

# **Beitrag zur Bestimmung der Tragfähigkeit bestehender Stahlbetonkonstruktionen auf Grundlage der Systemzuverlässigkeit**

von der Naturwissenschaftlich-Technischen Fakultät  
der Universität Siegen genehmigte

## **Dissertation**

zur Erlangung des akademischen Grades eines  
Doktors der Ingenieurwissenschaften

(Dr.-Ing.)

vorgelegt von

Jana Voigt M.Sc.

1. Gutachter: Prof. Dr.-Ing. Alfons Goris  
Universität Siegen, LS Massivbau
2. Gutachter: Prof. Dr.-Ing. habil. Peter Mark  
Ruhr-Universität Bochum, LS Massivbau
- eingereicht: 28. Oktober 2013  
mündliche Prüfung: 28. Februar 2014

Siegen 2014



## **Kurzfassung**

Möglichkeiten zur Umnutzung bestehender Stahlbetontragwerke sind wesentlich von der vorhandenen Tragfähigkeit abhängig. Diese Arbeit behandelt Tragfähigkeitsreserven und -defizite bestehender Hochbauwerke. Die Beurteilung erfolgt auf Grundlage der Zuverlässigkeitstheorie. Differenzen der vorhandenen Zuverlässigkeit zum Zielwert werden unter Berücksichtigung stochastischer Eigenschaften der Einwirkungs- und Widerstandsparameter mit probabilistischen Verfahren ermittelt. Ausgleich möglicher Reserven und Defizite kann durch modifizierte Teilsicherheitsbeiwerte für den semi-probabilistischen Nachweis erfolgen. Bisherige Vorschläge zur Modifikation von Teilsicherheitsbeiwerten beziehen sich auf einzelne Elemente. Definierte Zuverlässigkeitsziele gelten für ein System als Ganzes. Das bedingt für Systeme mit mehreren Versagensmechanismen höhere erforderliche Zuverlässigkeiten je Grenzzustand. Unter Berücksichtigung des Systemzusammenhangs werden modifizierte Teilsicherheitsbeiwerte für den Elementnachweis hergeleitet. Hierzu wird das Versagen durchlaufender Platten und Balken in logischen Systemen modelliert und die Systemzuverlässigkeit sowie wesentliche Versagenseinflüsse ermittelt. Die Bewertung erfolgt für bestandsspezifische Materialkombinationen und verschiedene Nutzungen. In einem Optimierungsverfahren werden Teilsicherheitsbeiwerte bestimmt, welche die Zuverlässigkeitsdifferenzen ausgleichen. Zuverlässigkeitsreserven führen zu reduzierten Teilsicherheitsbeiwerten, Defizite erfordern erhöhte Beiwerte. In Verbindung mit Reserven aus verbesserten Bemessungsverfahren sind in Einzelfällen nennenswerte Nutzlaststeigerungen möglich.

## **Abstract**

Opportunities for the conversion of existing structures are significantly dependent on the bearing capacity. This thesis deals with capacity reserves and deficits of existing structural concrete systems. The assessment is based on reliability theory. Differences between calculated reliability and target value are determined by probabilistic methods taking into account stochastic properties of load and resistance parameters. Compensation of possible reserves and deficits can be reached by modifying partial safety factors for the semi probabilistic proof. Previous proposals for modification of the partial safety coefficients refer to componential reliability. Reliability targets in structural codes are defined for a system as a whole. For systems with multiple failure modes this may require higher reliabilities for each elementary limit state. Taking into account the system context, modified partial safety factors for element proofs are inferred. For this purpose the failure of continuous slabs and beams is modeled in logical systems and system reliability is determined as well as essential failure influences. The assessment is carried out for specific material combinations of existing structures and different types of life loads. Partial safety factors are determined in an optimization process which leads to minimization of reliability differences. Reliability reserves result in reduced partial safety factors, deficits require higher coefficients. Significant increases of life loads are possible in combination with reserves due to improved design procedures in individual cases.



## Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand in der Zeit von 2010 bis 2013 während meiner Tätigkeit als wissenschaftliche Mitarbeiterin am Lehrstuhl Massivbau der Universität Siegen.

Herzlicher Dank gilt Herrn Prof. Dr.-Ing. Alfons Goris für die interessante Zeit am Lehrstuhl, während der ich gefördert durch eine vertrauensvolle Grundstimmung fachlich und persönlich sehr viel lernen durfte. Prof. Goris hat als Betreuer der Arbeit mein Interesse an der Erhaltung bestehender Bauwerke stets unterstützt und mit wertvollen Hinweisen den Fortgang der Arbeit begleitet.

Ebenso danke ich Herrn Prof. Dr.-Ing. Peter Mark von der Ruhr-Universität Bochum für die Übernahme des Korreferats, Diskussionsbereitschaft und wichtige Anregungen. Weiter danke ich Herrn Prof. Dr.-Ing. Chuanzeng Zhang und Herrn Prof. Dr.-Ing. Richard A. Herrmann für ihre Arbeit als Vorsitzender bzw. Mitglied der Prüfungskommission.

Dank gilt weiter meinen Kollegen im Department Bauingenieurwesen, die den Fortgang meiner Arbeit interessiert verfolgt haben. Die anregenden Gespräche waren mir eine große Unterstützung. Besonders danke ich Jakob Weglarzy M.Sc., Dipl.-Ing. Melanie Müermann, Dipl.-Ing. Rüdiger Graf und Dipl.-Ing. Joachim Schröder für den fachlichen und persönlichen Austausch. Für Ihren unermüdlichen Einsatz gebührt auch meinen ehemaligen studentischen Hilfskräften Frau Dipl.-Ing. Nora Holdinghouse und Herrn Malte Jung B.Sc. ausdrücklicher Dank.

Ganz besonders danke ich allen Mitgliedern meiner Familie, die mit Wohlwollen und Interesse stets eine wichtige Rückendeckung bildeten, insbesondere meinen Eltern Lea und Stephan Voigt sowie meinem Bruder Peter Voigt. Ausdrücklich zu danken habe ich auch all jenen treuen Wegbegleitern, die das Ende der Arbeit nicht mehr erleben durften, speziell Frau Ingeborg Voigt und Herrn Kurt Dickfeld.

Von ganzem Herzen danke ich vor allem meinem Mann Claus-Christian, der mir ein besonders wichtiger und verlässlicher persönlicher Rückhalt ist. Seine liebevolle und bedingungslose Unterstützung hat das Gelingen dieser Arbeit erst möglich gemacht.

Leipzig, Mai 2014

Jana Voigt



**Inhalt**

<b>Verzeichnisse</b>	<b>I</b>
Inhalt	I
Tabellen	VII
Bilder	XII
Abkürzungen	XVI
Symbole	XVII
<b>1) Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1) Problemstellung	1
1.2) Zielsetzung	3
1.3) Vorgehensweise	4
<b>2) Zur Sicherheit bestehender Bauwerke</b>	<b>5</b>
2.1) Ingenieurmäßiger Sicherheitsbegriff	5
2.1.1) Begriffe	5
2.1.2) Operative Versagenswahrscheinlichkeit	6
2.1.3) Entwicklung der Sicherheitstheorie im Bauwesen	7
2.2) Bestehende Bauwerke	9
2.2.1) Informationen zum Bauen im Bestand (Literaturüberblick)	9
2.2.1.1) Zum Umgang mit bestehenden Stahlbetontragwerken	9
2.2.1.2) Zur Entwicklung der Bauweise, Normen und Baustoffe	10
2.2.1.3) Ausgewählte Literatur zu Konstruktion und Bemessung vor 1972	11
2.2.2) Normen und Richtlinien zum Umgang mit bestehenden Bauwerken	11
2.2.2.1) Überblick	11
2.2.2.2) Internationale Entwicklungen	12
2.2.2.3) Schweizer Normenreihe SIA 269	12
2.3) Zuverlässigkeitsziele	14
2.3.1) Zielwerte im Neubau [DIN EN 1990 (2010)]	14
2.3.2) Zielzuverlässigkeit beim Bauen im Bestand	15
2.4) Sicherheitskonzepte	18
2.4.1) Bemessung mit zulässigen Spannungen	18
2.4.1.1) Konzept	18
2.4.1.2) Zulässige Spannungen im Stahlbetonbau 1904-1972	19
2.4.1.3) Sicherheitsabstände beim Konzept der zulässigen Spannungen im Stahlbetonbau	19
2.4.2) Globale Sicherheit im Stahlbetonbau 1972 – 2001	20
2.4.3) Nachweis mit Grenzzuständen und Teilsicherheitsbeiwerten	22
2.4.4) Probabilistische Konzepte	24
2.5) Teilsicherheitsbeiwerte der Normen	25
2.5.1) Prinzip: Teilsicherheitsbeiwerte für streuende Basisparameter	25
2.5.2) Teilsicherheitsbeiwerte im <i>R-E</i> -Modell	26
2.5.3) Kalibrierung der Normwerte	29
2.6) Modifizierte Teilsicherheitsbeiwerte	30
2.6.1) Modifikation nach EC 0 (Differenzieren der Zuverlässigkeitsziele)	30
2.6.2) Modifikation im Bestand	31
2.6.2.1) Überblick	31
2.6.2.2) Ältere Ansätze: [DAfStb-H. 476 (1996)], [DAfStb-Ri. 2000]	31
2.6.3) Modifikation im Bestand – aktuelle Entwicklungen	32
2.6.4) Modifikation im Bestand – eigener Ansatz	33
2.7) Zusammenfassung	34

<b>3) Datenbasis</b>	<b>35</b>
3.1) Stochastische Modellierung	35
3.1.1) Unsicherheiten und Basisvariable	35
3.1.2) Beschreibung der Zufallsgrößen	36
3.1.3) Informationsquellen	40
3.2) Einwirkungen	41
3.2.1) Ständige Lasten	41
3.2.2) Nutzlasten im Hochbau	44
3.2.3) Anmerkungen zu klimatischen Einwirkungen	52
3.3) Material	53
3.3.1) Beton	53
3.3.1.1) Druckfestigkeit	53
3.3.1.1.1) Überblick	53
3.3.1.1.2) Streuende Druckfestigkeit und Qualität	55
3.3.1.1.3) Beurteilungsmaßstab: Variationskoeffizient oder Standardabweichung	56
3.3.1.1.4) Zur Verteilungsfunktion	57
3.3.1.1.5) Stochastische Modelle im Einzelnen	58
3.3.1.2) Bauwerksfestigkeit	61
3.3.1.3) Stochastische Modellierung der Betonkennwerte nach JCSS	64
3.3.1.4) Zugfestigkeit	67
3.3.1.5) Spannungs-Dehnungs-Verhalten	70
3.3.2) Betonstahl	73
3.3.2.1) Allgemeine Bemerkungen	73
3.3.2.2) Streckgrenze	74
3.3.2.3) Zugfestigkeit	77
3.3.2.4) Spannungs-Dehnungs-Verhalten	78
3.3.4) Verbund zwischen Stahl und Beton	79
3.4) Querschnittswerte und Systemmaße	81
3.4.1) Maßabweichungen: Überblick	81
3.4.2) Betonquerschnitt $A_c$	82
3.4.3) Stahlquerschnitt $A_s$	84
3.4.4) Lage der Bewehrung	85
3.4.4.1) Streuung der Betondeckung	85
3.4.4.2) Modellierung der Nutzhöhe	88
3.4.5) Systemabmessungen	88
3.5) Unsicherheiten der Modellierung	89
3.5.1) Charakteristik	89
3.5.2) Einwirkungsseite	92
3.5.3) Widerstandsseite	92
3.6) Zusammenfassung	95
<b>4) Zuverlässigkeit von Elementen</b>	<b>96</b>
4.1) Grenzzustände aus mehreren Zufallsvariablen	96
4.2) Mehrdimensionale Versagenswahrscheinlichkeit von Elementen	99
4.2.1) Allgemeine Formulierung der Versagenswahrscheinlichkeit	99
4.2.2) Zweidimensionale Versagenswahrscheinlichkeit ( $R$ - $E$ -Modell)	100
4.2.3) Mehrdimensionale Versagenswahrscheinlichkeit mit linearem Grenzzustand	103
4.3) Lösungsverfahren	106
4.3.1) Überblick	106
4.3.2) Momentenmethode	108



4.3.3) First Order Reliability Method (FORM)	111
4.3.3.1) Transformation der Basisvariablen $X_i$ in Standardvariable $Y_i$	111
4.3.3.2) Linearisierung des Grenzzustandes	112
4.3.3.3) Iterative Ermittlung des Bemessungspunktes	114
4.3.3.4) Interpretation der Wichtungsfaktoren	116
4.3.3.5) Teilsicherheitsbeiwerte am Bemessungspunkt	116
4.3.4) Second Order Reliability Method (SORM)	118
4.3.5) Numerische Integration	119
4.3.6) Simulationstechniken	120
4.3.7) Stochastische Finite Elemente	123
4.3.8) Antwortflächenverfahren	124
4.3.9) Optimierungsverfahren (Level IV)	125
4.3.9.1) Allgemein	125
4.3.9.2) Optimierungsaufgabe	126
4.3.9.3) Zur Berücksichtigung der Sicherung von Menschenleben	128
4.4) Vergleich	130
4.5) Zusammenfassung	132
<b>5) Zuverlässigkeit von Systemen</b>	<b>133</b>
5.1) Modellierung von Systemen	133
5.1.1) Kombination mehrerer Grenzzustände	133
5.1.2) Allgemeine Beschreibung des Versagens mittels System-Strukturfunktion	134
5.1.3) Logische Modellierung von Systemen	136
5.1.4) Ermittlung der System-Versagenswahrscheinlichkeit	138
5.2) Seriensysteme	139
5.3) Parallelsysteme	140
5.4) Schranken der Versagenswahrscheinlichkeit	142
5.4.1) Allgemeines	142
5.4.2) Schranken bei Seriensystemen	142
5.4.2.1) Allgemeine Schranken 1. Ordnung [Cornell 1967]	142
5.4.2.2) Genauere Schranken 2. Ordnung [Ditlevsen 1979-1]	143
5.4.2.3) Genauere Schranken höherer Ordnung [Greig 1992]	144
5.4.3) Schranken bei Parallelsystemen	145
5.4.3.1) Allgemeine Schranken	145
5.4.3.2) Genauere Schranken	145
5.5) Globaler Bemessungspunkt mit Level II-Methoden und Wahrscheinlichkeitsschranken	147
5.5.1) Systemversagen aus Vereinigung von Schnitten	147
5.5.2) Lokale und globale Bemessungspunkte	147
5.5.3) Wahrscheinlichkeit des Schnitts mit asymptotischer Verbesserung	150
5.6) Versagensmechanismen	151
5.6.1) Allgemein	151
5.6.2) Versagen komplexer Systeme	152
5.6.2.1) Branch & Bound	153
5.6.2.2) $\beta$ -unzipping-Methode	155
5.7) Zusammenfassung	158
<b>6) Modellierung</b>	<b>159</b>
6.1) Mechanische Modellierung: schrittweises Versagen am Zweifeldträger	159
6.1.1) Untersuchtes System und Versagensstellen	159
6.1.2) Anzahl möglicher Versagenspfade	161
6.1.2.1) Kombination am $n$ -fach statisch unbestimmten System	161
6.1.2.2) Vergleich: Kombination bei Anstieg der Unbestimmtheit	163

6.1.3)	Idealisierte Versagensfälle (Erst- und Zweitversagen)	164
6.1.3.1)	Idealisierung	164
6.1.3.2)	Kennzeichnung des Elementversagens	164
6.1.3.3)	Erstversagen	165
6.1.3.4)	Zweitversagen	165
6.2)	Stochastische Modellierung	167
6.2.1)	Platte	167
6.2.1.1)	Vorbemerkungen	167
6.2.1.2)	Modellierung der Nutzlasten, Nutzungsgruppen	167
6.2.1.3)	Modellierung der Vorfaktoren der Querkrafttragfähigkeit	171
6.2.1.4)	Modellierung der Nutzhöhe	173
6.2.1.5)	Zusammenstellung der verwendeten Werte	176
6.2.2)	Balken	177
6.2.2.1)	Modellierung von Nutzhöhe und Balkenbreite	177
6.2.2.2)	Modellierung der Nutzlasten	178
6.2.2.3)	Zur Modellierung der Querkrafttragfähigkeit des Balkens	179
6.2.2.4)	Zusammenstellung der verwendeten Werte	182
6.3)	Modellierung des Elementversagens	183
6.3.1)	Platte	183
6.3.1.1)	Probabilistische Formulierung der Biegezugwiderstände	183
6.3.1.2)	Probabilistische Formulierung des Querkraftwiderstands	186
6.3.2)	Balken	187
6.3.2.1)	Probabilistische Formulierung der Biegezugwiderstände	187
6.3.2.2)	Probabilistische Formulierung der Querkraftwiderstände	188
6.3.3)	Allgemeine Grenzzustandsgleichungen der System-Komponenten	189
6.4)	Logische Modellierung des zuverlässigkeitstheoretischen Systems	193
6.4.1)	Logischer Baum	193
6.4.2)	Überführen des statischen Systems in ein Zuverlässigkeits-System	194
6.4.3)	Reduktion der zu untersuchenden Versagenspfade	194
6.4.4)	Minimalschnitte: Logisches Modell zur Systemberechnung	195
6.5)	Berechnung der Zuverlässigkeit des Systems – Beispiel	197
6.5.1)	Prinzip Systemzuverlässigkeit und Wahrscheinlichkeitsschranken	197
6.5.2)	Schritt 1: Wahrscheinlichkeit je Versagenspfad	197
6.5.3)	Schritt 2: Wahrscheinlichkeit für das gesamte System	198
<b>7)</b>	<b>Systemzuverlässigkeit der Platte</b>	<b>201</b>
7.1)	Festlegungen zur probabilistischen Berechnung	201
7.1.1)	Zur Festlegung der Querschnittswerte	201
7.1.2)	Randbedingungen der untersuchten Platte	202
7.1.3)	Bewertung der Systemzuverlässigkeit	205
7.2)	Erreichte Systemzuverlässigkeiten	206
7.2.1)	Systemzuverlässigkeiten für verschiedene Material- / Nutzungskombinationen	206
7.2.2)	Zum Einfluss der Nutzungskategorie	208
7.2.2.1)	Zusammenstellung $\beta_{\text{sys}}$ als $f$ (Nutzung)	208
7.2.2.2)	Vergleichende Aussagen zu $\beta_{\text{sys}}$ als $f$ (Nutzung)	213
7.2.2.3)	Zur Wechselwirkung Nutzlast - Bewehrungsgrad - Systemzuverlässigkeit bei nutzungsabhängigem Variationskoeffizienten $v_q$	213
7.2.2.4)	Zum Einfluss der Nutzlast bei nutzungsunabhängig konstantem Variationskoeffizienten	218
7.2.3)	Bezug der Systemzuverlässigkeit auf den Bewehrungsgrad $\beta_{\text{sys}}/\rho_l$	221
7.2.4)	Systemzuverlässigkeit $\beta_{\text{sys}}$ in Abhängigkeit von der Betonqualität	224
7.2.5)	Systemzuverlässigkeit $\beta_{\text{sys}}$ in Abhängigkeit von der Betonstahlsorte	227

7.3)	Einfluss der Basisvariablen auf die Versagenswahrscheinlichkeit .....	228
7.3.1)	Prozentuale Verteilung der Sensitivitäten .....	228
7.3.2)	Sensitivitäten in Abhängigkeit von der Druckfestigkeit und Qualität des Betons .....	234
7.3.3)	Sensitivitäten in Abhängigkeit von der Nutzungskategorie .....	238
7.3.4)	Sensitivitäten in Abhängigkeit von Stahlsorte .....	239
7.4)	Einfluss der einzelnen Versagenselemente auf die Zuverlässigkeit $\beta_{\text{sys}}$ .....	240
7.5)	Zusammenfassung .....	242
<b>8)</b>	<b>Systemzuverlässigkeit des Balkens .....</b>	<b>243</b>
8.1)	Festlegungen zur probabilistischen Berechnung .....	243
8.1.1)	Zur Festlegung der Querschnittswerte .....	243
8.1.2)	Deterministische Bemessung des Balkens gemäß EC2 .....	244
8.1.3)	Bewertung der Systemzuverlässigkeit .....	247
8.2)	Erreichte Systemzuverlässigkeiten .....	248
8.2.1)	Systemzuverlässigkeiten für verschiedene Material- / Nutzungskombinationen .....	248
8.2.2)	Zum Einfluss der Nutzungskategorie .....	250
8.2.2.1)	Zusammenstellung $\beta_{\text{sys}}$ als $f$ (Nutzung) .....	250
8.2.2.2)	Vergleichende Aussagen zu $\beta_{\text{sys}}$ als $f$ (Nutzung) .....	255
8.2.2.3)	Zur Wechselwirkung Nutzlast - Bewehrungsgrad - Systemzuverlässigkeit bei nutzungsabhängigem Variationskoeffizienten $v_q$ .....	255
8.2.2.4)	Zum Einfluss der Nutzlast bei nutzungsunabhängig konstantem Variationskoeffizienten .....	260
8.2.3)	Bezug der Systemzuverlässigkeit auf den Querkraftbewehrungsgrad $\beta_{\text{sys}}/\rho_{\text{sw}}$ .....	263
8.2.4)	Systemzuverlässigkeit $\beta_{\text{sys}}$ in Abhängigkeit von der Betonqualität .....	266
8.2.5)	Systemzuverlässigkeit $\beta_{\text{sys}}$ in Abhängigkeit von der Betonstahlsorte .....	268
8.3)	Einfluss der Basisvariablen auf die Versagenswahrscheinlichkeit .....	269
8.3.1)	Prozentuale Verteilung der Sensitivitäten .....	269
8.3.2)	Sensitivitäten in Abhängigkeit von der Druckfestigkeit und Qualität des Betons .....	275
8.3.3)	Sensitivitäten in Abhängigkeit von der Nutzungskategorie .....	280
8.3.4)	Sensitivitäten in Abhängigkeit von der Betonstahlsorte .....	281
8.4)	Einfluss der einzelnen Versagenselemente auf die Zuverlässigkeit $\beta_{\text{sys}}$ .....	282
8.5)	Zusammenfassung .....	284
<b>9)</b>	<b>Schlussfolgerungen .....</b>	<b>285</b>
9.1)	Reserven und Defizite im Hinblick auf mögliche Steigerungen der Nutzlast .....	285
9.1.1)	Zuverlässigkeitstheoretisch begründete Reserven und Defizite .....	285
9.1.2)	Reserven und Defizite aus früheren Bemessungsverfahren .....	286
9.1.2.1)	Biegung .....	287
9.1.2.2)	Querkraft .....	289
9.2)	Verfahren zur Modifikation von Teilsicherheitsbeiwerten .....	291
9.2.1)	Grundidee .....	291
9.2.2)	Umsetzung des Optimierungsverfahrens .....	296
9.3)	Durchlaufträger: Platte .....	299
9.3.1)	Maßgebender Querschnittswert für die Optimierung .....	299
9.3.2)	Probabilistische Iteration von Zielbewehrungsgraden $\rho_{\text{Ziel}}$ .....	299
9.3.3)	Ermittlung optimierter Teilsicherheitsbeiwerte $\gamma_c$ und $\gamma_s$ .....	302
9.3.4)	Systemzuverlässigkeit der Platte mit modifizierten Teilsicherheitsbeiwerten .....	304
9.4)	Durchlaufträger: Balken .....	308
9.4.1)	Maßgebendes Versagenselement und Abwandlung des Optimierungsverfahrens .....	308
9.4.2)	Probabilistische Iteration von Zielbewehrungsgraden $\rho_{\text{Ziel}}$ .....	310
9.4.2.1)	Querkraftbewehrungsgrade $\rho_{\text{sw,Ziel}}$ aus Iteration am System .....	311
9.4.2.2)	Längsbewehrungsgrade $\rho_{\text{l,Ziel}}$ aus Iteration für die Biegeelemente .....	312

9.4.3) Ermittlung optimierter Teilsicherheitsbeiwerte $\gamma_c$ und $\gamma_s$ .....	314
9.4.3.1) Teilergebnisse aus Systembetrachtung .....	314
9.4.3.2) Teilergebnisse aus Elementbetrachtung .....	315
9.4.3.3) Auswahl der modifizierten Teilsicherheitsbeiwerte .....	315
9.4.4) Systemzuverlässigkeiten mit modifizierten Teilsicherheitsbeiwerten $\gamma_c$ und $\gamma_s$ .....	317
9.5) Einfeldträger .....	319
9.5.1) Platte .....	319
9.5.2) Balken .....	321
9.6) Vergleich mit Teilsicherheitsbeiwerten aus dem Bemessungspunkt (Beispiele) .....	322
9.6.1) Systemversagen Platte: Beispiel B 220 / C 30 / Nutzung D .....	322
9.6.2) Elementversagen Balken: Beispiel B 420 / C 20 / Nutzung C .....	323
9.7) Tragfähigkeitsreserven und -defizite in Beispielen .....	325
9.7.1) Prinzip .....	325
9.7.2) Platte .....	326
9.7.1.1) Beispiel 1: B420 Nutzung A, Nachweis wegen Verlust des Bestandsschutzes .....	326
9.7.1.2) Beispiel 2: Objekt aus Beispiel 1: Umnutzung zu Nutzung B .....	327
9.7.1.3) Beispiel 3: B220 Nutzung A, Nachweis wegen Verlust des Bestandsschutzes .....	328
9.7.1.4) Beispiel 4: Objekt aus Beispiel 3: Umnutzung zu Nutzung B .....	329
9.7.1.5) Beispiel 5: B420, Umnutzung von Nutzung C zu Nutzung D .....	330
9.7.3) Balken .....	331
9.7.3.1) Beispiel 1: B420 Nutzung A, Nachweis wegen Verlust des Bestandsschutzes .....	331
9.7.3.2) Beispiel 2: Objekt aus Beispiel 1: Umnutzung zu Nutzung B .....	333
9.8) Zusammenfassung .....	335
<b>10) Zusammenfassung und Ausblick .....</b>	<b>338</b>
10.1) Zusammenfassung .....	338
10.2) Ausblick .....	339
<b>Verzeichnisse .....</b>	<b>340</b>
Literatur .....	340
<b>Anhänge .....</b>	<b>357</b>
A) Tabellen zum Bauen im Bestand .....	A.1
B) Ergänzende Tabellen zu Kapitel 7 .....	B.1
B.1 Sensitivitäten der Basisvariablen bezogen auf das Elementversagen .....	B.1
B.2 Sensitivitäten der Versagenselemente bezogen auf das Systemversagen .....	B.6
C) Ergänzende Tabellen zu Kapitel 8 .....	C.1
D) Ergänzende Tabellen zu Kapitel 9 .....	D.1
D.1 Randbedingungen zu Tragfähigkeitsvergleichen in Abschnitt 9.1.3.2 .....	D.1
D.2 Probabilistisch bestimmte Zielbewehrungsgrade der Platte .....	D.2
D.3 Lokale und globale Optima der Teilsicherheitsbeiwerte der Platte .....	D.7
D.3.1 Betonqualität: Norm ( $\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2$ ) .....	D.7
D.3.2 Betonqualität: schlecht (1) ( $\sigma_{fc} = 6,00 \text{ MN/m}^2$ ) .....	D.8
D.3.3 Betonqualität: schlecht (2) ( $\sigma_{fc} = 8,00 \text{ MN/m}^2$ ) .....	D.10
D.3.4 Betonqualität: schlecht (3) ( $\sigma_{fc} = 10,00 \text{ MN/m}^2$ ) .....	D.11
D.4 Auswahlwerte aus globalen Optima der Teilsicherheitsbeiwerte der Platte .....	D.13

## **Tabellen**

- Tabelle 2.1: Zusammengang zwischen Versagenswahrscheinlichkeit und Zuverlässigkeitsindex
- Tabelle 2.2: Wichtige Entwicklungsschritte zur Zuverlässigkeitstheorie für Bauwerke bis zur ersten probabilistisch begründeten Norm (Fakten aus [Madsen et al. 2006])
- Tabelle 2.3: Schadensfolgeklassen (aus [DIN EN 1990 (2010)])
- Tabelle 2.4: Zuverlässigkeitsklassen und Zuverlässigkeitsziele im GZT (aus [DIN EN 1990 (2010)])
- Tabelle 2.5: Ausgewählte Sterbewahrscheinlichkeiten (Zusammenstellung nach [Proske 2004])
- Tabelle 2.6: Wesentliche Unterschiede zwischen Bemessung und Bestandsnachweis (nach [Somerville 2008])
- Tabelle 2.7: Empfohlene Zuverlässigkeitsziele im Bestand in Model Code 2010 [fib 65 (2012)]
- Tabelle 2.8: Reduzierte Zuverlässigkeitsziele im Bestand gemäß [JCSS 2001-04] (GZT, 1 Jahr)
- Tabelle 2.9: Reduzierte Zuverlässigkeitsziele im Bestand gemäß [SIA 269 (2011)] (GZT, 1 Jahr)
- Tabelle 2.10: Reduzierte Zuverlässigkeitsziele für bestehende Gebäude in den Niederlanden (GZT, 15 Jahre) [Vrouwenvelder/Scholten 2010], [Steenbergen/Vrouwenvelder 2010]
- Tabelle 2.11: Reduzierte Zuverlässigkeitsziele nach [Bergmeister/Santa 2004] (GZT, GZG, 1 Jahr)
- Tabelle 2.12: Sicherheitsabstände im Stahlbetonbau bei der Bemessung mit zulässigen Spannungen 1904 - 1972 (aus [Voigt 2009-1])
- Tabelle 2.13: Globale Sicherheiten für bewehrte Bauteile nach DIN 1045 (1972 bis 2001)
- Tabelle 2.14: Zusammensetzung  $\gamma_{\text{Global}}$  beim Bruch mit Vorankündigung (nach [Dartsch 1990])
- Tabelle 2.15: Beiwert zur Modifikation der Einwirkungsbeiwerte in Abhängigkeit vom Zuverlässigkeitsziel (aus [DIN EN 1990 (2010)])
- Tabelle 2.16: Überwachungsmaßnahmen bei der Planung (DSL) (aus [DIN EN 1990/NA (2010)])
- Tabelle 2.17: Überwachungsstufen bei Herstellung und Nutzung (IL) (aus [DIN EN 1990/NA (2010)])
- Tabelle 2.18: Reduzierte Teilsicherheitsbeiwerte beim Bauen im Bestand gemäß [DAfStb-H. 467 (1996)] und [DAfStb-Ri. 2000]
- Tabelle 3.1: Unsicherheiten beim Nachweis von Tragkonstruktionen
- Tabelle 3.2: Profilbeiwert  $r$  nach [CEB Bulletin 112 (1976)]
- Tabelle 3.3: Stochastische Modelle ständiger Lasten
- Tabelle 3.4: Parameter der quasi-ständigen und temporären Nutzlastverteilungen (Momentanwerte), (aus [JCSS 2001-02], Auszug)
- Tabelle 3.5: Parameter der Extremwertverteilung der Nutzlast (50-Jahres-Werte) (aus [Rackwitz 1996], Auszug)
- Tabelle 3.6: ausgewählte Literaturangaben zu statistischen Kennwerten von Nutzlasten
- Tabelle 3.7: Variationskoeffizienten der Nutzlast (Überblick)
- Tabelle 3.8: Einflüsse auf die Qualitätsstreuung der Druckfestigkeit
- Tabelle 3.9: mittlere Standardabweichungen der Druckfestigkeit für verschiedene Qualitätsstufen (aus [Rüsch 1964])
- Tabelle 3.10: Vorschlag für die Bewertung der Qualität der Betonherstellung anhand des Wertes der Standardabweichung (aus [DAfStb-H. 206 (1969)])
- Tabelle 3.11: Einflüsse auf die Druckfestigkeit: Anteile verschiedener Qualitätsstufen am gesamten Bauvolumen (aus [Steward 1995])
- Tabelle 3.12: Stochastische Modelle der Druckfestigkeit des Betons
- Tabelle 3.13: Bauwerksfestigkeit des Betons in Abhängigkeit von der Ausführungsqualität nach [Steward 1995]
- Tabelle 3.14: Streuung der Druckfestigkeit am Bauwerk
- Tabelle 3.15: Relation Bauwerks- zu Laborfestigkeit: stochastische Modelle
- Tabelle 3.16: Zufallsvariable  $Y_{1,j}$  bis  $Y_{4,j}$  zur stochastischen Beschreibung der Betoneigenschaften
- Tabelle 3.17: Parameter der Verteilung der Betondruckfestigkeit  $f_{c0,ij}$  [MN/m<sup>2</sup>] nach [JCSS 2001-03]
- Tabelle 3.18: Parameter der Betondruckfestigkeit (Zylinder)  $f_{c0,ij}$  (Referenzwert)
- Tabelle 3.19: Parameter der Druckfestigkeit  $f_{c,ij}$  und Zugfestigkeit  $f_{ct,ij}$
- Tabelle 3.20: Variationskoeffizienten des E-Moduls  $E_{c,ij}$  und der Bruchdehnung  $\epsilon_{u,ij}$
- Tabelle 3.21: Betonzugfestigkeit nach [Heilmann 1969]
- Tabelle 3.22: Variationskoeffizienten des Vorfaktors  $c$  nach [Heilmann 1969] und EC2
- Tabelle 3.23: Variationskoeffizienten des Vorfaktors  $c$
- Tabelle 3.24: Stochastische Modelle der Zugfestigkeit
- Tabelle 3.25: Variationskoeffizienten des Vorfaktors  $\alpha_E$
- Tabelle 3.26: Stochastische Modelle des E-Moduls
- Tabelle 3.27: Mittlerer Elastizitätsmodul des Betons  $E_{cm}$  nach verschiedenen Normen [MN/m<sup>2</sup>]

## Verzeichnisse: Tabellen

---

- Tabelle 3.28: Stochastische Modelle der Bruchdehnung
- Tabelle 3.29: Stochastische Modelle der Streckgrenze von Betonstahl
- Tabelle 3.30: Stochastische Modelle der Zugfestigkeit von Betonstahl
- Tabelle 3.31: Stochastische Modelle des E-Moduls von Betonstahl
- Tabelle 3.32: Stochastische Modelle der Betonstahldehnung unter Höchstlast
- Tabelle 3.33: Stochastische Modelle der Verbundspannung
- Tabelle 3.34: Stochastische Modelle der Betonabmessungen (Querschnitt)
- Tabelle 3.35: Stochastische Modelle des Stahlquerschnitts
- Tabelle 3.36: sinkende Standardabweichung der Betondeckung durch verbesserte Qualitätsstandards (nach [BE 95-1347/R15 (2000)])
- Tabelle 3.37: Stochastische Modelle der Betondeckung
- Tabelle 3.38: Stochastische Modelle der Nutzhöhe
- Tabelle 3.39: Modellierung der globalen Modellunsicherheit nach [Östlund 1991]
- Tabelle 3.40: Modellvariable der Einwirkungen
- Tabelle 3.41: Modellvariable des Biegewiderstands
- Tabelle 3.42: Modellvariable der Querkraftwiderstände
- Tabelle 3.43: Modellvariable Normalkraft / Stützenbemessung
- Tabelle 3.44: vereinfachte allgemeine Modellvariable der Widerstände
- Tabelle 4.1: Grenzzustände der Tragfähigkeit (GZT) und Gebrauchstauglichkeit (GZG) gemäß [DIN EN 1990 (2010)]
- Tabelle 4.2: Beispiele für unterschiedliche Zuordnung des Grenzzustandes zum Überlebens- oder Versagensbereich in der Literatur (willkürliche Auswahl)
- Tabelle 4.3: Überblick über die Verfahren der Zuverlässigkeitstheorie
- Tabelle 4.4: Originalraum der Basisvariablen  $X$  und Raum der Standardvariablen  $Y$
- Tabelle 4.5: Bestimmung von Teilsicherheitsbeiwerten aus dem Bemessungspunkt
- Tabelle 4.6: Vergleich verschiedener Zuverlässigkeitsverfahren (Bsp. Platte, Kombination C30/B500 - Nutzung B - Qualität „Norm“ ( $\sigma_c = 4,85 \text{ MN/m}^2$ ))
- Tabelle 4.7: Vergleich der Rechenzeiten verschiedener Zuverlässigkeitsmethoden (Bezug Beispielrechnung in Tabelle 4.6)
- Tabelle 5.1: Übersicht Grundtypen Seriensystem und Parallelsystem
- Tabelle 6.1: Anzahl zusätzlicher Versagenselemente für jedes weitere Innenfeld
- Tabelle 6.2: Anzahl Elementkombinationen und Versagenspfade für  $n$ -fach statisch unbestimmte Träger
- Tabelle 6.3: Erstversagen der Elemente 1 bis 7 und zugehörige Ersatzsysteme
- Tabelle 6.4: Zweitversagen und zugehörige kinematische Kette
- Tabelle 6.5: nutzungsabhängige Variationskoeffizienten der Nutzlast (Ansatz nach [Rackwitz 1996], Grundlage für [JCSS 2001-02])
- Tabelle 6.6: Ansätze für die Streuung der des Trennwandzuschlags zur Nutzlast
- Tabelle 6.7: Rückrechnung der charakteristischen Nutzlasten gemäß [DIN EN 1991-1-1/NA (2010)] auf Mittelwerte nach Gleichung (6.2) mit den Variationskoeffizienten nach Tabelle (3.7)
- Tabelle 6.8: Modellierung der gesamten Nutzlast  $q = q_0 + q_{TW}$  für die Berechnungen der Platte
- Tabelle 6.9: Längsbewehrungsgrad  $\rho_{l,grenz}$  bei  $V_{Rd,c} = V_{Rd,c,min}$
- Tabelle 6.10: Rückrechnung mittlerer Vorfaktor  $V_{Rd,c,min}$  bei  $V_{R,c} = V_{R,c,min}$  mit Mittelwert  $C_{R,c} = 0,20$
- Tabelle 6.11: mittlerer Vorfaktor  $V_{R,c,min}$  bei  $V_{R,c} = V_{R,c,min}$  aus probabilistischer Iteration ( $C_{R,c} = 0,20$ )
- Tabelle 6.12: Zusammenfassung: stochastische Modellierung zu Kapitel 7
- Tabelle 6.13: Modellierung der Balken-Nutzlast  $q_{Balken} = q_{0,Balken} + q_{TW,balken}$  für die Berechnungen in Kapitel 8
- Tabelle 6.14: Ansätze in den probabilistischen Parameterstudien zur Modellunsicherheit  $\theta_{RV,s}$  der Querkrafttragfähigkeit  $V_{Rd,s}$
- Tabelle 6.15: Zusammenfassung: stochastische Modellierung zu Kapitel 8
- Tabelle 6.16: Grenzzustandsgleichungen der Versagenselemente der Platte
- Tabelle 6.17: Grenzzustandsgleichungen der Versagenselemente des Balkens
- Tabelle 6.18: Logisches Modell: Minimalschnitte zur Berechnung der Versagenswahrscheinlichkeit (Platte)
- Tabelle 6.19: Logisches Modell: Minimalschnitte zur Berechnung der Versagenswahrscheinlichkeit (Balken)
- Tabelle 6.20: Allgemeine Schranken am Parallelsystem
- Tabelle 6.21: Schranken der Wahrscheinlichkeiten je Versagenspfad, Beispiel: Betonstahl B500, Beton C 30, Nutzung: Büro (mit Trennwandzuschlag), Betonqualität: Norm
- Tabelle 6.22: Allgemeine Schranken am Seriensystem
- Tabelle 6.23: Wahrscheinlichkeit je Versagenspfad (s. Tabelle 6.21)

