8:

$$A_{I,II}^2 = \frac{s_{II} - s_I}{\kappa_{Kurve}}, \quad (\text{Gl. 4.4})$$

$$s_{2,Rand} - s_I = \frac{s_{II} - s_I}{\kappa_{Kurve} v_{max,Kurve}^2} \sqrt{k_y^2 \left(\mu_{lim}^2 g^2 - \frac{a_{decel}^2}{k_x^2} \right)}. \quad (\text{Gl. 4.8})$$

Dividiert man Gleichung 4.8 durch die Länge der Klothoide, die durch den Term $s_{II} - s_I$ gegeben ist, so erhält man Gleichung 4.9, die rechts des Gleichheitszeichens nur aus konstant angenommenen Werten besteht:

$$\frac{s_{2,Rand} - s_I}{s_{II} - s_I} = \frac{1}{\kappa_{Kurve} v_{max,Kurve}^2} \sqrt{k_y^2 \left(\mu_{lim}^2 g^2 - \frac{a_{decel}^2}{k_x^2} \right)}. \quad (\text{Gl. 4.9})$$

Betrachtet man in Bild 4.3 den links neben dem Schnittpunkt liegenden Teil des Diagramms, in dem der korrekte Endpunkt des Bremsweges derjenige beim Auftreten eines globalen Maximums ist, so stellt man fest, dass je weiter man vom Schnittpunkt aus nach links geht, der Endpunkt des Bremsweges innerhalb der Klothoide immer weiter in Richtung des Startpunktes der Klothoide, dem Wegpunkt s_I verschoben wird.

Um bewerten zu können, ob der in Kapitel 3.8.1.4 vorgestellte Algorithmus den richtigen der beiden Endpunkte des Bremsweges auswählt, werden nun für jede Verbundkurve der Schar zwei Geschwindigkeitsprofile berechnet, eines mit dem Endpunkt des Bremsweges bei Vorliegen eines Randmaximums (Wegpunkt $s_{2,Rand}$) und eines mit dem Endpunkt des Bremsweges bei Vorliegen eines globalen Maximums (Wegpunkt $s_{2,global}$). Unter der Annahme, dass ein Fahrzeug dem Geschwindigkeitsprofil exakt folgt, wird für jedes der Profile der zugehörige Verlauf der Haftwertausnutzung berechnet.

Für den Fall der symmetrischen Verbundkurve, der vorliegt, wenn sich der Startpunkt der ersten Klothoide bei $s_I = 500 \text{ m}$ befindet, sind die beiden sich ergebenden Verläufe der Haftwertausnutzung in den Diagrammen in Bild 4.4 abgebildet. Das linke der beiden Diagramme entstand unter Verwendung des Endpunktes des Bremsweges bei Vorliegen eines Randmaximums (Wegpunkt $s_{2,Rand}$) im Geschwindigkeitsprofil und das rechte unter Verwendung des Wegpunktes $s_{2,global}$. Das vorgegebene Limit der Haftwertausnutzung ist in beiden Diagrammen mit einer rot gestrichelten Linie eingezeichnet. Aus den Diagrammen ist zu erkennen, dass die Verwendung der Gleichung bei Vorliegen eines Randmaximums zu einer Überschreitung des Haftwertlimits führt und die Verwendung der Gleichung bei Vorliegen eines globalen Maximums für die Einhaltung des Limits sorgt.

Der Verlauf der Haftwertausnutzung für die gesamte Verbundkurve ist in Bild 4.4 gestrichelt eingezeichnet. Im Folgenden wird die Haftwertausnutzung nur bis zum jeweiligen Endpunkt des Bremsweges ausgewertet. Der ausgewertete Teil des Verlaufs ist in Bild 4.4 in beiden Diagrammen mit einer schwarz durchgezogenen Kennlinie eingezeichnet.

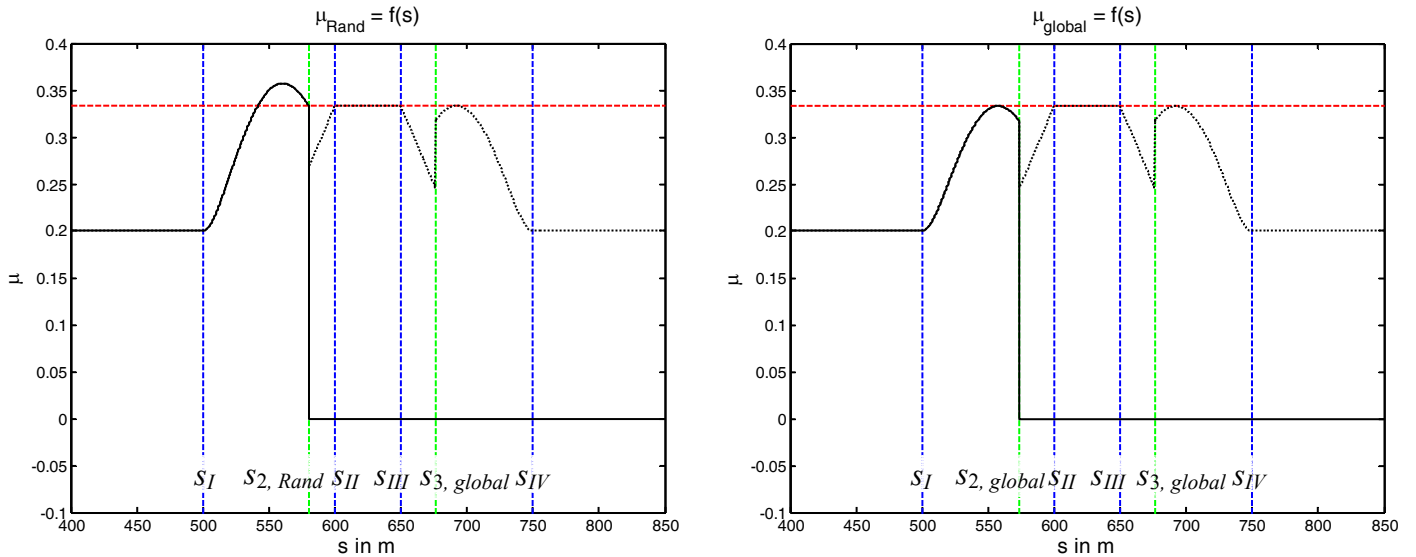


Bild 4.4: Auswertung der Haftwertausnutzung mit je zwei Geschwindigkeitsprofilen pro Verbundkurve. Im linken Diagramm wurde der Endpunkt des Bremsweges bei Vorliegen eines Randmaximums und rechts bei Vorliegen eines globalen Maximums verwendet.

Was in Bild 4.4 für eine Verbundkurve durchgeführt wurde, ist in Bild 4.5 für die komplette Schar Verbundkurven aufgetragen. Für den Bremsweg wurde das Maximum der errechneten Haftwertausnutzung im Verhältnis zum gesetzten Limit aufgetragen. Der sich bei Verwendung des Algorithmus ergebende Verlauf der Haftwertausnutzung ist hellrot unterlegt und entspricht dem gesetzten Limit.

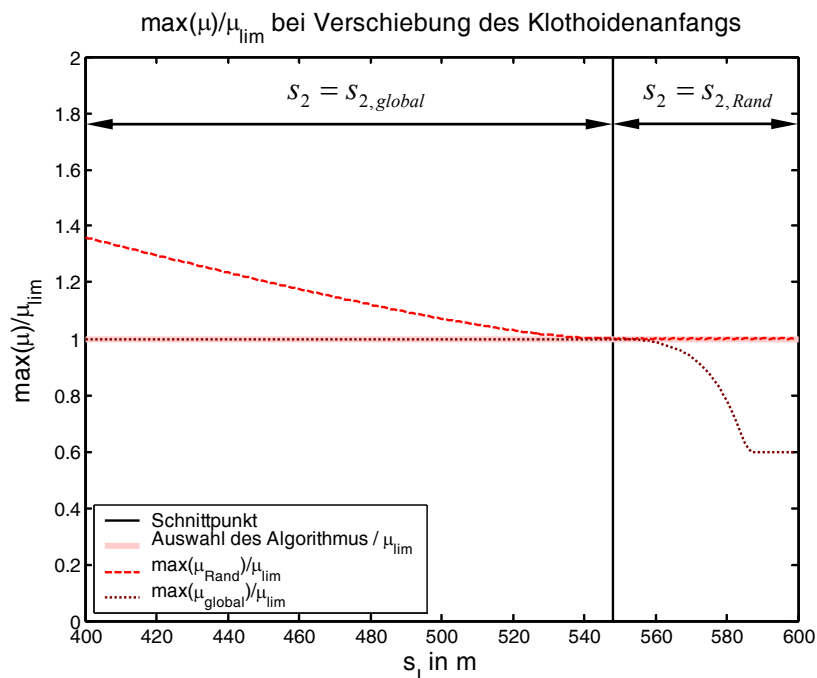


Bild 4.5: Auswertung des auf dem Bremsweg auftretenden Maximums der Haftwertausnutzung im Verhältnis zum gesetzten Limit bei Verwendung der Gleichungen für Rand- und globales Maximum. Die Auswahl des Algorithmus ist hellrot hinterlegt.

Weiterhin ist in Bild 4.5 zu erkennen, dass die Verwendung des Endpunktes des Bremsweges bei einem Randmaximum $s_{2,Rand}$ links des Schnittpunktes zu einem Überschreiten des gesetzten Haftwertlimits führen würde.

Rechts des Schnittpunktes wird durch die Gleichung für den Endpunkt des Bremsweges bei Auftreten eines globalen Maximums ein Wert für $s_{2,global}$ errechnet, der vor $s_{2,Rand}$ und teilweise vor der Klothoide, also vor dem Wegpunkt s_I , liegt. Dies ist den Diagrammen in Bild 4.2 und Bild 4.3 zu entnehmen. Hierdurch wird das gesetzte Limit während des Bremsvorgangs nicht erreicht. Der Minimalwert von $\max(\mu_{global})/\mu_{lim} = 0,6$ wird nicht unterschritten, da dieser Wert durch die Fahrzeugverzögerung hervorgerufen wird.

4.2 Vergleich von analytischem und numerischem Verfahren

In diesem Kapitel werden das analytische und das numerische Verfahren in Bezug auf die zwei möglichen Typen Maxima, die beim Durchfahren einer Kurve auftreten können, hin verglichen.

Für die Betrachtungen werden bis auf die Übergangspunkte zwischen den Fahrbahngeometrien, also den Wegpunkten $s_I - s_{IV}$ identische Werte wie in Kapitel 4.1, Tabelle 4.1 gewählt. Die abweichenden Werte sind in Tabelle 4.2 aufgeführt. Als Fahrbahngeometrie wurde eine asymmetrische Verbundkurve gewählt, damit sowohl Rand- als auch globales Maximum in einem Diagramm behandelt werden können und ein direkter Vergleich möglich ist.

Formelzeichen	Beschreibung	Wert(e)
s_I	Startpunkt der Klothoide, Kurveneinfahrt	$s_I = 500 \text{ m}$
s_{II}	Endpunkt der Klothoide, Kurveneinfahrt	$s_{II} = 600 \text{ m}$
s_{III}	Startpunkt der Klothoide, Kurvenausfahrt	$s_{III} = 650 \text{ m}$
s_{IV}	Endpunkt der Klothoide, Kurvenausfahrt	$s_{IV} = 700 \text{ m}$

Tabelle 4.2: Im Vergleich zu Kapitel 4.1 abweichende Zahlenwerte, die für die hier gezeigten Diagramme verwendet werden.

Mit den in Tabelle 4.2 gegebenen Zahlenwerten für die Übergangspunkte zwischen den einzelnen Geometrieelementen ergibt sich der in Bild 4.6 abgebildete Krümmungsverlauf einer asymmetrischen Verbundkurve. Auf diese Verbundkurve wird nun das numerische Verfahren angewendet. Die ersten beiden Schritte des Verfahrens, das Festlegen der Kurvengeschwindigkeit und die Anpassung der Verzögerungs- und Beschleunigungswerte an die physikalischen Gegebenheiten der Fahrbahn, seien abgeschlossen. Der zweite Schritt ergibt bei einem ebenen Fall, dass die Angepassten Verzögerungs- und Beschleunigungswerte $a_{decel,adj}$ und $a_{accel,adj}$ den vorgegebenen Minimal- beziehungsweise Maximalwerten a_{decel} und a_{accel} entsprechen. Der dritte und vierte Schritt, das Bestimmen des Endpunktes des Bremsweges und des Startpunktes des Beschleunigungsvorgangs sowie die jeweils dazugehörigen Geschwindigkeitsverläufe werden hier genauer betrachtet.

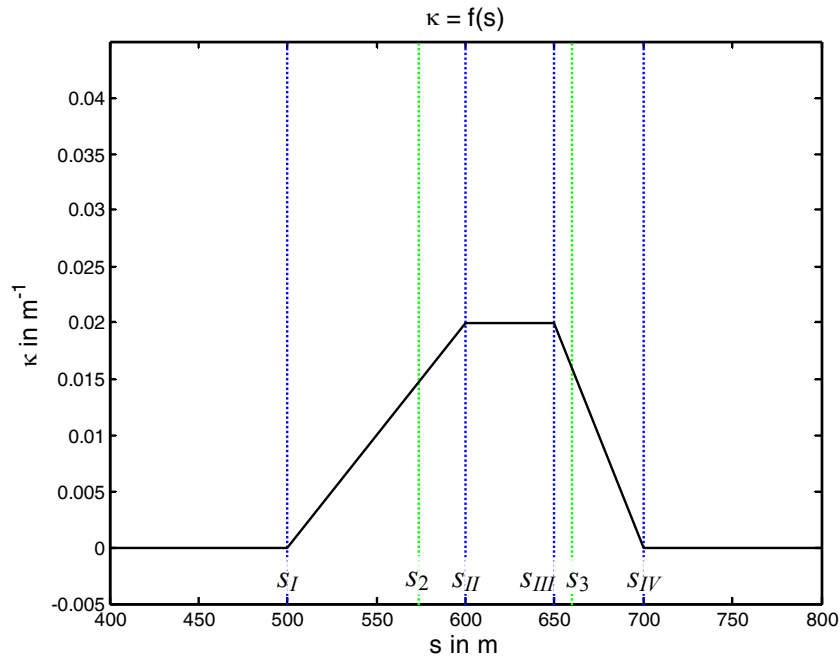


Bild 4.6: Verlauf der Krümmung als Funktion des Weges für die hier betrachtete asymmetrische Verbundkurve.

Für die Bestimmung des Endpunktes des Bremsweges und des Startpunktes des Beschleunigungsvorgangs werden die zugehörigen, das Haftwertlimit beschreibenden Geschwindigkeitsverläufe benötigt, die mit Hilfe von Gleichung 3.87 berechnet werden können:

$$v^2 = \begin{cases} \frac{1}{\kappa} \left(-\frac{p}{2} + \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q} \right) & \text{für } \kappa > 0, \\ \frac{1}{\kappa} \left(-\frac{p}{2} - \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q} \right) & \text{für } \kappa < 0 \end{cases}$$

$$\text{mit } p = 2 \frac{k_x^2 \sin(\alpha_q) (k_y^2 \mu_{res}^2 a_{gz} + g \cos(\alpha_q))}{k_x^2 (k_y^2 \mu_{res}^2 (\sin(\alpha_q))^2 - (\cos(\alpha_q))^2)},$$

$$q = \frac{k_x^2 k_y^2 \mu_{res}^2 a_{gz}^2 - k_y^2 a_x^2 - k_x^2 g^2 (\sin(\alpha_q))^2}{k_x^2 (k_y^2 \mu_{res}^2 (\sin(\alpha_q))^2 - (\cos(\alpha_q))^2)}, \quad (\text{Gl. 3.87})$$

$$a_{gz} = \sqrt{g^2 - (g \sin(\alpha_\ell))^2 - (g \sin(\alpha_q))^2}$$

$$\text{und } a_x = a_{x,res} + g \sin(\alpha_\ell).$$

Da hier wie im vorherigen Kapitel auch wieder der ebene Fall betrachtet wird und der Längs- (α_ℓ) und Querneigungswinkel (α_q) damit null sind, ergeben sich Vereinfachungen in Gleichung 3.87. Setzt man $\alpha_\ell = 0$ und $\alpha_q = 0$ in die Terme p , q , a_{gz} und a_x ein, so ergeben sich die in den Gleichungen 4.10 bis 4.13 aufgeführten Vereinfachungen:

$$a_{gz}(\alpha_\ell = 0, \alpha_q = 0) = \sqrt{g^2 - (g \sin(\alpha_\ell))^2 - (g \sin(\alpha_q))^2} = g \quad (\text{Gl. 4.10})$$

$$a_x(\alpha_\ell = 0) = a_{x,res} + g \sin(\alpha_\ell) = a_{x,res} \quad (\text{Gl. 4.11})$$

$$p(\alpha_q = 0) = 2 \frac{k_x^2 \sin(\alpha_q) (k_y^2 \mu_{res}^2 a_{gz} + g \cos(\alpha_q))}{k_x^2 (k_y^2 \mu_{res}^2 (\sin(\alpha_q))^2 - (\cos(\alpha_q))^2)} = 0 \quad (\text{Gl. 4.12})$$

$$q(\alpha_q = 0) = \frac{k_x^2 k_y^2 \mu_{res}^2 a_{gz}^2 - k_y^2 a_x^2 - k_x^2 g^2 (\sin(\alpha_q))^2}{k_x^2 (k_y^2 \mu_{res}^2 (\sin(\alpha_q))^2 - (\cos(\alpha_q))^2)} = \dots \quad (\text{Gl. 4.13})$$

$$\dots = \frac{k_x^2 k_y^2 \mu_{res}^2 g^2 - k_y^2 a_x^2}{-k_x^2} = -k_y^2 \left(\mu_{res}^2 g^2 - \frac{a_x^2}{k_x^2} \right).$$

Setzt man diese vereinfachten Terme, die durch die Gleichungen 4.10 bis 4.13 gegeben sind, wieder in Gleichung 3.87 ein, so ergibt sich Gleichung 4.14:

$$v^2 = \begin{cases} + \frac{1}{\kappa} \sqrt{k_y^2 \left(\mu_{res}^2 g^2 - \frac{a_x^2}{k_x^2} \right)} & \text{für } \kappa > 0, \\ - \frac{1}{\kappa} \sqrt{k_y^2 \left(\mu_{res}^2 g^2 - \frac{a_x^2}{k_x^2} \right)} & \text{für } \kappa < 0. \end{cases} \quad (\text{Gl. 4.14})$$

Die beiden in Gleichung 4.14 gegebenen Fälle können durch die Verwendung des Betrags der Fahrbahnkrümmung κ zu Gleichung 4.15 zusammengefasst werden:

$$v^2 = \frac{1}{|\kappa|} \sqrt{k_y^2 \left(\mu_{res}^2 g^2 - \frac{a_x^2}{k_x^2} \right)} \quad \text{mit } a_x = a_{x,res}. \quad (\text{Gl. 4.15})$$

Gleichung 4.15 ist somit der „ebene Sonderfall“ von Gleichung 3.87. Da der ebene Fall vorliegt, entsprechen, wie eingangs des Kapitels bereits erwähnt, die angepassten Verzögerungs- und Beschleunigungswerte $a_{decel,adj}$ und $a_{accel,adj}$ den vorgegebenen Minimal- und Maximalwerten a_{decel} und a_{accel} . Es gilt Gleichung 4.16:

$$a_{decel,adj} = a_{decel} \quad \text{und} \quad a_{accel,adj} = a_{accel} \quad (\text{Gl. 4.16})$$

Die Beträge der Beschleunigungs- und Verzögerungswerte sind in diesem Fall gleich gewählt, so dass neben Gleichung 4.16 auch Gleichung 4.17 gilt:

$$a_{decel,adj}^2 = a_{decel}^2 = a_{accel,adj}^2 = a_{accel}^2 \quad (\text{Gl. 4.17})$$

Da in Gleichung 4.15 nur das Quadrat der Längsbeschleunigung a_x auftritt, ergeben sich bei gleichen Beträgen für die Fahrzeugverzögerung und Fahrzeugbeschleunigung gleiche Funktionsverläufe von v^2 . Da das bei den hier vorgegebenen Werten der Fall ist, sind die das Haftwertlimit beschreibenden Kurvenverläufe in diesem Fall für den Beschleunigungs- und Bremsvorgang identisch. Es gilt Gleichung 4.18:

$$v_{lim,decel,adj}^2 = v_{lim,decel}^2 = v_{lim,accel,adj}^2 = v_{lim,accel}^2 \quad (\text{Gl. 4.18})$$

Damit können in diesem speziellen Fall die Schritte drei und vier des numerischen Verfahrens in einem Diagramm zusammengefasst werden, was im oberen linken Diagramm von Bild 4.7 auch geschehen ist. Durch den Vergleich des im unteren Diagramm abgebildeten Verlaufs der Haftwertnutzung mit den Schritten drei und vier des numerischen Verfahrens, in dem der Endpunkt des Bremsweges sowie der Startpunkt des Beschleunigungsvorgangs bestimmt wird, lässt sich bereits bei der Bestimmung der Geschwindigkeitsverläufe für Verzögerungs- und Beschleunigungsvorgang erkennen, ob in der Haftwertnutzung ein globales Maximum oder ein Randmaximum auftreten wird.

Bei der hier gegebenen Konstellation ergibt sich eingangs der Kurve ein globales Maximum und ausgangs der Kurve ein Randmaximum. Beim globalen Maximum liegt das Maximum der Haftwertausnutzung entsprechend der Festlegung zwischen dem Startpunkt der Klothoide eingangs der Kurve (Wegpunkt s_1) und dem Endpunkt des Bremsweges (Wegpunkt s_2). An der Position, an der das Maximum der Haftwertausnutzung auftritt, berührt der Geschwindigkeitsverlauf für den Bremsvorgang $v_{2,decel}^2$ im oberen linken Diagramm den Kurvenverlauf von $v_{lim,decel}^2$, der das Maximum der Haftwertausnutzung beschreibt. Die miteinander korrespondierenden Punkte sind in beiden Diagrammen mit einem orangenen Kreis versehen. Der Schnittpunkt des Geschwindigkeitsverlaufs für den Bremsvorgang $v_{2,decel}^2$ mit der Kurvengeschwindigkeit $v_{max,Kurve}^2$ ergibt die Position für den Endpunkt des Bremsweges bei Auftreten eines globalen Maximums $s_{2,global}$, der in diesem Fall richtige Endpunkt des Bremsweges.

Der hier nicht zur Anwendung kommende Endpunkt des Bremsweges bei Auftreten eines Randmaximums $s_{2,Rand}$ liegt an der Position, an der sich der das Haftwertlimit beschreibende Kurvenverlauf $v_{lim,decel}^2$ und die Kurvengeschwindigkeit $v_{max,Kurve}^2$ schneiden. Würde dieser Endpunkt des Bremsweges verwendet, so würden Teile des Geschwindigkeitsverlaufs des Bremsvorgangs $v_{2,decel}^2$ oberhalb der Limitfunktion $v_{lim,decel}^2$ liegen, was aber nicht sein darf, wenn das Haftwertlimit nicht überschritten werden soll.

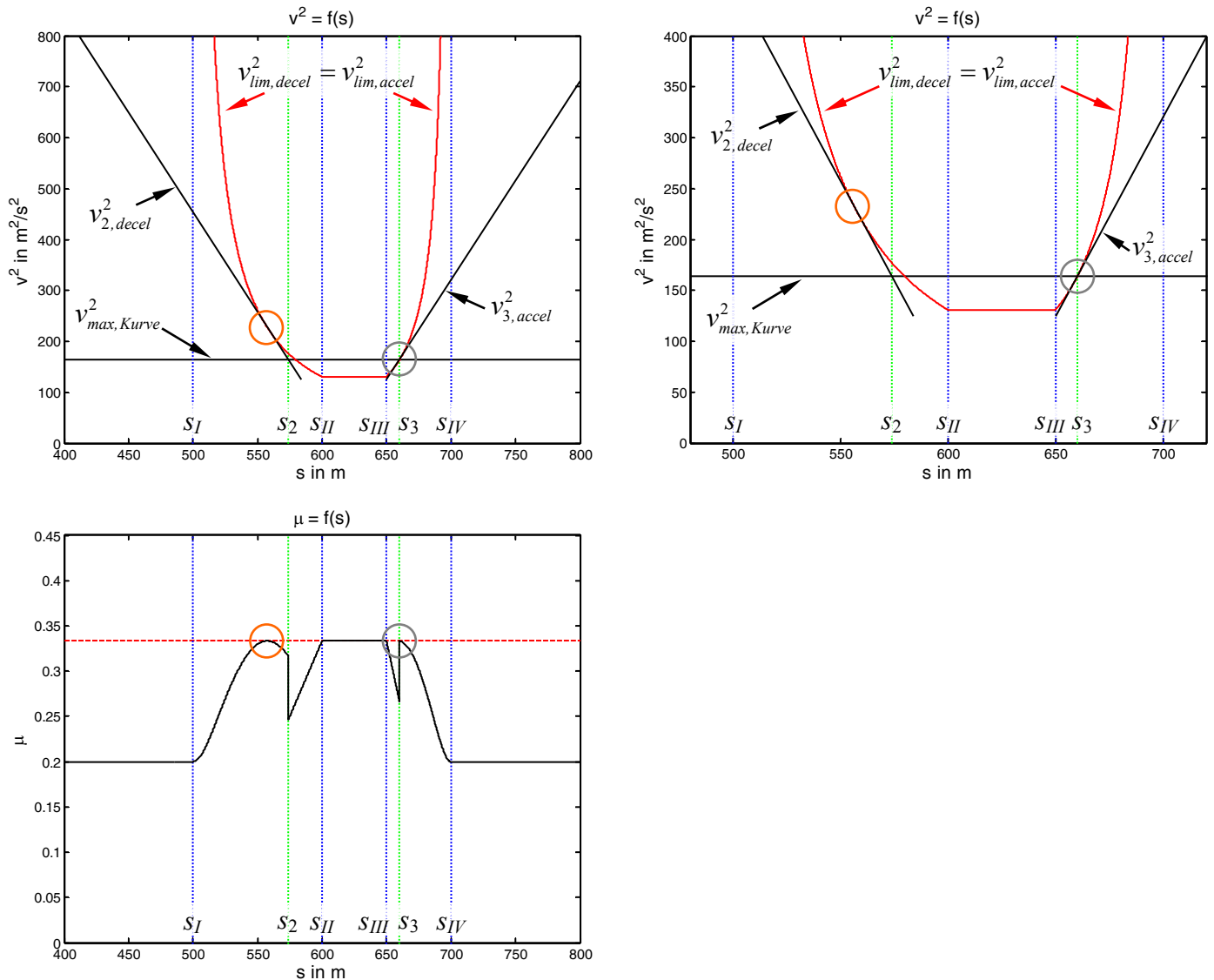


Bild 4.7: Oben links: Zusammenfassung des zweiten und dritten Schritts des numerischen Verfahrens in einem Diagramm. Bestimmung der Wegpunkte s_2 und s_3 sowie der dazugehörigen Geschwindigkeitsverläufe.
 Oben rechts: Diagramm identisch mit dem Diagramm oben links, jedoch wurde nur ein Ausschnitt dargestellt (Vergrößerung des linken Diagramms).
 Unten: Verlauf der Haftwertausnutzung als Funktion des Weges bei Anwendung des oben abgebildeten Geschwindigkeitsprofils.

Ausgangs der Kurve liegt ein Randmaximum vor. Die miteinander korrespondierenden Punkte sind in den Diagrammen mit einem grauen Kreis gekennzeichnet. Hier berührt die den Beschleunigungsverlauf beschreibende Funktion $v_{3, accel}^2$ die Limitfunktion $v_{lim, accel}^2$ gerade im Schnittpunkt der Limitfunktion und der Kurvengeschwindigkeit $v_{max, Kurve}^2$. Dieser Schnittpunkt von Kurvengeschwindigkeit und Limitfunktion legt damit den Startpunkt für den Beschleunigungsvorgang bei einem Randmaximum $s_{3, Rand}$ fest.

4.3 Eigenschaften und Einschränkungen des numerischen Verfahrens

Bei dem in Kapitel 3.8.2 vorgestellten numerischen Verfahren basiert die Bestimmung der Geschwindigkeitsläufe für das Durchfahren einer Kurve auf der Verwendung von Geschwindigkeitsverläufen, die das vorgegebene Limit der Haftwertnutzung repräsentieren. Diese das Haftwertlimit repräsentierenden Kurven werden in Abhängigkeit des vorgegebenen Limits selbst, den geometrischen Daten der Fahrbahn und des jeweiligen Beschleunigungszustands des Fahrzeugs, also Verzögerung, konstante Geschwindigkeit und Beschleunigung, berechnet. Die Verläufe für die Geschwindigkeitsempfehlungen werden während des Verfahrens an die limitierenden Geschwindigkeitsverläufe angepasst.

Für die Berechnung der limitierenden Geschwindigkeitsfunktion wurden Gleichung 3.87 für den allgemeinen und Gleichung 4.15 für den ebenen Fall hergeleitet. An dieser Stelle wird zunächst der ebene Fall genauer betrachtet. Durch das Einsetzen der konkreten Längsbeschleunigungswerte $a_x = 0 \text{ m/s}^2$, $a_x = a_{decel}$, $a_x = a_{accel}$ und dem Limit der Haftwertausnutzung μ_{lim} anstelle der resultierenden Haftwertnutzung μ_{res} können die limitierenden Geschwindigkeitsfunktionen $v_{lim,v=const}^2$, $v_{lim,decel}^2$ und $v_{lim,accel}^2$ entsprechend Gleichung 4.19 berechnet werden:

$$v_{lim}^2 = \frac{1}{|\kappa|} \sqrt{k_y^2 \left(\mu_{lim}^2 g^2 - \frac{a_x^2}{k_x^2} \right)} \quad \text{mit} \quad v_{lim}^2 = \begin{cases} v_{lim,decel}^2 & a_x = a_{accel} \\ v_{lim,v=const}^2 & a_x = 0 \text{ m/s}^2 \\ v_{lim,accel}^2 & a_x = a_{decel} \end{cases} \quad (\text{Gl. 4.19})$$

Der Wurzelterm in Gleichung 4.19 beschreibt das mit dem Faktor k_y^2 gewichtete Limit der Querbeschleunigung, das durch das Produkt aus dem Betrag der Fahrbahnkrümmung κ und dem Quadrat der Fahrzeuggeschwindigkeit v^2 „verbraucht“ werden darf. Wird durch eine geeignete Wahl der Parameter sichergestellt, dass der Klammerterm unter der Wurzel in Gleichung 4.19 positiv ist, so ist die weitere Anwendung der Gleichung problemlos. Ist der Term $(a_x/k_x)^2$ jedoch größer als das Produkt aus dem Quadrat des Haftwertlimits μ_{lim}^2 und dem Quadrat der Erdbeschleunigung g^2 , so ergibt sich in Gleichung 4.19 ein negativer Radikand, was zu komplexen Geschwindigkeitswerten führen würde. Dies ergibt für die Anwendung natürlich keinen Sinn.

Für den ebenen Fall entsprechen die Beschleunigung in x-Richtung der Fahrzeuglängsbeschleunigung, die y-Komponente der Fahrzeugquerbeschleunigung und die z-Komponente der Gravitationsbeschleunigung an der Erdoberfläche. Da die x-, y- und z-Komponenten nicht durch Komponenten anderer Beschleunigungen überlagert werden, ist die Bedingung für die Haftwertausnutzung entsprechend Gleichung 4.20 automatisch für den Geschwindigkeitsbereich zwischen null und dem durch Gleichung 4.19 berechneten Limit erfüllt. Es bedarf keiner besonderen Prüfung dieser Bedingung:

$$\mu_{res} = \frac{\sqrt{\left(\frac{a_x}{k_x}\right)^2 + \left(\frac{a_y}{k_y}\right)^2}}{|a_z|} = \frac{\sqrt{\left(\frac{a_x}{k_x}\right)^2 + \left(\frac{v^2 \kappa}{k_y}\right)^2}}{|g|} \leq \mu_{lim} \leq \mu_{max} \quad (\text{Gl. 4.20})$$

Da die Beschleunigungen im allgemeinen Fall in allen drei Richtungen des Fahrzeugkoordinatensystems aus Summen unterschiedlicher Beschleunigungsarten bestehen, muss die Gleichung für das Quadrat der Geschwindigkeit im allgemeinen Fall, Gleichung 3.87, gesondert in Bezug auf die Rechenergebnisse und deren Verwertbarkeit hin untersucht werden. Ausgangspunkt für die folgenden Betrachtungen ist die Gleichung für die resultierende Haftwertnutzung, Gleichung 3.85:

$$\mu_{res} = \frac{\sqrt{\left(\frac{a_{x,res} + g \sin(\alpha_\ell)}{k_x}\right)^2 + \left(\frac{g \sin(\alpha_q) - \kappa v^2 \cos(\alpha_q)}{k_y}\right)^2}}{\sqrt{g^2 - (g \sin(\alpha_\ell))^2 - (g \sin(\alpha_q))^2 + \kappa v^2 \sin(\alpha_q)}} \quad (\text{Gl. 3.85})$$

In Bild 4.8 ist Gleichung 3.85 für ein stehendes Fahrzeug, also für die Parameter $a_{x,res} = 0 \text{ m/s}^2$, $v = 0 \text{ m/s}$ und die Gewichtungsfaktoren $k_x = k_y = 1$ ausgewertet. Im linken Diagramm ist die Gleichung in einem 3D-Plot ausgewertet. Auf x- und y-Achse sind die Neigungswinkel α_ℓ und α_q aufgetragen. Die sich aus Gleichung 3.85 ergebende Haftwertausnutzung ist auf der z-Achse aufgetragen. Im rechten Diagramm sind die sich für die Haftwertausnutzung ergebenden Isolinien im Bereich zwischen $\mu_{res} = 0,1$ und $\mu_{res} = 1,4$ in Schritten von $\Delta \mu_{res} = 0,1$ in Abhängigkeit der Neigungswinkel α_ℓ und α_q als 2D-Plot aufgetragen. Aus den Diagrammen ist zu erkennen, dass sich für ein stehendes Fahrzeug, alleine dadurch, dass die Neigungswinkel α_ℓ und α_q ungleich null sind, Werte ungleich null für die Haftwertnutzung ergeben.

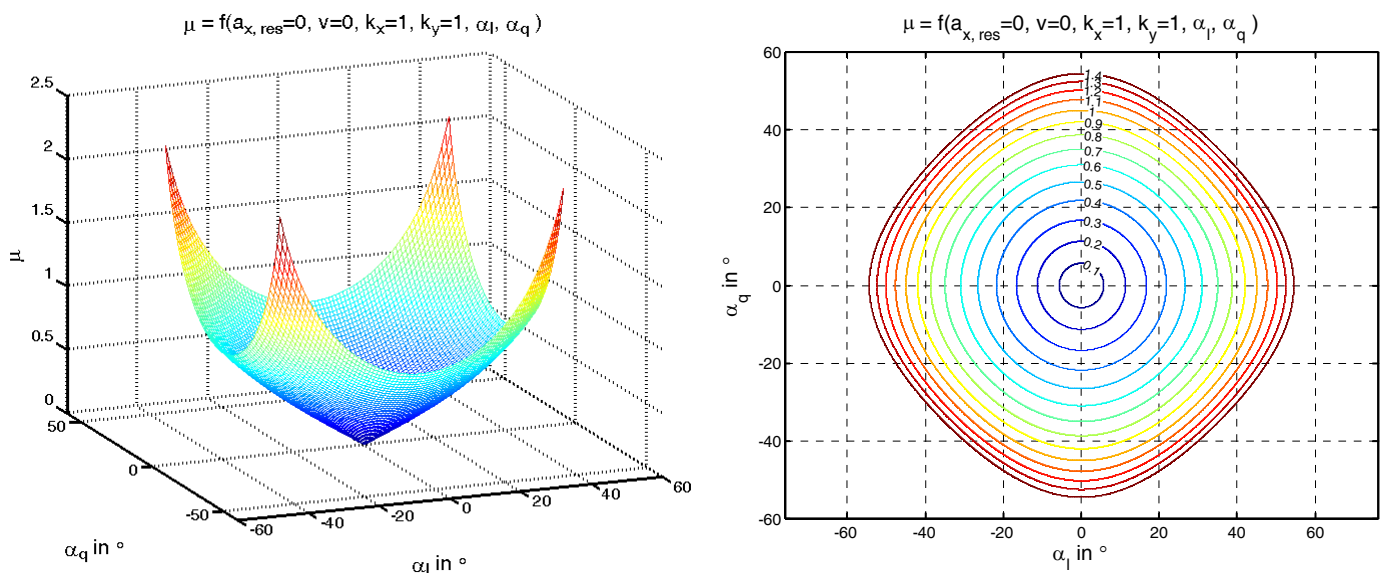


Bild 4.8: Auswertung von Gleichung 3.85 für ein stehendes Fahrzeug mit den Parametern $a_{x,res} = 0 \text{ m/s}^2$, $v = 0 \text{ m/s}$ und die Gewichtungsfaktoren $k_x = k_y = 1$. Im linken Diagramm als 3D-Plot und im rechten Diagramm mit Isolinien der sich ergebenden Haftwertausnutzung.

Im linken Diagramm in Bild 4.8 ist zu erkennen, dass die Haftwertausnutzung an den vier Ecken des ausgewerteten Bereichs von $-40^\circ \leq \alpha_{\ell/q} \leq 40^\circ$ relativ stark ansteigt. Im rechten Diagramm wurde ein Winkelbereich von $-60^\circ \leq \alpha_{\ell/q} \leq 60^\circ$ ausgewertet und nur die Ergebniswerte im Bereich $0 \leq \mu_{res} \leq 1,4$ für die Grafik verwendet. Aus diesem Grund sind in den Randbereichen, in denen die Haftwertausnutzung stark ansteigt, keine Isolinien eingezeichnet. Zunächst soll die Auswirkung der Wahl von Faktoren für k_x und k_y ungleich eins gezeigt werden. Die in Bild 4.9 gezeigten Diagramme sind, bis auf unterschiedliche Faktoren k_x , identisch mit dem rechten Diagramm in Bild 4.8. In beiden Diagrammen in Bild 4.9 sind wieder die Isolinien $\mu_{res} = 0,1$ bis $\mu_{res} = 1,4$ in Schritten von $\Delta\mu_{res} = 0,1$ aufgetragen.

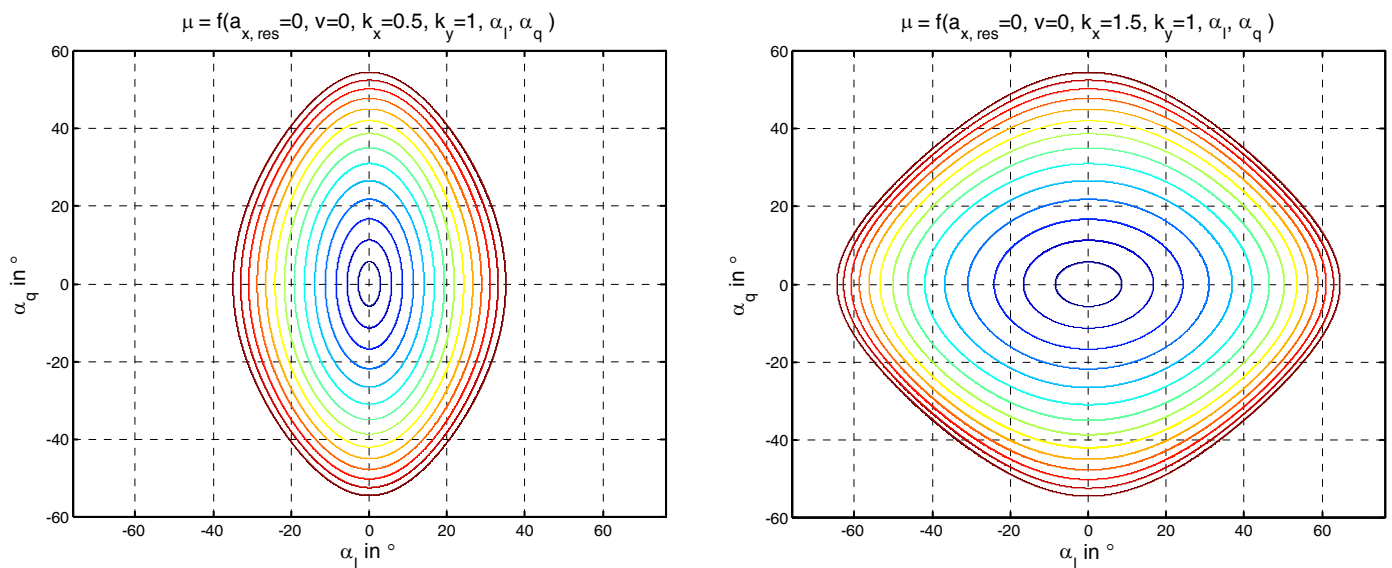


Bild 4.9: Auswertung von Gleichung 3.85 für ein stehendes Fahrzeug mit den Parametern $a_{x,res} = 0 \text{ m/s}^2$, $v = 0 \text{ m/s}$ und unterschiedlichen Gewichtungsfaktoren k_x in 2D-Plots mit Isolinien. Links: $k_x = 0,5$ und $k_y = 1$, rechts: $k_x = 1,5$ und $k_y = 1$.

Fällt die Wahl für einen der Gewichtungsfaktoren auf einen Wert ungleich eins, so entsteht zunächst einmal eine fiktive Haftwertausnutzung, die sich von der eigentlichen Haftwertausnutzung unterscheidet.

Aus dem Vergleich des linken Diagramms in Bild 4.9 und des rechten Diagramms in Bild 4.8 ergibt sich, dass die Wahl eines Gewichtungsfaktors im Bereich $0 < k_x < 1$ zu einer Höherbewertung der in x-Richtung auftretenden Beschleunigungen führt und damit die berechneten Werte für die Haftwertausnutzung oberhalb der mit eins gewichteten Werte liegen. Im linken Diagramm in Bild 4.9 tritt für einen Winkel von $\alpha_q = 0^\circ$ eine Haftwertausnutzung von $\mu_{res} = 1,4$ (äußere Isolinie) bereits für Winkel $|\alpha_\ell| < 40^\circ$ auf. Im rechten Diagramm in Bild 4.8 liegt der Betrag des Winkels für $\alpha_q = 0^\circ$ deutlich oberhalb von $|\alpha_\ell| = 40^\circ$.

Wird für k_x ein Gewichtungsfaktor größer eins gewählt, so führt dies zu einer Minderbewertung der x-Komponente der Beschleunigung. Vergleicht man für $\alpha_q = 0^\circ$ das rechte Diagramm in Bild 4.8 mit dem rechten Diagramm in Bild 4.9, so stellt man fest, dass für das Erreichen eines Haftwertes von $\mu_{res} = 1,4$ bei einer Gewichtung mit $k_x = 1$ ein kleinerer Betrag des Winkels nötig ist als bei einer Gewichtung mit einem Faktor $k_x > 1$.

Da die Minderbewertung von Beschleunigungskomponenten ein Sicherheitsrisiko in sich birgt, sollte von Gewichtungsfaktoren $k_{x/y} > 1$ Abstand genommen werden. Bevor man einen Wert größer eins für einen der Gewichtungsfaktoren wählt, sollte man einen größeren Wert für das Limit der Haftwertausnutzung μ_{lim} in Erwägung ziehen.

Da, wie in Bild 4.8 für ein stehendes Fahrzeug gezeigt, das Auftreten von Längs- und Querneigung einer Fahrbahn zu Mindestwerten für die Haftwertausnutzung führt, sollte dies bei der Parameterwahl für die Berechnung eines Geschwindigkeitsprofils für eine Strecke oder einen Streckenabschnitt berücksichtigt werden. Es macht keinen Sinn, einen Wert für das Haftwertlimit festzulegen, der schon durch die Beschleunigungen, die aus der Längs- und Querneigung der Fahrbahn folgen, verletzt werden.

4.3.1 Eigenschaften der Gleichung für die Haftwertausnutzung

Im vorliegenden Kapitel wird die Gleichung zur Berechnung der Haftwertausnutzung im allgemeinen Fall (Gleichung 3.85) genauer untersucht:

$$\mu_{res} = \frac{\sqrt{\left(\frac{a_{x,res} + g \sin(\alpha_\ell)}{k_x}\right)^2 + \left(\frac{g \sin(\alpha_q) - \kappa v^2 \cos(\alpha_q)}{k_y}\right)^2}}{\sqrt{g^2 - (g \sin(\alpha_\ell))^2 - (g \sin(\alpha_q))^2 + \kappa v^2 \sin(\alpha_q)}}. \quad (\text{Gl. 3.85})$$

Zunächst soll der Gültigkeitsbereich dieser Gleichung ermittelt werden, die in Kapitel 3.8.2.1 hergeleitet wurde. Da in Gleichung 3.85 vektorielle Größen durch ihre Beträge repräsentiert werden, ist die Kenntnis über den Gültigkeitsbereich unerlässlich für die korrekte Anwendung. Hierzu wird zunächst der Wurzelausdruck im Nenner genauer untersucht. Für die Untersuchung wird allerdings das Quadrat der Gravitationsbeschleunigung g aus der Wurzel ausgeklammert und nicht in die Untersuchung mit einbezogen. Falls der sich dann ergebende Term unter der Wurzel ein negatives Ergebnis liefert, wird der Radikand mit -1 multipliziert und nach dem Radizieren wieder mit -1 multipliziert. Insgesamt wird der in Gleichung 4.21 gegebene und mit $f_{gz}(\alpha_\ell, \alpha_q)$ bezeichnete Term untersucht:

$$f_{gz}(\alpha_\ell, \alpha_q) = \begin{cases} +\sqrt{1 - (\sin(\alpha_\ell))^2 - (\sin(\alpha_q))^2} & \text{für } (1 - (\dots)^2 - (\dots)^2) \geq 0, \\ -\sqrt{1 - (\sin(\alpha_\ell))^2 - (\sin(\alpha_q))^2} & \text{für } (1 - (\dots)^2 - (\dots)^2) < 0. \end{cases} \quad (\text{Gl. 4.21})$$

Durch die Untersuchung des Terms in Gleichung 4.21 bleibt das Vorzeichen des Radikanden erhalten, und für positive Werte erhält man direkt einen Eindruck davon, wie groß der in z-Richtung wirkende Anteil der Gravitationsbeschleunigung in Abhängigkeit der Neigungswinkel α_ℓ und α_q ist. Wird der Term in Gleichung 4.21 zu null, so ist die Grenze für die Auswertbarkeit für ein stehendes Fahrzeug gefunden.

Bild 4.10 zeigt im linken Diagramm einen 3D-Plot der Funktion $f_{gz}(\alpha_\ell, \alpha_q)$ und im rechten Diagramm einen 2D-Plot der Funktion mit Isolinien. Die Funktion wurde für beide Diagramme im Winkelbereich $-90^\circ \leq \alpha_{\ell/q} \leq 90^\circ$ ausgewertet.