Tabelle 6.24:	Matrix der Wahrscheinlichkeiten $p_{fi} \cap p_{fj}$ nach Sortierung aus Tabelle 6.23
Tabelle 6.25:	Ditlevsen-Schranken für das Beispiel Tabelle 6.12, 6.23 und 6.24
Tabelle 7.1:	Mindestwerte der statischen Nutzhöhe biegebeanspruchter Bauteile in früheren Stahlbetonnormen (aus [Voigt 2009-1])
Tabelle 7.2:	Zusammenstellung der Nutzlasten der deterministischen Vorberechnung
Tabelle 7.3:	Verhältniszerte $M_{Verh}$ der Stütz- und Feldmomente (Bezug Bemessungswerte)
Tabelle 7.4:	Längsbewehrungsgrade über der Innenstütze $\rho_{st}$ für $f_{yk} = 220 \text{ MN/m}^2$
Tabelle 7.5:	Längsbewehrungsgrade über der Innenstütze $\rho_{st}$ für $f_{yk} = 420 \text{ MN/m}^2$
Tabelle 7.6:	Längsbewehrungsgrade über der Innenstütze $\rho_{st}$ für $f_{yk} = 500 \text{ MN/m}^2$
Tabelle 7.7:	Systemzuverlässigkeiten für Kombinationen mit Betonstahl B220 ( $\sigma_c = 4,85 \text{ MN/m}^2$ )
Tabelle 7.8:	Systemzuverlässigkeiten für Kombinationen mit Betonstahl B420 ( $\sigma_c = 4,85 \text{ MN/m}^2$ )
Tabelle 7.9:	Systemzuverlässigkeiten für Kombinationen mit Betonstahl B500 ( $\sigma_c = 4,85 \text{ MN/m}^2$ )
Tabelle 7.10:	nutzungsbedingte Systemzuverlässigkeiten im Vergleich der Betonstahlsorten
Tabelle 7.11:	maßgebender Querkraftwiderstand für verschiedene Material- und Nutzlastkombinationen
Tabelle 7.12:	Zuverlässigkeiten der Elemente des Erstversagens für die Materialkombination B500/C30 und B220/C12: Komponentenzuverlässigkeit, Bewehrungsgrad und Variationskoeffizienten je Nutzlastkategorie
Tabelle 7.13:	Mittelwerte und Standardabweichungen der Nutzlast bei Ansatz eines konstanten Variationskoeffizienten $v_q$
Tabelle 7.14:	Zuverlässigkeiten der Elemente des Erstversagens für die Materialkombination B500/C30 und B220/C12 bei Ansatz eines nutzungsunabhängig konstanten Variationskoeffizienten der Nutzlast $v_q = 0,40$
Tabelle 7.15:	auf den Längsbewehrungsgrad bezogene Systemzuverlässigkeiten $\beta_{sys}/\rho$ für jede Materialkombination und Nutzungskategorie
Tabelle 7.16:	bezogene Systemzuverlässigkeiten $\beta_{sys}/\rho$ je Nutzungskategorie und Betonstahl
Tabelle 7.17:	Einfluss der Betonqualität: Systemzuverlässigkeiten aller Kombinationen (Material-Nutzung-Qualität)
Tabelle 7.18:	Stochastische Modellierung der untersuchten Stahlfestigkeiten
Tabelle 7.19:	Vergleich der Differenzen $\Delta\beta$ zwischen Nutzungskategorien und Stahlsorten
Tabelle 7.20:	Sensitivitäten der Basisvariablen $\alpha^2$ in Bezug $\beta_{sys}$ , Betonstahl B220, $\sigma_c = 4,85 \text{ MN/m}^2$
Tabelle 7.21:	Sensitivitäten der Basisvariablen $\alpha^2$ in Bezug $\beta_{sys}$ , Betonstahl B420, $\sigma_c = 4,85 \text{ MN/m}^2$
Tabelle 7.22:	Sensitivitäten der Basisvariablen $\alpha^2$ in Bezug $\beta_{sys}$ , Betonstahl B500, $\sigma_c = 4,85 \text{ MN/m}^2$
Tabelle 7.23:	Verlauf der Sensitivitäten $\alpha^2$ über $f_c$ (Bezug $\beta_{sys}$ , B220, $\sigma_c = 4,85 \text{ MN/m}^2$ )
Tabelle 7.24:	Prozentuale Verteilung der Sensitivitäten $\alpha^2$ (Bezug $\beta_{sys}$ , B220, $\sigma_c = 4,85 \text{ MN/m}^2$ )
Tabelle 7.25:	Verlauf der Sensitivitäten $\alpha^2$ über $f_c$ (Bezug $\beta_{sys}$ , B420, $\sigma_c = 4,85 \text{ MN/m}^2$ )
Tabelle 7.26:	Prozentuale Verteilung der Sensitivitäten $\alpha^2$ (Bezug $\beta_{sys}$ , B420, $\sigma_c = 4,85 \text{ MN/m}^2$ )
Tabelle 7.27:	Verlauf der Sensitivitäten $\alpha^2$ über $f_c$ (Bezug $\beta_{sys}$ , B500, $\sigma_c = 4,85 \text{ MN/m}^2$ )
Tabelle 7.28:	Prozentuale Verteilung der Sensitivitäten $\alpha^2$ (Bezug $\beta_{sys}$ , B500, $\sigma_c = 4,85 \text{ MN/m}^2$ )
Tabelle 7.29:	Sensitivitäten $(\alpha_{GZ})^2$ der Versagenselemente (B220, $\sigma_c = 4,85 \text{ MN/m}^2$ )
Tabelle 8.1:	Nutzlasten der deterministischen Vorberechnung des Balkens (charakteristisch)
Tabelle 8.2:	Verhältniszerte der Stütz- und Feldmomente (Bemessungswerte, $\gamma_G = 1,35$ , $\gamma_Q = 1,50$ )
Tabelle 8.3:	Verhältniszerte der Querkräfte an Innen- und Endauflager (Bemessungswerte, $\gamma_G = 1,35$ , $\gamma_Q = 1,50$ , Bezug theoretische Auflagerlinie)
Tabelle 8.4:	Längsbewehrungsgrade über der Innenstütze $\rho_{stütz}$ für Betonstahl mit $f_{yk} = 220 \text{ MN/m}^2$ (mit $\gamma_G = 1,35$ , $\gamma_Q = 1,50$ , $\gamma_C = 1,50$ , $\gamma_S = 1,15$ )
Tabelle 8.5:	Längsbewehrungsgrade über der Innenstütze $\rho_{stütz}$ für Betonstahl mit $f_{yk} = 420 \text{ MN/m}^2$ (mit $\gamma_G = 1,35$ , $\gamma_Q = 1,50$ , $\gamma_C = 1,50$ , $\gamma_S = 1,15$ )
Tabelle 8.6:	Längsbewehrungsgrade über der Innenstütze $\rho_{stütz}$ für Betonstahl mit $f_{yk} = 500 \text{ MN/m}^2$ (mit $\gamma_G = 1,35$ , $\gamma_Q = 1,50$ , $\gamma_C = 1,50$ , $\gamma_S = 1,15$ )
Tabelle 8.7:	Querkraftbewehrungsgrade an der Innenstütze $\rho_{sw}$ für $\alpha = 45^\circ$ , $\cot\theta = 1,2$ (mit $\gamma_G = 1,35$ , $\gamma_Q = 1,50$ , $\gamma_C = 1,50$ , $\gamma_S = 1,15$ )
Tabelle 8.8:	Systemzuverlässigkeiten Balken, Kombinationen mit Betonstahl B220 ( $\sigma_c = 4,85 \text{ MN/m}^2$ )
Tabelle 8.9:	Systemzuverlässigkeiten Balken, Kombinationen mit Betonstahl B420 ( $\sigma_c = 4,85 \text{ MN/m}^2$ )
Tabelle 8.10:	Systemzuverlässigkeiten Balken, Kombinationen mit Betonstahl B500 ( $\sigma_c = 4,85 \text{ MN/m}^2$ )
Tabelle 8.11:	nutzungsbedingte Systemzuverlässigkeiten im Vergleich der Betonstahlsorten
Tabelle 8.12:	Elemente des Erstversagens Balken

## Verzeichnisse: Tabellen

---

- Tabelle 8.13: Komponentenzuverlässigkeiten der Biegeelemente des Balkens (Erstversagen) für B500/C30 und B220/C12: Komponentenzuverlässigkeit, Bewehrungsgrad und Variationskoeffizienten je Nutzlastkategorie
- Tabelle 8.14: Komponentenzuverlässigkeiten der Querkraftelemente des Balkens (Erstversagen) für B500/C30 und B220/C12: Komponentenzuverlässigkeit, Bewehrungsgrad und Variationskoeffizienten je Nutzlastkategorie
- Tabelle 8.15: Mittelwerte und Standardabweichungen der Nutzlast des Balkens bei Ansatz eines konstanten Variationskoeffizienten  $v_q$
- Tabelle 8.16: Komponentenzuverlässigkeiten der Biegeelemente des Balkens (Erstversagen) für B500/C30 und B220/C12 bei Ansatz eines nutzungsunabhängig konstanten Variationskoeffizienten der Nutzlast  $v_q = 0,40$
- Tabelle 8.17: Komponentenzuverlässigkeiten der Querkraftelemente des Balkens (Erstversagen) für B500/C30 und B220/C12 bei Ansatz eines nutzungsunabhängig konstanten Variationskoeffizienten der Nutzlast  $v_q = 0,40$
- Tabelle 8.18: bezogene Systemzuverlässigkeiten ( $\beta_{sys}/\rho$ ) und ( $\beta_{sys}/\rho_{sw}$ ) in Abhängigkeit von der Nutzung (Materialkombinationen B500/C30 und B220/C12)
- Tabelle 8.19: bezogene Systemzuverlässigkeiten ( $\beta_{sys}/\rho_{sw}$ ) je Material-Nutzungs-Kombination
- Tabelle 8.20: bezogene Systemzuverlässigkeiten ( $\beta_{sys}/\rho_{sw}$ ) je Nutzungskategorie und Betonstahl
- Tabelle 8.21: Einfluss der Betonqualität:  $\beta_{sys}$  je Kombination (Material-Nutzung-Qualität)
- Tabelle 8.22: Vergleich der Differenzen  $\Delta\beta$  zwischen Nutzungskategorien und Stahlsorten
- Tabelle 8.23: Vergleich der Sensitivitäten der Basisvariablen bei Bewertung der System- und Komponententragfähigkeit (Bsp. B500 / Nutzung D, Betonqualität mit  $\sigma_c = 4,85$  MN/m<sup>2</sup>)
- Tabelle 8.24: Sensitivitäten der Basisvariablen in Bezug auf das Elementversagen (Bsp. B500/C30; Nutzung D, Betonqualität mit  $\sigma_c = 4,85$  MN/m<sup>2</sup>, Erstversagen)
- Tabelle 8.25: Sensitivitäten der Basisvariablen  $\alpha^2$  in Bezug  $\beta_{sys}$ , Betonstahl B220,  $\sigma_c = 4,85$  MN/m<sup>2</sup>
- Tabelle 8.26: Sensitivitäten der Basisvariablen  $\alpha^2$  in Bezug  $\beta_{sys}$ , Betonstahl B420,  $\sigma_c = 4,85$  MN/m<sup>2</sup>
- Tabelle 8.27: Sensitivitäten der Basisvariablen  $\alpha^2$  in Bezug  $\beta_{sys}$ , Betonstahl B500,  $\sigma_c = 4,85$  MN/m<sup>2</sup>
- Tabelle 8.28: Änderung der Sensitivitäten  $\Delta(\alpha^2)$  im Verlauf der Druckfestigkeit  $f_c = 12 \dots 50$  MN/m<sup>2</sup>
- Tabelle 8.29: Verlauf der Sensitivitäten  $\alpha^2$  über  $f_c$  (Bezug  $\beta_{sys}$ , B220,  $\sigma_c = 4,85$  MN/m<sup>2</sup>)
- Tabelle 8.30: Prozentuale Verteilung der Sensitivitäten  $\alpha^2$  (Bezug  $\beta_{sys}$ , B220,  $\sigma_c = 4,85$  MN/m<sup>2</sup>)
- Tabelle 8.31: Verlauf der Sensitivitäten  $\alpha^2$  über  $f_c$  (Bezug  $\beta_{sys}$ , B420,  $\sigma_c = 4,85$  MN/m<sup>2</sup>)
- Tabelle 8.32: Prozentuale Verteilung der Sensitivitäten  $\alpha^2$  (Bezug  $\beta_{sys}$ , B420,  $\sigma_c = 4,85$  MN/m<sup>2</sup>)
- Tabelle 8.33: Verlauf der Sensitivitäten  $\alpha^2$  über  $f_c$  (Bezug  $\beta_{sys}$ , B500,  $\sigma_c = 4,85$  MN/m<sup>2</sup>)
- Tabelle 8.34: Prozentuale Verteilung der Sensitivitäten  $\alpha^2$  (Bezug  $\beta_{sys}$ , B500,  $\sigma_c = 4,85$  MN/m<sup>2</sup>)
- Tabelle 8.35: Einfluss der Einwirkungen je Nutzung (über alle Materialkombinationen)
- Tabelle 8.36: Einfluss der Modellunsicherheiten je Nutzung (über alle Materialkombinationen)
- Tabelle 8.37: Einfluss der Bewehrung je Nutzung (über alle Materialkombinationen)
- Tabelle 8.38: Sensitivitäten ( $\alpha_{GZ}$ )<sup>2</sup> der Versagenselemente des Balkens (B220,  $\sigma_c = 4,85$  MN/m<sup>2</sup>)
- Tabelle 9.1: Differenzen der Systemzuverlässigkeiten zum Zielniveau ( $\sigma_c = 4,85$  MN/m<sup>2</sup>)
- Tabelle 9.2: Vergleich der Querkraftnachweise früherer Stahlbetonnormen (aus [Voigt 2009-1])
- Tabelle 9.3: Zielfunktionen und Zusatzbedingungen zur Optimierung der Teilsicherheitsbeiwerte
- Tabelle 9.4: Platte: Zielbewehrungsgrade  $\rho$  bei Streuung der Druckfestigkeit  $\sigma_c = 4,85$  MN/m<sup>2</sup>
- Tabelle 9.5: Zielbewehrungsgrade  $\rho_{Ziel}/\rho_{Ziel,Bestand}$  in Abhängigkeit von  $f_{cm}$  ( $\sigma_c = 10,0$  MN/m<sup>2</sup>)
- Tabelle 9.6a: Modifizierte Teilsicherheitsbeiwerte für den Nachweis schlanker Platten (Zuverlässigkeit für Neubaustandard  $\beta_{Ziel} = 4,7$  gemäß [DIN EN 1990 (2010)] )
- Tabelle 9.6b: Modifizierte Teilsicherheitsbeiwerte für den Nachweis schlanker Platten (Zuverlässigkeit für Bestandsbauten  $\beta_{Ziel,Bestand} = 4,2$  gemäß [JCSS 2011-04] )
- Tabelle 9.7: Längsbewehrungsgrad über der Innenstütze  $\rho$ ,  $\sigma_c \leq 6,00$  MN/m<sup>2</sup> („gut“)  
 $\gamma_G = 1,35$ ,  $\gamma_Q = 1,5$ ,  $\gamma_C$  und  $\gamma_S$  gemäß Tabelle 9.6 a und b
- Tabelle 9.8: Längsbewehrungsgrad über der Innenstütze  $\rho$ ,  $\sigma_c > 6,00$  MN/m<sup>2</sup> („schlecht“)  
 $\gamma_G = 1,35$ ,  $\gamma_Q = 1,5$ ,  $\gamma_C$  und  $\gamma_S$  gemäß Tabelle 9.6 a und b
- Tabelle 9.9: Systemzuverlässigkeiten der Platte bei Ansatz modifizierter  $\gamma_C$  und  $\gamma_S$  gemäß Tabelle 9.6 a und b (B220/ C12, B420/C50, B500/ C30)
- Tabelle 9.10: Bewehrungsgrade und Systemzuverlässigkeit verschiedener  $\gamma_C$ - $\gamma_S$ -Kombinationen (Beispiel Platte, B220/C12, Nutzung B,  $\sigma_c = 4,85$  MN/m<sup>2</sup>)
- Tabelle 9.11: Zielbewehrungsgrade  $\rho_{sw,Ziel}/\rho_{sw,Ziel,Bestand}$  in Abhängigkeit von  $f_{cm}$  ( $\sigma_c = 4,85$  MN/m<sup>2</sup>)
- Tabelle 9.12: Balken: Zielbewehrungsgrade der Biegeelemente ( $\sigma_c = 4,85$  MN/m<sup>2</sup>)
-



Tabelle 9.13:	modifizierte Stahlbeiwerte $\gamma_s$ aus Systemberechnung des Balkens (Betonstahl B220)
Tabelle 9.14:	modifizierte Stahlbeiwerte $\gamma_s$ aus Systemberechnung des Balkens (Betonstahl B420)
Tabelle 9.15:	modifizierte Stahlbeiwerte $\gamma_s$ aus Systemberechnung des Balkens (Betonstahl B500)
Tabelle 9.16:	Balken: modifizierte Teilsicherheitsbeiwerte aus Element- und Systembetrachtung
Tabelle 9.17:	modifizierte Teilsicherheitsbeiwerte für den Nachweis durchlaufender Balken
Tabelle 9.18:	Längsbewehrung über der Innenstütze $A_s$ [cm <sup>2</sup> ], $\gamma_G = 1,35$ , $\gamma_Q = 1,5$ , $\gamma_C$ und $\gamma_S$ gemäß Tabelle 9.16
Tabelle 9.19:	Querkraftbewehrung an der Innenstütze $a_{sw}$ [cm <sup>2</sup> /m] ( $\cot\theta = 1,2$ , $\alpha = 45^\circ$ ) $\gamma_G = 1,35$ , $\gamma_Q = 1,5$ , $\gamma_C$ und $\gamma_S$ gemäß Tabelle 9.16
Tabelle 9.20:	Systemzuverlässigkeiten des Balkens bei Ansatz modifizierter $\gamma_C$ und $\gamma_S$ gemäß Tabelle 9.16 (B220/ C12, B420/C50, B500/ C30)
Tabelle 9.21:	Grenzzustandsgleichungen Einfeldplatte
Tabelle 9.22:	modifizierte Teilsicherheitsbeiwerte für den Nachweis von Einfeld-Platten
Tabelle 9.23:	Grenzzustandsgleichungen des Einfeld-Balkens
Tabelle 9.24:	Bemessungswerte $X_i^*$ und Teilsicherheitsbeiwerte $\gamma$ nach Normbemessung (Beispiel Platte)
Tabelle 9.25:	Bemessungswerte $X_i^*$ und Teilsicherheitsbeiwerte $\gamma$ nach modifizierter Bemessung (Beispiel Platte)
Tabelle 9.26:	Vergleich der Teilsicherheitsbeiwerte (Beispiel Platte)
Tabelle 9.27:	Bemessungswerte $X_i^*$ und Teilsicherheitsbeiwerte $\gamma$ nach Normbemessung (Beispiel Balken, Biegezugversagen)
Tabelle 9.28:	Bemessungswerte $X_i^*$ und Teilsicherheitsbeiwerte $\gamma$ nach modifizierter Bemessung (Beispiel Balken, Biegezugversagen)
Tabelle 9.29:	Vergleich der Teilsicherheitsbeiwerte (Beispiel Balken)
Tabelle 9.30a:	Zusammenfassung der hergeleiteten Teilsicherheitsbeiwerte $\gamma_{C,mod}$ und $\gamma_{S,mod}$ , Platten
Tabelle 9.30b:	Zusammenfassung der hergeleiteten Teilsicherheitsbeiwerte $\gamma_{C,mod}$ und $\gamma_{S,mod}$ , Balken
Tabelle A.1:	Zulässige Betonspannung bei der Biegebemessung 1904 bis 1972 (aus [Voigt 2009-1])
Tabelle A.2:	Zulässige Stahl-Spannungen bei der Biegebemessung 1904-1972 (aus [Voigt 2009-1])
Tabelle A.3:	Zulässige Beton-Druckspannung (mittiger Druck, ohne Knickgefahr) 1904-1972 (aus [Voigt 2009-1])
Tabelle A.4:	Zulässige Schubspannungswerte $\tau_0$ und $\max \tau$ bei der Schubbemessung bis 1972 [Voigt 2009-1]
Tabelle A.5:	Vergleich von Sicherheitskonzepten im Stahlbetonbau seit 1904 (nach [Voigt 2009-1])
Tabelle B.1a-d:	Sensitivitäten $(\alpha)^2$ : Versagen (110) bis (140), B220/C12, $\sigma_c = 4,85$ MN/m <sup>2</sup> , Nutzung A-D
Tabelle B.2a-d:	Sensitivitäten $(\alpha)^2$ : Versagen (110) bis (140), B500/C30, $\sigma_c = 4,85$ MN/m <sup>2</sup> , Nutzung A-D
Tabelle B.3:	Sensitivitäten $(\alpha_{GZ})^2$ der Versagenselemente (B420, $\sigma_c = 4,85$ MN/m <sup>2</sup> )
Tabelle B.4:	Sensitivitäten $(\alpha_{GZ})^2$ der Versagenselemente (B500, $\sigma_c = 4,85$ MN/m <sup>2</sup> )
Tabelle C.1:	Sensitivitäten $(\alpha_{GZ})^2$ der Versagenselemente (B420, $\sigma_c = 4,85$ MN/m <sup>2</sup> )
Tabelle C.2:	Sensitivitäten $(\alpha_{GZ})^2$ der Versagenselemente (B500, $\sigma_c = 4,85$ MN/m <sup>2</sup> )
Tabelle D.1:	Randbedingungen zum Vergleich Querkrafttragfähigkeit (Bilder 9.5, 9.6) (aus [Voigt 2009-1])
Tabelle D.2:	Grenzwerte der Schubspannung bei der Schubbemessung 1972-2001 (DIN 1045)
Tabelle D.3:	Platte: Zielbewehrungsgrade $\rho$ bei Streuung der Druckfestigkeit $\sigma_c = 4,85$ MN/m <sup>2</sup>
Tabelle D.4:	Platte: Zielbewehrungsgrade $\rho$ bei Streuung der Druckfestigkeit $\sigma_c = 6,00$ MN/m <sup>2</sup>
Tabelle D.5:	Platte: Zielbewehrungsgrade $\rho$ bei Streuung der Druckfestigkeit $\sigma_c = 8,00$ MN/m <sup>2</sup>
Tabelle D.6:	Platte: Zielbewehrungsgrade $\rho$ bei Streuung der Druckfestigkeit $\sigma_c = 10,00$ MN/m <sup>2</sup>
Tabelle D.7:	$\rho$ – Diagramme bei Streuung der Druckfestigkeit $\sigma_c = 6,00$ MN/m <sup>2</sup>
Tabelle D.8:	$\rho$ – Diagramme bei Streuung der Druckfestigkeit $\sigma_c = 8,00$ MN/m <sup>2</sup>
Tabelle D.9:	lokale und globale Optima $\gamma_C$ und $\gamma_S$ bei $\sigma_c = 4,85$ MN/m <sup>2</sup> , Betonstahl B220
Tabelle D.10:	lokale und globale Optima $\gamma_C$ und $\gamma_S$ bei $\sigma_c = 4,85$ MN/m <sup>2</sup> , Betonstahl B420
Tabelle D.11:	lokale und globale Optima $\gamma_C$ und $\gamma_S$ bei $\sigma_c = 4,85$ MN/m <sup>2</sup> , Betonstahl B500
Tabelle D.12:	lokale und globale Optima $\gamma_C$ und $\gamma_S$ bei $\sigma_c = 6,00$ MN/m <sup>2</sup> , Betonstahl B220
Tabelle D.13:	lokale und globale Optima $\gamma_C$ und $\gamma_S$ bei $\sigma_c = 6,00$ MN/m <sup>2</sup> , Betonstahl B420
Tabelle D.14:	lokale und globale Optima $\gamma_C$ und $\gamma_S$ bei $\sigma_c = 6,00$ MN/m <sup>2</sup> , Betonstahl B500

**Bilder****Kapitel 1)**

Bild	Inhalt	Quelle
Abb. 1.1	Jährliche Hochbauinvestitionen in Deutschland in Milliarden Euro	[Gornig/Hagedorn 2011], S.5, 10
Abb. 1.2	Altersstruktur im Wohnungsbestand: links: Gebäude mit Wohnraum nach Bauzeit, rechts: Wohnungen nach Bauzeit (10-Jahres-Klassen)	nach [Zensus 2011-01], [Zensus 2011-02]
Abb. 1.3	Bestehende Brücken an Bundesfernstraßen: links: Altersstruktur, rechts: Zustandsnoten	nach [Naumann 2002], [Naumann 2010]

**Kapitel 2)**

Bild	Inhalt	Quelle
Abb. 2.1	Fehler in Bezug auf Phasen der Lebensdauer	nach [Pech et al. 2008]
Abb. 2.2	Entwicklung der deutschen Normen im Stahlbetonbau	J.Vo.
Abb. 2.3	Zielwerte der Zuverlässigkeit nach [DIN EN 1990 (2010)] in Abhängigkeit vom Bezugszeitraum	J.Vo.
Abb. 2.4	Sicherheitsabstände im Stahlbetonbau bei der Bemessung mit zulässigen Spannungen 1904 – 1972	[Voigt 2009-1]
Abb. 2.5	Beziehung zwischen den Teilsicherheitsbeiwerten	[DIN EN 1990 (2010)], C.1
Abb. 2.6	Zuverlässigkeitsmethoden und Teilsicherheitsbeiwerte	nach [DIN EN 1990 (2010)]
Abb. 2.7	Wichtungsfaktoren im linearen $R-E$ -Modell in Abhängigkeit von der Streubreite von Einwirkung und Widerstand	J.Vo. (vgl. [Hansen 2004])
Abb. 2.8	Teilsicherheitskonzept im $R-E$ -Modell	nach [Pech et al. 2008]

**Kapitel 3)**

Bild	Inhalt	Quelle
Abb. 3.1	Verteilungsfunktion $F(x)$ und Dichtefunktion $f(x)$ der Standardnormalverteilung ( $\mu = 0, \sigma = 1$ )	J.Vo.
Abb. 3.2	Schiefe und Exzess	J.Vo.
Abb. 3.3	Variationskoeffizient der Platteneigenlast nach Modell [CEB Bulletin 112 (1976)]	J.Vo.
Abb. 3.4	zeitabhängige quasi-ständige und kurzzeitige Nutzlastanteile im Hochbau	J.Vo.
Abb. 3.5	Verlauf der kombinierten Nutzlast	J.Vo.
Abb. 3.6	Einflussflächenfaktoren $\kappa$ : a) Platten, b) Balken	[CIB 116 (1989)], S. 19
Abb. 3.7	Mittelwert und Standardabweichung der Druckfestigkeit im Jahresverlauf	[König et al. 1998], S. 27
Abb. 3.8	Standardabweichungen der Druckfestigkeit in Abhängigkeit vom Mittelwert	[DAfStb-H. 206 (1969)] S. 14
Abb. 3.9	Variationskoeffizient der Streckgrenze in Abhängigkeit vom Mittelwert	J.Vo.
Abb. 3.10	Diffuse Grenzzustandsfunktion	[Kersken-Bradley et al. 1985], S. 274, überarbeitet
Abb. 3.11	Modellunsicherheit als Abstand zwischen realem und idealisiertem Grenzzustand	nach [Ditlevsen 1982-1]

**Kapitel 4)**

Bild	Inhalt	Quelle
Abb. 4.1	Versagenswahrscheinlichkeit für $n = 2$ Zufallsvariable $R$ und $E$	[Melchers 1999] S. 16, überarbeitet
Abb. 4.2	Verbundverteilung und linearer Grenzzustand $g(X)$ im Originalraum	J.Vo.
Abb. 4.3	Verbundverteilung und linearer Grenzzustand $h(Y)$ im Standardraum	J.Vo.
Abb. 4.4	Beschreibung der Ebene im Raum durch die Hessesche Normalform	J.Vo.
Abb. 4.5	Cornell-Zuverlässigkeitsindex $\beta_C$	J.Vo.
Abb. 4.6	Transformation beliebiger verteilter Basisvariabler $X_i$ in normalverteilte Standardvariable $Y_i$	nach [Spaethe 1992], S. 112
Abb. 4.7	Prinzip Normal-Tail-Approximation	nach [Melchers 1999] S. 115
Abb. 4.8	Prinzip Linearisierung des Grenzzustandes im Bemessungspunkt in FORM	nach [Spaethe 1992], S. 114
Abb. 4.9	Definition des Zuverlässigkeitsindex $\beta$ nach Lage des Koordinatenursprungs im sicheren oder unsicheren Bereich	nach [Spaethe 1987], S. 93
Abb. 4.10	Prinzip Näherung an gekrümmten Grenzzustand SORM	J.Vo.
Abb. 4.11	Direkte und gewichtete Monte-Carlo-Simulation	[Petryna 2004], S. 153
Abb. 4.12	Prinzip der gewichteten Simulation für den eindimensionalen Fall	nach [Klingmüller/Bourgund 1992], S. 149
Abb. 4.13	Prinzip Näherung der Antwortfläche $g^*(X)$ an den Grenzzustand $g(X)$	nach [Schuëller 1996], S. 40
Abb. 4.14	optimale Versagenswahrscheinlichkeit in Abhängigkeit von den Kosten	nach [Petryna 2004], S. 148 und [Klingmüller/Bourgund 1992], S. 25
Abb. 4.15	Kosten und Nutzen in Abhängigkeit von den Bemessungsparametern $P$	nach [JCSS 2001-04], S. 67
Abb. 4.16	Intervalle für Kosten-Nutzen-Optimierung von Sicherheitsmaßnahmen	nach [Paté-Cornell 1994]
Abb. 4.17	akzeptierte Risiken (Todesfallwahrscheinlichkeit / Jahr) in Abhängigkeit von Freiwilligkeit und Möglichkeit zur Gefahrenabwehr	[Matousek/Schneider 1983], S. 4

**Kapitel 5)**

Bild	Inhalt	Quelle
Abb. 5.1	Versagensgebiet bei Versagen nach mehreren Grenzzuständen	nach [Spaethe 1992], S. 171
Abb. 5.2	Beispiele für Mischsysteme	J.Vo.
Abb. 5.3	Beispiele für Seriensysteme	[Melchers 1999], S. 140
Abb. 5.4	Beispiele für Parallelsysteme	[Melchers 1999], S. 143
Abb. 5.5	Zur Herleitung feinerer Schranken von Parallelsystemen ( $m = 3$ )	nach [Thoft-Christensen/Murotsu 1986], S. 85
Abb. 5.6	Lokale Bemessungspunkte $\beta_i$ im Standardraum bei linearisierten Grenzzuständen (System mit $m = 3$ Grenzzuständen und $n = 2$ Variablen)	nach [Melchers 1999], S. 163)
Abb. 5.7	Bsp. Lokale Bemessungspunkte $Y_i^*$ , Schnitt Bemessungspunkte $Y_{ij}^*$ ( $m = 4$ Grenzzustände, $n = 2$ Variable)	nach [Hohenbichler et al. 1987], S. 270
Abb. 5.8	Beispiel für verschiedene Versagensmechanismen an einem Rahmentragwerk	nach [Kersken-Bradley et al. 1985], S. 323
Abb. 5.9	Mögliche Versagenspfade zum Versagensfall Bild 5.8c	nach [Kersken-Bradley et al. 1985], S. 321
Abb. 5.10	Prinzip Branch & Bound – Verfahren	nach [Thoft-Christensen/Murotsu 1986], S. 230
Abb. 5.11	Systemzuverlässigkeit auf Ebene 0 (maßgebendes Versagenselement)	J.Vo.
Abb. 5.12	Systemzuverlässigkeit auf Ebene 1 (Serienanordnung kritischer Versagenselemente)	J.Vo.
Abb. 5.13	Systemzuverlässigkeit auf Ebene 2 (Serienanordnung kritischer Versagenspaare)	J.Vo.
Abb. 5.14	Systemzuverlässigkeit auf Ebene $m$ (Serienanordnung maßgebender Versagensmechanismen aus Parallelgruppen von $m$ kritischen Elementen)	J.Vo.

**Kapitel 6)**

Bild	Inhalt	Quelle
Abb. 6.1	Statisches System und untersuchte Versagensstellen	J.Vo.
Abb. 6.2	Versagenselemente je Innenfeld	J.Vo.
Abb. 6.3	Prinzip der Kennzeichnung des Elementversagens: Grenzzustandsnummern	J.Vo.
Abb. 6.4	Vorfaktor $C_{Rc}$ in Widerstand $V_{Rc}$	[König et al. 1999], S. 32
Abb. 6.5	Variationskoeffizient der Plattenstärke in Abhängigkeit vom Mittelwert	J.Vo.
Abb. 6.6	Variationskoeffizient der Nutzhöhe $d_{unten}$ in Abhängigkeit von der Plattenstärke und Qualität der Betondeckung	J.Vo.
Abb. 6.7	Variationskoeffizient der Nutzhöhe $d_{oben}$ in Abhängigkeit von der Plattenstärke und Qualität der Betondeckung	J.Vo.
Abb. 6.8	Variationskoeffizient der Balken-Nutzhöhe $d_{unten}$ (untere Bewehrung) in Abhängigkeit von Balkenhöhe und Qualität der Betondeckung	J.Vo.
Abb. 6.9	Variationskoeffizient der Balken-Nutzhöhe $d_{oben}$ (obere Bewehrung) in Abhängigkeit von Balkenhöhe und Qualität der Betondeckung	J.Vo.
Abb. 6.10	Variationskoeffizient der Betonabmessungen in Abhängigkeit von der Bauteilgröße	J.Vo.
Abb. 6.11	Zuverlässigkeitsniveau Zugstrebenversagen in Abhängigkeit vom Variationskoeffizienten der Modellunsicherheit $\theta_{RV,s}$ (für $\mu = 1,4$ )	J.Vo.
Abb. 6.12	Zuverlässigkeitsniveau Zugstrebenversagen in Abhängigkeit vom Variationskoeffizienten der Modellunsicherheit $\theta_{RV,s}$ (für $\mu = 1,1$ )	J.Vo.
Abb. 6.13	Zuverlässigkeitsniveau Zugstrebenversagen in Abhängigkeit vom Variationskoeffizienten der Modellunsicherheit $\theta_{RV,s}$ (für $\mu = 1,454$ )	J.Vo.
Abb. 6.14	Logischer Baum: Ausgangsereignis und mögliche Folgeereignisse	J.Vo.
Abb. 6.15	Modellierung des statischen Systems gemäß Bild 6.1 als Zuverlässigkeitssystem	J.Vo.

**Kapitel 7)**

Bild	Inhalt	Quelle
Abb. 7.1	Systemzuverlässigkeiten der Platte für Nutzung A (Wohnen) in Abhängigkeit von der Materialkombination (Betonqualität mit $\sigma_{tc} = 4,85 \text{ MN/m}^2$ )	J.Vo.
Abb. 7.2	Systemzuverlässigkeiten der Platte für Nutzung B (Büro) in Abhängigkeit von der Materialkombination (Betonqualität mit $\sigma_{tc} = 4,85 \text{ MN/m}^2$ )	J.Vo.
Abb. 7.3	Systemzuverlässigkeiten der Platte für Nutzung C (Schule) in Abhängigkeit von der Materialkombination (Betonqualität mit $\sigma_{tc} = 4,85 \text{ MN/m}^2$ )	J.Vo.
Abb. 7.4	Systemzuverlässigkeiten der Platte für Nutzung D (Verkauf) in Abhängigkeit von der Materialkombination (Betonqualität mit $\sigma_{tc} = 4,85 \text{ MN/m}^2$ )	J.Vo.
Abb. 7.5	Systemzuverlässigkeit $\beta_{sys}$ für die Materialkombination B500/C30, Bewehrungsgrade und Variationskoeffizienten $v_q$ je Nutzungskategorie	J.Vo.
Abb. 7.6	Systemzuverlässigkeit $\beta_{sys}$ für die Materialkombination B220/C12, Bewehrungsgrade und Variationskoeffizienten $v_q$ je Nutzungskategorie	J.Vo.
Abb. 7.7	Systemzuverlässigkeit $\beta_{sys}$ für die Materialkombination B500/C30 und Bewehrungsgrade für konstanten Variationskoeffizienten $v_q = 0,40$	J.Vo.
Abb. 7.8	Systemzuverlässigkeit $\beta_{sys}$ für die Materialkombination B220/C12 und Bewehrungsgrade für konstanten Variationskoeffizienten $v_q = 0,40$	J.Vo.
Abb. 7.9	auf den Bewehrungsgrad bezogene Systemzuverlässigkeit $\beta_{sys}/\rho$ (B500/C30)	J.Vo.
Abb. 7.10	auf den Bewehrungsgrad bezogene Systemzuverlässigkeit $\beta_{sys}/\rho$ (B220/C12)	J.Vo.
Abb. 7.11	Variationskoeffizienten der Betondruckfestigkeit für die untersuchten Qualitätsstufen	J.Vo.
Abb. 7.12:	Einfluss der Betonqualität auf die Systemzuverlässigkeit (B220, Nutzung A)	J.Vo.
Abb. 7.13	Einfluss der Betonqualität auf die Systemzuverlässigkeit (B500, Nutzung D)	J.Vo.
Abb. 7.14	Beispiele für Sensitivitäten der Basisvariablen in Bezug auf das Elementversagen, links: (130) Erstversagen Querkraft Innenaufleger, rechts:(140) Erstversagen Moment Innenstütze (Kombination B500/C30, Nutzung D, Betonqualität mit $\sigma_{tc} = 4,85 \text{ MN/m}^2$ )	J.Vo.
Abb. 7.15	Beispiele für Sensitivitäten der Basisvariablen in Bezug auf das Systemversagen: (B500/C12 und B500/C50, Nutzung D, Betonqualität mit $\sigma_{tc} = 4,85 \text{ MN/m}^2$ )	J.Vo.
Abb. 7.16	Sensitivitäten der Basisvariablen in Bezug auf das Systemversagen: (Kombination B500, C12 – C50, Nutzung D, Betonqualität mit $\sigma_{tc} = 4,85 \text{ MN/m}^2$ )	J.Vo.
Abb. 7.17	Verlauf der Sensitivitäten $\alpha_i^2$ in Abhängigkeit von der Druckfestigkeit $f_c$ (Bezug $\beta_{sys}$ ) (Kombination B220, C12 – C50, Nutzung A, Betonqualität mit $\sigma_{tc} = 4,85 \text{ MN/m}^2$ )	J.Vo.
Abb. 7.18	Zusammengefasste Wichtungsfaktoren $(\alpha_E)^2$ und $(\alpha_R)^2$ in Abhängigkeit von der Nutzungskategorie (Kombination B420/C50, $\sigma_{tc} = 4,85 \text{ MN/m}^2$ )	J.Vo.
Abb. 7.19	Einfluss der Streckgrenze des Betonstahls $(\alpha_{fy})^2$ für verschiedene Stahlsorten und Nutzungskategorien (Kombinationen mit Beton C50, $\sigma_{tc} = 4,85 \text{ MN/m}^2$ )	J.Vo.

**Kapitel 8)**

Bild	Inhalt	Quelle
Abb. 8.1	Bezogenes Moment $\mu_{Eds}$ für verschiedene Balkenabmessungen in Abhängigkeit von der Druckfestigkeit $f_{ck}$ und Schlankheit $l/d$ (Nutzung D, Druckzonenbreite $b = 40 \text{ cm}$ )	J.Vo.
Abb. 8.2	Systemzuverlässigkeiten des Balkens für Nutzung A (Wohnen) in Abhängigkeit von der Materialkombination (Betonqualität mit $\sigma_{tc} = 4,85 \text{ MN/m}^2$ )	J.Vo.
Abb. 8.3	Systemzuverlässigkeiten des Balkens für Nutzung B (Büro) in Abhängigkeit von der Materialkombination (Betonqualität mit $\sigma_{tc} = 4,85 \text{ MN/m}^2$ )	J.Vo.
Abb. 8.4	Systemzuverlässigkeiten des Balkens für Nutzung C (Schule) in Abhängigkeit von der Materialkombination (Betonqualität mit $\sigma_{tc} = 4,85 \text{ MN/m}^2$ )	J.Vo.
Abb. 8.5	Systemzuverlässigkeiten des Balkens für Nutzung D (Verkauf) in Abhängigkeit von der Materialkombination (Betonqualität mit $\sigma_{tc} = 4,85 \text{ MN/m}^2$ )	J.Vo.
Abb. 8.6	Direktvergleich Komponentenzuverlässigkeiten der Elemente des Erstversagens (Balken, Materialkombination B500/C30)	J.Vo.
Abb. 8.7	Systemzuverlässigkeit des Balkens $\beta_{sys}$ für die Materialkombination B500/C30, Bewehrungsgrade und Variationskoeffizienten $v_q$ je Nutzungskategorie	J.Vo.
Abb. 8.8	Systemzuverlässigkeit des Balkens $\beta_{sys}$ für die Materialkombination B220/C12, Bewehrungsgrade und Variationskoeffizienten $v_q$ je Nutzungskategorie	J.Vo.
Abb. 8.9	Systemzuverlässigkeit $\beta_{sys}$ bei konstantem Variationskoeffizienten $v_q = 0,40$ (B500/C30)	J.Vo.
Abb. 8.10	Systemzuverlässigkeit $\beta_{sys}$ bei konstantem Variationskoeffizienten $v_q = 0,40$ (B220/C12)	J.Vo.
Abb. 8.11	Einfluss der Betonqualität auf die Systemzuverlässigkeit (B220, Nutzung A)	J.Vo.
Abb. 8.12	Einfluss der Betonqualität auf die Systemzuverlässigkeit (B500, Nutzung D)	J.Vo.
Abb. 8.13	Verlauf der Sensitivitäten $\alpha_i^2$ in Abhängigkeit von der Druckfestigkeit $f_c$ (Bezug $\beta_{sys}$ ) (Kombination B500, C12 – C50, Nutzung D, Betonqualität mit $\sigma_{tc} = 4,85 \text{ MN/m}^2$ )	J.Vo.
Abb. 8.14	Zusammengefasste Wichtungsfaktoren $(\alpha_E)^2$ und $(\alpha_R)^2$ in Abhängigkeit von der Nutzungskategorie (Kombination B420/C50, $\sigma_{tc} = 4,85 \text{ MN/m}^2$ )	J.Vo.
Abb. 8.15	Einfluss der Streckgrenze des Betonstahls $(\alpha_{fy})^2$ für verschiedene Stahlsorten und Nutzungskategorien (Kombinationen mit Beton C50, $\sigma_{tc} = 4,85 \text{ MN/m}^2$ )	J.Vo.

## Kapitel 9)

Bild	Inhalt	Quelle
Abb. 9.1	Vergleich der Zuverlässigkeiten für verschiedene Schlankheitsgrade	J.Vo.
Abb. 9.2	Aufnehmbares Moment $M_k$ in Abhängigkeit von Bewehrungsgrad und Bemessungsverfahren, Betonstahl I $f_{yk} = 220 \text{ MN/m}^2$ , Beton $f_{ck} = 20 \text{ MN/m}^2$ , $d = 20 \text{ cm}$ , $N = 0$	aus [Voigt 2009-2]
Abb. 9.3	Aufnehmbares Moment $M_k$ in Abhängigkeit von Bewehrungsgrad und Bemessungsverfahren, Betonstahl III $f_{yk} = 420 \text{ MN/m}^2$ , Beton $f_{ck} = 20 \text{ MN/m}^2$ , $d = 20 \text{ cm}$ , $N = 0$	aus [Voigt 2009-2]
Abb. 9.4	Aufnehmbares Moment $M_k$ in Abhängigkeit von Bewehrungsgrad und Bemessungsverfahren, Betonstahl IV $f_{yk} = 500 \text{ MN/m}^2$ , Beton $f_{ck} = 20 \text{ MN/m}^2$ , $d = 20 \text{ cm}$ , $N = 0$	aus [Voigt 2009-2]
Abb. 9.5	Erforderliche Querkraftbewehrung $\rho_{sw}$ : Vergleich Bemessung DIN 1045 (1943-1972) mit DIN 1045-1 bzw. EC2	aus [Voigt 2009-2]
Abb. 9.6	Erforderliche Querkraftbewehrung $\rho_{sw}$ : Vergleich Bemessung DIN 1045 (1972-2001) mit DIN 1045-1 bzw. EC2	aus [Voigt 2009-2]
Abb. 9.7	Optimierung mit Zielgröße als mittlerer Zielwert und möglicher beidseitiger Abweichung	nach [Spaethe 1983] und [Spaethe 1992], verändert
Abb. 9.8	Optimierung mit Zielgröße als zulässiger Grenzwert und möglicher einseitiger Abweichung im sicheren Bereich	nach [Spaethe 1983] und [Spaethe 1992], verändert
Abb. 9.9	Ablauf der Optimierungsrechnung bei Orientierung an Zuverlässigkeitsindizes oder Versagenswahrscheinlichkeiten (Zuverlässigkeitstheorie als Bestandteil der Optimierung)	nach [Spaethe 1992], verändert
Abb. 9.10	Ablauf der Optimierungsrechnung bei Orientierung an Querschnittswerten (Entkopplung von Zuverlässigkeitstheorie und Optimierung)	nach [Spaethe 1992], verändert
Abb. 9.11	Prinzip der Optimierung der Materialbeiwerte $\gamma_c$ und $\gamma_s$	J.Vo.
Abb. 9.12	Prinzip Auswahl $\gamma_c$ und $\gamma_s$ aus berechnetem globalem Optimum	J.Vo.
Abb. 9.13	Zielbewehrungsgrade: $\rho_{Ziel}$ für $\beta_{sys} = \beta_{Ziel}$ und $\rho_{Ziel, Bestand}$ für $\beta_{sys} = \beta_{Ziel, Bestand}$ (Bsp. B220/C12, Nutzung B, $\sigma_c = 4,85 \text{ MN/m}^2$ )	J.Vo.
Abb. 9.14	Systemzuverlässigkeit in Abhängigkeit von der Kombination der Beiwerte $\gamma_c$ und $\gamma_s$ (Beispiel Platte, B220/C12, Nutzung B, $\sigma_c = 4,85 \text{ MN/m}^2$ )	J.Vo.
Abb. 9.15	Biegezugversagen: Hebelarm $z/d$ und Druckzonenhöhe $x/d$ für verschiedene $\gamma_{c, mod}$	J.Vo.
Abb. 9.16	Hebelarm $z/d$ und Druckzonenhöhe $x/d$ für Beton mit $f_{ck} = 30 \text{ MN/m}^2$	J.Vo.
Abb. 9.17	Zielbewehrungsgrade: $\rho_{sw, Ziel}$ für $\beta_{sys} = \beta_{Ziel}$ und $\rho_{sw, Ziel, Bestand}$ für $\beta_{sys} = \beta_{Ziel, Bestand}$ (Bsp. B220/C12, Nutzung C, $\sigma_c = 4,85 \text{ MN/m}^2$ )	J.Vo.
Abb. 9.18	Prinzip Herleitung modifizierter Teilsicherheitsbeiwerte $\gamma_c$ und $\gamma_s$ (Beispiel: Entwicklung über Längsbewehrungsgrad $\rho$ )	J.Vo.

## **Abkürzungen**

ACI	American Concrete Institute
AFV	Antwortflächenverfahren
AIS	Adaptive Importance Sampling
Beta	Betaverteilung
BSt	Betonstahl (Kennzeichnung DIN 488 bis 2009)
CC	Schadensfolgeklasse ( <i>consequence class</i> )
DAfStb	Deutscher Ausschuss für Stahlbeton
DBV	Deutscher Beton- und Bautechnik Verein
det.	determiniert
DIBt	Deutsches Institut für Bautechnik
DIW	Deutsches Institut für Wirtschaftsforschung
DSL	Überwachungsklasse während der Planung nach [DIN EN 1990/NA (2010)]
Extr.	Extremwertverteilung
Extr.-Typ I	Extremwertverteilung Typ I
FEM	Finite Elemente Methode
FOSM	First Order Second Moment
FORM	First Order Reliability Method
Gamma	Gammaverteilung
Gumbel	Gumbelverteilung
GZT	Grenzzustand der Tragfähigkeit
GZG	Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit
IL	Überwachungsstufen während Herstellung und Nutzung (nach [DIN EN 1990/NA (2010)])
ILM	Incremental Load Method
i. M.	im Mittel
IS	Importance Sampling
ISPUD	Importance Sampling Using Design Points
JCSS	Joint Committee on Structural Safety
LHS	Latin Hypercube Sampling
LN	logarithmische Normalverteilung, Lognormalverteilung
LRFD	Load and Resistance Factor Design
MC	Monte-Carlo-Simulation
Misch	Mischverteilung
N	Normalverteilung
NCI	<i>non-contradictory complementary information</i> ; national ergänzende, nicht widersprechende Angaben zur Anwendung des Eurocode 2
PDF	<i>probability density function</i> (Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion)
Pearson III	Pearsonverteilung Typ III
RC	Zuverlässigkeitsklasse ( <i>reliability class</i> )
ROXOR	Roxor-Betonstahl
RSM	Response Surface Method
S	Betonstahl (internationale Kennzeichnung, Bsp. Schweiz / Model Codes)
SBRA	Simulation Based Reliability Assessment
SFEM	Stochastische Finite Elemente Methode
SIA	Schweizerischer Ingenieur- und Architektenverein
SORM	Second Order Reliability Method
St	Betonstahl (DDR-Kennzeichnung)
Stb	Stahlbeton
Student- <i>t</i>	Student- <i>t</i> -Verteilung
TEM	Truncated Enumeration Method
TSF	Teilsicherheitsbeiwert
Weibull	Weibullverteilung

**Symbole**

Aufgeführt sind häufig verwendete Symbole, weitere Erläuterungen erfolgen jeweils an den Gleichungen bzw. im Text. Ferner gelten - sofern nicht explizit erwähnt - die in den Eurocodes geregelten Kurzzeichen.

Abweichende Kennzeichnungen früherer Normenausgaben werden – sofern verwendet - im Text erläutert (typisches Bsp.: Nutzhöhe: heute  $d$ , vor 2001  $h$ , Bauteildicke: heute  $h$ , vor 2001  $d$ ).

**Latein**

$a$	geometrische Größe (allgemein)
$a_{\text{nom}}$	Nennwert
$a_d$	Bemessungswert
$a_{\text{sw}}$	Querschnitt der Querkraftbewehrung
$a_{\text{sw,a}}$	am Endauflager A
$a_{\text{sw,b}}$	am Zwischenauflager B
$a_{\text{sw,0}}$	Querschnitt der Querkraftbewehrung, stochastische Eigenschaften
$a_{\text{sw,Verh}}$	Verhältnis der Querkraftbewehrung an End- und Zwischenauflager
$A$	Fläche
$A$	Bezugsfläche (Nutzlast)
$A_0$	Referenzfläche (Nutzlast)
$A_c$	Fläche Betonquerschnitt
$A_s$	Fläche Betonstahlquerschnitt
$A_{s0}$	Fläche Betonstahlquerschnitt, stochastische Eigenschaften
$b$	Breite
$b$	Druckzonenbreite
$b_0$	Breite Querschnitt / Druckzone, stochastische Eigenschaften
$b_{\text{eff,field}}$	effektive Breite im Feld
$b_{\text{eff,stütz}}$	effektive Breite über der Stütze
$b_w$	kleinste Stegbreite in der Zugzone (Querkraftnachweis)
$b(\dot{t})dt$	Nutzen der baulichen Anlage in Zeiteinheit $dt$
$B(\bar{P})$	Nutzen aus Existenz der baulichen Anlage in Abhängigkeit vom Entscheidungsvektor $\bar{P}$
$B(T)$	Nutzen einer Konstruktion über den Zeitraum $T$
$c$	Vorfaktor Betonzugfestigkeit (Gleichung (3.39))
$c_{0,05}$	5 % - Fraktilwert
$c_{0,95}$	95 % - Fraktilwert
$c_{\mu}$	Mittelwert
$c$	Betondeckung
$\bar{c}_{\text{Bauaufnahme}}$	Mittelwert der Betondeckung aus Messungen bei der Bauaufnahme
$\Delta c_{\text{dev}}$	Vorhaltemaß
$c_{\text{nom}}$	Nennmaß
$c_{\text{unten}}$	Betondeckung der unteren Bewehrung (Bauteilunterseite)
$c_{\text{oben}}$	Betondeckung der oberen Bewehrung (Bauteiloberseite)
$g_i$	Koeffizienten einer linearen Funktion
$C$	EULER-Konstante, $C = 0,577216$
$C$	Baukosten (Kennzeichnung in Norm SIA 269)
$C(\bar{P})$	Kosten in Abhängigkeit vom Entscheidungsvektor $\bar{P}$
$c_b(\bar{P})$	Baukosten
$c_i(\bar{P})$	Instandhaltungskosten
$c_s(\bar{P})$	Schadenskosten bei Versagen
$C(T)$	Verzinsten Kosten über den Zeitraum $T$
$c_f(T)$	verzinsten Versagenskosten
$c_i(T)$	verzinsten Instandhaltungskosten
$C_R$	Vorfaktor Querkraftwiderstand ohne Querkraftbewehrung
$C_{R,c}$	Mittelwert
$C_{Rd,c}$	Bemessungswert
$C_{Rk,c}$	charakteristischer Wert
$C_{R,c,\text{min}}$	Mindestquerkraftwiderstand, Mittelwert
$C_{\text{SORM}}$	Korrekturfaktor zur Berücksichtigung der Grenzzustandskrümmung bei Ermittlung des Systemversagens
$C_v$	Anzahl von Elementkombinationen in einem System
$\text{Cov}(X_i, X_j)$	Kovarianz der Zufallsvariablen $X_i$ und $X_j$

## Verzeichnisse: Symbole

$d$	statische Nutzhöhe
$d_0$	statische Nutzhöhe, stochastische Eigenschaften
	$d_{0,\text{unten}}$ der Nutzhöhe zur unteren Bewehrung $d_{\text{unten}}$
	$d_{0,\text{oben}}$ der Nutzhöhe zur oberen Bewehrung $d_{\text{oben}}$
	$d_{\text{unten}}$ Nutzhöhe zur unteren Bewehrung (Bauteilunterseite)
	$d_{\text{oben}}$ Nutzhöhe zur oberen Bewehrung (Bauteiloberseite)
	$d_{\text{feld}}$ Nutzhöhe im Feld (Durchlaufsystem)
	$d_{\text{stütz}}$ Nutzhöhe über der Stütze (Durchlaufsystem)
$d_p$	Dauer des temporären Nutzlastanteils
$e$	Realisierung der Einwirkung $E$
$E$	Einwirkung
	$E_d, e^*$ Bemessungswert
	$E_k$ charakteristischer Wert
	$E_{\text{rep}}$ repräsentativer Wert
$E_i$	Zufallsereignis
$E_c$	E-Modul des Betons
	$E_{\text{cm}}$ mittlerer E-Modul des Betons
	$E_{c,i,j}$ E-Modul an Stelle $i$ des Bauwerks $j$ (JCSS-Modell Betonkennwerte)
$E_s$	E-Modul des Betonstahls
$EF_M$	Kennwert Maßnahmeneffizienz (Kennzeichnung in Norm SIA 269)
$E(\dots)$	Erwartungswert bzw. Mittelwert
	$E(X_i)$ der Zufallsvariablen $X_i$
	$E[l(g(x))]$ der Indikatorfunktion $l(g(x))$
$f_b$	Verbundspannung
	$f_{bd}$ Bemessungswert
$f_c$	Druckfestigkeit des Betons
	$f_c$ Mittelwert (probabilistische Formulierung)
	$f_{ck}$ charakteristischer Wert
	$f_{cd}$ Bemessungswert
	$f_{c,i,j}$ Druckfestigkeit an Stelle $i$ des Bauwerks $j$ (JCSS-Modell Betonkennwerte)
	$f_{c0,i,j}$ zufällige Zylinderdruckfestigkeit nach 28 Tagen (JCSS-Modell Betonkennwerte)
	$f_{cm}$ mittlere Druckfestigkeit
$f_{ct}$	Zugfestigkeit des Betons
	$f_{ctd}$ Bemessungswert
	$f_{ct,i,j}$ Zugfestigkeit an Stelle $i$ des Bauwerks $j$ (JCSS-Modell Betonkennwerte)
	$f_{ctm}$ mittlere Zugfestigkeit
	$f_{ct;0,05}$ 5 % - Fraktilwert
	$f_{ct;0,95}$ 95 % - Fraktilwert
$f_y$	Streckgrenze des Betonstahls
	$f_y$ Mittelwert (probabilistische Formulierung)
	$f_{yk}$ charakteristischer Wert
	$f_{yd}$ Bemessungswert
	$f_{ywd}$ Bemessungswert der Streckgrenze der Querkraftbewehrung
$f(x)$	Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion
	$f_{qs,\text{max}}(x)$ Dichtefunktion des Maximalwerts des ständigen Nutzlastanteils
	$f_E(e)$ Dichtefunktion der Einwirkung $E$
	$f_{ER}(er)$ Verbund-Verteilungsdichte aus Einwirkung $E$ und Widerstand $R$
	$f_R(r)$ Dichtefunktion des Widerstands $R$
	$f(X_i)$ Rand-Verteilungsdichte der Basisvariablen $X_i$ aus $\bar{X}$
	$f_X(X)$ Verbund-Verteilungsdichte über alle Basisvariablen $\bar{X}$
	$f_Y(Y)$ Verbund-Verteilungsdichte über alle Variablen im Standardraum
	$f_Z(Z)$ Dichtefunktion der Sicherheitsmarge $Z$
$F_c$	resultierende Druckkraft im Beton
	$F_{cd}$ Bemessungswert
$F_{\text{rep},j}$	repräsentativer Wert der Einwirkung $j$
$F_s$	Zugkraft im Betonstahl
	$F_{sd}$ Bemessungswert
$F_{t,v}$	Student- $t$ -Verteilung mit Anzahl der Freiheitsgrade $v$ (JCSS-Modell Betonkennwerte)
$F(x)$	Wahrscheinlichkeitsverteilungsfunktion
	$F_E(e)$ Verteilungsfunktion der Einwirkung $E$
	$F_R(r)$ Verteilungsfunktion des Widerstands $R$
	$F_{q,\text{max}}(x)$ Verteilungsfunktion des Maximalwerts der Nutzlast
	$F_{qs}(x)$ Verteilungsfunktion des Momentanwerts des ständigen Nutzlastanteils
	$F_{qs,\text{max}}(x)$ Verteilungsfunktion des Maximalwerts des ständigen Nutzlastanteils
	$F_{qt}(x)$ Verteilungsfunktion des Momentanwerts des temporären Nutzlastanteils
	$F_{qt,\text{max}}(x)$ Verteilungsfunktion des Maximalwerts des temporären Nutzlastanteils
	$F_X(X)$ Verbund-Wahrscheinlichkeitsverteilung über alle Basisvariablen $\bar{X}$



$g$	ständige Einwirkung
$g_0$	ständige Einwirkung, stochastische Eigenschaften
$g, g(x)$	Grenzzustandsfunktion
$g(\bar{X})$	Grenzzustandsfunktion in Abhängigkeit vom Zufallsvektor $\bar{X}$ (Originalraum)
$g^*(X)$	Antwortfläche zur Näherung des Grenzzustands $g(X)$
$g_j(X)$	$j$ -ter Grenzzustand eines Systems ( $j = 1 \dots m$ ) in Abhängigkeit von den Basisvariablen $X_i$
$\bar{g}$	Vektor der Grenzzustände $g_j(X)$ in einem System
$h$	Höhe (Querschnitt / Geschoß)
$h, h(\bar{Y})$	Grenzzustand im Raum der Standardvariablen $Y_i$
$h_X(X)$	Wichtungsfunktion zur Konzentration von Simulationsergebnissen am Bemessungspunkt
$h_j(Y)$	standardisierte Grenzzustandsfunktion $g_j(X)$ eines Systems
$H$	Versagenskosten (Kennzeichnung in Norm SIA 269)
$H(\bar{P})$	Risikofunktion in Abhängigkeit vom Entscheidungsvektor $\bar{P}$
$i(x,y)$	Einflussfunktion des Lasteffekts über die betrachtete Fläche $A$ (Modellierung der Nutzlast)
$I(g(\bar{X}))$	Indikatorfunktion zum Zählen von Versagensereignissen
$k$	Anzahl von Minimalschnitten eines Systems
$k$	Anzahl der Grenzzustände in einem Schnitt
$k_a$	Höhenbeiwert (Lage der resultierenden Druckkraft $F_c$ )
$K_i$	Minimalschnitt $i$ (kleinste Menge ausgefallener Elemente, die zum Systemausfall führt)
$k_i(v)$	binäre Strukturfunktion des Minimalschnitts $K_i$
$K(\beta \bar{P})$	Konsequenzfunktion
$l$	Länge (Bauteil / Stützweite)
$l(Y)$	linearisierte Grenzzustandsgleichung im Standardraum (FORM)
$l_i(Y)$	linearisierte Grenzzustandsgleichung $h_j(Y)$ eines Systems
$m$	Anzahl der Grenzzustände in einem System
$m$	mittlere Lastintensität für eine bestimmte Nutzungskategorie (Modellierung der Nutzlast)
$m$	Parameter der $t$ -Verteilung (JCSS-Modell Betonkennwerte)
$m_u$	Parameter der LN Verteilung
$M$	Menge von Elementen
$M_f$	logarithmischer Mittelwert der Festigkeit $f_{c,ij}$ über das gesamte Bauwerk $j$ (Zufallsvariable) (JCSS-Modell Betonkennwerte)
$M_{\text{feld}}$	einwirkendes Biegemoment im Feld
$M_R$	Biegezugwiderstand (probabilistisch)
$M_{R,B}$	Biegezugwiderstand des Balkens (probabilistisch)
$M_{R,B,\text{feld}}$	im Feld, Zugzone unten
$M_{R,B,f,o}$	im Feld, Zugzone oben
$M_{R,B,\text{stütz}}$	über der Stütze, Zugzone oben
$M_{R,B,st,u}$	über der Stütze, Zugzone unten
$M_{R,Pl}$	Biegezugwiderstand der Platte (probabilistisch)
$M_{R,Pl,\text{feld}}$	im Feld, Zugzone unten
$M_{R,Pl,f,o}$	im Feld, Zugzone oben
$M_{R,Pl,\text{stütz}}$	über der Stütze, Zugzone oben
$M_{R,Pl,st,u}$	über der Stütze, Zugzone unten
$M_{Rd}$	Bemessungswert
$M_{\text{stütz}}$	einwirkendes Biegemoment an der Stütze
$M_{\text{Verh}}$	Verhältnis der einwirkenden Biegemomente im Feld und an der Stütze
$n$	Anzahl der Zufallsvariablen in einem Grenzzustand
$n$	Grad der statischen Unbestimmtheit
$n$	Stichprobenumfang
$n$	Parameter der $t$ -Verteilung (JCSS-Modell Betonkennwerte)
$n_P$	Anzahl von Punkten der Grenzzustandsfunktion $g(X)$ zur Näherung der Antwortfläche $g^*(X)$
$N$	Normalkraft
$N$	Anzahl von Simulationsläufen
$N_f$	Anzahl simulierter Versagensfälle
$p$	Wahrscheinlichkeit
$p_f$	Versagenswahrscheinlichkeit
$p_{f,j}$	Versagenswahrscheinlichkeit des Grenzzustands $j$ eines Systems (Elementversagen)
$p_{f,\text{sys}}$	Systemversagenswahrscheinlichkeit
$p_{f,1\text{Jahr}}$	Versagenswahrscheinlichkeit für Bezugszeitraum 1 Jahr
$p_{f,\text{Ziel}}$	Zielwert der Versagenswahrscheinlichkeit
$p_f(T)$	Versagenswahrscheinlichkeit über eine Lebensdauer $T$
$p_s$	Überlebenswahrscheinlichkeit
$p_{s,j}$	Überlebenswahrscheinlichkeit des Grenzzustands $j$ eines Systems (Elementüberleben)

## Verzeichnisse: Symbole

---

$\bar{P}$	Entscheidungsvektor, Vektor der Bemessungsparameter
$q$	Nutzlast
	$q_k$ charakteristischer Wert der Nutzlast
	$q_s$ ständiger Anteil der Nutzlast
	$q_t$ temporärer Anteil der Nutzlast
	$q_0$ Nutzlast ohne Trennwandzuschlag (Zwischenwert Modellierung)
	$q_{TW}$ Trennwandzuschlag (Zwischenwert Modellierung)
$q$	Quantilwert einer Wahrscheinlichkeitsverteilung $F(x)$
	$q_R$ Wahrscheinlichkeit unteres Quantil Widerstand
	$q_E$ Wahrscheinlichkeit oberes Quantil Einwirkung
$q(y)$	quadratische Näherung der Grenzzustandsfunktion im Standardraum (SORM)
$r$	Profilbeiwert nach [CEB Bulletin 112 (1976)]
$r$	Realisierung des Widerstands $R$
$r$	Zinssatz
$R$	Widerstand
	$R_d, r^*$ Bemessungswert
	$R_k$ charakteristischer Wert
$R$	Korrelationsmatrix bei Schnitten aus mehreren Grenzzuständen in einem System
$R$	Tragfähigkeitsreserve bzw. -defizit
	$R_1$ Bemessungsanteil
	$R_2$ Zuverlässigkeitsanteil
	$R_{2,a}$ aus Nachweis mit modifizierten Teilsicherheitsbeiwerten für $\beta_{Ziel}$
	$R_{2,b}$ aus Nachweis mit modifizierten Teilsicherheitsbeiwerten für $\beta_{Ziel, Bestand}$
$s$	Schneelast
$s$	Parameter der $t$ -Verteilung (JCSS-Modell Betonkennwerte)
$S_i$	Überlebensereignis
$S_x$	Überlebensbereich
$t$	Bezugszeitraum Versagenswahrscheinlichkeit / Zuverlässigkeit
$T$	Bezugszeitraum Nutzlast
$u$	Modalwert der Gumbelverteilung
$U$	Umfang des Betonquerschnitts
$U(x,y)$	Zufallsfeld zur Beschreibung der Variabilität der Nutzlast innerhalb einer Bezugsfläche
$U_{ij}$	Zufallsvariable zur Beschreibung der räumlichen Variabilität der Festigkeit $f_{c0,ij}$
$v$	Anzahl von Versagenselementen in einem System
$v$	Parameter der $t$ -Verteilung (JCSS-Modell Betonkennwerte)
$v$	Variationskoeffizient
	$v_{\alpha E}$ des Vorfaktors des E-Moduls des Betons
	$v_c$ des Vorfaktors der Betonzugfestigkeit
	$v_d$ der Nutzhöhe $d$
	$v_{d,unten}$ der Nutzhöhe $d_{unten}$
	$v_{d,oben}$ der Nutzhöhe $d_{oben}$
	$v_E$ der Einwirkung $E$
	$v_{Ec}$ des E-Moduls des Betons $E_c$
	$v_{Ec,ij}$ des E-Moduls $E_{c,ij}$ (JCSS-Modell Betonkennwerte)
	$v_\epsilon$ der Bruchdehnung
	$v_{\epsilon c,ij}$ der Bruchdehnung $\epsilon_{c,ij}$ (JCSS-Modell Betonkennwerte)
	$v_{f_c}$ der Betondruckfestigkeit $f_c$
	$v_{f_{c0,ij}}$ der Zylinderdruckfestigkeit $f_{c0,ij}$ (JCSS-Modell Betonkennwerte)
	$v_{f_{c,ij}}$ der Bauwerksdruckfestigkeit $f_{c,ij}$ (JCSS-Modell Betonkennwerte)
	$v_{f_{ct}}$ der Betonzugfestigkeit $f_{ct}$
	$v_{f_{ct,ij}}$ der Betonzugfestigkeit $f_{ct,ij}$ (JCSS-Modell Betonkennwerte)
	$v_{f_y}$ der Streckgrenze des Betonstahls $f_y$
	$v_i$ der Basisvariablen $X_i$
	$v_{L,TW}$ des Nutzlastzuschlags aus leichten Trennwänden
	$v_q$ der veränderlichen Last $q$
	$v_\theta$ der Modellunsicherheit $\theta$
	$v_R$ des Widerstands $R$
	$v_x$ der Zufallsvariablen $X$ / der Stichprobe
	$v_{X_{R,i}}$ der Widerstandsvariablen $X_{R,i}$
	$v_{X_{E,i}}$ der Einwirkungsvariablen $X_{E,i}$
	$v_Z$ der Sicherheitsmarge $Z$
$v_j$	Versagenselement eines Systems (binäre Beschreibung des Elementzustands)
$\bar{v}$	Vektor der Versagenselemente $v_j$ eines Systems
$V$	Volumen
$V$	Zufallsvariable zur Beschreibung der Variabilität der Nutzlast zwischen verschiedenen Bezugsflächen
$V_a$	Einwirkende Querkraft am Endauflager A
$V_b$	Einwirkende Querkraft am Zwischenaflager B

$V_j$	Versagensereignis
	$V_{\text{sys}}$ Systemausfall
	$V_{ij}$ Versagen von Element $j$ im Minimalschnitt $i$
$V_R$	Querkraftwiderstand
	$V_{R,c}$ von Bauteilen ohne Querkraftbewehrung (Mittelwert)
	$V_{R,c,a}$ am Endauflager A
	$V_{R,c,b}$ am Zwischenaufleger B
	$V_{R,c,\min}$ Mindestquerkrafttragfähigkeit ohne Querkraftbewehrung (Mittelwert)
	$V_{R,c,\min,a}$ am Endauflager A
	$V_{R,c,\min,b}$ am Zwischenaufleger B
	$V_{Rd,c}$ von Bauteilen ohne Querkraftbewehrung (Bemessungswert)
	$V_{Rd,c,\min}$ Mindestquerkrafttragfähigkeit ohne Querkraftbewehrung (Bemessungswert)
	$V_{Rd,\max}$ maximaler Querkraftwiderstand (Bemessungswert)
	$V_{Rd,s}$ der Querkraftbewehrung (Bemessungswert)
	$V_{R,\max}$ maximaler Querkraftwiderstand (Mittelwert)
	$V_{R,\max,45}$ bei Neigung der Querkraftbewehrung $\alpha = 45^\circ$
	$V_{R,\max,90}$ bei Neigung der Querkraftbewehrung $\alpha = 90^\circ$
	$V_{R,s}$ der Querkraftbewehrung (Mittelwert)
	$V_{R,s,a}$ am Endauflager A
	$V_{R,s,b}$ am Zwischenaufleger B
	$V_{R,s,45,a/b}$ bei Neigung der Querkraftbewehrung $\alpha = 45^\circ$ , Auflager A / B
	$V_{R,s,90,a/b}$ bei Neigung der Querkraftbewehrung $\alpha = 90^\circ$ , Auflager A / B
$V_v$	Anzahl von Versagenspfaden in einem System
$V_{\text{verh}}$	Verhältnis der einwirkenden Querkräfte an End- und Zwischenaufleger
$V_x$	Versagensbereich
$\vec{V}(x)$	Vektorfeld Modellunsicherheit
$\text{Var}(X_i)$	Varianz der Zufallsvariablen $X_i$
$w$	Windlast
$W(x,y)$	Lastintensität (Modellierung der Nutzlast)
$x$	Druckzonenhöhe
$x_i$	Realisierung einer Zufallsvariablen $X_i$
$X$	Zufallsvariable, Basisvariable im Originalraum
	$X_i$ $i$ -te Zufallsvariable eines Grenzzustands ( $i = 1 \dots n$ )
	$X_j$ $j$ -te Realisierung von $\bar{X}$ aus $N$ Simulationen
	$X_k$ charakteristischer Wert
	$X_{\text{mod}}, \hat{x}$ Modalwert
	$X_{\text{nom}}$ Nennwert
	$X_{\text{nom,Bauaufnahme}}$ Nennwert einer Zufallsvariablen aus Messungen bei der Bauaufnahme
	$X_q$ $q$ -Fraktilwert einer Zufallsvariablen (Bsp. $X_{0,98}$ für 98%-Fraktil)
	$X^{(k)}$ Werte der Originalvariablen im $k$ -ten Iterationsschritt (FORM / SORM)
	$X^*$ Bemessungswert
	$X(t)$ zeitabhängige Zufallsgröße
	$X_{E,i}$ $i$ -te Einwirkungsvariable
	$X_{R,i}$ $i$ -te Widerstandsvariable
$\bar{X}$	Vektor der Zufallsvariablen $X_i$ in einem Grenzzustand ( $i = 1 \dots n$ )
$y_i$	Realisierung der Standardvariablen $Y_i$
	$y_i^{(k)}$ Realisierung im $k$ -ten Iterationsschritt (FORM / SORM)
$y^*$	Bemessungspunkt im Raum der Standardvariablen
$Y$	Zufallsvariable, Basisvariable im Standardraum
	$Y_i$ $i$ -te Zufallsvariable des Grenzzustands im Standardraum ( $i = 1 \dots n$ )
	$Y^{(k)}$ Werte der Standardvariablen im $k$ -ten Iterationsschritt (FORM / SORM)
	$Y^*$ Bemessungswerte der Standardvariablen
	$\bar{Y}$ Vektor der Standardvariablen $Y_i$ ( $i = 1 \dots n$ )
$Y_{\text{calc}}$	Rechenwert
$Y_{\text{exp}}$	Versuchswert
$Y_{i,j}$	Zufallsvariable zur Berücksichtigung spezifischer Streuanteile in den Betonkennwerten (JCSS-Modell Betonkennwerte)
$z$	Hebelarm der inneren Kräfte
$Z$	Sicherheitsmarge zwischen Einwirkung und Widerstand
$Z(\bar{P})$	Zielfunktion Optimierung in Abhängigkeit vom Entscheidungsvektor $\bar{P}$
	$Z_c(\bar{P})$ Kostenminimierung
	$Z_{bc}(\bar{P})$ Nutzenmaximierung

**Griechisch**

$\alpha$	Neigungswinkel der Querkraftbewehrung
$\alpha$	Wichtungsfaktor, Sensitivitätsfaktor
$\alpha_{(140)}$	des Grenzzustands (140) innerhalb des Systems (andere Grenzzustände sinngemäß)
$\alpha_{As}$	des Betonstahlquerschnitts $A_s$
$\alpha_{asw}$	des Querschnitts der Querkraftbewehrung $a_{sw}$
$\alpha_b$	der Breite $b$
$\alpha_d$	der Nutzhöhe $d$ ( $\alpha_{d,oben} / \alpha_{d,unten}$ der Nutzhöhe zur oberen / unteren Bewehrung $d_{oben} / d_{unten}$ )
$\alpha_E$	der ungünstigen Einwirkung $E$
$\alpha_{ec2}$	der Betondehnung am Druckrand
$\alpha_c$	der Druckfestigkeit des Betons $f_c$
$\alpha_y$	der Streckgrenze des Betonstahls $f_y$
$\alpha_g$	der ständigen Last $g$
$\alpha_{(GZ)}, \alpha_{joint,GZ}$	der einzelnen Grenzzustände innerhalb eines Systems
$\alpha_i$	der Basisvariablen $X_i$ ( $\alpha_{i,(GZ)} / \alpha_{i,sys}$ in Bezug auf das Elementversagen / Systemversagen)
$\alpha_{max}$	größte Sensitivität
$\alpha_q$	der Nutzlast $q$
$\alpha_R$	des Widerstands $R$
$\alpha_{\phi EV}$	der Modellunsicherheit einwirkende Querkraft
$\alpha_{\phi EM}$	der Modellunsicherheit einwirkendes Moment
$\alpha_{\phi RVc}$	der Modellunsicherheit Querkraftwiderstand ohne Querkraftbewehrung
$\alpha_{\phi RV,s}$	der Modellunsicherheit Widerstand der Querkraftbewehrung
$\alpha_{\phi RM}$	der Modellunsicherheit Biegetragfähigkeit
$\bar{\alpha}$	Vektor der Wichtungsfaktoren $\alpha$
$\bar{\alpha}^{(k)}$	Wichtungsfaktoren im $k$ -ten Iterationsschritt (FORM / SORM)
$\alpha_{cc}$	Beiwert zur Berücksichtigung von Einflüssen aus Langzeitwirkungen und Beanspruchungsart auf die Druckfestigkeit
$\alpha_E$	Vorfaktor E-Modul des Betons (Gleichung (3.47))
$\alpha_v$	Völligkeitsbeiwert
$\alpha(t, \tau)$	Funktion zur Berücksichtigung des Betonalters bei Belastungsbeginn bei Ermittlung der Festigkeit $f_{c,ij}$
$\beta$	Zuverlässigkeitsindex
$\beta_1$	Zuverlässigkeit für Bezugszeitraum 1 Jahr
$\beta_{(140)}$	Zuverlässigkeit in Bezug auf Grenzzustand (140) (andere Grenzzustände sinngemäß)
$\beta_A$	Elementzuverlässigkeit in Nutzungskategorie A (Index B / C / D sinngemäß)
$\beta_C, \beta_{Cornell}$	Zuverlässigkeitsindex nach <i>Cornell</i>
$\beta_D, \beta_g$	generalisierter Zuverlässigkeitsindex nach <i>Ditlevsen</i>
$\beta_{(GZ)}$	Zuverlässigkeit in Bezug auf einen einzelnen Grenzzustand (Elementversagen)
$\beta_{HL}$	Zuverlässigkeitsindex nach <i>Hasofer und Lind</i>
$\beta_{st}$	vorhandene Zuverlässigkeit
$\beta_j$	lokale Zuverlässigkeitsindizes der Grenzzustände eines Systems
$\beta_n$	Zuverlässigkeit für Bezugszeitraum $n$ Jahre
$\beta_{sys}$	Systemzuverlässigkeit
	$\beta_{sys,A}$ in Nutzungskategorie A (Index B / C / D sinngemäß)
	$\beta_{sys,220}$ in Kombinationen mit Betonstahl mit $f_{yk} = 220 \text{ MN/m}^2$ (Index 420 / 500 sinngemäß)
$\beta_{VR,c}$	Zuverlässigkeit in Bezug auf die Querkrafttragfähigkeit ohne Querkraftbewehrung
$\beta_{VR,c,min}$	Zuverlässigkeit in Bezug auf die Mindestquerkrafttragfähigkeit $V_{Rc,min}$
$\beta_{Ziel}$	Zielwert der Zuverlässigkeit
$\beta_{Ziel,Bestand}$	Zielwert der Zuverlässigkeit bei bestehenden Bauwerken
$\bar{\beta}$	Vektor der in einem Schnitt aus mehreren Grenzzuständen aktiven lokalen Indizes $\beta_j$
$\beta_d$	Anteil der ständigen Last an der Gesamtlast (JCSS-Modell Betonkennwerte)
$\beta_W$	mittlere Würfeldruckfestigkeit gemäß Stahlbeton-Normen bis 2001
$\gamma...$	Teilsicherheitsbeiwert für ...
$\gamma_c$	Beton
$\gamma_E$	Einwirkung (im <i>R-E</i> -Modell)
$\gamma_j$	repräsentative Einwirkung $j$ ( $j \geq 1$ ) (ohne Modellunsicherheit)
$\gamma_F$	Einwirkung (allgemein)
$\gamma_G$	ständige Einwirkung
$\gamma_{m,i}$	Widerstand $i$ (ohne Modellunsicherheit)
$\gamma_{mod}$	modifizierter Teilsicherheitsbeiwert
$\gamma_M$	Widerstand (allgemein)
$\gamma_Q$	veränderliche Einwirkung
$\gamma_R$	Widerstand (im <i>R-E</i> -Modell)
$\gamma_{Rd}$	Modellierung des Widerstands $i$
$\gamma_S$	Betonstahl
$\gamma_{Sd}$	Modellierung der Einwirkungen und Schnittgrößen

$\gamma$	Wichte
$\gamma_{\text{global}}$	globaler Sicherheitsbeiwert
$\gamma_{\sigma}$	Sicherheitsabstand beim Konzept zulässiger Spannung
$\delta$	kürzester Abstand zwischen Ursprung des Standardraums und Grenzzustand $h(Y)$
	$\delta^{(k)}$ Abstand $\delta$ im $k$ -ten Iterationsschritt (FORM / SORM)
$\delta(t)$	Verzinsung über eine Zeiteinheit $t$
$\Delta$	Verschiebung zwischen Beton und Betonstahl (Verbund)
$\varepsilon_c$	Dehnung Beton
	$\varepsilon_{c2}$ Betondehnung Druckrand
	$\varepsilon_{c,ij}$ Bruchdehnung an Stelle $i$ des Bauwerks $j$ (JCSS-Modell Betonkennwerte)
$\varepsilon_s$	Dehnung Betonstahl
$\eta_i$	Umrechnungsfaktor Bauteil- zu Laboreigenschaft des Widerstands $i$
$\theta$	Modellunsicherheit (Zufallsvariable)
	$\theta_{\text{global}}$ globale Modellunsicherheit
	$\theta_{EM}$ Modellunsicherheit einwirkendes Moment
	$\theta_{EV}$ Modellunsicherheit einwirkende Querkraft
	$\theta_R$ Modellunsicherheit Widerstand
	$\theta_{RM}$ Modellunsicherheit Biegetragfähigkeit
	$\theta_{RV,c}$ Modellunsicherheit Querkraftwiderstand ohne Querkraftbewehrung
	$\theta_{RV,s}$ Modellunsicherheit Widerstand der Querkraftbewehrung
	$\theta_{RV,max}$ Modellunsicherheit maximaler Querkraftwiderstand
	$\theta_E$ Modellunsicherheit Einwirkung
	$\theta_k$ charakteristischer Wert der Modellunsicherheit
$\theta$	Druckstrebenneigungswinkel (Querkraftmodell)
$\kappa$	Einflussflächenfaktor (Nutzlast)
$\lambda$	Lastwechselrate
	$\lambda_s$ des ständigen Nutzlastanteils
$\lambda$	Beiwert zur Berücksichtigung der systematischen Unterschiede zwischen Bauwerks- und Prüffestigkeit des Betons (Zufallsvariable im JCSS-Modell Betonkennwerte)
$\mu$	Mittelwert
	$\mu_{\alpha E}$ des Vorfaktors des E-Moduls des Betons
	$\mu_b / \mu_h / \mu_l$ der Betonabmessungen $b, h, l$
	$\mu_c$ der Betondeckung $c$
	$\mu_{c,unten}$ der Betondeckung der unteren Bewehrung $c_{unten}$
	$\mu_{c,oben}$ der Betondeckung der oberen Bewehrung $c_{oben}$
	$\mu_{C,Rc}$ des Vorfaktors des Querkraftwiderstands ohne Querkraftbewehrung
	$\mu_d$ der Nutzhöhe $d$
	$\mu_{d,unten}$ der Nutzhöhe $d_{unten}$
	$\mu_{d,oben}$ der Nutzhöhe $d_{oben}$
	$\mu_E$ der Einwirkung $E$
	$\mu_{fc}$ der Betondruckfestigkeit $f_c$
	$\mu_{fc0,ij}$ der Zylinderdruckfestigkeit $f_{c0,ij}$ (JCSS-Modell Betonkennwerte)
	$\mu_{fc,ij}$ der Bauwerksdruckfestigkeit $f_{c,ij}$ (JCSS-Modell Betonkennwerte)
	$\mu_{fct}$ der Betonzugfestigkeit $f_{ct}$
	$\mu_{fct,ij}$ der Betonzugfestigkeit $f_{ct,ij}$ (JCSS-Modell Betonkennwerte)
	$\mu_{L,TW}$ des Nutzlastzuschlags aus leichten Trennwänden
	$\mu_{fy}$ der Streckgrenze des Betonstahls $f_y$
	$\mu_i, \mu_{X_i}$ der Basisvariablen $X_i$
	$\mu_g$ der ständigen Last $g$
	$\mu_{q,s}$ des quasi-ständigen Nutzlastanteils $q_s$
	$\mu_{q,t}$ des temporären Nutzlastanteils $q_t$
	$\mu_{\gamma}$ der Wichte des unbewehrten Betons
	$\mu_{\gamma,Stb}$ der Wichte des bewehrten Betons
	$\mu_q$ der veränderlichen Last $q$
	$\mu_{\rho f}$ der Versagenswahrscheinlichkeit $\rho_f$
	$\mu_{\theta}$ der Modellunsicherheit $\theta$
	$\mu_{q,max}$ des Maximalwerts der veränderlichen Last $q_{max}$
	$\mu_R$ des Widerstands $R$
	$\mu_x$ der Zufallsvariablen $X$ / der Stichprobe
	$\mu_{XR,i}$ der Widerstandsvariablen $X_{R,i}$
	$\mu_{XE,i}$ der Einwirkungsvariablen $X_{E,i}$
	$\mu_{Y_i}$ der Standardvariablen $Y_i$
	$\mu_Z$ der Sicherheitsmarge $Z$
	$\mu_{\varnothing}$ des Durchmessers des Betonstahls

## Verzeichnisse: Symbole

$v$	Auftretensrate des temporären Nutzlastanteils
$v_0$	zentraler Sicherheitsabstand
$\rho$	Kennwert Versagenskonsequenz (Kennzeichnung in Norm SIA 269)
$\rho$	Bewehrungsgrad
$\rho_{EC}$	Bewehrungsgrad bei Bemessung nach Eurocode
$\rho_l$	Längsbewehrungsgrad im Feld (Durchlaufsystem)
$\rho_{l,o}$	Längsbewehrungsgrad im Feld, obere Bewehrung (Durchlaufsystem)
$\rho_{ij}$	Bewehrungsgrad bei Bemessung mit Teilsicherheitsbeiwerten $\gamma_{c,i}$ und $\gamma_{s,j}$
$\rho$	Längsbewehrungsgrad
$\rho_{l,grenz}$	Längsbewehrungsgrad von Platten bei $V_{Rd,c} = V_{Rd,c,min}$
$\rho_{mod,EC0}$	Bewehrungsgrad bei Bemessung mit modifizierten Teilsicherheitsbeiwerten (Neubau)
$\rho_{mod,Bestand}$	Bewehrungsgrad bei Bemessung mit modifizierten Teilsicherheitsbeiwerten (Bestand)
$\rho_n\text{-Verf}$	Bewehrungsgrad bei Bemessung mit n-Verfahren
$\rho_{sw}$	Querkraftbewehrungsgrad
$\rho_{st}$	Längsbewehrungsgrad über der Stütze (Durchlaufsystem)
$\rho_{st,A}$	in Nutzungskategorie A (Index B / C / D sinngemäß)
$\rho_{st,220}$	in Kombinationen mit Betonstahl mit $f_{yk} = 220 \text{ MN/m}^2$ (Index 420 / 500 sinngemäß)
$\rho_{st,u}$	Längsbewehrungsgrad an der Stütze, untere Bewehrung (Durchlaufsystem)
$\rho_{Ziel}$	Zielbewehrungsgrad zum Erreichen der Zielzuverlässigkeit $\beta_{Ziel}$
$\rho_{Ziel,Bestand}$	Zielbewehrungsgrad zum Erreichen der Zielzuverlässigkeit $\beta_{Ziel,Bestand}$
$\rho$	Korrelationskoeffizient
$\rho_{X_i,X_j}$	der Zufallsvariablen $X_i$ und $X_j$
$\rho_{ER}$	von Einwirkung $E$ und Widerstand $R$
$\rho_{XX}$	Korrelationsmatrix (Korrelation der Basisvariablen)
$\rho_{Verh}$	Verhältnis der Längsbewehrungsgrade im Feld und über der Stütze
$\sigma$	Spannung
$\sigma_c$	Betondruckspannung
$\sigma_{zul}$	zulässige Spannung
$\sigma_{vorh}$	vorhandene Spannung
$\sigma_{Versuch}$	Festigkeit nach Baustoffprüfung (im Konzept der zulässigen Spannungen)
$\sigma$	Standardabweichung
$\sigma_b / \sigma_h / \sigma_l$	der Betonabmessungen $b, h, l$
$\sigma_{c,unten}$	der Betondeckung der unteren Bewehrung $c_{unten}$
$\sigma_{c,oben}$	der Betondeckung der oberen Bewehrung $c_{oben}$
$\sigma_{d,unten}$	der Nutzhöhe zur unteren Zugbewehrung $d_{unten}$
$\sigma_{d,oben}$	der Nutzhöhe zur oberen Zugbewehrung $d_{oben}$
$\sigma_E$	der Einwirkung $E$
$\sigma_c$	der Betondruckfestigkeit $f_c$
$\sigma_{c0,ij}$	der Zylinderdruckfestigkeit $f_{c0,ij}$ (JCSS-Modell Betonkennwerte)
$\sigma_{c,ij}$	der Bauwerksdruckfestigkeit $f_{c,ij}$ (JCSS-Modell Betonkennwerte)
$\sigma_{ct}$	der Betonzugfestigkeit $f_{ct}$
$\sigma_{ct,ij}$	der Betonzugfestigkeit $f_{ct,ij}$ (JCSS-Modell Betonkennwerte)
$\sigma_y$	der Streckgrenze des Betonstahls $f_y$
$\sigma_g$	der ständigen Last $g$
$\sigma_\gamma$	der Wichte des unbewehrten Betons
$\sigma_{\gamma,Stb}$	der Wichte des bewehrten Betons
$\sigma_i, \sigma_{X_i}$	der Basisvariablen $X_i$
$\sigma_{LTW}$	des Nutzlastzuschlags aus leichten Trennwänden
$\sigma_{pf}$	der Versagenswahrscheinlichkeit $p_f$
$\sigma_q$	der veränderlichen Last $q$
$\sigma_{q,max}$	des Maximalwerts der veränderlichen Last $q_{max}$
$\sigma_\theta$	der Modellunsicherheit $\theta$
$\sigma_R$	des Widerstands $R$
$\sigma_U$	des Zufallsfelds $U(x,y)$ (Modell Nutzlast)
$\sigma_V$	der Zufallsvariablen $V$ (Modell Nutzlast)
$\sigma_X$	der Zufallsvariablen $X$ / der Stichprobe
$\sigma_{XR,i}$	der Widerstandsvariablen $X_{R,i}$
$\sigma_{XE,i}$	der Einwirkungsvariablen $X_{E,i}$
$\sigma_{Y_i}$	der Standardvariablen $Y_i$
$\sigma_Z$	der Sicherheitsmarge $Z$
$\sigma_\emptyset$	des Durchmessers des Betonstahls
$\alpha_i$	Parameter der LN Verteilung
$\sigma_{X_i,X_i}$	Varianz der Zufallsvariablen $X_i$
$\sigma_{X_i,X_j}$	Kovarianz der Zufallsvariablen $X_i$ und $X_j$