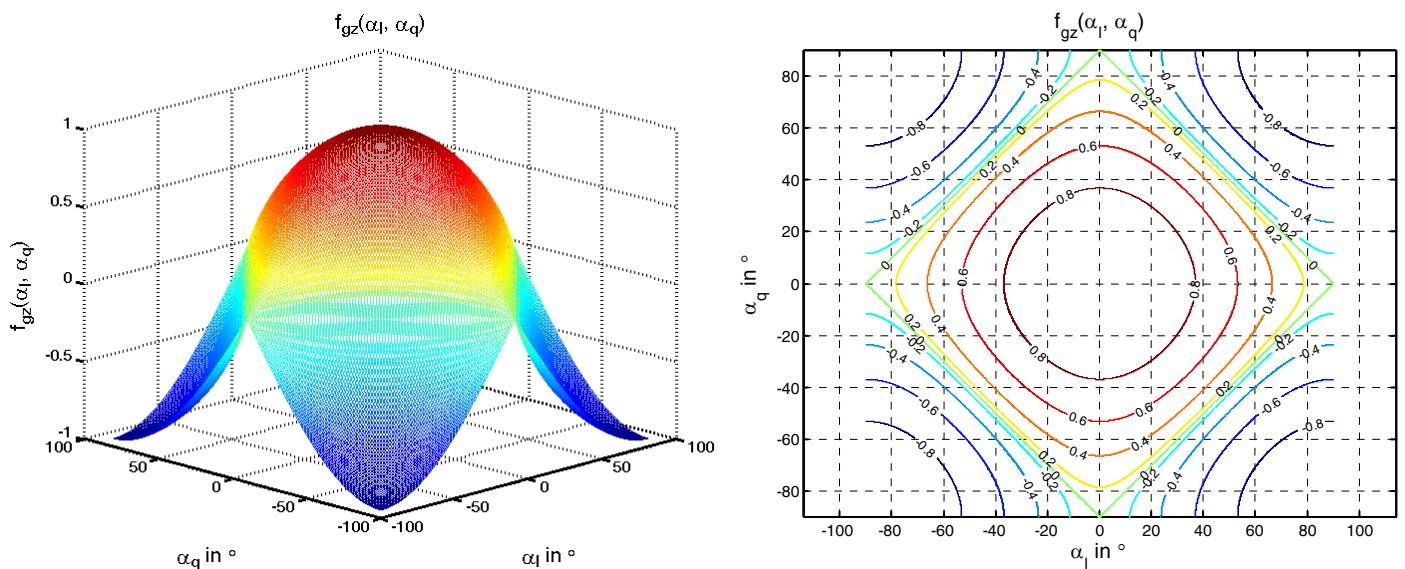


Bild 4.10: Auswertung von Gleichung 4.21 in einem Winkelbereich von $-90^\circ \leq \alpha_{\ell/q} \leq 90^\circ$, links als 3D-Plot und rechts als 2D-Plot mit Isolinien.

Aufgrund des Verlaufs der Isolinien im rechten Diagramm in Bild 4.10 wird angenommen, dass die Funktion $f_{gz}(\alpha_\ell, \alpha_q)$ auf Verbindungsgeraden zwischen den in Tabelle 4.3 aufgeführten Punktpaaren den Wert null annimmt. Wird eine Gerade durch die in den ersten beiden Spalten angegebenen Punkte gelegt, so ergibt sich die in der dritten Spalte angegebene Geradenfunktion. In der vierten Spalte der Tabelle ist eine Winkelfunktion angegeben, die den Sinus der Geradenfunktion als Cosinusfunktion ausdrückt.

Setzt man den rechten Teil der in der vierten Spalte gegebenen Winkelbeziehungen in die Funktion $f_{gz}(\alpha_\ell, \alpha_q)$ ein, so erhält man für alle vier Fälle den in Gleichung 4.22 gegebenen Ausdruck, der wegen $(\sin(\alpha_\ell))^2 + (\cos(\alpha_\ell))^2 = 1$ immer gleich null ist:

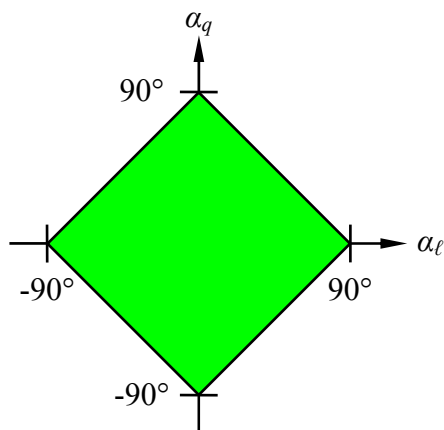
$$f_{gz}(\alpha_\ell, \alpha_{q, \text{null}, 1/2/3/4}) = \sqrt{1 - (\sin(\alpha_\ell))^2 - (\cos(\alpha_\ell))^2} = 0. \quad (\text{Gl. 4.22})$$

Punkt 1 der Geraden	Punkt 2 der Geraden	Geradenfunktion	Winkelbeziehung [37]
$\alpha_\ell = 0^\circ, \alpha_q = +90^\circ$	$\alpha_\ell = +90^\circ, \alpha_q = 0^\circ$	$\alpha_{q,null,1} = -\alpha_\ell + 90^\circ$	$\sin(-\alpha_\ell + 90^\circ) = \cos(\alpha_\ell)$
$\alpha_\ell = 0^\circ, \alpha_q = -90^\circ$	$\alpha_\ell = +90^\circ, \alpha_q = 0^\circ$	$\alpha_{q,null,2} = +\alpha_\ell - 90^\circ$	$\sin(+\alpha_\ell - 90^\circ) = -\cos(\alpha_\ell)$
$\alpha_\ell = 0^\circ, \alpha_q = -90^\circ$	$\alpha_\ell = -90^\circ, \alpha_q = 0^\circ$	$\alpha_{q,null,3} = -\alpha_\ell - 90^\circ$	$\sin(-\alpha_\ell - 90^\circ) = -\cos(\alpha_\ell)$
$\alpha_\ell = 0^\circ, \alpha_q = +90^\circ$	$\alpha_\ell = -90^\circ, \alpha_q = 0^\circ$	$\alpha_{q,null,4} = +\alpha_\ell + 90^\circ$	$\sin(+\alpha_\ell + 90^\circ) = \cos(\alpha_\ell)$

Tabelle 4.3: Punktepaare und die sich daraus ergebenden Geradenfunktionen, für die die Funktion $f_{gz}(\alpha_\ell, \alpha_q)$ den Wert null annimmt.

Damit ist gezeigt, dass die in Tabelle 4.3 aufgeführten Geradenfunktionen die in Gleichung 4.15 gegebene Funktion zu null werden lassen. Mit Hilfe der in Bild 4.10 gezeigten Funktionsplots und der in Tabelle 4.3 gegebenen Geradenfunktionen ist auch der Wertebereich für α_ℓ und α_q gefunden, in dem der in den Gleichungen 3.85 und 3.87 enthaltene Term

$a_{gz} = g \sqrt{1 - (\sin(\alpha_\ell))^2 - (\sin(\alpha_q))^2}$, also die in z-Richtung des Fahrzeugkoordinatensystems wirkenden Komponente der Gravitationsbeschleunigung, reelle Funktionswerte liefert. In Bild 4.11 ist dieser Wertebereich in der α_ℓ - / α_q -Ebene grün eingezeichnet. Ob der Rand dieses Bereichs zu gültigen Rechenergebnissen führt, hängt vom fahrdynamischen Zustand des Fahrzeugs ab.



Innerer Bereich inklusive begrenzender Funktionen:

$$-90^\circ + \alpha_\ell \leq \alpha_q \leq 90^\circ - \alpha_\ell \quad \text{für } \alpha_\ell \geq 0,$$

$$-90^\circ - \alpha_\ell \leq \alpha_q \leq 90^\circ + \alpha_\ell \quad \text{für } \alpha_\ell \leq 0.$$

Innerer Bereich ohne begrenzende Funktionen:

$$-90^\circ + \alpha_\ell < \alpha_q < 90^\circ - \alpha_\ell \quad \text{für } \alpha_\ell \geq 0,$$

$$-90^\circ - \alpha_\ell < \alpha_q < 90^\circ + \alpha_\ell \quad \text{für } \alpha_\ell \leq 0.$$

Bild 4.11: Wertebereich für α_ℓ und α_q , in dem der Term

$$a_{gz} = g \sqrt{1 - (\sin(\alpha_\ell))^2 - (\sin(\alpha_q))^2} \text{ reelle Funktionswerte liefert.}$$

Das Verhalten des gesamten Nennerterms von Gleichung 3.85 ist neben dem Term a_{gz} auch noch von der in z-Richtung des Fahrzeugkoordinatensystems wirkenden Komponente der Querschleunigung $a_{zfs} = \kappa v^2 \sin(\alpha_q)$ abhängig. Betrachtet man diese Komponente, die in Gleichung 4.23 entsprechend der mit ihr zusammenhängenden Kraft F_{zfs} , mit a_{zfs} bezeichnet ist, so erkennt man, dass das Vorzeichen dieses Terms vom Vorzeichen der Fahrbahnkrümmung κ und vom Vorzeichen der Fahrbahnseitenneigung α_q abhängt:

$$a_{zfs} = \kappa v^2 \sin(\alpha_q) \begin{cases} > 0 & \text{für } (\kappa > 0, \alpha_q > 0) \text{ oder } (\kappa < 0, \alpha_q < 0), \\ = 0 & \text{für } \kappa = 0 \text{ oder } v = 0 \text{ oder } \alpha_q = 0, \\ < 0 & \text{für } (\kappa > 0, \alpha_q < 0) \text{ oder } (\kappa < 0, \alpha_q > 0). \end{cases} \quad (\text{Gl. 4.23})$$

Für gleiche Vorzeichen von κ und α_q ist die Querschleunigungskomponente a_{zfs} positiv und für unterschiedliche Vorzeichen negativ. Ist einer der drei Faktoren null, verschwindet der Term.

Erweiternd zu Bild 4.11 wurden die Wertebereiche, in denen der Beschleunigungsterm a_{gz} reelle Ergebniswerte liefert, in Bild 4.12 zusätzlich eingefärbt. Die Einfärbung gibt das Vorzeichen der Querschleunigungskomponente a_{zfs} wieder. Da das Vorzeichen sowohl von α_q als auch von der Fahrbahnkrümmung κ abhängt, wurden die Fälle $\kappa > 0$ und $\kappa < 0$ unterschieden. Für positive Werte wurde die Farbe grün und für negative Werte die Farbe rot gewählt.

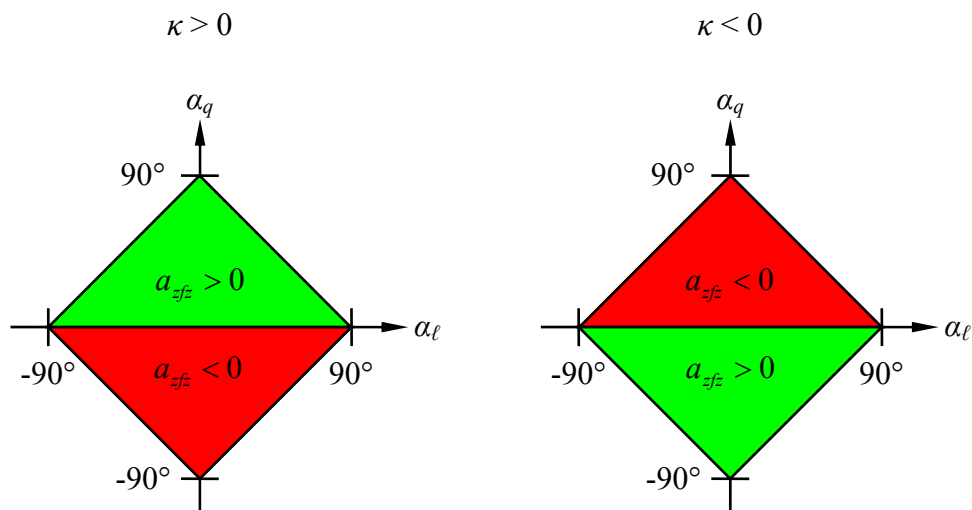


Bild 4.12: Einfluss der in z-Richtung des Fahrzeugkoordinatensystems wirkenden Komponente der Querschleunigung a_{zfs} auf den Nenner von Gleichung 3.85 in Abhängigkeit der Fahrbahnkrümmung κ .

Da der Nenner von Gleichung 3.85 reell und positiv sein muss, wird der auswertbare Bereich des Nennerterms in derjenigen Halbebene, in der der Beschleunigungsterm a_{zfz} negative Werte annimmt, verkleinert. In derjenigen Halbebene, in der die Querschleunigungskomponente a_{zfz} einen positiven Wert annimmt, vergrößert sich der in Bild 4.12 gegebene Gültigkeitsbereich nicht, da der Beschleunigungsterm a_{gz} nach wie vor reell sein muss.

In Bild 4.13 ist in beiden Diagrammen der Funktionsverlauf für den Nenner von Gleichung 3.85 in Abhängigkeit der Neigungswinkel α_ℓ und α_q abgebildet. Für den Plot der Diagramme wurde das Produkt aus Fahrbahnkrümmung κ und dem Quadrat der Fahrzeuggeschwindigkeit v als positive Konstante angenommen, die einem Viertel der Gravitationsbeschleunigung entspricht. Für beide Diagramme in Bild 4.13 gilt Gleichung 4.24:

$$a_{zfz} = \kappa v^2 \sin(\alpha_q) = \frac{1}{4} g \sin(\alpha_q). \quad (\text{Gl. 4.24})$$

Da in diesem Fall die Fahrbahnkrümmung κ positiv ist, ergibt sich der in Bild 4.12 links gezeigte Fall. Für positive Winkel α_q ergibt sich ein positiver und für negative Winkel α_q ergibt sich ein negativer Effekt für den Nennerterm von Gleichung 3.85.

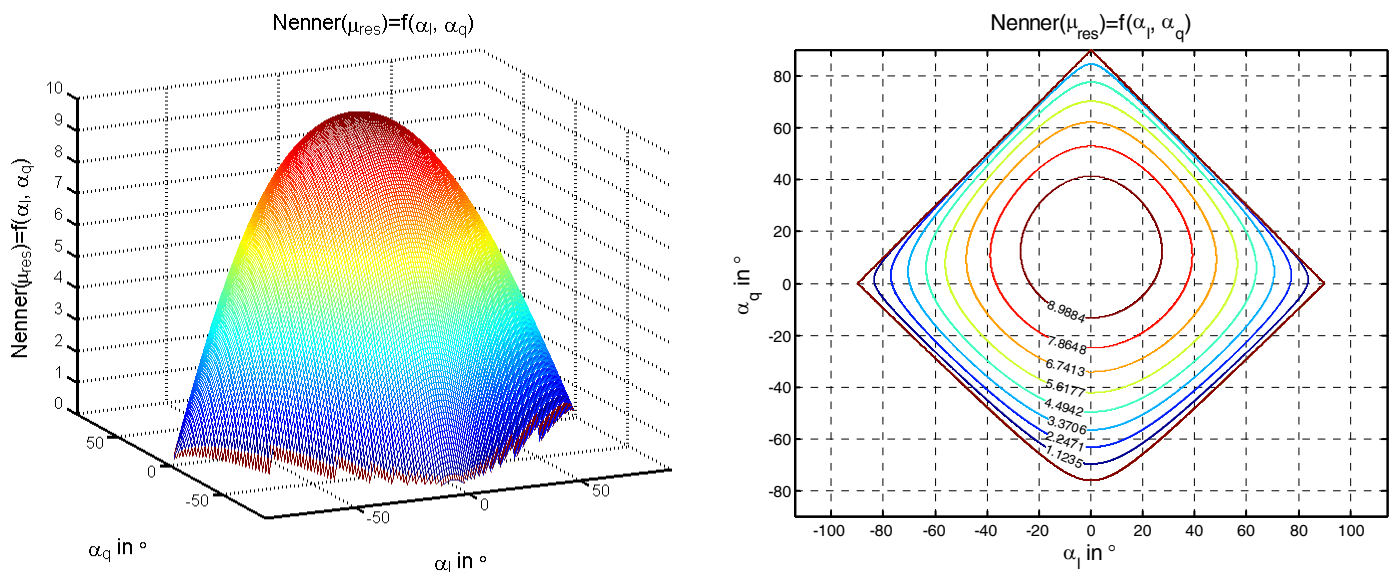


Bild 4.13: Plot des Nennerterms von Gleichung 3.85 in Abhängigkeit der Neigungswinkel α_ℓ und α_q mit der Wahl des Querschleunigungsterms entsprechend Gleichung 4.18.

Im rechten Diagramm in Bild 4.13 ist zu erkennen, dass sich durch Hinzufügen eines Terms für die Querschleunigungskomponente a_{zfz} eine bezüglich der α_q -Achse symmetrische Funktion ergibt. Das Maximum der Funktion verschiebt sich auf der α_q -Achse in Richtung positiver Werte von α_q .

Beide Diagramme enthalten weiterhin nur Funktionswerte größer null. Im rechten Diagramm von Bild 4.13 ist im Bereich negativer Werte von α_q zu erkennen, dass sich der Bereich, in dem sich positive und reelle Funktionswerte für den Nennerterm ergeben, gegenüber dem in Bild 4.11 angegebenen Bereich verkleinert hat. Beispielsweise ergibt die Nennerfunktion für den Punkt mit den Neigungswinkeln $\alpha_\ell = 0^\circ$ und $\alpha_q = -80^\circ$ einen negativen Funktionswert, der in beiden Diagrammen in Bild 4.13 nicht dargestellt ist, und liegt damit außerhalb des Bereichs, in dem die Gleichung anwendbar ist.

Die Kurvendiskussion der Nennerfunktion ergibt, dass sich die Position des Maximums für konstante Werte von α_ℓ an der durch Gleichung 4.25 gegebenen Position befindet:

$$\alpha_{q,max} = \arcsin \left[\frac{\kappa v^2}{\sqrt{g^2 + \kappa^2 v^4}} \cos(\alpha_\ell) \right]. \quad (\text{Gl. 4.25})$$

Die Koordinaten des echten Maximums sind durch Gleichung 4.26 gegeben. Dieses Ergebnis ist auch durch Gleichung 4.25 abgedeckt, sofern der Wert $\alpha_\ell = 0$ eingesetzt wird:

$$\alpha_{\ell,max} = 0^\circ, \quad \alpha_{q,max} = \arctan \left(\frac{\kappa v^2}{g} \right). \quad (\text{Gl. 4.26})$$

Die Kurvendiskussion der Nennerfunktion, die die in den Gleichungen 4.25 und 4.26 gegebenen Ergebnisse liefert, findet sich in Kapitel C.2.

Das Minimum der Haftwertausnutzung lässt sich durch zu null setzen der Beschleunigungs-komponenten im Nenner von Gleichung 3.85 ermitteln. Es gilt Gleichung 4.27:

$$a_{x,res} + g \sin(\alpha_{\ell,\mu,min}) = 0, \quad g \sin(\alpha_{q,\mu,min}) - \kappa v^2 \cos(\alpha_{q,\mu,min}) = 0. \quad (\text{Gl. 4.27})$$

Durch Auflösen der in Gleichung 4.27 gegebenen Gleichungen nach den Winkeln $\alpha_{\ell,\mu,min}$ und $\alpha_{q,\mu,min}$ ergibt sich die in Gleichung 4.28 gegebene Position des Minimums der Haftwertausnutzung:

$$\alpha_{\ell,\mu,min} = \arcsin \left(-\frac{a_{x,res}}{g} \right), \quad \alpha_{q,\mu,min} = \arctan \left(\frac{\kappa v^2}{g} \right). \quad (\text{Gl. 4.28})$$

Die in Gleichung 4.28 gegebene Beziehung für $\alpha_{q,\mu,min}$ findet Anwendung im folgenden Kapitel „Praktische Konsequenzen aus den Eigenschaften der Haftwertgleichung“.

4.3.2 Praktische Konsequenzen aus den Eigenschaften der Haftwertgleichung

Im vorhergehenden Kapitel wurden die Eigenschaften von Gleichung 3.85 aus der Sicht der Mathematik betrachtet. In diesem Kapitel liegt der Fokus auf den praktischen Auswirkungen, die sich aus den Eigenschaften der Gleichung ergeben. Hierfür wird die Kurvenfahrt eines Fahrzeugs in sechs Fällen bei unterschiedlichen, jeweils als konstant angenommenen Geschwindigkeiten betrachtet.

In den ersten drei betrachteten Fällen hat die Fahrbahn eine positive Krümmung von $\kappa = +1/100 \text{ m}^{-1}$, in den Fällen vier bis sechs hat die Fahrbahn eine negative Krümmung von $\kappa = -1/100 \text{ m}^{-1}$. In allen betrachteten Fällen wird die Geschwindigkeit des Fahrzeugs als konstant angenommen ($a_{x,res} = 0 \text{ m/s}^2$). Weiterhin werden die Gewichtungsfaktoren k_x und k_y jeweils gleich eins gewählt. Für jeden der in Tabelle 4.4 aufgeführten Fall werden die Längsneigungswinkel $\alpha_\ell = 0^\circ, 2^\circ, 4^\circ, 6^\circ, 8^\circ, 10^\circ, 12^\circ$ untersucht. Da die Fahrzeuggeschwindigkeit als konstant angenommen wird und in der Gleichung für die Haftwertausnutzung das Quadrat des Längsbeschleunigungsterms a_x gebildet wird, sind die sich ergebenden Funktionsverläufe für unterschiedliche Vorzeichen und gleiche Beträge von α_ℓ identisch. Zur Verdeutlichung sind die verwendeten Kombinationen von Querneigung und Krümmung für die Fälle eins bis drei in Bild 4.14 abgebildet.

	$\kappa = +1/100 \text{ m}^{-1}$	$\kappa = -1/100 \text{ m}^{-1}$
$\alpha_q = +6^\circ$	Fall 1, Bild 4.15	Fall 4, Bild C.2
$\alpha_q = 0^\circ$	Fall 2, Bild 4.16	Fall 5, Bild C.3
$\alpha_q = -6^\circ$	Fall 3, Bild 4.17	Fall 6, Bild C.4

Tabelle 4.4: Querneigungswerte für sechs unterschiedliche Kurven. Für jede der Kombinationen werden sieben Längsneigungswinkel untersucht.

Alle Fälle, denen eine positive Fahrbahnkrümmung zugrunde liegt, werden im vorliegenden Kapitel, und alle Fälle, denen eine negative Fahrbahnkrümmung zugrunde liegt, werden in Kapitel C.3 behandelt.

Da die geometrischen Verhältnisse vorgegeben sind, können durch Umstellen der in Gleichung 4.28 enthaltenen Bedingungen diejenigen Größen ermittelt werden, unter denen das Minimum der Haftwertausnutzung auftritt. Es ergeben sich die Gleichungen 4.29 und 4.30:

$$a_{x,res,\mu,min} = -g \sin(\alpha_\ell), \quad (\text{Gl. 4.29})$$

$$v_{\mu,min} = \sqrt{\frac{g}{\kappa} \tan(\alpha_q)} \quad \text{für} \quad \text{sgn}(\kappa) = \text{sgn}(\alpha_q). \quad (\text{Gl. 4.30})$$

Da die Fahrzeuggeschwindigkeit konstant und damit $a_{x,res} = 0 \text{ m/s}^2$ ist, ist die Bedingung in Gleichung 4.29 nur beim untersuchten Längsneigungswinkel $\alpha_\ell = 0^\circ$ erfüllt.

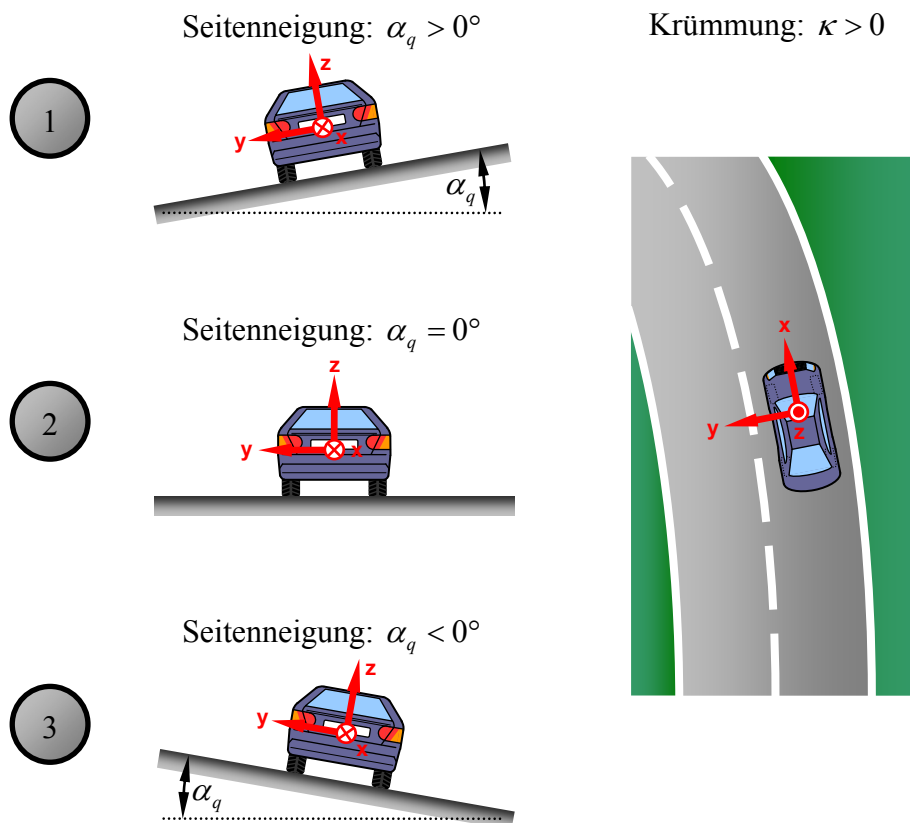


Bild 4.14: Untersuchte Kombinationen von Seitenneigungen und Krümmung in den Fällen eins bis drei.

Die zweite Bedingung in Gleichung 4.30 ist, wie hinter der Gleichung angegeben, nur bei gleichen Vorzeichen der Fahrbahnkrümmung κ und der Seitenneigung α_q gültig. Ist diese Bedingung erfüllt und wird die Kurve mit der Geschwindigkeit $v_{\mu, \min}$ durchfahren, so kompensiert die in y-Richtung wirkende Zentrifugalkraft gerade die in y-Richtung wirkende Gravitationsbeschleunigung, und der Querschleunigungsterm in der Gleichung für die Haftwertnutzung wird zu null. Nur für die ersten beiden betrachteten Fälle ist die Bedingung zur Verwendung von Gleichung 4.30 erfüllt. Setzt man die gegebenen Zahlenwerte für den ersten Fall in Gleichung 4.30 ein, so ergibt sich Gleichung 4.31:

$$v_{\mu, \min} = \sqrt{\frac{g}{\kappa} \tan(\alpha_q)} = \sqrt{\frac{9,81}{0,01} \tan\left(\frac{\pi}{30}\right) \frac{m^2}{s^2}} \approx 10,154 \frac{m}{s}. \quad (\text{Gl. 4.31})$$

Für den zweiten Fall ergibt sich für $v_{\mu, \min}$ ein Wert von $v_{\mu, \min} = 0 \text{ m/s}$, da die Querneigung der Fahrbahn null ist ($\alpha_q = 0^\circ$).

In Bild 4.15 sind die Verläufe Haftwertnutzung für eine positive Fahrbahnquerneigung von $\alpha_q = +6^\circ$, was einer zur Kurvenmitte hin abfallenden Fahrbahn entspricht, und die in der Legende angegebenen Fahrbahnlängsneigungen als Funktion der Fahrzeuggeschwindigkeit v abgebildet. Da in diesem Fall die Fahrbahnkrümmung κ und die Fahrbahnseitenneigung α_q gleiche Vorzeichen aufweisen, nimmt die Haftwertausnutzung für die Geschwindigkeit $v_{\mu, min}$ ein Minimum an, da der Querbeschleunigungsterm des Zählers von Gleichung 3.85 zu null wird. Wird zusätzlich noch der Term für die Längsbeschleunigung a_x zu null, was für konstante Geschwindigkeiten nur für eine Fahrbahnlängsneigung von $\alpha_l = 0^\circ$ der Fall ist, so nimmt die resultierende Haftwertausnutzung bei der Geschwindigkeit $v_{\mu, min}$ insgesamt den Wert null an.

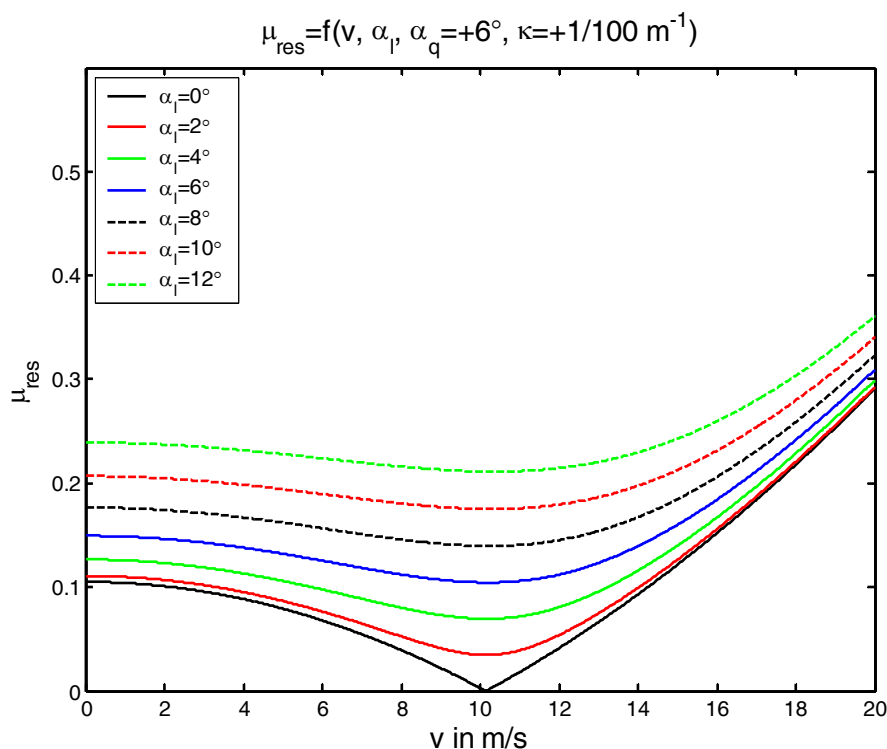


Bild 4.15: Plot der Haftwertausnutzung als Funktion der Fahrzeuggeschwindigkeit v für den ersten Fall. Die Fahrbahnquerneigung beträgt $\alpha_q = +6^\circ$ bei einem positiven Krümmungswert, was einer zur Kurvenmitte hin abfallenden Fahrbahn entspricht.

Das Diagramm in Bild 4.16 zeigt den Verlauf der Haftwertnutzung für eine Fahrbahn ohne Querneigung ($\alpha_q = 0^\circ$) als Funktion der Fahrzeuggeschwindigkeit v . Die Verläufe sind ebenfalls wieder für unterschiedliche, als konstant angenommene Fahrbahnlängsneigungen abgebildet. Entsprechend Gleichung 4.30 liegt das Minimum der Kurven bei einem Wert von $v_{\mu, \min} = 0 \text{ m/s}$. Nur für eine Fahrbahnlängsneigung von $\alpha_\ell = 0^\circ$ und ein stillstehendes Fahrzeug nimmt die Haftwertnutzung einen Wert von $\mu_{res} = 0$ an. Andere Werte für den Längsneigungswinkel bei konstanter Fahrzeuggeschwindigkeit sorgen für einen höheren Minimalwert des Haftwertverlaufs.

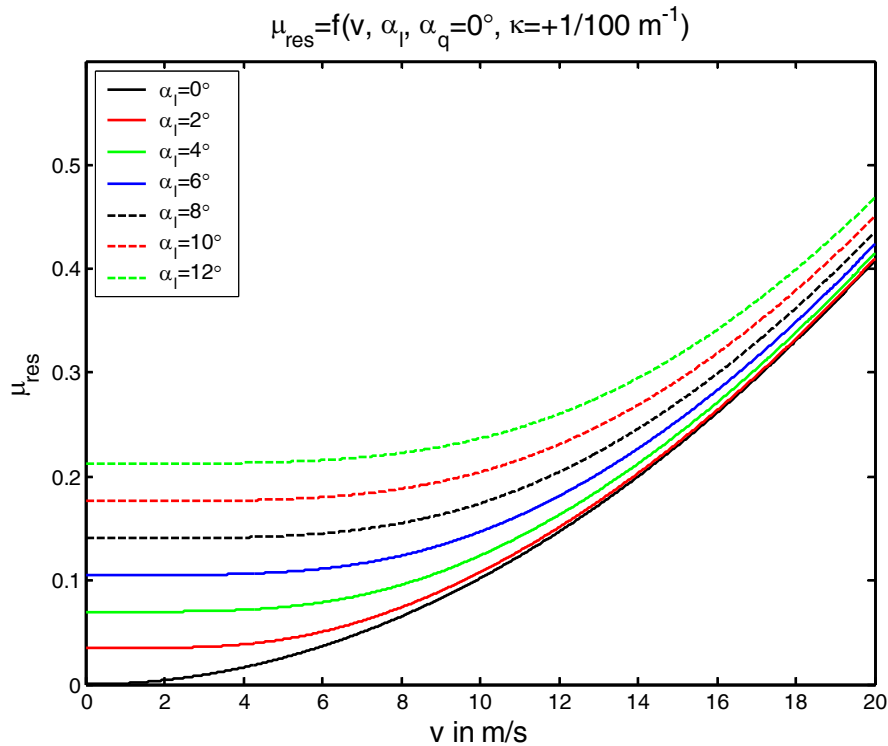


Bild 4.16: Plot der Haftwertausnutzung als Funktion der Fahrzeuggeschwindigkeit v für den zweiten Fall. Die Fahrbahn hat keine Querneigung ($\alpha_q = 0^\circ$).

Im Dritten der untersuchten Fälle hat die Fahrbahn eine Querneigung von $\alpha_q = -6^\circ$, was einer zur Kurvenaußenseite hin abfallenden Fahrbahn entspricht. Das Diagramm in Bild 4.17 zeigt die sich für diesen Fall ergebenden Verläufe der Haftwertausnutzung als Funktion der Fahrzeuggeschwindigkeit. Die zu Ungunsten der Fahrdynamik geneigte Fahrbahn sorgt, selbst wenn die Längsneigung der Fahrbahn null ist, für ein Offset der Haftwertnutzung von $\mu_{res} > 0,1$. Das sich bei einer Fahrzeuggeschwindigkeit von $v = 0 \text{ m/s}$ ergebende Minimum ist demzufolge ein Randminimum des Verlaufs der Haftwertausnutzung.

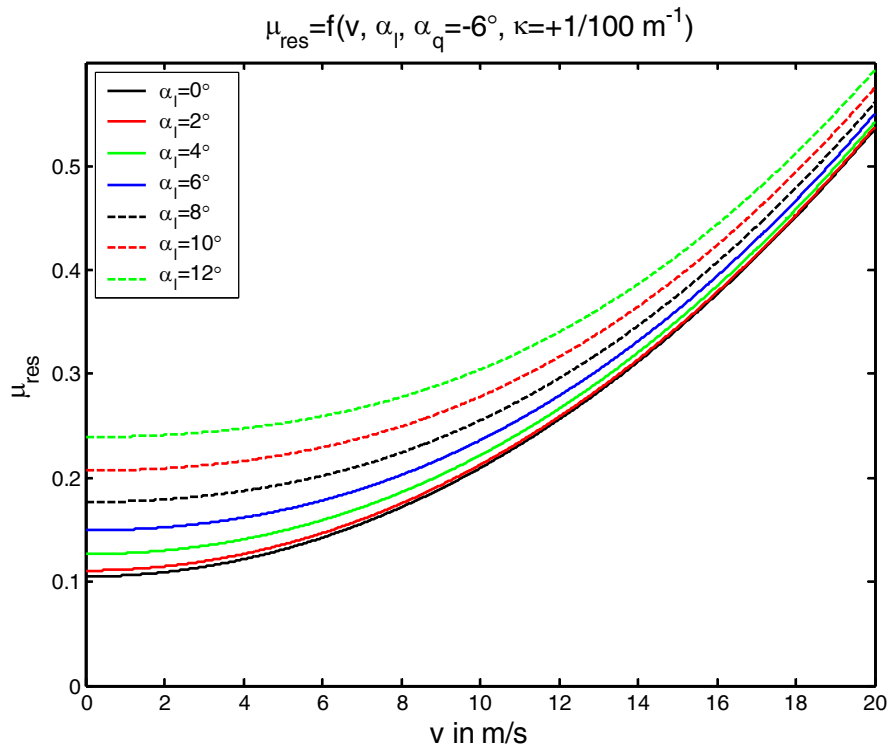


Bild 4.17: Plot der Haftwertausnutzung als Funktion der Fahrzeuggeschwindigkeit v für den dritten Fall. Die Fahrbahnquerneigung beträgt $\alpha_q = -6^\circ$ bei einem positiven Krümmungswert, was einer zum Kurvenäußeren hin abfallenden Fahrbahn entspricht.

4.3.3 Ergebniswerte der Gleichung für das Quadrat der Geschwindigkeit

Für den Aufbau des Geschwindigkeitsprofils ist eine Gleichung, die als Ergebniswert das Quadrat der Geschwindigkeit bei Vorgabe eines Haftwertlimits liefert, einfacher zu handhaben als die Gleichung für die Haftwertausnutzung selbst. Aus diesem Grund wurde Gleichung 3.87 hergeleitet.

In Gleichung 3.87 wird eine Fallunterscheidung hinsichtlich des Vorzeichens der Fahrbahnkrümmung vorgenommen. Diese Unterscheidung wird im vorliegenden Kapitel zunächst nicht vorgenommen und für beide Fälle jeweils eine eigene Gleichung, die Gleichungen 4.32 und 4.33 definiert. Für die Gleichungen 4.32 und 4.33 gelten die in Gleichung 4.34 aufgeführten Abkürzungen:

$$v^2 = \frac{1}{\kappa} \left(-\frac{p}{2} - \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q} \right), \quad (\text{Gl. 4.32})$$

$$v^2 = \frac{1}{\kappa} \left(-\frac{p}{2} + \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q} \right) \quad (\text{Gl. 4.33})$$

$$\text{mit } p = 2 \frac{k_x^2 \sin(\alpha_q) (k_y^2 \mu_{res}^2 a_{gz} + g \cos(\alpha_q))}{k_x^2 (k_y^2 \mu_{res}^2 (\sin(\alpha_q))^2 - (\cos(\alpha_q))^2)},$$

$$q = \frac{k_x^2 k_y^2 \mu_{res}^2 a_{gz}^2 - k_y^2 a_x^2 - k_x^2 g^2 (\sin(\alpha_q))^2}{k_x^2 (k_y^2 \mu_{res}^2 (\sin(\alpha_q))^2 - (\cos(\alpha_q))^2)},$$

(Gl. 4.34)

$$a_{gz} = \sqrt{g^2 - (g \sin(\alpha_\ell))^2 - (g \sin(\alpha_q))^2}$$

$$\text{und } a_x = a_{x,res} + g \sin(\alpha_\ell).$$

Um eine Bewertung der Berechnungsergebnisse dieser beiden Gleichungen vornehmen zu können, werden die Rechenergebnisse der Gleichungen 4.32 und 4.33 für mehrere Kurven mit den Ergebnissen des vorangegangenen Abschnitts verglichen. Insgesamt werden die in Tabelle 4.5 aufgeführten Kombinationsmöglichkeiten von Krümmungen und Querneigungen untersucht. Die getroffenen Zuordnungen von Krümmungswerten und Querneigungen zu den Fallnummern entsprechen denen des vorangegangenen Abschnitts, wodurch die Bilder 4.14 und C.1 wieder zur Verdeutlichung des jeweils untersuchten Falls herangezogen werden können. Die Anzahl der pro Fall untersuchten Längsneigungswerte wurde im Vergleich zum vorangegangenen Abschnitt auf die zwei Werte $\alpha_{\ell,1} = 0^\circ$ und $\alpha_{\ell,2} = +6^\circ$ reduziert.

	$\kappa = +1/100 \text{ m}^{-1}$	$\kappa = -1/100 \text{ m}^{-1}$
$\alpha_q = +6^\circ$	Fall 1, Tabelle 4.6, Bild 4.18	Fall 4, Tabelle C.1, Bild C.5
$\alpha_q = 0^\circ$	Fall 2, Tabelle 4.7, Bild 4.19	Fall 5, Tabelle C.2, Bild C.6
$\alpha_q = -6^\circ$	Fall 3, Tabelle 4.8, Bild 4.20	Fall 6, Tabelle C.3, Bild C.7

Tabelle 4.5: Zuordnung der Fälle zu den untersuchten Kombinationen von Krümmung und Fahrbahnquerneigung.

Für alle untersuchten Fälle wird die Fahrzeuggeschwindigkeit wie im vorangehenden Kapitel als konstant angenommen ($a_{x,res} = 0 \text{ m/s}^2$). Für das Limit der Haftwertausnutzung werden die beiden Werte $\mu_{lim,1} = 0,075$ und $\mu_{lim,2} = 0,125$ vorgegeben. Die Fälle mit positiver Fahrbahnkrümmung werden in diesem Kapitel betrachtet, diejenigen mit negativer Fahrbahnkrümmung in Kapitel C.4. Zunächst werden alle Fälle betrachtet, am Ende des Kapitels erfolgt die Zusammenfassung und Auswertung.

Im ersten betrachteten Fall beträgt die Fahrbahnkrümmung $\kappa = +1/100 \text{ m}^{-1}$ und die Querneigung der Fahrbahn $\alpha_q = +6^\circ$, was einer zur Kurvenmitte hin abfallenden Fahrbahn entspricht. Für den ersten Fall sind die Ergebniswerte der Gleichungen 4.32 und 4.33 für die jeweils vorgegebenen Werte in Tabelle 4.6 aufgeführt. Die Spalte ganz rechts enthält den Minimalwert des Verlaufs der Haftwertnutzung für den jeweiligen Längsneigungswinkel. In Bild 4.18 sind die Haftwertverläufe für einen Fahrbahnverlauf mit positiver Seitenneigung von $\alpha_q = +6^\circ$ und die Längsneigungswinkel $\alpha_{\ell,1,2} = 0^\circ, +6^\circ$ mit durchgezogenen Linien aufgetragen. Die beiden vorgegebenen Limits für die Haftwertausnutzung $\mu_{lim,1} = 0,075$ und $\mu_{lim,2} = 0,125$ sind mit rot gepunkteten oder gestrichelten Linien parallel zur Abszisse eingetragen. Die durch Gleichung 4.32 und 4.33 berechneten Geschwindigkeitswerte sind in Bild 4.18 mit Linien parallel zur Ordinate aufgetragen. Die Schnittpunkte dieser Linien mit den jeweils angesetzten Werten für das Haftwertlimit sind erwartungsgemäß Punkte der Verläufe für die Haftwertausnutzung als Funktion der Fahrzeuggeschwindigkeit. Miteinander korrespondierende Punkte sind mit einer grün hinterlegten Nummer versehen.

v^2 in $\frac{m^2}{s^2}$	$\mu_{lim,1} = 0,075$		$\mu_{lim,2} = 0,125$		$\min(\mu_{res})$
	Gl. 4.32	Gl. 4.33	Gl. 4.32	Gl. 4.33	
$\alpha_{\ell,1} = 0^\circ$	29,301 (1)	178,086 (2)	-19,265	228,737 (5)	0
$\alpha_{\ell,2} = +6^\circ$	komplex	komplex	37,086 (3)	172,368 (4)	0,1045

Tabelle 4.6: Ergebniswerte von Gleichung 4.32 und 4.33 für eine Kurve mit positiver Krümmung und einer Querneigung von $\alpha_q = +6^\circ$ für die vorgegebenen Werte.

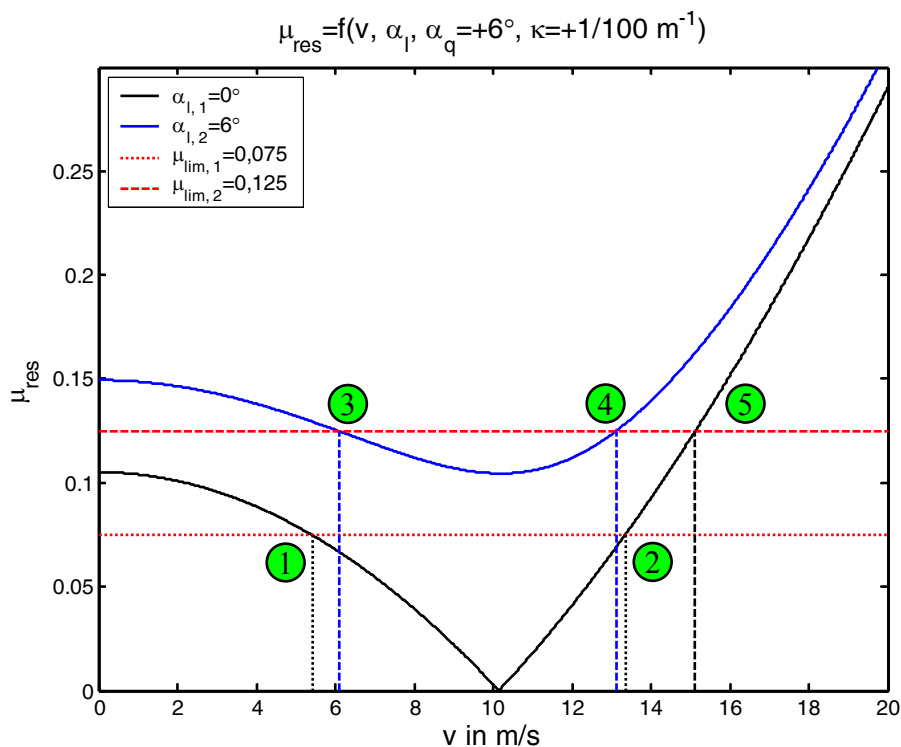


Bild 4.18: Vergleich der mit Hilfe von Gleichung 4.32 und 4.33 berechneten Ergebnisse mit den Verläufen der Haftwertausnutzung für einen Fahrbahnverlauf mit positiver Krümmung und einer positiven Seitenneigung von $\alpha_q = +6^\circ$.

Im zweiten Fall wird eine Fahrbahn ohne Querneigung ($\alpha_q = 0^\circ$) betrachtet. Die Fahrbahnkrümmung beträgt wie im ersten Fall wieder $\kappa = +1/100 \text{ m}^{-1}$. Die Ergebnisse von Gleichung 4.32 und 4.33 sind für diesen Fall in Tabelle 4.7 zu finden. Die Spalte ganz rechts enthält auch für diesen Fall die Minimalwerte der Haftwertausnutzung als Funktion der Geschwindigkeit. Der prinzipielle Aufbau des Diagramms in Bild 4.19 entspricht dem Aufbau des Diagramms in Bild 4.18. Die Schnittpunkte der berechneten Geschwindigkeiten mit den zugehörigen Haftwertlimits sind auch hier erwartungsgemäß Punkte der Verläufe für die Haftwertausnutzung als Funktion der Fahrzeuggeschwindigkeit. Miteinander korrespondierende Punkte sind wieder mit grün hinterlegten Nummern versehen.

v^2 in $\frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}$	$\mu_{lim,1} = 0,075$		$\mu_{lim,2} = 0,125$		$\min(\mu_{res})$
	Gl. 4.32	Gl. 4.33	Gl. 4.32	Gl. 4.33	
$\alpha_{\ell,1} = 0^\circ$	-73,575	73,575 (6)	-122,625	122,625 (8)	0
$\alpha_{\ell,2} = +6^\circ$	komplex	komplex	-66,012	66,012 (7)	0,1051

Tabelle 4.7: Ergebniswerte von Gleichung 4.32 und 4.33 für eine Kurve ohne Querneigung ($\alpha_q = 0^\circ$) für die vorgegebenen Werte.