---

$\Sigma_j$	logarithmische Standardabweichung der Festigkeit $f_{c0,ij}$ für das gesamte Bauwerk $j$ (Zufallsvariable), (JCSS-Modell Betonkennwerte)
$\Sigma_{XX}$	Kovarianzmatrix
$\tau$	Schubspannung
$\tau_{\max}$	maximale Verbundspannung (Verbundspannungs-Verschiebungs-Kurve)
$\varphi$	Dichte der Normalverteilung
$\varphi(t, \tau)$	Kriechzahl (JCSS-Modell Betonkennwerte, $t$ = Betonalter bei Belastungsbeginn, $\tau$ = Belastungsdauer)
$\Phi(\vec{v})$	Systemstrukturfunktion zur Binären Beschreibung des Systemzustands in Abhängigkeit vom Vektor der Versagenselemente $\vec{v}$
$\Phi(\dots)$	Funktionswert der Standardnormalverteilung (Gauß-Integral)
$\Phi_k(\dots)$	Funktionswert der $k$ -dimensionalen Standardnormalverteilung (multivariates Gauß-Integral)

**weitere Symbole**

$\emptyset_{b\ddot{u}}$	Durchmesser der Bügelbewehrung
$\emptyset_l$	Durchmesser der Längsbewehrung
$\emptyset_{\text{nom}}$	Nennwert des Betonstahldurchmessers
$\emptyset_s$	Durchmesser des Betonstahls (allgemein)
$\emptyset_{\text{oben}}$	Durchmesser der oberen Bewehrungslage (Bauteiloberseite)
$\emptyset_{\text{unten}}$	Durchmesser der unteren Bewehrungslage (Bauteilunterseite)

**weitere Indizes**

$i, j, k$	Zählvariable
-----------	--------------



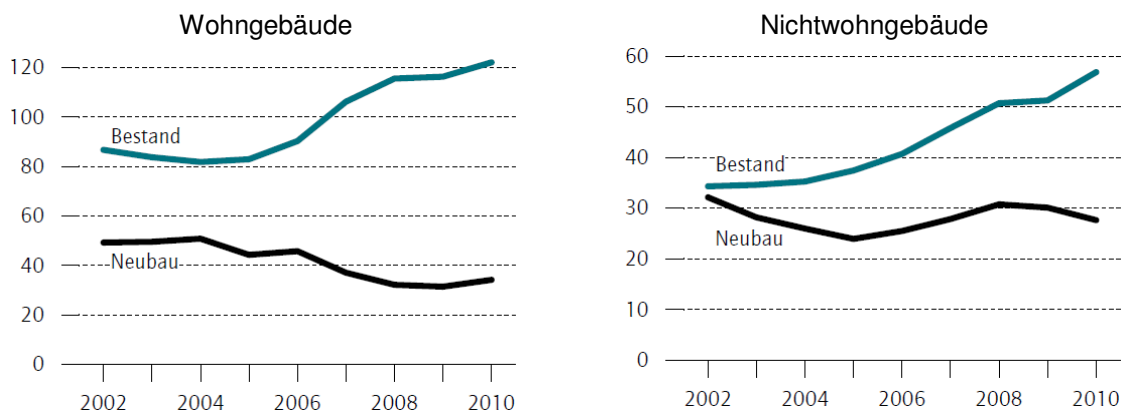


## Kapitel 1) Einleitung

### 1.1) Problemstellung

Das aktuelle Baugeschehen verlagert sich zunehmend vom Neubau hin zur Erhaltung des Baubestands. Das Bauen im Bestand stellt über den üblichen Umfang hinausgehende Anforderungen an die Planung. Aus Sicht des Tragwerksplaners ist das Einhalten definierter Zuverlässigkeitsziele Kern der Erhaltungsplanung. Die Tragwerkszuverlässigkeit bestehender Konstruktionen ergibt sich auf Grundlage individuell verschiedener Ausgangssituationen, die aus der Vergangenheit der Planungsobjekte resultieren. Neben ursprünglicher Qualität, Nutzung, Einwirkungen und Instandhaltung während der Nutzung haben die technischen Regeln der Bauzeit Einfluss auf den aktuellen Bauwerkszustand. Möglichkeiten der weiteren Nutzung werden hiervon beeinflusst.

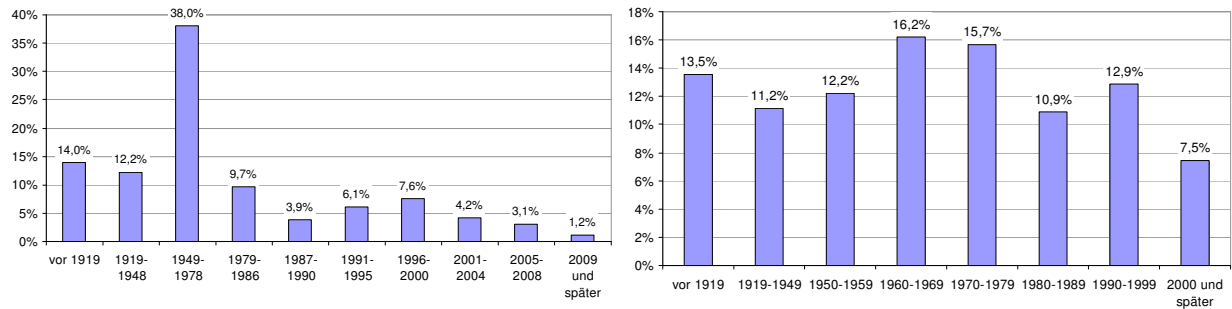
Die aktuellen Berichte zur Lage der Bauwirtschaft [BBSR 2012] und [DIW 2011] belegen die zunehmende Bedeutung des Bauens im Bestand. Demnach entfallen in Deutschland aus den Bauinvestitionen des Jahres 2011 etwa 72 % auf Bestandsmaßnahmen (ca. 183 Milliarden Euro). Für den Wohnungsbau beträgt der Bestandsanteil etwa drei Viertel, bei Nichtwohngebäuden etwa zwei Drittel [BBSR 2012]. Davon entfällt im Wohnungsbau nur etwa ein Drittel der Investitionen auf energetische Maßnahmen [DIW 2011], die hier nicht weiter zu betrachten sind. Ferner wird eine Zunahme des Trends erwartet. Bild 1.1 verdeutlicht den Trend.



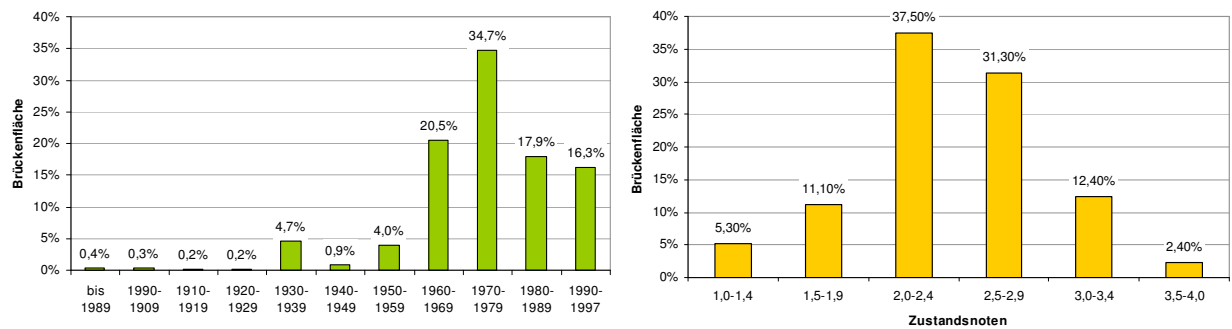
**Abb. 1.1: Jährliche Hochbauinvestitionen in Deutschland in Milliarden Euro**  
(aus [Gornig/Hagedorn 2011], S. 5, 10, nach Daten des DIW)

Die mögliche Fortsetzung des Trends lässt sich mit einem Blick auf das Alter der Bauwerke belegen. Nach der jüngsten Volkszählung in Deutschland [Zensus 2011] stammen knapp 65% der bestehenden Wohngebäude aus der Bauzeit bis 1969 (Bild 1.2). Der Anteil der in den letzten Jahren neu errichteten Wohngebäude ist demgegenüber verschwindend gering (s. hierzu auch Fertigstellungsdaten seit 1951 in [Statis Bau 2011]). Für gewerbliche Immobilien liegen in [Zensus 2011-01] keine vergleichbaren Daten vor. Nach [Schnell et al. 2011] ist die Alterstruktur bei Nichtwohngebäuden jedoch ähnlich. Zum Vergleich zeigt Bild 1.3 die Alterstruktur des Brückenbestandes im Bundesfernstraßennetz [Naumann 2002, 2010]. Die zugehörigen Bauzustandsnoten (Bild 1.3) zeigen, dass die meisten Brücken im mittleren Bereich bewertet werden. Aus [Naumann 2010] ist bei Großbrücken ( $l > 500$  m) sogar eine Tendenz in Richtung schlechterer Noten erkennbar.

Allein die Bestandsbrücken in der Baulast des Bundes umfassen derzeit ein Anlagevermögen von etwa 50 Milliarden Euro [Naumann 2010], [ASB-ING 2008]. Die genannten Zahlen unterstreichen Handlungsbedarf und zukünftige Arbeitsfelder im Sinne der Werterhaltung. Die Brückendaten gelten hier nur als Indiz für die Gesamtsituation. Der Schwerpunkt dieser Arbeit liegt im Hochbau. Hier erfolgt nach [Schnell et al. 2011] der größte Teil der Umbau- und Instandsetzungsarbeiten. Insgesamt werden nach Daten in [DIW 2011] 83% der Bauleistungen im Hochbau erbracht.



**Abb. 1.2: Altersstruktur im Wohnungsbestand**  
 links: *Gebäude mit Wohnraum nach Bauzeit (Daten nach [Zensus 2011-01])*  
 rechts: *Wohnungen nach Bauzeit (10-Jahres-Klassen) (Daten nach [Zensus 2011-02])*



**Abb. 1.3: Bestehende Brücken an Bundesfernstraßen**  
 links: *Altersstruktur (nach [Naumann 2002]), rechts: Zustandsnoten (nach [Naumann 2010])*

Maßnahmen zur Erhaltung der Hochbausubstanz gehen häufig mit Nutzungsänderungen einher. Nach [Schnell/Fischer 2008, 2009] sind die häufigsten Anlässe für Baumaßnahmen im Bestand Nutzungsänderungen (49%) und Eigentümerwechsel (33%). Umnutzungen können je nach Zielsetzung mit Laststeigerungen verbunden sein. Wesentliche Eingriffe in die Bausubstanz oder Steigerungen der Nutzlast erfordern eine Nachrechnung der bestehenden Tragkonstruktion nach aktuellen Vorschriften.

In Bezug auf den Stahlbetonbau bedeutet die o. g. Alterstruktur des Bauwerksbestands, dass ein Großteil der Bauwerke gemäß Regeln der Normengeneration [DIN 1045 (1943, 1952, 1959)] errichtet wurde. Damit weichen neben Baustoffen, Konstruktionsformen, Ausführungsqualität u. a. vor allem auch Bemessungsverfahren und Sicherheitskonzept der Bauzeit wesentlich von der aktuellen Nachweispraxis ab. Bei der Bewertung der Tragfähigkeit auf Grundlage der aktuellen Eurocodes können sich im Verhältnis zum Standard der Bauzeit sowohl aus der zwischenzeitlichen Verfeinerung der Bemessungsverfahren (z. B. Biegung, Querkraft) als auch aus der Einführung des semi-probabilistischen Sicherheitskonzepts seit [DIN 1055-100 (2001)] Reserven und Defizite ergeben.

Solche Differenzen lassen sich bereits beim deterministischen Nachweis mit normgemäßen Teilsicherheitsbeiwerten identifizieren. Eine genauere Beurteilung gelingt unter Rückgriff auf probabilistische Verfahren. Ohne dass das Mischungsverbot zwischen alten und neuen Normen verletzt wird, kann hierbei die Zuverlässigkeit der Konstruktion als Vergleichsmaßstab herangezogen werden.

Mit Methoden der Zuverlässigkeitstheorie wird die operative Versagenswahrscheinlichkeit eines Elements oder Systems bewertet und mit akzeptierten Zuverlässigkeitszielen verglichen. Hierbei gehen die Parameter der Grenzzustände als Zufallsvariable mit ihren stochastischen Eigenschaften in die Berechnung ein. Die heutigen Zielwerte der Norm sind aus der Bewertung früherer Normenkonzepte entwickelt und gelten für die Errichtung neuer Bauwerke. Reduktion des Zielwertes für den Bestandsnachweis werden u. a. im Model Code 2010 [fib 65 (2012)] und vom Joint Committee on Structural Safety in [JCSS 2001-04] vorgeschlagen. Gewöhnlich wird über die Konstruktion kein einheitliches Zuverlässigkeitsniveau erreicht, je Versagensfall sind unterschiedliche Differenzen zum Zielwert möglich. Bei der Nachrechnung bestehender Konstruktionen sind Über- und Unterschreitungen des Zielwertes feststellbar. Unterschreitungen des Zielwertes offenbaren Defizite, während Überschreitungen Raum für Nutzlaststeigerungen eröffnen.

## 1.2) Zielsetzung

Die Anwendung von Zuverlässigkeitsmethoden bietet gerade für bestehende Bauwerke Chancen zum Identifizieren möglicher Reserven und Defizite. Aus der Bauaufnahme können die stochastischen Modelle am realen Objekt geschärft werden. Die in den Teilsicherheitsbeiwerten berücksichtigten Unsicherheiten lassen sich so reduzieren. Zudem können eventuelle Schäden und Qualitätsdifferenzen in den Modellen und Streumaßen berücksichtigt werden.

Im praktischen Nachweis spielt die Zuverlässigkeitstheorie gewöhnlich keine vordergründige Rolle. Unsicherheiten auf Einwirkungs- und Widerstandsseite werden von den Teilsicherheitsbeiwerten abgedeckt, die am Zuverlässigkeitsziel kalibriert wurden. Damit garantiert der Nachweis, dass die akzeptierte Versagenswahrscheinlichkeit nicht überschritten bzw. das Zuverlässigkeitsziel nicht unterschritten wird. Die Zusammenfassung mehrerer Bemessungsfälle und Unsicherheiten in möglichst wenigen differenzierten Beiwerten bewirkt im Einzelfall sehr unterschiedliche Abstände zum Zielwert.

Für die geänderte Ausgangslage im Bestand lassen sich auf Basis der Zuverlässigkeitstheorie modifizierte Teilsicherheitsbeiwerte herleiten. Reserven werden dann im praktischen Nachweis durch reduzierte Beiwerte berücksichtigt, Defizite wird mit erhöhten Sicherheitsmaßen begegnet. Ziel dieser Arbeit ist das Identifizieren von Tragreserven durchlaufender Platten und Balken des Hochbaus und die dementsprechende Modifikation der Teilsicherheitsbeiwerte für die Nachrechnung. Die Herleitung modifizierter Sicherheitsmaße erfolgt dabei unter Berücksichtigung des Systemzusammenhangs.

Grobe Ansätze für die Modifikation von Teilsicherheitsbeiwerten enthalten bereits [DAfStb-H.467 (1996)] und [DAfStb-Ri. 2000]. Probabilistisch begründete Vorschläge für den Elementnachweis bei Wohn- und Bürogebäuden wurden jüngst von [Fischer, A. 2011] vorgelegt. Grundlage dieser Vorschläge war die Bewertung der Elementzuverlässigkeit.

Teilsicherheitsbeiwerte werden an den Zuverlässigkeitszielen kalibriert. Die Zielwerte der Norm gelten nach Model Code 2010 [fib 65 (2012)] für das System als Ganzes. Für ein System mit mehreren Versagensmechanismen kann sich im Einzelfall eine höhere erforderliche Elementzuverlässigkeit ergeben. Die Systemzuverlässigkeit ist u. a. abhängig von den Versagenswahrscheinlichkeiten der einzelnen Elemente und von der Reihenfolge des Elementversagens.

Unter Berücksichtigung der erreichten Systemzuverlässigkeiten in verschiedenen Material-Nutzungs-Kombinationen werden Teilsicherheitsbeiwerte hergeleitet, die dann bei der Nachrechnung entsprechend der üblichen Nachweispraxis im Elementnachweis verwendet werden können. Die Beiwerte werden im Systemzusammenhang entwickelt und am Systemziel kalibriert.

Hierzu werden für durchlaufende Platten und Balken Kombinationen verschiedener Betonfestigkeiten, Betonstahlsorten, Ausführungsqualitäten und Nutzungsklassen gebildet. Besonderes Augenmerk liegt auf der Berücksichtigung der je Nutzungsklasse verschiedenen Nutzlaststreuungen. Unter Beachtung des praktischen Bestrebens nach möglichst wenig differenzierten Teilsicherheitsbeiwerten und des bauartübergreifenden Sicherheitskonzepts werden hierfür optimierte Widerstandsbeiwerte entwickelt. Die Herleitung berücksichtigt insbesondere die Auswirkung der Schlankheit auf die Zuverlässigkeit. Die für ungünstige Situationen hergeleiteten Sicherheitsmaße sind auf Bauteile mit günstigeren Schlankheitsverhältnissen übertragbar.

Für den praktischen Nachweis werden so einfach handhabbare Werte zur Verfügung gestellt, die zuverlässigkeitstheoretisch begründete Reserven und Defizite der Bestandskonstruktion einbeziehen, ohne dass die Komplexität der probabilistischen Verfahren berücksichtigt werden muss.

Die modifizierten Teilsicherheitsbeiwerte berücksichtigen zunächst nur die Differenzen zum Zuverlässigkeitsziel. Zusätzliche Tragreserven können sich aus den vorhandenen Querschnitten ergeben, die mit Bemessungsverfahren früherer Normen bestimmt wurden. Weitere Reserven aus verfeinerten Verfahren der Schnittgrößenermittlung bleiben von den Überlegungen dieser Arbeit unberührt. Mögliche Schäden der bestehenden Konstruktion werden vergleichbar dem Vorgehen in [Fischer, A. 2011] zunächst nicht berücksichtigt, können aber in weiterführenden Untersuchungen durch Modifikation der stochastischen Modelle in die Betrachtung einbezogen werden.

### 1.3) Vorgehensweise

Zunächst werden in *Kapitel 2* Aspekte der Sicherheit bestehender Bauwerke behandelt. Neben Vorgaben zum Bauen im Bestand und dem ingenieurmäßigen Sicherheitsverständnis verschiedener Bauzeiten werden aktuelle Zuverlässigkeitsziele für neue und bestehende Bauwerke, Hintergründe der normierten Teilsicherheitsbeiwerte und vorhandene Ansätze zur Modifikation besprochen.

*Kapitel 3* enthält die stochastische Modellierung und bietet eine ausführliche Datensammlung zu Streumaßen der maßgebenden Parameter wie Materialfestigkeiten, Abmessungen, Modellparametern und Einwirkungen.

*Kapitel 4* behandelt die Bewertung des Elementversagens mit den Methoden der Zuverlässigkeitstheorie. Dabei wird die Wahrscheinlichkeit des Versagens nach einem Grenzzustand bewertet. Verschiedene Verfahren werden vorgestellt. Für die hier relevanten Grenzzustände erfolgt ein kurzer Verfahrensvergleich.

In *Kapitel 5* wird das Versagen von Systemen aus mehreren Grenzzuständen besprochen. Basis der Systembewertung ist hier die Modellierung des schrittweisen Versagens. Aus der logischen Verknüpfung der Versagenselemente wird das Systemversagen mit Wahrscheinlichkeitsschranken bewertet.

Die Hintergründe der hier vorgenommenen probabilistischen Systembewertung werden in *Kapitel 6* vorgestellt. Neben der mechanischen, stochastischen und logischen Modellierung der Systeme wird das Untersuchungsprogramm erklärt.

In *Kapitel 7 und 8* werden die Ergebnisse der probabilistischen Berechnungen besprochen. *Kapitel 7* steht für schlanke Platten ohne Querkraftbewehrung, *Kapitel 8* für Balken mit Querkraftbewehrung. Neben Zuverlässigkeit und Sensitivitäten werden maßgebende Versagenselemente des Systems und maßgebende Querschnittswerte identifiziert.

In *Kapitel 9* werden auf Grundlage der festgestellten Zuverlässigkeitsreserven und -defizite modifizierte Sicherheitselemente entwickelt. Grundlage ist ein Optimierungsverfahren, bei dem die Sicherheitselemente an probabilistisch bestimmten Zielquerschnitten ausgerichtet werden. Die festgestellte Zuverlässigkeitsdifferenz und die Identifikation des maßgebenden Querschnitts sind Grundlage der Optimierung. Mit den am System hergeleiteten Teilsicherheitsbeiwerten wird das Prinzip der Nutzlaststeigerung in Verbindung mit deterministisch bestimmten Reserven aus unterschiedlichen Bemessungsverfahren in kurzen Beispielen demonstriert.

*Kapitel 10* fasst die Ergebnisse zusammen und behandelt ausblickend mögliche weitere Entwicklungen.

## Kapitel 2: Zur Sicherheit bestehender Bauwerke

### 2.1) Ingenieurmäßiger Sicherheitsbegriff

#### 2.1.1) Begriffe

**Sicherheit** als zu erreichende Qualität ist nicht messbar und kennzeichnet im umgangssprachlichen Gebrauch einen Zustand mit subjektiver Wertung. Im Ingenieurwesen ist eine Objektivierung erforderlich, die auf Grundlage einer technischen Kategorisierung erfolgt. Der Begriff *Sicherheit* wird in der Technik vom umgangssprachlichen Gebrauch unterschieden, indem eine messbare Größe eingeführt wird, welche den Zustand eines Systems negativ vom Gefahrenbereich abgrenzt.

In Bezug auf Bauwerke umschreibt der Begriff Sicherheit qualitativ einen Zustand, bei dem eine möglichst geringe Gefahr für Mensch und Güter besteht. Die absolute Formulierung der Gefahrenfreiheit ist nicht möglich. Eine messbare Abgrenzung vom Gefahrenzustand gelingt bei Definition konkreter Randbedingungen für eine bestimmte Zeitspanne. Im Ingenieurwesen erfolgt die Kennzeichnung sicherer Zustände über Wahrscheinlichkeitsaussagen mit dem Ziel, Schadensfolgen auf ein möglichst kleines, akzeptiertes Maß zu reduzieren [Klingmüller/Bourgund 1992].

Als messbare Vergleichsgröße dient im konstruktiven Ingenieurbau der Begriff **Zuverlässigkeit**. Gemäß Eurocode 0 [DIN EN 1990 (2010)] wird mit Zuverlässigkeit die Fähigkeit eines Tragwerks oder Bauteils bezeichnet, festgelegte Anforderungen über eine geplante Nutzungszeit zu erfüllen. Die Anforderungen werden mit Grenzzuständen beschrieben, deren Überschreiten das Versagen der Konstruktion kennzeichnet. [DIN EN 1990 (2010)] definiert Grenzzustände der Tragfähigkeit und Gebrauchstauglichkeit, die während der geplanten Lebensdauer nicht überschritten werden dürfen.

Die Zuverlässigkeit einer Konstruktion wird mit Wahrscheinlichkeitsgrößen ausgedrückt, denen stets ein Bezugszeitraum zu Grunde liegt. Zielwerte der zu erreichenden Zuverlässigkeit können aus Abwägung wirtschaftlicher Aufwendungen und möglicher Schadensfolgen differenziert werden. Derzeitige Zuverlässigkeitsziele der Normen entsprechen der Zuverlässigkeit, die mit Konstruktionen älterer Normen erreicht wurden (Abschnitt 2.3.1).

Die Zuverlässigkeit eines Tragwerks lässt sich mit [DIN EN 1990 (2010)] quantitativ über den Zuverlässigkeitsindex  $\beta$  ausdrücken. Der Zuverlässigkeitsindex ist ein äquivalenter Ausdruck für eine bestimmte Versagenswahrscheinlichkeit. Der Zusammenhang zwischen Zuverlässigkeitsindex  $\beta$  und Versagenswahrscheinlichkeit  $p_f$  ergibt sich auf Basis der Standardnormalverteilung

$$p_f = \Phi(-\beta) \quad (2.1)$$

mit  $\Phi(\dots)$  = Funktionswert der Standardnormalverteilung. Umgekehrt ergibt sich mit der Inversen der Standardnormalverteilung  $\Phi^{-1}$  der Zuverlässigkeitsindex  $\beta$  aus der Versagenswahrscheinlichkeit  $p_f$  mit

$$\beta = -\Phi^{-1}(p_f) \quad (2.2).$$

Die Wahrscheinlichkeitsaussage gilt nur für den Bezugszeitraum. Wenn die Wahrscheinlichkeit  $p_f$  in Tabelle 2.1 der für den Zeitraum von einem Jahr gültige Wert  $p_{f,1\text{Jahr}}$  ist, so bezieht sich der hieraus mit Gleichung (2.2) ermittelte Zuverlässigkeitsindex ebenfalls auf ein Jahr ( $\beta_{1\text{Jahr}}$ ). Die Umrechnung des Jahreswertes auf einen anderen Bezugszeitraum erfolgt über [Steenbergen/Vrouwenvelder 2010]

$$\beta(t) = -\Phi^{-1}(t \cdot p_{f,1\text{Jahr}}) \quad (2.3)$$

mit  $t$  = Bezugszeitraum in Jahren. Alternativ zu Gleichung (2.3) kann mit [DIN EN 1990 (2010)] ausgedrückt werden

$$\Phi(\beta_n) = [\Phi(\beta_1)]^n \quad (2.4)$$

mit  $\beta_n$  = Zuverlässigkeitsindex für Bezugszeitraum  $n$  Jahre  
 $\beta_1$  = Zuverlässigkeitsindex für Bezugszeitraum 1 Jahr.

Diese Umrechnung gilt, wenn die Nutzlast maßgeblichen Einfluss auf die Sicherheit hat (jährliche Maximalwerte der Last statistisch unabhängig, vgl. Kapitel 6).

**Tabelle 2.1: Zusammengang zwischen Versagenswahrscheinlichkeit und Zuverlässigkeitsindex**

$p_{f,1\text{Jahr}}$	1,00E-02	1,00E-03	1,00E-04	1,00E-05	1,00E-06	1,00E-07	1,00E-08	1,00E-09	1,00E-10	Gleichung
$\beta_{1\text{Jahr}}$	2,326	3,090	3,719	4,265	4,753	5,199	5,612	5,998	6,361	(2.2)
$\beta_{50\text{Jahre}}$	0,000	1,645	2,576	3,291	3,891	4,417	4,892	5,327	5,731	(2.3)/(2.4)

Die Definition der Zuverlässigkeit in [DIN EN 1990 (2010)] als Fähigkeit zum Erfüllen konkreter Anforderungen stellt zunächst nur eine qualitative Beschreibung dar. Zur quantitativen Wertung bedarf es einer mathematischen Formulierung der Versagenswahrscheinlichkeit (s. Abschnitt 4.3).

Im Hinblick auf Sicherheit bzw. Zuverlässigkeit sind die Definitionen für verschiedene technische Disziplinen nicht einheitlich. Hier wird vor allem mit den auf das Bauwesen bezogenen Begriffsbestimmungen gearbeitet, wie sie in grundlegenden Dokumenten wie [DIN EN 1990 (2010)], [NABau 1981], [Spaethe 1988], ISO 2394 u. a. vereinbart sind. Die Zuverlässigkeitstheorie wird auch in anderen natur- und ingenieurwissenschaftlichen Disziplinen zur Beurteilung von Sicherheitsfragen angewandt, dann jedoch häufig mit abweichenden Definitionen (z. B. [Rakowsky 2002], [Meyna/Pauli 2003]). Typisch für das Bauwesen sind kleine Stückzahlen von Konstruktionen gleicher Ausführung, begrenzter Stichprobenumfang bei Kontrollmaßnahmen, lange Bezugszeiträume und vor allem sehr kleine Versagenswahrscheinlichkeiten. Damit sind im Bauwesen nicht alle Zuverlässigkeitsverfahren sinnvoll, die in anderen Disziplinen angewandt werden (Bsp. bestimmte Simulationstechniken, s. Abschnitt 4.3.6). Zur Begriffsbestimmung im Bauwesen siehe auch [DIN ISO 8930 (1991)].

### 2.1.2) Operative Versagenswahrscheinlichkeit

Mit **Versagen** wird im Bauwesen allgemein das Überschreiten eines definierten Grenzzustandes beschrieben. In anderen Ingenieurdisziplinen wird in diesem Zusammenhang auch von Ausfall bzw. Ausfallwahrscheinlichkeiten gesprochen. Dieser Begriff ist im Bauwesen jedoch nicht gebräuchlich, da mit dem Überschreiten eines Grenzzustandes nicht zwangsläufig der Ausfall der Konstruktion verbunden ist (Bsp. Überschreiten einer zulässigen Verformung) [Kersken-Bradley et al. 1985]. Die Wahrscheinlichkeit für das Überschreiten des Grenzzustandes wird mit der Versagenswahrscheinlichkeit  $p_f$  beschrieben. Gelegentlich wird von der Versagenswahrscheinlichkeit  $p_f$  die Überlebenswahrscheinlichkeit  $p_s$  unterschieden. (z. B. [König et al. 1982], [Spaethe 1992]). Hiermit würde das Einhalten des definierten Grenzzustandes gekennzeichnet.

Die Versagenswahrscheinlichkeit  $p_f$  wird auch als **operative Versagenswahrscheinlichkeit** bezeichnet, die nicht alle denkbaren Versagensfälle und -ursachen umfasst. Über den operativen Wert können die Zuverlässigkeitsniveaus verschiedener Konstruktionen verglichen und Nachweisverfahren der Normen kalibriert werden ([DIN EN 1990 (2010)]).

Die operative Versagenswahrscheinlichkeit bezieht sich auf die Versagensfälle, die sich aus Unsicherheiten bezüglich der tatsächlichen Ausprägung der Einwirkungs- und Widerstandsparameter sowie aus Modellungenauigkeiten ergeben. Sie umfasst also nur die in Kapitel 3 behandelten streuenden Parameter der Grenzzustandsgleichungen. Aus der Menge der möglichen Versagensursachen wird nur eine Teilmenge herausgegriffen. Grobe Fehler bei Planung, Bemessung, Konstruktion, Ausführung und Nutzung werden nicht berücksichtigt. Insofern kann  $p_f$  nicht als absolute Versagenswahrscheinlichkeit verstanden werden.

Die Sicherheitskonzepte der Bemessung berücksichtigen lediglich die zufälligen Streuungen maßgebender Parameter und zufällige systematische Fehler [NABau 1981], [Kersken-Bradley et al. 1985], [Thoft-Christensen/Murotsu 1986], [Klingmüller/Bourgund 1992]. Grobe Fehler wirken sich anders aus als zufällige Streuungen der Grenzzustandsparameter. Für eine rechnerische Erfassung grober Fehler fehlen bislang noch Grundlagen [Madsen et al. 2006], insofern bleibt deren Berücksichtigung in Sicherheitskonzepten eine Frage der Fehlervermeidung. Groben Fehlern kann mit Qualitätsmanagement und entsprechenden Kontrollmaßnahmen begegnet werden.

[NABau 1981] zählt in diesem Sinne neben den rechnerischen Nachweisen auch Qualitätskontrollen zu sicherheitsrelevanten Maßnahmen. Die Qualitätskontrollen werden verschiedenen Lebensphasen eines Objekts zugewiesen, differenziert werden

- Kontrolle der Planungsvorgaben (Berechnungen, Ausführbarkeit etc.)
- Kontrolle der Bauausführung (Material, Verarbeitung, Einhalten der Vorgaben etc.)
- Kontrolle nach Bauende (Prüfung während der Nutzung, Erhaltungsmaßnahmen)

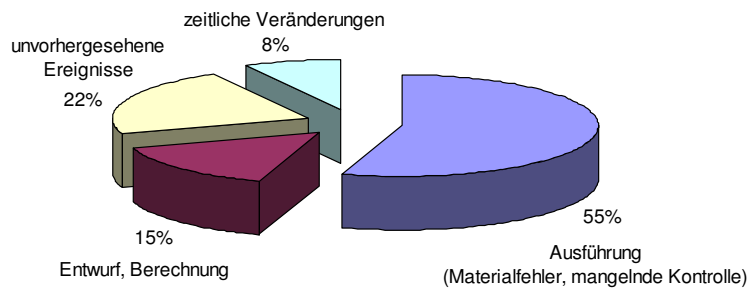
Diese Grundsätze sind heute auch Bestandteil der Tragwerksplanung nach Eurocode [DIN EN 1990 (2010)]. Damit ist das gesamte Sicherheitskonzept von ausreichenden Qualitätskontrollen zur Vermeidung grober Fehler abhängig, die Teilsicherheitsbeiwerte der Norm erfüllen also nur in Verbindung mit qualitätssichernden Maßnahmen ihren Zweck.

Die *tatsächliche Versagenswahrscheinlichkeit* ist deutlich größer als der zuverlässigkeitstheoretisch bestimmbare operative Wert. Ein Anstieg der operativen Versagenswahrscheinlichkeit bedingt nicht zwangsläufig einen Anstieg der tatsächlichen Versagenswahrscheinlichkeit. [Augusti et al. 1984] schätzen mit einer groben Faustregel das Verhältnis zwischen tatsächlicher und operativer Versagenswahrscheinlichkeit zu

$$p_{f,\text{tatsächlich}} \approx 10 p_{f,\text{theoretisch}} \quad (2.5).$$

Diese Abschätzung wird in [Madsen et al. 2006] bestätigt. Die in den Berechnungen vernachlässigten Fehler haben insgesamt einen deutlich größeren Einfluss auf das Bauwerksversagen als die streuenden Basisvariablen. Daher ergibt sich auch der große Unterschied zwischen tatsächlichem und theoretischem Wert. Den größten Einfluss auf die tatsächliche Zuverlässigkeit hat mögliches menschliches Versagen [Spaethe 1974], [Augusti et al. 1984], [Blaut 1982], [Mathieu 1991], [Spaethe 1992] [Madsen et al. 2006], [Melchers 2007].

[Pech et al. 2008] ordnen den verschiedenen Bauphasen Fehlerhäufigkeiten zu (Bild 2.1) und benennen versagende Kontrollmaßnahmen als wesentliche Einflussgröße. Eine Zusammenstellung grober Fehler in [Thoft-Christensen/Baker 1982] unterstreicht die Bedeutung menschlicher Fehlhandlungen. Demnach sind die häufigsten Fehlerursachen in fehlender Erfahrung, mangelhafter Ausbildung, Inkompetenz und Nachlässigkeit zu suchen. Insbesondere mangelnde Erfahrung der Bauausführenden macht den größten Anteil der Ursachen diverser Versagensfälle aus.



**Abb. 2.1: Fehler in Bezug auf Phasen der Lebensdauer (nach [Pech et al. 2008])**

### 2.1.3) Entwicklung der Sicherheitstheorie im Bauwesen

Die Zuverlässigkeitstheorie beruht auf der Beschreibung des Versagens als Grenzzustand in Abhängigkeit von streuenden Parametern. Einwirkungen und Widerstände werden mit ihren statistischen Parametern berücksichtigt. Erste Ansätze für dieses Vorgehen wurden in Deutschland bereits durch [Mayer 1926] veröffentlicht. Die Gedanken wurden erst viele Jahre später wieder aufgegriffen und weiterentwickelt [Kersken-Bradley et al. 1985], [Schuëller 1996]. Entwicklungsschübe erfuhr die Methodik international in den 1960er und 1970er Jahren [Klingmüller/Bourgund 1992].

Probabilistische Berechnungen wurden ein wichtiges Instrument der Normenentwicklung. Erste Normen auf probabilistischer Basis wurden in den 1970er Jahren veröffentlicht. Wichtige internationale Entwicklungsarbeit wurde vom Joint Committee on Structural Safety (JCSS) koordiniert. Internationale Mustervorschriften entstanden unter der Federführung des JCSS. Grundlagendokumente für die deutsche Normenentwicklung auf probabilistischer Basis waren [NABau 1981] und [Spaethe 1988]. Ziel war die Entwicklung eines bauartübergreifenden Sicherheitskonzeptes, wie es heute in den Eurocodes umgesetzt ist. Das aktuelle Teilsicherheitskonzept beruht auf probabilistischen Ansätzen.

Einen kurzen Überblick über die Entwicklung der zugehörigen Verfahren geben [Madsen et al. 2006]. Als erste Entwicklungsphase wird der Zeitraum um 1920-1960 benannt, in dem in vielen Ländern parallel einzelne sicherheitsrelevante Fragen und Lösungsansätze formuliert wurden. Diese Anregungen wurden in der Ingenieurpraxis zunächst weitgehend ignoriert. In einer Übergangsphase bis etwa 1974 wurden die früheren Anregungen wieder aufgegriffen und vereinfachte Verfahren zur Bewertung der Sicherheit entwickelt (z. B. Theorien zur Entscheidungsfindung bei Unsicherheit, Zuverlässigkeit nach Momentenmethode FOSM (s. Abschnitt 4.3.2), erste Sicherheitsbeiwerte und Normen auf probabilistischer Basis). In der nachfolgenden Phase wurden die einfachen Verfahren verbessert und Lösungen für die zahlreichen mit Zuverlässigkeitsmethoden verbundenen Schwierigkeiten gesucht. Vermehrt ging die Methodik in die Normenentwicklung ein. Gleichzeitig setzte sich die Erkenntnis durch, dass nicht alle Versagensursachen über Zuverlässigkeitsmethoden bewertet werden können. Tabelle 2.2 zeigt eine Übersicht der in [Madsen et al. 2006] benannten Entwicklungsarbeiten bis zur Veröffentlichung der ersten probabilistisch begründeten Norm. Die knappe Zusammenstellung erhebt keinen Anspruch auf Vollständigkeit.

**Tabelle 2.2: Wichtige Entwicklungsschritte zur Zuverlässigkeitstheorie für Bauwerke bis zur ersten probabilistisch begründeten Norm (Fakten aus [Madsen et al. 2006])**

Zeit	Namen	Entwicklung
1924	<i>Forssell</i>	Optimierungsgedanke: durch Bemessung Minimierung der zu erwartenden Kosten (= Summe aus Baukosten und möglichen Versagenskosten)
1926	<i>Mayer</i>	Erkenntnis: zufälliger Charakter von $R$ und $E$ hat Einfluss auf die Sicherheit; Vorschlag: Bemessung unter Berücksichtigung der Streuung der Bemessungsparameter → [Mayer 1926]
1939	<i>Weibull</i>	statistische Theorien zur Festigkeit
1947	<i>Freudenthal</i>	Darstellung des Grundproblems Sicherheit eines Elements unter zufälliger veränderlicher Last (erstmalig Akzeptanz dieser Theorie unter den konstruktiven Ingenieuren)
1950	<i>Plum</i>	Bewertung von Stahlbetonplatten, Offenlegung der Differenz zwischen dem ökonomisch optimalen Sicherheitsniveau und den wesentlich kleineren Versagensraten in der Praxis
1953	<i>Johnson</i>	erste umfassende Theorie zur Tragwerkszuverlässigkeit (und zur ökonomischen Bemessung unter Berücksichtigung der statistischen Theorien zur Festigkeit)
1966 1971	<i>Pugsley</i> <i>Ferry-Borges</i> <i>Castanheta</i>	Grundlegende Veröffentlichungen zur Sicherheit von Bauwerken
1960 1967	<i>Basler,</i> <i>Cornell</i>	Vorschlag Zuverlässigkeitsindex ( $\beta_{HL}$ ) → Abschnitt 4.3.2
1964	<i>Lind et al.</i>	Formulierung des Problems der Normenentwicklung (Finden der besten Sicherheitsbeiwerte für Einwirkungen und Widerstände)
1970	<i>Turkstra</i>	Darstellung konstruktiver Bemessung als Entscheidungsproblem unter Unsicherheit und Risiko
1973	<i>Lind</i>	Herleitung von Sicherheitsbeiwerten aus dem Zuverlässigkeitsindex nach Cornell (allgemeine Akzeptanz und modifizierte Anwendung des Ansatzes in verschiedenen Normeneinführungen ab Mitte der 1970er Jahre)
bis 1974	<i>Rosenblueth,</i> <i>Esteva</i> <i>Ditlevsen,</i> <i>Hasofer,</i> <i>Lind u. a.</i>	Entwicklung mehrerer verbesserter Zuverlässigkeitsindizes (z. B. $\beta_{HL}$ , $\beta_D$ ) → Abschnitt 4.3.2
1974		erste Norm auf Grundlage der Zuverlässigkeitstheorie (Kanada)

In Deutschland war bis 1986 vor allem die TU München mit dem Sonderforschungsbereich 96 „Zuverlässigkeit der Bauwerke“ federführend an der Fortentwicklung der Theorie beteiligt. [Klingmüller/Bourgund 1992] sehen die Auflösung dieses Forschungsbereichs als vorläufigen Schlusspunkt einer bis dahin sehr regen Entwicklung ab den 1960er und 1970er Jahren. Einer direkten praktischen Anwendung der Verfahren stehen viele Schwierigkeiten im Weg; neben der Komplexität der Verfahren ist vor allem die Beschaffung der notwendigen statistischen Daten schwierig. Insofern erfuhr auch die Weiterentwicklung der Theorien zunächst eine gewisse Dämpfung. Die internationale Entwicklung der Theorie führt zudem zu gewissen Sprachbarrieren, deutschsprachige Fachliteratur ist bspw. auf wenige Titel beschränkt.