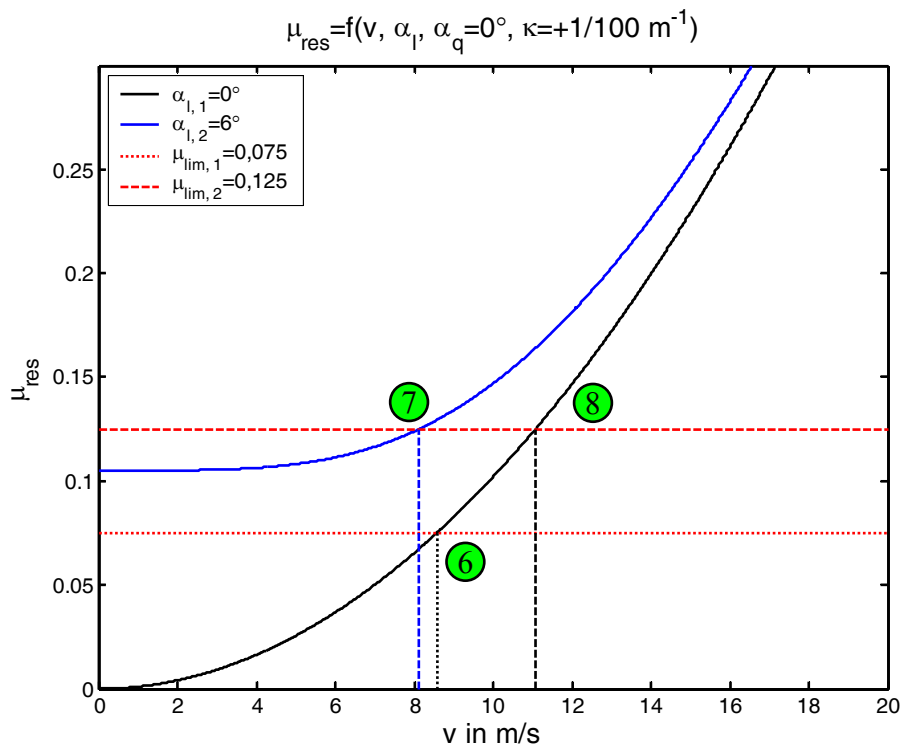


Bild 4.19: Vergleich der mit Hilfe von Gleichung 4.32 und 4.33 berechneten Ergebnisse mit den Verläufen der Haftwertausnutzung für einen Fahrbahnverlauf mit positiver Krümmung und ohne Seitenneigung ($\alpha_q = 0^\circ$).

Der dritte Fall betrachtet eine Fahrbahn mit einer Fahrbahnkrümmung von $\kappa = +1/100 \text{ m}^{-1}$ und einer Querneigung von $\alpha_q = -6^\circ$, was einer zur Außenseite hin abfallenden Fahrbahn entspricht. Die Ergebniswerte der Gleichungen 4.32 und 4.33 für die jeweils vorgegebenen Werte sind in Tabelle 4.8 aufgeführt. Die Spalte ganz rechts enthält auch für diesen Fall die Minimalwerte der Haftwertausnutzung als Funktion der Geschwindigkeit. Der prinzipielle Aufbau des Diagramms in Bild 4.20 entspricht dem Aufbau der beiden vorherigen Diagramme. Der Schnittpunkt der berechneten Geschwindigkeit mit dem zugehörigen Haftwertlimit ist erwartungsgemäß Punkt eines Funktionsverlaufs.

v^2 in $\frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}$	$\mu_{lim,1} = 0,075$		$\mu_{lim,2} = 0,125$		$\min(\mu_{res})$
	Gl. 4.32	Gl. 4.33	Gl. 4.32	Gl. 4.33	
$\alpha_{\ell,1} = 0^\circ$	-178,086	-29,301	-228,737	19,265 (9)	0,1051
$\alpha_{\ell,2} = +6^\circ$	komplex	komplex	-172,368	-37,086	0,1495

Tabelle 4.8: Ergebniswerte von Gleichung 4.32 und 4.33 für eine Kurve mit positiver Krümmung und einer Querneigung von $\alpha_q = -6^\circ$ für die vorgegebenen Werte.

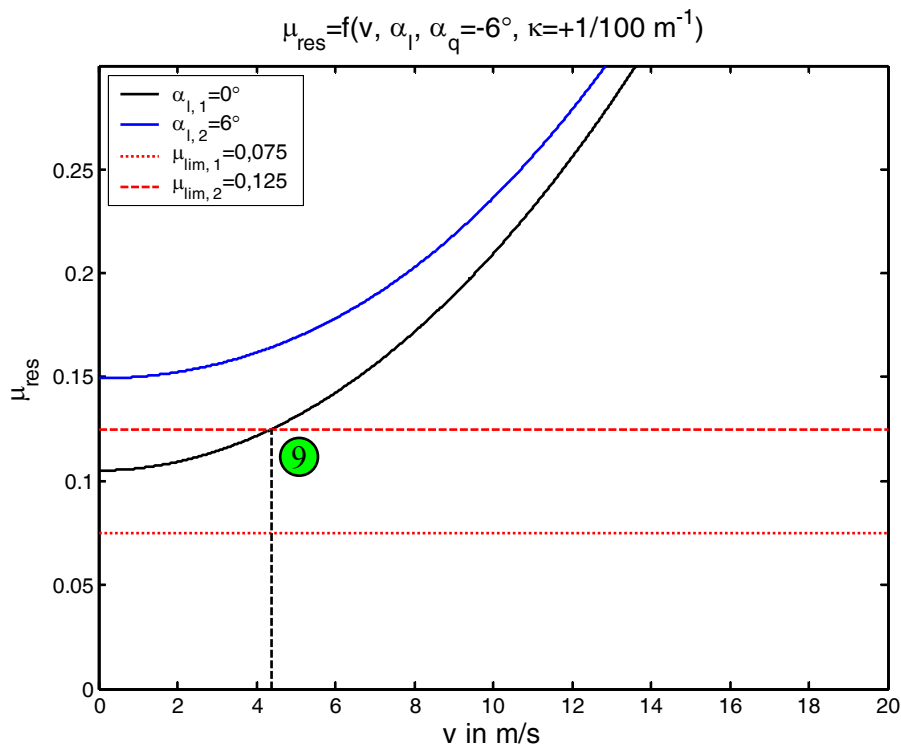


Bild 4.20: Vergleich der mit Hilfe von Gleichung 4.32 und 4.33 berechneten Ergebnisse mit den Verläufen der Haftwertausnutzung für einen Fahrbahnverlauf mit positiver Krümmung und einer negativen Seitenneigung von $\alpha_q = -6^\circ$.

Betrachtet man sämtliche Fälle, so können die Ergebnisse wie folgt zusammengefasst werden:

- Ist das Ergebnis der Gleichungen für v^2 reell und negativ oder komplex, was einer imaginären oder komplexen Geschwindigkeit entsprechen würde, so gibt es für die vorgegebenen Zahlenwerte keine verwertbare Lösung.
- Ist das Ergebnis von Gleichung 4.32 oder 4.33 reell und positiv, so liegt ein verwertbares Rechenergebnis vor.

Sofern verwertbare Ergebnisse vorliegen, ist Tabelle 4.9 zu entnehmen, welche der beiden Gleichungen das gewünschte Ergebnis liefert. Hierbei wurde vorausgesetzt, dass der Fahrer die Kurve so schnell wie möglich durchfahren will. Sofern also zwei Ergebnisse vorlagen, wurde der größere der beiden Geschwindigkeitswerte ausgewählt.

Gewünschtes Rechenergebnis ergibt sich aus ...	Fahrbahnkrümmung $\kappa > 0$	Fahrbahnkrümmung $\kappa < 0$
es liegt ein verwertbares Rechenergebnis vor	Gleichung 4.33	Gleichung 4.32
es liegen zwei verwertbare Rechenergebnisse vor	Gleichung 4.33 (größerer der beiden Werte)	Gleichung 4.32 (größerer der beiden Werte)

Tabelle 4.9: Übersicht über die Anzahl der verwertbaren Rechenergebnisse, die zugrunde liegenden Bedingungen und die Gleichung, die das gewünschte Ergebnis liefert.

Die Untersuchung zeigt, dass die in Gleichung 3.87 getroffene Wahl für das Vorzeichen des Wurzelterms in Abhängigkeit der Straßenkrümmung κ korrekt ist.

Bei der Wahl des Haftwertlimits sollte darauf geachtet werden, dass der gewählte Wert zunächst einmal überhaupt zu einem verwertbaren Ergebnis führt. Dies ist zum Beispiel im dritten untersuchten Fall deutlich zu erkennen. Die für die Fahrdynamik ungünstig quer geneigte Fahrbahn sorgt hier, selbst bei einer Fahrbahn ohne Längsneigung, für einen Minimalwert der μ -Werte von 0,1051. Wird ein Limitwert unterhalb dieses Mindestwertes angesetzt, so ergibt sich logischerweise kein positives reelles beziehungsweise verwertbares Ergebnis.

Als Nächstes wird der erste untersuchte Fall mit einer Fahrbahnlängsneigung von $\alpha_\ell = 0^\circ$ betrachtet. Wird hier als Limit für die Haftwertausnutzung $\mu_{lim,1} = 0,075$ angesetzt, so ergeben sich bei der Auswertung der Gleichungen zwei positive reelle Lösungswerte. Das vorgegebene Haftwertlimit wird nur im Intervall zwischen den mit (1) und (2) gekennzeichneten Geschwindigkeitswerten eingehalten. Selbst für den Geschwindigkeitswert $v = 0 \text{ m/s}$ wird das eigentlich gewünschte Haftwertlimit überschritten. Da bei der Geschwindigkeit null keinerlei Zentrifugalkräfte wirken, wird die Haftwertausnutzung, die sich für ein stehendes Fahrzeug ergibt, durch die Längs- und Querneigung der Fahrbahn hervorgerufen. Auf dieses Phänomen wurde bereits am Anfang des Kapitels 4.3 hingewiesen. In einem solchen Fall sollte das Haftwertlimit so hoch gewählt werden, dass sich nur eine Lösungsmöglichkeit ergibt, zum Beispiel ein Haftwertlimit von $\mu_{lim,2} = 0,125$. Wird dieser Wert für das Haftwertlimit verwendet, so ergibt sich der mit (5) gekennzeichnete Geschwindigkeitswert als einzige positive reelle Lösung. Wird eine derartige Wahl getroffen, so ist das gewünschte Haftwertkriterium auch für alle Geschwindigkeiten von null bis zum berechneten Wert erfüllt. Eine derartige Wahl des Haftwertlimits ist auch für das Funktionieren des Geschwindigkeitsprofils für mehrere, sich gegenseitig beeinflussende Kurven wichtig. Bei der Überprüfung der gegenseitigen Einflussnahme wird vorausgesetzt, dass das Haftwertlimit im Geschwindigkeitsbereich von null bis zur jeweiligen Geschwindigkeit eingehalten oder unterschritten wird.

Die Berücksichtigung der Längs- und Querneigung der zu befahrenden Strecke oder des zu befahrenden Streckenabschnitts ist also eine wichtige Voraussetzung für die Festlegung des Haftwertlimits für Gleichung 3.87.

4.3.4 Weitere Eigenschaften der Gleichungen für das Quadrat der Geschwindigkeit

Um das Verhalten der Gleichung für das Quadrat der Geschwindigkeit besser abschätzen zu können, wurde der mit „ p “ abgekürzte Term von Gleichung 3.87 genauer untersucht. Details dieser Untersuchung finden sich in Kapitel C.5.

4.4 Eine Möglichkeit für die Festlegung der Warnstufen für ein Warnsystem

In diesem Kapitel wird ein Kriterium vorgestellt, an dem sich die Intensitätsstufen eines Warnsignals, das den Fahrer vor überhöhter Geschwindigkeit vor einer Kurve warnen soll, orientieren können.

Zunächst werden drei verschiedene Szenarien für die Einfahrt in eine Kurve betrachtet. Für diese drei Fälle sind im linken Diagramm in Bild 4.21 die Geschwindigkeitsprofile und im rechten Diagramm die sich aus den Geschwindigkeitsverläufen ergebenden Verläufe der Haftwertausnutzung abgebildet. Die drei untersuchten Fälle unterscheiden sich nur im Endpunkt des Bremsweges (Wegpunkt s_2).

Für den Fall, dass der Endpunkt des Bremsweges genau dem berechneten Wert s_2 entspricht, wird bei der Kurveneinfahrt genau das angesetzte Haftwertlimit μ_{lim} erreicht. Wird der Wegpunkt s_2 in Richtung kleinerer Werte von s verschoben, so wird das festgelegte Haftwertlimit bei der Kurveneinfahrt nicht erreicht. Liegt der Endpunkt des Bremsweges bei $s_2 + \Delta s_2$, also einem Wegpunkt, der näher an der Kurve liegt, so wird das Haftwertlimit überschritten. Dieser Fall ist der kritische der drei Fälle und wird im Folgenden genauer betrachtet.

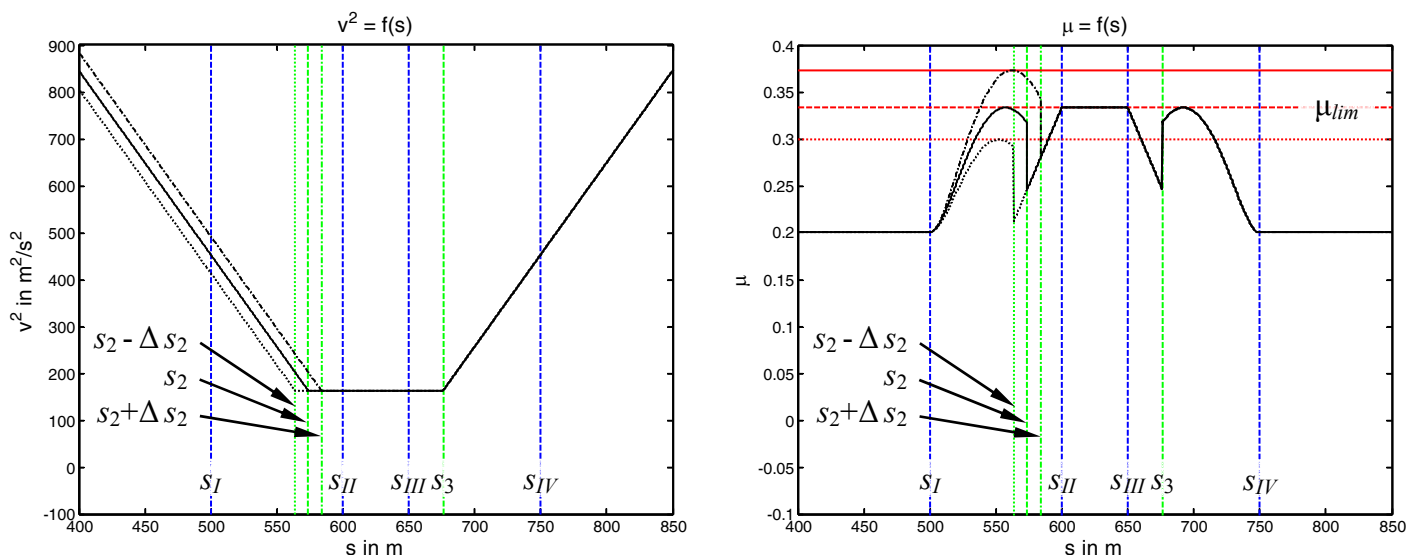


Bild 4.21: Linkes Diagramm: Geschwindigkeitsprofile mit unterschiedlichen Werten für den Endpunkt des Bremsweges: $s_2 - \Delta s_2$, s_2 und $s_2 + \Delta s_2$.
 Rechtes Diagramm: Verläufe der Haftwertausnutzung, die sich jeweils für die einzelnen Geschwindigkeitsverläufe ergeben.

Dem Versatz des Endpunktes des Bremsweges kann also durch die Berechnung des zugehörigen Haftwertverlaufs ein Faktor, der im folgenden Text mit k_μ bezeichnet wird, zugewiesen werden, der beschreibt, um wie viel das Maximum des Haftwertverlaufs das gesetzte Limit oder einen anderen Bezugswert unter- oder überschreitet. Bei Geschwindigkeitsprofilen, bei denen die maximale Kurvengeschwindigkeit aufgrund gegenseitiger Beeinflussung reduziert wurde, kann statt des Haftwertlimits auch das Maximum des Haftwertverlaufs, der bei Einhaltung des vorgesehenen Geschwindigkeitsprofils, erreicht wird, als Bezugswert verwendet werden.

Weiterhin wird angenommen, dass der Verzögerungsvorgang vor der Kurve grundsätzlich mit der für die jeweilige Kurve angepassten Verzögerung $a_{decel,adj}$, die bei Vorliegen des ebenen Falls der festgelegten Verzögerung a_{decel} entspricht, durchgeführt wird. Hierdurch ergeben sich die im linken Diagramm in Bild 4.21 parallel verlaufenden Geschwindigkeitsverläufe für die Bremsvorgänge. Da sich der zuvor berechnete Faktor k_μ aber auf den Wegversatz Δs_2 bezieht, kann sämtlichen Geschwindigkeitsverläufen vor der Kurve dieser Faktor, der ein Maß für das Gefahrenpotenzial bei zu hoher Geschwindigkeit ist, zugeordnet werden.

Der noch fehlende Zusammenhang zwischen einer Geschwindigkeitsüberschreitung für den aktuellen Wegpunkt und dem Wegversatz Δs_2 wird nun hergeleitet. Bild 4.22 zeigt das zu der folgenden Beschreibung gehörende Diagramm. Das zum Wegpunkt s_2 gehörende Geschwindigkeitsprofil, das für die Einhaltung des Haftwertlimits sorgt, ist in Bild 4.22 schwarz eingezeichnet. Das Geschwindigkeitsprofil, welches zur Überschreitung des Haftwertlimits führt, ist rot eingezeichnet. Die aktuelle Position des Fahrzeugs s_{ist} gilt als bestimmt. Weiterhin ist die zur aktuellen Position s_{ist} gehörende Geschwindigkeitsempfehlung v_{soll} aus dem Geschwindigkeitsprofil bekannt. Die aktuelle Geschwindigkeit des Fahrzeugs v_{ist} ist ebenfalls bekannt. Der Überschreitungsfaktor k_μ als Funktion des Wegversatzes Δs_2 ist auch gegeben.

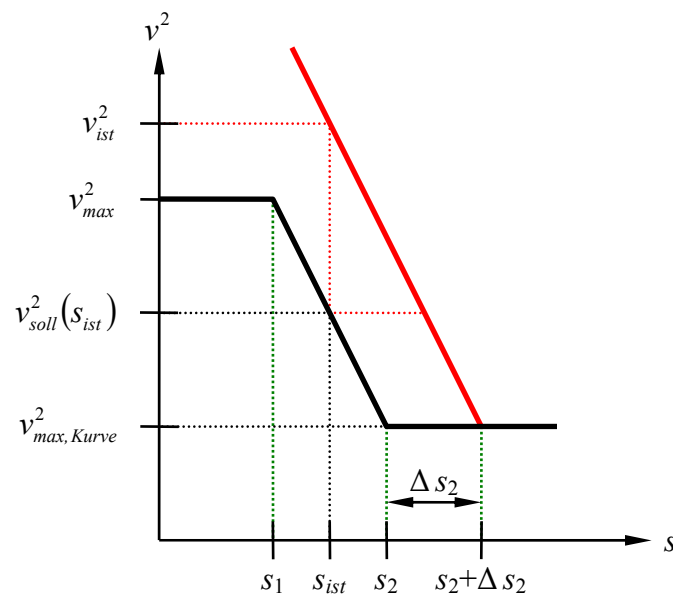


Bild 4.22: Zusammenhänge zwischen überhöhter Geschwindigkeit bei der Kurveneinfahrt und dem Wegversatz Δs_2 .

Für den fehlenden Zusammenhang zwischen der zu hohen Geschwindigkeit und dem Versatz des Wegpunktes s_2 wird auf Gleichung 3.35 zurückgegriffen:

$$v^2 = 2 a_0 (s - s_0) + v_0^2. \quad (\text{Gl. 3.35})$$

Setzt man nun die Werte für die beiden in Bild 4.22 skizzierten Verzögerungsvorgänge in Gleichung 3.35 ein, so ergibt sich Gleichung 4.35 für den Geschwindigkeitsverlauf mit Sollgeschwindigkeit und Gleichung 4.36 für den Geschwindigkeitsverlauf mit der überhöhten Istgeschwindigkeit:

$$v_{soll}^2(s_{ist}) = 2 a_{decel, adj} (s_{ist} - s_2) + v_{max, Kurve}^2, \quad (Gl. 4.35)$$

$$v_{ist}^2 = 2 a_{decel, adj} (s_{ist} - (s_2 + \Delta s_2)) + v_{max, Kurve}^2. \quad (Gl. 4.36)$$

Beide Gleichungen (Gl. 4.35 und Gl. 4.36) werden nach $v_{max, Kurve}^2$ aufgelöst und gleichgesetzt. Es ergibt sich Gleichung 4.37:

$$v_{soll}^2(s_{ist}) - 2 a_{decel, adj} (s_{ist} - s_2) = v_{ist}^2 - 2 a_{decel, adj} (s_{ist} - (s_2 + \Delta s_2)). \quad (Gl. 4.37)$$

Die Geschwindigkeitsterme werden auf die linke Seite der Gleichung und alle anderen auf die rechte Seite der Gleichung gebracht. Aus Gleichung 4.37 ergibt sich Gleichung 4.38:

$$v_{soll}^2(s_{ist}) - v_{ist}^2 = 2 a_{decel, adj} (s_{ist} - s_2) - 2 a_{decel, adj} (s_{ist} - (s_2 + \Delta s_2)). \quad (Gl. 4.38)$$

Dividiert man Gleichung 4.38 durch den Term $2 a_{decel, adj}$ und löst anschließend die Klammern auf der rechten Seite der Gleichung auf, so ergibt sich entsprechend Gleichung 4.39 der gesuchte Zusammenhang zwischen der Geschwindigkeitsdifferenz für die aktuelle Position und dem Wegversatz Δs_2 :

$$\Delta s_2 = \frac{v_{soll}^2(s_{ist}) - v_{ist}^2}{2 a_{decel, adj}}. \quad (Gl. 4.39)$$

Liegt die aktuelle Geschwindigkeit oberhalb des empfohlenen Wertes, so kann mit Hilfe von Gleichung 4.39 der zugehörige Wegversatz Δs_2 berechnet werden und damit anschließend der daraus resultierende Überschreitungsfaktor k_μ bestimmt werden. Anhand des Überschreitungsfaktors kann der Fahrer frühzeitig gewarnt werden.

In Kapitel 3.10 wurde die Verschiebung des Geschwindigkeitsverlaufs für den Bremsvorgang vorgeschlagen, um eine Reaktionszeit eines Fahrers oder eine Einstellzeit einer Regeleinrichtung zu berücksichtigen. Bild 3.33 zeigt ein schwarz dargestelltes Geschwindigkeitsprofil ohne und ein blau dargestelltes Profil mit Berücksichtigung einer Reaktionszeit. Die Berücksichtigung der Reaktionszeit wird mit Hilfe eines als konstant angenommenen Geschwindigkeitsfaktors praktisch als Reaktionsweg Δs umgesetzt.

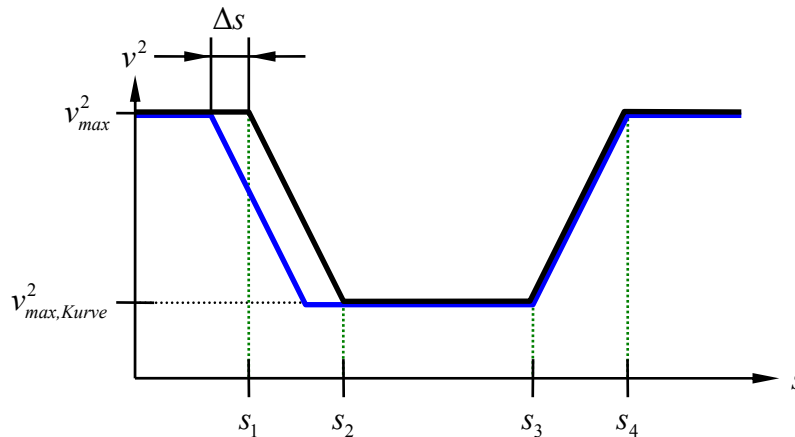


Bild 3.33: Geschwindigkeitsprofil mit (blauer Funktionsverlauf) und ohne (schwarzer Funktionsverlauf) Berücksichtigung einer Reaktionszeit für eine Kurve.

Bei den obigen Betrachtungen für die Herleitung der Gleichung für den Wegversatz Δs_2 wurde das Geschwindigkeitsprofil ohne Berücksichtigung einer Reaktionszeit verwendet. Die Werte dieses Geschwindigkeitsprofils sind in Gleichung 4.39 durch den Term $v_{soll}^2(s_{ist})$ berücksichtigt. Soll bei den Berechnungen für den Wegversatz Δs_2 eine Reaktionszeit miteinbezogen werden, so muss der Term $v_{soll}^2(s_{ist})$ in Gleichung 4.39, der das in Bild 3.33 schwarz eingezeichnete Geschwindigkeitsprofil repräsentiert, durch den Term $v_{soll,Reaktion}^2(s_{ist})$ ersetzt werden, der das in Bild 3.33 blau eingezeichnete Geschwindigkeitsprofil mit Berücksichtigung einer Reaktionszeit, darstellt. Es ergibt sich Gleichung 4.40:

$$\Delta s_2 = \frac{v_{soll,Reaktion}^2(s_{ist}) - v_{ist}^2}{2 a_{decel,adj}} \quad (\text{Gl. 4.40})$$

Dadurch, dass das Geschwindigkeitsprofil für eine Kurve sowie die Zuordnung des Wegversatzes Δs_2 zu den dazugehörigen Überschreitungs-faktoren k_μ vor dem Durchfahren der Kurve berechnet werden können, reduziert sich die Anzahl der Programmpunkte, die während der Kurvendurchfahrt permanent abgearbeitet werden müssen, auf die folgenden vier Punkte:

- 1 Bestimmung der aktuellen Position und Geschwindigkeit. Bestimmung bezeichnet hier das Messen der Werte und beinhaltet auch eine eventuelle Korrekturrechnung der gemessenen Werte.
- 2 Berechnung des Wegversatzes Δs_2 mit Hilfe von Gleichung 4.39 für ein System ohne Berücksichtigung einer Reaktionszeit. Anwendung von Gleichung 4.40 für ein System mit Berücksichtigung einer Reaktionszeit.
- 3 Ermittlung des Überschreitungs-faktors k_μ in Abhängigkeit des Wegversatzes Δs_2 . Während der Kurvendurchfahrt entspricht dieser Programmpunkt dem Auslesen eines Tabellenwertes.
- 4 Einleiten des Bremsvorgangs für ein automatisch geführtes Fahrzeug oder Warnen des Fahrers bei einem Warnsystem.

Zum Abschluss des Kapitels wird die Überschreitungs-funktion k_μ als Funktion des Wegversatzes Δs_2 exemplarisch für zwei Scharen von Verbundkurven dargestellt, bei der der Startpunkt der Klothoide bei der Kurveneinfahrt variiert. Das der Betrachtung zugrunde gelegte Szenario ähnelt dem Szenario in Kapitel 4.1. Für jede Verbundkurve der Schar wird ein zugehöriges Geschwindigkeitsprofil berechnet und der Wegversatz Δs_2 im Bereich von $\Delta s_2 = 0 \text{ m}$ bis $\Delta s_2 = 30 \text{ m}$ variiert. Für die sich ergebenden Geschwindigkeitsprofile wird der zugehörige Verlauf der Haftwertausnutzung berechnet und dessen Maximum im Verhältnis zum gesetzten Limit im Diagramm aufgetragen. Die für diese Berechnung verwendeten Parameter entsprechen weitestgehend den in Tabelle 4.1 aufgeführten Parametern. Abweichende beziehungsweise zusätzliche Werte sind in Tabelle 4.10 aufgeführt.

In Bild 4.23 sind die Ergebnisse dieser Berechnungen in zwei Diagrammen abgebildet, jedes für jeweils eine Verbundkurvenschar. Alle dem linken Diagramm von Bild 4.23 zugrunde liegenden Verbundkurven haben einen Kurvenradius von $R_{\text{Kurve}} = 50 \text{ m}$, und die Fahrbahn hat in allen betrachteten Fällen eine konstante Querneigung von $\alpha_q = -6^\circ$, also eine fahrdynamisch ungünstig geneigte Fahrbahn. Die dem rechten Diagramm zugrunde liegenden Verbundkurven haben einen Kurvenradius von $R_{\text{Kurve}} = 200 \text{ m}$, und die Fahrbahn hat eine konstante Querneigung von $\alpha_q = 0^\circ$. Der Funktionsverlauf des Überschreitungs-faktors für eine Verbundkurve würde einem Schnitt parallel zur Δs_2 -Achse durch die abgebildete Flächen-funktion entsprechen.

Formelzeichen	Beschreibung	Wert(e)
s_I	Startpunkt der Klothoide, Kurveneinfahrt	$\min(s_I) = 450 \text{ m}$ $\max(s_I) = 595 \text{ m}$
α_ℓ	Längsneigung der Fahrbahn	$\alpha_\ell = 0^\circ$
α_q	Querneigung der Fahrbahn	$\alpha_q = -6^\circ$ und $\alpha_q = 0^\circ$
R_{Kurve}	Radius der zu durchfahrenden Kurve	$R_{\text{Kurve}} = 50 \text{ m}$ und $R_{\text{Kurve}} = 200 \text{ m}$
Δs_2	Wegversatz des Endpunktes des Bremsweges im Geschwindigkeitsprofil	$\min(\Delta s_2) = 0 \text{ m}$ $\max(\Delta s_2) = 30 \text{ m}$

Tabelle 4.10: Übersicht der von Tabelle 4.1 abweichenden oder zusätzlichen Parameter, die für die Berechnung der Überschreitungsfunktion k_μ verwendet werden.

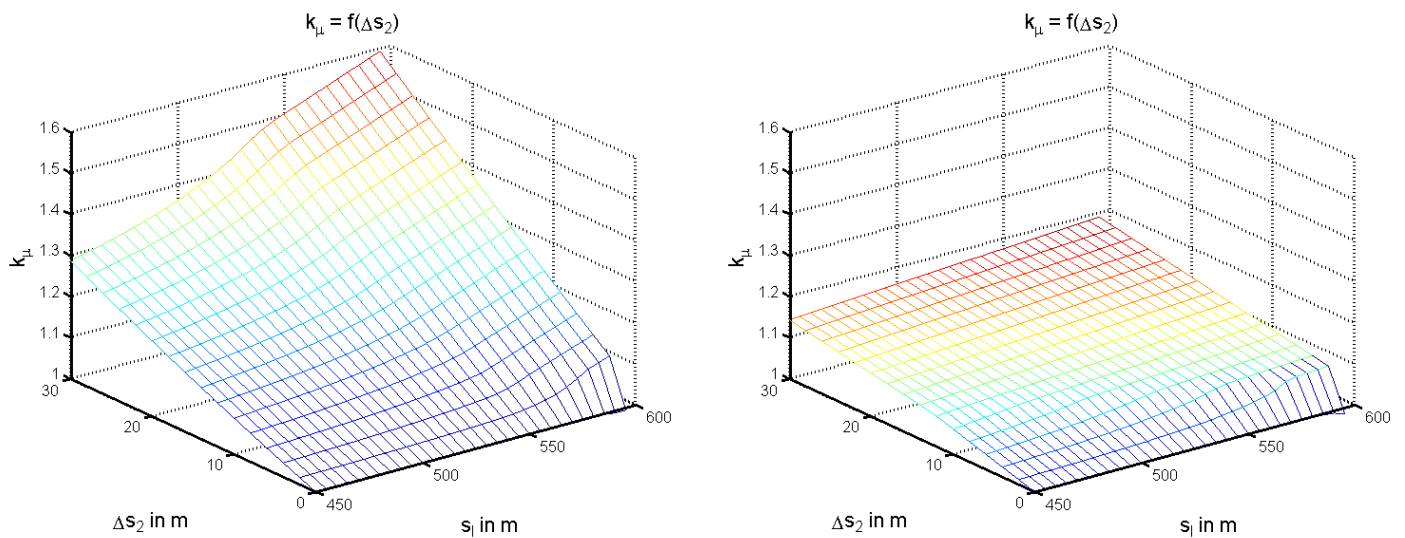


Bild 4.23: Überschreitungsfunktion k_μ als Funktion des Wegversatz Δs_2 für jeweils eine Verbundkurvenschar. Linkes Diagramm: $R_{\text{Kurve}} = 50 \text{ m}$ und $\alpha_q = -6^\circ$, rechtes Diagramm: $R_{\text{Kurve}} = 200 \text{ m}$ und $\alpha_q = 0^\circ$.

5 Anwendungsszenarien für das Geschwindigkeitsprofil und Ausblick

In diesem Kapitel werden drei unterschiedliche Anwendungsszenarien für das Geschwindigkeitsprofil beschrieben. Hierzu zählt zunächst einmal die Anwendung des Geschwindigkeitsprofils für sich alleine, was in Kapitel 5.1 beschrieben wird. In Kapitel 5.2 wird das Zusammenwirken des Geschwindigkeitsprofils mit anderen Fahrerassistenzsystemen wie zum Beispiel einem Tempomat oder einem Abstandsregler (ACC) betrachtet. In Kapitel 5.3 wird ein Ausblick auf zukünftige Anwendungsmöglichkeiten gegeben.

5.1 Anwendung des Geschwindigkeitsprofils

In diesem Kapitel wird ein konkretes Anwendungsbeispiel für das Geschwindigkeitsprofil anhand einer Straße mit mehreren Kurven behandelt. Die für dieses Anwendungsbeispiel benötigten Planungsdaten [38] für die Berechnung des Geschwindigkeitsprofils wurden vom Landesbetrieb Straßenbau in Nordrhein-Westfalen („Straßen NRW“) bereitgestellt. Die Daten beziehen sich auf einen Abschnitt der Bundesstraße 480 nördlich von Bad Berleburg.

Mit Hilfe der Planungsdaten konnte der in Bild 5.1 rechts gezeigte Lageplan des Teilabschnitts der B480 generiert werden. Der entsprechende Auszug aus dem amtlichen Kartenmaterial ist in Bild 5.1 links gezeigt. Der Kartenauszug wurde mit Hilfe der Software „TOP 10 NRW“ [39] erstellt.

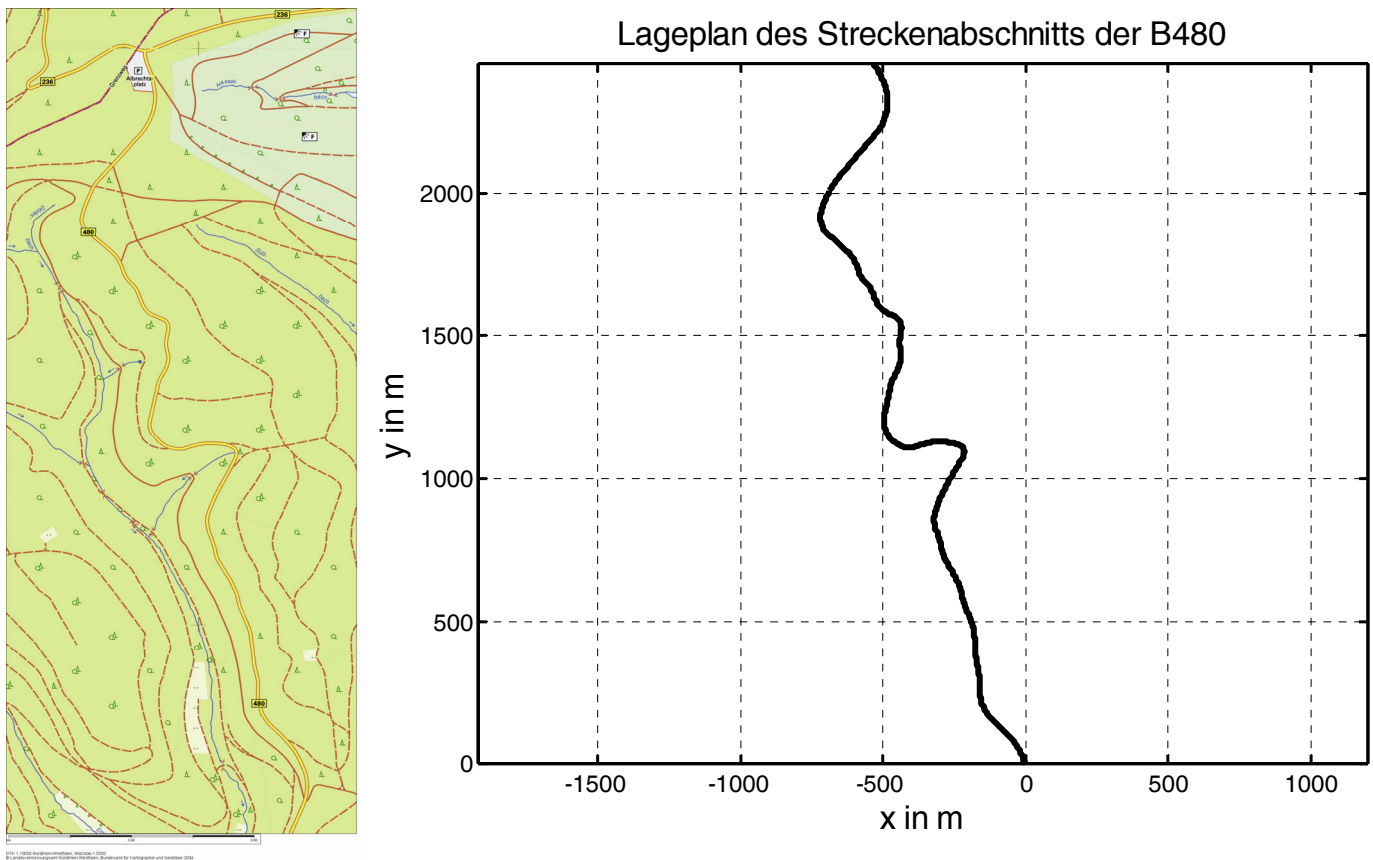


Bild 5.1: Gegenüberstellung der amtlichen Karte [39] des Teilabschnitts der B480 (links) und des mit Hilfe der Planungsdaten [38] in MATLAB/Simulink hinterlegten Lageplans der Straße.

Neben dem Lageplan enthalten die Planungsdaten exakte Angaben über die Krümmung, die Querneigung und die Längsneigung der Fahrbahn. Auf Basis dieser Angaben kann ein Geschwindigkeitsprofil für den gegebenen Teilabschnitt der B480 mit Hilfe der numerischen Methode berechnet werden. Das im Rechner hinterlegte Modell der Straße besteht aus insgesamt 93 Geometrieelementen, davon sind 9 Geraden, 50 Klothoiden und 34 Kurven. Für die Berechnungen wurden neben den durch die Planungsdaten fest vorgegebenen Werten die in Tabelle 5.1 aufgeführten Werte verwendet.

Formelzeichen	Beschreibung	Wert(e)
k_x, k_y	Gewichtungsfaktoren für Längs- und Querbeschleunigungen	$k_x = 1, k_y = 1$
a_{decel}	Fahrzeugverzögerung (Minimalwert, ohne Anpassung)	$a_{decel} = -\frac{1}{5} g$
a_{accel}	Fahrzeugbeschleunigung (Maximalwert ohne Anpassung)	$a_{accel} = \frac{1}{10} g$
μ_{lim}	Obere Grenze für den Haftreibungskoeffizienten	$\mu_{lim} = \frac{1}{3}$
g	Gravitationsbeschleunigung an der Erdoberfläche	$g = 9,81 \frac{m}{s^2}$
v_{max}	Maximale Geschwindigkeit im Geschwindigkeitsprofil	$v_{max} = 100 \frac{km}{h} \approx 27,78 \frac{m}{s}$

Tabelle 5.1: Konstanten, die für die Berechnung des Geschwindigkeitsprofils verwendet wurden.

5.1.1 Aufteilung der Gesamtstrecke in mehrere Streckenabschnitte

Im ersten Arbeitsschritt des Algorithmus wird die zu bearbeitende Gesamttrajektorie in mehrere Abschnitte unterteilt. Für diese Unterteilung werden die Informationen des Krümmungsbandes, das Bestandteil der Planungsdaten ist, herangezogen. An dieser Stelle sei nochmals darauf hingewiesen, dass sich die hier verwendeten mathematischen Konventionen von den im Krümmungsband verwendeten unterscheiden. Im Krümmungsband ist eine Linkskurve als negative und eine Rechtskurve als positive Krümmung aufgetragen. Hier steht eine positive Krümmung für eine Linkskurve und eine negative Krümmung für eine Rechtskurve.

Die Bogenlänge s der im rechten Diagramm in Bild 5.1 abgebildeten Trajektorie wird ab dem Koordinatenursprung mit null beginnend gezählt. Anhand des Krümmungsverlaufs der Strecke, der in Bild 5.2 in insgesamt vier Teildiagrammen als Funktion der Bogenlänge s abgebildet ist, wird die Strecke in Geraden und Geometriefolgen, deren Krümmung mit null beginnt und endet, eingeteilt. In den in Bild 5.2 abgebildeten Diagrammen sind die Start- und Endpunkte dieser Geometriefolgen jeweils mit einer blau gestrichelten Linie gekennzeichnet. Die Geometriefolgen sind mit einer laufenden Nummer, beginnend mit eins, versehen. Geraden werden bei dieser Nummerierung nicht berücksichtigt. Der Geschwindigkeitsverlauf auf den Geraden ergibt sich automatisch aus den Geschwindigkeitsprofilen, die für die vor und hinter der Geraden liegenden Geometriefolgen berechnet werden. Für die gesamte Strecke ergeben sich somit 22 Geometriefolgen, für die im folgenden Arbeitsschritt je ein Geschwindigkeitsprofil berechnet wird.

Die Geometriefolge Klothoide – Gerade – Klothoide tritt am häufigsten in der Gesamttrajektorie auf. Lediglich die Geometriefolgen 2, 10, 11, 12, 20, 21 und 22 weichen von diesem Schema ab. So grenzen in den Geometriefolgen 2, 10, 12 und 21 Kurven unterschiedlicher Radien direkt aneinander. Geraden, die direkt an Kurven angrenzen, sind in den Geometriefolgen 20 und 22 zu finden. Eiklothoiden, also Klothoidenstücke, die Kurven unterschiedlicher Radien miteinander verbinden, sind in den Geometriefolgen 10, 11, 12, 21 und 22 zu finden.

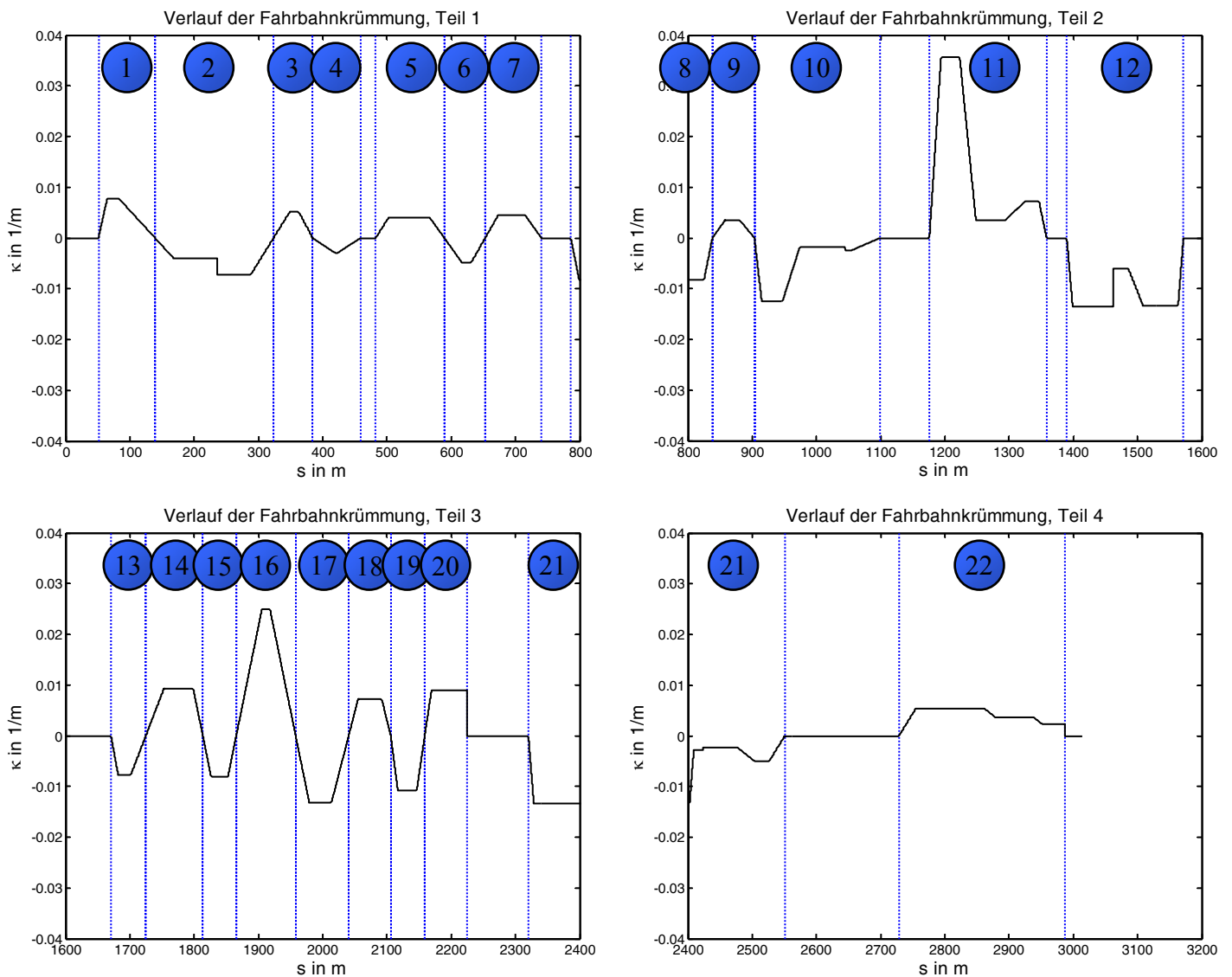


Bild 5.2: Teil 1 bis 4 des Krümmungsverlauf der B480 als Funktion der Bogenlänge s .

5.1.2 Berechnung von individuellen Geschwindigkeitsprofilen

Für jede der 22 Geometriefolgen wird nun ein Geschwindigkeitsprofil berechnet. Hierbei werden diejenigen Geometriefolgen, die vor oder hinter der aktuell betrachteten liegen, noch nicht berücksichtigt. Diese Betrachtungsweise würde einer Straße entsprechen, bei der sich vor und hinter der Geometriefolge eine unendlich lange Gerade befinden würden. Die Kurve würde mit dem berechneten Geschwindigkeitsprofil unter Beachtung der einschränkenden Bedingungen so zügig wie möglich durchfahren. Mit Hilfe dieser Betrachtung werden die maximal empfohlene Kurvengeschwindigkeit, die Endpunkte von Verzögerungs- und Beschleunigungsweg bei der Kurveneinfahrt und die Startpunkte von Beschleunigungs- und Verzögerungsweg bei der Kurvenausfahrt ermittelt.

5.1.3 Überprüfung der gegenseitigen Beeinflussung der Kurvengeschwindigkeiten

Sind die Einzelgeschwindigkeitsprofile berechnet, kann die Überprüfung der gegenseitigen Einflussnahme stattfinden. Die Reihenfolge, in der die Geschwindigkeitsprofile untersucht werden, ergibt sich aus der zugeordneten Kurvengeschwindigkeit. Da diejenige Geometriefolge, der die niedrigste Kurvengeschwindigkeit zugeordnet ist, sicher durchfahren werden soll, muss deren Beeinflussung auf die benachbarten Kurven zuerst, und dementsprechend diejenige Folge mit der höchsten zugeordneten Geschwindigkeit zuletzt untersucht werden.

In den beiden linken Spalten von Tabelle 5.2 sind die Nummern der Geschwindigkeitsprofile, die den Nummern der Geometriefolgen entsprechen, anhand der ihnen zugeordneten Kurvengeschwindigkeit, die in der Spalte rechts daneben angegeben ist, in aufsteigender Reihenfolge sortiert, aufgeführt. Die beiden linken Spalten geben die Sortierungsreihenfolge vor der ersten Beeinflussungsprüfung an. Die den Geschwindigkeitsprofilen zugeordneten Geschwindigkeiten entsprechen vor der Überprüfung den Geschwindigkeiten der Einzelgeschwindigkeitsprofile.

Der Algorithmus überprüft im ersten Durchlauf den Einfluss von Geschwindigkeitsprofil Nummer 11 auf die Profile 10 und 12. Mit Hilfe der dem Geschwindigkeitsprofil 11 zugeordneten Geschwindigkeit und dem Verzögerungswert für die Kurveneinfahrt wird überprüft, ob in Kurve 10 der Verzögerungsvorgang bereits vor dem Startpunkt des Verzögerungsweges beginnen müsste, damit Kurve 11 sicher durchfahren werden kann. Ist dies der Fall, wird die Geschwindigkeit in Kurve 10 auf denjenigen Wert reduziert, der sich im Startpunkt des Bremsvorgangs im Kurvenausgang aus dem Geschwindigkeitsverlauf für den Bremsvorgang vor Kurve 11 ergibt. Anderenfalls bleibt die Kurvengeschwindigkeit für Kurve 10 unverändert.

Analog dazu wird mit Hilfe des für Profil 11 gespeicherten Beschleunigungswertes für die Kurvenausfahrt geprüft, ob die Kurvengeschwindigkeit für Kurve 12 bis zum Endpunkt des Beschleunigungsweges in deren Kurveneingang erreicht werden kann. Ist diese Bedingung erfüllt, bleibt die Kurvengeschwindigkeit von Kurve 12 unverändert, andernfalls wird sie reduziert. Ob die Beeinflussung zweier Kurven untereinander untersucht wurde, wird in den Datensätzen zu beiden Kurven mit einem entsprechenden Merker gespeichert und vermeidet damit doppelte Untersuchungen.

Kurvengeschwindigkeiten vor der Überprüfung		Kurvengeschwindigkeiten nach der Überprüfung	
Geschwindigkeitsprofil	Geschwindigkeit in <i>m/s</i>	Geschwindigkeitsprofil	Geschwindigkeit in <i>m/s</i>
11	10,720	11	10,720
16	12,553	16	12,553
12	16,925	17	14,541
21	17,033	18	15,750
17	17,134	19	16,437
10	17,546	12	16,578
19	18,097	20	17,032
14	19,646	21	17,033
20	19,988	15	17,502
8	20,807	10	17,546
15	21,276	13	19,555
13	21,793	14	19,579
18	22,358	9	20,059
1	22,544	8	20,807
2	23,023	1	22,544
22	26,512	2	23,023
3	27,077	3	24,134
6	27,323	22	24,951
7	28,342	4	25,151
5	29,909	7	25,917
9	31,720	5	26,494
4	34,712	6	27,301

Tabelle 5.2: Sortierung der Geschwindigkeitsprofile anhand der zugeordneten Kurvengeschwindigkeit vor und nach der Überprüfung der gegenseitigen Einflussnahme. Geschwindigkeitsprofile, deren Kurvengeschwindigkeit korrigiert wurde, sind grau hinterlegt.

Da es nach der Untersuchung eines Profils theoretisch möglich ist, dass die Kurvengeschwindigkeiten der vorhergehenden und der nachfolgenden Kurve reduziert wurden, müssen die Kurven erneut anhand der ihnen zugeordneten Geschwindigkeit sortiert werden, bevor die nächstschnellere Kurve untersucht wird. Durch diese Vorgehensweise kann sich die Sortierfolge der Profile bis zum letzten Durchlauf der Schleife mehrmals ändern. In den beiden rechten Spalten in Tabelle 5.2 ist die Sortierfolge der Profile mit den zugehörigen Geschwindigkeiten nach Beendigung des Algorithmus, die auch der Abarbeitungsreihenfolge entspricht, wiedergegeben. Grau hinterlegte Tabellenfelder indizieren eine reduzierte Kurvengeschwindigkeit für das jeweilige Geschwindigkeitsprofil.

Ein Protokoll aller Änderungen infolge der Überprüfungen ist in Tabelle 5.3 enthalten. Hier findet sich in der ersten Spalte die Nummer des Schleifendurchlaufs, in der zweiten Spalte die Nummer des untersuchten Geschwindigkeitsprofils, in der dritten Spalte die reduzierte Kurvengeschwindigkeit für das davorliegende sowie in der vierten Spalte die reduzierte Geschwindigkeit des folgenden Profils. Ist in den Spalten drei und vier ein waagerechter Strich eingetragen, blieb die Kurvengeschwindigkeit unverändert.

Durchlauf Nummer	Untersuchtes Geschwindigkeitsprofil	Änderung der Kurvengeschwindigkeit des davorliegenden Profils in <i>m/s</i> (— für keine)	Änderung der Kurvengeschwindigkeit des folgenden Profils in <i>m/s</i> (— für keine)
1	11	—	16,578
2	16	17,502	14,541
3	17	—	15,750
4	18	—	16,437
5	19	—	17,032
6	12	—	19,555
7	20	—	—
8	21	—	24,951
9	15	19,579	—
10	10	20,059	—
11	13	—	—
12	14	—	—
13	9	—	—
14	8	25,917	—
15	1	—	—
16	2	—	24,134
17	3	—	25,151
18	22	—	—
19	4	—	26,494
20	7	—	—
21	5	—	27,301
22	6	—	—

Tabelle 5.3: Nummer des Schleifendurchlaufs, Nummer des untersuchten Geschwindigkeitsprofils und Änderungen der Geschwindigkeiten der davor- beziehungsweise der jeweils dahinterliegenden Profile.

5.1.4 Bestimmung des Geschwindigkeitsprofils für den gesamten Streckenabschnitt

Die Einzelgeschwindigkeitsprofile mit den gegebenenfalls korrigierten Kurvengeschwindigkeiten bilden den Ausgangspunkt für das Gesamtgeschwindigkeitsprofil. Diese Einzelprofile sind in den vier in Bild 5.3 gegebenen Diagrammen mit grau gepunkteten Linien eingezeichnet. Für jeden Wegpunkt wird die jeweils niedrigste Geschwindigkeit aller übereinanderliegenden Profile für das Gesamtgeschwindigkeitsprofil übernommen. Das Gesamtgeschwindigkeitsprofil ist in Bild 5.3 mit einer durchgezogenen schwarzen Linie eingezeichnet. Das Geschwindigkeitsprofil mit Berücksichtigung einer Reaktionszeit, in Bild 5.3 mit einer durchgezogenen blauen Linie aufgetragen, unterscheidet sich von dem schwarz eingetragenen Geschwindigkeitsprofil ohne Berücksichtigung einer Reaktionszeit durch einen um den konstanten Weg Δs in Richtung kleinerer Werte von s verschobenen Geschwindigkeitsverlauf für den Verzögerungsvorgang. Da die Kurvengeschwindigkeiten und die Geschwindigkeitsverläufe für die Beschleunigungsvorgänge identisch verlaufen, wird es dort im Diagramm von dem schwarz eingezeichneten Geschwindigkeitsprofil überdeckt.

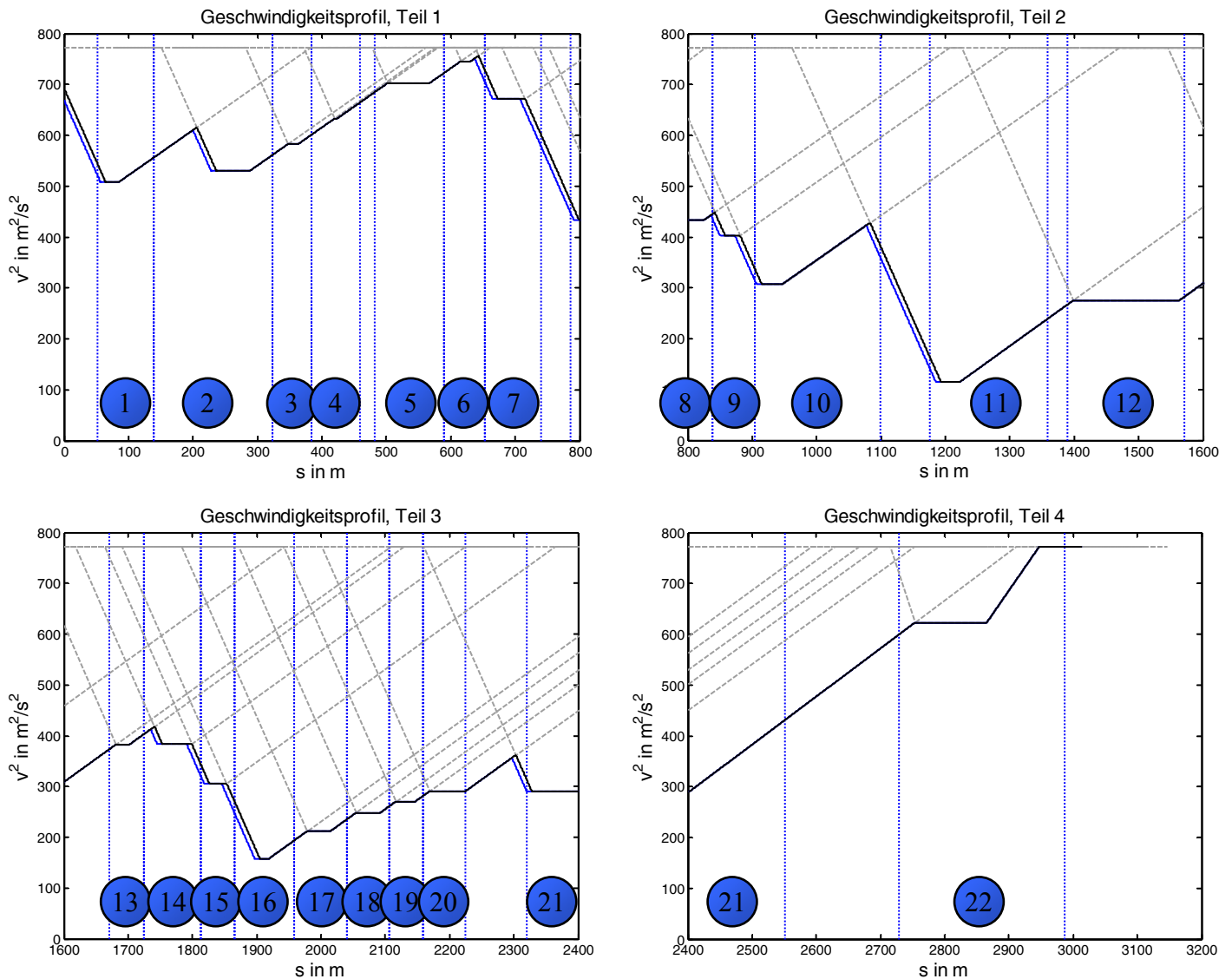


Bild 5.3: Teil 1 bis 4 des für die gesamte Strecke berechneten Geschwindigkeitsprofils. Die Diagramme zeigen das Quadrat der Geschwindigkeit als Funktion der Bogenlänge s der Fahrbahn.

Die Anfangs- und Endpunkte der Geometriefolgen sind, wie in Bild 5.2, durch blau gepunktete, senkrechte Linien gekennzeichnet. Die Nummerierung der Geometriefolgen entspricht ebenfalls derjenigen in Bild 5.2.

5.1.5 Verifizierung des berechneten Geschwindigkeitsprofils

Um zu überprüfen, ob das gesetzte Ziel, den vorgegebenen Limitwert für die Haftwertausnutzung nicht zu überschreiten, eingehalten wird, wurde mit den Fahrbahndaten, dem berechneten Geschwindigkeitsverlauf und dem dazugehörigen Verlauf der Fahrzeuglängsbeschleunigung eine Proberechnung durchgeführt. Das Ergebnis dieser Proberechnung ist neben dem rot eingezeichneten Wert des vorgegebenen Limits und den gestrichelt blau eingezeichneten Grenzen der Geometriefolgen samt deren Nummerierung in den vier Diagrammen in Bild 5.4 abgebildet. Es ist zu erkennen, dass das vorgegebene Limit der Haftwertausnutzung nicht überschritten wird.

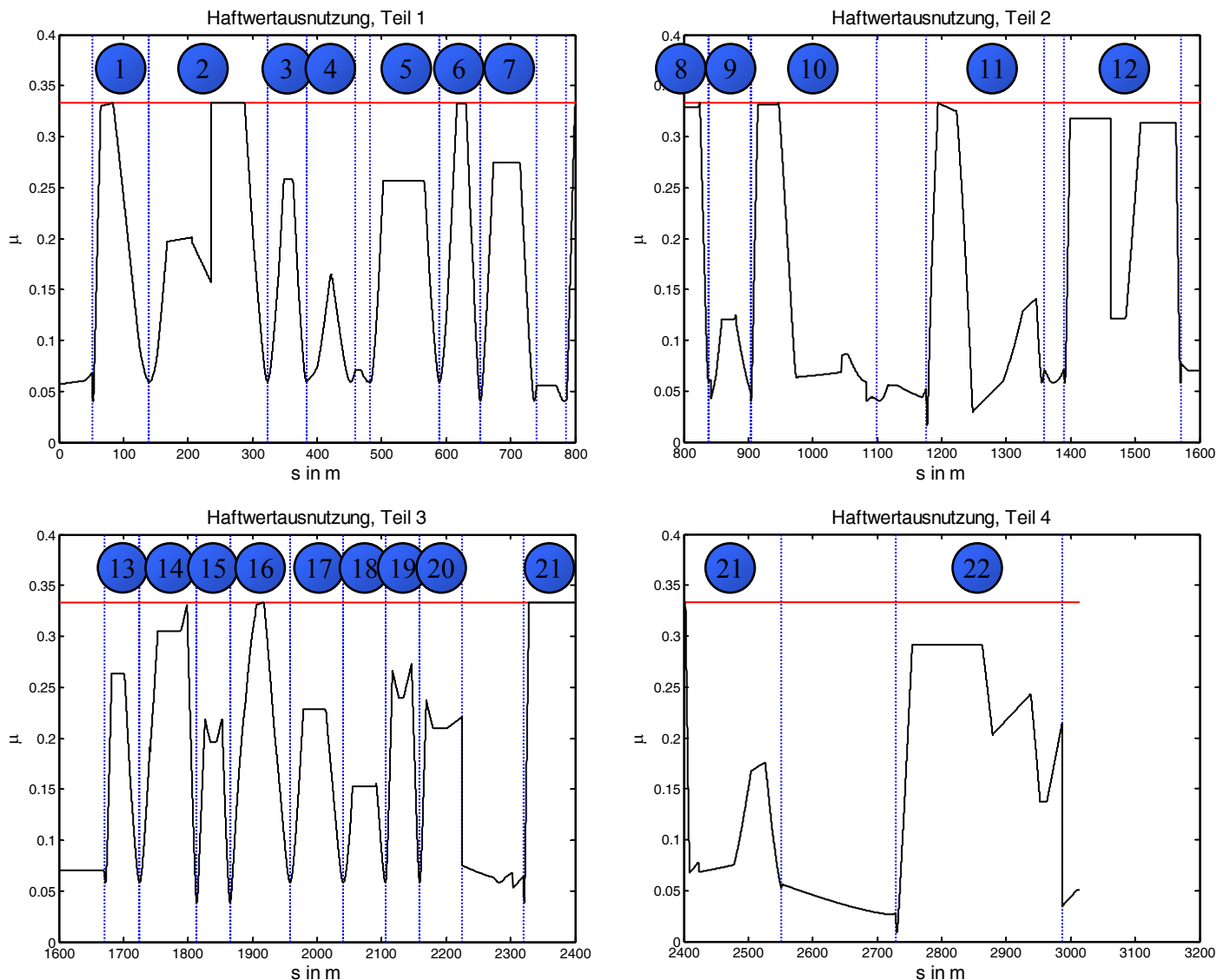


Bild 5.4: Ergebnis der Proberechnung mit dem berechneten Geschwindigkeitsprofil und den gegebenen Planungsdaten der Straße.

5.1.6 Bestimmung des Überschreitungsfaktors zur Warnung des Fahrers

Um den Fahrer bei einer Einfahrt mit überhöhter Geschwindigkeit in eine Kurve entsprechend der potenziellen Gefährdung warnen zu können, wird der Überschreitungsfaktor k_μ , der das Verhältnis des Maximums des Haftwertverlaufs bei der Kurveneinfahrt zu einer für die jeweilige Geometriefolge konstante Bezugsgröße wiedergibt, vorweg berechnet. Dieser Überschreitungsfaktor wurde, wie in Kapitel 4.4 beschrieben, in Abhängigkeit des Wegversatzes Δs_2 berechnet, und ist in diesem Anwendungsfall exemplarisch für die Geometriefolgen mit den Nummern 1, 8, 9, 11, 16, 21 in Bild 5.5 wiedergegeben. Für Geometriefolgen, deren maximale Kurvengeschwindigkeit bei der Überprüfung der gegenseitigen Einflussnahme der Geschwindigkeitsprofile nicht reduziert wurde, wird das vorgegebene, konstante Limit der Haftwertausnutzung μ_{lim} als Bezugsgröße verwendet, und für Geometriefolgen, deren maximale Kurvengeschwindigkeit reduziert wurde, wird das Maximum des Haftwertverlaufs während des Bremsvorgangs bei Einhaltung des Geschwindigkeitsprofils als Bezugsgröße verwendet. Im Diagramm in Bild 5.5 sind diejenigen Verläufe des Überschreitungsfaktors, für die das Limit der Haftwertausnutzung μ_{lim} als Bezugsgröße verwendet wurde, mit durchgezogenen Linien eingezeichnet. Wurde das Maximum des Haftwertverlaufs bei exakter Einhaltung des Geschwindigkeitsprofils als Bezugsgröße verwendet, ist der Verlauf mit einer gepunkteten Linie aufgetragen. In diesem konkreten Fall verwenden die Überschreitungsfaktoren für die Geometriefolgen 1, 8, 11, 16 und 21 das Limit der Haftwertausnutzung und lediglich der Überschreitungsfaktor für die Geometriefolge 9 das Maximum des Haftwertverlaufs während des Bremsvorgangs bei exakter Einhaltung des Geschwindigkeitsprofils als Bezugsgröße. In Bild 5.5 ist zu erkennen, dass der Faktor k_μ mit steigenden Werten des Wegversatzes Δs_2 zunimmt. Verhältnismäßig starke Anstiege sind bei den Geometriefolgen 11 und 16, die die beiden Kurven mit dem kleinsten Radius enthalten, zu erkennen.

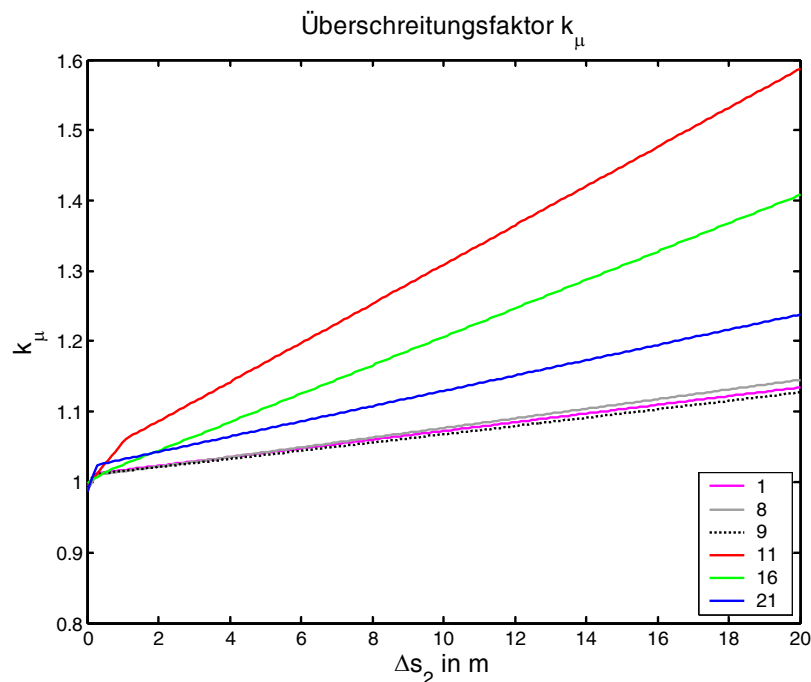


Bild 5.5: Überschreitungsfaktor k_μ als Funktion des Wegversatzes Δs_2 für die Geometriefolgen 1, 8, 9, 11, 16 und 21.

5.2 Zusammenwirken mit anderen Fahrerassistenzsystemen

Bereits in Kapitel 2 wurde erwähnt, dass das hier vorgestellte Fahrerassistenzsystem bereits auf der Stabilisierungsebene vorhandene Systeme wie ABS und ESP um eine vorausschauende Komponente ergänzt. Diese vorausschauende Funktionsweise wird durch die Verwendung von Informationen der Navigationsebene, konkret die Verwendung einer Datenbank mit Informationen über den Verlauf und die Eigenschaften der Straße oder Fahrbahn, ermöglicht.

Darüber hinaus wurde von Quentin in [40] das Zusammenwirken des beschriebenen Assistenzsystems mit einem Tempomaten und einem Abstandsregelsystem, wie von Mayr in [10] in Kapitel 3 „Verfahren zur Fahrzeuglängsregelung“ beschrieben ist, genauer untersucht. Die Ergebnisse dieser Untersuchung werden in diesem Kapitel vorgestellt.

5.2.1 Regelungstechnische Struktur des ausgerüsteten Fahrzeugs

In diesem Kapitel wird ein Überblick über die regelungstechnische Struktur des ausgerüsteten Fahrzeugs gegeben. In Bild 5.6 ist diese Struktur als Blockschaltbild dargestellt. Innerhalb des ausgerüsteten Fahrzeugs kann zwischen drei unterschiedlichen Regelungsstrategien umgeschaltet werden.

Die Regelung gemäß Geschwindigkeitsprofil (in Bild 5.6 mit einem roten Rahmen versehen), die in Kapitel 3 vorgestellt und in Kapitel 4 untersucht wurde, ermöglicht die automatische Geschwindigkeitsanpassung vor Kurven. Für diese Regelung ist die aktuelle Geschwindigkeit des Fahrzeugs v_{ist} und dessen geografische Position, die mit Hilfe eines Satellitennavigationssystems wie zum Beispiel GPS gemessen wird, von Bedeutung. Ist hingegen die Abstandsregelung (ACC) (in Bild 5.6 mit einem grünen Rahmen versehen) aktiv, so wird durch diese Regelung ein geschwindigkeitsabhängiger Sicherheitsabstand zum vorausfahrenden Fahrzeug hergestellt. Für diese Regelung ist die aktuelle Geschwindigkeit des Fahrzeugs v_{ist} , die Geschwindigkeit des vorausfahrenden Fahrzeugs v_{vor} und der Abstand Δ zwischen den Fahrzeugen von Bedeutung. Wird durch die Steuerung die Wunschgeschwindigkeit aktiviert (in Bild 5.6 mit einem blauen Rahmen versehen), so entspricht dies der Funktion eines Tempomaten, also der Regelung der Fahrzeuggeschwindigkeit auf die eingestellte Wunschgeschwindigkeit.

Abhängig von der Regelungsstrategie variiert die Struktur des gesamten Regelkreises und demzufolge auch die der Regelstrecke. Aus diesem Grund wurde im Blockschaltbild vereinfachend ein Block mit der Beschriftung „Regelstrecke“ angenommen. Sicher ist, dass die Regelstrecke das ausgerüstete Fahrzeug enthält. Die aktuelle Fahrzeuggeschwindigkeit des ausgerüsteten Fahrzeugs v_{ist} steht also unter allen Umständen immer als Rückführungsgröße zur Verfügung. Aus diesem Grund ist das Fahrzeug mit einem Geschwindigkeitsregelkreis ausgestattet, der im Blockschaltbild grau hinterlegt ist. Diese Geschwindigkeitsregelung arbeitet, je nach Betriebsmodus, als eigenständige Regelung oder mit übergeordneten Regelschleifen zusammen.

Ist die Geschwindigkeitsregelung gemäß Geschwindigkeitsprofil aktiv oder wird die Wunschgeschwindigkeit als Signalquelle ausgewählt, so arbeitet der Geschwindigkeitsregler als eigenständiger PI-Regler. Der Integralanteil ist für diese beiden Fälle aktiviert, um Störgrößen, wie den auf das Fahrzeug wirkenden Windwiderstand, kompensieren zu können.

Ist der Abstandsregler aktiv, so arbeitet der Geschwindigkeitsregler als unterlagerter P-Regler. Der Betrieb des Geschwindigkeitsreglers als P-Regler ist Teil des Gesamtkonzepts des Abstandsreglers. Der durch die Dynamik in der Geschwindigkeitsregelschleife entstehende temporäre Fehler wird durch die äußere Regelschleife, die im Block „Abstandsregler (ACC)“ enthalten ist, kompensiert.

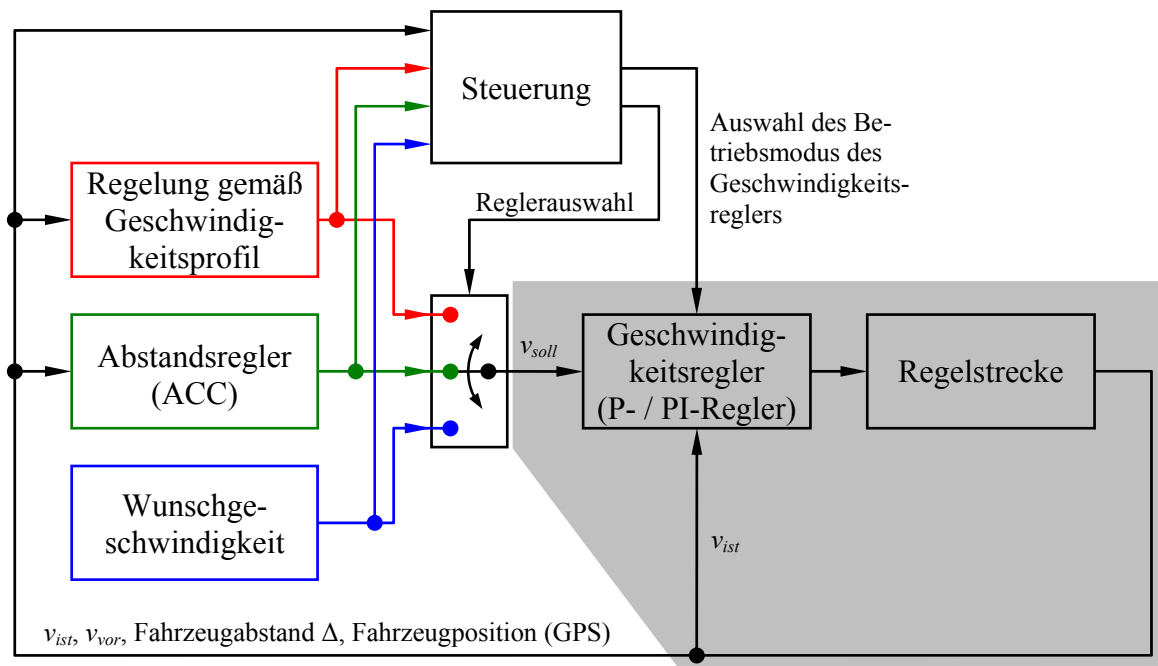


Bild 5.6: Regelungstechnische Struktur des ausgerüsteten Fahrzeugs.

Die in der Studienarbeit entworfene Steuerung sorgt für die fehlerfreie Zusammenarbeit der drei Regelungskonzepte im Gesamtsystem. Hierfür müssen der Steuerung sowohl die Eingangs- als auch die Ausgangsgrößen der drei Blöcke „Regelung gemäß Geschwindigkeitsprofil“, „Abstandsregler (ACC)“ und „Wunschgeschwindigkeit“ bekannt sein. Anhand von in der Steuerung hinterlegten Kriterien wird dann eines der drei Regelungskonzepte aktiviert und der Geschwindigkeitsregler entweder als P oder PI-Regler betrieben. Die in der Steuerung hinterlegte Umschaltstrategie wird im folgenden Kapitel beschrieben.

5.2.2 Umschaltstrategie für die drei Regelungskonzepte

Die regelungstechnische Gesamtstruktur des ausgerüsteten Fahrzeugs wurde im vorherigen Kapitel vorgestellt. Die Umschaltstrategie der darin enthaltenen Steuerung sorgt dafür, dass die drei unterschiedlichen Regelungskonzepte nebeneinander eingesetzt werden können. Um dies zu ermöglichen, muss die Strategie unter anderem gewährleisten, dass zu jedem Zeitpunkt nur eines der drei Regelungskonzepte aktiv ist. Aus diesem Grund wurde in [40] eine Umschaltstrategie entwickelt, die in diesem Kapitel vorgestellt wird.

Die Umschaltstrategie benötigt die in Tabelle 5.4 aufgeführten Signale, um das richtige Regelungskonzept im ausgerüsteten Fahrzeug zu aktivieren.

Formelzeichen	Beschreibung
v_{vor}	Geschwindigkeit des vorausfahrenden Fahrzeugs
v_{ist}	Geschwindigkeit des eigenen Fahrzeugs
v_{Profil}	Geschwindigkeitsvorgabe gemäß Geschwindigkeitsprofil
v_{Wunsch}	Wunschgeschwindigkeit für das ausgerüstete Fahrzeug

Tabelle 5.4: Signale und deren Formelzeichen, die für die Auswahl des richtigen Regelungskonzepts im ausgerüsteten Fahrzeug benötigt werden.

Die Umschaltstrategie, deren Flussdiagramm in Bild 5.7 abgebildet ist, arbeitet wie folgt:

- 1 Die Wunschgeschwindigkeit für das ausgerüstete Fahrzeug v_{Wunsch} wird als Sollwert für die Geschwindigkeitsregelung ausgewählt, wenn die Wunschgeschwindigkeit für das ausgerüstete Fahrzeug v_{Wunsch} kleiner oder gleich der Geschwindigkeitsvorgabe gemäß Geschwindigkeitsprofil v_{Profil} ist und die Wunschgeschwindigkeit für das ausgerüstete Fahrzeug v_{Wunsch} kleiner oder gleich der Geschwindigkeit des vorausfahrenden Fahrzeugs v_{vor} ist. Sind beide Bedingungen erfüllt, betreibt die Steuerung den Geschwindigkeitsregler als PI-Regler. Ist mindestens eine der beiden Bedingungen nicht erfüllt, wird entweder die Regelung gemäß Geschwindigkeitsprofil oder der Abstandsregler aktiviert. Welche der beiden Regelungen aktiv wird, entscheidet die folgende Bedingung.
- 2 Die Steuerung aktiviert die Abstandsregelung, wenn die Geschwindigkeit des vorausfahrenden Fahrzeugs v_{vor} kleiner als die Geschwindigkeitsvorgabe gemäß Geschwindigkeitsprofil v_{Profil} ist und die Geschwindigkeit des eigenen Fahrzeugs v_{ist} kleiner als die Geschwindigkeitsvorgabe gemäß Geschwindigkeitsprofil v_{Profil} ist. Bei aktiver Abstandsregelung wird der Geschwindigkeitsregler als P-Regler betrieben. Ist mindestens eine der beiden Bedingungen nicht erfüllt, so wird die Regelung gemäß Geschwindigkeitsprofil aktiviert. In diesem Fall wird der Geschwindigkeitsregler als PI-Regler betrieben.

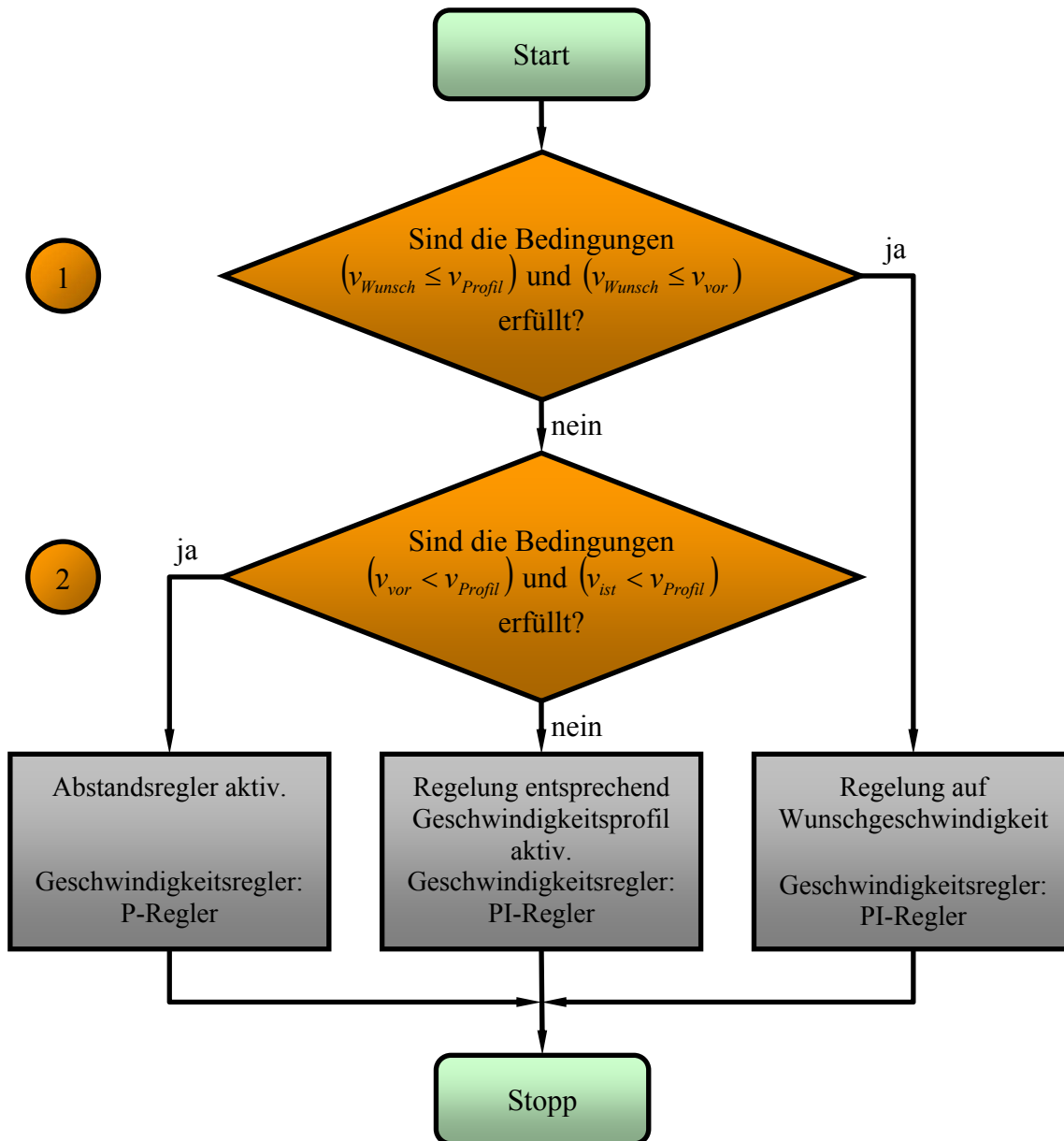


Bild 5.7: Flussdiagramm für die Auswahl des richtigen Regelungskonzepts für das ausgerüstete Fahrzeug.

Für den Fall, dass alle im Auswahlalgorithmus beteiligten Geschwindigkeiten gleiche Werte annehmen, ergibt sich aus dem Algorithmus die folgende Priorität der Regelungskonzepte:

1. Geschwindigkeitsregelung entsprechend der vorgegebenen Wunschgeschwindigkeit,
2. Regelung entsprechend der Werte des Geschwindigkeitsprofils,
3. Abstandsregelung.

Die Umschaltung zwischen den unterschiedlichen Sollwerten wurde in [40] als zweistufige Umschaltung realisiert. Aus Gründen der Übersichtlichkeit wurde die Umschaltung hier als einstufiges Konzept präsentiert.

5.3 Ausblick auf zukünftige Anwendungsmöglichkeiten

Bei allen bisherigen Betrachtungen wurde das Limit der Haftwertausnutzung als konstant angenommen. Aufgrund dieser Annahme waren das analytische Verfahren und das numerische Verfahren innerhalb enger Grenzen vergleichbar. In diesem Kapitel wird der Verlauf des Haftwertlimits nur noch als abschnittsweise und nicht mehr für den gesamten betrachteten Bereich als konstant angesehen. In diesem Zusammenhang werden ein Ausblick auf zukünftige Anwendungsszenarien und die damit verbundenen Problematiken gegeben. Da der Verlauf des Haftwertlimits nur noch abschnittsweise als konstant angesehen wird, ist das analytische Verfahren nicht anwendbar. Die in diesem Kapitel gezeigten Ergebnisse basieren dementsprechend auf der numerischen Methode.

Ausgangspunkt für die Betrachtungen ist eine symmetrische Verbundkurve, deren Krümmungsverlauf in Bild 5.8 abgebildet ist. In denjenigen Bereichen des Diagramms mit weißem Hintergrund wird ein Haftwertlimit von $\mu_{lim} = 1/3$ angenommen. Im gelb hinterlegten Bereich, zwischen $s = 550 \text{ m}$ und $s = 625 \text{ m}$, wird ein Haftwertlimit von $\mu_{lim} = 3/10$ angenommen. Diese farbliche Markierung des Diagrammhintergrunds wurde auch in den folgenden Diagrammen vorgenommen und bezieht sich, wie hier beschrieben, auf die für das Haftwertlimit angesetzten Zahlenwerte. Ein derartiges Szenario kann in der Praxis auftreten, wenn im Eingangsbereich einer Kurve beispielsweise eine Flüssigkeit ausgelaufen ist und das Maximum der Haftwertausnutzung aufgrund der sich auf der Fahrbahn befindlichen Flüssigkeit herabgesetzt ist. Um die Reserven, die bei der Festlegung des Haftwertlimits bei nicht reduziertem Maximum eingeplant wurden beizubehalten, ist es sinnvoll, das Haftwertlimit für den Bereich mit reduziertem Haftwertmaximum ebenfalls zu reduzieren.

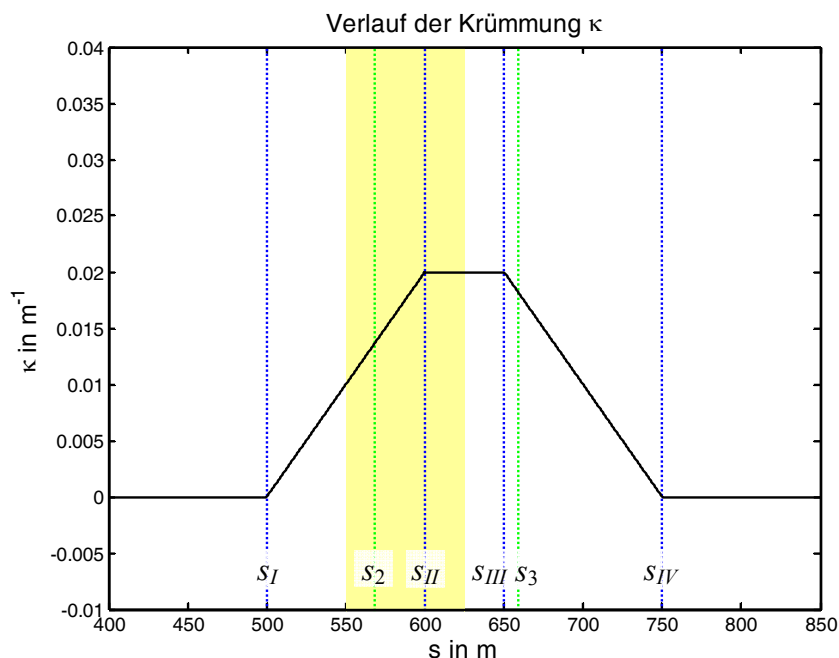


Bild 5.8: Krümmungsverlauf der betrachteten Verbundkurve. Der Bereich, in dem ein vermindertes Haftwertlimit angenommen wird, ist mit einem gelben Farbton hinterlegt.

Die Straßendaten, der Wert für das „nicht reduzierte“ Haftwertlimit, der Bereich, in dem das Haftwertlimit reduziert ist und der Wert des reduzierten Haftwertlimits werden als dem System bekannt angenommen. Mit Hilfe dieser Werte und den angepassten Werten für die Fahrzeugverzögerung $a_{decel,adj}$, konstante Geschwindigkeit ($a_{x,res} = 0 \text{ m/s}^2$) und die Fahrzeugbeschleunigung $a_{accel,adj}$ können die dazugehörigen, das Haftlimit beschreibenden Geschwindigkeitsverläufe $v_{lim,decel,adj}^2$, $v_{lim,v=const}^2$ und $v_{lim,accel,adj}^2$ berechnet werden. Diese drei Geschwindigkeitsverläufe sind in Bild 5.9 in denjenigen Bereichen, in denen sie für die Bestimmung des Geschwindigkeitsprofils benötigt werden, als gestrichelte Verläufe abgebildet. Der Verlauf von $v_{lim,decel,adj}^2$ ist grau gestrichelt, $v_{lim,v=const}^2$ rot gestrichelt und $v_{lim,accel,adj}^2$ magenta gestrichelt aufgetragen. Derjenige Bereich der Verbundkurve, in dem das Haftwertlimit reduziert ist, ist in Bild 5.9 gelb hinterlegt. Dass im gelb hinterlegten Bereich das Haftwertlimit gegenüber den Bereichen mit weißem Hintergrund reduziert ist, lässt sich auch daran erkennen, dass die das Haftwertlimit beschreibenden Geschwindigkeitsverläufe an den Grenzen des gelb hinterlegten Bereichs einen Sprung vollziehen.

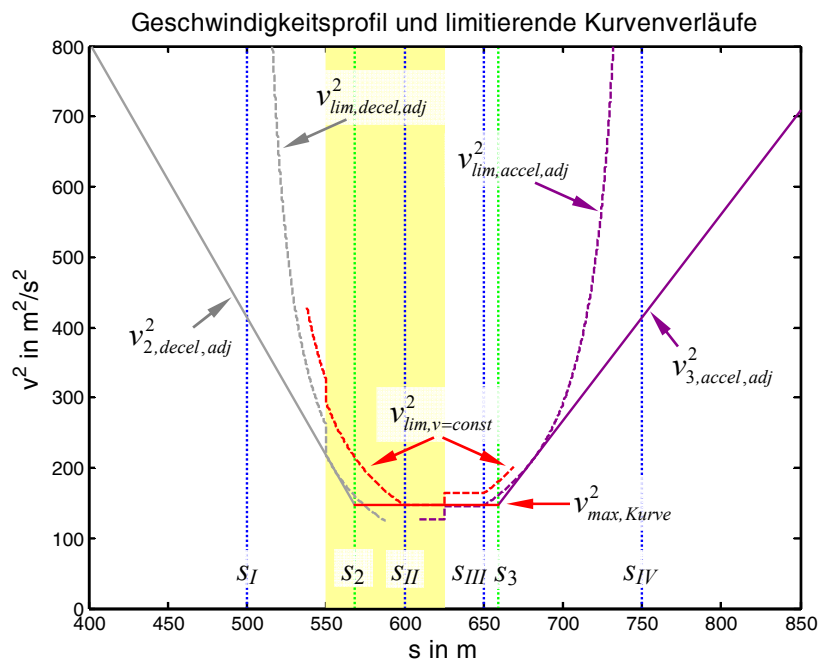


Bild 5.9: Geschwindigkeitsprofil (durchgezogene Kurvenverläufe) und die das Haftwertlimit beschreibenden Kurvenverläufe (gestrichelte Verläufe). Der Bereich mit reduziertem Haftwertlimit ist gelb hinterlegt.

Sind die das Haftwertlimit beschreibenden Geschwindigkeitsverläufe berechnet, können mit deren Hilfe die Geschwindigkeitsverläufe des Geschwindigkeitsprofils bestimmt werden. Das Minimum des Geschwindigkeitsverlaufs $v_{lim,v=const}^2$ ergibt die mit einer rot durchgezogenen Linie aufgetragene maximale Kurvengeschwindigkeit $v_{max,Kurve}^2$. Der Geschwindigkeitsverlauf für den Bremsvorgang $v_{2,decel,adj}^2$, der im Diagramm mit einer durchgezogenen grauen Linie aufgetragen ist, liegt auf oder unterhalb des im Diagramm grau gestrichelt eingetragenen Geschwindigkeitsverlaufs $v_{lim,decel,adj}^2$.

Der Geschwindigkeitsverlauf für den Beschleunigungsvorgang $v_{3,accel,adj}^2$ im Diagramm in Bild 5.9 durchgezogen und magenta aufgetragen, liegt auf oder unterhalb des im Diagramm magenta gestrichelt eingetragenen Geschwindigkeitsverlaufs $v_{lim,accel,adj}^2$, der den Geschwindigkeitsverlauf bei Ausnutzung des Haftwertlimits bei einer Fahrzeugbeschleunigung repräsentiert.

Folgt ein Fahrzeug dem in Bild 5.9 ermittelten Geschwindigkeitslauf beim Durchfahren einer Verbundkurve mit dem in Bild 5.8 abgebildeten Verlauf der Krümmung, so ergibt sich der in Bild 5.10 abgebildete Verlauf der Haftwertnutzung μ . Der Verlauf des Haftwertlimits ist rot aufgetragen und der Bereich mit reduziertem Haftwertlimit gelb hinterlegt. Es ist zu erkennen, dass das gesetzte Limit nicht überschritten wird.