Die Theorie ist weiter Grundlage der Normenentwicklung. Das JCSS stellt inzwischen einen probabilistischen Model Code für die Entwicklungsarbeit zur Verfügung [JCSS 2001-01, 02, 03]. Ferner werden Chancen im Risikomanagement [JCSS 2008] und für den Umgang mit bestehenden Bauwerken [JCSS 2001-04] gesehen. Forschungsarbeiten jüngerer Zeit, in denen die Zuverlässigkeitstheorie zur Bewertung der Tragfähigkeit bestehender Stahlbetonbauwerke angewandt wird, sind z. B. [Bierbrauer 2008] zur Biegetragfähigkeit bei Stahlbetonbrücken, [Braml 2010] zur Zuverlässigkeit im Zusammenhang mit der Brückenprüfung oder [Fischer, A. 2011] zur Herleitung modifizierter Teilsicherheitsbeiwerte. Die Eurocodes stützen sich auf die Zuverlässigkeitstheorie und ermöglichen mit [DIN EN 1990 (2010)] die Integration der Methodik in die Nachweisführung. Die praktische Anwendung der Zuverlässigkeitsverfahren ist nach wie vor auf Spezialaufgaben beschränkt und bedarf nach [DIN EN 1990 (2010)] einer Abstimmung mit der Bauaufsichtsbehörde.



## 2.2) Bestehende Bauwerke

### 2.2.1) Informationen zum Bauen im Bestand (Literaturüberblick)

Eine ausführliche Behandlung der Tragwerksplanung im Bestand mit dem Schwerpunkt Stahlbeton erfolgte bereits in [Voigt 2009-1]. In dieser Arbeit wird verschiedentlich darauf zurückgegriffen. Darüber hinausgehend soll an dieser Stelle eine Übersicht zu Literatur mit wesentlichen Informationen zur Tragwerksplanung im Bestand gegeben werden, die im Einzelfall als Wegweiser dienen kann.

#### 2.2.1.1) Zum Umgang mit bestehenden Stahlbetontragwerken

Neben zahlreichen Fachartikeln zu einzelnen Fragestellungen des Bauens im Bestand behandeln einige Veröffentlichungen umfänglich verschiedene Aspekte bestehender Stahlbetontragwerke. [Seim 2007] gibt einen Überblick über den Umgang mit bestehenden Stahlbetonbauwerken und bietet damit einen Einstieg in die Problematik (Rechtsfragen, Konstruktion, Bemessung, Nachweis, Bauwerksprüfung, Probelastung etc.). [Dartsch 1990] enthält bereits allgemeine Hinweise zum Umgang mit bestehenden Objekten und behandelt auch Bemessungsfragen, jedoch mit Bezug auf den Nachweis nach [DIN 1045 (1988)]. Aktueller geben [DBV 2008-01], [Fingerloos/Schnell 2008] und [Fingerloos/Schnell 2009] einen Überblick zu Kernfragen beim Bauen im Bestand (Rechtsfragen, typische Probleme, Baumaterialien etc.). Ergänzend informieren [DBV 2007] zu Überwachung und Dokumentation des Bauwerkszustands und [DBV 2008-03] zu Fragen des Brandschutzes.

[Somerville 2008] behandelt vielseitig den Umgang mit bestehenden und geschädigten Stahlbetontragwerken und geht dabei auch auf differenzierte Zielzuverlässigkeiten für bestehende Bauwerke ein. [Wapenhans 2005] enthält einige Beispiele zur Tragwerksplanung im Bestand, allerdings wird das Problemfeld darin nicht allgemeingültig behandelt. Einen ersten Einblick in frühere Vorgaben zu Konstruktion und Berechnung geben die Historischen Bautabellen [Bargmann 2013]. Sie enthalten über die Stahlbetonbauweise hinausgehend Informationen zu Baustoffen, Bauweisen, Konstruktionen und Nachweisen. Einige konstruktive Fragen behandeln z. B. [Stauder et al. 2012] zur konstruktiven Entwicklung, [Lindorf 2010] zu den Normwerten der Verbundspannung und [Goris/Voigt 2012] zum Nachweis mit früheren Betonstählen.

Aktuelle Informationen zu **Sanierung und Instandsetzung** von Stahlbeton geben [Schröder 2009], [Stahr 2011], [Weber 2009], [Peck et al. 2008] und [Raupach/Orlowsky 2008]. Grundlage bildet die Instandsetzungsrichtlinie [DAfStb-Ri. 2001]. Ergänzend informieren [Reul 2007] und [Jungwirth et al. 1986]. Neben den Instandsetzungsprinzipien werden ausführlich auch Untersuchungsmethoden und Schutzmaßnahmen behandelt. Produkte und Systeme für Schutz und Instandsetzung regelt [DIN EN 1504].

Verschiedene Aspekte der Erhaltung von Massivbauten werden in [Dehn et al. 2007] behandelt. Dort werden u. a. Rechtsfragen, Sanierungsmaßnahmen und **experimentelle Tragfähigkeitsbewertung** besprochen. Ausführlich zur experimentellen Beurteilung der Tragfähigkeit informieren [Quade/Tschötschel 1993] und [Steffens 2002]. Grundlage der experimentellen Bewertung bildet die DAfStb-Richtlinie Belastungsversuche an Betonbauwerken [DAfStb-Ri. 2000].

Grundsätze der regelmäßigen **Überprüfung von Hochbauwerken** enthält [ARGEBAU 2006] „Hinweise für die Überprüfung der Standsicherheit von baulichen Anlagen durch den Eigentümer / Verfügungsberechtigten“ der Bauministerkonferenz der Länder. Die VDI-Richtlinie [VDI 6200 (2010)] enthält wesentliche Vorgaben zur regelmäßigen Überprüfung der Standsicherheit bestehender Bauwerke und den zugehörigen Dokumentationspflichten. Dabei werden Prinzipien von [DIN 1076 (1999)] (regelmäßige Überprüfung von Ingenieurbauwerken) auf Hochbauwerke übertragen, wobei durch Gefahrenklassierung eine Anpassung an die Vielfalt möglicher Anforderungen und Bauformen des Hochbaus erfolgt. Zu den Dokumentationspflichten enthält [DBV 2007] ergänzend Hinweise zum Führen des Bauwerksbuchs. Weitere Ratschläge zur regelmäßigen Überprüfung des Bauwerkszustandes enthalten Merkblätter der Wissenschaftlich-Technischen Arbeitsgemeinschaft für Bauwerkserhaltung und Denkmalpflege [WTA 5-6-90 (1990)], [WTA 5-7-99/D (1999)] und [WTA 5-1-99/D (2003)]. Die Inspektion von Brücken- und Ingenieurbauwerken wird ausführlich in [fib 22 (2003)] und [Bergmeister/Santa 2004] behandelt. Einen Überblick zur regelmäßigen Überwachung im Hochbau geben [Goris/Voigt 2009].

### 2.2.1.2) Zur Entwicklung der Bauweise, Normen und Baustoffe

#### Bauzeiten und Normen

Wichtige Hinweise zu einem bestehenden Objekt kann bereits das Baujahr geben. In Kenntnis der Normenentwicklung im Stahlbetonbau (Bild 2.2) können zunächst ein bestimmter Baustandard und bauzeittypische Konstruktionsformen vermutet werden, die selbstverständlich in der Bauaufnahme zu verifizieren sind. Beispielsweise können aus bauzeittypischen Bemessungsregeln und Sicherheitskonzepten im Verhältnis zur heutigen Nachweispraxis erste Ansätze zu möglichen Reserven und Defiziten gefunden werden.

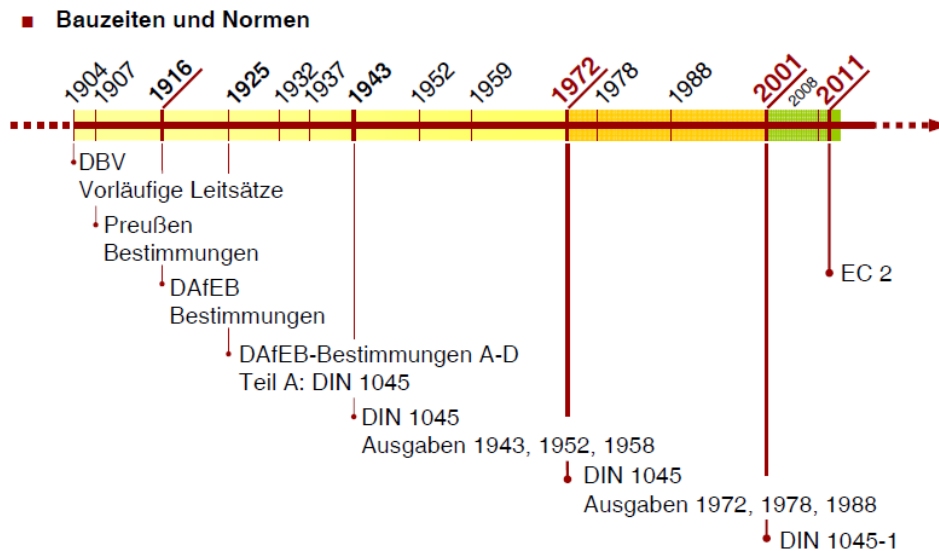


Abb. 2.2: Entwicklung der deutschen Normen im Stahlbetonbau

Eine Sammlung früherer deutscher Stahlbetonnormen enthält [Fingerloos 2009]. Darüber hinaus sind in älteren Ausgaben des Betonkalenders weitere alte Normen zugänglich; insbesondere sind dort auch Lastannahmen der Bauzeiten zu finden. Ergänzend zu den früheren Normenausgaben geben ältere Hefte des DAfStb Erläuterungen zu früheren Normenausgaben. Im Einzelnen sind dies [DAfStb-H. 220 (1972), (1979)] zu den Normenausgaben [DIN 1045 (1972)] und [DIN 1045 (1978)], [DAfStb-H. 300 (1979)] zur Normenausgabe [DIN 1045 (1978)] sowie [DAfStb-H.400 (1989)] zur Normenausgabe [DIN 1045 (1988)]. [DAfStb-H.400 (1989)] informiert insbesondere zu den zu dieser Zeit umfänglich geänderten Konstruktionsregeln, zur Streichung glatter Betonstähle aus der Norm und zum Umgang mit glatten Stählen beim nachträglichen Nachweis (Basis DIN 1045).

#### Rückblickende Informationen zur Stahlbetonbauweise

Besonders schwierig ist aus heutiger Sicht die Einschätzung der Betonbauwerke, die vor Einführung der ersten Normen errichtet wurden. Es gab verschiedenste patentierte Bauweisen, die zum Teil sehr stark vom heutigen Verständnis abweichen. Bauzeittypische Erwartungen können für die Zeit vor 1904 nicht formuliert werden. Eine umfängliche Zusammenfassung der vielfältigen Bauweisen der „Patentzeit“ gibt ein frühes Lehrbuch zum Stahlbetonbau [Christophe 1905].

Rückblickend informieren auch [Pauser 1994] und [Haegermann et al. 1964] über die Patente. [Pauser 1994] bietet dabei einen groben Überblick über die frühe Stahlbetonbauweise in der Zeit zwischen 1850 und 1950. Einen umfassenden Rückblick über die Entwicklungszeit bieten [Haegermann et al. 1964]. Insbesondere wird dort auch die Entwicklung der Baustoffe Zement, Beton und Betonstahl behandelt. Rückblickend über den Zeitraum seit 1907 berichtet [DAfStb 2007] über die Entwicklung der Bauweise in Verbindung mit der Arbeit des Deutschen Ausschuss für Stahlbeton. Einen kompakten Rückblick zur Entwicklung des Stahlbetonbaus seit 1920 gibt [Kupfer 2000]. Speziell zur Entwicklung der Biegebemessung im Stahlbetonbau informiert [Donath 1986].

#### Zur Entwicklung der Baustoffe

Zu den Eigenschaften früherer Baustoffe geben [DBV 2008-02] und [Fingerloos 2008] einen umfangreichen Überblick. Neben den Baustoffeigenschaften werden auch Herstellungs- und Prüfvorschriften verschiedener Jahre angesprochen. Einen kompakten Rückblick zur Entwicklung der Betonstähle bietet [Rußwurm 2000]. Sehr umfassend und ausführlich werden frühere Betonstähle in [Bindseil/Schmitt 2002] behandelt. Die Zusammenstellung ist ein gutes Nachschlagewerk zu Eigenschaften und Kennzeichnung der Betonstähle seit Beginn der Stahlbetonbauweise.

### **Zur Zuordnung früherer Baustoffe zur heutigen Baustoffklassierung**

Unabhängig von erforderlichen Bauwerksuntersuchungen im Bestand können für Vorberechnungen oder erste Machbarkeitsstudien Zuordnungen historischer Baustoffkennwerte zu charakteristischen Festigkeiten entsprechend aktueller Nachweispraxis erforderlich sein. Eine erste Zuordnung kann mit den Vorschlägen im DBV-Merkblatt *Beton und Betonstahl* [DBV 2008-02] erfolgen. Einen demgegenüber konservativeren Vorschlag zur Zuordnung unterbreiten [Schnell/Loch 2009]. Weitere Hinweise gibt [Seim 2007]. Die aktuelle Nachrechnungsrichtlinie für Straßenbrücken [BMV 2011] enthält eigene Regelungen, die in Teilen von den Vorschlägen [DBV 2008-02] bzw. [Schnell/Loch 2009] abweichen. Für Eisenbahnbrücken wird die Einschätzung durch [DB-Ri. 805] geregelt.

#### **2.2.1.3) Ausgewählte Literatur zu Konstruktion und Bemessung vor 1972**

Zur Einschätzung früherer Bauweisen und Bemessungsverfahren können ähnlich wie die früheren Normenausgaben auch bauzeittypische Lehr- und Fachbücher hilfreich sein. Das gilt insbesondere für den Zeitraum vor 1972. Neben Erläuterungen zu alten Berechnungsverfahren sind häufig Bemessungstabellen, Konstruktionshinweise und in Einzelfällen auch Lastannahmen zu finden. Die nachfolgend genannten Titel stellen nur eine Auswahl mit entsprechenden bauzeittypischen Informationen dar und erheben keinen Anspruch auf Vollständigkeit. Sie sind heute über Bibliotheken allgemein verfügbar.

Die Entwicklung der Bauweise lässt sich an verschiedenen, teilweise mehrbändigen Fachbüchern nachvollziehen, die seit der Anfangszeit in mehreren Überarbeitungen erschienen sind und so mehrere Entwicklungszeiträume abdecken. Als ausgewählte Beispiele seien genannt die Werke von Emil Mörsch (*Der Eisenbetonbau*, Ausgaben 1906 bis 1947), Fritz v. Emperger (*Handbuch für Eisenbetonbau*, Ausgaben 1911 bis 1936), Rudolf Saliger (*Der Eisenbeton bzw. Der Stahlbetonbau*, Ausgaben 1906-1956), Benno Löser (*Bemessungsverfahren*, Ausgaben 1925 bis 1988) oder Carl Kersten (*Der Eisenbetonbau*, Ausgaben zur Berechnung 1906 bis 1947). Daneben sind die früheren Ausgaben der Betonkalender hilfreich (seit 1905).

Kompaktere Darstellungen im Zusammenhang mit den ersten normativen Bestimmungen sind z. B. [Haimovici 1918] und zugehörige Zahlentafeln (z. B. [Weese 1913]). [DBV 1926] ist ein Fachbuch, das zur Veröffentlichungszeit in Verbindung mit den Normenausgaben [DAfEb-A (1925)] und [DAfEb-B (1925)] eine Vereinheitlichung der Stahlbetonbauweise in Deutschland anstrebte. Zu dieser Zeit gab es bspw. deutschlandweit noch keine einheitlichen Lastannahmen. Das Buch enthält neben Lastannahmen und Bemessungsregeln auch Vorschriften und Richtlinien zur Lieferung von Baustoffen, Baustoffprüfung usw.. [Henkel 1939] ist ein Lehrbuch zur Konstruktion und Bemessung im Stahlbetonbau zu den Normenausgaben [DAfEb-A,B (1932)] und [DAfEb-A,B (1937)]. Informationen und zugehörige Bemessungstabellen zur Normenausgabe [DIN 1045 (1943)] geben z. B. [Saliger 1949], [Löser 1953] und [Mörsch 1950] mit [Mörsch 1950 – Tafelband].

### **2.2.2) Normen und Richtlinien zum Umgang mit bestehenden Bauwerken**

#### **2.2.2.1) Überblick**

Aktuelle Normen behandeln neu zu errichtende Bauwerke. Der Nachweis bestehender Bauwerke muss nach dem gültigen technischen Regelwerk erfolgen, wobei der Grundsatz des Bestandsschutzes eine gewisse Ausnahmereglung darstellt. Die Behandlung des Bestands nach aktuellen Normen wirft jedoch Fragen auf und ist an einigen Stellen auch nicht möglich. Theoretisch ließe sich ein bestehendes Stahlbetonbauwerk mit dem aktuellen Eurocode [DIN EN 1992-1-1 (2011)] nicht nachweisen, da die Bestandskonstruktion i.d.R. nicht mit den aktuellen Vorgaben konform geht, der Nachweis jedoch das Einhalten der konstruktiven Regeln nach [DIN EN 1992-1-1 (2011)] zur Bedingung hat. Typische Probleme ergeben sich z. B. aus abweichender Betonstahlprofilierung, anderen Bügelabständen und -formen, Nicht-Einhalten von Mindest- und Höchstbewehrungsgraden etc..

Ebenso sind die aktuellen Teilsicherheitsbeiwerte im Hinblick auf den Bestand zu hinterfragen und mögliche oder gar notwendige Modifikationen ins Auge zu fassen. Für diese und zahlreiche andere Fragen beim Umgang mit dem Bauwerksbestand sind Anpassungsregeln zu schaffen, die im Sinne der Werterhaltung eine Einschätzung der Bauwerkssicherheit mit dem aktuellen Regelwerk ermöglichen.

Die aktuellen Eurocodes beantworten Fragen zum Umgang mit dem Bauwerksbestand i. d. R. nicht. Lediglich der nationale Anhang [DIN EN 1995-1-1/NA (2010)] zur aktuellen Holzbaunorm Eurocode 5 enthält den Hinweis, dass die Regelungen der Norm sinngemäß auch für Bauten im Bestand anzuwenden seien - ein Hinweis, der so bspw. auf Stahlbetonbauwerke nicht übertragbar ist. Weitere vereinzelte Hinweise enthalten zum Beispiel [DIN EN 1998-3 (2010)] für die Ertüchtigung von Gebäuden in Erdbebengebieten und [DIN 4178 (2005)] zur Bewertung bereits bestehender Glockentürme. Damit werden jedoch nur ausgewählte Fragestellungen behandelt.

Als Hilfsmittel zur Beurteilung der Standsicherheit bestehender Bauwerke hat die Fachkommission Bautechnik der Bauministerkonferenz (ARGEBAU) 2008 einen knappen Leitfaden zusammengestellt, der typische Problemstellungen anspricht („Hinweise und Beispiele zum Vorgehen beim Nachweis der Standsicherheit beim Bauen im Bestand“ [ARGEBAU 2008]). Ferner wurden mit der VDI-Richtlinie [VDI 6200 (2010)] nach Schadensfolgen klassierte Überprüfungsregeln für Hochbauwerke eingeführt, die eine periodische Bewertung des Bauwerkszustands in Anlehnung an die regelmäßige Überprüfung von Ingenieurbauwerken [DIN 1076 (1999)] vorsieht. Hinweise für die Nachrechnung bestehender Straßenbrücken enthält eine Richtlinie des Bundesministerium für Verkehr, Bau und Straßenentwicklung („Nachrechnungsrichtlinie“, [BMV 2011]). Darin werden auch typische Probleme wie Zuordnung von Materialfestigkeiten oder die Einordnung der Verbundfestigkeit glatter Betonstähle angesprochen. Für Eisenbahnbrücken enthält die modular aufgebaute Richtlinie der Deutschen Bahn [DB-Ri. 805] entsprechende Regelungen. Darüber hinaus existieren Handlungsempfehlungen und Hinweise wie bspw. die Merkblätter des Deutschen Betonvereins [DBV 2008] (s. Abschnitt 2.2.1).

### 2.2.2.2) Internationale Entwicklungen

International ist die Normenarbeit bezüglich des Gebäudebestandes weiter fortgeschritten. In der Schweiz regelt die Normenreihe SIA 269 wesentliche Fragen bei der Beurteilung der Standsicherheit bestehender Bauwerke (Abschnitt 2.2.2.3). In mehreren Teilen wird von Grundlagen der Tragwerksplanung [SIA 269 (2011)] und Einwirkungen [SIA 269/1 (2011)] ausgehend der Bestand in bauartspezifischen Teilen 2-7 behandelt (Beton [SIA 269/2 (2011)], Stahl, Stahlverbund, Mauerwerk, Geotechnik). Die Normen sind jeweils im Zusammenhang mit den äquivalenten Neubaunormen des SIA zu betrachten und zielen dabei auf bestandsspezifische Regelungslücken.

Eine Recherche in der Normen-Datenbank [Perinorm 2013] führt ohne Anspruch auf Vollständigkeit zu einem Überblick weiterer internationaler Normen und Regelwerke, in denen der Gebäudebestand berücksichtigt wird. Normenentwicklungen gibt es bspw. in den Niederlanden (NEN 8700:2011 „Assessment of existing structures in case of reconstruction and disapproval – Basic Rules“ und NEN 8701:2011 „~ - actions“; beide im Zusammenhang mit den Eurocodes zu gebrauchen) und in der Slowakei (STN 73 1211:2011 „Assessment of concrete structures of existing panel buildings“, bestehende Plattenbauten). Ferner gibt es bspw. in Dänemark, Schweden, Tschechien, Großbritannien und den Niederlanden nationale Umsetzungen der ISO 13822:2010 („Bases for design of structures – assessment of existing structures“). In Österreich regelt seit Kurzem die Richtlinie [ONR 24009 (2013)] ergänzend zu den Eurocodes den Umgang mit dem Bestand.

Die niederländische Norm NEN 8700 beinhaltet eine deutliche Reduktion der Zielzuverlässigkeit gegenüber dem Neubaustandard und damit einhergehend eine Reduktion der Teilsicherheitsbeiwerte (Lastfaktoren) [Vrouwenvelder/Scholten 2010], [Steenbergen/Vrouwenvelder 2010]. [Diamantidis 1999] und [Vrouwenvelder 1993] berichten ferner von Normenentwicklungsarbeit für den Gebäudebestand in den USA und Kanada. Entwicklungsarbeit wurde ferner vom JCSS geleistet; mit [JCSS 2001-04] steht ein Dokument zur Verfügung, das als Grundlage für weitere Normungsarbeit dienen kann.

### 2.2.2.3) Schweizer Normenreihe SIA 269

Das Normenpaket SIA 269 regelt den Umgang mit bestehender Bausubstanz in Ergänzung zu den SIA Normen für den Neubau. Das Paket umfasst Grundlagen der Tragwerksplanung, Einwirkungen und bauartspezifische Regelungen für Beton-, Stahl-, Stahlverbund-, Mauerwerks- und Holzbauwerke sowie Geotechnik. Vorgaben für Erdbeben sind derzeit in Planung. Ergänzend zu SIA 269 existieren Merkblätter des SIA, die Teilfragen der Bauwerkserhaltung behandeln.

Der erste Teil [SIA 269 (2011)] regelt die Grundlagen der Erhaltung von Tragwerken. Dabei werden nach Gefahren und Komplexität der Aufgabe klassierte Erhaltungsziele definiert. Überprüfungs- und Erhaltungsmaßnahmen werden für alle Tragwerksarten vorgeschrieben. Die Überprüfung umfasst die Nachweise in den Grenzzuständen der Tragfähigkeit und Gebrauchstauglichkeit über die Restnutzungsdauer und den Vorschlag weiterer Erhaltungsmaßnahmen.

Die Nachweise erfolgen mit aktualisierten Informationen zum Bauwerkszustand. Das heißt auch, dass Schäden oder Abweichungen von den Neubaustandards in die Nachweisführung integriert werden. Es werden aktualisierte Rechenwerte gebildet (Index  $act$ ), die neue Erkenntnisse über Einwirkungen, Material- und Baugrundeigenschaften, Abmessungen usw. berücksichtigen. Die aktualisierten Werte können statistisch als Mittelwerte bestimmt und unter Berücksichtigung der Verteilungsfunktion, der Zielzuverlässigkeit und der Sensitivitäten in Bemessungswerte (Index  $d,act$ ) umgerechnet werden.

Die Nachweise dürfen deterministisch oder probabilistisch erfolgen, wobei der Grundsatz der Verhältnismäßigkeit gilt. Dabei wird auch die Effizienz von Überwachungs- und Erhaltungsstrategien bewertet. Bei erkennbarer Unverhältnismäßigkeit werden auch Situationen akzeptiert, die sonst als ungenügend einzuschätzen wären.

Der deterministische Nachweis erfolgt nach den bekannten Formaten des Neubaus, jedoch mit den aktualisierten Überprüfungswerten. Der probabilistische Nachweis kann mit den üblichen Methoden der Zuverlässigkeitstheorie erfolgen (Abschnitt 4.3). Der damit verbundene Aufwand ist für Bauwerke mit hohen Versagenskonsequenzen gerechtfertigt. Die Bewertung der Verhältnismäßigkeit erfolgt mit dem Effizienzfaktor  $EF_M$ , der das Verhältnis zwischen Risikoreduktion und Sicherungskosten ausdrückt. Eine Maßnahme gilt als verhältnismäßig, wenn der Effizienzfaktor  $EF_M \geq 1$  ist. Die Zuverlässigkeitsziele des Bestandes werden in [SIA 269 (2011)] in Abhängigkeit von den Schadenskonsequenzen und der Maßnahmeneffizienz  $EF_M$  klassiert. Gegenüber den Standards in [DIN EN 1990 (2010)] (Neubau) ergeben sich dabei abgesenkte Zuverlässigkeitsziele (Abschnitt 2.3.2).

Bei der Prüfung ist stufenweise vorzugehen, wobei vom generellen Überblick ausgehend zunehmend detailliert wird. So wird z. B. auf die Möglichkeit zur Ermittlung der Versagenswahrscheinlichkeit verwiesen, wenn der übliche Nachweis der Tragfähigkeit nicht erbracht werden kann. Ferner werden Kriterien für die empirische Analyse von Tragwerken benannt, die anderweitig nicht ausreichend beurteilt werden können. Die empirische Analyse wird durch zugehörige Sicherungsmaßnahmen ergänzt. Die Überprüfung der Standsicherheit beinhaltet auch Prognosen über die weitere Entwicklung des Tragwerkes und Maßnahmenempfehlungen für Sicherung und Verstärkung.

Der zweite Teil [SIA 269/1 (2011)] behandelt die Einwirkungen auf bestehende Bauwerke. Dabei gelten zunächst die Ausgangswerte wie bei der Berechnung neu zu errichtender Objekte. [SIA 269/1 (2011)] gibt darüber hinaus Hinweise für die Aktualisierung der Lastannahmen. So dürfen bspw. Eigen- und Auflasten aus tatsächlichen Bauteilabmessungen und vorhandenen Aufbauten bestimmt werden. Bei veränderlichen Lasten, Schnee und Wind sind Messungen möglich, Aktualisierungen sind unter Berücksichtigung der lokalen Verhältnisse und zusätzlicher Sicherungsmaßnahmen vorzunehmen. Nutzlasten können in Verbindung mit Nutzungsanweisungen aktualisiert werden. Lastaktualisierungen sind mittels Überwachungsplänen zu prüfen.

Die weiteren Teile behandeln die bauartspezifischen Regelungen. [SIA 269/2 (2011)] enthält Vorgaben für bestehende Betonbauwerke. Hierbei werden die Nachweise in den Grenzzuständen der Tragfähigkeit und Gebrauchstauglichkeit gemäß geltender Neubaunorm an die Spezifik des Bestandes angepasst. Es werden Hinweise für die Festlegung der aktualisierten Überprüfungswerte der Materialkenndaten von Beton, Betonstahl und Spannstahl gegeben. Ferner werden Ergänzungen bzw. Modifikationen der Neubaunachweise vermerkt. Die Norm enthält auch Hinweise zur Konstruktion. Bezüglich des Verbundes wird ein aktualisierter Verbundspannungswert ermittelt, der die tatsächliche bezogene Rippenfläche des eingebauten Betonstahls berücksichtigt. [SIA 269/1 (2011)] geht außerdem auf Untersuchungsverfahren, Schädigungen und Reparaturmaßnahmen ein. Alle Nachweise und Maßnahmen sind in das übrige Normenwerk des SIA eingebettet.

## 2.3) Zuverlässigkeitsziele

### 2.3.1) Zielwerte im Neubau [DIN EN 1990 (2010)]

Bemessung bzw. Nachweis einer Konstruktion orientieren sich an einem bestimmten Zielniveau der Zuverlässigkeit. Damit wird indirekt eine bestimmte Versagenswahrscheinlichkeit akzeptiert. Das Zielniveau wird mit [DIN EN 1990 (2010)] in Abhängigkeit von möglichen Schadensfolgen definiert. Je nach möglichen Auswirkungen eines Tragwerkversagens werden Klassen hoher, mittlerer und niedriger Schadenskonsequenzen unterschieden (Tabelle 2.3).

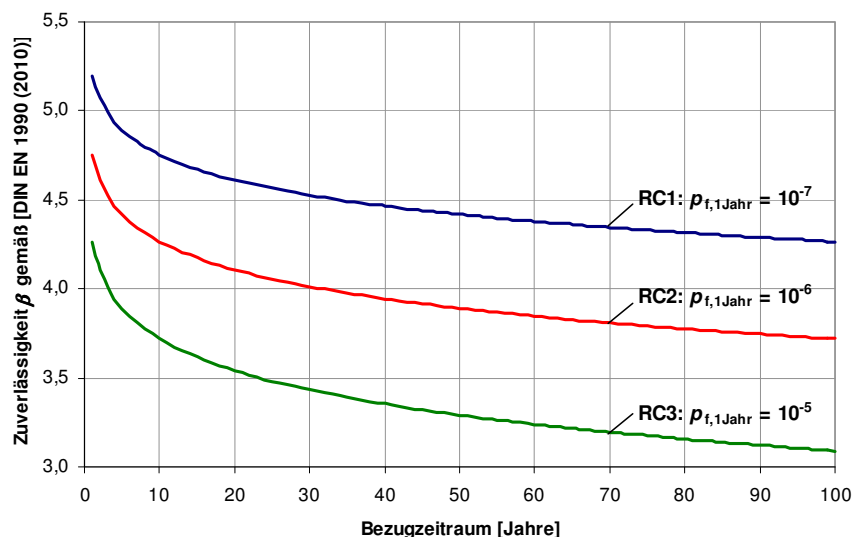
**Tabelle 2.3: Schadensfolgeklassen (aus [DIN EN 1990 (2010)])**

Schadensfolgeklassen	Merkmale	Beispiele im Hochbau oder bei sonstigen Ingenieurbauwerken
<b>CC 3</b>	Hohe Folgen für Menschenleben oder sehr große wirtschaftliche, soziale oder umweltbeeinträchtigende Folgen	Tribünen, öffentliche Gebäude mit hohen Versagensfolgen (Bsp. Konzerthalle)
<b>CC 2</b>	Mittlere Folgen für Menschenleben, beträchtliche wirtschaftliche, soziale oder umweltbeeinträchtigende Folgen	Wohn- und Bürogebäude, öffentliche Gebäude mit mittleren Versagensfolgen (Bsp. Bürogebäude)
<b>CC 1</b>	Niedrige Folgen für Menschenleben und kleine oder vernachlässigbare wirtschaftliche, soziale oder umweltbeeinträchtigende Folgen	Landwirtschaftliche Gebäude ohne regelmäßigen Personenverkehr (Bsp. Scheunen, Gewächshäuser)

In Verbindung mit den Schadensfolgeklassen CC werden Zuverlässigkeitsklassen RC benannt, für die differenzierte Zielwerte der Zuverlässigkeit festgelegt sind. Tabelle 2.4 enthält Zielwerte für den Grenzzustand der Tragfähigkeit gemäß [DIN EN 1990 (2010)]. Die Zielwerte in Tabelle 2.4 gelten allgemein für die Planung zu errichtender Tragwerke. Für den Nachweis bestehender Objekte werden reduzierte Zielwerte diskutiert (Abschnitt 2.3.2). Die Zielwerte in Tabelle 2.4 gelten für die Bezugszeiträume 1 Jahr bzw. 50 Jahre. Eine Umrechnung auf andere Bezugszeiten kann mit Gleichung (2.3) erfolgen.

**Tabelle 2.4: Zuverlässigkeitsklassen und Zuverlässigkeitsziele im GZT (aus [DIN EN 1990 (2010)])**

Zuverlässigkeitsklasse	Mindestwert für $\beta$	
	Bezugszeitraum 1 Jahr	Bezugszeitraum 50 Jahre
<b>RC 3</b>	5,2	4,3
<b>RC 2</b>	<b>4,7</b>	<b>3,8</b>
<b>RC 1</b>	4,2	3,3



**Abb. 2.3: Zielwerte der Zuverlässigkeit nach [DIN EN 1990 (2010)] in Abhängigkeit vom Bezugszeitraum (RC = Zuverlässigkeitsklasse (reliability class), üblicher Hochbau = RC 2)**

Gemäß Model Code 2010 [fib 65 (2012)] sind die Zielwerte der Zuverlässigkeit für das ganze System gültig. Sie sind für die dominanten Versagensmechanismen eines Systems einzuhalten. Für ein System mit mehreren gleichwertigen Versagensmechanismen sollte die Zuverlässigkeit der Komponenten gegenüber den Tabellenwerten höher eingestellt sein (siehe hierzu auch Abschnitt 5.4).

Die in der Norm definierten Zielwerte der Zuverlässigkeit  $\beta$  bzw. die zugrunde liegenden akzeptierten Versagenswahrscheinlichkeit können zum besseren Verständnis in Relation zu alltäglichen Risiken betrachtet werden. Tabelle 2.5 zeigt eine Zusammenstellung von Sterbewahrscheinlichkeiten nach [Proske 2004]. Erkennbar ist, dass die Wahrscheinlichkeit, das Leben infolge eines Bauwerksversagens zu verlieren, vergleichsweise gering ist. Die Wahrscheinlichkeit eines Tragwerksversagens wird durch die Norm für die Klasse CC2 auf höchstens  $10^{-6}$  festgelegt (Bezugszeitraum 1 Jahr, Tabelle 2.4).

**Tabelle 2.5: Ausgewählte Sterbewahrscheinlichkeiten (Zusammenstellung nach [Proske 2004])**

Todesursache / Situation	relative Sterbewahrscheinlichkeit pro Jahr	
Akzeptanzgrenze bei medizinischen Operationen	$1,0 \cdot 10^{-3} =$	1,0 : 1.000
Autofahrer	$2,0 \cdot 10^{-4} =$	2,0 : 10.000
Haushalt	$1,0 \cdot 10^{-4} =$	1,0 : 10.000
Baustellenarbeiter		
Bauingenieur	$1,9 \cdot 10^{-5} =$	1,9 : 100.000
Bahnfahrer	$1,5 \cdot 10^{-5} =$	1,5 : 100.000
Ursache Brand in Bauwerken	$8,0 \cdot 10^{-6} =$	8,0 : 1.000.000
Ursache Bauwerksversagen	$1,0 \cdot 10^{-7} =$	1,0 : 10.000.000

### 2.3.2) Zielzuverlässigkeit beim Bauen im Bestand

Bemessungsnormen sind Planungsinstrumente, mit deren Hilfe Zukünftiges vorausgedacht wird. Bei der Nachrechnung vorhandener Konstruktionen bestehen nicht mehr alle Unsicherheiten der Planungsphase. Auf dieser Grundlage kann neben der Modifikation von Teilsicherheitsbeiwerten (Abschnitt 2.6) eine Reduktion der Zuverlässigkeitsziele überlegt werden.

[Somerville 2008] fasst grundlegende Unterschiede zwischen Neubauplanung und Bewertung des Bestandes zusammen (Tabelle 2.6). Ein wesentlicher Unterschied sind wegfallende Annahmen zu einigen Parametern der Nachweisführung, die im Bestand direkt bestimmbar sind. Die kleineren Unsicherheiten können sich in verminderten Teilsicherheitsbeiwerten für den Bestandsnachweis niederschlagen. Das kann bereits ohne Änderung der Zielzuverlässigkeiten möglich sein. Erreichbare Modifikationen resultieren aus den Daten der Bestandsaufnahme. Weitere Änderungen ergeben sich in Bezug auf geänderte Mindestwerte der Zuverlässigkeit.

**Tabelle 2.6: Wesentliche Unterschiede zwischen Bemessung und Bestandsnachweis (nach [Somerville 2008])**

	Bemessung Neubau	Nachweis Bestand
<b>Materialeigenschaften</b>	Annahme	Messungen
<b>Ständige Lasten</b>	Berechnung	genau bestimmbar
<b>Veränderliche Lasten</b>	Annahme	Bewertung
<b>Nachweise</b>	nach gültiger Norm	genauere Alternativen möglich
<b>Lasteffekte</b>	Biegung, Querkraft, Druck, Risse dominierend	Verankerung, Verbund, Details können wichtiger werden
<b>Umgebung</b>	Angenommene Klassierung	Definition von Makro- und Mikroklima möglich
<b>Zuverlässigkeit</b>	genormte Teilsicherheitsbeiwerte	ggf. modifizierte Teilsicherheitsbeiwerte

Im Hinblick auf die Zuverlässigkeit ist die geänderte Informationsqualität beim Nachweis des Bestandes ganz entscheidend. Bei der Bauaufnahme können eventuelle Schäden und deren Ursache bestimmt werden; Baustoffkennwerte, Abmessungen und Einwirkungen lassen sich überprüfen. Die stochastischen Modelle können an den neuen Kenntnisstand angepasst werden. Die Modifikation von Teilsicherheitsbeiwerten für bestehende Bauwerke auf dieser Grundlage wurde bereits in [Spaethe 1988] vorgeschlagen. Allerdings sollten dabei die Zuverlässigkeitsziele des Neubaus beibehalten werden. Im Gegensatz dazu wird mehrfach die Reduktion der Zuverlässigkeitsziele im Bestand vorgeschlagen, z. B. [Ellingwood 2001], [Diamantidis 1999], [JCSS 2001-04], [fib 65 (2012)], Normen SIA 269 und NEN 8700:2011. [Sarveswaran/Roberts 1999] verweisen darauf, dass der praktische Ingenieur zur Definition eines Zielwertes auf normative Vorgaben angewiesen ist und eine eigenmächtige Festlegung aus typischen Versagenszahlen bzw. Todesraten nicht möglich ist.

Wichtigste Bedingung bei der Reduktion des Zuverlässigkeitsziels ist zunächst die Bewahrung menschlichen Lebens. Die Wahrscheinlichkeit, das Leben aufgrund eines Bauwerksversagens zu verlieren, sollte einen allgemein akzeptierten Wert nicht überschreiten (s. auch Abschnitt 4.3.9). Darüber hinaus können ökonomische Kriterien (Schadens- und Wiederherstellungskosten) in die Überlegungen einbezogen werden. Im Bestand kann sich ein ungerechtfertigt hoher Aufwand für die Herstellung des Standards gemäß [DIN EN 1990 (2010)] ergeben. Das Erreichen der Neubau-Zuverlässigkeit ist im Bestand wesentlich aufwendiger als während der Projektierung von Neubauten [fib 65 (2012)].

Die Reduktion der Zuverlässigkeitsziele für bestehende Bauwerke wird prinzipiell auch im Model Code 2010 [fib 65 (2012)] vorgeschlagen. Die Zielwerte werden in einem Intervall festgelegt (Tabelle 2.7), die genauen Werte sind nach Bewertung der Kosten für Schadensfolgen und Sicherheitsmaßnahmen individuell zu definieren. Für weitere Festlegungen verweist der Model Code auf die Angaben des JCSS. Der Model Code 2010 betont ferner die versteckten Reserven, die sich oft aus über den Zielwerten liegenden Zuverlässigkeiten ergeben.

**Tabelle 2.7: Empfohlene Zuverlässigkeitsziele im Bestand in Model Code 2010 [fib 65 (2012)]**

$\beta_{\text{Ziel, Bestand}}$	Zielwerte Zuverlässigkeit	Referenzperiode
<b>Gebrauchstauglichkeit</b>	1,5	verbleibende Lebensdauer
<b>Tragfähigkeit</b>	3,1 ... 3,8 *	50 Jahre
	3,4 ... 4,1 *	15 Jahre
	4,1 ... 4,7 *	1 Jahr

\*) in Abhängigkeit von den Kosten der Sicherungsmaßnahmen

Das JCSS hat neben dem probabilistischen Model-Code auch Empfehlungen für die probabilistische Bewertung bestehender Bauwerke herausgegeben [JCSS 2001-04]. Darin werden auf ein Jahr bezogene Zuverlässigkeitsziele in Abhängigkeit von Schadenskonsequenzen und Kostenaufwand für die Sicherung (Baukosten  $C$  und Versagenskosten  $H$ ) benannt (Tabelle 2.8). Im Vergleich zu [DIN EN 1990 (2010)] Klasse RC2 (Tabelle 2.4) ergibt sich für mittlere Schadenskonsequenzen und normale Sicherheitskosten eine Reduktion der Zielzuverlässigkeit um  $\Delta\beta = 0,5$ . Ein ähnlicher Ansatz wird in der Schweizer Norm [SIA 269 (2011)] verfolgt. Dort werden Zuverlässigkeitsziele in Abhängigkeit von Maßnahmeneffizienz und Versagenskonsequenzen definiert (Tabelle 2.9). Die Zielwerte sind mit den Ansätzen des JCSS vergleichbar.