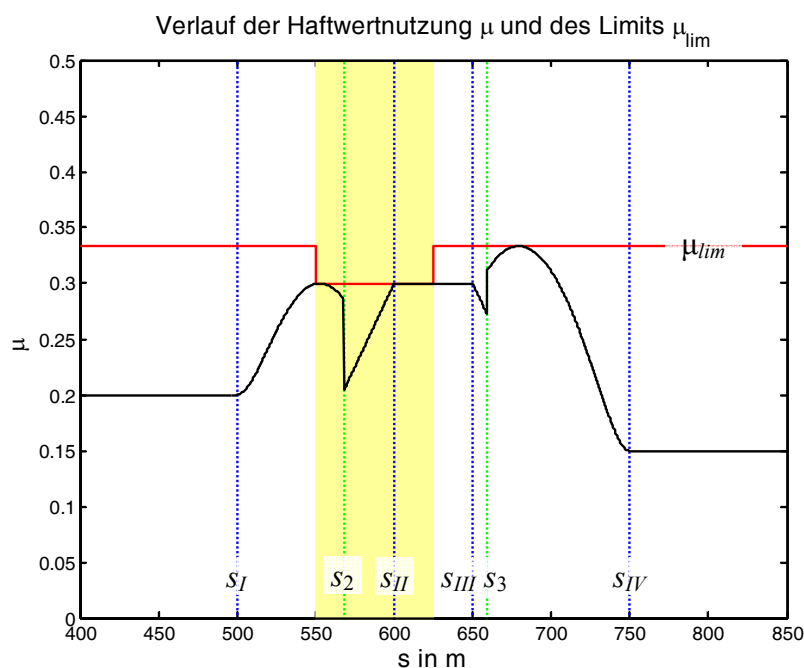


Bild 5.10: Verlauf der Haftwertnutzung μ und des vorgegebenen Limits μ_{lim} als Funktion des Weges.

Da im numerischen Verfahren die das Haftwertlimit beschreibenden Geschwindigkeitsverläufe für diskrete Positionswerte berechnet werden, kann das in Kapitel 3 beschriebene Verfahren ohne Änderungen auch bei Szenarien mit variierendem Haftwertlimit angewendet werden. Selbstverständlich sind dabei die in Kapitel 4 beschriebenen Bedingungen zu beachten.

Befindet sich, wie bereits erwähnt, im Eingangsbereich einer Kurve ein Flüssigkeitsfilm auf der Fahrbahn, was einen verringerten Haftwert zu Folge hätte, so entspräche das dem hier beschriebenen Fall. Sofern nun dem Geschwindigkeitsplanungsmodul die nötigen Daten zu Verfügung ständen, wäre es in der Lage, die aktuellen Fahrbahnbedingungen bei der Berechnung der Geschwindigkeitsempfehlungen zu berücksichtigen. Ganz offensichtlich steht und fällt die Qualität des vorgestellten Systems mit der zur Verfügung stehenden Datenbasis. Steht dem System eine korrekte Datenbasis zur Verfügung, so ist es dem System möglich, korrekte Geschwindigkeitsempfehlungen an den Fahrer zu geben.

Ist die Datenbasis jedoch fehlerhaft, so kann dies zu unnötigen sowie fehlenden Warnungen führen, wobei eine fehlende Warnung ein höheres Sicherheitsrisiko in sich birgt.

Im Punkt der Aktualität der Datenbasis bieten Kommunikationssysteme zwischen Fahrzeug und Fahrzeug und zwischen Fahrzeug und Infrastruktur eventuell einen Ausweg aus dieser Problematik, die im Prinzip bereits heute bei Karten von Navigationssystemen existiert.

Beispielsweise könnten Infrastrukturkomponenten bei Baustellen die eingerichteten Geschwindigkeitsbeschränkungen und die genauen Daten zur geänderten Verkehrsführung an die sich nähernden Fahrzeuge übermitteln. Diese Informationen könnten dann bei der Geschwindigkeitsplanung und für das Fahrzeug berücksichtigt werden.

Im Falle eines herabgesetzten Maximums des Haftwertes wäre es sogar vorstellbar, dass innerhalb der Fahrzeuge selbst Messungen durchgeführt werden und die gemessenen Daten für die Geschwindigkeitsplanung an nachfolgende Fahrzeuge übermittelt wird.

6 Zusammenfassung

Mit der vorliegenden Arbeit wurde ein neues Verfahren zur Berechnung von Geschwindigkeitsempfehlungen vorgestellt. Das beschriebene Verfahren soll einen Beitrag zur Reduzierung der Anzahl von Unfällen leisten, bei denen überhöhte Geschwindigkeit die Ursache war, und kann sowohl in teilautomatisierten Systemen als auch in Fahrerassistenzsystemen zum Einsatz kommen. Im Folgenden wird eine detaillierte inhaltliche Zusammenfassung der vorliegenden Arbeit gegeben.

Im Wesentlichen wurde ein Verfahren vorgestellt, mit dessen Hilfe sich ortsabhängige Geschwindigkeitsempfehlungen berechnen lassen. Als Kriterium für die Geschwindigkeitsempfehlungen wurde das Kraftübertragungsverhalten der Reifen, die das Bindeglied zwischen Fahrzeug und Fahrbahn sind, herangezogen. In der Literatur dokumentierte Untersuchungen des Kraftübertragungsverhaltens zeigen, dass die durch den Reifen in horizontaler Richtung übertragbaren Kräfte auf ein Maximum begrenzt sind. Für die Einplanung von Reserven und die Berücksichtigung von Komfortaspekten wurde in der vorliegenden Arbeit ein künstliches Limit, das gleich oder in der Regel kleiner als der physikalisch begrenzende Maximalwert ist, eingeführt. Die Berechnung der Geschwindigkeitsempfehlungen erfolgte dann unter der Bedingung, dass die Summe der durch alle Reifen eines Fahrzeugs in horizontaler Richtung übertragenen Kräfte das eingeführte Limit erreicht, aber nicht überschreiten darf. Hierbei ist innerhalb der entwickelten Verfahren grundsätzlich eine unterschiedliche Gewichtung der in Längs- und Querrichtung auftretenden Kräfte vorgesehen.

Da das primäre Anwendungsgebiet des Systems für Geschwindigkeitsempfehlungen der alltägliche Straßenverkehr ist und die gegebenen Geschwindigkeitsempfehlungen das sichere Durchfahren von Kurven zum Ziel hat, wurden die im Straßenbau gängigen Geometrien und Geometriefolgen des Lageplans als Randbedingungen für die Geschwindigkeitsempfehlungen herangezogen. Auf der Basis einer im Straßenbau besonders gängigen Geometriefolge, der Verbundkurve, wurden zwei Methoden zur Berechnung von Geschwindigkeitsempfehlungen hergeleitet. Bei einer Verbundkurve sorgen die aufeinander folgenden Geometrieelemente Gerade, Klothoide, Kreisbogen, Klothoide und Gerade für einen stetigen Verlauf der Fahrbahnkrümmung.

Sofern die Verbundkurve vollständig in der Ebene liegt, die Fahrbahn also keine Längs- und Seitenneigungen aufweist, können die Geschwindigkeitsempfehlungen als Funktion des Ortes, die in der vorliegenden Arbeit als Geschwindigkeitsprofil bezeichnet werden, mit einem Satz analytischer Gleichungen berechnet werden, weshalb diese Methode auch als „analytische Methode“ bezeichnet wird. Für einen Straßenverlauf hingegen, der sowohl Längs- als auch Querneigungen aufweist, wurde die sogenannte „numerische Methode“ hergeleitet, da die analytische Methode in einem solchen Fall nicht anwendbar ist. Bei der numerischen Methode werden zunächst für diskrete Positionen Geschwindigkeitswerte berechnet, die das oben beschriebene künstliche Limit repräsentieren. Die für das Geschwindigkeitsprofil verwendeten Geschwindigkeitsverläufe, die auch reale Verzögerungs- oder Beschleunigungsvorgänge beinhalten, werden dann derart an die Verläufe der Grenzwerte angepasst, dass diese nicht überschritten werden. Da bei der Anpassung der Geschwindigkeitsverläufe an die jeweiligen Grenzwertkurven ein numerisches Suchverfahren verwendet wird, wurde die Bezeichnung numerische Methode gewählt.

Bei beiden hier vorgestellten Verfahren wird die Kurve in drei Bereiche eingeteilt. Zunächst wird im ersten Bereich die Geschwindigkeit des Fahrzeugs an die maximal für die Kurve empfohlene Geschwindigkeit angepasst, was in der Regel durch ein Abbremsmanöver geschieht. Der zweite Bereich wird mit einer konstanten Geschwindigkeit, welche der maximal empfohlenen Kurvengeschwindigkeit entspricht, durchfahren. Im dritten Bereich darf das Fahrzeug wieder beschleunigt werden oder muss gegebenenfalls für die nächste Kurve weiter verzögert werden.

Handelt es sich hierbei um eine einzelne Kurve, so sind hauptsächlich Verzögerungsvorgänge während der Einfahrt und Beschleunigungsvorgänge während der Ausfahrt von Interesse. Liegen jedoch mehrere Kurven mit unterschiedlichen Radien hintereinander, so können auch Beschleunigungsvorgänge während der Einfahrt in eine Kurve und Verzögerungsvorgänge während der Ausfahrt aus einer Kurve auftreten. Liegt beispielsweise eine Kurve mit einem großen Kurvenradius hinter einer Kurve mit kleinem Kurvenradius, so muss die erste der beiden Kurven mit einer geringeren Geschwindigkeit durchfahren werden als die zweite. Um die Kurvenkombination möglichst zügig zu durchfahren, ist hier eine Beschleunigung auf die maximal empfohlene Kurvengeschwindigkeit bei der Einfahrt in die zweite Kurve denkbar. Ist hingegen der umgekehrte Fall gegeben, dass eine Kurve mit kleinem Radius hinter einer Kurve mit großem Radius liegt, so kann es nötig sein, dass die Fahrzeuggeschwindigkeit bereits während der Ausfahrt aus der ersten Kurve weiter reduziert werden muss, damit die Folgekurve sicher durchfahren werden kann.

Um ein Geschwindigkeitsprofil für eine ganze Strecke zu berechnen, wird zunächst ein Geschwindigkeitsprofil für jede einzelne Kurve ohne Berücksichtigung aller weiterer Kurven auf der Strecke berechnet. Damit werden für jede Kurve die maximal empfohlene Kurvengeschwindigkeit und derjenige Wegbereich im Scheitel der Kurve festgelegt, in dem die Fahrzeuggeschwindigkeit als konstant angesetzt ist und für die Einhaltung der anfangs festgelegten Kriterien weder beschleunigt noch verzögert werden darf. Mit Hilfe dieser soweit vorliegenden Bereiche und den Grenzwerten für Verzögerung und Beschleunigung, die anhand von Komfortkriterien festgelegt werden, wird dann die Einflussnahme des Geschwindigkeitsprofils aller Kurven auf das der jeweils davorliegenden sowie auch der folgenden Kurve geprüft. Hierfür wird innerhalb einer Reihe von Kurven zunächst diejenige mit der niedrigsten Kurvengeschwindigkeit betrachtet. Da auch diese sicher durchfahren werden muss, wird geprüft, wie der Verzögerungsvorgang für die Einfahrt in diese Kurve verläuft. Wäre es beispielsweise nötig, in der davorliegenden Kurve bereits innerhalb des Bereichs, für den eine konstante Geschwindigkeit angesetzt ist, zu verzögern, so wird die maximal empfohlene Kurvengeschwindigkeit für die davorliegende Kurve soweit reduziert, dass eine Verzögerung innerhalb dieses Bereichs nicht mehr stattfinden muss. Ein Bremsvorgang innerhalb dieses Bereichs würde zur Überschreitung des eingeführten Kräfteimits führen, für dessen Einhaltung das Geschwindigkeitsprofil berechnet wird. Ist im Gegensatz dazu eine Verzögerung innerhalb des Bereichs konstanter Geschwindigkeit bei der davorliegenden Kurve nicht nötig, bleibt die maximal empfohlene Geschwindigkeit für diese Kurve unverändert. Die gleiche Überprüfung findet im Prinzip für einen Beschleunigungsvorgang im Auslauf der betrachteten Kurve statt. Erreicht das Fahrzeug vor dem Bereich konstanter Geschwindigkeit der folgenden Kurve deren maximal empfohlene Kurvengeschwindigkeit, so wird diese Kurvengeschwindigkeit beibehalten. Reicht der Beschleunigungsvorgang bis in den Bereich konstanter Kurvengeschwindigkeit hinein, so wird die maximal empfohlene Geschwindigkeit für diese Kurve soweit reduziert, dass die Geschwindigkeit in diesem Bereich konstant gehalten werden kann.

Im nächsten Schritt wird die gleiche Überprüfung der gegenseitigen Einflussnahme für die Kurve, für die die nächst höhere Maximalgeschwindigkeit gilt, durchgeführt und deren Einfluss auf die davorliegende und die nachfolgende Kurve geprüft. Dieses Vorgehen wird wiederholt, bis alle Kurven einer Strecke betrachtet wurden. Im letzten Schritt wird das Geschwindigkeitsprofil für die gesamte Trajektorie ermittelt. Hierfür werden die gegebenenfalls korrigierten Geschwindigkeitsprofile der einzelnen Kurven miteinander verglichen, wobei letztlich die niedrigste aller Geschwindigkeiten als Referenzwert für das gesamte Gesamtgeschwindigkeitsprofil übernommen wird.

Weiterhin wurden die beiden neu entwickelten Verfahren hinsichtlich ihrer Eigenschaften untersucht. Im Falle der analytischen Methode konnten diese Betrachtungen bestätigen, dass die neu hergeleiteten Gleichungen und Algorithmen in der geforderten Weise zielführend sind. Für die numerische Methode wurden die Eigenschaften des hergeleiteten Modells anhand mehrerer Beispiele aufgezeigt und daraus wichtige Hinweise für die bei der Wahl der verwendeten Parameter zu beachtenden Randbedingungen bei praktischen Anwendungen abgeleitet. Zu diesen Randbedingungen gehören die durch den Verlauf der Fahrbahn vorgegebenen Längs- und Querneigungen, die selbst bei einem stehenden Fahrzeug zur Übertragung von horizontalen Kräften zwischen Fahrbahn und Fahrzeug führt. Diese sind bei der Vorgabe des gewünschten Limits für die in horizontaler Richtung zu übertragenden Kräfte zu berücksichtigen.

Im darauf folgenden praktischen Teil wurde zunächst die Berechnung eines Geschwindigkeitsprofils anhand einer kurvenreichen Landstraße, einem Teilstück der B480 in der Nähe von Bad Berleburg, demonstriert. Hierbei wurde die Arbeitsweise des oben beschriebenen Algorithmus zur Überprüfung der gegenseitigen Beeinflussung der einzelnen Geschwindigkeitsprofile untereinander ausführlich erläutert. Das berechnete Geschwindigkeitsprofil wurde hinsichtlich der Zielsetzung überprüft. Entspricht die Fahrzeuggeschwindigkeit den Empfehlungen, so wird das vorgegebene Limit für die Summe der durch alle Reifen des Fahrzeugs in horizontaler Richtung übertragenen Kräfte eingehalten. Ebenso wurde in diesem Zusammenhang eine Möglichkeit zur Warnung des Fahrers bei der Einfahrt in eine Kurve mit überhöhter Geschwindigkeit beschrieben. Die Warnung des Fahrers orientiert sich dabei an dem Gefährdungspotenzial, welches sich durch das Überschreiten der für die jeweilige Kurve vorgesehenen Grenzwerte ergeben würde. Außerdem wurde das Zusammenwirken des Systems für Geschwindigkeitsempfehlungen mit anderen Fahrerassistenzsystemen wie einer automatischen Abstandsregelung (ACC) und einem Tempomaten in einem automatisch geführten Fahrzeug beschrieben. Hierbei wurden auch die Kriterien erläutert, anhand derer zwischen den unterschiedlichen Regelungsstrategien umgeschaltet wird. Letztlich wurde ein zukünftiges Anwendungsszenario beschrieben, das sich durch die Kombination des Systems für Geschwindigkeitsempfehlungen und Fahrzeug-zu-Fahrzeug-Kommunikation beziehungsweise Fahrzeug-zu-Infrastruktur-Kommunikation eröffnen würde. In dem beschriebenen Szenario wird das für das Fahrzeug berechnete Geschwindigkeitsprofil an örtlich begrenzte, schlechte Straßenverhältnisse angepasst. Die für diese Neuberechnung der Geschwindigkeitsinformationen benötigten Daten über den aktuellen Zustand der Fahrbahn könnte das Fahrerassistenzsystem über Fahrzeug-zu-Fahrzeug oder Fahrzeug-zu-Infrastruktur-Kommunikationssysteme erhalten.

Insgesamt wird festgestellt, dass durch die Verwendung von positionsbezogenen Geschwindigkeitsempfehlungen das bereits an der Universität Siegen vorliegende System um die Möglichkeit erweitert wurde, mehrere aufeinander folgende Kurven unterschiedlicher Radien in den Geschwindigkeitsempfehlungen zu berücksichtigen. Durch Einführung einer numerischen Methode wird ferner die Vorabberechnung von Geschwindigkeitsprofilen für Fahrbahnen mit Längs- und Querneigung ermöglicht. Obwohl die numerische Methode anhand einer Verbundkurve hergeleitet wurde, ist diese bei der Anwendung nicht mehr an bestimmte Geometriefolgen gebunden, sondern kann auf beliebige Geometriefolgen, deren Krümmungswert mit null beginnt und endet, angewendet werden. Der im praktischen Teil beschriebene Anwendungsfall enthält mehrere Geometriefolgen, deren Grundstrukturen von derjenigen der Verbundkurve abweichen. Bei der Anwendung der numerischen Methode besteht weiterhin der Vorteil, dass die Straßenverhältnisse nicht mehr über den gesamten betrachteten Bereich als konstant angesetzt werden müssen. Es können, sofern die dafür benötigten Informationen vorliegen, örtlich begrenzte schlechte Straßenverhältnisse im Verfahren berücksichtigt werden. Das vorgestellte Konzept des Geschwindigkeitsprofils lässt sich ohne großen Aufwand derart erweitern, dass eine Reaktionszeit des Fahrers bei der Anwendung als Fahrerassistenzsystem oder eine Ausregelzeit bei automatisch geführten Fahrzeugen berücksichtigt werden kann.

Hält sich ein Fahrer an die Geschwindigkeitsempfehlungen, die auf Basis der Fahrbahndaten berechnet wurden, so kann er die vor ihm liegende Strecke sicher befahren. Das System verwendet demzufolge Informationen der Navigationsebene, um eine vorausschauende Stabilisierung des Fahrzeugs zu erreichen. Bereits auf der Stabilisierungsebene existierende Fahrerassistenzsysteme wie zum Beispiel ABS (ABV), ASR (TCS) und ESP (ESC) werden damit in idealer Weise um eine prädiktive Komponente erweitert. Da das Verfahren ortsbezogene Geschwindigkeitsempfehlungen für vollständige Routenverläufe bereitstellt, bietet sich eine Integration in heute bestehende Navigationsgeräte an. In diesen Geräten wird zur Realisierung der Navigationsfunktion Position und Geschwindigkeit des Fahrzeugs bestimmt. Die Geschwindigkeitsempfehlungen könnten vorab berechnet und als Datensatz auf einem Speichermedium mitgeliefert werden. Durch diese beiden wesentlichen Faktoren ist der für die Realisierung des Verfahrens zusätzlich benötigte Rechenaufwand im Bordsystem minimal und die Hürde für eine breite Verfügbarkeit von auf diesem Verfahren basierten Geschwindigkeitsempfehlungen, sofern bereits ein Navigationsgerät vorhanden ist, eher gering. Die Berechnung der Geschwindigkeitsempfehlungen könnte dann im einfachsten Fall bei mobilen Navigationslösungen pauschal für alle möglichen Fahrzeugtypen ausgelegt werden. Bei fest installierten Navigationslösungen sind hingegen Varianten denkbar, die an den jeweiligen Fahrzeugtyp angepasst sind und auch individuelle Wünsche des Fahrers hinsichtlich des Komforts berücksichtigen.

Das mit der vorliegenden Arbeit beschriebene Verfahren zur Bereitstellung von Geschwindigkeitsempfehlungen ermöglicht das sichere Durchfahren ganzer Folgen von Kurven und leistet damit einen wesentlichen Beitrag zur Reduzierung der durch überhöhte Geschwindigkeit verursachten Unfälle. Durch das breite Spektrum an Realisierungsmöglichkeiten und ressourcensparenden Implementierungsvarianten kann angenommen werden, dass die vorgestellte Verfahrensweise positiv von den Herstellern aufgenommen wird und mittelfristig sogar zur Serienreife gebracht werden könnte. Ebenso wäre vorstellbar, dass das Verfahren im Rahmen zukünftiger Forschungsaktivitäten beispielsweise hinsichtlich der Übersichtlichkeit von Kurven erweitert wird oder das Zusammenwirken mit anderen Fahrerassistenzsystemen noch detaillierter untersucht wird.

7 Abstract

In the present work, a new method for calculating reference values for the velocity of a vehicle was introduced. The primary objective of the presented method is to reduce the amount of accidents caused by excessive speed. The method described in this work can be applied to semi-automated systems as well as to advanced driver assistance systems. The following abstract will provide a detailed thesis summary.

Primarily, a method to calculate location-dependent reference values for the velocity of a vehicle was presented. The capability of tires that transmit forces from the car to the surface of the road was used as a criterion for the calculation of the reference values. In literature documented analysis of the force transmission behaviour shows the result that the capability of a tire to transmit forces in horizontal direction is limited to a physical maximum value. In order to build up a reserve and to consider aspects of comfort, an additional artificial limit was introduced. The artificial limit is equal to the physical maximum value, but in most cases, it is lower than the physical maximum value. The reference values for the velocity were calculated on the condition that the sum of the forces transmitted by all vehicle tires in horizontal direction does not exceed the artificial limit. Basically, the developed methods provide the feature to weight the longitudinal and lateral forces individually.

Since the primary field of application for the systems calculating reference values for velocity is the everyday road traffic and the purpose of reference values for velocity is to safely drive through curves of a track, the common geometries or sequences of geometries used for road construction are considered as boundary conditions. On the basis of a frequently used sequence of geometries for horizontal curves, which consist of a straight line, a clothoid (transition curve), a circular arc, a clothoid and a straight line, two methods for calculating reference values for velocity are derived. The mentioned sequence of geometries leads to a gradual progression of the bending of a track.

As far as this sequence of geometries is completely arranged in the plain, reference values for velocity can be calculated by a set of analytic equations. The results of this calculation, the reference values that are given as a function of the position, are called speed profile. The method itself, which is based on the set of analytic equations, is called analytic method. For a road with longitudinal and lateral inclinations, the so called numeric method was derived due to the fact that the analytic method cannot be used in such a case. In the case of the numeric method, velocity values representing the artificial limit as described above are initially calculated for discrete positions. Afterwards, the velocity curves which are used for the speed profile are adapted to the limiting curve in such a way that the limit is not exceeded. The method is called numeric method because nested intervals, a method for finding a numerical solution, is used to adapt the speed curves to the limiting curves.

For both methods, the curve is divided into three parts. In the first of the three parts, the velocity of the vehicle is adapted to the maximum recommended velocity for the curve, which is usually achieved by a deceleration. The second part of the curve is passed at constant velocity equal to the maximum recommended velocity for the curve. In the third of the three parts acceleration and deceleration of the vehicle is allowed again.

For a single curve, a deceleration process in the entrance and an acceleration process of the vehicle in the run-out of the curve are mainly of interest. In a sequence of curves, it is possible that an acceleration of a vehicle in the entrance and a deceleration in the run-out of the curve can also occur. If a large-radius curve is located behind a small-radius curve, the velocity of the vehicle may be increased in the entrance of the second curve to go through the series of curves as quickly as possible. In the opposite case (a small-radius curve is located behind a large-radius curve), it may be necessary that the vehicle speed already has to be reduced in the out-run of the first curve in order to safely pass the second curve.

In order to calculate a complete route's velocity profile consisting of several curves, a speed profile for each curve is calculated at first. Further curves will not be taken into consideration in this connection. Thus, the maximum recommended velocity is defined for the regarded curve as well as for the part of the curve where the velocity of the vehicle should be kept constant in order to meet the criterion. Based on the area, where the velocity of the vehicle should be kept constant and with the help of maximum values for deceleration and acceleration, the influence of the considered speed profile on the speed profile of the previous and the following curve can be checked. With the help of maximum values for deceleration and acceleration, aspects of comfort can be taken into consideration. In a trajectory consisting of several curves, the curve at the lowest maximum recommended velocity is considered first. Starting with this curve, the velocity for the deceleration in the entrance of the curve is examined. If it is necessary to start the deceleration for the currently considered curve in the area of constant velocity of the previous curve, the maximum recommended velocity for the previous curve will have to be reduced to a value that it is no longer necessary to start the deceleration in this area. A deceleration in this area would lead to an exceedance of the introduced force limit. If it is not necessary to start the deceleration for the currently considered curve in the area of constant velocity of the previous curve, the maximum recommended velocity for the previous curve remains unchanged. In principle, the same examination is done regarding the acceleration curve in the run-out of the currently considered curve. If it is necessary to continue the acceleration of the vehicle within the area of constant speed to reach the maximum recommended velocity for the following curve, the maximum recommended velocity for the following curve is reduced to a value that it is no longer necessary to accelerate within this area. Otherwise the maximum recommended velocity of that curve remains unchanged. In the next step this check is repeated for the curve at the next higher assigned velocity. This process is repeated until all curves are processed. In the last step, the speed profile for the complete trajectory is calculated. To achieve this, the velocity-values of all speed profiles, that were calculated for only one curve and where the maximum recommended velocity for this curve was possibly reduced, are compared to each point of the trajectory. The lowest velocity value is taken for the speed profile for the complete trajectory.

Furthermore, both developed methods were analysed regarding their characteristics. In case of the analytic method, the analysis confirmed that the newly derived equations and algorithms lead to the desired result. For the numeric method, the characteristics of the derived model are shown by reference to several examples. Valuable hints for the boundary conditions which have to be taken into consideration regarding the choice of parameters in practical applications were extracted from these examples. The longitudinal and lateral inclinations that are given by the course of the road represent these boundary conditions that can lead to the transmission of forces in horizontal direction even for a stopped vehicle. These inclinations have to be taken into consideration when specifying the value for the artificial limit for the forces transmitted in horizontal direction.

In the following practical part of the work, the calculation of a speed profile was demonstrated on the basis of a part of the corkscrew country road B480 near Bad Berleburg. Within the calculation of the speed profile, the algorithm for checking the impacts of the speed profiles on each other was described in detail. The complete speed profile met the condition that the sum of the forces transmitted by all vehicle tires in horizontal direction does not exceed the artificial limit. In this context, a possibility to alert the driver of a vehicle is described if the recommended speed is exceeded during the entrance of the curve. The alert-level reflects the risk potential that results from exceeding the destined limits for a certain curve. In addition, the concurrence of the system for reference velocities with an adaptive cruise control system (ACC) and a standard cruise control system in an automated vehicle was described. In this context, criteria for switching between the different control strategies are discussed in detail. Finally, a future application scenario that would be enabled by the combination of the system for reference velocities and vehicle-to-vehicle communication or vehicle-to-infrastructure communication was described. In the scenario, the speed profile is adapted to localized bad road conditions. The information that is needed to adapt the speed profile to the current road conditions could be received via a vehicle-to-vehicle or a vehicle-to-infrastructure communication system.

Altogether, the already existing system at the University of Siegen was extended to consider several curves with different radii within a trajectory in the reference values for the velocity by using location dependant reference values. By introducing a numeric method, the possibility to calculate a speed profile for a road with longitudinal and lateral inclination was enabled. Although the numerical method is derived on the basis of the frequently used sequence of geometries, which consist of a straight line, a clothoid (transition curve), a circular arc, a clothoid and a straight line, the method can be used on any sequence of geometries as long as the curvature starts and end with a value of zero. The application described in the practical part contained several sequences of geometries that have a different basic structure as the sequence straight line, clothoid (transition curve), circular arc, clothoid and straight line. Another advantage of the numeric method is that the road conditions do not have to be assumed as constant over the considered range. As far as the required information is available, it is possible to adapt the speed profile to localized bad road conditions. In case of an implementation as an advanced driver assistance system a reaction time of a person or a transient time in automatically guided vehicles, can be easily considered in the presented method of the speed profile.

If the driver obeys to the reference values for the velocity, which were calculated on the basis of the road data, it enables the driver to easily pass the route lying ahead. The system uses information from the navigation level to realize a predictive stabilization of the vehicle. In this way advanced driver assistance systems like Antilock Braking System (ABS) [41], Traction Control System (TCS) (Glossary in [2], [41]) and Electronic Stability Program (ESP) (Glossary in [2], [41], other terms for ESP: Electronic Stability Control (ESC), Dynamic Stability Control (DSC), Vehicle Stability Assist (VSA), Vehicle Stability Control (VSC) and Vehicle Dynamic Control (VDC)) which already exist on the stabilization level are extended with a predictive component. As the method provides reference values for the velocity for complete routes, the integration into existing navigation systems is suitable. To realize the navigation function, the position and the speed of the vehicle are determined. The reference values for the velocity can be calculated in advance and can be delivered as data records on a memory medium. Due to these two essential factors the additional computing time in the on board system for the realisation of the method is minimal and the hurdle for a wide availability of the reference values for the velocity based on the presented method is low, as far as a navigation system is already present. In the simplest way, the calculated reference values could be suitable for all types of vehicles for mobile navigation solutions. For build-in navigation solution the reference values could be adapted to the particular vehicle and requests of the driver regarding aspects of comfort could be taken into consideration.

The method to provide reference values for the velocity presented in this work enables safe curve negotiation and apart from this aspect, it presents a substantial contribution to reduce the amount of accidents caused by excessive speed. Due to the wide range of realization options and resource-saving implementation options, it can be assumed that manufacturers will respond favourably to the method. Moreover, the presented method could be made ready for serial production on a medium-term. Within the scope of future research activities, it would also be imaginable to extend the method regarding the clarity of curves or to analyze the concurrence with other advanced driver assistance systems in more detail.

A Anhang zu Kapitel 2

A.1 Projektübersicht für die Forschungsinitiative AKTIV

Projekt Verkehrsmanagement (Aktiv-VM)

Aktiv-VM Teilprojekt	Beschreibung
Netzoptimierer	Im „Netzoptimierer“ werden sämtliche Informationen über den aktuellen Verkehrszustand in einer Zentrale zusammenlaufen. Diese werden ausgewertet und in ein abgestimmtes Maßnahmen- und Informationspaket umgesetzt. Infrastruktureinrichtungen wie z. B. Wechselerkehrsanzeigen werden direkt mit Informationen versorgt. Die Verteilung der Informationen an die Verkehrsteilnehmer erfolgt in enger Interaktion mit der Applikation „Informationsplattform“. Im Rahmen der angestrebten Kooperation werden Informationen nicht nur wie heute üblich vom „öffentlichen Partner“ zum „privaten Partner“, sondern in beiden Richtungen fließen.
Virtuelle Verkehrsbeeinflussungsanlage	Bei der straßenseitigen Infrastruktur wird die „Virtuelle Verkehrsbeeinflussungsanlage“ eine zentrale Rolle einnehmen. Verkehrsinformationen werden hier nicht mehr nur über Schilderbrücken, sondern auch direkt ins Fahrzeug kommuniziert. So können die heute bekannten oder aber auch neue Informationen direkt im Fahrzeug angezeigt bzw. von Systemen zur Fahrerunterstützung verarbeitet werden. „Virtuell“ bedeutet, dass die Informationen ganz ohne Infrastruktureinrichtungen an verkehrlich bedeutsamen Punkten verteilt werden können, wie z. B. an Baustellen.
Kooperative Lichtsignalanlage	Die Steuerung des Verkehrsflusses an Knotenpunkten übernimmt die „Kooperative Lichtsignalanlage“. Über diese Aktiv-VM Applikation sind auch bestehende Ampelanlagen in die neuartigen Informationskonzepte einzubinden, was insbesondere für die Steigerung der Leistungsfähigkeit auf Umleitungsstrecken von Bedeutung sein wird. Wartezeiten an Lichtsignalanlagen werden ebenso verringert wie Lärm und Schadstoffausstoß.

Tabelle A.1: Teilprojekte des Projekts Verkehrsmanagement innerhalb der Forschungsinitiative AKTIV [20]. Teil 1 von 2 der Tabelle.

Aktiv-VM Teilprojekt	Beschreibung
Adaptive Navigation	Im Teilprojekt „Adaptive Navigation“ werden kooperative Fahrzeug-Infrastruktur Technologien zur dynamischen Navigation und zur Information des Fahrers entwickelt. Zusätzlich zu FM, DAB und UMTS wird ein direkter Kommunikationslink zu infrastrukturbasierten Applikationen eingerichtet. So können Reisezeiten, Umleitungsempfehlungen und Anzeigen der Infrastruktur direkt in die Navigation integriert und dem Nutzer in einem System angeboten werden. Die so erreichte Durchgängigkeit der Informationsdarbietung wird zur Steigerung der Akzeptanz und zur optimalen Nutzung des Verkehrsnetzes beitragen.
Störungsadaptives Fahren	Technologien zur Optimierung des Verkehrsablaufs und vorausschauendes, kooperatives Fahren in speziellen Situationen sind die Ziele der Applikation „Störungsadaptives Fahren“. Die Erfassung der lokalen Verkehrssituation durch die Fahrzeuge und der Informationsaustausch zwischen Fahrzeugen und Infrastruktur verbessern die Leistungsfähigkeit des Straßennetzwerks in kritischen Situationen wie z. B. in Baustellenbereichen. Die Verarbeitung dieser Informationen in den Fahrzeugsystemen führt zur optimalen Nutzung der vorhandenen Kapazitäten auf der Strecke.
Informationsplattform	Die „Informationsplattform“ stellt die zentrale Drehscheibe für strategie- und verkehrslagebasierte Informationen dar. Daten und Informationen aus unterschiedlichen Quellen werden aufbereitet und, entsprechend angepasst, für die Applikationen bereitgestellt. Diese Datenplattform gewährleistet eine applikationsübergreifende Georeferenz und die dezentrale Pflege von verkehrstechnischen Kartenattributen.
„Bewertung“ und „Kooperations- und Innovationsforen“	Konkrete Aussagen über das Wirkungspotenzial wird das querschnittliche Teilprojekt „Bewertung“ liefern. Diese wird sich auf umfangreiche Feldversuche im Testfeld Hessen stützen. Die in Aktiv-VM gewonnenen Ergebnisse werden über die „Kooperations- und Innovationsforen“ mit einer breiten Fachöffentlichkeit diskutiert.

Tabelle A.1: Teilprojekte des Projekts Verkehrsmanagement innerhalb der Forschungsinitiative AKTIV [20]. Teil 2 von 2 der Tabelle.

Projekt Aktive Sicherheit (Aktiv-AS)

Aktiv-AS Teilprojekt	Beschreibung
Aktive Gefahrenbremsung	Automatische Bremssysteme zur Kollisionsvermeidung und Unfallfolgenminderung werden im Teilprojekt „Aktive Gefahrenbremsung“ entwickelt. Anders als bei den heute bereits verfügbaren Notbremssystemen wird die aktive Gefahrenbremsung an die Verkehrssituation angepasst sein und wird somit frühzeitiger ausgelöst. Dies erfordert eine hoch entwickelte Fahrumgebungserfassung und -interpretation sowie eine der Situation angepasste Systementscheidung. Einen Schwerpunkt stellt das abgestufte Warn- und Handlungskonzept (Warnung > Bremsung > Notbremsung) dar, welches die Fahreraufmerksamkeit berücksichtigt und den Fahrer in das Geschehen mit einbezieht.
Integrierte Querführung	Im Teilprojekt “Integrierte Querführung“ wird eine kontinuierliche, integrierte Querführungsunterstützung für den Geschwindigkeitsbereich von 0 bis 180km/h für Spurhaltung, Spurwechsel sowie innerhalb von Baustellen entwickelt. Ziel ist eine zuverlässige, teilautonome Spurhaltung auch in komplexen Fahrsituationen. Intensive Akzeptanztests werden durchgeführt.
Kreuzungsassistentz	Kreuzungen sind die Knotenpunkte der Verkehrsströme. Sie erfordern eine deutlich höhere Aufmerksamkeit des Fahrers und sind nach wie vor Unfallschwerpunkte. Der Schwerpunkt des Teilprojektes “Kreuzungsassistentz“ ist die Reduzierung der Unfälle an Kreuzungen durch die Unterstützung des Fahrers beim Überqueren einer Kreuzung und beim Ein- und Abbiegen. Bordsensorik, kooperative Kommunikation, Integration von Positionierungs- und digitalen Karten sowie eine umfassende Situationsanalyse bilden die Basis der Kreuzungsassistentz. Eine geeignete Auswahl von Informations- und Warnstrategien bis hin zum automatischen Eingriff stellt die optimale Unterstützung des Fahrers sicher.

Tabelle A.2: Teilprojekte des Projekts Aktive Sicherheit innerhalb der Forschungsinitiative AKTIV [20]. Teil 1 von 2 der Tabelle.

Aktiv-AS Teilprojekt	Beschreibung
Sicherheit für Fußgänger und Radfahrer	<p>Im Teilprojekt "Sicherheit für Fußgänger und Radfahrer" werden Systeme entwickelt und getestet, die mittels einer vorausschauenden Sensorik Gefahrensituationen mit ungeschützten Verkehrsteilnehmern bereits im Vorfeld eines drohenden Unfalls erkennen und wirkungsvolle Schutzmaßnahmen einleiten, die einen Aufprall vermeiden oder zumindest die Unfallfolgen deutlich mildern. Die Bandbreite der Maßnahmen beinhaltet sowohl die Warnung des Fahrers und der ungeschützten Verkehrsteilnehmer, den aktiven Eingriff in das Bremssystem als auch die Verwendung (ir-)reversibler Schutzmechanismen. Die zuverlässige Aktivierung dieser Maßnahmen stellt eine große Herausforderung für die Sensorik dar, insbesondere hinsichtlich der Erscheinungsvielfalt von ungeschützten Verkehrsteilnehmern im komplexen Verkehrsumfeld, der kurzen Reaktionszeiten und einer angepassten Situationsanalyse.</p>
Fahrsicherheit und Aufmerksamkeit	<p>Das querschnittliche Teilprojekt "Fahrsicherheit und Aufmerksamkeit" beschäftigt sich mit der Erfassung der Fahreraufmerksamkeit mit Hilfe von Umgebungssensorik und/ oder Videokameras. Zur Anpassung der Warn- und Eingriffsstrategien in den Applikationsprojekten wird der Aufmerksamkeitsgrad des Fahrers mit einbezogen. Zusätzliche Maßnahmen zum Erhalt der Fahreraufmerksamkeit werden untersucht. Für aktive Sicherheitssysteme werden Entwicklungsmethoden geschaffen und hinsichtlich ihres Einsatzes in kritischen Situationen untersucht. So kann das Langzeitverhalten des Fahrers und der Systemeinfluss auf die Unfallzahlen vorhergesagt werden. Nicht zuletzt werden rechtliche Aspekte der Systemeinführung diskutiert.</p>

Tabelle A.2: Teilprojekte des Projekts Aktive Sicherheit innerhalb der Forschungsinitiative AKTIV [20]. Teil 2 von 2 der Tabelle.

B Anhang zu Kapitel 3

B.1 Herleitung und Plot der Reifenkennlinien für den Antriebsfall

In Bild B.1 sind die Geschwindigkeitsverhältnisse am Rad für den Antriebsfall wiedergegeben. Der Antriebsfall liegt vor, wenn der Betrag der Umfangsgeschwindigkeit $|\vec{v}_R|$ größer als der Betrag der Bewegungsgeschwindigkeit $|\vec{v}|$ ist.

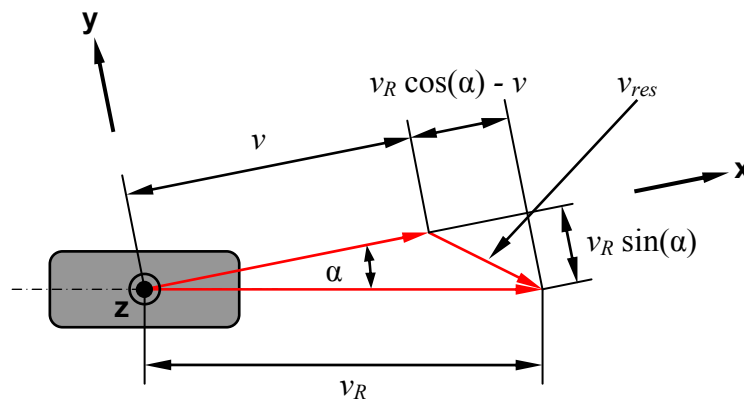


Bild B.1: Geschwindigkeitsverhältnisse am Rad bei Auftreten eines Schräglaufwinkels α im Antriebsfall.

Im Antriebsfall ist die Bezugsgeschwindigkeit für den Schlupf und dessen Komponenten die Umfangsgeschwindigkeit v_R . Für die Komponenten des Schlupfs ergeben sich entsprechend Bild B.1 die Gleichungen B.1 und B.2:

$$\lambda_{x,A} = \frac{\Delta v_{x,A}}{v_R} = \frac{v_R \cos(\alpha) - v}{v_R}, \quad (\text{Gl. B.1})$$

$$\lambda_{y,A} = \frac{\Delta v_{y,A}}{v_R} = \frac{v_R \sin(\alpha)}{v_R} = \sin(\alpha). \quad (\text{Gl. B.2})$$

Drückt man Gleichung B.1 als Funktion des absoluten Antriebsschlupf aus, so ergibt sich Gleichung B.3:

$$\lambda_{x,A} = \frac{v_R \cos(\alpha) - v}{v_R} = \cos(\alpha) - \left(1 - \frac{v_R - v}{v_R}\right) = \cos(\alpha) - (1 - \lambda_A). \quad (\text{Gl. B.3})$$

Führt man die Gleichungen B.2 und B.3 zum resultierenden Schlupf zusammen, ergibt sich Gleichung B.4:

$$\lambda_{res,A} = \sqrt{\lambda_{x,A}^2 + \lambda_{y,A}^2} = \sqrt{2(1 - \lambda_A)(1 - \cos(\alpha)) + \lambda_A^2}. \quad (\text{Gl. B.4})$$

Ersetzt man in der Kennlinienfunktion für den Bremsfall in Gleichung 3.11 den resultierenden Bremsschlupf $\lambda_{res,B}$ durch den resultierenden Antriebsschlupf $\lambda_{res,A}$, so erhält man entsprechend Gleichung B.5 die Kennlinienfunktion für den Antriebsfall:

$$\mu_{res,A} = C_1 \left(1 - e^{-C_2 \lambda_{res,A}}\right) - C_3 \lambda_{res,A}. \quad (\text{Gl. B.5})$$

Analog zu den Gleichungen 3.16 und 3.17 ergeben sich die gesuchten Zusammenhänge zwischen dem resultierenden Kraftschluss $\mu_{res,A}$ und dessen Komponenten $\mu_{x,A}$ (Gleichung B.6) und $\mu_{y,A}$ (Gleichung B.7):

$$\mu_{x,A} = \frac{\lambda_{x,A}}{\lambda_{res,A}} \mu_{res,A}, \quad (\text{Gl. B.6})$$

$$\mu_{y,A} = \frac{\lambda_{y,A}}{\lambda_{res,A}} \mu_{res,A}. \quad (\text{Gl. B.7})$$

Wertet man die Gleichungen B.2 bzw. B.3, B.4, B.5 und B.6 bzw. B.7 mit den Parametern $C_1 = 1,1$; $C_2 = 25$; $C_3 = 0,3$ für absolute Schlupfwerte λ_A im Bereich von 0 bis 1 und den in den Legenden der Diagramme angegebenen Schräglaufwinkeln α aus, so ergeben sich die Diagramme in Bild B.2. Ein Faktor für den Einfluss von Nässe wurde nicht berücksichtigt.

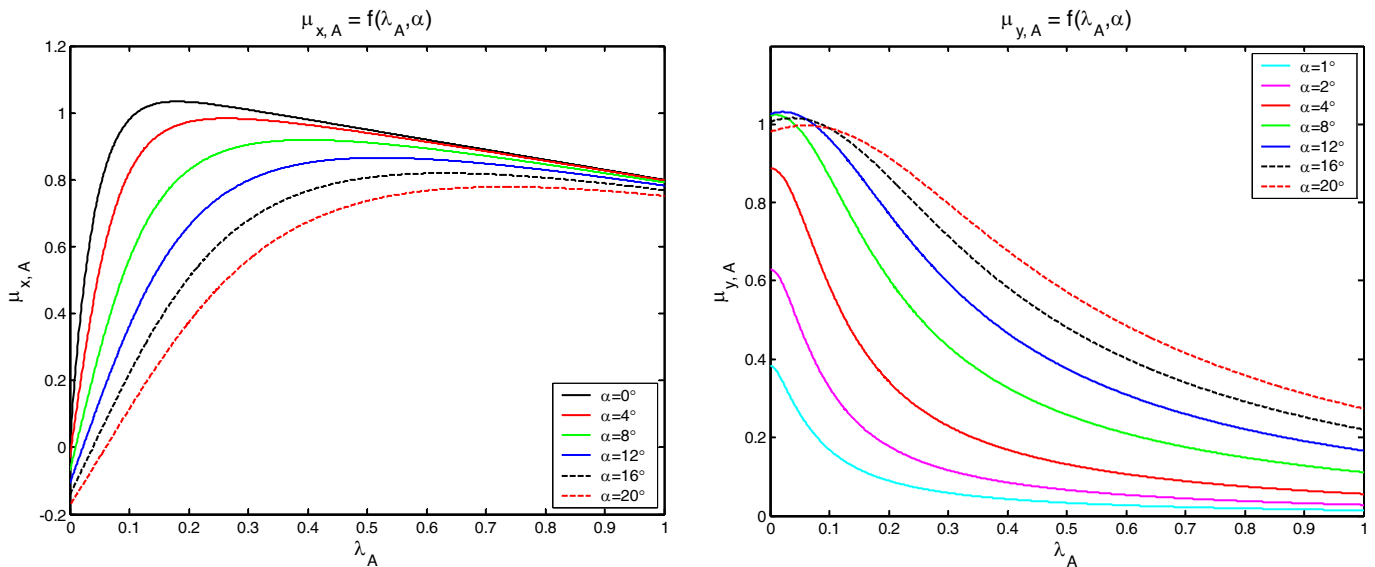


Bild B.2: Plot der Kraftschlusskoeffizienten $\mu_{x,A}$ und $\mu_{y,A}$ als Funktion des absoluten Schlupfs λ_A bei unterschiedlichen Schräglaufwinkeln α .

Im linken Diagramm von Bild B.2 ist, vergleichbar mit dem Bremsfall, zu erkennen, dass sich der Maximalwert der Kraftschlusskurve $\mu_{x,A}$ durch steigende Schräglaufwinkel verringert und in Richtung größerer Werte des absoluten Schlupfs verschiebt. Bei kleinen Werten absoluten Schlupfs treten bei Vorhandensein eines Schräglaufwinkels negative Werte für den Kraftschlusskoeffizienten $\mu_{x,A}$ auf, was einer Bremswirkung entspricht. In einem derartigen Fall muss erst ein gewisser Mindestschlupf aufgebaut werden, damit sich keine Bremswirkung mehr ergibt.

Im rechten Diagramm von Bild B.2 ist zu erkennen, dass die Fähigkeit des Reifens, Seitenkräfte zu übertragen bei kleinen Werten absoluten Schlupfs mit steigendem Schräglaufwinkel relativ schnell bis zu einem Maximum zunimmt und danach bei weiter steigendem Schräglaufwinkel wieder abfällt. Bei steigendem Schlupf fallen alle Kennlinien ab; je größer der Schräglaufwinkel, desto langsamer fallen die Kurven ab. Im Gegensatz zum Bremsfall können bei einem Schlupfwert von $\lambda_B = 1$ noch geringe Seitenkräfte übertragen werden.

B.2 Herleitung der Gleichungen für den Startpunkt des Beschleunigungsvorgangs im Auslauf einer Kurve

Entscheidend für die Herleitung ist der Verlauf der resultierenden Haftwertausnutzung zwischen dem Startpunkt des Beschleunigungsvorgangs (Wegpunkt s_3) und dem Endpunkt der Klothoide bei der Kurvenausfahrt (Wegpunkt s_{IV}).

Für den Verlauf der Krümmung innerhalb der Klothoide bei der Kurvenausfahrt wird die Gleichung aus Tabelle 3.1 für die Krümmung zwischen den Wegpunkten s_{III} und s_{IV} eingesetzt. Diese ist in Gleichung B.8 noch einmal gegeben:

$$\kappa_{III,IV}(s) = \frac{\kappa_{Kurve}}{s_{IV} - s_{III}}(s_{IV} - s) = \frac{s_{IV} - s}{A_{III,IV}^2}. \quad (\text{Gl. B.8})$$

Der Geschwindigkeitsverlauf wird generell durch Gleichung 3.35 beschrieben. In diesem speziellen Fall sind einige der Größen jedoch schon bekannt. Diese Größen sind die Geschwindigkeit am Startpunkt des Beschleunigungsweges; das ist hier die Kurvengeschwindigkeit $v_{max,Kurve}$, die in der Ausgangsgleichung die Geschwindigkeit v_0 ersetzt und die konstante, während des Beschleunigungsvorgangs auf das Fahrzeug wirkende Längsbeschleunigung a_{accel} . Der noch zu bestimmende Startpunkt des Beschleunigungsweges s_3 ersetzt den Wegpunkt s_0 der ursprünglichen Gleichung. Der Geschwindigkeitsverlauf zwischen den Wegpunkten s_3 und s_{IV} wird entsprechend der Indizes der Wegpunkte mit $v_{3,IV}$ bezeichnet und ist mit Gleichung B.9 gegeben:

$$v_{3,IV}^2(s) = 2 a_{accel} (s - s_3) + v_{max,Kurve}^2. \quad (\text{Gl. B.9})$$

Die am Fahrzeug auftretende Querschleunigung $a_{y,3,IV}$ ergibt sich damit zu dem in Gleichung B.10 gegebenen Term:

$$a_{y,3,IV}(s) = v_{3,IV}^2(s) \kappa_{III,IV}(s) = \left(2 a_{accel} (s - s_3) + v_{max,Kurve}^2 \right) \left(\frac{s_{IV} - s}{A_{III,IV}^2} \right). \quad (\text{Gl. B.10})$$

Die resultierende Haftwertausnutzung ergibt sich damit im Bereich zwischen den Wegpunkten s_3 und s_{IV} durch das Einsetzen von $a_x = a_{accel}$, $|a_z| = g$ und $a_y = a_{y,3,IV}(s)$ entsprechend Gleichung B.10 in Gleichung 3.39. Es ergibt sich Gleichung B.11:

$$\mu_{res} = \frac{\sqrt{\left(\frac{a_x}{k_x}\right)^2 + \left(\frac{a_y}{k_y}\right)^2}}{|a_z|} = \frac{\sqrt{\left(\frac{a_{accel}}{k_x}\right)^2 + \left(\frac{a_{y,3,IV}}{k_y}\right)^2}}{g}, \quad (\text{Gl. B.11})$$

$$\mu_{res} = \frac{\sqrt{\left(\frac{a_{accel}}{k_x}\right)^2 + \left(\frac{2 a_{accel} (s - s_3) + v_{max,Kurve}^2}{k_y}\right)^2 \left(\frac{s_{IV} - s}{A_{III,IV}^2}\right)^2}}{g}.$$

Für die Herleitung der Berechnungsvorschrift für den Startpunkt des Beschleunigungsweges bei einem Haftwertverlauf mit Randmaximum, der im Folgenden als Wegpunkt $s_{3,Rand}$ bezeichnet wird, ist in Gleichung B.11 $s_3 = s_{3,Rand}$, $s = s_{3,Rand}$ und $\mu_{res} = \mu_{lim}$ zu setzen. Es ergibt sich Gleichung B.12:

$$\mu_{lim} = \frac{\sqrt{\left(\frac{a_{accel}}{k_x}\right)^2 + \left(\frac{2 a_{accel} (s_{3,Rand} - s_{3,Rand}) + v_{max,Kurve}^2}{k_y}\right)^2 \left(\frac{s_{IV} - s_{3,Rand}}{A_{III,IV}^2}\right)^2}}{g}. \quad (\text{Gl. B.12})$$

Damit eliminiert sich der Term $2 a_{accel} (s_{3,Rand} - s_{3,Rand})$ aus der Gleichung, der ursprünglich den Geschwindigkeitsverlauf für den Beschleunigungsvorgang beschrieben hat. Für den Geschwindigkeitsverlauf bleibt entsprechend Gleichung B.13 nur noch der Term für das Quadrat der Kurvengeschwindigkeit stehen:

$$\mu_{lim} = \frac{\sqrt{\left(\frac{a_{accel}}{k_x}\right)^2 + \left(\frac{v_{max,Kurve}^2}{k_y}\right)^2 \left(\frac{s_{IV} - s_{3,Rand}}{A_{III,IV}^2}\right)^2}}{g}. \quad (\text{Gl. B.13})$$

Der gesuchte Startpunkt des Beschleunigungsvorgangs $s_{3,Rand}$ liegt nun genau dort, wo die geometrische Summe aus der Querschleunigung, deren qualitativer Verlauf bei konstanter Geschwindigkeit dem Verlauf der Krümmung der Fahrbahn entspricht, und der Längsbeschleunigung a_{accel} exakt dem gesetzten Limit für die Haftwertausnutzung μ_{lim} entspricht. Die mathematische Bedingung dieser Formulierung ist durch Gleichung B.13 gegeben, die, entsprechend Gleichung B.14 nach $s_{3,Rand}$ umgeformt, den gesuchten Zusammenhang ergibt:

$$s_{3,Rand} = s_{IV} - \frac{A_{III,IV}^2}{v_{max,Kurve}^2} \sqrt{k_y^2 \left(\mu_{lim}^2 g^2 - \frac{a_{accel}^2}{k_x^2} \right)}. \quad (\text{Gl. B.14})$$

Da der Startpunkt des Beschleunigungsvorgangs innerhalb der Klothoide liegt, in der die Krümmung der Fahrbahn linear mit dem Weg abfällt und die Fahrzeuggeschwindigkeit sich noch auf dem Minimalwert des Geschwindigkeitsprofils befindet, ist der durch Gleichung B.14 beschriebene Wert für $s_{3,Rand}$ der kleinstmögliche Wert für den Startpunkt des Beschleunigungsvorgangs. Wird für s_3 ein Wert kleiner $s_{3,Rand}$ gewählt, wird die in Kapitel 3.1 durch Gleichung 3.24 aufgestellte Bedingung in jedem Fall verletzt. Diese Information wird auch im nächsten Kapitel verwendet, das die Auswahl der korrekten Gleichung zur Berechnung des Startpunktes des Beschleunigungsvorgangs bei der Ausfahrt aus einer Kurve beschreibt.

Um die Positionen der globalen Minima und Maxima von Gleichung B.11 herauszufinden, muss eine Kurvendiskussion dieser Funktion durchgeführt werden. Hierbei ergeben sich die durch Gleichung B.15 bis B.17 gegebenen potenziellen Wegpunkte für Minima und Maxima:

$$s_{max,4} = s_{IV}, \quad (\text{Gl. B.15})$$

$$s_{max,5} = s_3 - \frac{v_{max,Kurve}^2}{2 a_{accel}}, \quad (\text{Gl. B.16})$$

$$s_{max,6} = \frac{1}{2} s_{IV} + \frac{1}{2} s_3 - \frac{1}{4} \frac{v_{max,Kurve}^2}{a_{accel}}. \quad (\text{Gl. B.17})$$

Von diesen drei potenziellen Lösungen sind $s = s_{max,4}$ und $s = s_{max,5}$ Minima der Funktion, da sie die Querschleunigung, die durch Gleichung B.10 gegeben ist, zu null werden lassen. Dies ist mit den Gleichungen B.18 und B.19 gezeigt. Im Fall von Gleichung B.18 liegt das daran, dass im Endpunkt der Klothoide bei der Kurvenausfahrt s_{IV} die Krümmung der Fahrbahn null ist.

Im zweiten betrachteten Fall, der durch Gleichung B.19 gegeben ist, wird der Geschwindigkeitsterm zu null. Dies geschieht außerhalb des betrachteten Intervalls, das durch die Wegpunkte s_3 , den Startpunkt des Beschleunigungsweges, und den Wegpunkt s_{IV} , dem Endpunkt der Klothoide bei der Kurvenausfahrt, begrenzt ist, da der Wert für a_{accel} positiv ist und damit der in Gleichung B.16 berechnete Wegpunkt $s_{max,5}$ vor dem Wegpunkt s_3 liegt:

$$a_{y,3,IV}(s = s_{max,4} = s_{IV}) = \left(2 a_{accel} (s_{IV} - s_3) + v_{max,Kurve}^2 \right) \underbrace{\left(\frac{s_{IV} - s_{IV}}{A_{III,IV}^2} \right)}_{=0} = 0, \quad (\text{Gl. B.18})$$

$$\begin{aligned} a_{y,3,IV} \left(s = s_{max,5} = s_3 - \frac{v_{max,Kurve}^2}{2 a_{accel}} \right) &= \dots \\ \dots &= \underbrace{\left(2 a_{accel} \left(s_3 - \frac{v_{max,Kurve}^2}{2 a_{accel}} - s_3 \right) + v_{max,Kurve}^2 \right)}_{=0} \left(\frac{s_{IV} - s_3 + \frac{v_{max,Kurve}^2}{2 a_{accel}}}{A_{III,IV}^2} \right) = 0. \end{aligned} \quad (\text{Gl. B.19})$$

Die gesuchte Position des globalen Maximums ist durch den Wegpunkt $s_{max,6}$ in Gleichung B.17 gegeben. Um den zu dieser Position des Maximums passenden Startpunkt des Beschleunigungsweges zu berechnen, werden $s = s_{max,6}$, $s_3 = s_{3,global}$ und $\mu_{res} = \mu_{lim}$ in Gleichung B.11 eingesetzt. Es ergibt sich Gleichung B.20:

$$\mu_{lim} = \frac{\sqrt{\left(\frac{a_{accel}}{k_x} \right)^2 + \left(\frac{2 a_{accel} (s_{max,6} - s_{3,global}) + v_{max,Kurve}^2}{k_y} \right)^2} \left(\frac{s_{IV} - s_{max,6}}{A_{III,IV}^2} \right)^2}{g}. \quad (\text{Gl. B.20})$$

Die Berechnungsvorschrift für den Startpunkt des Beschleunigungsvorgangs bei globalem Maximum ergibt sich durch Einsetzen von Gleichung B.17 in Gleichung B.20 und anschließendem Umstellen nach $s_{3,global}$. Bei der Umstellung ergeben sich die beiden in Gleichung B.21 aufgeführten Lösungen, die sich durch das Vorzeichen des Wurzelterms unterscheiden:

$$s_{3,global} = s_{IV} + \frac{1}{2} \frac{v_{max,Kurve}^2}{a_{accel}} \mp \sqrt{2 \frac{A_{III,IV}^2}{a_{accel}} \sqrt{k_y^2 \left(\mu_{lim}^2 g^2 - \frac{a_{accel}^2}{k_x^2} \right)}}. \quad (\text{Gl. B.21})$$

Da a_{accel} positiv ist, wird durch den Term $+ \frac{v_{max,Kurve}^2}{2 a_{accel}}$ ein Betrag auf s_{IV} aufaddiert. Da der gesuchte Startpunkt des Beschleunigungsweges $s_{3,global}$ aber zwischen den Wegpunkten s_{III} , dem Anfangspunkt der Klothoide bei der Kurvenausfahrt, und s_{IV} , dem Endpunkt der Klothoide bei der Kurvenausfahrt, liegen muss, ergibt sich die richtige Lösung durch die Wahl des negativen Vorzeichens.

Die korrekte Lösung ist in Gleichung B.22 gegeben:

$$s_{3, global} = s_{IV} + \frac{1}{2} \frac{v_{max, Kurve}^2}{a_{accel}} - \sqrt{2 \frac{A_{III, IV}^2}{a_{accel}} \sqrt{k_y^2 \left(\mu_{lim}^2 g^2 - \frac{a_{accel}^2}{k_x^2} \right)}}. \quad (\text{Gl. B.22})$$

Mit Gleichung B.14, die zur Berechnung des Startpunktes des Beschleunigungsvorgangs bei Vorliegen eines Randmaximums dient, Gleichung B.17, die zur Berechnung der Position des globalen Maximums verwendet wird, und Gleichung B.22, die zur Berechnung des Wegpunktes s_3 bei Auftreten eines globalen Maximums genutzt wird, sind nun alle benötigten Gleichungen für die Bestimmung des richtigen Wertes von s_3 hergeleitet.

Ein Algorithmus zur Auswahl der richtigen Gleichung zur Berechnung des Wegpunktes s_3 wird im folgenden Kapitel beschrieben.

B.3 Algorithmus zur Bestimmung der korrekten Gleichung für die Berechnung des Startpunktes des Beschleunigungsvorgangs im Auslauf einer Kurve

Im vorangehenden Kapitel wurden zwei Gleichungen zur Berechnung des Startpunktes des Beschleunigungsweges im Auslauf einer Kurve hergeleitet. In diesem Kapitel wird ein Algorithmus vorgestellt, der die richtige der beiden Gleichungen für die konkrete Anwendung auswählt.

Im Kapitel 3.8.1.1 wurden die möglichen Verläufe der Haftwertnutzung aus mathematischer Sicht betrachtet. Dort wurde erwähnt, dass im Prinzip beide Formen des Haftwertverlaufs über ein globales Maximum verfügen, wobei sich dieses Maximum bei einem Verlauf mit „globalem Maximum“ im Intervall zwischen dem Startpunkt des Beschleunigungsvorgangs (s_3) und dem Endpunkt der Klothoide bei der Kurvenausfahrt (s_{IV}) befindet und damit praktisch in Erscheinung tritt. Bei einem Haftwertverlauf mit einem Randmaximum liegt das globale Maximum außerhalb des Intervalls, das durch die Wegpunkte s_{IV} und s_3 begrenzt wird, und tritt damit praktisch nicht in Erscheinung.

Weiter wurde im vorangehenden Kapitel die Information gegeben, dass der Startpunkt des Beschleunigungsvorgangs, sofern er mit Gleichung B.14, der Gleichung zur Bestimmung von s_3 bei Vorliegen eines Randmaximums, berechnet wurde, der kleinstmögliche Wert für s_3 ist. Die Wahl eines kleineren Wertes für s_3 würde die Ausgangsbedingungen verletzen.

Die Position des Wegpunktes s_3 , der mit Hilfe von Gleichung B.14 berechnet wird, und die Position des globalen Maximums, das sich aus dem Wert von s_3 anhand von Gleichung B.17 berechnen lässt, werden im folgenden Algorithmus zur Auswahl der richtigen Gleichung für s_3 verwendet. Das Flussdiagramm in Bild B.3 verdeutlicht noch einmal das Vorgehen zur Berechnung des korrekten Startpunktes des Beschleunigungsvorgangs. Der Algorithmus gestaltet sich wie in der folgenden Schrittfolge beschrieben.

- 1 Im ersten Schritt werden die Position des Startpunktes des Beschleunigungsvorgangs s_3 mit Hilfe von Gleichung B.14, der Gleichung zur Bestimmung von s_3 bei einem Randmaximum und die dazugehörige Position des globalen Maximums, die sich durch Einsetzen des zuvor berechneten Wertes von $s_{3,Rand}$ in Gleichung B.17 ergibt, berechnet.
- 2 In Schritt drei wird überprüft, ob die Position des globalen Maximums innerhalb des durch den Startpunkt des Beschleunigungsvorgangs (s_3) nach Gleichung B.14 und dem Endpunkt der Klothoide im Auslauf der Kurve (s_{IV}) liegt.
- 3 Liegt die Position des globalen Maximums im Intervall $[s_{3,Rand}, s_{IV}]$, so ist Gleichung B.22 (Gleichung bei globalem Maximum) für die Berechnung von s_3 zu verwenden. Liegt die Position des Maximums vor dem Wegpunkt $s_{3,Rand}$ und damit außerhalb des Intervalls, so ist Gleichung B.14 (Gleichung bei Randmaximum) für die Berechnung von s_3 zu verwenden.

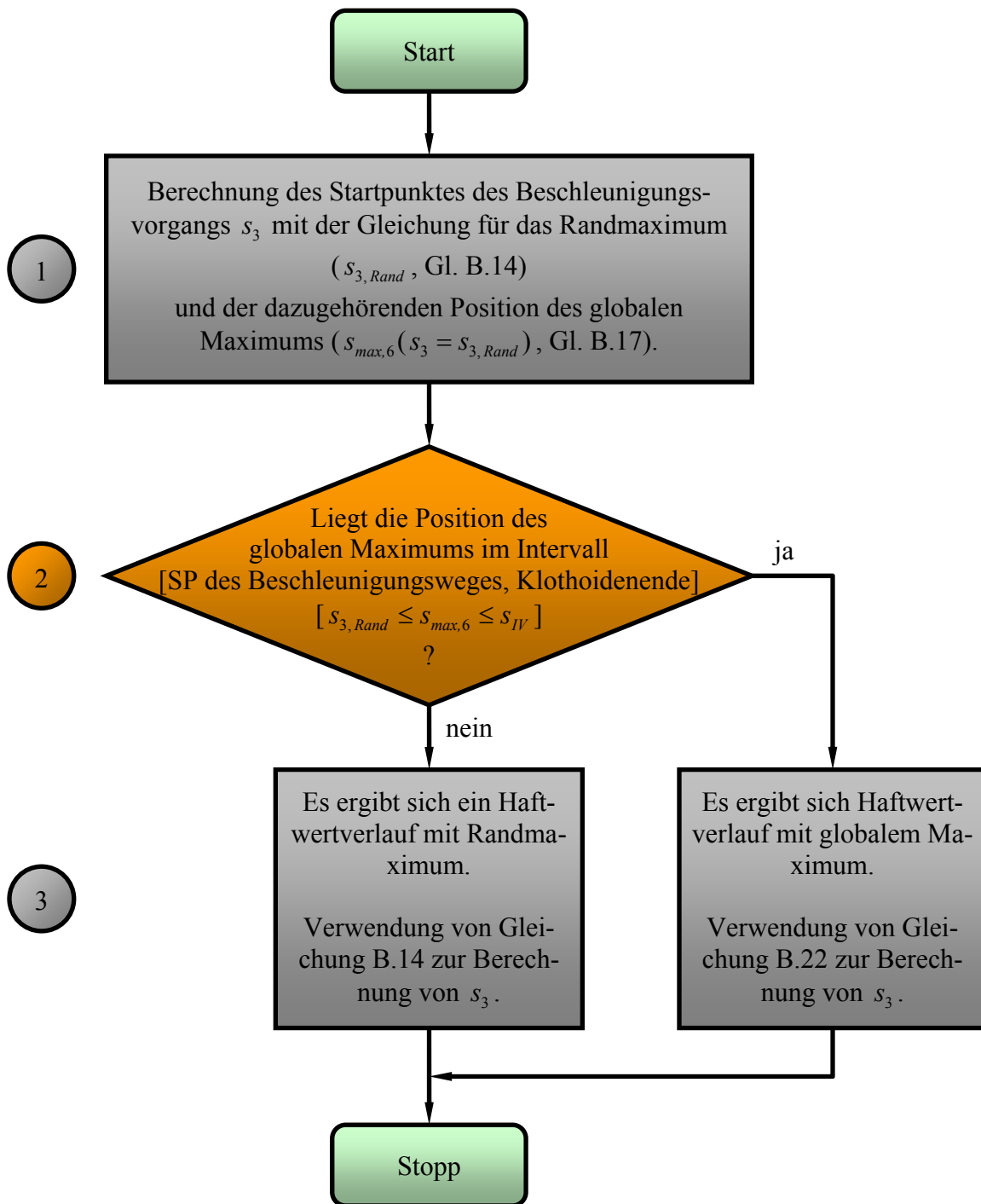


Bild B.3: Flussdiagramm zur Bestimmung der für den jeweiligen Anwendungsfall richtigen Gleichung für die Berechnung des korrekten Startpunktes des Beschleunigungsvorgangs s_3 .

B.4 Gleichung zur Berechnung des Startpunktes eines Verzögerungsvorgangs im Auslauf einer Kurve

Wie bereits am Anfang von Kapitel 3.8.1 beschrieben, kann es bei der Betrachtung mehrerer hintereinanderliegender Kurven vorkommen, dass die Geschwindigkeit bei der Ausfahrt aus einer Kurve reduziert werden muss, damit die folgende Kurve sicher durchfahren werden kann. Die Berechnung des zur Einhaltung der festgelegten Kriterien benötigten Wegpunkts wird in diesem Kapitel beschrieben.

Bei einer Verzögerung im Auslauf einer Kurve ergibt sich für die Geschwindigkeit ein sinkender und für die Krümmung der Fahrbahn ebenfalls ein fallender Funktionsverlauf. Durch diese Gegebenheiten ergibt sich grundsätzlich ein Randmaximum für den Verlauf der Haftwertnutzung. Demzufolge wäre prinzipiell Gleichung B.14, die Berechnungsvorschrift für s_3 bei Auftreten eines Randmaximums anzuwenden, allerdings muss die Längsbeschleunigung bei Geschwindigkeitserhöhung a_{accel} durch den Wert für Bremsvorgänge a_{decel} ersetzt werden. Nach der Substitution der Längsbeschleunigung in Gleichung B.14 ergibt sich Gleichung B.23:

$$s_{3, Rand} = s_{IV} - \frac{A_{III,IV}^2}{v_{max, Kurve}^2} \sqrt{k_y^2 \left(\mu_{lim}^2 g^2 - \frac{a_{decel}^2}{k_x^2} \right)}. \quad (\text{Gl. B.23})$$

B.5 Umstellung von Gleichung 3.86 nach Gleichung 3.87

Ausgangspunkt für die Gleichungsumstellung ist Gleichung 3.86, die hier nach dem Quadrat der Fahrzeuggeschwindigkeit v^2 umgestellt wird:

$$\mu_{res} = \frac{\sqrt{\left(\frac{a_x}{k_x}\right)^2 + \left(\frac{g \sin(\alpha_q) - \kappa v^2 \cos(\alpha_q)}{k_y}\right)^2}}{a_{gz} + \kappa v^2 \sin(\alpha_q)}. \quad (\text{Gl. 3.86})$$

Durch Multiplikation von Gleichung 3.86 mit dem Nennerterm des Bruchs $a_{gz} + \kappa v^2 \sin(\alpha_q)$ und Quadrieren der linken und rechten Seite der Gleichung ergibt sich Gleichung B.24:

$$\mu_{res}^2 (a_{gz} + \kappa v^2 \sin(\alpha_q))^2 = \left(\frac{a_x}{k_x}\right)^2 + \left(\frac{g \sin(\alpha_q) - \kappa v^2 \cos(\alpha_q)}{k_y}\right)^2. \quad (\text{Gl. B.24})$$

Durch Ausmultiplizieren der quadratischen Terme in Gleichung B.24 ergibt sich Gleichung B.25:

$$\begin{aligned} \mu_{res}^2 (a_{gz}^2 + 2 a_{gz} \kappa v^2 \sin(\alpha_q) + \kappa^2 v^4 (\sin(\alpha_q))^2) &= \dots \\ \dots &= \frac{a_x^2}{k_x^2} + \frac{g^2 (\sin(\alpha_q))^2 - 2 g \sin(\alpha_q) \kappa v^2 \cos(\alpha_q) + \kappa^2 v^4 (\cos(\alpha_q))^2}{k_y^2}. \end{aligned} \quad (\text{Gl. B.25})$$

Durch Multiplikation von Gleichung B.25 mit dem Produkt $k_x^2 k_y^2$ verschwinden die Brüche auf der rechten Seite der Gleichung. Es ergibt sich Gleichung B.26:

$$\begin{aligned} k_x^2 k_y^2 \mu_{res}^2 a_{gz}^2 + 2 k_x^2 k_y^2 \mu_{res}^2 a_{gz} \kappa v^2 \sin(\alpha_q) &+ \dots \\ \dots + k_x^2 k_y^2 \mu_{res}^2 \kappa^2 v^4 (\sin(\alpha_q))^2 &= k_y^2 a_x^2 + k_x^2 g^2 (\sin(\alpha_q))^2 + \dots \\ \dots - 2 k_x^2 g \sin(\alpha_q) \kappa v^2 \cos(\alpha_q) &+ k_x^2 \kappa^2 v^4 (\cos(\alpha_q))^2. \end{aligned} \quad (\text{Gl. B.26})$$

Alle Terme, die die Geschwindigkeit v enthalten, werden auf die linke Seite der Gleichung gebracht. Es ergibt sich Gleichung B.27:

$$\begin{aligned} \kappa^2 v^4 k_x^2 (k_y^2 \mu_{res}^2 (\sin(\alpha_q))^2 - (\cos(\alpha_q))^2) &+ \dots \\ \dots + 2 \kappa v^2 k_x^2 \sin(\alpha_q) (k_y^2 \mu_{res}^2 a_{gz} + g \cos(\alpha_q)) &= \dots \\ \dots = k_y^2 a_x^2 + k_x^2 g^2 (\sin(\alpha_q))^2 - k_x^2 k_y^2 \mu_{res}^2 a_{gz}^2. \end{aligned} \quad (\text{Gl. B.27})$$

Gleichung B.27 wird mit dem Term $\left[k_x^2 \left(k_y^2 \mu_{res}^2 \left(\sin(\alpha_q) \right)^2 - \left(\cos(\alpha_q) \right)^2 \right) \right]^{-1}$ multipliziert und die Abkürzungen p und q eingeführt. Es ergeben sich die Gleichungen B.28 und B.29:

$$\kappa^2 v^4 + \kappa v^2 \underbrace{2 \frac{k_x^2 \sin(\alpha_q) \left(k_y^2 \mu_{res}^2 a_{gz} + g \cos(\alpha_q) \right)}{k_x^2 \left(k_y^2 \mu_{res}^2 \left(\sin(\alpha_q) \right)^2 - \left(\cos(\alpha_q) \right)^2 \right)}}_p = \dots \quad (\text{Gl. B.28})$$

$$\dots = \frac{k_y^2 a_x^2 + k_x^2 g^2 \left(\sin(\alpha_q) \right)^2 - k_x^2 k_y^2 \mu_{res}^2 a_{gz}^2}{\underbrace{k_x^2 \left(k_y^2 \mu_{res}^2 \left(\sin(\alpha_q) \right)^2 - \left(\cos(\alpha_q) \right)^2 \right)}_{-q}}$$

$$\kappa^2 v^4 + \kappa v^2 p = -q$$

$$\text{mit } p = 2 \frac{k_x^2 \sin(\alpha_q) \left(k_y^2 \mu_{res}^2 a_{gz} + g \cos(\alpha_q) \right)}{k_x^2 \left(k_y^2 \mu_{res}^2 \left(\sin(\alpha_q) \right)^2 - \left(\cos(\alpha_q) \right)^2 \right)} \quad (\text{Gl. B.29})$$

$$\text{und } q = \frac{k_x^2 k_y^2 \mu_{res}^2 a_{gz}^2 - k_y^2 a_x^2 - k_x^2 g^2 \left(\sin(\alpha_q) \right)^2}{k_x^2 \left(k_y^2 \mu_{res}^2 \left(\sin(\alpha_q) \right)^2 - \left(\cos(\alpha_q) \right)^2 \right)}.$$

Gleichung B.29 wird quadratisch ergänzt. Es ergibt sich Gleichung B.30:

$$\kappa^2 v^4 + \kappa v^2 p + \left(\frac{p}{2} \right)^2 = \left(\frac{p}{2} \right)^2 - q. \quad (\text{Gl. B.30})$$

Der linke Teil von Gleichung B.30 wird zu einem quadratischen Term zusammengefasst. Es ergibt sich Gleichung B.31:

$$\left(\kappa v^2 + \frac{p}{2} \right)^2 = \left(\frac{p}{2} \right)^2 - q. \quad (\text{Gl. B.31})$$

Aus beiden Termen von Gleichung B.31 wird nun die Wurzel gezogen und der Term $p/2$ auf beiden Seiten subtrahiert. Es ergibt sich Gleichung B.32:

$$\kappa v^2 = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2} \right)^2 - q}. \quad (\text{Gl. B.32})$$

Nach der Division durch die Fahrbahnkrümmung κ ergibt sich mit Gleichung B.33 die gesuchte Gleichung für das Quadrat der Fahrzeuggeschwindigkeit v^2 :

$$v^2 = \frac{1}{\kappa} \left(-\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q} \right)$$

$$\text{mit } p = 2 \frac{k_x^2 \sin(\alpha_q) (k_y^2 \mu_{res}^2 a_{gz} + g \cos(\alpha_q))}{k_x^2 (k_y^2 \mu_{res}^2 (\sin(\alpha_q))^2 - (\cos(\alpha_q))^2)} \quad (\text{Gl. B.33})$$

$$\text{und } q = \frac{k_x^2 k_y^2 \mu_{res}^2 a_{gz}^2 - k_y^2 a_x^2 - k_x^2 g^2 (\sin(\alpha_q))^2}{k_x^2 (k_y^2 \mu_{res}^2 (\sin(\alpha_q))^2 - (\cos(\alpha_q))^2)}.$$

Im Gleichung B.33 ist noch das richtige Vorzeichen für den Wurzelterm zu bestimmen. In Simulationsuntersuchungen haben sich die folgenden, in Gleichung B.34 gegebenen Vorzeichen als richtig herausgestellt:

$$v^2 = \begin{cases} \frac{1}{\kappa} \left(-\frac{p}{2} + \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q} \right) & \text{für } \kappa > 0, \\ \frac{1}{\kappa} \left(-\frac{p}{2} - \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q} \right) & \text{für } \kappa < 0. \end{cases} \quad (\text{Gl. B.34})$$

B.6 Bestimmung des Startpunktes des Beschleunigungsvorgangs im Auslauf einer Kurve

Für die Bestimmung des Startpunktes des Beschleunigungsvorgangs im Auslauf einer Kurve müssen die Werte $\mu_{res} = \mu_{lim}$ und $a_{x,res} = \ddot{x} = a_{accel,adj}$ für einen Beschleunigungsvorgang in Gleichung 3.87 eingesetzt werden. Die sich ergebende Funktion wird mit $v_{lim,accel,adj}^2$ bezeichnet. Der sich für die Fahrbahngeometrie ergebende Funktionsverlauf ist in Bild B.4 rot eingezeichnet. Die Maximalgeschwindigkeit für die Kurve $v_{max,Kurve}^2$ wurde aus dem rechten Diagramm in Bild 3.19 übernommen.

Der Geschwindigkeitsverlauf für einen Beschleunigungsvorgang kann durch Gleichung 3.35 beschrieben werden. Hierbei sind bis zu diesem Punkt nur das Quadrat der Kurvengeschwindigkeit $v_{max,Kurve}^2$ und der angepasste Beschleunigungswert $a_{accel,adj}$ bekannt. Der richtige Wert für den Startpunkt des Beschleunigungsvorgangs im Auslauf der Kurve (s_3) muss durch ein Suchverfahren wie z. B. eine Intervallschachtelung bestimmt werden. Der Beschleunigungsvorgang hinter der Kurve wird durch Gleichung B.35 beschrieben:

$$v_{3,accel,adj}^2 = 2 a_{accel,adj} (s - s_3) + v_{max,Kurve}^2. \quad (\text{Gl. B.35})$$

Der Startpunkt des Beschleunigungsvorgangs im Auslauf der Kurve s_3 wird mit Hilfe von Gleichung B.35 derart bestimmt, dass der Funktionsverlauf für den Beschleunigungsvorgang ($v_{3,accel,adj}^2$) zwischen dem Startpunkt des Beschleunigungsvorgangs (s_3) und dem Endpunkt der Klothoide im Auslauf der Kurve (s_{IV}) vollständig auf oder unterhalb dem das Haftwertlimit beschreibenden Geschwindigkeitsverlaufs ($v_{lim,accel,adj}^2$) verläuft und der Startpunkt des Beschleunigungsvorgangs einen möglichst kleinen Funktionswert annimmt. Im Diagramm in Bild B.4 sind die Lösung für den Geschwindigkeitsverlauf für den Beschleunigungsvorgang mit einer schwarz durchgezogenen und der korrekte Startpunkt des Beschleunigungsvorgangs, der sich aus dem Schnittpunkt des Geschwindigkeitsverlaufs für den Beschleunigungsvorgang und dem konstanten Verlauf der Kurvengeschwindigkeit ergibt, mit einer grün gepunkteten Linie eingezeichnet.

Um den korrekten Startpunkt des Beschleunigungsweges zu finden, können der Startpunkt der Klothoide im Auslauf der Kurve (s_{III}) und deren Endpunkt (s_{IV}) als erste Grenzen für eine Intervallschachtelung verwendet werden. Für diese beiden Intervallgrenzen wird der jeweils zugehörige Geschwindigkeitsverlauf für den Bremsvorgang berechnet. In Bild B.4 sind die zu den ersten beiden Intervallgrenzen gehörenden Geschwindigkeitsverläufe mit grau gestrichelten Linien aufgetragen. Diese Linien verlaufen parallel zur schwarz eingezeichneten Lösung. Derjenige Geschwindigkeitsverlauf, der den Startpunkt der Klothoide als Startpunkt des Beschleunigungsvorgangs verwendet, verletzt das Kriterium, dass der Geschwindigkeitsverlauf unterhalb der das Limit beschreibenden Kurve liegt. Der Geschwindigkeitsverlauf, der den Endpunkt der Klothoide als Startpunkt des Beschleunigungsvorgangs verwendet, erfüllt das Kriterium. Im nächsten Schritt würde der Geschwindigkeitsverlauf, der die Mitte des Intervalls als Startpunkt des Beschleunigungsvorgangs verwendet, berechnet und das Kriterium erneut überprüft. Je nachdem, ob das Kriterium erfüllt oder verletzt ist, wird eine der beiden Intervallgrenzen ersetzt. Dieses Vorgehen kann wiederholt werden, bis eine gewünschte Genauigkeit für den Startpunkt des Beschleunigungsvorgangs erreicht ist.

Am Anfang des Kapitels 3.8.2 wurde erwähnt, dass die hier für die Erläuterung des Verfahrens verwendete Verbundkurve stellvertretend für alle Geometriefolgen, deren Krümmung mit null beginnt und endet, verwendet wird. Allgemeingültig müssen der Endpunkt desjenigen Kreisbogens mit dem kleinsten Radius innerhalb der Geometriefolge und der Endpunkt der Geometriefolge, bei dem der Krümmungswert null vorliegt, als Startwerte für die Intervallschachtelung verwendet werden.

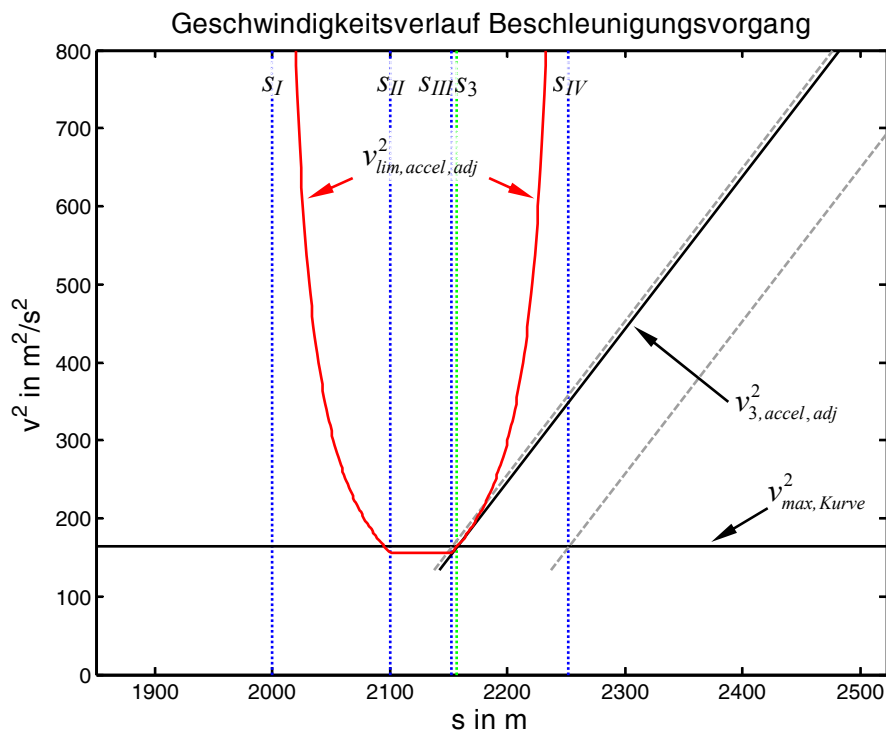


Bild B.4: Bestimmung des Startpunkts des Beschleunigungsvorgangs im Auslauf einer Kurve.

B.7 Bestimmung des Startpunktes des Verzögerungsvorgangs im Auslauf einer Kurve

Für die Bestimmung des Startpunktes des Verzögerungsvorgangs im Auslauf einer Kurve werden die Werte $\mu_{res} = \mu_{lim}$ und $a_{x, res} = \ddot{x} = a_{decel, adj}$ für einen Verzögerungsvorgang in Gleichung 3.87 eingesetzt. Die sich ergebende Funktion wird mit $v_{lim, accel, adj}^2$ bezeichnet. Der sich für die Fahrbahngeometrie ergebende Funktionsverlauf ist in Bild B.5 rot eingezeichnet. Die maximale Kurvengeschwindigkeit $v_{max, Kurve}^2$ wurde aus dem rechten Diagramm in Bild 3.19 übernommen.

Der Geschwindigkeitsverlauf für einen Bremsvorgang kann durch Gleichung 3.35 beschrieben werden. Hierbei sind bis zu diesem Punkt nur das Quadrat der Kurvengeschwindigkeit $v_{max, Kurve}^2$ und der angepasste Verzögerungswert $a_{decel, adj}$ bekannt. Der richtige Wert für den Startpunkt des Verzögerungsvorgangs im Auslauf der Kurve (s_3) muss, wie bei allen anderen Wegpunkten, durch ein Suchverfahren bestimmt werden.

Der Verzögerungsvorgang im Auslauf der Kurve wird durch Gleichung B.36 beschrieben:

$$v_{3, decel, adj}^2 = 2 a_{decel, adj} (s - s_3) + v_{max, Kurve}^2 \quad (\text{Gl. B.36})$$

Wird Gleichung B.36 mit dem das Haftwertlimit beschreibenden Geschwindigkeitsverlauf $v_{lim, accel, adj}^2$ zur Bestimmung des Startpunktes des Verzögerungsvorgangs verwendet, so können sich auch hier Effekte wie die in Kapitel 3.8.2.5 beschriebenen ergeben. Dementsprechend besteht sowohl die Möglichkeit, dass sich der Startpunkt des Bremsweges eindeutig bestimmen lässt, als auch die Möglichkeit, dass die Limitfunktion vollständig oberhalb der maximal empfohlenen Kurvengeschwindigkeit $v_{max, Kurve}^2$ verläuft und sich damit keine eindeutige Lösung finden lässt. Damit sich eine eindeutige Lösung finden lässt, wird Gleichung B.36 derart modifiziert, dass der Verzögerungsvorgang als Beschleunigungsvorgang dargestellt wird. Diese geänderte Darstellung des Geschwindigkeitsverlaufs kann durch die Verwendung des Beschleunigungswerts $-a_{decel, adj}$ anstelle von $a_{decel, adj}$ in Gleichung B.36 erreicht werden. Es ergibt sich Gleichung B.37, deren Funktionsverlauf den zusätzlichen Index „mod“ für modifiziert erhält:

$$v_{3, decel, adj, mod}^2 = -2 a_{decel, adj} (s - s_3) + v_{max, Kurve}^2 \quad (\text{Gl. B.37})$$

Sofern Gleichung B.37 für das Auffinden des Startpunktes des Verzögerungsweges verwendet wird, entspricht das weitere Vorgehen bei der Bestimmung des Wegpunktes dem Vorgehen bei der Bestimmung des Startpunktes des Beschleunigungsvorgangs im vorangehenden Kapitel. Der Startpunkt des Verzögerungsvorgangs im Auslauf der Kurve s_3 wird mit Hilfe von Gleichung B.37 derart bestimmt, dass der Funktionsverlauf für den Verzögerungsvorgang ($v_{3, decel, adj, mod}^2$) zwischen dem Startpunkt des Beschleunigungsvorgangs (s_3) und dem Endpunkt der Klothoide im Auslauf der Kurve (s_{IV}) vollständig auf oder unterhalb dem das Haftwertlimit beschreibenden Geschwindigkeitsverlauf ($v_{lim, decel, adj}^2$) verläuft und der Startpunkt des Verzögerungsvorgangs einen möglichst kleinen Funktionswert annimmt. In Bild B.5 sind die Lösung für den modifizierten Geschwindigkeitsverlauf des Verzögerungsvorgangs mit einer schwarz durchgezogenen und der korrekte Startpunkt des Beschleunigungsweges, der sich aus dem Schnittpunkt des Geschwindigkeitsverlaufs für den Verzögerungsvorgang und dem konstanten Verlauf der Kurvengeschwindigkeit ergibt, mit einer grün gepunkteten Linie eingezeichnet.

Um den korrekten Endpunkt des Bremsweges zu finden, können der Startpunkt der Klothoide vor der Kurve (s_I) und deren Endpunkt (s_{II}) als erste Grenzen für eine Intervallschachtelung verwendet werden. In Bild B.5 sind die zu diesen Intervallgrenzen gehörenden Geschwindigkeitsverläufe mit grau gestrichelten Linien aufgetragen. Diese Intervallgrenzen gelten, wie bereits im vorangehenden Kapitel, nur für den hier repräsentativ verwendeten Verlauf der Verbundkurve. Allgemein gilt, dass der Endpunkt desjenigen Kreisbogens mit dem kleinsten Radius innerhalb der Geometriefolge und der Endpunkt der Geometriefolge, bei dem der Krümmungswert null vorliegt, als Startwerte für die Intervallschachtelung verwendet werden.

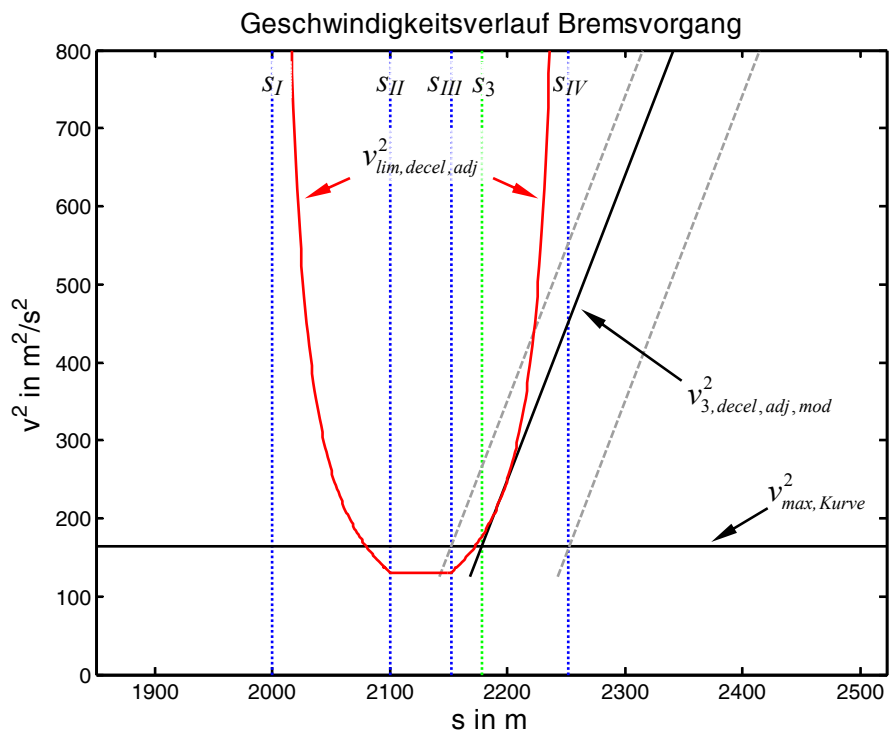


Bild B.5: Bestimmung des Startpunktes des Verzögerungsvorgangs im Auslauf einer Kurve mit Hilfe von Gleichung B.37.