**Tabelle 2.8: Reduzierte Zuverlässigkeitsziele im Bestand gemäß [JCSS 2001-04] (GZT, 1 Jahr)**

	Konsequenzen im Schadensfall		
	Geringe Schadenskonsequenzen	Mittlere Schadenskonsequenzen	Hohe Schadenskonsequenzen
	geringe bis unbedeutende Lebensgefahr / geringe ökonomische Folgen z. B. landwirtschaftliche Gebäude, Silos, Masten	mittlere Lebensgefahr / erhebliche ökonomische Folgen z. B. Büro- / Industrie- / Wohngebäude	hohe Lebensgefahr / bedeutende ökonomische Folgen, z. B. wichtige Brücken, Theater, Kranken-, Hochhäuser
<b>Relative Kosten für Sicherheitsmaßnahmen</b>	$\frac{C+H}{C} < (\approx 2)$	$2 \leq \frac{C+H}{C} \leq 5$	$5 \leq \frac{C+H}{C} \leq 10$
<b>(A) Hoch</b>	$\beta = 3,1$ ( $p_f \approx 10^{-3}$ )	$\beta = 3,3$ ( $p_f \approx 5 \cdot 10^{-5}$ )	$\beta = 3,7$ ( $p_f \approx 1 \cdot 10^{-4}$ )
<b>(B) Normal</b>	$\beta = 3,7$ ( $p_f \approx 10^{-4}$ )	$\beta = 4,2$ ( $p_f \approx 1 \cdot 10^{-5}$ )	$\beta = 4,4$ ( $p_f \approx 5 \cdot 10^{-6}$ )
<b>(C) Gering</b>	$\beta = 4,2$ ( $p_f \approx 10^{-5}$ )	$\beta = 4,4$ ( $p_f \approx 5 \cdot 10^{-5}$ )	$\beta = 4,7$ ( $p_f \approx 1 \cdot 10^{-6}$ )

**Tabelle 2.9: Reduzierte Zuverlässigkeitsziele im Bestand gemäß [SIA 269 (2011)] (GZT, 1 Jahr)**

	Versagenskonsequenz		
	gering	moderat	groß
	$\rho = \frac{\text{Versagenskosten}}{\text{Wiederherstellungskosten}}$		
<b>Maßnahmeneffizienz</b> $EF_M = \frac{\text{Risikoreduktion}}{\text{Sicherheitskosten}}$	$\rho < 2$	$2 < \rho < 5$	$5 < \rho < 10$
<b>klein: <math>EF_M &lt; 0,5</math></b>	3,1	3,3	3,7
<b>mittel: <math>0,5 \leq EF_M \leq 2,0</math></b>	3,7	4,2	4,4
<b>groß: <math>EF_M &gt; 2,0</math></b>	4,2	4,4	4,7



Weitere Ansätze diskutieren bspw. angepasste Zielzuverlässigkeiten für reduzierte Restnutzungsdauern (Bsp. 15 Jahre weitere Nutzung statt 50 Jahren weiterer Lebensdauer gemäß Neubau-Standard, s. z. B. [Steenbergen/Vrouwenvelder 2010], [Vrouwenvelder/Scholten 2010]). Das Konzept wurde in der niederländischen Bestandsnorm NEN 8700:2011 umgesetzt [Diamantidis 1999], [Vrouwenvelder/Scholten 2010].

Bei den Ansätzen der niederländischen Norm (Tabelle 2.10) wird nach [Vrouwenvelder/Scholten 2010] je Schadensklasse aus einem reduzierten Jahreswert ein reduzierter 15-Jahres-Wert bestimmt und mit einer Mindestzuverlässigkeit verglichen, der die Akzeptanzgrenze zur Sicherung menschlichen Lebens darstellt. Die Akzeptanzgrenze wird aus alltäglichen Risiken hergeleitet und liegt bei einer Versagenswahrscheinlichkeit von  $p_f = 3 \cdot 10^{-4}$ . Als Zielwert wird der größere Wert aus dem Kriterium menschliche Sicherheit und der Umrechnung für den neuen Bezugszeitraum gewählt. Ferner wird unterschieden, ob Windeinwirkungen für das Tragwerk dominant sind oder nicht. Die Zielwerte werden in Anlehnung an [DIN EN 1990 (2010)] nach Schadenskonsequenzen klassiert, wobei die Klasse 0 als Untergruppe der Klasse 1 ergänzt wurde. Dieser Klasse sind Objekte zugeordnet, bei denen keine Gefahr für menschliches Leben besteht. Als Mindestreferenzperiode wird für die Schadensfolgeklassen 1 bis 3 ein Zeitraum von 15 Jahren festgelegt. Die so entwickelten Zielwerte liegen deutlich unter den o. g. Werten nach [JCSS 2001-04] und [SIA 269 (2011)]. Gegenüber den 50-Jahres-Zielwerten in [DIN EN 1990 (2010)] ergibt sich eine Reduktion um  $\Delta\beta > 1,0$ .

**Tabelle 2.10: Reduzierte Zuverlässigkeitsziele für bestehende Gebäude in den Niederlanden (GZT, 15 Jahre) [Vrouwenvelder/Scholten 2010], [Steenbergen/Vrouwenvelder 2010]**

Schadens- folgeklasse	Mindest- Referenzperiode (Bestand)	Ziel- $\beta$ Neubau		Ziel- $\beta$ Bestand	
		Wind nicht dominant	Wind dominant	Wind nicht dominant	Wind dominant
0	1 Jahr	3,3	2,3	1,8	0,8
1	15 Jahre	3,3	2,3	1,8*	1,1*
2	15 Jahre	3,8	2,8	2,5*	2,5*
3	15 Jahre	4,3	3,3	3,3*	3,3*

\*) Mindestwert menschliche Sicherheit maßgebend

Ein weiterer Vorschlag [Bergmeister/Santa 2004] berücksichtigt neben Duktilität und Robustheit auch Maßnahmen der kontinuierlichen Überwachung. Tabelle 2.11 zeigt, wie ausgehend von den Normwerten für Neubauten (Tragsicherheit: 4,7, Gebrauchstauglichkeit 3,0 bezogen auf 1 Jahr, vgl. oben) unter Berücksichtigung von Überwachungsart, Duktilität, Systemverhalten die Zielzuverlässigkeit ermittelt werden kann. Als untere Grenzwerte ergeben sich dabei für die Tragsicherheit  $\beta_{\min} = 3,8$  und die Gebrauchstauglichkeit  $\beta_{\min} = 1,5$ .

**Tabelle 2.11: Reduzierte Zuverlässigkeitsziele nach [Bergmeister/Santa 2004] (GZT, GZG, 1 Jahr)**

<b>Tragfähigkeit:</b>	$\beta = 4,7 - (\Delta_M + \Delta_D + \Delta_S + \Delta_L) \geq 3,5$
<b>Gebrauchstauglichkeit:</b>	$\beta = 3,0 - (\Delta_M + \Delta_D + \Delta_S + \Delta_L) \geq 1,7$
<b>Abminderungswerte <math>\Delta</math> ergeben sich aus ....:</b>	
<b>... Überwachung (Monitoring)</b>	$\Delta_M$
kontinuierliche Kontrolle kritischer Elemente	0,50
jährliche Kontrolle kritischer Elemente (sichtbare Vorwarnung)	0,25
jährliche Kontrolle kritischer Elemente (keine sichtbare Vorwarnung)	0,10
Kontrolle alle zwei Jahre	0,00
<b>... Duktilität</b>	$\Delta_D$
hohe Duktilität	0,50
geringe Duktilität	0,00
<b>... Systemverhalten, Robustheit</b>	$\Delta_S$
hohe Robustheit, redundantes Systemverhalten-Elementversagen bewirkt Systemwechsel	0,50
mittlere Robustheit, mehrfaches Elementversagen vor Systemversagen	0,25
geringe Robustheit, einfaches Elementversagen führt zu Systemversagen	0,00
<b>... Einwirkungen</b>	$\Delta_L$
Normbelastung	0,00
Sondertransporte, seltenes Ereignis, maximal 20% über Normbelastung	0,10
seltene u. gleichzeitig wirkende Einwirkungen (Sondertransporte + z. B. Wind / Schnee)	0,20

## 2.4) Sicherheitskonzepte

Die derzeitige Nachweispraxis stützt sich auf das semi-probabilistische Sicherheitskonzept. Eine Erweiterung des Konzepts ist durch Methoden der Zuverlässigkeitstheorie möglich. Frühere Sicherheitsvorstellungen weichen hiervon deutlich ab. Für bestehende Konstruktionen kann ein einheitliches Zuverlässigkeitsniveau über alle Bemessungsfälle nicht erwartet werden. Eine Ursache sind die unterschiedlichen Sicherheitsvorstellungen bei der Bemessung mit anderen Normenkonzepten. Die Kenntnis verschiedener Sicherheitskonzepte erleichtert eine Einordnung. Insofern gibt dieser Abschnitt einen Überblick zu den Grundzügen verschiedener Sicherheitskonzepte und stellt dabei einen Bezug zur Bemessung im Stahlbetonbau her. Im Einzelnen sind dies

- Nachweise mit zulässigen Spannungen
- Nachweise mit globalem Sicherheitsbeiwert
- Nachweise mit Grenzzuständen und Teilsicherheitsbeiwerten
- Probabilistische Konzepte

Hintergründe der Teilsicherheitsbeiwerte der Norm werden in Abschnitt 2.5 behandelt.

### 2.4.1) Bemessung mit zulässigen Spannungen

#### 2.4.1.1) Konzept

Beim Nachweis zulässiger Spannungen wurden die mit den Methoden der Mechanik ermittelten Spannungen an einer Stelle des Tragwerks mit zulässigen Werten verglichen. Der Nachweis erfolgte in der Form

$$\sigma_{\text{vorh}} \leq \sigma_{\text{zul}} \quad \text{bzw.} \quad \frac{\sigma_{\text{vorh}}}{\sigma_{\text{zul}}} \leq 1 \quad (2.6).$$

Einwirkungen und Widerstände wurden dabei ausschließlich als determinierte Größen behandelt. Die einzuhaltenden Grenzen  $\sigma_{\text{zul}}$  waren nach je Baustoff, Beanspruchungsart und ggf. auch Bauteil in den Bauvorschriften festgelegt. Ein einheitliches Konzept lag den Festlegungen der zulässigen Spannungswerte gerade in der Anfangszeit der Normung nicht zu Grunde. Das Konzept der zulässigen Spannungen ist stark von Erfahrungswerten beeinflusst. In verschiedenen deutschen Ländern konnten sich die zulässigen Werte voneinander unterscheiden. Mit [Schröder/Drigert 1993] lassen sich Aspekte der uneinheitlichen Festlegungen zulässiger Spannungswerte zusammenfassen:

- keine einheitlichen Prüfvorschriften zu Baustoff-Festigkeiten
- keine einheitliche Definition des Grenzwerts „zulässige Spannung“
- unterschiedliche Bestimmungen in verschiedenen deutschen Ländern vor Einführung DIN
- Einfluss von Erfahrungswerten

Die zulässigen Werte wurden anhand von Baustoffprüfungen festgelegt. Gegenüber den Versuchswerten wurde ein Sicherheitsabstand zum zulässigen Spannungswert eingestellt, der alle Unsicherheiten erfassen sollte. Die zulässige Spannung ergab sich aus Versuchswerten zu

$$\sigma_{\text{zul}} = \frac{\sigma_{\text{Versuch}}}{\gamma_{\sigma}} \quad (2.7)$$

mit  $\sigma_{\text{Versuch}}$  = Festigkeit nach Baustoffprüfung

$\gamma_{\sigma}$  = Sicherheitsabstand zwischen Prüfwert und zulässiger Spannung.<sup>1</sup>

Der Sicherheitsabstand  $\gamma_{\sigma}$  ist kein Sicherheitsbeiwert nach heutigem Verständnis. Je nach Beanspruchung und Bauart waren sehr unterschiedliche Abstände festgelegt (s. Abschnitt 2.4.1.3). Die Reduktion der Versuchsfestigkeit mit Hilfe des Sicherheitsabstandes stellt kein konkretes Zuverlässigkeitsniveau im Sinne des heutigen Verständnisses her. Es erfolgt lediglich eine Abgrenzung gegenüber einem bestimmten unerwünschten Zustand (hier: Bruch bei Erreichen der Versuchsfestigkeit). Dies erlaubt keine Aussage darüber, welcher Abstand gegenüber einem Versagen des Bauteils tatsächlich besteht. Die Sicherheit wird auf die Festigkeit der Baustoffe abgestimmt und nicht auf die Tragfähigkeit der Bauteile. Ein Bruchzustand im Sinne der heutigen Bemessungspraxis wurde nicht definiert. Die Abgrenzung erfolgt gegenüber Versagen infolge einer bestimmten Beanspruchungsart (z. B. zentrischer Druck, Biegezug, Biegedruck, Schub).

---

<sup>1</sup> zum Konzept der zulässigen Spannungen s. auch [Quade/Tschötschel 1993], [Leonhardt/Mönning (I) 1984]

Die tatsächliche Zuverlässigkeit eines mit zulässigen Spannungen bemessenen Bauteils kann sich sehr unterschiedlich ergeben. [Spaethe 1992] verweist darauf, dass ein globaler Sicherheitsabstand die verschiedensten Unsicherheiten zusammenfasst. Da jedoch verschiedene Parameter unterschiedlichen Einfluss auf die tatsächliche Zuverlässigkeit haben (s. Sensitivitätsanalysen, Abschnitte 7.3 und 8.3), ergeben sich z. B. bei Nachweisen mit höheren Nutzlastanteilen geringere Zuverlässigkeiten, ohne dass der Spannungsnachweis dies abbilden würde.

Mit der Differenzierung der zulässigen Werte nach Art der Beanspruchung wurde versucht, eine bessere Anpassung der Sicherheitsabstände an konkrete Situationen zu schaffen. Die Tabellen A.1 bis A.3 in Anhang A können hiervon einen Eindruck vermitteln.

**2.4.1.2) Zulässige Spannungen im Stahlbetonbau 1904-1972**

In den Bestimmungen und Normen des Stahlbetonbaus wurden bis 1972 zulässige Spannungen für Beton und Stahl festgelegt - zumeist in Abhängigkeit von Beanspruchungsart bzw. Bauteil. Dabei wurde nach Bauteil, Baustoff und Beanspruchungsart unterschieden. Anhang A enthält eine Zusammenstellung der zulässigen Spannungen im Stahlbetonbau für den Zeitraum 1904 bis 1972 vor Einführung des globalen Sicherheitsbeiwerts (Tabellen A.1 bis A.3). Dargestellt sind die zulässigen Werte für Beton (Biegedruck, zentrischer Druck) und Stahl (Zug). Ferner waren zulässige Schubspannungen festgelegt (Tabelle A.4).

Die zulässigen Werte sind an das jeweilige Bemessungskonzept gebunden (vor 1972 z. B. Biegebemessung mit *n*-Verfahren, Querkraftnachweise mit zulässigen Schubspannungen und Fachwerkanalogie mit konstanter Druckstrebenneigung).

**2.4.1.3) Sicherheitsabstände beim Konzept der zulässigen Spannungen im Stahlbetonbau**

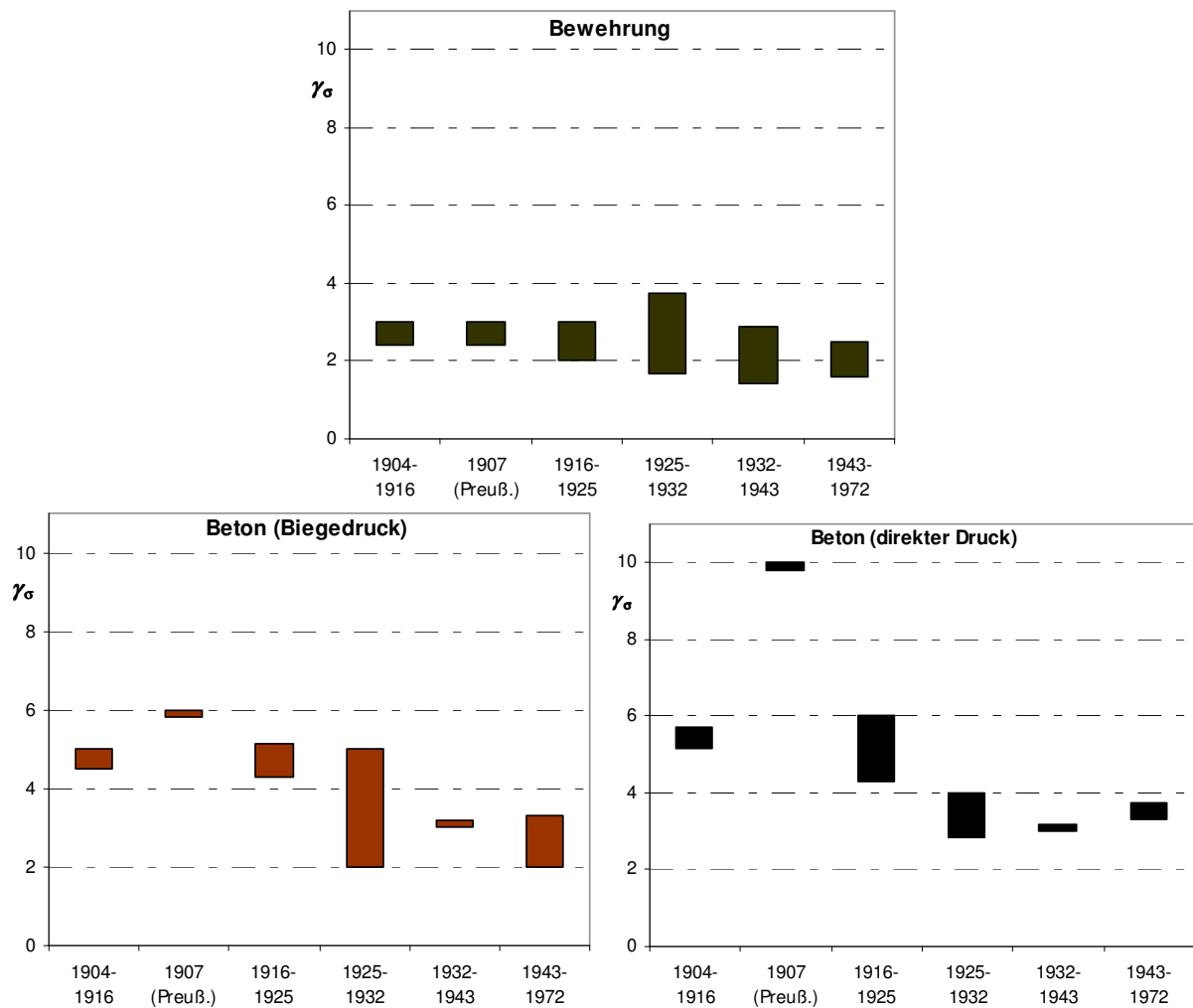
Aus den Tabellen A.1 bis A.3 lassen sich aus dem Vergleich der zulässigen Spannungen mit den zugehörigen Mindestfestigkeiten der Baustoffe auch die unterstellten Sicherheitsabstände  $\gamma_\sigma$  gegenüber einer bestimmten Beanspruchung ermitteln. Die Ergebnisse aus [Voigt 2009-1] sind in Tabelle 2.12 und Bild 2.4 zusammengestellt.

Die Differenzierung der zulässigen Spannungen nach Beanspruchungsarten stellt kein ganzheitliches Sicherheitskonzept dar. Die Darstellung gewährt einen Einblick in früheres Sicherheitsverständnis und lässt Potentiale bestimmter Bauteile erahnen. Allgemeingültige Aussagen zu Potentialen sind hieraus nicht ableitbar. Die Sicherheitsabstände sind stets im Zusammenhang mit dem zugehörigen Bemessungskonzept zu betrachten. Tabelle 2.12 und Bild 2.4 verdeutlichen jedoch die Tendenz eines von 1904 bis 1972 sinkenden Sicherheitsabstandes zwischen vorhandener und zulässiger Spannung deutlich.

Die in Tabelle 2.12 und Bild 2.4 dargestellten Sicherheitsabstände wurden aus den zu den zulässigen Spannungswerten gehörenden Mindestanforderungen an die Baustofffestigkeit ermittelt. Für den Beton sind die Werte aufgrund gleich bleibender Prüfbedingungen im Betrachtungszeitraum 1904 bis 1972 direkt vergleichbar. Für den Stahl enthält Tabelle A.2 für die Zeit vor 1943 keine Mindestfestigkeiten, zur Ermittlung der Sicherheitsabstände erfolgte daher eine Abschätzung der zugehörigen Festigkeiten mit Angaben in [DBV 2008-2], [Bindseil/Schmitt 2002] und [Stahlwerks-Verband 1913]. Die Sicherheitsabstände in Tabelle 2.12 und Bild 2.4 können hier zusammengefasst nur als Intervall angegeben werden, da die zulässigen Spannungswerte für verschiedene Bauteile und Beanspruchungen schwanken.

**Tabelle 2.12 Sicherheitsabstände im Stahlbetonbau bei der Bemessung mit zulässigen Spannungen 1904 – 1972 (aus [Voigt 2009-1])**

Sicherheitsabstände		DBV-Leitsätze		Preuß. Bestimm.		DAfEb-Bestimmungen Teil A (DIN 1045)				DIN 1045			
		1904-16	1907-16	1916-25	1925-32	1932-43	1943-72						
$\gamma_\sigma = \frac{\sigma_{\text{Versuch}}}{\sigma_{\text{zul}}}$		von	bis	von	bis	von	bis	von	bis	von	bis		
<b>Beton</b> (Biegedruck)	$\gamma_{b,\text{Biegung}}$	4,50	5,00	6,00	4,28	5,14	2,00	5,00	3,00	3,20	3,00	3,33	
<b>Beton</b> (zentr. Druck)	$\gamma_{b,\text{Druck}}$	5,14	5,71	10,00	4,28	6,00	2,85	4,00	3,00	3,20	3,33	3,75	
<b>Bewehrung</b>	$\gamma_e$	2,40	3,00	2,40	3,00	2,00	3,00	1,67	3,00	1,67	2,87	1,57	2,50



**Abb. 2.4: Sicherheitsabstände im Stahlbetonbau bei der Bemessung mit zulässigen Spannungen 1904 – 1972 (aus [Voigt 2009-1])**

### 2.4.2) Globale Sicherheit im Stahlbetonbau 1972 - 2001

Konzepte mit globalen Sicherheitsbeiwerten fassen alle einwirkungs- und widerstandsseitigen Unsicherheiten in einem Wert zusammen. Der globale Sicherheitsfaktor unterscheidet sich vom Sicherheitsabstand nach Abschnitt 2.4.1. Letzterer wird lediglich an der Baustoffkapazität ausgerichtet und setzt linear-elastisches Verhalten voraus. Zur Festlegung der globalen Sicherheit ist ein Bruchkriterium zu definieren. Im Stahlbetonbau erfolgte der Übergang zum globalen Sicherheitsbeiwert mit der Normenausgabe [DIN 1045 (1972)]. Bei der Bemessung soll ein Sicherheitsabstand zwischen Gebrauchs- und Grenzzustand eingestellt werden. Darüber hinaus soll die Bemessung die Gebrauchsfähigkeit der Konstruktion sicherstellen [DIN 1045 (1972, 1978, 1988)].<sup>2</sup>

Die Bemessung für eine definierte Traglast erfolgte für Druck, Biege- und Zwangsbeanspruchung. Querkraft und Torsion waren weiterhin mit zulässigen Spannungen nachzuweisen. Die zulässigen Spannungen wurden so festgelegt, dass der Sicherheitsabstand wenigstens 1,75 beträgt. Der Querkraftbemessung lag dabei die Fachwerkanalogie zu Grunde. Mit dem Bruchkriterium wird rechnerisch gekennzeichnet, wann die Tragfähigkeit eines Querschnitts erschöpft ist. Der globale Sicherheitsbeiwert  $\gamma$  stellt den Abstand zwischen Gebrauchs- und Bruchzustand her. Die  $\gamma$ -fache Gebrauchslast muss kleiner sein als die Grenzlast im Bruchzustand (Traglast). Beim Nachweis für Biegung und Längskraft erfolgte die Definition des Grenzzustandes mit Hilfe der Randdehnungen von Stahl und Beton.

<sup>2</sup> zur globalen Sicherheit im Stahlbetonbau siehe auch [Leonhardt/Mönning (I) 1984], [Wagner/Scheler-Stöhr 1986]

Der Sicherheitsbeiwert richtete sich nach der Art des Versagens. Für Bruch ohne Vorankündigung war  $\gamma = 2,1$  anzusetzen. Dies gilt z. B. für Druckversagen. Kündigt sich der Bruch durch Risse oder Verformungen an (z. B. bei Versagen der Biegebewehrung), so genügte ein Sicherheitsfaktor  $\gamma = 1,75$ . Im Übergangsbereich zwischen beiden Versagensarten wurde der Sicherheitsfaktor linear interpoliert, der Dehnungszustand kennzeichnete dabei die anzusetzende Sicherheit. Für unbewehrte Bauteile waren höhere Werte anzusetzen. Bis 1988 war für niedrigere Betonfestigkeiten ein Faktor  $\gamma = 3,0$  zu berücksichtigen (bis Bn 100 bzw. B10), für höhere Festigkeiten genügte  $\gamma = 2,5$ . Mit Ausgabe [DIN 1045 (1988)] wurde der Beiwert für unbewehrten Beton vereinheitlicht auf  $\gamma = 2,1$ . Für Zwangsschnittgrößen galt ein reduzierter Sicherheitsfaktor von  $\gamma = 1,0$ . Der globale Sicherheitsfaktor ist im Zusammenhang mit dem Rechenwerten der Beton- und Stahlfestigkeit zu betrachten.

**Tabelle 2.13: Globale Sicherheiten für bewehrte Bauteile nach DIN 1045 (1972 bis 2001)**

Beanspruchung		$\gamma$	Anmerkung
Last	Querkraft / Torsion	1,75	über festgelegte zulässige Spannungen mindestens eingehaltener Sicherheitsabstand
	Bruch mit Vorankündigung (z. B. Versagen der Bewehrung)	1,75	über Bemessung sicherzustellender Abstand zwischen Gebrauchs- und Bruchlasten
	Bruch ohne Vorankündigung (z. B. Versagen der Druckzone)	2,1	
Zwang	z. B. Temperatur, Schwinden	1,0	

Wie auch beim Konzept der zulässigen Spannungen kann mit dem globalen Sicherheitsbeiwert kein einheitliches Zuverlässigkeitsniveau garantiert werden. Dem größeren Einfluss veränderlicher Lasten auf die Zuverlässigkeit kann mit dem globalen Beiwert nicht Rechnung getragen werden. Mit wachsendem Nutzlastanteil sinkt jedoch die tatsächliche Zuverlässigkeit der mit dem globalen Faktor bemessenen Konstruktion [Spaethe 1992], [Six 2003]. Die Defizite des globalen Sicherheitskonzepts werden in [Six 2003] genauer diskutiert.

[Spaethe 1992] verweist in diesem Zusammenhang auf Versuche, den globalen Sicherheitsabstand multiplikativ oder additiv aus verschiedenen Anteilen zusammensetzen, um die verschiedenen Einflüsse auf die Sicherheit differenziert zu berücksichtigen. Einem solchen Versuch entsprechen Darstellungen in [Dartsch 1990], wo der globale Sicherheitsbeiwert nach [DIN 1045 (1972, 1978, 1988)] aus Teilwerten zusammengesetzt wird, die verschiedene Unsicherheiten berücksichtigen (Tabelle 2.14). Mit Einführung des semi-probabilistischen Konzepts erübrigen sich jedoch solche Differenzierungen [Spaethe 1992]. Im Stahlbetonbau erfolgte der Übergang zur Bemessung mit Teilsicherheitsbeiwerten mit Einführung [DIN 1045-1 (2001)].

**Tabelle 2.14: Zusammensetzung  $\gamma_{\text{Global}}$  beim Bruch mit Vorankündigung (nach [Dartsch 1990])**

Unsicherheit	Anteil in $\gamma_{\text{Global}}$
Lastannahmen	$\gamma_1 = 1,15$
Rechengrundlagen	$\gamma_2 = 1,15$
Baustoffe	$\gamma_3 = 1,10$
Bauausführung	$\gamma_4 = 1,20$
$\gamma_{\text{Global}} = \gamma_1 \cdot \gamma_2 \cdot \gamma_3 \cdot \gamma_4 = 1,75$	

### 2.4.3) Nachweis mit Grenzzuständen und Teilsicherheitsbeiwerten

Mit dem Übergang zum Teilsicherheitskonzept wird ein baustoff- und bauartübergreifendes Sicherheitskonzept geschaffen. Grundlagen der diesbezüglichen Normenarbeit für Deutschland wurden bereits in [NABau 1981] und [Spaethe 1988] zusammengefasst. Das Konzept beruht auf den Grundsätzen in ISO 2394 [CEB Bulletin 191 (1988)].

Im Stahlbetonbau erfolgte der Übergang zum Teilsicherheitskonzept mit der Normenausgabe [DIN 1045-1 (2001)]. Gleichzeitig war mit [DIN 1055-100 (2001)] eine Grundlage für die Verknüpfung zwischen Lastannahmen und Bemessungsnormen geschaffen worden [Grünberg 2004]. Die Grundlagen der Tragwerksplanung mit Teilsicherheitsbeiwerten werden heute in [DIN EN 1990 (2010)] behandelt; mit der bauaufsichtlichen Einführung der Eurocodes im Juli 2012 kann die Einführung des bauartübergreifenden Konzepts heute als weitgehend abgeschlossen betrachtet werden.

Das Teilsicherheitskonzept wird zu den Zuverlässigkeitsmethoden der Stufe I gezählt. (Abschnitt 4.3.1) Auf Einwirkungs- und Widerstandsseite werden die Unsicherheiten getrennt berücksichtigt, wobei nach verschiedenen Materialien, Einwirkungen und Bemessungssituationen differenziert wird. Die Unsicherheiten werden durch die Teilsicherheitsbeiwerte dort berücksichtigt, wo sie tatsächlich bestehen. So wird bspw. den stärker streuenden Nutzlasten ein höherer Beiwert zugeordnet als den ständigen Lasten. Insgesamt wird hierüber ein ausgewogeneres Zuverlässigkeitsniveau erreicht.

Die Zuverlässigkeitstheorie spielt dabei keine vordergründige Rolle, vielmehr wurden die Beiwerte an einem definierten Zuverlässigkeitsziel kalibriert. Der Zielwert wurde dabei aus dem Niveau hergeleitet, das mit der Bemessung nach früheren Normen erreicht wurde. Die Sicherheitselemente werden im Nachweis als probabilistisch kalibrierte Größen behandelt. Der Nachweis selbst erfolgt deterministisch. Hierzu werden Grenzzustände der Tragfähigkeit und Gebrauchstauglichkeit formuliert, die innerhalb einer definierten Nutzungsdauer nicht überschritten werden dürfen.

Die einfachste Beschreibung des Grenzzustandes besagt, dass die Bemessungswerte der Auswirkungen von Einwirkungen  $E_d$  die Bemessungswerte der Widerstände  $R_d$  nicht überschreiten dürfen

$$E_d \leq R_d \quad (2.8).$$

Die Bemessungswerte werden gemäß [DIN EN 1990 (2010)] aus repräsentativen und charakteristischen Werten der Einwirkungen und Widerstände und zugehörigen Teilsicherheitsbeiwerten gebildet. Mit den Definitionen der Bemessungswerte gemäß [DIN EN 1990 (2010)] ergibt sich der Grenzzustand

$$\gamma_{Sd} E \left\{ \gamma_{f,j} F_{rep,j}; a_d \right\} \leq \frac{1}{\gamma_{Rd}} R \left\{ \eta_i \frac{X_{k,i}}{\gamma_{m,i}}; a_d \right\} \quad (2.9)$$

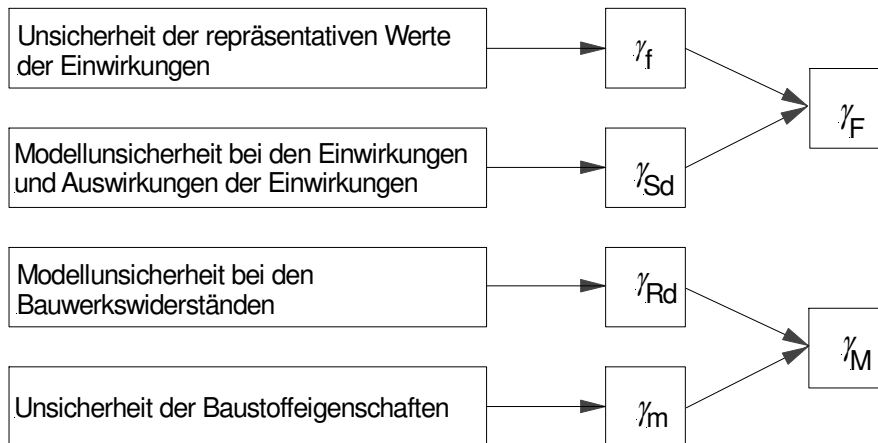
- mit  $\gamma_{Sd}$  = Teilsicherheitsbeiwert Modellierung der Einwirkungen und Schnittgrößen  
 $\gamma_{f,j}$  = Teilsicherheitsbeiwert der repräsentativen Einwirkung  $j$  ( $j \geq 1$ )  
 $F_{rep,j}$  = repräsentativer Wert der Einwirkung  $j$  (gemäß maßgebender Einwirkungskombination)  
 $a_d$  = Bemessungswerte geometrischer Größen  
 $X_{k,i}$  = charakteristischer Wert des Widerstands (Baustoff- / Produkteigenschaft)  $i$   
 $\eta_i$  = Umrechnungsfaktor Bauteil : Laboreigenschaft des Widerstands  $i$   
 $\gamma_{m,i}$  = Teilsicherheitsbeiwert des Widerstands  $i$   
 $\gamma_{Rd}$  = Teilsicherheitsbeiwert Modellierung des Widerstands  $i$

Die repräsentativen Werte der Einwirkungen werden gemäß den Kombinationsregeln in [DIN EN 1990 (2010)] gebildet. Die Funktion des Widerstandsmodells  $R$  ergibt sich aus den bauartbezogenen Normen DIN EN 1992 bis 1999. Die zugrunde liegenden charakteristischen Werte der Einwirkungen und Widerstände beinhalten die stochastischen Modelle der Einwirkungs- und Widerstandsgrößen, sie sind durch die Eurocodes als obere bzw. untere Fraktilewerte der Verteilungsfunktionen definiert. Die Bemessungswerte der geometrischen Größen werden allgemein mit den Nennwerten angenommen; Ausnahmen hiervon bilden Probleme, bei denen Maßabweichungen einen entscheidenden Einfluss auf die Zuverlässigkeit haben (Bsp. Theorie 2. Ordnung). Unter Zusammenfassung der einwirkungs- und widerstandsseitigen Teilsicherheitsbeiwerte in Gleichung (2.9) kann der Grenzzustand vereinfacht formuliert werden zu

$$E\{\gamma_{F,j} F_{\text{rep},j}; a_d\} \leq R \left\{ \eta_i \frac{X_{k,i}}{\gamma_{M,i}}; a_d \right\} \quad (2.10)$$

mit  $\gamma_{f,j} = \gamma_{Sd} \cdot \gamma_{i,j}$   
 $\gamma_{M,j} = \gamma_{Rd} \cdot \gamma_{m,j}$

Die zusammengefassten Teilsicherheitsbeiwerte der Einwirkung  $\gamma_F$  und des Widerstands  $\gamma_M$  berücksichtigen neben den streuenden Einwirkungs- und Widerstandswerten auch die jeweiligen Modellunsicherheiten (Bild 2.5).



**Abb. 2.5: Beziehung zwischen den Teilsicherheitsbeiwerten (aus [DIN EN 1990 (2010)], Bild C.1)**

Die Einwirkungs- und Widerstandsbeiwerte sind nicht unabhängig voneinander. Sie sind über den Grenzzustand miteinander verknüpft und können aus der Lage des Bemessungspunktes auf dem Grenzzustand bestimmt werden. Dabei spielen die Lageparameter des Bemessungspunktes (Zuverlässigkeitsindex  $\beta$  und Wichtungsfaktoren  $\alpha_i$  eine entscheidende Rolle (Abschnitt 4.3.3.5). Die Normwerte der Teilsicherheitsfaktoren gelten zunächst für Zuverlässigkeitsklasse RC2 gemäß [DIN EN 1990 (2010)] (Abschnitt 2.3.1). Für die Einstellung der Zuverlässigkeit für andere Anforderungen gibt die Norm knappe Hinweise (Abschnitt 2.6.1).

Ein dem Teilsicherheitskonzept der Eurocodes verwandtes Format ist das *Load Resistance Factor Design* (LRFD), das bspw. in den amerikanischen und australischen Normen verankert ist. Hierbei wird auf Widerstandsseite ein widerstandsmindernder Faktor  $\phi$  eingeführt (*strength reduction factor*), der dem Kehrwert des Widerstandsbeiwerts  $\gamma_R$  entspricht. Eine Differenzierung des Widerstandsfaktors nach Art der Widerstandsgröße erfolgt dabei nicht. Der  $\phi$ -Faktor im LRFD wird in Abhängigkeit von der Versagensart festgelegt [Six 2003].

Im Stahlbetonbau wurde das Teilsicherheitskonzept durch [DIN 1045-1 (2001)] in Verbindung mit [DIN 1055-100 (2001)] eingeführt. Die Sicherheitsabstände bei den Nachweisen mit zulässigen Spannungen (Abschnitt 2.4.1), die globalen Sicherheitsbeiwerte (Abschnitt 2.4.2) und das aktuelle Teilsicherheitskonzept sind nicht direkt miteinander vergleichbar. Bewertungen können nur anhand des Zuverlässigkeitsniveaus erfolgen. Tabelle A.5 (Anhang A) zeigt eine vergleichende Übersicht der wesentlichen Aspekte der angesprochenen Sicherheitskonzepte im Stahlbetonbau seit 1904.

### 2.4.4) Probabilistische Konzepte

Neben dem Nachweis nach Teilsicherheitskonzept ermöglicht [DIN EN 1990/NA (2010)] auch die Anwendung probabilistischer Verfahren. Dies muss in Abstimmung mit der zuständigen Bauaufsichtsbehörde erfolgen und sollte nach [DIN EN 1990/NA (2010)] nur im Einzelfall erfolgen.

Das Teilsicherheitskonzept kann im weiteren Sinne zu den probabilistischen Verfahren gezählt werden (Level-I-Methode, siehe Abschnitt 4.3.1), allerdings handelt es sich hierbei eher um ein probabilistisch begründetes Konzept. Darin werden die stochastischen Eigenschaften der Basisvariablen durch Definition von charakteristischen Werten in Verbindung mit Teilsicherheits- und Kombinationsfaktoren berücksichtigt. Der Nachweis selbst erfolgt deterministisch mit den probabilistisch hergeleiteten Sicherheitselementen. Die echten probabilistischen Verfahren (Verfahren der Level II, III und IV, siehe Abschnitt 4.3.1) berücksichtigen die Basisvariablen direkt mit ihren stochastischen Eigenschaften.

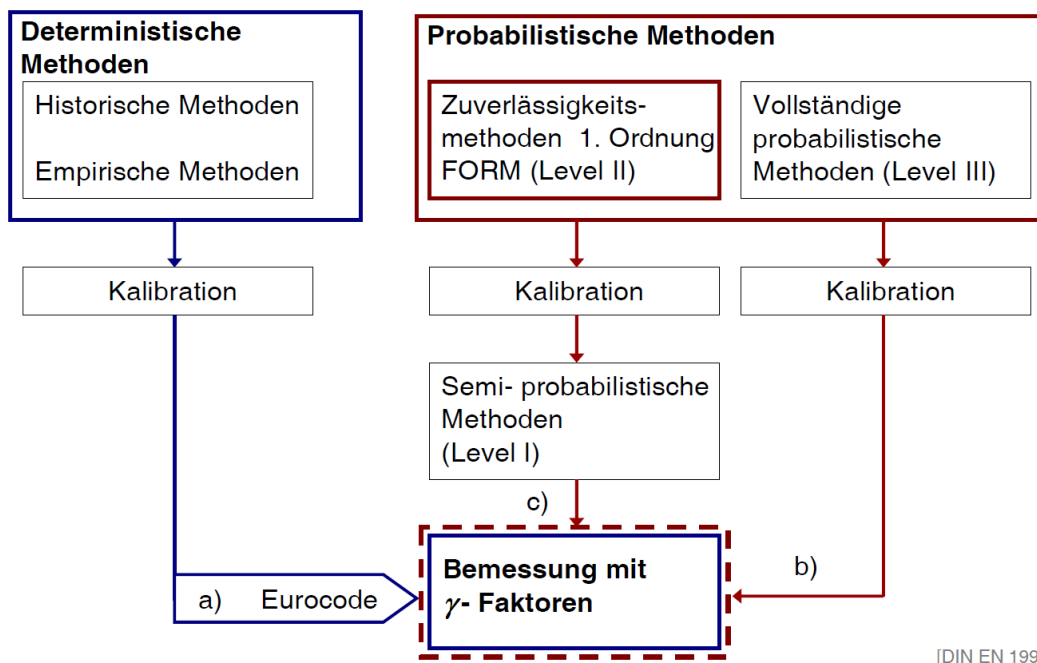


Abb. 2.6: Zuverlässigkeitsmethoden und Teilsicherheitsbeiwerte (nach [DIN EN 1990 (2010)] )

Nach [Vrouwenvelder 2007] gelten in ISO 2394 das Teilsicherheitskonzept und probabilistische Verfahren zur Bewertung der Tragwerkszuverlässigkeit als gleichwertig. Allerdings ist eine praktische Anwendung probabilistischer Verfahren weder geläufig noch einfach umzusetzen. Neben dem Aufwand der komplexen Lösungsverfahren zur Bestimmung der Versagenswahrscheinlichkeit (Kapitel 4 und 5) ist vor allem die stochastische Modellierung der Basisvariablen ein Hindernis (Kapitel 3).

Während beim Teilsicherheitskonzept die notwendigen Werte und Verfahrensschritte durch die Eurocodes definiert sind, fehlen vergleichbare Vereinbarungen für die probabilistischen Verfahren. Ein wichtiges Dokument ist in diesem Zusammenhang der probabilistische Model Code [JCSS 2001], in dem wesentliche Aspekte der probabilistischen Nachweise und auch stochastische Modelle zusammengeführt sind. Allerdings ist [JCSS 2001] keine abgeschlossene Norm, sondern ein Grundlagenpapier für die Normenentwicklung, das ständig fortgeschrieben wird.

Mit probabilistischen Verfahren wird die operative Versagenswahrscheinlichkeit bzw. der Zuverlässigkeitsindex  $\beta$  berechnet. Sensitivitäten der Basisvariablen können aus der Lage des Bemessungspunktes bestimmt werden. Aus der Definition eines Zuverlässigkeitsziels kann der direkte probabilistische Nachweis erfolgen, dass die vorhandene Zuverlässigkeit den Zielwert nicht unterschreitet. Bei einer probabilistischen Bemessung werden die Widerstandsgrößen der Konstruktion gesucht, mit denen das Zuverlässigkeitsziel genau erreicht ist. In probabilistischen Optimierungsverfahren werden darüber hinaus auch die Bau-, Erhaltungs- und Schadenskosten in der Analyse berücksichtigt (Abschnitt 4.3.9). Sie dienen der Bestimmung eines ökonomisch optimalen Zuverlässigkeitsziels und werden bei der Diskussion von Normzielwerten und zur Entwicklung von Erhaltungsstrategien großer Ingenieurbauwerke eingesetzt.



Für praktische Fragen beschränkt sich die Anwendung probabilistischer Verfahren nach [Spaethe 1992] zunächst auf Probleme mit besonders schwerwiegenden Schadensfolgen. Als Vorteil probabilistischer Verfahren gegenüber dem Teilsicherheitskonzept gilt dessen größere Flexibilität im Hinblick auf die tatsächlich bestehenden Unsicherheiten. Hierüber kann eine größere Wirtschaftlichkeit erreicht werden [Diamantidis 1999]. Im Rahmen dieser Arbeit wird das genutzt, um Reserven und Defizite bestehender Objekte identifizieren und hieraus modifizierte Sicherheitsmaße herleiten zu können.

Wesentliche Verfahrensschritte bei probabilistischen Verfahren lassen sich wie folgt angeben:

- Definition eines Zielwertes  
(Zielzuverlässigkeit  $\beta_{\text{Ziel}}$  bzw. akzeptierte Versagenswahrscheinlichkeit  $p_{t,\text{Ziel}}$ )  
(Abschnitt 2.3.1 (Neubau) und 2.3.2 (Bestand))
- Definition der Versagenskriterien  
(Grenzzustände der Elemente)
- probabilistische Formulierung der Grenzzustände (Kapitel 6)
- stochastische Modellierung der Basisvariablen (Kapitel 3 und 6)
- im System: logische Verknüpfung einzelner Grenzzustände /  
Definition des Systemversagens insgesamt (Kapitel 5 und 6)
- Ermittlung der Zuverlässigkeit bzw. der operativen Versagenswahrscheinlichkeit  
mit den Methoden der Zuverlässigkeitstheorie (Kapitel 4 und 5)
- Nachweis:  $\beta \geq \beta_{\text{Ziel}}$  bzw.  $p_t \leq p_{t,\text{Ziel}}$   
oder
- Bemessung: suche Querschnittswert für  $\beta = \beta_{\text{Ziel}}$  bzw.  $p_t \leq p_{t,\text{Ziel}}$

Der probabilistischen Berechnung geht eine Vorberechnung voraus, über die wesentliche Querschnittswerte festgelegt werden. Das kann mit den deterministischen Konzepten der Norm erfolgen. Im probabilistischen Verfahren erfolgt durch Ausrichtung am Zuverlässigkeitsziel die entsprechende Korrektur.

Die probabilistischen Verfahren werden ausführlich in den Kapiteln 4 und 5 behandelt.

## 2.5) Teilsicherheitsbeiwerte der Normen

### 2.5.1) Prinzip: Teilsicherheitsbeiwerte für streuende Basisparameter

Auf Grundlage der Zuverlässigkeitstheorie kann jeder streuenden Basisvariablen des Grenzzustands ein Teilsicherheitsbeiwert zugeordnet werden. Praktisch werden verschiedene Faktoren in einem Beiwert zusammengefasst werden (Beispiel Modellunsicherheiten und Materialfestigkeiten, siehe Bild 2.5). Einzelne weniger streuende Größen werden als determinierte Werte behandelt, denen kein eigener Sicherheitsbeiwert zugewiesen wird.

Mit den Zuverlässigkeitsmethoden kann die Lage des Bemessungspunktes bestimmt werden. Die Bemessungswerte  $X_i^*$  der Basisvariablen  $X_i$  entsprechen den Koordinaten des Bemessungspunktes. Im Standardraum kennzeichnen die zugehörigen Standardvariablen  $Y_i^*$  den Bemessungspunkt. Der Zuverlässigkeitsindex  $\beta$  ist der Abstand zwischen Bemessungspunkt und Koordinatenursprung des Standardraums, die Lage des  $\beta$ -Vektors im Raum wird von den Wichtungsfaktoren  $\alpha_i$  gekennzeichnet (zu den Definitionen und geometrischen Interpretationen siehe genauer Abschnitt 4.3.3.5).

Wird für jede streuende Variable ein charakteristischer Wert  $X_k$  vereinbart, so kann aus jedem Bemessungswert  $X^*$  ein Teilsicherheitsbeiwert bestimmt werden. Der Bemessungswert ergibt sich aus den statistischen Parametern der Variablen, dem zugehörigen Wichtungsfaktor und dem Zuverlässigkeitsziel. Die Ermittlung der Teilsicherheitsbeiwerte aus dem Bemessungspunkt ist in Abschnitt 4.3.3.5 genauer erklärt. Dabei wird davon ausgegangen, dass die Wichtungsfaktoren jedes Basisparameters aus der Zuverlässigkeitsanalyse bekannt sind.

Die Normenfestlegungen der Teilsicherheitsbeiwerte erfolgen demgegenüber mit größeren Verallgemeinerungen.

### 2.5.2 Teilsicherheitsbeiwerte im $R$ - $E$ -Modell

Die Teilsicherheitsbeiwerte können am einfachen  $R$ - $E$ -Modell erklärt werden. ( $R$ - $E$ -Modell siehe Abschnitt 4.2.2). Den Prinzipien in [NABau 1981] folgend wird in [DIN EN 1990 (2010)] der Grenzzustand linear aus einer Einwirkungs- und Widerstandsfunktion gebildet. Die beiden Funktionen  $E(X_{i,E})$  und  $R(X_{i,R})$  ergeben sich in Abhängigkeit von den zufälligen Einwirkungs- und Widerstandsparametern innerhalb der Funktion. Im einfachsten Fall werden Einwirkung  $E$  und Widerstand  $R$  jeweils als eine Zufallsvariable beschrieben, die alle einwirkungs- und widerstandsseitigen Unsicherheiten zusammenfasst. Der Grenzzustand wird dann einfach

$$R - E = 0 \quad (2.11).$$

Dieser Grenzzustand soll mit ausreichender Wahrscheinlichkeit nicht überschritten werden. Die zufällige Realisation von Einwirkung und Widerstand am Bauwerk wird durch die Wahrscheinlichkeitsverteilungen  $F_E(e)$  und  $F_R(r)$  ausgedrückt (siehe Abschnitt 4.2.2). Mit [DIN EN 1990 (2010)] wird die Wahrscheinlichkeit, dass auf Einwirkungs- und Widerstandsseite ungünstige Werte jenseits der Bemessungswerte auftreten mit der Wahrscheinlichkeitsverteilung ausgedrückt

$$\text{für die Einwirkungen} \quad P(E > E_d) = F_E(e^*) = \Phi(+\alpha_E \beta) \quad (2.12)$$

$$\text{für die Widerstände} \quad P(R \leq R_d) = F_R(r^*) = \Phi(-\alpha_R \beta) \quad (2.13)$$

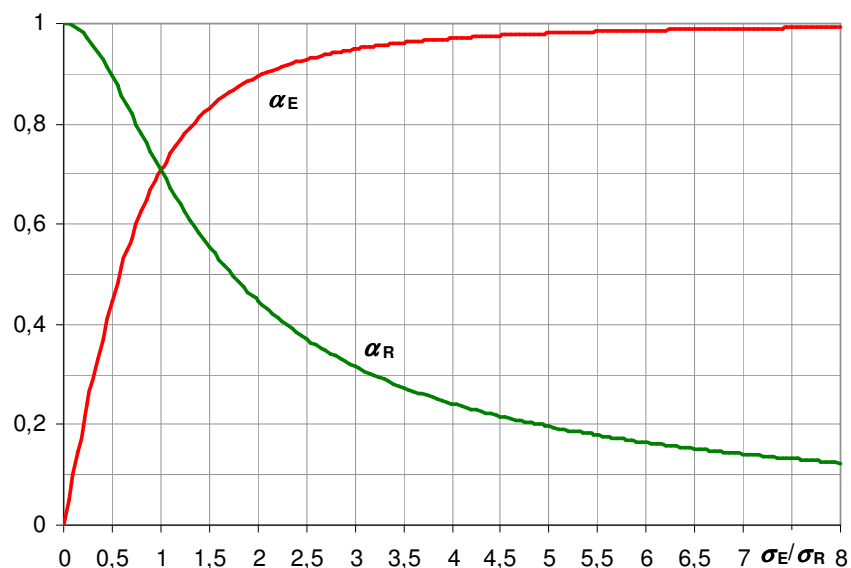
mit  $\beta$  = Zielwert der Zuverlässigkeit (Abschnitt 2.3)

$\alpha_E$  = Wichtungsfaktor der Einwirkung  $E$  (ungünstige Einwirkung:  $\alpha_E < 0$ )

$\alpha_R$  = Wichtungsfaktor des Widerstands  $R$  ( $\alpha_R > 0$ ).

Die Höhe der Wichtungsfaktoren  $\alpha_E$  und  $\alpha_R$  ist von den stochastischen Eigenschaften von Einwirkung und Widerstand abhängig (zur exakten Definition s. Abschnitt 4.3.3).

Vereinfachend werden in [DIN EN 1990 (2010)] zusammengefasste Wichtungen  $\alpha_E = -0,7$  und  $\alpha_R = 0,8$  angegeben, die für einen bestimmtes Streuungsverhältnis Gültigkeit haben. Die Abhängigkeit der zusammengefassten Wichtungsfaktoren vom Streuungsverhältnis von Einwirkung und Widerstand ist in Bild 2.7 dargestellt (vgl. auch [Hansen 2004]). Die Darstellung bezieht sich auf das lineare  $R$ - $E$ -Modell (Abschnitt 4.2.2). [DIN EN 1990 (2010)] gibt den Gültigkeitsbereich nach dem Verhältnis der Standardabweichungen von  $E$  und  $R$  mit  $0,16 < \sigma_E/\sigma_R < 7,6$  an. In [König et al. 1982] werden praktisch relevante Streuungsverhältnisse im Bereich  $0,15 \leq \sigma_E/\sigma_R \leq 3,48$  (GZT) und  $0,05 \leq \sigma_E/\sigma_R \leq 5,43$  (GZG) angegeben. Die Festlegung der Wichtungsfaktoren garantiert innerhalb der genannten Grenzen eine Abweichung vom Zuverlässigkeitsziel  $\Delta\beta \leq 0,5$  [Six 2003]. Die Wichtungen nach DIN EN 1990 (2010) gehen auf die Grundsätze in [NABau 1981] zurück, in früheren Ausgaben zu [NABau 1981] wurden noch abweichende Werte für  $\alpha_E$  und  $\alpha_R$  empfohlen [Struck 1981], [Rackwitz 1981-2].



**Abb. 2.7: Wichtungsfaktoren im linearen  $R$ - $E$ -Modell in Abhängigkeit von der Streubreite von Einwirkung und Widerstand**

Für eine weitere Aufspaltung der Wichtungsfaktoren nach einzelnen Parametern werden zusätzliche Faktoren  $\alpha_{Ej}$  und  $\alpha_{Ri}$  eingeführt. Die Wahrscheinlichkeitsverteilungen von  $E$  und  $R$  werden damit [NaBau 1981]

für die Einwirkungen  $P(E > E_d) = F_E(e^*) = \Phi(+\alpha_{Ej}\alpha_E\beta)$  (2.14)

für die Widerstände  $P(R \leq R_d) = F_R(r^*) = \Phi(-\alpha_{Ri}\alpha_R\beta)$  (2.15).

Sofern die Wichtungen nicht genau bestimmt werden, empfiehlt [NaBau 1981] auf der sicheren Seite liegende Schätzwerte in Abhängigkeit von der Streuung der Basisvariablen

$\alpha_{R1}, \alpha_{E1} = 1,0$  für Variable mit größerer Standardabweichung (Leitwert)

$\alpha_{Ri}, \alpha_{Ej} = 0,4$  für Variable mit kleinerer Standardabweichung ( $i, j \neq 1$ , Begleitwert)

Der Vorschlag wird in [DIN EN 1990 (2010)] aufgegriffen. So gilt bspw.  $\alpha_E = -0,7$  nur bei einer Einwirkung, bei mehreren Einwirkungen wird für die Begleiteinwirkungen  $\alpha_{Ei} \cdot \alpha_E = 0,4 \cdot (-0,7)$  eingeführt. Mit den Faktoren  $\alpha_{Ej}$  und  $\alpha_{Ri}$  lassen sich Bemessungswerte der Einwirkungs- und Widerstandsgrößen bestimmen. Die Bemessungswerte ergeben sich aus den statistischen Parametern einer Variablen (Verteilungsfunktion, Mittelwert, Standardabweichung), dem Zuverlässigkeitsziel und den Wichtungsfaktoren. [DIN EN 1990 (2010)] gibt Gleichungen zur Ermittlung der Bemessungswerte für wesentliche Verteilungsfunktionen an (hier stellvertretend für die Einwirkungen  $E$ , Widerstände  $R$  sinngemäß):

Normalverteilung  $E_d = e^* = \mu_E - \alpha_E \cdot \beta_{Ziel} \cdot \sigma_E$  (2.16)

Logarithmische Normalverteilung:  $E_d = e^* = \mu_E \cdot \exp(-\alpha_E \cdot \beta_{Ziel} \cdot v_E)$  (2.17)

Gumbelverteilung:  $E_d = e^* = u - \ln(-\ln \Phi(-\alpha_E \cdot \beta_{Ziel})) \cdot \sigma_E \cdot \sqrt{6} / \pi$  (2.18)

mit  $u = \mu_E - C \cdot \sigma_E \cdot \sqrt{6} / \pi$

$C = 0,577216 = \text{EULER-Konstante}$

$\mu = \text{Mittelwert}, \sigma = \text{Standardabweichung}, v = \text{Variationskoeffizient.}$

Aus dem Verhältnis von charakteristischen Werten und Bemessungswerten lassen sich dann die Sicherheitsbeiwerte angeben (Abschnitt 4.3.3.5, Tabelle 4.5). Die charakteristischen Werte  $E_k$  und  $R_k$  werden durch die Norm als obere und untere Fraktilwerte der Verteilungsfunktion definiert ( $\geq 95\%$  und  $5\%$  - Fraktile) und können je Funktion aus den Mittelwerten und Standardabweichungen bestimmt werden.

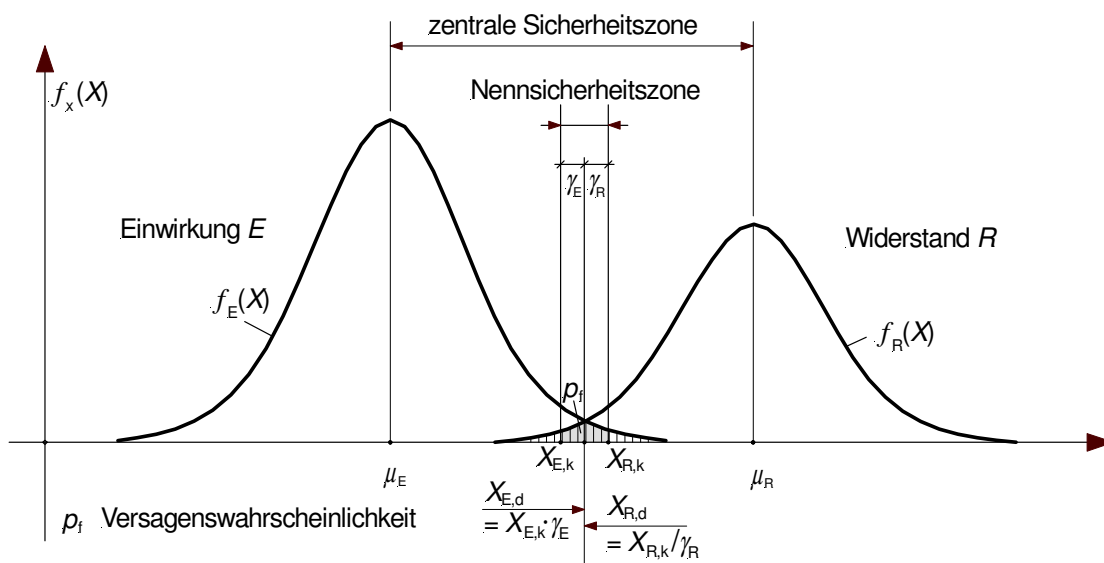


Abb. 2.8: Teilsicherheitskonzept im R-E-Modell

Bild 2.8 zeigt den Verlauf der Dichtefunktionen von Einwirkung und Widerstand  $f_E(e)$  und  $f_R(r)$ . Darin erkennbar ist der Abstand der charakteristischen Werte  $E_k$  und  $R_k$  als Nennsicherheitszone, die sich als globale Sicherheit  $\gamma_{\text{global}}$  darstellen lässt (nachfolgend s. auch [Six 2003], [Klingmüller/Bourgund 1992])

$$\gamma_{\text{global}} = \frac{R_k}{E_k} \quad (2.19).$$

Der charakteristische Wert ergibt sich in Abhängigkeit von der Verteilungsfunktion. Bei Normalverteilung wird der globale Faktor aus der Nennsicherheitszone

$$\gamma_{\text{global}} = \frac{R_k}{E_k} = \frac{\mu_R}{\mu_E} \cdot \frac{1 - \Phi^{-1}(q_R)v_R}{1 + \Phi^{-1}(q_E)v_E} = v_0 \cdot \frac{1 - \Phi^{-1}(q_R)v_R}{1 + \Phi^{-1}(q_E)v_E} \quad (2.20)$$

mit  $q_R = 0,05$  (Wahrscheinlichkeit unteres Quantil Widerstand)  
 $q_E \geq 0,95$  (Wahrscheinlichkeit oberes Quantil Einwirkung).

In Gleichung (2.20) ist  $v_0$  der zentrale Sicherheitsbeiwert, der sich aus den Mittelwerten von  $R$  und  $E$  ergibt

$$v_0 = \frac{\mu_R}{\mu_E} \quad (2.21)$$

Wird weiter Normalverteilung für  $R$  und  $E$  unterstellt, so lässt sich aus den stochastischen Parametern die Zuverlässigkeit angeben (vgl. Gleichung (4.27), Abschnitt 4.2.2, zweidimensionale Versagenswahrscheinlichkeit  $R$ - $E$ -Modell)

$$\beta = \frac{\mu_R - \mu_E}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_E^2}} \quad (2.22)$$

bzw. mit den Wichtungsfaktoren  $\alpha_R$  und  $\alpha_E$  zu

$$\beta = \frac{\mu_R - \mu_E}{\alpha_R \sigma_R + \alpha_E \sigma_E} \quad (2.23).$$

Damit wird die zentrale Sicherheit unter Berücksichtigung der Zuverlässigkeit

$$v_0 = \frac{\mu_R}{\mu_E} = \frac{1 + \beta \cdot \alpha_E \cdot v_E}{1 - \beta \cdot \alpha_R \cdot v_R} \quad (2.24)$$

durch Umstellung aus (2.16), (2.21) und  $v = \sigma/\mu$ . Aus (2.20) und (2.24) wird

$$\gamma_{\text{global}} = \frac{1 + \beta \cdot \alpha_E \cdot v_E}{1 - \beta \cdot \alpha_R \cdot v_R} \cdot \frac{1 - \Phi^{-1}(q_R)v_R}{1 + \Phi^{-1}(q_E)v_E} = \frac{1 + \beta \cdot \alpha_E \cdot v_E}{1 + \Phi^{-1}(q_E)v_E} \cdot \frac{1 - \Phi^{-1}(q_R)v_R}{1 - \beta \cdot \alpha_R \cdot v_R} \quad (2.25)$$

Die Teilsicherheitsbeiwerte ergeben sich aus dem Verhältnis der Bemessungswerte und charakteristischen Werte

$$\gamma_E = \frac{E_d}{E_k} \quad \text{und} \quad \gamma_R = \frac{E_k}{E_d} \quad (2.26),$$

damit wird aus (2.25) und (2.16) der globale Sicherheitsbeiwert das Produkt der Teilsicherheitsbeiwerte  $\gamma_E$  und  $\gamma_R$

$$\gamma_{\text{global}} = \gamma_E \cdot \gamma_R \quad (2.27).$$

Eine weitere Aufspaltung erfolgt unter Berücksichtigung der Wichtungsfaktoren  $\alpha$ . Eine genauere Darstellung der Bestimmung der Teilsicherheitsbeiwerte aus dem Bemessungspunkt unter Berücksichtigung der jeweiligen Verteilungsfunktion erfolgt in Abschnitt 4.3.3.5.

### 2.5.3) Kalibrierung der Normwerte

Die Kalibrierung der Teilsicherheitsbeiwerte der Normen erfolgt anhand der definierten Zielzuverlässigkeit (Abschnitt 2.3). Die Gleichungen in den Abschnitten 2.5.2 und 4.3.3.5 zeigen, dass die Zielzuverlässigkeit jeweils direkt in die Berechnung der Teilsicherheitsbeiwerte eingeht.

Aus den Erfahrungen mit bisherigen Normen kann zunächst eine ausreichende Zuverlässigkeit der damit bemessenen Konstruktionen unterstellt werden. Aus diesem Ansatz lässt sich ein Ausgangswert der Zuverlässigkeit für die Entwicklung neuer Normenformate gewinnen [Spaethe 1992]. Hierzu wird mit den Verfahren der Zuverlässigkeitstheorie die Versagenswahrscheinlichkeit bzw. der Zuverlässigkeitsindex ermittelt, der mit dem alten Normenkonzept erreicht würde. Dieser Wert muss dann auch vom neuen Normenkonzept mit neuen Sicherheitselementen garantiert werden.

[Spaethe 1992] und [Melchers 1999] verweisen in diesem Zusammenhang auf die stark variierende Zuverlässigkeit für verschiedene Bemessungsfälle. Die unterschiedlichen Zuverlässigkeitsniveaus verschiedener Bemessungssituationen im Zusammenhang mit Nachweisen zulässiger Spannungen und beim globalen Sicherheitskonzept wurden bereits in den Abschnitten 2.4.1 und 2.4.2 angesprochen. [Spaethe 1992] empfiehlt die Wahl des kleinsten Zuverlässigkeitswertes aus dem bisherigen Normenkonzept, während [Melchers 1999] die Wahl eines gewichteten Mittels aus mehreren Bemessungssituationen vorschlägt. Mit den Zielwerten nach [DIN EN 1990 (2010)] für den Neubau und den Vorschlägen für den Bestand in Abschnitt 2.3.2 sind hier zunächst Zielwerte für die Kalibrierung modifizierter Beiwerte gegeben.

Da sich die Zuverlässigkeiten für verschiedene Bemessungssituationen unterschiedlich ergeben, müssten theoretisch auch die Teilsicherheitsbeiwerte an jede Situation neu angepasst werden. Das widerspricht jedoch dem praktischen Bestreben nach möglichst wenig differenzierten Teilsicherheitsbeiwerten. Insofern sind Teilsicherheitsbeiwerte zu finden, mit denen mehrere Bemessungsfälle abgedeckt werden können, ohne dass im Einzelnen die Abweichung vom Zuverlässigkeitsziel zu groß werden. Das Problem kann als Optimierungsaufgabe formuliert werden. Die Optimierung wird im Kapitel 9 im Zusammenhang mit der Herleitung modifizierter Teilsicherheitsbeiwerte für die hier betrachteten Systeme erläutert.

Der Prozess der Kalibrierung von Teilsicherheitsbeiwerte neuer Normen wird in [Melchers 1999] und [Madsen et al. 2006] besprochen. Der Ablauf kann hier wie folgt zusammengefasst werden:

- 1) Anwendungsbereich der Norm definieren**  
(Stahl / Holz / Stahlbeton usw.)
- 2) Bemessungsfälle / -situationen als Kalibrierungspunkte auswählen**  
(gestaffelt nach verschiedenen Größen von Einwirkungen und Widerständen)
- 3) Bemessung mit bisheriger Norm**  
(wiederholt für alle in Schritt 2 definierten Kalibrierungspunkte)
- 4) Formulieren der Grenzzustände**  
(Funktionsgleichung für jeden Versagenszustand in probabilistischer Formulierung mit streuenden Basisvariablen)
- 5) Stochastische Modellierung**  
(Verteilungsfunktionen und statistische Parameter der Basisvariablen in den Grenzzuständen aus Schritt 4)
- 6) Probabilistische Bewertung**  
(Ermitteln der Zuverlässigkeit für alle Kalibrierungspunkte (Schritt 2) entsprechend der Bemessung nach alter Norm (Schritt 3) und der Modellierung nach Schritt 4 und 5; für verschiedene Situationen ergeben sich dabei gewöhnlich unterschiedliche Zuverlässigkeiten)
- 7) Festlegung des Zuverlässigkeitsziels**  
(aus den berechneten Zuverlässigkeiten der alten Norm abzuleiten)  
(hier bereits feststehend durch die Festlegungen in Abschnitt 2.3.1 bzw. 2.3.2)
- 8) Ermitteln der Teilsicherheitsbeiwerte für das Zuverlässigkeitsziel**  
(für jede Bemessungssituation können sich unterschiedliche Beiwerte ergeben)
- 9) Optimierung der Teilsicherheitsbeiwerte für das Zuverlässigkeitsziel**  
(Optimierungsaufgabe im neuen Normenformat: Zuverlässigkeit für Bemessung mit Teilsicherheitsbeiwerten ermitteln und Beiwerte dann so verbessern, dass die Abweichungen der Zuverlässigkeit vom Zielwert möglichst klein wird, siehe Kapitel 9)

## 2.6) Modifizierte Teilsicherheitsbeiwerte

### 2.6.1) Modifikation nach EC 0 (Differenzieren der Zuverlässigkeitsziele)

[DIN EN 1990 (2010)] definiert differenzierte Zuverlässigkeitsziele in Abhängigkeit von den möglichen Schadensfolgen (Abschnitt 2.3.1). Die Teilsicherheitsbeiwerte nach [DIN EN 1990 (2010)] und den zugehörigen bauartspezifischen Eurocodes DIN EN 1992 bis 1999 beziehen sich auf die mittlere Zuverlässigkeitsklasse RC2. Die Differenzierung des Zuverlässigkeitsziels über die Modifikation der Teilsicherheitsbeiwerte regelt [DIN EN 1990 (2010)], Anhang B in Verbindung mit dem Nationalen Anhang [DIN EN 1990/NA (2010)]. Die Differenzierung und die zugehörigen Maßnahmen beziehen sich auf die Möglichkeiten bei der Erstellung neuer Bauwerke. Bei der Differenzierung der Zuverlässigkeitsziele sind qualitätssichernde Maßnahmen besonders wichtig [CEB Bulletin 202 (1991)].

Für die Modifikation der einwirkungsseitigen Teilsicherheitsbeiwerte  $\gamma_F$  wird ein Faktor  $K_{FI}$  eingeführt, mit dem der übliche Beiwert der Klasse RC2 multipliziert wird. Der Faktor ist in der Grundkombination der ständigen Bemessungssituation anzuwenden und gilt nur für ungünstige Einwirkungen. Die Faktoren sind in Abhängigkeit von der Zuverlässigkeitsklasse in Tabelle 2.15 dargestellt. Durch den Beiwert werden die Einwirkungsfaktoren für niedrigere Zuverlässigkeitsziele reduziert und können für höhere Anforderungen vergrößert werden. Allerdings verweist [DIN EN 1990 (2010)] darauf, dass die höheren Zuverlässigkeitsziele in Klasse RC3 gewöhnlich durch andere Maßnahmen als Erhöhung des Einwirkungsfaktors angestrebt werden.

**Tabelle 2.15: Beiwert zur Modifikation der Einwirkungsfaktoren in Abhängigkeit vom Zuverlässigkeitsziel (aus [DIN EN 1990 (2010)])**

	RC 1	RC 2	RC 3
$K_{FI}$	0,9	1,0	1,1

Auf Widerstandsseite ermöglicht [DIN EN 1990/NA (2010)] die Modifikation in Verbindung mit gestaffelten Überwachungsmaßnahmen bei der Planung (DSL, Tabelle 2.16) und Herstellung (IL, Tabelle 2.17). Die Staffelung der Überwachungsmaßnahmen ist mit den Zuverlässigkeitsklassen RC verknüpft. Dabei wird ein Bezug zu den Qualitätssicherungsmaßnahmen nach [DIN EN 1990 (2010)] hergestellt, die neben den Planungs- und Herstellungskontrollen ausdrücklich auch eine Überwachung während der Nutzung und Instandhaltungsmaßnahmen vorsehen.

**Tabelle 2.16: Überwachungsmaßnahmen bei der Planung (DSL) (aus [DIN EN 1990/NA (2010)])**

Überwachungsklasse / Zuverlässigkeitsklasse		Merkmal	Mindestanforderung an Prüfung bei der Planung (Berechnungen, Zeichnungen, Anweisungen)
DSL 3	RC 3	bauaufsichtliche Überwachung	Prüfung durch Bauaufsicht / Prüfsachverständigen für Bautechnik als hoheitlich beliehener Unternehmer
DSL 2	RC 2	verstärkte Überwachung	Prüfung durch von Planungsstelle organisatorisch unabhängige Prüfungsstelle / Prüfsachverständigen für Bautechnik (Fremdüberwachung)
DSL 1	RC 1	normale Überwachung	Prüfung durch von Planungsstelle unabhängige Prüfungsstelle (Eigenüberwachung) / Planungsstelle selbst (einfache Fälle)

Die Überwachung während der Herstellung (IL) basiert auf Prüfplänen für die Bauprodukte und die Bauausführung, die von den jeweiligen Ausführungsnormen geregelt werden. Auf die relevanten Normen wird in den bauartbezogenen Eurocodes DIN EN 1992 bis 1999 Bezug genommen. [DIN EN 1990/NA (2010)] regelt hier nur die Mindestforderungen hinsichtlich der Überwachung. Insbesondere für Klasse RC3 werden Forderungen zur regelmäßigen Inspektion während der Nutzung formuliert.

**Tabelle 2.17: Überwachungsstufen bei Herstellung und Nutzung (IL) (aus [DIN EN 1990/NA (2010)])**

Überwachungsstufe / Zuverlässigkeitsklasse		Merkmal	Anforderungen
IL 3	RC 3	verstärkte und wiederholte Überwachung	Überwachung der Herstellung und während der Nutzung durch Bauaufsicht / Prüfsachverständigen für Bautechnik als hoheitlich beliehener Unternehmer
IL 2	RC 2	verstärkte Überwachung	Überwachung der Herstellung durch unabhängige Drittstelle / Prüfsachverständigen für Bautechnik (Fremdüberwachung)
IL 1	RC 1	normale Überwachung	Überwachung der Herstellung durch Überwachungsstelle der eigenen Organisation/ Eigenüberwachung (in einfachen Fällen)

[DIN EN 1990/NA (2010)] eröffnet prinzipiell die Möglichkeit der Klassierung der Widerstandsbeiwerte  $\gamma_M$  in Verbindung mit den genannten Überwachungsmaßnahmen. Quantitative Hinweise werden nicht gegeben. Die Bemessungswerte können an den differenzierten Zielniveaus kalibriert werden.

## 2.6.2) Modifikation im Bestand

### 2.6.2.1) Überblick

Der Grad der Unsicherheit bezüglich einzelner Basisvariablen unterscheidet sich im Bestand von der Ausgangssituation bei der Neubauplanung. Konsequenzen des unterschiedlichen Informationsgehaltes wurden bereits in Abschnitt 2.3.2 angesprochen. Die geänderte Ausgangslage ermöglicht eine Anpassung des Sicherheitskonzepts [IP Bau 1994], [fib 17 (2002)]. Zusätzliche Informationen über tatsächliche Abmessungen, ständige Einwirkungen, Festigkeiten und Bauteilszustand sind zur Modifikation der Teilsicherheitsbeiwerte nutzbar. Dabei kann neben der Reduktion aufgrund verminderter Unsicherheiten auch eine Erhöhung notwendig werden. Die Modifikation kann nur auf zuverlässigkeitstheoretischer Grundlage erfolgen. [Wapenhaus 2005] fordert in diesem Zusammenhang wissenschaftlich begründete, baupraktisch verwertbare Aussagen zur Modifikation der Beiwerte.

Vorschläge zur möglichen Reduktion von Teilsicherheitsbeiwerten enthält derzeit [DAfStb-H. 467 (1996)]. Die DAfStb-Richtlinie zu Belastungsversuchen an Betonbauwerken [DAfStb-Ri. 2000] stützt sich auf die Angaben in [DAfStb-H. 467 (1996)] und ermöglicht den Tragfähigkeitsnachweis des Bestandes mit den reduzierten Beiwerten nach Feststellung der vorhandenen ständigen Einwirkungen und Materialfestigkeiten. Diesen Ansatz verfolgen auch [Schnell et al. 2008] und [Fischer, A. 2011] und entwickeln von [DAfStb-Ri. 2000] ausgehend neue modifizierte Teilsicherheitsbeiwerte für den Nachweis im Bestand. Die Herleitung erfolgt dort auf Basis der Elementzuverlässigkeit.

Wichtigste Voraussetzung ist zunächst die umfassende Bauzustandsanalyse. Die Grundlagen der Berechnung sind hierüber zu bestätigen. Dazu gehören die exakten Abmessungen und Verformungen, Lage und Größe der vorhandenen Bewehrung, Schädigungen und Materialfestigkeiten. Bei entsprechender Untersuchungsdichte können Erkenntnisse zur realen Streubreite der Kennwerte gewonnen werden. Nur in genauer Kenntnis der Ausgangslage sind veränderte Sicherheitsbeiwerte überhaupt möglich [Fingerloos/Schnell 2009].

### 2.6.2.2) Ältere Ansätze: [DAfStb-H. 476 (1996)], [DAfStb-Ri. 2000]

Die in [DAfStb-H. 467 (1996)] vorgeschlagenen Veränderungen beziehen sich nur auf tatsächlich bekannte Parameter des Nachweises. So wird zwischen unverstärkten und verstärkten Querschnitten sowie vorhandenen Eigenlasten des Rohbaus und anzunehmenden Lasten von Ausbaukonstruktionen unterschieden. Die vorhandenen Lasten sind aus der Bauzustandsanalyse relativ genau bestimmbar, während die zusätzlichen Lasten weiter mit Unsicherheiten belegt sind. Die Reduktion des einwirkungsseitigen Teilsicherheitsfaktors erfolgt nur für die bekannten Lastanteile.

#### Einwirkungsseite

Für die ständigen Lasten der tragenden Konstruktion kann eine Modifikation des Einwirkungsfaktors  $\gamma_f$  vorgenommen werden. Der Beiwert ergibt sich nach Gleichung (2.28) unter Berücksichtigung ungünstiger Lastabweichungen ( $\gamma_l$ ), von Lastmodell-Unsicherheiten ( $\gamma_{sd}$ ) und von geometrischen Abweichungen ( $\Delta_a$ ). Unter Vernachlässigung geometrischer Abweichungen ( $\Delta_a = 0$ ) ergibt sich  $\gamma_f$  vereinfacht aus Gleichung (2.29) [DAfStb-H. 467 (1996)]

$$\gamma_f = \gamma_l \cdot \gamma_{sd} \cdot (1 + \Delta_a / a_{nom}) \quad (2.28),$$

$$\gamma_f = \gamma_l \cdot \gamma_{sd} \quad (2.29)$$

mit  $\gamma_l$  = mögliche ungünstige Abweichungen der Last vom charakteristischen Wert (vgl. oben)

$\gamma_{sd}$  = Unsicherheiten im Lastmodell (vgl. oben)

$\Delta_a$  = Änderung einer geometrischen Nenngröße

$a_{nom}$  = Nennwert einer geometrischen Größe.

In [DIN EN 1990 (2010)] ist der Einwirkungsfaktor für ungünstige ständige Lasten mit  $\gamma_f = \gamma_G = 1,35$  festgelegt. Zur Reduktion wird in [DAfStb-H. 467 (1996)] darin zunächst der Anteil der Lastabweichungen  $\gamma_l$  mit Hilfe statistischer Kenngrößen ermittelt

$$\gamma_l = \mu_{\gamma_l} + \alpha_E \cdot \beta \cdot \sigma_{\gamma_l} \quad (2.30)$$

mit  $\mu_{\gamma_l} = 1,05$  (Mittelwert) ,  $\sigma_{\gamma_l} = 0,5 \cdot 1,05$  (Standardabweichung)

$\alpha_E = 0,70$  (Wichtungsfaktor Einwirkungen)

$\beta = 3,8$  (Zielzuverlässigkeit 50 Jahre).

In [DAfStb-H. 467 (1996)] ergibt sich unter Annahme normalverteilter Einwirkungen der Lastfaktor im Grenzzustand der Tragfähigkeit zu  $\gamma_f = 1,19$ . Hierfür wird ein Zuverlässigkeitsindex  $\beta = 3,8$  eingesetzt, dies entspricht dem Zielwert nach [DIN EN 1990 (2010)] für eine Lebensdauer von 50 Jahren.

Aus  $\gamma_F = 1,35$  und  $\gamma_f = 1,19$  kann mit Gleichung (2.29) der Faktor für die Unsicherheit  $\gamma_{sd}$  des Lastmodells ermittelt werden. Es ergibt sich:

$$\gamma_{sd} = \gamma_F / \gamma_f = 1,35 / 1,19 = 1,13$$

Im Bestand kann mit [DAfStb-H. 467 (1996)] für bekannte Lasten der vorhandenen Konstruktion der Lastfaktor  $\gamma_f$  von 1,19 auf 1,0 reduziert werden. Damit wird in Gleichung (2.29) nur noch die Modellunsicherheit berücksichtigt, der modifizierte Beiwert der ständigen Last wird  $\gamma_F = \gamma_{sd} = 1,13$ . Dieser Wert wird aufgerundet, für bekannte Eigenlasten im Bestand kann dann  $\gamma_G = 1,15$  verwendet werden. Für alle zusätzlich aufgebrauchten Lasten (Ausbau, Verstärkung) gilt weiterhin  $\gamma_G = 1,35$ . Die Beiwerte  $\gamma_Q$  für veränderliche Lasten werden gegenüber der Norm nicht verändert.

### Widerstandsseite

Ergänzungen der bestehenden Querschnitte sind mit den üblichen Widerstandsbeiwerten nachzuweisen. Die Eigenschaften des bestehenden Querschnitts können aus der Bauaufnahme bewertet werden. Unter Berücksichtigung des tatsächlichen Zustands kann eine Modifikation der üblichen Widerstandswerte erfolgen. Im günstigen Fall empfiehlt [DAfStb-H. 467 (1996)] die Reduktion der Widerstandsbeiwerte  $\gamma_M$  auf  $\gamma_C = 1,4$  (Beton) und  $\gamma_S = 1,1$  (Stahl). Die Vorschläge nach [DAfStb-H. 467 (1996)] und [DAfStb-Ri. 2000] sind in Tabelle 2.18 zusammengestellt.

**Tabelle 2.18: Reduzierte Teilsicherheitsbeiwerte beim Bauen im Bestand gemäß [DAfStb-H. 467 (1996)] und [DAfStb-Ri. 2000]**

		$\gamma$
$\gamma_F$	<b>ständige Einwirkungen</b> (nur Bestand, für Ergänzungen gilt $\gamma_G = 1,35$ )	$\gamma_G = 1,15$
$\gamma_M$	<b>Beton</b>	$\gamma_C = 1,40$
	<b>Betonstahl</b>	$\gamma_S = 1,10$

### 2.6.3) Modifikation im Bestand – aktuelle Entwicklungen

Neuere Entwicklungen zur Modifikation von Teilsicherheitsbeiwerten im Bestand werden in [Schnell et al. 2008] und [Fischer, A. 2011] vorgestellt. Die modifizierten Teilsicherheitsbeiwerte nach [DAfStb-Ri. 2000] werden dort im Hinblick auf die Elementzuverlässigkeit bewertet. Die Auswertung führt zu einem eigenen Vorschlag modifizierter Teilsicherheitsbeiwerte.

[Fischer, A. 2011] ermittelt zunächst die Zuverlässigkeit von Elementen, die mit den Beiwerten nach [DAfStb-Ri. 2000] berechnet wurden und stellt teilweise deutliche Abweichungen vom Zuverlässigkeitsziel für Neubauten fest. Im Einzelnen werden Grenzzustände formuliert für das Versagen von Stahlbetonelementen

- Zug
- zentrischer Druck
- Biegung mit/ohne Längskraft
- Querkraft mit/ohne Querkraftbewehrung
- Durchstanzen mit/ohne Durchstanzbewehrung.

Hinzu kommt Druckversagen unbewehrter Bauteile. Untersucht werden verschiedene Verhältnisse der ständigen zur veränderlichen Last, wobei die Auswertung ausschließlich für Wohn- und Bürogebäude mit einem Variationskoeffizienten der Nutzlast  $v_q = 0,20$  erfolgt. Hinzu kommt die Auswertung für Schnee. [Fischer, A. 2011] bewertet den Ansatz nach [DAfStb-Ri. 2000] als unzureichend und stellt besonders große Abweichungen vom Neubauzielwert beim Ansatz von Schneelasten fest (stärkere Streuung). Reduzierte Zuverlässigkeitsziele für den Bestand werden hingegen allgemein erfüllt.

Auf Basis dieser Auswertung empfiehlt [Fischer, A. 2011] zunächst eine ausschließliche Modifikation der Widerstandsbeiwerte unter Beibehaltung der Einwirkungsfaktoren gemäß Neubaustandard. Ferner plädiert er für eine Differenzierung der modifizierten Beiwerte nach Versagensart, Lastverhältnis und ggf. Lastart.