B.8 Vergleich des analytischen Verfahrens mit dem bereits bestehenden Verfahren

Für den Vergleich der Lösungen wird die Einfahrt in eine Kurve mit davorliegender Klothoide bei Geschwindigkeitsreduzierung betrachtet. Die Geschwindigkeit des Fahrzeugs in der Klothoide wird durch Gleichung B.38 (Gl. 50 in [4]) beschrieben:

$$v(t) = v_{0,cl} + a_{decel} t. \quad (\text{Gl. B.38})$$

Hierbei ist $v_{0,cl}$ die Geschwindigkeit, mit der das Fahrzeug in die Klothoide einfährt und a_{decel} die Verzögerungsbeschleunigung, die in [4] mit $a_{br,cmf}$ bezeichnet und als konstant angenommen wird. Die Position s des Fahrzeugs während des Bremsvorgangs innerhalb der Klothoide errechnet sich entsprechend Gleichung B.39 (Gl. 51 in [4]):

$$s(t) = v_{0,cl} t + \frac{1}{2} a_{decel} t^2. \quad (\text{Gl. B.39})$$

Die Fahrbahnkrümmung κ (in [4] mit χ bezeichnet) errechnet sich entsprechend Gleichung B.40 (Gl. 53 in [4]):

$$\kappa(t) = \frac{s(t)}{A^2} = \frac{v_{0,cl} t + \frac{1}{2} a_{decel} t^2}{A^2}. \quad (\text{Gl. B.40})$$

In Gleichung B.40 bezeichnet A den Klothoidenparameter der durchfahrenen Klothoide. Der Verlauf der Querbeschleunigung a_y als Funktion der Zeit wird durch Gleichung B.41 beschrieben. Auf das Einmultiplizieren der Fahrzeugmasse (Gl. 54 in [4]) wird hier verzichtet:

$$a_y(t) = (v(t))^2 \kappa(t) = \frac{(v_{0,cl} + a_{decel} t)^2 \left(v_{0,cl} t + \frac{1}{2} a_{decel} t^2 \right)}{A^2}. \quad (\text{Gl. B.41})$$

Der Verlauf der Gesamtbeschleunigung a_{res} , die durch Gleichung B.42 gegeben ist, hängt sowohl von der Beschleunigung in Querrichtung a_y als auch von der Beschleunigung in Längsrichtung $a_x = a_{decel}$ ab. Auch hier wird auf ein Multiplizieren mit der Fahrzeugmasse (Gl. 55 in [4]) verzichtet:

$$a_{res}(t) = \sqrt{(a_x(t))^2 + (a_y(t))^2} = \sqrt{a_{decel}^2 + \frac{(v_{0,cl} + a_{decel} t)^4 \left(v_{0,cl} t + \frac{1}{2} a_{decel} t^2 \right)^2}{A^4}}. \quad (\text{Gl. B.42})$$

Um die möglichen globalen Maxima und Minima der Gesamtbeschleunigung zu finden, wird die zeitliche Ableitung von Gleichung B.42 gebildet und gleich Null gesetzt. Es ergibt sich Gleichung B.43:

$$\frac{d}{dt} a_{res}(t) = \frac{4 a_{decel} (v_{0,cl} + a_{decel} t)^3 \left(v_{0,cl} t + \frac{1}{2} a_{decel} t^2 \right)^2}{A^4} + \dots$$

$$\sqrt{a_{decel}^2 + \frac{(v_{0,cl} + a_{decel} t)^4 \left(v_{0,cl} t + \frac{1}{2} a_{decel} t^2 \right)^2}{A^4}}$$

(Gl. B.43)

$$\dots + \frac{2 (v_{0,cl} + a_{decel} t)^5 \left(v_{0,cl} t + \frac{1}{2} a_{decel} t^2 \right)^2}{A^4} \stackrel{!}{=} 0.$$

$$\sqrt{a_{decel}^2 + \frac{(v_{0,cl} + a_{decel} t)^4 \left(v_{0,cl} t + \frac{1}{2} a_{decel} t^2 \right)^2}{A^4}}$$

Gleichung B.43 hat sieben Lösungen für Nullstellen, die mögliche Maxima oder Minima von Gleichung B.42 sind. Diese Nullstellen sind durch Gleichung B.44 gegeben:

$$t_{minmax1} = 0, \quad t_{minmax2} = -\frac{2 v_{0,cl}}{a_{decel}},$$

$$t_{minmax3} = -\frac{v_{0,cl}}{a_{decel}}, \quad t_{minmax4} = -\frac{v_{0,cl}}{a_{decel}},$$

$$t_{minmax5} = -\frac{v_{0,cl}}{a_{decel}}, \quad t_{minmax6} = \left(\frac{\sqrt{2}}{2} - 1 \right) \frac{v_{0,cl}}{a_{decel}},$$

$$t_{minmax7} = -\left(\frac{\sqrt{2}}{2} + 1 \right) \frac{v_{0,cl}}{a_{decel}}.$$

(Gl. B.44)

Werden die ersten fünf Lösungen in Gleichung B.42 eingesetzt, ergibt sich ein Minimum dieser Funktion, der Term für a_y wird zu null. Es gilt Gleichung B.45:

$$a_{res}(t_{minmax1}) = a_{res}(t_{minmax2}) = a_{res}(t_{minmax3}) = \dots$$

$$\dots = a_{res}(t_{minmax4}) = a_{res}(t_{minmax5}) = \sqrt{a_{decel}^2}.$$

(Gl. B.45)

Werden die Lösungen $t_{\min\max6}$ und $t_{\min\max7}$ in Gleichung B.38 eingesetzt, so ergeben sich die in Gleichung B.46 gegebenen Lösungen:

$$v(t_{\min\max6}) = \frac{\sqrt{2}}{2} v_{0,cl}, \quad v(t_{\min\max7}) = -\frac{\sqrt{2}}{2} v_{0,cl}. \quad (\text{Gl. B.46})$$

Da eine negative Geschwindigkeit ausgeschlossen werden kann, ist $t_{\min\max6}$ die gesuchte Lösung für das Maximum.

Da das ortsbezogene System andere Referenzpunkte und Referenzwerte als die bisher betrachteten Gleichungen verwendet, werden weitere Variablen und Größen festgelegt:

- s_I : Startpunkt der Klothoide vor der Kurve,
- s_2 : Endpunkt des Bremsvorgangs,
- t_2 : Zeitpunkt, an dem der Bremsvorgang beendet wird und
- $v_{\max, \text{Kurve}}$: empfohlene maximale Kurvengeschwindigkeit.

Zum Zeitpunkt t_2 ist der Bremsvorgang beendet und die Geschwindigkeit des Fahrzeugs auf die empfohlene maximale Kurvengeschwindigkeit $v_{\max, \text{Kurve}}$ reduziert. Es gilt Gleichung B.47:

$$v(t_2) = v_{0,cl} + a_{\text{decel}} t_2 = v_{\max, \text{Kurve}}. \quad (\text{Gl. B.47})$$

Gleichung B.47 wird entsprechend Gleichung B.48 nach $v_{0,cl}$ umgestellt:

$$v_{0,cl} = v_{\max, \text{Kurve}} - a_{\text{decel}} t_2. \quad (\text{Gl. B.48})$$

Gleichung B.48 in Gleichung B.38 eingesetzt, ergibt Gleichung B.49:

$$v(t) = v_{\max, \text{Kurve}} - a_{\text{decel}} t_2 + a_{\text{decel}} t = v_{\max, \text{Kurve}} + a_{\text{decel}} (t - t_2). \quad (\text{Gl. B.49})$$

Gleichung B.39 wird nun durch Addition der Konstanten s_I derart erweitert, dass sich der Startpunkt der Klothoide an der Position s_I und nicht mehr im Ursprung befindet. Es ergibt sich Gleichung B.50:

$$s(t) = s_I + v_{0,cl} t + \frac{1}{2} a_{\text{decel}} t^2. \quad (\text{Gl. B.50})$$

Gleichung B.40 wird ebenfalls so angepasst, dass die Klothoide ab dem Wegpunkt s_I beginnt. Wird die Funktion $s(t)$ eingesetzt, kompensieren sich die hinzugefügten Konstanten wieder. Es ergibt sich Gleichung B.51:

$$\kappa(t) = \frac{s(t) - s_I}{A^2} = \frac{v_{0,cl} t + \frac{1}{2} a_{\text{decel}} t^2}{A^2}. \quad (\text{Gl. B.51})$$

Durch Ersetzen von $v_{0,cl}$ mit Hilfe von Gleichung B.48 in Gleichung B.50 erhält man Gleichung B.52:

$$s(t) = s_I + v_{max,Kurve} t + a_{decel} \left(\frac{1}{2} t^2 - t_2 t \right). \quad (\text{Gl. B.52})$$

Zum Zeitpunkt t_2 erreicht das Fahrzeug den Wegpunkt s_2 . Aus Gleichung B.52 ergibt sich mit $t = t_2$ und $s(t_2) = s_2$ Gleichung B.53:

$$s(t_2) = s_I + v_{max,Kurve} t_2 - \frac{1}{2} a_{decel} t_2^2 = s_2. \quad (\text{Gl. B.53})$$

Wird Gleichung B.53 nach t_2 umgestellt, ergeben sich die beiden potenziellen Lösungen in Gleichung B.54:

$$t_2 = \frac{v_{max,Kurve}}{a_{decel}} \pm \frac{\sqrt{2 a_{decel} (s_I - s_2) + v_{max,Kurve}^2}}{a_{decel}}. \quad (\text{Gl. B.54})$$

Da die empfohlene maximale Kurvengeschwindigkeit $v_{max,Kurve}$ positiv und a_{decel} negativ ist, ist der linke Bruch in Gleichung B.54 in jedem Fall negativ. Der Endpunkt des Bremsweges s_2 sollte hinter dem Startpunkt der Klothoide liegen.

Demzufolge gilt: $s_2 > s_I$ und $(s_I - s_2) < 0$. Da a_{decel} ebenfalls kleiner null ist, ergibt der Term auf dem Bruchstrich unter der Wurzel einen positiven Wert, der durch einen negativen geteilt wird. Beide Brüche in Gleichung B.54 sind demzufolge negativ. Da ein Zeitpunkt gesucht ist und die Betrachtungen bei $t = 0$ sec beginnen, kann die Gleichung B.54 nur mit der Auswahl des negativen Vorzeichens zu einem sinnvollen Ergebnis führen. Dementsprechend ist Gleichung B.55 die richtige Lösung für t_2 :

$$t_2 = \frac{v_{max,Kurve}}{a_{decel}} - \frac{\sqrt{2 a_{decel} (s_I - s_2) + v_{max,Kurve}^2}}{a_{decel}}. \quad (\text{Gl. B.55})$$

Der korrekte Zeitpunkt, an dem das globale Maximum auftritt ist $t_{minmax6}$. Wird in die Gleichung für $t_{minmax6}$ (gegeben durch Gleichung B.44) Gleichung B.48 eingesetzt, um $v_{0,cl}$ zu eliminieren, so ergibt sich Gleichung B.56:

$$t_{minmax6} = \left(\frac{\sqrt{2}}{2} - 1 \right) \left(\frac{v_{max,Kurve}}{a_{decel}} - t_2 \right). \quad (\text{Gl. B.56})$$

Durch Einsetzen von Gleichung B.55 in B.56 ergibt sich Gleichung B.57:

$$t_{\min\max6} = \left(\frac{\sqrt{2}}{2} - 1 \right) \frac{\sqrt{2 a_{\text{decel}} (s_1 - s_2) + v_{\text{max,Kurve}}^2}}{a_{\text{decel}}} . \quad (\text{Gl. B.57})$$

Die Position des Fahrzeugs bei Auftreten des Maximums ergibt sich durch Einsetzen von Gleichung B.55 und B.57 in Gleichung B.52. Nach der Vereinfachung ergibt sich Gleichung B.58:

$$s_{\text{max}} = s(t_{\min\max6}) = \frac{1}{2} s_1 + \frac{1}{2} s_2 - \frac{1}{4} \frac{v_{\text{max,Kurve}}^2}{a_{\text{decel}}} . \quad (\text{Gl. B.58})$$

Diese Gleichung stimmt mit der in Kapitel 3.8.1.3, „Herleitung der Gleichungen für die Berechnung des Endpunktes des Bremsweges vor einer Kurve“, berechneten Gleichung 3.53 überein.

Die Position und der Zeitpunkt des Beschleunigungsmaximums sind nun bekannt. Für den Aufbau des Geschwindigkeitsprofils wird jedoch der zu diesem Maximum gehörende Endpunkt des Bremsweges s_2 benötigt. Als Nächstes wird dementsprechend der Wegpunkt s_2 bei Auftreten eines globalen Maximums hergeleitet. Hierzu wird zunächst der Wert der resultierenden Gesamtbeschleunigung a_{res} zum Zeitpunkt $t_{\min\max6}$, an dem das globale Maximum auftritt, berechnet und entsprechend Gleichung B.59 gleich dem Limit für die Gesamtbeschleunigung a_{lim} gesetzt:

$$a_{\text{res}}(t_{\min\max6}) = a_{\text{lim}} = \mu_{\text{lim}} g . \quad (\text{Gl. B.59})$$

Die resultierende Gesamtbeschleunigung ergibt sich entsprechend Gleichung B.60:

$$a_{\text{res}}(t_{\min\max6}) = \sqrt{(a_x(t_{\min\max6}))^2 + (a_y(t_{\min\max6}))^2} . \quad (\text{Gl. B.60})$$

Gleichung B.60 umgestellt nach $a_y(t_{\min\max6})$ ergibt Gleichung B.61:

$$\sqrt{(a_{\text{res}}(t_{\min\max6}))^2 - (a_x(t_{\min\max6}))^2} = a_y(t_{\min\max6}) . \quad (\text{Gl. B.61})$$

Durch Einsetzen von $a_{\text{res}}(t_{\min\max6}) = \mu_{\text{lim}} g$ und $a_x = a_{\text{decel}}$ in Gleichung B.41 ergibt sich Gleichung B.62:

$$\sqrt{\mu_{\text{lim}}^2 g^2 - a_{\text{decel}}^2} = \frac{(v_{0,cl} + a_{\text{decel}} t_{\min\max6})^2 \left(v_{0,cl} t_{\min\max6} + \frac{1}{2} a_{\text{decel}} t_{\min\max6}^2 \right)}{A^2} . \quad (\text{Gl. B.62})$$

Durch Einsetzen von Gleichung B.48 in Gleichung B.62 wird $v_{0,cl}$ eliminiert. Es ergibt sich Gleichung B.63:

$$A^2 \sqrt{\mu_{lim}^2 g^2 - a_{decel}^2} = \left(v_{max,Kurve} + a_{decel} (t_{minmax6} - t_2) \right)^2 \times \dots \times \left(v_{max,Kurve} t_{minmax6} + a_{decel} \left(\frac{1}{2} t_{minmax6}^2 - t_2 t_{minmax6} \right) \right). \quad (\text{Gl. B.63})$$

Durch Einsetzen der Gleichungen B.55 und B.57 in Gleichung B.63 und Umstellen nach s_2 ergeben sich die in Gleichung B.64 gegebenen Lösungen:

$$s_2 = s_1 + \frac{1}{2} \frac{v_{max,Kurve}^2}{a_{decel}} \pm \sqrt{-2 \frac{A_{I,II}^2}{a_{decel}} \sqrt{\mu_{lim}^2 g^2 - a_{decel}^2}}. \quad (\text{Gl. B.64})$$

Der Term unter der Wurzel in Gleichung B.64 ist aufgrund des negativen Vorzeichens und des negativen Beschleunigungswertes a_{decel} insgesamt positiv. Der Term $+v_{max,Kurve}^2 / (2 a_{decel})$ ist aufgrund des Beschleunigungswertes a_{decel} negativ. Da der Endpunkt des Bremsweges hinter dem Wegpunkt s_1 liegen muss, ergibt die Wahl des positiven Vorzeichens in Gleichung B.64 die korrekte Lösung. Diese ist mit Gleichung B.65 nochmals gegeben:

$$s_2 = s_1 + \frac{1}{2} \frac{v_{max,Kurve}^2}{a_{decel}} + \sqrt{-2 \frac{A_{I,II}^2}{a_{decel}} \sqrt{\mu_{lim}^2 g^2 - a_{decel}^2}}. \quad (\text{Gl. B.65})$$

Diese Gleichung stimmt mit der in Kapitel 3.8.1.3, „Herleitung der Gleichungen für die Berechnung des Endpunktes des Bremsweges vor einer Kurve“, berechneten Gleichung 3.58 bei Verwendung der Faktoren $k_x = k_y = 1$ überein.

Bei einem Randmaximum tritt das Beschleunigungsmaximum zum Zeitpunkt t_2 , dem Zeitpunkt, an dem der Bremsvorgang beendet ist, auf. Es gilt Gleichung B.66:

$$a_{res}(t_2) = a_{lim} = \mu_{lim} g. \quad (\text{Gl. B.66})$$

Analog zu Gleichung B.61 ergibt sich zum Zeitpunkt t_2 Gleichung B.67:

$$\sqrt{(a_{res}(t_2))^2 - (a_x(t_2))^2} = a_y(t_2). \quad (\text{Gl. B.67})$$

Durch Einsetzen von $a_{res}(t_2) = \mu_{lim} g$ und $a_x = a_{decel}$ in Gleichung B.41 ergibt sich Gleichung B.68:

$$\sqrt{\mu_{lim}^2 g^2 - a_{decel}^2} = \frac{(v_{0,cl} + a_{decel} t_2)^2 \left(v_{0,cl} t_2 + \frac{1}{2} a_{decel} t_2^2 \right)}{A^2}. \quad (\text{Gl. B.68})$$

Durch Einsetzen von Gleichung B.48 in Gleichung B.68 ergibt sich Gleichung B.69:

$$\left(t_2 - \frac{v_{max, Kurve}}{a_{decel}} \right)^2 - \frac{v_{max, Kurve}^2}{a_{decel}^2} = -2 \frac{A^2}{a_{decel} v_{max, Kurve}^2} \sqrt{\mu_{lim}^2 g^2 - a_{decel}^2} . \quad (\text{Gl. B.69})$$

Durch Einsetzen von Gleichung B.55 in Gleichung B.69 ergibt sich Gleichung B.70:

$$s_2 = s_1 + \frac{A^2}{v_{max, Kurve}^2} \sqrt{\mu_{lim}^2 g^2 - a_{decel}^2} . \quad (\text{Gl. B.70})$$

Diese Gleichung stimmt mit der in Kapitel 3.8.1.3, „Herleitung der Gleichungen für die Berechnung des Endpunktes des Bremsweges vor einer Kurve“, berechneten Gleichung 3.50 bei Verwendung der Faktoren $k_x = k_y = 1$ überein.

C Anhang zu Kapitel 4

C.1 Ergänzungen zur Untersuchung des analytischen Verfahrens

In Kapitel 4.1 wird das analytische Verfahren im Hinblick auf das Zusammenwirken der beiden Gleichungen für den Endpunkt des Bremsweges bei der Einfahrt in eine Kurve (Wegpunkt s_2) untersucht. Ausgangspunkt bei diesen Untersuchungen ist eine Schar von Verbundkurven, bei denen der Startpunkt der Klothoide im Eingangsbereich der Kurve innerhalb eines gewissen Bereichs verschoben und die Länge der Klothoide damit verändert wird. Für die Klothoidenschar wurden beide Gleichungen für die Endpunkte des Bremsweges ausgewertet und die zu diesen Wegpunkten gehörenden Positionen der globalen Maxima berechnet. Die Ergebnisse aller Berechnungen ergaben das in Bild 4.2 gezeigte Diagramm. Links der mit Schnittpunkt gekennzeichneten Klothoidenkonstellation wird der richtige Endpunkt des Bremsweges mit Hilfe der Gleichung für ein globales Maximum und rechts des Schnittpunktes durch die Gleichung für ein Randmaximum korrekt berechnet. Die Untersuchungen in diesem Kapitel beziehen sich auf den Schnittpunkt selbst.

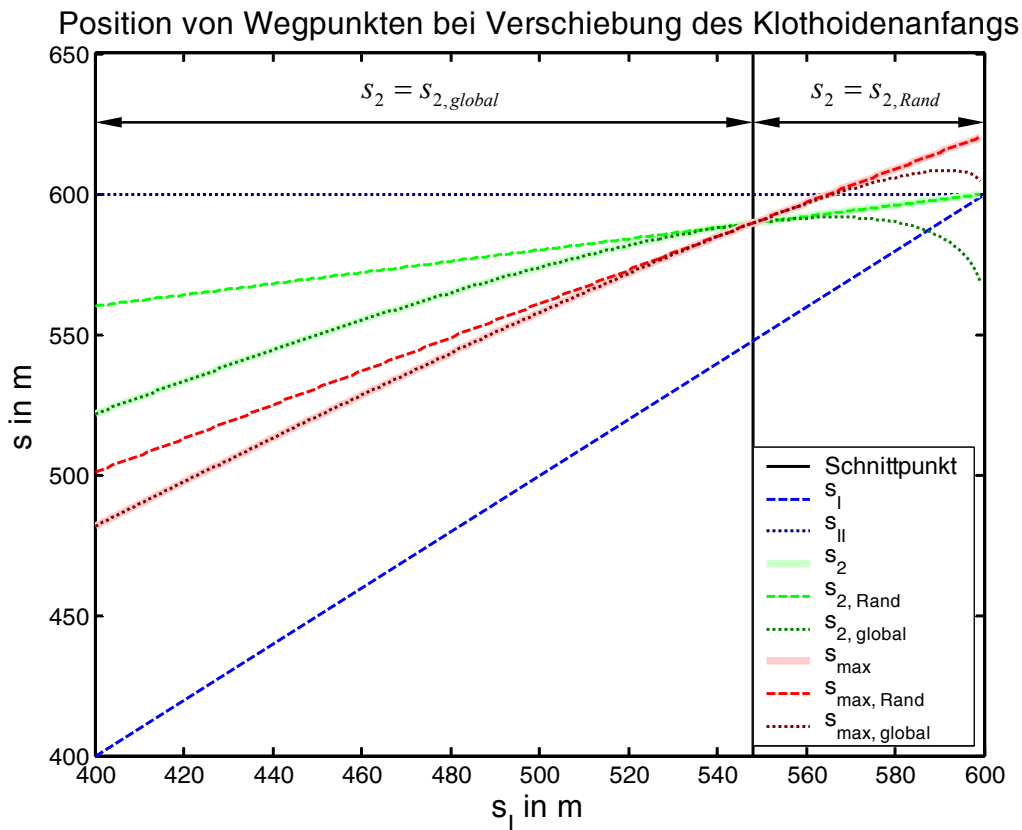


Bild 4.2: Positionen der Wegpunkte für den Start- (s_I) und Endpunkt (s_{II}) der im Kurveneingang befindlichen Klothoide sowie den Endpunkten des Bremsweges und den dazugehörigen Positionen der Maxima in Abhängigkeit der Position des Wegpunktes s_I .

Zunächst wird gezeigt, dass die beiden vorgestellten Gleichungen für den Endpunkt des Bremsweges stetig ineinander übergehende Ergebniswerte liefern. Hierzu wird derjenige Wegpunkt betrachtet, in dem der Endpunkt des Bremsweges bei Vorliegen eines globalen Maximums $s_{2, global}$ identisch mit der dazugehörigen Position des globalen Maximums $s_{max, global}$ ist.

Die allgemeine Position des globalen Maximums ist durch Gleichung 3.53 gegeben. Der Endpunkt des Bremsweges bei vorliegendem globalen Maximum kann durch Gleichung 3.58 berechnet werden:

$$s_{max,3} = \frac{1}{2} s_I + \frac{1}{2} s_2 - \frac{1}{4} \frac{v_{max, Kurve}^2}{a_{decel}}, \quad (\text{Gl. 3.53})$$

$$s_{2, global} = s_I + \frac{1}{2} \frac{v_{max, Kurve}^2}{a_{decel}} + \sqrt{-2 \frac{A_{I,II}^2}{a_{decel}} \sqrt{k_y^2 \left(\mu_{lim}^2 g^2 - \frac{a_{decel}^2}{k_x^2} \right)}}. \quad (\text{Gl. 3.58})$$

Ersetzt man in Gleichung 3.53 s_2 durch $s_{2, global}$, so erhält man die zu Gleichung 3.58 gehörende Position des globalen Maximums $s_{max, global}$. Es ergibt sich Gleichung C.1:

$$s_{max, global} = \frac{1}{2} s_I + \frac{1}{2} s_{2, global} - \frac{1}{4} \frac{v_{max, Kurve}^2}{a_{decel}}. \quad (\text{Gl. C.1})$$

Für den Fall, dass die Wegpunkte $s_{2, global}$ und $s_{max, global}$ gleich sind, gilt $s_{max, global} = s_{2, global}$ und dementsprechend Gleichung C.2:

$$s_{2, global} = \frac{1}{2} s_I + \frac{1}{2} s_{2, global} - \frac{1}{4} \frac{v_{max, Kurve}^2}{a_{decel}}. \quad (\text{Gl. C.2})$$

Durch Multiplikation von Gleichung C.2 mit zwei und anschließender Subtraktion von $s_{2, global}$ ergibt sich Gleichung C.3:

$$s_{2, global} = s_I - \frac{1}{2} \frac{v_{max, Kurve}^2}{a_{decel}}. \quad (\text{Gl. C.3})$$

Die Gleichungen C.3 und 3.58 werden nun gleichgesetzt. Es ergibt sich Gleichung C.4:

$$s_I - \frac{1}{2} \frac{v_{max, Kurve}^2}{a_{decel}} = s_I + \frac{1}{2} \frac{v_{max, Kurve}^2}{a_{decel}} + \sqrt{-2 \frac{A_{I,II}^2}{a_{decel}} \sqrt{k_y^2 \left(\mu_{lim}^2 g^2 - \frac{a_{decel}^2}{k_x^2} \right)}}. \quad (\text{Gl. C.4})$$

Subtrahiert man den Term $s_I + v_{max,Kurve}^2 / (2 a_{decel})$ von Gleichung C.4, so ergibt sich Gleichung C.5:

$$-\frac{v_{max,Kurve}^2}{a_{decel}} = \sqrt{-2 \frac{A_{I,II}^2}{a_{decel}} \sqrt{k_y^2 \left(\mu_{lim}^2 g^2 - \frac{a_{decel}^2}{k_x^2} \right)}} \quad (\text{Gl. C.5})$$

Durch Quadrieren von Gleichung C.5 ergibt sich Gleichung C.6:

$$\left(\frac{v_{max,Kurve}^2}{a_{decel}} \right)^2 = -2 \frac{A_{I,II}^2}{a_{decel}} \sqrt{k_y^2 \left(\mu_{lim}^2 g^2 - \frac{a_{decel}^2}{k_x^2} \right)} \quad (\text{Gl. C.6})$$

Durch Multiplikation von Gleichung C.6 mit $a_{decel} / v_{max,Kurve}^2$ ergibt sich Gleichung C.7:

$$\frac{v_{max,Kurve}^2}{a_{decel}} = -2 \frac{A_{I,II}^2}{v_{max,Kurve}^2} \sqrt{k_y^2 \left(\mu_{lim}^2 g^2 - \frac{a_{decel}^2}{k_x^2} \right)} \quad (\text{Gl. C.7})$$

Multipliziert man Gleichung C.7 mit $-1/2$, so ergibt sich Gleichung C.8:

$$-\frac{1}{2} \frac{v_{max,Kurve}^2}{a_{decel}} = \frac{A_{I,II}^2}{v_{max,Kurve}^2} \sqrt{k_y^2 \left(\mu_{lim}^2 g^2 - \frac{a_{decel}^2}{k_x^2} \right)} \quad (\text{Gl. C.8})$$

Wird auf beiden Seiten von Gleichung C.8 der konstante Wert s_I addiert, so ergibt sich Gleichung C.9:

$$s_I - \frac{1}{2} \frac{v_{max,Kurve}^2}{a_{decel}} = s_I + \frac{A_{I,II}^2}{v_{max,Kurve}^2} \sqrt{k_y^2 \left(\mu_{lim}^2 g^2 - \frac{a_{decel}^2}{k_x^2} \right)} \quad (\text{Gl. C.9})$$

Die rechte Seite von Gleichung C.9 entspricht Gleichung 3.50, der Berechnungsvorschrift für s_2 bei einem Randmaximum:

$$s_{2,Rand} = s_I + \frac{A_{I,II}^2}{v_{max,Kurve}^2} \sqrt{k_y^2 \left(\mu_{lim}^2 g^2 - \frac{a_{decel}^2}{k_x^2} \right)} \quad (\text{Gl. 3.50})$$

Fallen also die Wegpunkte $s_{2,global}$ und $s_{max,global}$ auf einen Punkt, so sind auch die Ergebniswerte von $s_{2,global}$ und $s_{2,Rand}$ gleich und demzufolge auch alle Funktionswerte von $s_{2,global}$, $s_{max,global}$, $s_{2,Rand}$ und $s_{max,Rand}$ identisch. Dies zeigt sich auch dadurch, dass alle vier in Bild 4.2 abgebildeten Kurvenverläufe für $s_{2,global}$, $s_{max,global}$, $s_{2,Rand}$ und $s_{max,Rand}$ einen gemeinsamen Schnittpunkt haben. Durch identische Funktionswerte von $s_{2,global}$ und $s_{2,Rand}$ im Schnittpunkt ergibt sich für s_2 insgesamt ein stetiger Funktionsverlauf.

Diejenige Parameterkonstellation, bei der der Schnittpunkt auftritt, also die Funktionen für $s_{2, global}$, $s_{max, global}$, $s_{2, Rand}$ und $s_{max, Rand}$ identische Funktionswerte annehmen, kann berechnet werden. Ausgangspunkt hierfür ist Gleichung C.7:

$$\frac{v_{max, Kurve}^2}{a_{decel}} = -2 \frac{A_{I,II}^2}{v_{max, Kurve}^2} \sqrt{k_y^2 \left(\mu_{lim}^2 g^2 - \frac{a_{decel}^2}{k_x^2} \right)}. \quad (\text{Gl. C.7})$$

Gleichung C.7 wird nach dem Quadrat des Klothoidenparameters $A_{I,II}^2$ umgestellt. Es ergibt sich Gleichung C.10:

$$A_{I,II}^2 = -\frac{1}{2} \frac{v_{max, Kurve}^4}{a_{decel}} \frac{1}{\sqrt{k_y^2 \left(\mu_{lim}^2 g^2 - \frac{a_{decel}^2}{k_x^2} \right)}}. \quad (\text{Gl. C.10})$$

Das Quadrat des Klothoidenparameters $A_{I,II}^2$ wird durch den in Tabelle 3.1 enthaltenen Term ersetzt. Dieser Term ist hier noch mal durch Gleichung C.11 gegeben:

$$A_{I,II}^2 = \frac{s_{II} - s_I}{\kappa_{Kurve}}. \quad (\text{Gl. C.11})$$

Wird Gleichung C.11 in Gleichung C.10 eingesetzt, ergibt sich Gleichung C.12:

$$\frac{s_{II} - s_I}{\kappa_{Kurve}} = -\frac{1}{2} \frac{v_{max, Kurve}^4}{a_{decel}} \frac{1}{\sqrt{k_y^2 \left(\mu_{lim}^2 g^2 - \frac{a_{decel}^2}{k_x^2} \right)}}. \quad (\text{Gl. C.12})$$

Durch Multiplikation von Gleichung C.12 mit der Kurvenkrümmung κ_{Kurve} ergibt sich die Klothoidenlänge, bei der die Gleichungen für $s_{2, global}$ und $s_{2, Rand}$ identische Funktionswerte liefern. Es ergibt sich Gleichung C.13:

$$s_{II} - s_I = -\frac{1}{2} \frac{\kappa_{Kurve} v_{max, Kurve}^4}{a_{decel}} \frac{1}{\sqrt{k_y^2 \left(\mu_{lim}^2 g^2 - \frac{a_{decel}^2}{k_x^2} \right)}}. \quad (\text{Gl. C.13})$$

Da in dieser Untersuchung nur der Wegpunkt s_I verschoben und der Wegpunkt s_{II} konstant gehalten wird, kann der zum Schnittpunkt gehörige Wert für s_I entsprechend Gleichung C.14 berechnet werden:

$$s_I = s_{II} + \frac{1}{2} \frac{\kappa_{Kurve} v_{max, Kurve}^4}{a_{decel}} \frac{1}{\sqrt{k_y^2 \left(\mu_{lim}^2 g^2 - \frac{a_{decel}^2}{k_x^2} \right)}}. \quad (\text{Gl. C.14})$$

Setzt man die für die Untersuchung vorgegebenen Werte in Gleichung C.14 ein, so ergibt sich für den Startpunkt der Klothoide bei Auftreten des Schnittpunktes ein Wert von $s_I \approx 547,92 \text{ m}$.

C.2 Kurvendiskussion des Nenners von Gleichung 3.85

In diesem Kapitel wird eine Kurvendiskussion des Nenners von Gleichung 3.85 durchgeführt, um diejenigen Neigungswinkel α_ℓ und α_q zu finden, an denen das Maximum der Funktion auftritt:

$$\mu_{res} = \frac{\sqrt{\left(\frac{a_{x,res} + g \sin(\alpha_\ell)}{k_x}\right)^2 + \left(\frac{g \sin(\alpha_q) - \kappa v^2 \cos(\alpha_q)}{k_y}\right)^2}}{\sqrt{g^2 - (g \sin(\alpha_\ell))^2 - (g \sin(\alpha_q))^2 + \kappa v^2 \sin(\alpha_q)}}. \quad (\text{Gl. 3.85})$$

Der Nenner der in Gleichung 3.85 gegebenen Funktion wird entsprechend Gleichung C.15 im folgenden Text mit $N(\mu_{res})$ bezeichnet:

$$N(\mu_{res}) = \sqrt{g^2 - (g \sin(\alpha_\ell))^2 - (g \sin(\alpha_q))^2 + \kappa v^2 \sin(\alpha_q)}. \quad (\text{Gl. C.15})$$

Nach Folgerung 6.6 in [32] im Kapitel 6.4.3 „Extremalprobleme ohne Nebenbedingungen“ gilt:

Ist die reellwertige Funktion $f(x, y)$ zweimal stetig differenzierbar auf $D \subset \mathbf{R}^2$, so folgt:

Ein Punkt $x_0 = \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \end{bmatrix} \in \overset{\circ}{D}$ mit

$$\frac{\partial}{\partial x} f(x_0, y_0) = 0, \quad (\text{Gl. C.16})$$

$$\frac{\partial}{\partial y} f(x_0, y_0) = 0 \quad \text{und} \quad (\text{Gl. C.17})$$

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} f(x_0, y_0) \frac{\partial^2}{\partial y^2} f(x_0, y_0) - \left(\frac{\partial^2}{\partial x \partial y} f(x_0, y_0) \right)^2 > 0 \quad (\text{Gl. C.18})$$

ist eine

$$\text{echte Maximalstelle, wenn } \frac{\partial^2}{\partial x^2} f(x_0, y_0) < 0 \text{ ist,} \quad (\text{Gl. C.19})$$

$$\text{echte Minimalstelle, wenn } \frac{\partial^2}{\partial x^2} f(x_0, y_0) > 0 \text{ ist.} \quad (\text{Gl. C.20})$$

Zunächst werden alle benötigten Ableitungen von $N(\mu_{res})$ entsprechend den Gleichungen C.21 bis C.25 gebildet:

$$\frac{\partial}{\partial \alpha_\ell} N(\mu_{res}) = - \frac{g \cos(\alpha_\ell) \sin(\alpha_\ell)}{\sqrt{1 - (\sin(\alpha_\ell))^2 - (\sin(\alpha_q))^2}}, \quad (\text{Gl. C.21})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2}{\partial \alpha_\ell^2} N(\mu_{res}) &= \frac{g}{\sqrt{1 - (\sin(\alpha_\ell))^2 - (\sin(\alpha_q))^2}} \times \dots \\ &\dots \times \left[(\sin(\alpha_\ell))^2 - (\cos(\alpha_\ell))^2 - \frac{(\cos(\alpha_\ell))^2 (\sin(\alpha_\ell))^2}{1 - (\sin(\alpha_\ell))^2 - (\sin(\alpha_q))^2} \right], \end{aligned} \quad (\text{Gl. C.22})$$

$$\frac{\partial}{\partial \alpha_q} N(\mu_{res}) = - \frac{g \cos(\alpha_q) \sin(\alpha_q)}{\sqrt{1 - (\sin(\alpha_\ell))^2 - (\sin(\alpha_q))^2}} + \kappa v^2 \cos(\alpha_q), \quad (\text{Gl. C.23})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2}{\partial \alpha_q^2} N(\mu_{res}) &= \frac{g}{\sqrt{1 - (\sin(\alpha_\ell))^2 - (\sin(\alpha_q))^2}} \times \dots \\ &\dots \times \left[(\sin(\alpha_q))^2 - (\cos(\alpha_q))^2 - \frac{(\cos(\alpha_q))^2 (\sin(\alpha_q))^2}{1 - (\sin(\alpha_\ell))^2 - (\sin(\alpha_q))^2} \right] + \dots \\ &\dots - \kappa v^2 \sin(\alpha_q), \end{aligned} \quad (\text{Gl. C.24})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \alpha_\ell} \frac{\partial}{\partial \alpha_q} N(\mu_{res}) &= \frac{\partial}{\partial \alpha_q} \frac{\partial}{\partial \alpha_\ell} N(\mu_{res}) = \dots \\ &\dots = - \frac{g \cos(\alpha_\ell) \sin(\alpha_\ell) \cos(\alpha_q) \sin(\alpha_q)}{(1 - (\sin(\alpha_\ell))^2 - (\sin(\alpha_q))^2)^{\frac{3}{2}}}. \end{aligned} \quad (\text{Gl. C.25})$$

Entsprechend den Bedingungen in Gleichung C.16 und C.17 müssen die Gleichungen C.21 und C.23 zu null werden. Der Zähler von Gleichung C.21 wird für $\alpha_{\ell, null} = n \pi/2$ mit $n \in \mathbf{N}$ zu null. Da der Nennerterm den Bereich reeller Funktionswerte in der α_ℓ / α_q -Ebene wie bereits in Kapitel 4.3.1 untersucht, einschränkt und die Plots der Nennerfunktion in Bild 4.13 symmetrisch zur α_ℓ -Achse sind, wird angenommen, dass sich die zielführende Nullstelle von Gleichung C.21 bei $\alpha_{\ell, max} = 0$ befindet.

Dieses Ergebnis wird für die Auswertung von Gleichung C.23 verwendet. Durch das Einsetzen von $\alpha_{\ell, max} = 0$ in Gleichung C.23 vereinfacht sich der Nenner des Bruchs und es ergibt sich Gleichung C.26:

$$- \frac{g \cos(\alpha_{q, max}) \sin(\alpha_{q, max})}{\cos(\alpha_{q, max})} + \kappa v^2 \cos(\alpha_{q, max}) = 0. \quad (\text{Gl. C.26})$$

Wenn Gleichung C.26 nach $\alpha_{q,max}$ aufgelöst wird, ergibt sich Gleichung C.27:

$$\alpha_{q,max} = \arctan\left(\frac{\kappa v^2}{g}\right). \quad (\text{Gl. C.27})$$

Die Nullstellen der Ableitungen wurden durch die in Gleichung C.16 und C.17 gegebenen Bedingungen gefunden. Nun muss zunächst die Bedingung in Gleichung C.18 überprüft werden. Zunächst werden $\alpha_{\ell,max}$ und $\alpha_{q,max}$ in die Gleichungen C.22, C.24 und C.25 eingesetzt. Es ergeben sich Gleichung C.28 bis C.30:

$$\frac{\partial^2}{\partial \alpha_{\ell}^2} N(\mu_{res}(\alpha_{\ell,max}, \alpha_{q,max})) = -\frac{g}{\cos(\alpha_{q,max})}, \quad (\text{Gl. C.28})$$

$$\frac{\partial^2}{\partial \alpha_q^2} N(\mu_{res}(\alpha_{\ell,max}, \alpha_{q,max})) = -g \cos(\alpha_{q,max}) - \kappa v^2 \sin(\alpha_{q,max}), \quad (\text{Gl. C.29})$$

$$\frac{\partial}{\partial \alpha_{\ell}} \frac{\partial}{\partial \alpha_q} N(\mu_{res}(\alpha_{\ell,max}, \alpha_{q,max})) = \frac{\partial}{\partial \alpha_q} \frac{\partial}{\partial \alpha_{\ell}} N(\mu_{res}(\alpha_{\ell,max}, \alpha_{q,max})) = 0. \quad (\text{Gl. C.30})$$

Nun wird die Bedingung in Gleichung C.18 überprüft. Durch Verwendung der Terme in Gleichung C.28 bis C.30 ergibt sich die Bedingung in Gleichung C.31:

$$\left[-\frac{g}{\cos(\alpha_{q,max})} \right] \left[-g \cos(\alpha_{q,max}) - \kappa v^2 \sin(\alpha_{q,max}) \right] > 0. \quad (\text{Gl. C.31})$$

Durch Ausmultiplizieren kann Gleichung C.31 zu Gleichung C.32 vereinfacht werden:

$$g^2 + g \kappa v^2 \tan(\alpha_{q,max}) > 0. \quad (\text{Gl. C.32})$$

Setzt man Gleichung C.27 in Gleichung C.32 ein, ergibt sich Gleichung C.33:

$$g^2 + \kappa^2 v^4 > 0. \quad (\text{Gl. C.33})$$

Die Bedingung in Gleichung C.33 ist für alle reellen Zahlenwerte für κ und v immer erfüllt. Weiterhin ist der Bruch in Gleichung C.28 im Gültigkeitsbereich des Nenners von $-\pi/2 \leq \alpha_q \leq \pi/2$ immer positiv und der gesamte Ausdruck aufgrund des negativen Vorzeichens immer negativ. Somit ist die Bedingung in Gleichung C.19 erfüllt und der Nenner hat an der durch Gleichung C.34 gegebenen Position ein echtes Maximum:

$$\alpha_{\ell,max} = 0^\circ, \quad \alpha_{q,max} = \arctan\left(\frac{\kappa v^2}{g}\right). \quad (\text{Gl. C.34})$$

Gleichung C.34 gibt nur einen einzigen Punkt für ein Maximum an, der auf der α_q -Achse liegt. Nimmt α_ℓ einen Wert ungleich null an, so stellt sich erneut die Frage nach der Position des Maximums. Um eine Antwort zu finden, wird α_ℓ in der nächsten Untersuchung als Konstante betrachtet und zunächst Gleichung C.23 zu null gesetzt. Es ergibt sich Gleichung C.35:

$$\frac{\partial}{\partial \alpha_q} N(\mu_{res}) = - \frac{g \cos(\alpha_{q,max}) \sin(\alpha_{q,max})}{\sqrt{1 - (\sin(\alpha_\ell))^2 - (\sin(\alpha_{q,max}))^2}} + \kappa v^2 \cos(\alpha_{q,max}) = 0. \quad (\text{Gl. C.35})$$

Zunächst wird der Bruch auf die andere Seite des Gleichheitszeichens gebracht und die Gleichung durch $\cos(\alpha_q)$ dividiert und anschließend mit dem Nenner des Bruchs auf beiden Seiten multipliziert. Es ergibt sich Gleichung C.36:

$$\kappa v^2 \sqrt{1 - (\sin(\alpha_\ell))^2 - (\sin(\alpha_{q,max}))^2} = g \sin(\alpha_{q,max}). \quad (\text{Gl. C.36})$$

Durch Quadrieren der linken und rechten Seite und anschließendem Ausmultiplizieren von Gleichung C.36 ergibt sich Gleichung C.37:

$$\kappa^2 v^4 - \kappa^2 v^4 (\sin(\alpha_\ell))^2 - \kappa^2 v^4 (\sin(\alpha_{q,max}))^2 = g^2 (\sin(\alpha_{q,max}))^2. \quad (\text{Gl. C.37})$$

Alle Terme, die α_q enthalten, werden auf die rechte Seite der Gleichung gebracht und die gesamte Gleichung durch das Produkt $\kappa^2 v^4$ geteilt. Es ergibt sich Gleichung C.38:

$$1 - (\sin(\alpha_\ell))^2 = \frac{g^2}{\kappa^2 v^4} (\sin(\alpha_{q,max}))^2 + (\sin(\alpha_{q,max}))^2. \quad (\text{Gl. C.38})$$

Der linke Teil von Gleichung C.38 wird durch $(\cos(\alpha_\ell))^2$ ersetzt und die rechte Seite in ein Produkt entsprechend Gleichung C.39 umgeformt:

$$(\cos(\alpha_\ell))^2 = \left[\frac{g^2}{\kappa^2 v^4} + 1 \right] (\sin(\alpha_{q,max}))^2. \quad (\text{Gl. C.39})$$

Gleichung C.39 nach der gesuchten Variable $\alpha_{q,max}$ umgestellt ergibt Gleichung C.40:

$$\alpha_{q,max} = \arcsin \left[\frac{\kappa v^2}{\sqrt{g^2 + \kappa^2 v^4}} \cos(\alpha_\ell) \right]. \quad (\text{Gl. C.40})$$

Das Ergebnis entsprechend Gleichung C.40 wird in Gleichung C.24 eingesetzt. Ergibt sich ein Wert kleiner null, so ist $\alpha_{q,max}$ entsprechend Gleichung C.40 das Maximum der Funktion für konstante α_ℓ :

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2}{\partial \alpha_q^2} N(\mu_{res}(\alpha_{q,max})) &= \frac{g}{\sqrt{1 - (\sin(\alpha_\ell))^2 - (\sin(\alpha_{q,max}))^2}} \times \dots \\ &\dots \times \left\{ (\sin(\alpha_{q,max}))^2 - (\cos(\alpha_{q,max}))^2 + \dots \right. \\ &\quad \left. \dots - \frac{(\cos(\alpha_{q,max}))^2 (\sin(\alpha_{q,max}))^2}{1 - (\sin(\alpha_\ell))^2 - (\sin(\alpha_{q,max}))^2} \right\} - \kappa v^2 \sin(\alpha_{q,max}). \end{aligned} \quad (\text{Gl. C.41})$$

Mit den Vereinfachungen $1 - (\sin(\alpha_\ell))^2 = (\cos(\alpha_\ell))^2$ und $(\cos(\alpha_{q,max}))^2 = 1 - (\sin(\alpha_{q,max}))^2$ ergibt sich Gleichung C.42 aus Gleichung C.41:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2}{\partial \alpha_q^2} N(\mu_{res}(\alpha_{q,max})) &= \frac{g}{\sqrt{(\cos(\alpha_\ell))^2 - (\sin(\alpha_{q,max}))^2}} \times \dots \\ &\dots \times \left\{ 2 (\sin(\alpha_{q,max}))^2 - 1 + \dots \right. \\ &\quad \left. \dots - \frac{[1 - (\sin(\alpha_{q,max}))^2] (\sin(\alpha_{q,max}))^2}{(\cos(\alpha_\ell))^2 - (\sin(\alpha_{q,max}))^2} \right\} - \kappa v^2 \sin(\alpha_{q,max}). \end{aligned} \quad (\text{Gl. C.42})$$

Durch Einsetzen des Winkels $\alpha_{q,max}$ entsprechend Gleichung C.40 in Gleichung C.42 und anschließendes Vereinfachen ergibt sich Gleichung C.43:

$$\frac{\partial^2}{\partial \alpha_q^2} N(\mu_{res}(\alpha_{q,max})) = \frac{(\kappa^2 v^4 (\cos(\alpha_\ell))^2 - \kappa^2 v^4 - g^2) \sqrt{g^2 + \kappa^2 v^4}}{\cos(\alpha_\ell) g^2}. \quad (\text{Gl. C.43})$$

Im Gültigkeitsbereich des Nenners zwischen $-\pi/2 \leq \alpha_\ell \leq +\pi/2$ ist der Nenner von Gleichung C.43 positiv und ebenfalls der Wurzelterm des Zählers. Die Funktionswerte des Terms $\kappa^2 v^4 (\cos(\alpha_\ell))^2$ bewegen sich im oben bezeichneten Bereich von α_ℓ zwischen $0 \leq \kappa^2 v^4 (\cos(\alpha_\ell))^2 \leq \kappa^2 v^4$. Durch die Subtraktion von $\kappa^2 v^4$ bewegen sich die Ergebniswerte im Bereich $-\kappa^2 v^4 \leq (\kappa^2 v^4 (\cos(\alpha_\ell))^2 - \kappa^2 v^4) \leq 0$. Durch die zusätzliche Subtraktion von g^2 liegen die Funktionswerte ausschließlich im Bereich negativer Zahlen.

Damit ist gezeigt, dass die durch Gleichung C.40 gegebene Position $\alpha_{q,max}$ des Maximums als Funktion der Fahrbahnlängsneigung α_ℓ , die für die Herleitung als konstant angesehen wurde, das Maximum des Nennerterms beschreibt. Das echte Maximum des Nenners, gegeben durch Gleichung C.34, ergibt sich als Sonderfall von Gleichung C.41, wenn der Wert $\alpha_\ell = 0$ eingesetzt wird.

Setzt man $\alpha_\ell = 0$ in Gleichung C.40 ein, so ergibt sich Gleichung C.44:

$$\alpha_{q,max} = \arcsin \left[\frac{\kappa v^2}{\sqrt{g^2 + \kappa^2 v^4}} \right] = \arcsin \left[\frac{\frac{\kappa v^2}{g}}{\sqrt{1 + \frac{\kappa^2 v^4}{g^2}}} \right]. \quad (\text{Gl. C.44})$$

Nach [37] gilt die Beziehung $\arctan(x) = \arcsin\left(x/\sqrt{1+x^2}\right)$. Angewandt auf Gleichung C.44 ergibt sich Gleichung C.45:

$$\alpha_{q,max} = \arcsin \left[\frac{\frac{\kappa v^2}{g}}{\sqrt{1 + \left(\frac{\kappa v^2}{g}\right)^2}} \right] = \arctan \left(\frac{\kappa v^2}{g} \right). \quad (\text{Gl. C.45})$$

Damit ist gezeigt, dass Gleichung C.45 für den Spezialfall $\alpha_\ell = 0$ Gleichung C.34 entspricht.

C.3 Praktische Konsequenzen aus den Eigenschaften der Haftwertgleichung, Fortsetzung

Das vorliegende Kapitel ergänzt Kapitel 4.3.2 um die dort nicht betrachteten Fälle mit negativer Fahrbahnkrümmung. Alle Fälle, denen eine positive Fahrbahnkrümmung zugrunde liegt, werden in Kapitel 4.3.2 untersucht.

In den ersten drei betrachteten Fällen hat die Fahrbahn eine positive Krümmung von $\kappa = +1/100 \text{ m}^{-1}$, in den Fällen vier bis sechs hat die Fahrbahn eine negative Krümmung von $\kappa = -1/100 \text{ m}^{-1}$. In allen betrachteten Fällen wird die Geschwindigkeit des Fahrzeugs als konstant angenommen ($a_{x,res} = 0 \text{ m/s}^2$). Weiterhin werden die Gewichtungsfaktoren k_x und k_y jeweils gleich eins gewählt. Für jeden der in Tabelle 4.4 aufgeführten Fälle werden die Längsneigungswinkel $\alpha_\ell = 0^\circ, 2^\circ, 4^\circ, 6^\circ, 8^\circ, 10^\circ, 12^\circ$ untersucht. Da die Fahrzeuggeschwindigkeit als konstant angenommen und in der Gleichung für die Haftwertausnutzung das Quadrat des Längsbeschleunigungsterms a_x gebildet wird, sind die sich ergebenden Funktionsverläufe für unterschiedliche Vorzeichen und gleiche Beträge von α_ℓ identisch. Zur Verdeutlichung sind die verwendeten Kombinationen von Querneigung und Krümmung für die Fälle eins bis drei in Bild C.1 abgebildet.

	$\kappa = +1/100 \text{ m}^{-1}$	$\kappa = -1/100 \text{ m}^{-1}$
$\alpha_q = +6^\circ$	Fall 1, Bild 4.15	Fall 4, Bild C.2
$\alpha_q = 0^\circ$	Fall 2, Bild 4.16	Fall 5, Bild C.3
$\alpha_q = -6^\circ$	Fall 3, Bild 4.17	Fall 6, Bild C.4

Tabelle 4.4: Querneigungswerte für sechs unterschiedliche Kurven. Für jede der Kombinationen werden sieben Längsneigungswinkel untersucht.

In Fall vier liegen unterschiedliche Vorzeichen von Fahrbahnkrümmung und Fahrbahnquerneigung vor. Damit ergibt sich der fahrdynamisch ungünstige Fall, der bei positiver Krümmung mit Fall drei vorliegt. In Fall sechs entsprechen sich die Vorzeichen von Fahrbahnkrümmung und Fahrbahnquerneigung. Somit ergibt sich der fahrdynamisch günstige Fall, der bei einer Fahrbahn mit positiver Krümmung bei Fall eins vorliegt.

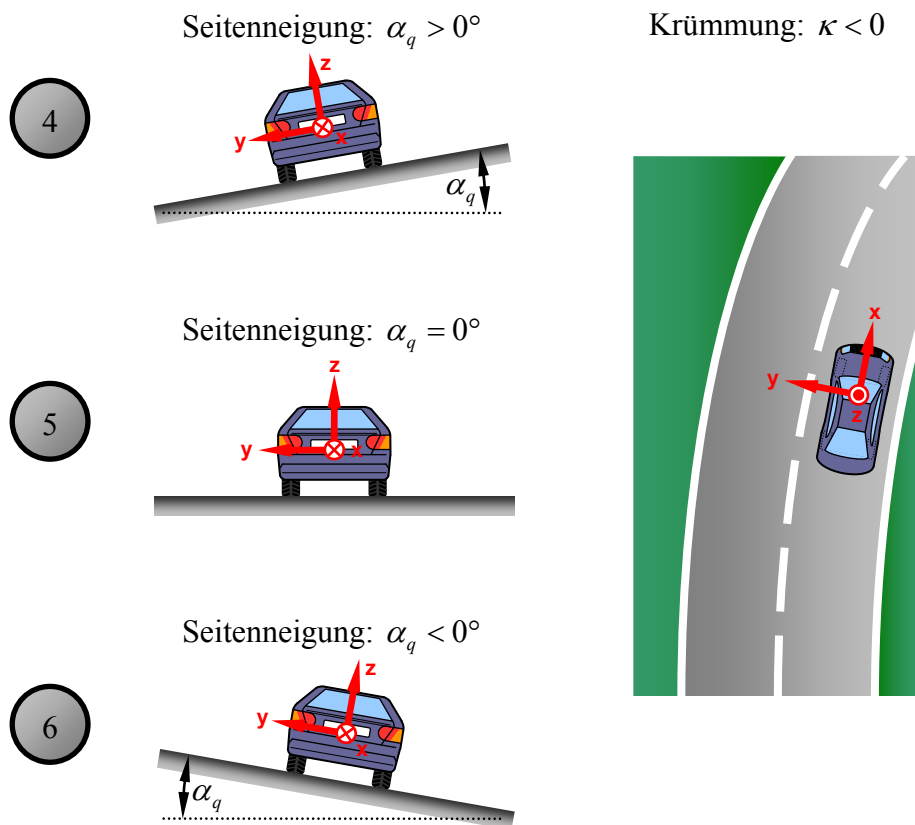


Bild C.1: Untersuchte Kombinationen von Seitenneigungen und Krümmung in den Fällen vier bis sechs.

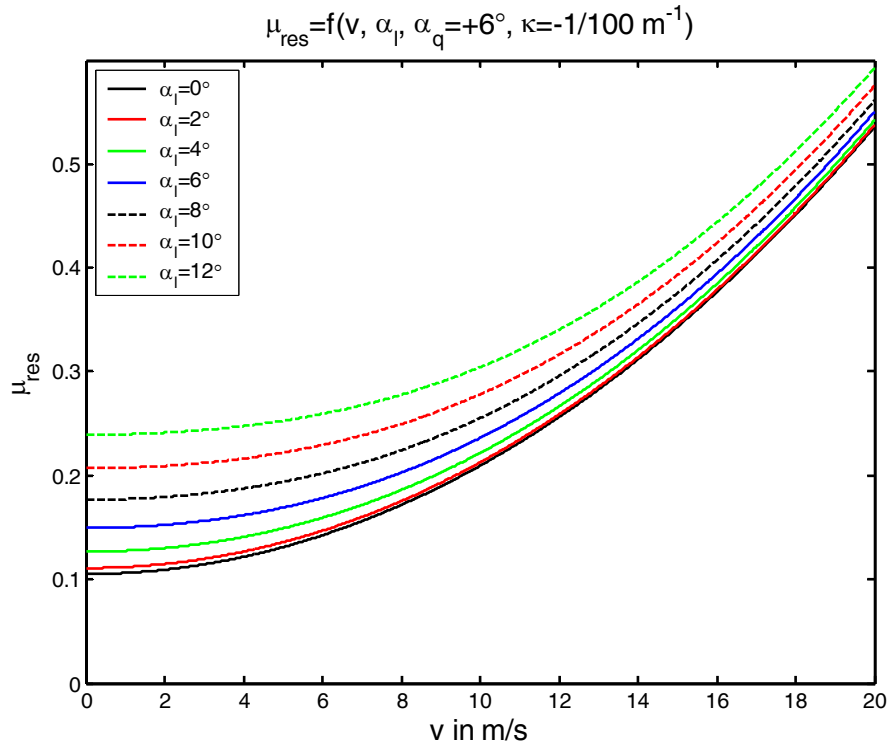


Bild C.2: Plot der Haftwertausnutzung als Funktion der Fahrzeuggeschwindigkeit v für Fall vier. Die Fahrbahnquerneigung beträgt $\alpha_q = +6^\circ$ bei negativer Fahrbahnkrümmung, was einer zum Kurvenäußeren hin abfallenden Fahrbahn entspricht.

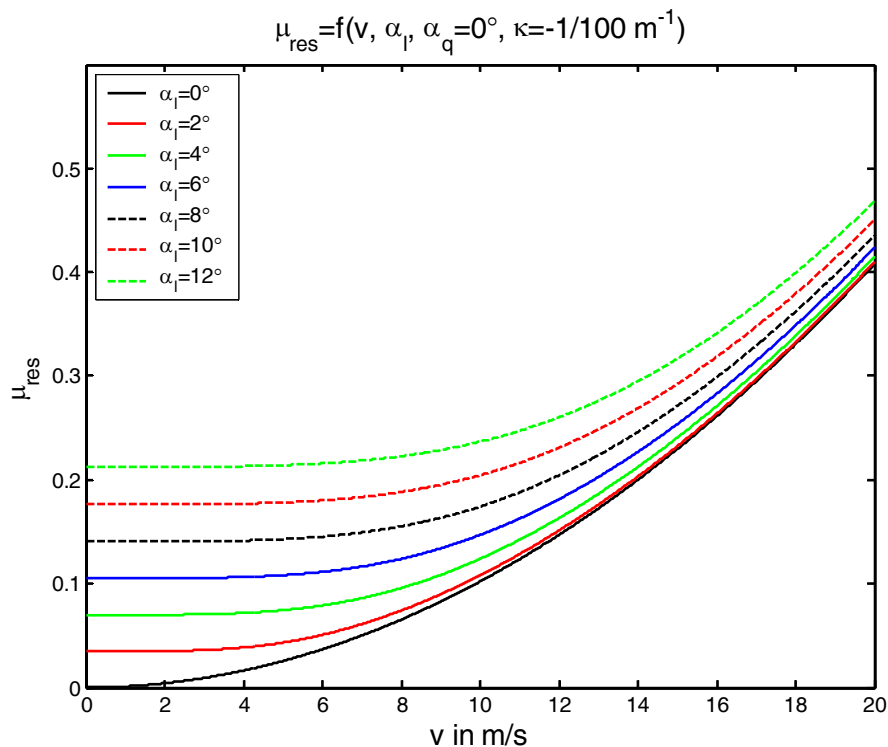


Bild C.3: Plot der Haftwertausnutzung als Funktion der Fahrzeuggeschwindigkeit v für Fall fünf. Die Fahrbahn hat keine Querneigung ($\alpha_q = 0^\circ$).

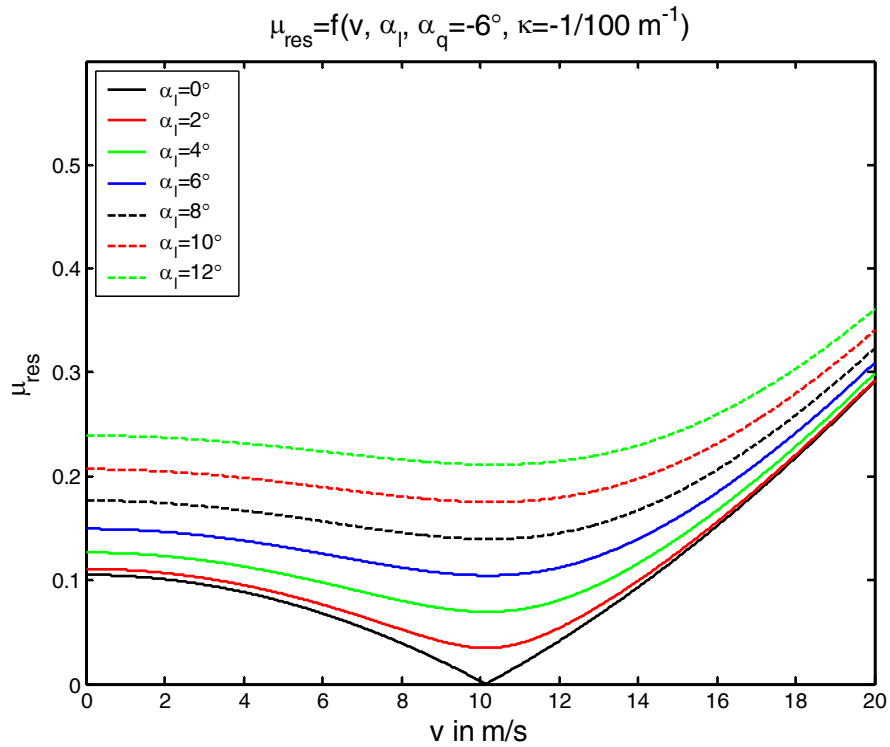


Bild C.4: Plot der Haftwertausnutzung als Funktion der Fahrzeuggeschwindigkeit v für den sechsten Fall. Die Fahrbahnquerneigung beträgt $\alpha_q = -6^\circ$ bei negativer Fahrbahnkrümmung, was einer zur Kurvenmitte hin abfallenden Fahrbahn entspricht.

C.4 Ergebniswerte der Gleichung für das Quadrat der Geschwindigkeit, Fortsetzung

In diesem Kapitel des Anhangs werden die im Kapitel 4.3.3 „Ergebniswerte der Gleichung für das Quadrat der Geschwindigkeit“ ausgelassenen Fälle 4-6 untersucht. Es handelt sich um diejenigen Fälle mit negativer Straßenkrümmung.

Die Ergebniswerte für die Gleichungen 4.32 und 4.33 für die jeweils vorgegebenen Werte sind in den Tabellen C.1, C.2 und C.3 aufgeführt. Die Spalte ganz rechts enthält den Minimalwert des Verlaufs der Haftwertnutzung für den jeweiligen Längsneigungswinkel. Für alle in diesem Kapitel betrachteten Fälle ist die Fahrbahnkrümmung mit $\kappa = -1/100 \text{ m}^{-1}$ negativ.

In den Bildern C.5, C.6 und C.7 sind die Haftwertverläufe für den jeweiligen Fahrbahnverlauf und die Längsneigungswinkel $\alpha_{\ell,1,2} = 0^\circ, +6^\circ$ mit durchgezogenen Linien aufgetragen. Die beiden vorgegebenen Limits für die Haftwertausnutzung $\mu_{lim,1} = 0,075$ und $\mu_{lim,2} = 0,125$ sind mit rot gepunkteten oder gestrichelten Linien parallel zur Abszisse eingetragen. Die durch Gleichung 4.32 und 4.33 berechneten Geschwindigkeitswerte sind in den Bildern mit Linien parallel zur Ordinate aufgetragen. Die Schnittpunkte dieser Linien mit den jeweils angesetzten Werten für das Haftwertlimit sind erwartungsgemäß Punkte der Verläufe für die Haftwertausnutzung als Funktion der Fahrzeuggeschwindigkeit. Miteinander korrespondierende Punkte sind mit einer grün hinterlegten Nummer versehen. Die hier im Anhang vergebenen grün hinterlegten Nummern sind unabhängig von denen in Kapitel 4.3.3.

Bezüglich der Zuordnung von Tabellen und Diagrammbildern zu den jeweils untersuchten Querneigungswinkeln gilt Tabelle 4.5.

	$\kappa = +1/100 \text{ m}^{-1}$	$\kappa = -1/100 \text{ m}^{-1}$
$\alpha_q = +6^\circ$	Fall 1, Tabelle 4.6, Bild 4.18	Fall 4, Tabelle C.1, Bild C.5
$\alpha_q = 0^\circ$	Fall 2, Tabelle 4.7, Bild 4.19	Fall 5, Tabelle C.2, Bild C.6
$\alpha_q = -6^\circ$	Fall 3, Tabelle 4.8, Bild 4.20	Fall 6, Tabelle C.3, Bild C.7

Tabelle 4.5: Zuordnung der Fälle zu den untersuchten Kombinationen von Krümmung und Fahrbahnquerneigung.

Die in Fall 4 behandelte Kurve hat eine zur Kurvenaußenseite hin abfallende Fahrbahn, und die Fahrbahn der in Fall 6 betrachteten Kurven fällt zum Kurvenmittelpunkt hin ab.

v^2 in $\frac{m^2}{s^2}$	$\mu_{lim,1} = 0,075$		$\mu_{lim,2} = 0,125$		$\min(\mu_{res})$
	Gl. 4.32	Gl. 4.33	Gl. 4.32	Gl. 4.33	
$\alpha_{\ell,1} = 0^\circ$	-29,301	-178,086	19,265 (1)	-228,737	0,1051
$\alpha_{\ell,2} = +6^\circ$	komplex	komplex	-37,086	-172,368	0,1495

Tabelle C.1: Ergebniswerte von Gleichung 4.32 und 4.33 für eine Kurve mit negativer Krümmung und einer Querneigung von $\alpha_q = +6^\circ$ für die vorgegebenen Werte.

v^2 in $\frac{m^2}{s^2}$	$\mu_{lim,1} = 0,075$		$\mu_{lim,2} = 0,125$		$\min(\mu_{res})$
	Gl. 4.32	Gl. 4.33	Gl. 4.32	Gl. 4.33	
$\alpha_{\ell,1} = 0^\circ$	73,575 (2)	-73,575	122,625 (4)	-122,625	0
$\alpha_{\ell,2} = +6^\circ$	komplex	komplex	66,012 (3)	-66,012	0,1051

Tabelle C.2: Ergebniswerte von Gleichung 4.32 und 4.33 für eine Kurve mit negativer Krümmung und ohne Querneigung ($\alpha_q = 0^\circ$) für die vorgegebenen Werte.

v^2 in $\frac{m^2}{s^2}$	$\mu_{lim,1} = 0,075$		$\mu_{lim,2} = 0,125$		$\min(\mu_{res})$
	Gl. 4.32	Gl. 4.33	Gl. 4.32	Gl. 4.33	
$\alpha_{\ell,1} = 0^\circ$	178,086 (6)	29,301 (5)	228,737 (9)	-19,265	0
$\alpha_{\ell,2} = +6^\circ$	komplex	komplex	172,368 (8)	37,086 (7)	0,1045

Tabelle C.3: Ergebniswerte von Gleichung 4.32 und 4.33 für eine Kurve mit negativer Krümmung und einer Querneigung von $\alpha_q = -6^\circ$ für die vorgegebenen Werte.

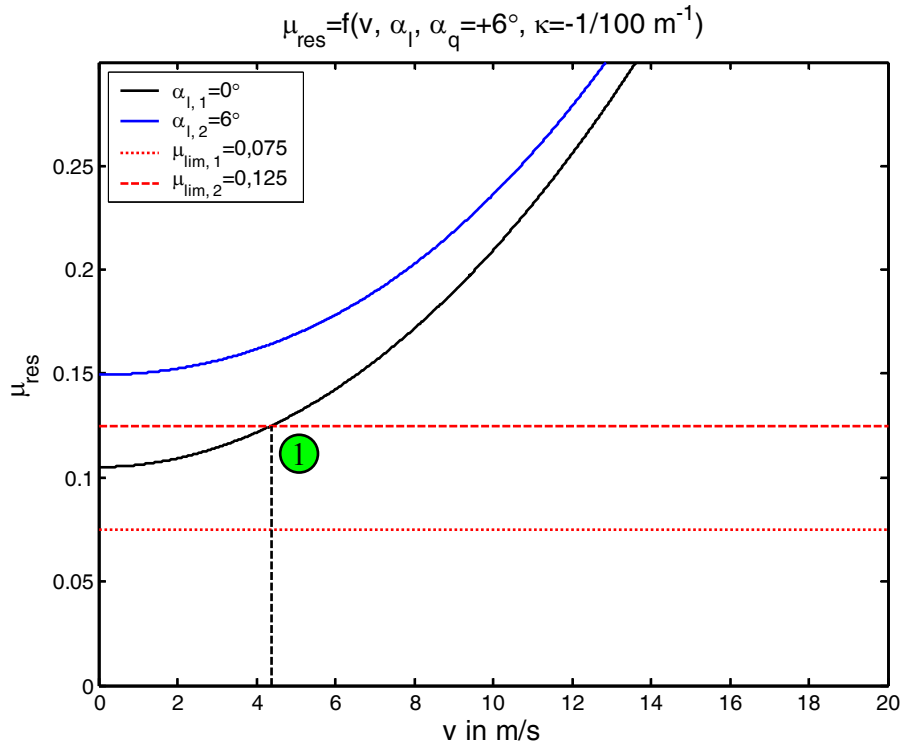


Bild C.5: Vergleich der mit Hilfe von Gleichung 4.32 und 4.33 berechneten Ergebnisse mit den Verläufen der Haftwertausnutzung für einen Fahrbahnverlauf mit negativer Krümmung und einer positiven Seitenneigung von $\alpha_q = +6^\circ$.

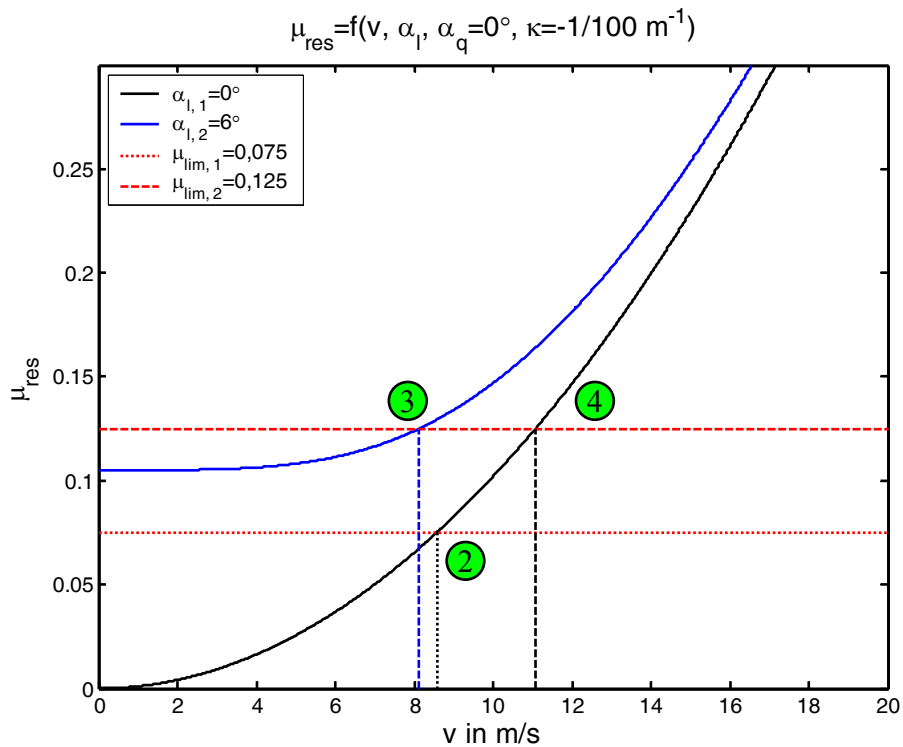


Bild C.6: Vergleich der mit Hilfe von Gleichung 4.32 und 4.33 berechneten Ergebnisse mit den Verläufen der Haftwertausnutzung für einen Fahrbahnverlauf mit negativer Krümmung und ohne Seitenneigung ($\alpha_q = 0^\circ$).

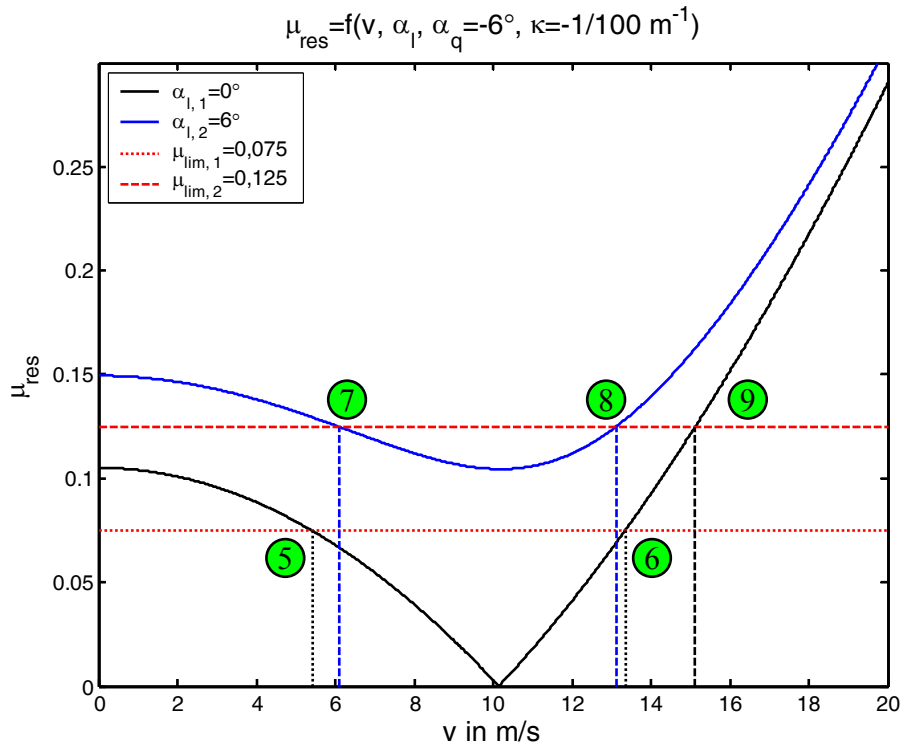


Bild C.7: Vergleich der mit Hilfe von Gleichung 4.32 und 4.33 berechneten Ergebnisse mit den Verläufen der Haftwertausnutzung für einen Fahrbahnverlauf mit negativer Krümmung und einer negativen Seitenneigung von $\alpha_q = -6^\circ$.

C.5 Abschätzung des Verhaltens von Gleichung 3.87

In diesem Kapitel wird der Term „ p “ von Gleichung 3.87 hinsichtlich seines Verhaltens genauer untersucht:

$$v^2 = \begin{cases} \frac{1}{\kappa} \left(-\frac{p}{2} + \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q} \right) & \text{für } \kappa > 0, \\ \frac{1}{\kappa} \left(-\frac{p}{2} - \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q} \right) & \text{für } \kappa < 0 \end{cases}$$

$$\text{mit } p = 2 \frac{k_x^2 \sin(\alpha_q) (k_y^2 \mu_{res}^2 a_{gz} + g \cos(\alpha_q))}{k_x^2 (k_y^2 \mu_{res}^2 (\sin(\alpha_q))^2 - (\cos(\alpha_q))^2)},$$

$$q = \frac{k_x^2 k_y^2 \mu_{res}^2 a_{gz}^2 - k_y^2 a_x^2 - k_x^2 g^2 (\sin(\alpha_q))^2}{k_x^2 (k_y^2 \mu_{res}^2 (\sin(\alpha_q))^2 - (\cos(\alpha_q))^2)}, \quad (\text{Gl. 3.87})$$

$$a_{gz} = \sqrt{g^2 - (g \sin(\alpha_\ell))^2 - (g \sin(\alpha_q))^2}$$

$$\text{und } a_x = a_{x,res} + g \sin(\alpha_\ell).$$

Der in Bild C.8 abgebildete Plot des Terms „ p “ von Gleichung 3.87 zeigt, dass die Abhängigkeit dieses Terms von α_q im Vergleich zur Abhängigkeit von α_ℓ sehr ausgeprägt ist. Für den Plot wurden die Parameter $\mu_{res} = \mu_{lim} = 1/3$ und $k_x = k_y = 1$ verwendet.

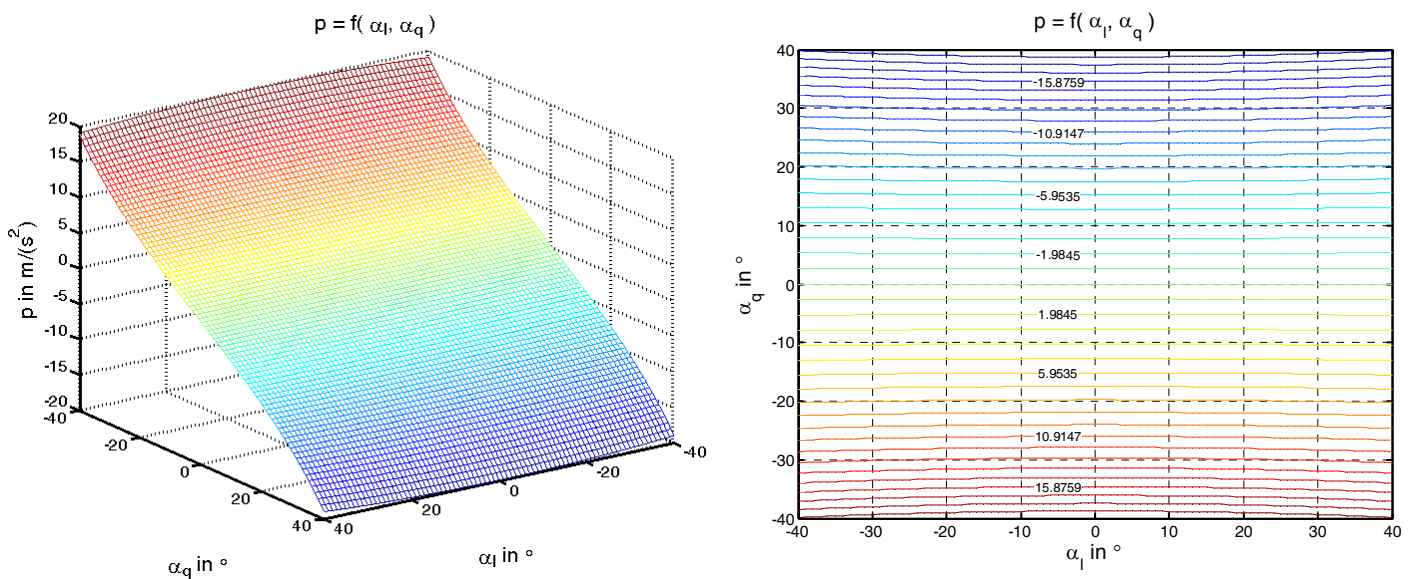


Bild C.8: Plot des Beschleunigungsterms „ p “ in Abhängigkeit der Winkel α_ℓ und α_q . Links als 3D-Plot und rechts als 2D-Plot mit Isolinien.

Da der Term „ p “ wesentlich stärker vom Winkel α_q als von α_ℓ abhängt, wird der Winkel α_ℓ für die folgenden Betrachtungen zu null gesetzt. Dadurch vereinfacht sich der Term $a_{gz} = \sqrt{g^2 - (g \sin(\alpha_\ell))^2 - (g \sin(\alpha_q))^2}$ von Gleichung 3.87 zu dem in Gleichung C.46 gegebenen Term:

$$a_{gz} \approx g \sqrt{1 - (\sin(\alpha_q))^2} = g \cos(\alpha_q). \quad (\text{Gl. C.46})$$

Wird Gleichung C.46 in den Term „ p “ von Gleichung 3.87 eingesetzt, ergibt sich nach dem Herauskürzen von k_x^2 und Zusammenfassen Gleichung C.47:

$$p \approx 2 \frac{g \sin(\alpha_q) \cos(\alpha_q) (1 + k_y^2 \mu_{res}^2)}{k_y^2 \mu_{res}^2 (\sin(\alpha_q))^2 - (\cos(\alpha_q))^2}. \quad (\text{Gl. C.47})$$

Mit der Anwendung der Beziehung $(\sin(x))^2 = 1 - (\cos(x))^2$ aus [37] auf Gleichung C.47 ergibt sich Gleichung C.48:

$$p \approx 2 \frac{g \sin(\alpha_q) \cos(\alpha_q) (1 + k_y^2 \mu_{res}^2)}{k_y^2 \mu_{res}^2 - (\cos(\alpha_q))^2 (1 + k_y^2 \mu_{res}^2)}. \quad (\text{Gl. C.48})$$

Gleichung C.48 wird nun in Zähler und Nenner mit $1/(1 + k_y^2 \mu_{res}^2)$ multipliziert. Es ergibt sich Gleichung C.49:

$$p \approx 2 \frac{g \sin(\alpha_q) \cos(\alpha_q)}{\frac{k_y^2 \mu_{res}^2}{1 + k_y^2 \mu_{res}^2} - (\cos(\alpha_q))^2}. \quad (\text{Gl. C.49})$$

Werden die Beziehungen $2 \sin(x) \cos(x) = \sin(2x)$ und $(\cos(x))^2 = 1/2 (1 + \cos(2x))$ aus [37] auf Gleichung C.49 angewendet, so ergibt sich Gleichung C.50:

$$p \approx \frac{g \sin(2\alpha_q)}{\frac{k_y^2 \mu_{res}^2}{1 + k_y^2 \mu_{res}^2} - \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos(2\alpha_q)} = -2 g \frac{\sin(2\alpha_q)}{\frac{1 - k_y^2 \mu_{res}^2}{1 + k_y^2 \mu_{res}^2} + \cos(2\alpha_q)}. \quad (\text{Gl. C.50})$$

Nach [37] gilt: $\tan(x) = \sin(x)/\cos(x)$. Nach Erweiterung des Bruchs mit $2 \cos(x)$ und Anwendung der Beziehungen $2 \sin(x) \cos(x) = \sin(2x)$ und $2 (\cos(x))^2 = 1 + \cos(2x)$ aus [37] ergibt sich insgesamt Gleichung C.51:

$$\tan(x) = \frac{\sin(x)}{\cos(x)} = \frac{2 \sin(x) \cos(x)}{2 (\cos(x))^2} = \frac{\sin(2x)}{1 + \cos(2x)}. \quad (\text{Gl. C.51})$$

Vergleicht man Gleichung C.50 und C.51, so zeigt sich, dass das Verhalten des Bruchs in Gleichung C.50 in grober Näherung durch $\tan(\alpha_q)$ beschrieben werden kann. Damit kann der gesamte Term „ p “ näherungsweise durch den in Gleichung C.52 gegebenen Term beschrieben werden:

$$p \approx -2 g \frac{\sin(2 \alpha_q)}{\frac{1 - k_y^2 \mu_{res}^2}{1 + k_y^2 \mu_{res}^2} + \cos(2 \alpha_q)} \approx -2 g \tan(\alpha_q). \quad (\text{Gl. C.52})$$

Literatur- und Quellenverzeichnis

- [1] Braess, Hans-Hermann / Seiffert, Ulrich (Hrsg.): Vieweg Handbuch Kraftfahrzeugtechnik, Vieweg+Teubner Verlag, 5., überarbeitete und erweiterte Auflage 2007, ISBN 978-3-8348-0222-4
- [2] Winner, Hermann / Hakuli, Stephan / Wolf, Gabriele (Hrsg.): Handbuch Fahrerassistenzsysteme, Vieweg+Teubner Verlag 2009, 1. Auflage 2009, ISBN 978-3-8348-0287-3
- [3] Statistisches Bundesamt: Ursachen von Straßenverkehrsunfällen 2008
Daten wurde per E-Mail angefragt und übersandt.
- Statistisches Bundesamt: Verkehrsunfälle; Unfallentwicklung im Straßenverkehr 2009, Erscheinungsdatum: 15. Juli 2010, Artikelnummer: 5462401099004, Download von <http://www.destatis.de> am 6. März 2011
- Statistisches Bundesamt: Statistisches Jahrbuch 2010 Für die Bundesrepublik Deutschland mit »Internationalen Übersichten«, Erscheinungsdatum: September 2010, Print: Bestellnummer: 1010110-10700-1, ISBN: 978-3-8246-0897-3, Kostenfreier Download: Artikelnummer: 1010110-10700-4, ISBN: 978-3-8246-0898-0 Download von <http://www.destatis.de> am 6. März 2011
- [4] Bauer, Oleg: Planung von Geschwindigkeitsprofilen für automatisch geführte Fahrzeuge, Fortschritt-Berichte VDI, Reihe 12: Verkehrstechnik/Fahrzeugtechnik, Nr. 585, ISBN 3-18-358512-X, ISSN 0178-9449
- [5] United Nations: CONVENTION ON ROAD TRAFFIC, <http://www.unece.org/trans/conventn/crt1968e.pdf>, aufgerufen am: 1.4.2010, Deutsche Übersetzung der „CONVENTION ON ROAD TRAFFIC“:
Übereinkommen über den Strassenverkehr
http://www.admin.ch/ch/d/sr/0_741_10/index.html, aufgerufen am: 1.4.2010
- [6] Albrecht, Frank: Rahmenbedingungen für die Einführung von Fahrerassistenzsystemen im Völkerrecht und im deutschen Haftungsrecht, 7. Symposium zum Thema Automatisierungssysteme, Assistenzsysteme und eingebettete Systeme für Transportmittel, AAET 2006
- [7] Wallentowitz, Henning / Benmimoun, A. / Sandkühler, D.: Automatische Fahrzeugführung, eine Technologie der Zukunft?, 7. Symposium zum Thema Automatisierungssysteme, Assistenzsysteme und eingebettete Systeme für Transportmittel, AAET 2006

- [8] Maurer, Markus / Stiller, Christoph (Hrsg.): Fahrerassistenzsysteme mit maschineller Wahrnehmung, 2005,
S.203-S.237: Dickmanns, Ernst Dieter: Vision: Von Assistenz zum Autonomen Fahren,
S.239-S.244: Homann, Karl: Wirtschaft und gesellschaftliche Akzeptanz: Fahrerassistenzsysteme auf dem Prüfstand
ISBN 978-3-540-23296-4
- [9] Kühn, Isabell: Telematik - Ein neuer bürokratisch-industrieller Komplex?, EURES discussion paper dp-55, 1996
ISSN 0938-1805
- [10] Mayr, Robert: Regelungsstrategien für die automatische Fahrzeugführung, Längs- und Querregelung, Spurwechsel- und Überholmanöver, 2001,
ISBN 978-3-540-67518-1
- [11] Regelwerk für die Teilnehmer der DARPA Urban Challenge 2007:
<http://www.darpa.mil/grandchallenge/rules.asp>, aufgerufen am: 2.4.2010
http://www.darpa.mil/grandchallenge/docs/Urban_Challenge_Rules_102707.pdf, aufgerufen am: 2.4.2010
- [12] Carnegie Mellon University Tartan Racing: <http://www.tartanracing.org>
<http://www.tartanracing.org/press/boss-glance.pdf>, aufgerufen am: 2.4.2010
Dokumentation der Teilnahme an der DARPA Urban Challenge 2007:
<http://www.tartanracing.org/blog/index.html>, aufgerufen am: 4.4.2010
<http://www.youtube.com/user/tartanracing>, aufgerufen am: 4.4.2010
- [13] Datenblatt Continental ARS300:
http://www.conti-online.com/generator/www/de/de/continental/industrial_sensors/themes/download/ars_300_datenblatt_091212_de.pdf, aufgerufen am: 3.4.2010
- [14] Datenblatt des Positionsmesssystems Applanix mPOS-LV:
http://www.applanix.com/media/downloads/products/specs/POSLV_Specifications.pdf,
aufgerufen am: 3.4.2010
- [15] Bundesanstalt für Straßenwesen: Laufende Projekte im Bereich kooperative Verkehrs- und Fahrerassistenzsysteme:
<http://www.bast.de> ➔ Forschung ➔ Laufende Projekte ➔
Kooperative Verkehrs- und Fahrerassistenzsysteme, aufgerufen am: 4.4.2010
- [16] Internetseite des Projekts Euro-FOT: <http://www.eurofot-ip.eu/>, aufgerufen am 8.4.2010
- [17] Internetseite Förderkatalog der Bundesrepublik Deutschland, herausgegeben durch das Bundesministerium für Bildung und Forschung:
<http://foerderportal.bund.de/foekat>, aufgerufen am 12.04.2010

- [18] Internetseite des Projektträgers Mobilität und Verkehrstechnologien, TÜV Rheinland:
<http://www.tuvpt.de>, aufgerufen am 12.04.2010
- [19] Internetseite des Projektträgers Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt e.V. - Projektträger im DLR:
<http://www.pt-dlr.de>, aufgerufen am 14.04.2010
- [20] Internetseite der Forschungsinitiative AKTIV (Adaptive und kooperative Technologien für den intelligenten Verkehr):
<http://www.aktiv-online.org>, aufgerufen am 14.04.2010
- [21] Internetseite des Forschungsprojekts simTD (Sichere intelligente Mobilität - Testfeld Deutschland):
<http://www.simtd.de>, aufgerufen am 14.04.2010
- [22] Internetseite der Forschungsinitiative ko-FAS (Kooperative Sensorik und kooperative Perzeption für die präventive Sicherheit im Straßenverkehr):
<http://www.kofas.de>, aufgerufen am 14.04.2010
- [23] Internetseite des Pilotprojekts Traffic IQ (Pilotprojekt Informationsqualität im Verkehrswesen):
<http://www.traffic-iq.de>, aufgerufen am 16.04.2010
- [24] Ganser, Michael: Datenerfassungstechnologien in den VM 2010-Projekten aus der Betreiber-Perspektive, Tagungsband „Verkehrsmanagement und Verkehrstechnologien“, S.20-S.23
<http://www.vm2010.de/web/fileadmin/feUploads/Tagungsband.pdf>, aufgerufen am 16.04.2010
- [25] Internetseite des Forschungsprojekts FAMOS2 (Galileo for Future AutoMOtive Systems):
<http://famos-project.eu>, aufgerufen am 16.04.2010
- [26] Community Research and Development Information Service (kurz: CORDIS) der Europäischen Union:
<http://cordis.europa.eu>, aufgerufen am 20.04.2010
Suchfunktion mit Beschränkung auf das 7. Rahmenprogramm:
http://cordis.europa.eu/fp7/projects_de.html, aufgerufen am 20.04.2010
Internetseite mit erweiterter Suchfunktion innerhalb der Projektdatenbank der EU:
<http://cordis.europa.eu/search/index.cfm?fuseaction=search.advanced>, aufgerufen am 20.04.2010
- [27] Internetseite des EU-Projekts OVERSEE (Open VehiculaR SEcurE platform):
<https://www.oversee-project.com>, aufgerufen am 20.04.2010

- [28] Internetseite des EU-Projekts PRE-DRIVE C2X (preparation for driving implementation and evaluation of C2X communication technology):
<http://www.pre-drive-c2x.eu>, aufgerufen am 20.04.2010
- [29] Mitschke, Manfred / Wallentowitz, Henning: Dynamik der Kraftfahrzeuge; Springer Verlag, Berlin, 4. Auflage, 1. Januar 2004,
ISBN 978-3540420118
- [30] Heiing, Bernd (Hrsg.) / Ersoy, Metin (Hrsg.): Fahrwerkhandbuch: Grundlagen, Fahrdynamik, Komponenten, Systeme, Mechatronik, Perspektiven; Vieweg+Teubner Verlag, 2. verbesserte und aktualisierte Auflage, 28. April 2008
ISBN 978-3-8348-0444-0
- [31] Burckhardt, Manfred (Autor) / Reimpell, Jrnsen (Hrsg.): Fahrwerktechnik: Rad-schlupf-Regelssysteme; Vogel Buchverlag, 1. Auflage, 1993
ISBN 3-8023-0477-2
- [32] Burg, Klemens / Haf, Herbert (Autor) / Wille, Friedrich (Autor) / Meister, Andreas (Autor): Höhere Mathematik für Ingenieure, Band I: Analysis; 8. berarbeitete Auflage, 2008
ISBN 978-3-8351-0255-2
- [33] Internetseite und Satzung der Forschungsgesellschaft für Straßen- und Verkehrswesen (FGSV):
<http://www.fgsv.de> und <http://www.fgsv.de/fileadmin/pdf/SATZUNG-27-10-06.pdf>,
aufgerufen am 16. Mai 2010
- [34] Forschungsgesellschaft für Straßen- und Verkehrswesen e.V.: Richtlinien für die Anlage von Straßen – Teil: Linienführung (RAS-L)
FGSV-Nr. 296
- [35] Wolf, Günter (Autor) / Pietzsch Wolfgang (Autor): Straßenplanung; Werner Verlag, Neuwied; 7. berarbeitete Auflage, Dezember 2004
ISBN 3-8041-5003-9
- [36] Burg, Klemens (Autor) / Haf, Herbert (Autor) / Wille, Friedrich (Autor): Vektoranalysis: Höhere Mathematik für Ingenieure, Naturwissenschaftler und Mathematiker; 1. Auflage, Oktober 2006
ISBN 978-3-8351-0115-9
- [37] Bronstein, Ilja N. (Autor) / Semendjajew, Konstantin A.(Autor) / weitere:
Taschenbuch der Mathematik; B. G. Teubner Verlagsgesellschaft, Verlag Harri Deutsch, Verlag Nauka Moskau, 25. durchgesehene Auflage, 1991,
ISBN 3-8154-2000-8 (Teubner)
ISBN 3-87144-492-8 (Deutsch)

- [38] Landesbetrieb Straßenbau in Nordrhein-Westfalen („Straßen NRW“): Planungsdaten für die „Bestandsorientierte Ertüchtigung der B480“ Bad Berleburg / Dödesberg (L721) bis Alberchtsplatz (B236)
Übersandt per E-Mail als PDF durch Herrn Johannes Müller am 19.11.2010
- [39] Landesvermessungsamt Nordrhein-Westfalen: Nordrhein-Westfalen, Amtliche topographische Karten, Maßstab 1:10.000 (auf DVD)
ISBN 3-89439-272-X
- [40] Quentin, Nils: Entwurf und Simulation einer strukturumschaltenden Regelung und Implementierung eines Abstandsreglers zur Erhöhung des Automatisierungsgrades bei der automatischen Fahrzeugführung., 2009, Studienarbeit am Lehrstuhl für Regelungs- und Steuerungstechnik der Universität Siegen
- [41] Deutsche und Englische Webseite des ABS / ASR / ESP Herstellers Robert Bosch GmbH:
http://www.bosch-esperience.de/de/language1/von_abs_zu_esp.html,
aufgerufen am 15.07.2011
http://www.bosch-esperience.de/de/language1/abs_sicher_bremsen.html,
aufgerufen am 15.07.2011
[http://www.bosch-esperience.de/de/language1/
asr_beschleunigen_ohne_durchzudrehen.html](http://www.bosch-esperience.de/de/language1/asr_beschleunigen_ohne_durchzudrehen.html), aufgerufen am 15.07.2011

http://www.bosch-esperience.de/de/language2/from_abs_to_esp.html,
aufgerufen am 15.07.2011
http://www.bosch-esperience.de/de/language2/antilock_braking_system_abs.html,
aufgerufen am 15.07.2011
http://www.bosch-esperience.de/de/language2/traction_control_system_tcs.html,
aufgerufen am 15.07.2011
- [42] Bauer, Oleg / Mayr, Robert / Will, Peter: Fahrerassistenzsystem warnt vor zu engen Kurven, Steuerung und Regelung von Fahrzeugen und Motoren - AUTOREG 2006, 07./08. März 2006, Wiesloch bei Heidelberg, Germany
- [43] Will, Peter / Mayr, Robert: Fahrerassistenzsystem zur Warnung des Fahrers bei überhöhter Geschwindigkeit vor der Kurveneinfahrt, Automotive Forum Südwestfalen, 13. und 14. April 2010, Attendorn, Germany