Für die praktische Anwendung beim Nachweis im Bestand ermittelt [Fischer, A. 2011] für definierte Randbedingungen (Lastverhältnisse, Materialstreuungen, Bewehrungsgrade) modifizierte Beiwerte für den Nachweis von Wohn- und Bürogebäuden. In Abhängigkeit von der Versagensart eines Elements (Biegung / Querkraft / Druck usw.) und den Ergebnissen der Bauwerksuntersuchung (Variationskoeffizient der Druckfestigkeit) werden modifizierte Materialbeiwerte angegeben. Je nach Versagensart und Streubreite werden Beiwerte  $\gamma_c = 1,00 \dots 2,00$  (Beton) und  $\gamma_s = 1,05 \dots 1,20$  (Stahl) genannt. Die Einwirkungsfaktoren bleiben unverändert.

Die Untersuchung bezieht sich ausschließlich auf das Elementversagen, eine Differenzierung nach den verschiedenen Stahlsorten und Nutzungsklassen erfolgt nicht. Gegenüber [DAfStb-H. 467 (1996)] und [DAfStb-Ri. 2000] wird mit den verwendeten Modellen eine verbesserte Zuverlässigkeit erreicht. Merkblatt [DBV 2013] fasst die Ergebnisse aus [Fischer, A. 2011] für die praktische Anwendung zusammen.

#### **2.6.4) Modifikation im Bestand – eigener Ansatz**

In dieser Arbeit werden Teilsicherheitsbeiwerte für den Nachweis von Stahlbetonplatten und -balken in bestehenden Gebäuden hergeleitet. Die Zuverlässigkeitsziele nach Abschnitt 2.3 gelten für Systeme als Ganzes. In Systemen mit mehreren gleichwertigen Versagensmechanismen kann je Element eine höhere Zuverlässigkeit erforderlich sein. Die Beiwerte werden daher aus dem Systemzusammenhang entwickelt und können wie gewohnt beim Elementnachweis verwendet werden.

Hierzu werden zunächst auf Systemebene unter Berücksichtigung verschiedener Beton- und Betonstahlsorten, Ausführungsqualitäten und Nutzlaststreuungen die Versagenswahrscheinlichkeiten berechnet, die sich bei einer Bemessung mit den Teilsicherheitsbeiwerten der Eurocodes ergeben würden. Mögliche Modifikationen der Sicherheitselemente werden aus den Differenzen zu den Zuverlässigkeitszielen nach Abschnitt 2.3 bestimmt. Die Teilsicherheitsbeiwerte werden einmal am Neubauniveau nach [DIN EN 1990 (2010)] kalibriert (Tabelle 2.4) und einmal am reduzierten Zuverlässigkeitsziel für bestehende Objekte gemäß [JCSS 2001-04] (Tabelle 2.8). Bereits bei Orientierung am Neubauniveau werden hierdurch Reserven nutzbar, die bei Ausrichtung am Bestandsniveau noch vergrößert werden. Allerdings ist [JCSS 2001-04] selbst keine Norm. Vielmehr handelt es sich um Empfehlungen in einer Vorstufe der Normung, die bspw. als Arbeitsgrundlage für Normengremien dienen können. In diesem Sinne sind auch die am Bestandsniveau kalibrierten Beiwerte zu verstehen.

Das Vorgehen bei der Kalibrierung ist grob dem Ablauf nach Abschnitt 2.5.3 vergleichbar. Zunächst wird der Untersuchungsbereich auf die zu bewertenden Systeme eingegrenzt (durchlaufende Platten und Balken aus Stahlbeton im allgemeinen Hochbau). Mit den aktuellen Sicherheitsbeiwerten werden dann Bemessungen des Systems für mehrere Material-Nutzungs-Qualitäts-Kombinationen durchgeführt (s. Kapitel 6). Nach probabilistischer Formulierung der Grenzzustände für jedes Versagenselement, stochastischer Modellierung der enthaltenen Basisvariablen und logischer Verknüpfung der Versagenselemente im Zuverlässigkeitssystem wird je Kombination die erreichte Systemzuverlässigkeit bewertet und die Differenz zum Zuverlässigkeitsziel ermittelt. In Sensitivitätsanalysen werden ferner die maßgebenden Einflüsse auf das Systemversagen identifiziert (Kapitel 7 und 8).

Anschließend wird für die maßgebenden Parameter in jeder Kombination eine probabilistische Bemessung durchgeführt. Dabei wird deren Größe iterativ so bestimmt, dass das Zuverlässigkeitsziel gerade erreicht ist (Kapitel 9). Aus dem Bemessungsergebnis kann in einer Rückrechnung eine zugehörige Kombination von Teilsicherheitsbeiwerten bestimmt werden. Da die Abweichungen vom Zielwert je nach Material-Nutzungs-Qualitäts-Kombination unterschiedlich ausfallen, müssen die modifizierten Sicherheitselemente in einer Optimierungsrechnung über alle Kombinationen gesucht werden. Bei der Optimierung werden die Teilsicherheitsbeiwerte so bestimmt, dass die Abweichungen vom Zuverlässigkeitsziel über den Untersuchungsbereich möglichst klein werden. Der Zielwert darf dabei nicht unterschritten werden. Die Optimierung erfolgt getrennt für verschiedene Nutzungskategorien, Betonstahlsorten und Ausführungsqualitäten.

Die aus der Optimierung entwickelten Sicherheitsbeiwerte bewirken eine Angleichung des Nachweises an das Zielniveau. Eventuelle Reserven schlagen sich dann in reduzierten Teilsicherheitsbeiwerten nieder und können so bspw. bei Änderung der Nutzung eines bestehenden Objektes direkt im Nachweis ausgenutzt werden. Defizite führen zu erhöhten Sicherheitsbeiwerten. Die Berücksichtigung der Qualitätsstufen in der Optimierung ermöglicht die Auswahl der modifizierten Beiwerte in Abhängigkeit vom Bauwerkszustand.

Der Elementnachweis von Stahlbetonplatten und -balken des allgemeinen Hochbaus mit den so entwickelten Teilsicherheitsbeiwerten garantiert die geforderte Systemzuverlässigkeit gemäß Abschnitt 2.3.

## 2.7) Zusammenfassung

Kapitel 2 (Sicherheit) lässt sich wie folgt zusammenfassen

- Sicherheit wird im konstruktiven Ingenieurbau über den Begriff *Zuverlässigkeit*  $\beta$  definiert. Innerhalb einer bestimmten Nutzungsdauer dürfen Grenzzustände der Tragfähigkeit und Gebrauchstauglichkeit nur mit einer definierten Versagenswahrscheinlichkeit  $p_f$  überschritten werden. Der Zuverlässigkeitsindex  $\beta$  ist ein zu  $p_f$  äquivalenter Vergleichswert.
- Die *operative Versagenswahrscheinlichkeit* berücksichtigt nur Unsicherheiten bezüglich der Parameter in den Grenzzuständen (Festigkeiten, Maße, Einwirkungen, Modellparameter). Grobe Fehler werden nicht berücksichtigt und müssen durch ergänzende Qualitätssicherung vermieden werden.
- Die *Zuverlässigkeitstheorie* dient der Ermittlung der Versagenswahrscheinlichkeit bzw. Zuverlässigkeit. Sie war Grundlage der Normenentwicklung. Die Anwendung der komplexen Verfahren ist praktisch auf wenige Ausnahmen beschränkt. Probabilistische Methoden bieten jedoch Chancen für die Tragwerksplanung im Bestand.
- *Tragwerksplanung im Bestand* unterscheidet sich von der Planung für den Neubau. In Deutschland gibt es hierfür keine spezifischen Normen. Regeln existieren zu regelmäßigen Überprüfungen, die Teil der Erhaltungsplanung sind. Bei der Bewertung des Bestands sind Kenntnisse über Planungsstandards während der Bauzeit hilfreich. Aus gegenüber der Bauzeit geänderten Berechnungsverfahren und Sicherheitskonzepten können sich Reserven für die weitere Nutzung ergeben.
- Die *Zielwerte der Zuverlässigkeit* sind in EC 0 differenziert nach möglichen Schadensfolgen definiert. Die Werte gelten für den Neubau. Aktuelle Zuverlässigkeitsziele sind am Niveau früherer Normen ausgerichtet. Reduzierte Zuverlässigkeitsziele für bestehende Bauwerke werden diskutiert. Grundlagendokumente für die weitere Normenentwicklung sowie erste internationale Normen enthalten bereits reduzierte Bestandsziele.
- Die *Teilsicherheitsbeiwerte* des semi-probabilistischen Nachweises werden am Zuverlässigkeitsziel kalibriert. Die Normwerte gelten für mittlere Schadensfolgen und decken Unsicherheiten bei der Planung des Neubaus ab. Eine Modifikation für andere Zuverlässigkeitsziele ist nach EC 0 in Verbindung mit differenzierten Überwachungsstufen und qualitätssichernden Maßnahmen möglich.
- Die geänderte Ausgangslage bei der Tragwerksplanung im Bestand kann eine *Modifikation der Teilsicherheitsbeiwerte* der Norm rechtfertigen. Grundlage hierfür bildet die Bauaufnahme. Vereinfachte Ansätze hierfür wurden bereits vom DAfStb vorgeschlagen. Probabilistische begründete Modifikationen auf Grundlage der Elementzuverlässigkeit wurden jüngst vorgestellt.
- In dieser Arbeit wird im Systemzusammenhang ein *eigener Ansatz* zur Herleitung modifizierter Teilsicherheitsbeiwerte entwickelt. Die Beiwerte werden an der Systemzuverlässigkeit kalibriert und garantieren im Elementnachweis das für Systeme definierte Zuverlässigkeitsziel.

## Kapitel 3) Datenbasis

### 3.1) Stochastische Modellierung

#### 3.1.1) Unsicherheiten und Basisvariable

Die Parameter der Grenzzustandsgleichungen werden in der Zuverlässigkeitstheorie als Zufallsgrößen beschrieben, deren exakte Ausprägung nicht eindeutig vorherzusagen ist. Die Eigenschaften der Basisvariablen werden in stochastischen Modellen erfasst, welche die möglichen Ausprägungen einer Zufallsgröße  $X$  statistisch beschreiben. [NABau 1981] definiert stochastische Modelle als „Gesamtheit der Annahmen und Beziehungen für die wahrscheinlichkeitstheoretische Erfassung von Einflüssen“<sup>1</sup>. In zuverlässigkeitstheoretischen Berechnungen werden die Verteilungsfunktionen und die zugehörigen Parameter der zufälligen Basisvariablen berücksichtigt. In deterministischen Nachweisen mit Teilsicherheitsbeiwerten wird der tatsächlichen zufälligen Ausprägung der Basiswerte über die Festlegung charakteristischer und bemessungsrelevanter Werte Rechnung getragen. Die notwendige stochastische Formulierung der Basisvariablen bedingt umfangreiche Vorarbeiten zu den eigentlichen Zuverlässigkeitsberechnungen.

Mit den Zufallsvariablen der Grenzzustandsfunktionen werden die Unsicherheiten bezüglich der tatsächlichen Ausprägung der Variablen und der Modellierung des Grenzzustands ausgedrückt. Nach [Thoft-Christensen/Baker 1982], [Rackwitz 1992], [Kersken-Bradley/Rackwitz 1991], [JCSS 2001-01], [Faber 2012] lassen sich die bestehenden Unsicherheiten gemäß Tabelle 3.1 in vier Hauptgruppen zusammenfassen.

**Tabelle 3.1: Unsicherheiten beim Nachweis von Tragkonstruktionen**

Unsicherheiten		Beispiele	
physikalisch	streuende physikalische Eigenschaften	mechanische Kennwerte	Festigkeiten: $f_c, f_{ct}, f_b, f_y, \dots$ $\sigma$ - $\varepsilon$ -Linie: $E_c, \varepsilon_c, E_s, \varepsilon_s, \dots$
		Einwirkungen	$g, q, s, w$ , Temperatur, Zwang, ...
		Abmessungen	Querschnitt: $A_c, A_s, b, h$ , $d, d_1, d_2, \varnothing_s$ System: $l, h$ , Imperfektionen, ...
statistisch	Unsicherheit über das gewählte stochastische Modell (Parameter der Verteilungsfunktion)	Qualität der Schätzung streuender Eigenschaften in Abhängigkeit von Datenmenge / Stichprobenumfang	Verteilungsfunktion $F(x)$ von $X$ Mittelwert $\mu_x$ Standardabweichung $\sigma_x$ bzw. Variationskoeffizient $v_x$
räumlich / zeitlich	räumliche und zeitliche Veränderlichkeit der Eigenschaften	Raum	innerhalb eines Elements zwischen mehreren Elementen zwischen mehreren Bauwerken
		Zeit	Schädigung des Materials durch mechanische Einwirkung (Lasten)/ Umwelteinwirkung (Temperatur, Feuchtigkeit)
Modellbildung	Modellierung Einwirkungen, Widerstände, Grenzzustand		Vereinfachungen/ Idealisierungen/ Vernachlässigen von Einflüssen: Modellvariable $\theta$

Über probabilistische Berechnungen können Unsicherheiten in die Nachweisführung integriert werden. Dementsprechend ist das Ergebnis kein determinierter Wert sondern eine Wahrscheinlichkeitsaussage, welche die bestehenden Unsicherheiten beinhaltet (Zuverlässigkeit / Versagenswahrscheinlichkeit / Querschnittswert bei vorgegebener Versagenswahrscheinlichkeit).

In den Grenzzustandsgleichungen sollten die Unsicherheiten dort berücksichtigt werden, wo sie tatsächlich bestehen [Kersken-Bradley et al. 1985]. Physikalische Unsicherheiten lassen sich durch eine stochastische Formulierung der Parameter der Grenzzustandsgleichung abdecken. Hierzu bedarf es einer mathematischen Beschreibung des zufälligen Charakters der Variablen (s. Abschnitt 3.1.2).

<sup>1</sup> [NABau 1981], S. 61

Zur Berücksichtigung weiterer Unsicherheiten können zusätzliche Variable in die Grenzzustandsgleichung eingeführt werden. Hierzu gehören beispielsweise Modellvariable (Abschnitt 3.5). Die Unsicherheiten bei der Formulierung eines funktionalen Zusammenhangs zwischen verschiedenen Materialkennwerten lässt sich ebenfalls durch die Einführung zusätzlicher Variabler berücksichtigen (Beispiel Formulierung der Betonzugfestigkeit aus der Druckfestigkeit, s. auch JCSS-Modell Abschnitt 3.3.1.3)

Die zeitliche Veränderung mechanischer Eigenschaften wird in dieser Arbeit nicht behandelt. Das heißt, die nachfolgenden probabilistischen Berechnungen werden ausgehend vom aktuellen Zustand für den zeitinvarianten Fall geführt. Zeitvariante Berechnungen werden beispielsweise bei Dauerhaftigkeitsbetrachtungen und Lebensdauerbemessung interessant.

Tatsächlich räumlich und zeitlich veränderliche Einwirkungen werden als äquivalente gleichförmig verteilte Lasten modelliert, die als Größtwert innerhalb eines definierten Bezugszeitraums verstanden werden (Abschnitt 3.2.2). Die Unsicherheiten dieses Modells sind in den statistischen Kennwerten mit abzubilden. Statistische Unsicherheiten können nur durch umfangreiche Datenanalyse minimiert werden. Die nachfolgenden Abschnitte 3.2 bis 3.5 stellen stochastische Modelle vor, mit denen sich die verschiedensten Unsicherheiten berücksichtigen lassen.

### 3.1.2) Beschreibung der Zufallsgrößen<sup>2</sup>

Die Variablen der Grenzzustandsgleichungen werden als Zufallsgrößen  $X_i$  modelliert. Sie können zufällig verschiedene Werte annehmen, die nicht auf diskrete Größen beschränkt sind. Es handelt sich somit um stetige Zufallsvariable. Die zufälligen Ausprägungen der Größe werden vollständig durch eine Verteilungsfunktion  $F$  beschrieben. Über die Funktion  $F(x)$  wird die Wahrscheinlichkeit dargestellt, mit der die Zufallsvariable einen Wert kleiner oder gleich  $x$  annimmt. Die Verteilungsfunktion ist die Stammfunktion der Dichtefunktion  $f(x)$ . Für stetig verteilte Zufallsvariable ist

$$P(X \leq x) = F(x) = \int_{-\infty}^x f(u)du \tag{3.1}$$

Die Verteilungsfunktion  $F(x)$  nimmt monoton wachsend Werte zwischen Null und Eins an

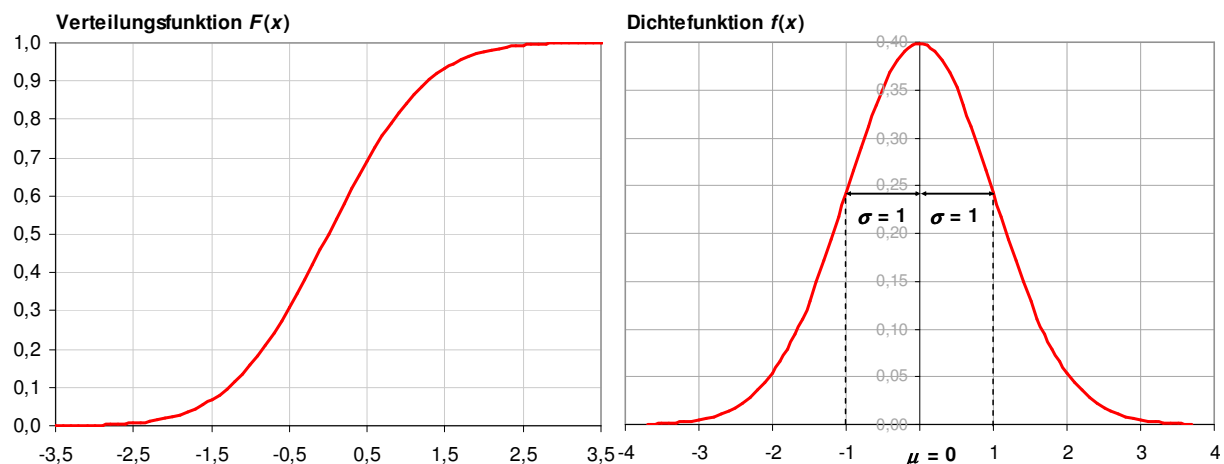
$$0 \leq F(x) \leq 1 \tag{3.2}$$

Dabei ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Zufallsvariable  $X$  einen ganz bestimmten Wert  $x$  annimmt, gleich Null:

$$P(X = x) = 0 \tag{3.3}$$

Die Werte der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion sind stets größer Null. Die Fläche unter der Dichtefunktion ist genau Eins:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1 \tag{3.4}$$



**Abb. 3.1: Verteilungsfunktion  $F(x)$  und Dichtefunktion  $f(x)$  der Standardnormalverteilung ( $\mu = 0, \sigma = 1$ )**

<sup>2</sup> Grundlagen zur Verteilung von Zufallsvariablen s. z. B. [Papula 2001], [Fischer, L. 2001], [Plate 1993], [Spaethe 1992]

Das  $q$ -Quantil einer Wahrscheinlichkeitsverteilung  $F(x)$  ist der Wert  $x$ , der mit einer Wahrscheinlichkeit von  $q$  unterschritten wird. Umgekehrt kann das  $q$ -Quantil mit einer Wahrscheinlichkeit  $(1-q)$  überschritten werden. So ist beispielsweise im Bauwesen die Definition charakteristischer Festigkeiten als 5 %-Quantilwert geläufig, das heißt, dass mit einer Wahrscheinlichkeit  $p = 0,05$  die Prüfwerte kleiner als der charakteristische Wert sind und sich mit der Wahrscheinlichkeit  $p = 1 - 0,05 = 0,95$  größere Werte einstellen.

Berechnungen mit Zufallsvariablen stützen sich auf die wesentlichen statistischen Parameter der Verteilungsfunktion. Da die Funktionen in der Regel nicht vollständig bekannt sind, wird mit Schätzwerten für die Parameter der Verteilungsfunktionen gearbeitet, die aus Stichproben gewonnen werden. Die Qualität der Schätzung ist vom Stichprobenumfang  $n$  abhängig. Wesentliche Parameter einer Verteilungsfunktion sind:

■ **Erwartungswert  $E(X)$  oder auch Mittelwert  $\mu_x$**

Für stetige Zufallsvariable ist der Erwartungswert

$$\mu_x = E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot f(x) dx \quad (3.5).$$

Als Schätzung des Erwartungswertes von  $X$  gilt der Mittelwert einer Stichprobe

$$\mu_x \approx \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (3.6).$$

■ **Varianz  $\text{Var}(X) = \sigma_x^2$**

Für stetige Zufallsvariable ist die Varianz

$$\sigma_x^2 = \text{Var}(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \mu)^2 \cdot f(x) dx \quad (3.7).$$

Als Schätzung der Varianz von  $X$  ergibt sich die Varianz einer Stichprobe aus der Quadratsumme der Abweichungen vom geschätzten Mittelwert

$$\sigma_x^2 \approx s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \quad (3.8).$$

■ **Standardabweichung  $\sigma_x$**

$$\sigma_x = \sqrt{\text{Var}(X)} \quad (3.9).$$

Als Schätzwert gilt sinngemäß

$$\sigma_x \approx s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (3.10).$$

Je nach Verteilungsfunktion können weitere beschreibende Parameter hinzukommen. Die Parameter werden auch als Momente der Zufallsvariablen bezeichnet. Vereinfachend wird nachfolgend nicht mehr zwischen Parametern der Verteilungsfunktion und Schätzwerten der Stichprobe unterschieden. Allgemein werden Mittelwerte  $\mu_x$ , Standardabweichungen  $\sigma_x$  und/oder Variationskoeffizienten  $v_x$  genannt, die streng genommen Schätzwerte aus einzelnen Datenerhebungen darstellen. In den Berechnungen werden diese Werte als Parameter der Verteilungsfunktion behandelt, wobei die Qualität der Berechnung von der Qualität dieser Näherung abhängt. Wesentliches Kriterium hierfür ist der Stichprobenumfang, der den Schätzungen zu Grunde liegt.

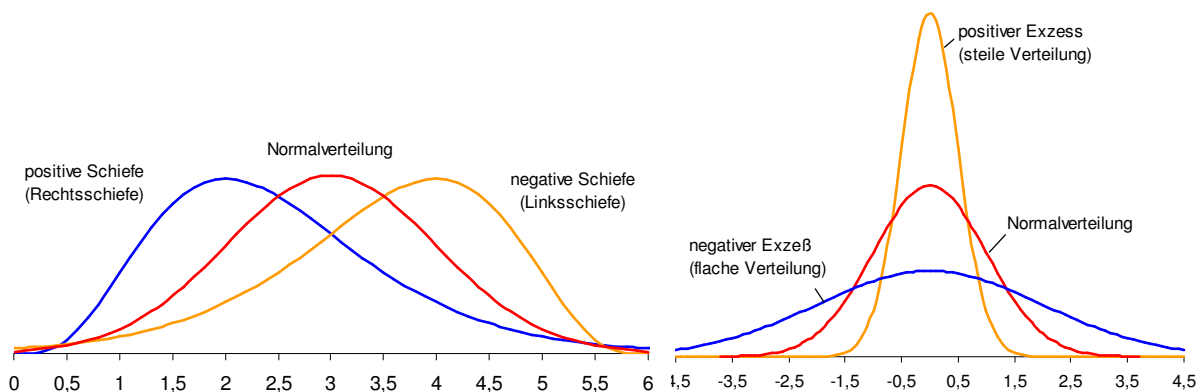
Erwartungswert,  $q$ -Quantil und Modalwert (häufigster Wert) sind Lagemaße der Verteilungsfunktion. Varianz und Standardabweichung gelten als Streumaße der Zufallsvariablen. Sie kennzeichnen mögliche Abweichungen vom Erwartungswert. Die Streuung um den Mittelwert kann auch dimensionslos über den Variationskoeffizienten  $v_x$  ausgedrückt werden

$$v_x = \frac{\sigma_x}{\mu_x} \quad (3.11).$$

Über den Variationskoeffizienten kann mit [Fischer, L. 2001] eine einfache Wertung der Streuung einer Zufallsvariablen erfolgen. Demnach lassen sich unterscheiden:

- 0 <  $v \leq 0,05$  Variable mit geringer Streuung
- 0,05 <  $v \leq 0,15$  Variable mit mittlerer Streuung
- 0,15 <  $v$  Variable mit großer / sehr großer Streuung

Als Formmaße der Verteilungsfunktion gelten Schiefe und Exzess. Sie kennzeichnen die Abweichung der Funktion von der Normalverteilung. Die Schiefe ist ein Symmetrieparameter und kennzeichnet die Lage des Erwartungswerts in Bezug auf den häufigsten Wert (Rechtsschiefe / Linksschiefe). Der Exzess drückt aus, inwieweit die Wölbung der Dichtefunktion im Bereich des Höchstwertes von der einer Normalverteilung abweicht (Gipfel der Kurve flach / spitz). Bei einer Normalverteilung sind beide Parameter gleich Null.



**Abb. 3.2: Schiefe und Exzess**

In probabilistische Berechnungen gehen Zufallsvariable mit den Parametern ihrer Verteilungsfunktion ein. Für die hier verwendeten Basisvariablen der Tragfähigkeitsnachweise genügt die Beschreibung der Variablen über den Typ der Verteilungsfunktion  $F(x)$ , die Höhe des Mittelwerts  $\mu_x$  sowie die Angabe eines Streumaßes (Standardabweichung  $\sigma_x$  oder Variationskoeffizient  $v_x$ ). Für die hier maßgebenden Verteilungsfunktionen lassen sich Schiefe und Exzess entweder aus den Grundgleichungen der Funktion und den genannten Parametern berechnen (Bsp. logarithmische Normalverteilung) oder sie ergeben sich direkt aus der Definition der Verteilungsfunktion (Bsp. Gumbelverteilung). Eine gute Zusammenstellung wesentlicher Gleichungen von Verteilungsfunktionen enthält z. B. [Spaethe 1992].

Für die Basisvariablen in den Grenzzuständen der Tragfähigkeit können einige typische Verteilungsfunktionen herausgegriffen werden:

- Normalverteilung (z. B. Maße allgemein, ständige Lasten)
- logarithmische Normalverteilung (z. B. Festigkeiten allgemein, Modellunsicherheiten)
- Gammaverteilung (z. B. Momentanwert quasi-ständige Nutzlast, Schnee)
- Extremwertverteilung Typ I (Gumbel) (z. B. Maximalwert der Gesamt-Nutzlast)
- Extremwertverteilung Typ II (Fréchet) (z. B. Wind)
- Extremwertverteilung Typ III (z. B. Weibull) (z. B. Lebensdauer (Ermüdung))
- Betaverteilung (z. B. Betondeckung, Streckgrenze)

Die aufgeführten Beispiele stellen dabei nur allgemein mögliche Zuordnungen dar, detaillierte Zuordnungen erfolgen in den Abschnitten 3.2. bis 3.5. [DIN EN 1990 (2010)] empfiehlt in Anhang C vereinfachend den Ansatz der Normalverteilung für ständige Lasten und der logarithmischen Normalverteilung für die Widerstände von Baustoffen und Bauteilen sowie für Modellunsicherheiten. Für veränderliche Lasten wäre eine Extremwertverteilung angemessen, stark vereinfachend schlägt [DIN EN 1990 (2010)] die Normalverteilung vor. Dieser Ansatz ist jedoch für veränderliche Lasten eine sehr grobe Vereinfachung (s. Abschnitt 3.2.2), die über einen hohen Variationskoeffizienten ausgeglichen werden sollte (s. z. B. Ansatz nach [Östlund 1991], Abschnitt 3.2.2).

Tatsächlich ist die Festlegung der Verteilungsfunktion auf Grundlage der verfügbaren Daten häufig nicht einfach. Früher wurde häufig die Normalverteilung für viele Fälle angenommen, was oft nicht zuletzt in den Möglichkeiten der rechnerischen Verarbeitung begründet war. Tatsächlich weichen die Verteilungsfunktionen oft von der Normalverteilung ab. Gewöhnlich haben die Verteilungsfunktionen eine eindeutige Schiefe. [Fischer, L. 2003] stellt allgemein einen Zusammenhang zwischen Stichprobenumfang, Variationskoeffizient und Verteilungsfunktion her (Abschnitt 3.3.1).

Die passende Verteilungsfunktion kann bei der Stichprobenauswertung in statistischen Anpassungstests gefunden werden. Allerdings ergibt sich nicht immer eine eindeutige Zuordnung, welche für den gesamten Datensatz passend erscheint. Aus Testreihen sind mitunter auch Mischverteilungen aus mehreren Funktionen erkennbar [Schuëller 1996] (z. B. [Schuhbauer 1989] bei Bauaufnahmen zur Betondeckung, [Rehm/Rußwurm 1977] bei Werkskontrollen zur Streckgrenze des Betonstahls u. a.). Aus einer Mischverteilung würden sich ggf. zu große Streumaße ergeben, die im sicherheitsrelevanten Bereich das Ergebnis verfälschen würden [Rußwurm 1988].

Ein Hilfsmittel ist der Ansatz gestutzter Verteilungsfunktionen. Dabei wird der mögliche Wertebereich an einer Unter- oder Obergrenze beschnitten. Gelegentlich wird dieser Ansatz beispielsweise bei statistischer Auswertung der Betondeckung verfolgt. Hierbei wird davon ausgegangen, dass durch Qualitätskontrollen ein unterer Grenzwert nicht unterschritten werden kann. Die Verteilungsfunktion kann somit an diesem Wert begrenzt werden, so dass kleinere Werte in der Zuverlässigkeitsbetrachtung keine Rolle mehr spielen. Typisch ist dieser Ansatz auch bei industriell gefertigten Produkten.

Bei manchen Variablen lässt sich in der Quellenauswertung keine eindeutige Zuordnung der Verteilungsfunktionen erkennen. Typisch hierfür ist die Verteilung der Streckgrenze des Betonstahls, für die viele mögliche Verteilungsfunktionen genannt werden (Abschnitt 3.3.2).

Für Zuverlässigkeitsbetrachtungen ist nicht so sehr der komplette Verlauf der Verteilungsfunktion wichtig. Vielmehr interessiert der Bereich der Dichtefunktion, der für das Berechnen der Versagenswahrscheinlichkeit relevant ist (obere / untere Fraktilbereiche). Während sich einige Funktionen im mittleren Bereich wenig voneinander unterscheiden, können an den Kurvenenden zwischen verschiedenen Funktionen signifikante Unterschiede bestehen, die das Ergebnis der Zuverlässigkeitsberechnung maßgeblich beeinflussen.

Aus den eigenen Berechnungen kann die Bedeutung der Wahl der richtigen Verteilungsfunktion für das Zuverlässigkeitsniveau unterstrichen werden. Allein durch Änderung der Verteilungsfunktion für eine Basisvariable kann sich die berechnete Zuverlässigkeit deutlich ändern. Eine falsche Auswahl der Funktion kann damit zu erheblichen Fehleinschätzungen aus den Zuverlässigkeitsberechnungen führen (Bsp. Herleitung der Teilsicherheitsbeiwerte).

### 3.1.3 Informationsquellen

Eine wichtige Voraussetzung für Zuverlässigkeitsberechnungen ist eine angemessene Modellierung der Verteilung der Zufallsvariablen. Im Hinblick auf die Qualität probabilistischer Berechnungen schätzt [Rackwitz 1985] eine wirklichkeitsnahe stochastische Modellierung besonders wichtig und einer verfeinerten Berechnungsmethodik übergeordnet ein. Auf die Datenbasis von Zuverlässigkeitsberechnungen ist also eine gewisse Sorgfalt zu verwenden.

Die Parameter der Verteilungsfunktion können aus Stichproben geschätzt werden, wobei die Unsicherheit der Prüfung mit dem Stichprobenumfang sinkt. Theoretisch wären also zu allen Zufallswerten Messungen von ausreichendem Umfang durchzuführen (z. B. Festigkeitsprüfung, Maßaufnahmen, Experimente oder Vergleichsrechnungen zur Einschätzung von Modellfehlern usw.). Naturgemäß sind dem im Bauwesen Grenzen gesetzt.

Als Ausgangspunkt kann auf in der Literatur veröffentlichte statistische Kennwerte wesentlicher Variabler zugegriffen werden. Diese Daten dienen als Vorinformationen, die durch zusätzliche Daten aus eigenen Untersuchungen verbessert werden können.

Bei bestehenden Bauwerken lassen sich Kenntnisse über die tatsächlichen Ausprägungen der Widerstandsparameter in die Überlegungen einbinden. Beispielsweise können Schäden oder stärker streuende Materialeigenschaften berücksichtigt werden. [Diamantidis 1999] verweist in diesem Zusammenhang auf die begrenzte Aussagekraft punktueller Bauwerksproben. Bauaufnahmen können als Anhaltspunkte dienen, die einer Ergänzung durch Erfahrungswerte bedürfen. Mit am bestehenden Objekt gesammelten Daten können Vorinformationen ergänzt und damit die Berechnungsgrundlagen verfeinert werden. Dieser Vorgang wird auch als Bayes'sches Updating bezeichnet.

[JCSS 2001-04] beschreibt die Möglichkeiten der Anwendung probabilistischer Methoden bei der Beurteilung bestehender Bauwerke. Darin wird unter anderem die Entscheidungsfindung auf Basis einer Kombination von Vor- und Zusatzinformationen behandelt. Dabei werden Erfahrungswerte, Plankennnisse u. ä. als Vorinformationen über ein Objekt verstanden, welche durch am Objekt gewonnene Zusatzinformationen verbessert werden können. Zunächst wird eine Wahrscheinlichkeitsverteilung aufgrund der vorhandenen Vorinformationen definiert, man spricht von einer Priorverteilung. Diese Priorverteilung wird mit den hinzugewonnenen Informationen aktualisiert, das heißt mit Hilfe einer Likelihoodverteilung werden die alten und neuen Informationen in einer neuen Verteilung abgebildet, die als Posteriorverteilung bezeichnet wird. Weitere ausführliche Erläuterungen zur möglichen Verarbeitung von Vorinformationen bei bestehenden Bauwerken geben z. B. [JCSS 2001-04], [Fischer, A. 2011]. Grundlagen des Verfahrens werden u. a. in [Plate 1993], [Diamantidis 1999] erläutert.

Im Rahmen dieser Arbeit werden die stochastischen Modelle auf Grundlage veröffentlichter Daten gebildet. Hierzu waren umfangreiche Literaturstudien erforderlich, deren Ergebnis nachfolgend zusammengefasst wird. Für einzelne Basisvariable liegen bereits viele Daten vor, teilweise sind vergleichbare Trends in voneinander unabhängigen Quellen erkennbar (Bsp. Maßabweichungen). Vielfach sind die verfügbaren Kennwerte jedoch mit großen Unsicherheiten verbunden, weil entweder nur wenige Daten erhoben wurden oder von verschiedenen Quellen widersprüchliche Angaben gemacht werden. In den nachfolgenden Abschnitten wird auf derartige Widersprüche verwiesen. Besonders kritisch sind solche Unsicherheiten bei Basisvariablen, die einen besonders großen Einfluss auf das Zuverlässigkeitsniveau haben. Dazu gehören z. B. veränderliche Lasten und Modellunsicherheiten (vgl. Sensitivitätsanalysen Abschnitt 7.3 und 8.3).

Eine wichtige Datengrundlage ist der probabilistische Model Code. Neben einer knappen Darstellung wichtiger Grundlagen der probabilistischen Bemessung tragender Konstruktionen im ersten Teil [JCSS 2001-01] stellen die weiteren Teile Kennwerte für die Modellierung von Einwirkungen ([JCSS 2001-02]) und Widerständen ([JCSS 2001-03]) zur Verfügung. Ein weiterer Teil behandelt darüber hinaus die Risikobewertung [JCSS 2008].

[Vrouwenvelder 2007] erklärt die Intention des JCSS, mit dem Model Code die Grundlagen probabilistischer Berechnungen zu verbessern, da neben anderen Schwierigkeiten die umfangreichen Datenrecherchen sowie der damit verbundene Interpretationsspielraum die Anwendung solcher Verfahren behindern. In [Schneider 1990] und [Schneider 1999] wird in diesem Sinne auf die Notwendigkeit normativer Festlegungen der stochastischen Modelle verwiesen. Der Model Code selbst ist kein abgeschlossenes Dokument und wird durch das JCSS fortlaufend um Abschnitte zu bestimmten Teilfragen ergänzt [Vrouwenvelder 1997], [Vrouwenvelder 2007].



## 3.2) Einwirkungen

### 3.2.1) Ständige Lasten

Die verschiedenen Einflüsse auf die ständige Last lassen sich vergleichsweise gut kontrollieren. Daher können für ständige Lasten geringere Streumaße unterstellt werden als für alle anderen Lastarten. Als wesentliche Ursachen für die Variation ständiger Lasten benennt z. B. [CIB 115 (1989)]:

- streuende Wichte der Materialien  
(aus Inhomogenität der Rohstoffe / Produktionsbedingungen)
- streuende Abmessungen
- streuende Umgebungsbedingungen, insbesondere Feuchtigkeit  
(Wasseraufnahme und Feuchtegehalt des Materials)
- rechnerische Vereinfachung bei der Ermittlung der Last  
(Bsp. Vernachlässigung von Hohlräumen)
- Ergänzung nicht berücksichtigter Schutzbeschichtungen

Für die probabilistischen Betrachtungen sind vor allem die ersten drei Punkte wichtig, da diese Ursachen vorrangig zufälligen Charakter haben. Die letzten beiden Punkte beruhen eher auf systematischen Fehlern, die mit Sorgfalt minimierbar sind.

Im Hinblick auf Zuverlässigkeitsbetrachtungen sind ständige Lasten zu differenzieren in Anteile aus Eigenlast der tragenden Konstruktion und Lasten aus nicht tragenden Ausbauten. Beide Lastanteile streuen unterschiedlich. An der Gesamtstreuung ständiger Lasten haben nach [Melchers 1999] Ausbaulasten den größten Anteil. Grund für die größere Streuung der Ausbaulasten sind nach [Spaethe 1992] die möglichen Lastwechsel während der Nutzungsdauer (Lasterneuerungsprozess mit Erneuerungsrate 0,02 ... 0,1 pro Jahr, [Diamantidis 1999]). Die Eigenlast der Konstruktion hingegen kann als zeitunabhängige Zufallsvariable angenommen werden. Veränderungen im Laufe der Zeit sind vernachlässigbar klein und die Unsicherheiten zur Lasthöhe sind gewöhnlich klein gegenüber anderen Lasten [JCSS 2001-02].

Bezüglich der Streumaße unterscheidet [JCSS 2001-03] in einem hierarchischen Modell nach

- Variabilität innerhalb eines Bauteils
- Variabilität zwischen verschiedenen Bauteilen eines Bauwerks
- Variabilität über mehre Bauwerke

Innerhalb eines Bauelements ist die Streuung in den meisten Fällen vernachlässigbar (Ausnahme Nachweise zur Lagesicherheit). Für Bauwerke mit hohen Nutzlastanteilen schlagen [König/Heunisch 1972] gar das Vernachlässigen der Eigenlaststreuung vor.

Ein Modell zur Ermittlung der streuenden Einzellast enthält z. B. [JCSS 2001-02]. Die Eigenlast wird dabei aus dem Volumen des Bauteils und der Wichte des Baumaterials berechnet. Für ein Bauteil, dessen Material als einigermaßen homogen angenommen werden kann, ergibt sich die Eigenlast aus der mittleren Wichte des Materials  $\gamma$  und dem Volumen  $V$  zu

$$G = \gamma \cdot V \quad (3.12).$$

Die Variation der Eigenlast eines Stahlbetonbauteils berechnet sich somit aus den Streuwerten der einzelnen Bestandteile Beton- und Stahlquerschnitt sowie der Variation der Wichten von Beton und Stahl. Streng genommen wären alle streuenden Einzelanteile zu berücksichtigen. Nach [CIB 115 (1989)] ergibt sich jedoch die Variation der Eigenlast hauptsächlich aus der Streuung der Maße und der Betonwichte. Der Stahlanteil ist in Bezug auf den Variationskoeffizienten der Eigenlast vernachlässigbar. Der Mittelwert der Wichte des Verbundbaustoffs ist jedoch vom Bewehrungsgrad  $\rho$  abhängig.

Nachfolgend werden Literaturangaben zur Variation ständiger Lasten zusammengestellt. Dabei sind Modelle zur Streubreite der Eigenlast von Stahlbetonbauteilen zu differenzieren in

- Streuung der Eigenlast selbst  
(Parameter Mittelwert  $\mu_G$ , Standardabweichung  $\sigma_G$ )
- Streuung der Wichte des unbewehrten Betons  
(Parameter Mittelwert  $\mu_\gamma$ , Standardabweichung  $\sigma_\gamma$ )
- Streuung der Wichte des bewehrten Betons  
(Parameter Mittelwert  $\mu_{\gamma,Stb}$ , Standardabweichung  $\sigma_{\gamma,Stb}$ )
- Streuung der Betonabmessungen  
(Parameter Mittelwerte  $\mu_b / \mu_h / \mu_l$ , Standardabweichungen  $\sigma_b / \sigma_h / \sigma_l$ )

Die Streuung der Betonabmessungen wird in Abschnitt 3.4.2 besprochen. Tabelle 3.3 enthält zusammengefasst Angaben zur Gesamtstreuung der Eigenlast von Stahlbetonbauteilen oder zur Streuung der Wichte des Betons. Die Unterschiede sind jeweils gekennzeichnet. Bei Angaben zur Wichte ist nach bewehrtem und unbewehrtem Beton zu differenzieren. Zusätzlich sind Angaben zu streuenden Ausbaulasten enthalten.

Einen form- und größenabhängigen Ansatz enthält [CEB Bulletin 112 (1976)] (s. auch [Bach 1992], [Hansen 2004]). Dabei ergibt sich bei Ortbetonbauwerken der Variationskoeffizient der Eigenlast über einen Querschnittsbeiwert  $r$  aus der Beziehung

$$v_g = 6 / r + 0,02 \tag{3.13}$$

Der Querschnittsbeiwert  $r$  ergibt sich mit Tabelle 3.2 in Abhängigkeit von der Querschnittsform und den Abmessungen. Für Fertigteile kann der Variationskoeffizient nach Gleichung (3.13) um 25 % reduziert werden.

**Tabelle 3.2: Profilbeiwert  $r$  nach [CEB Bulletin 112 (1976)]**

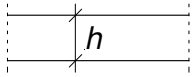
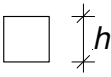

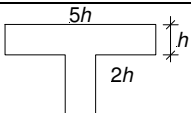
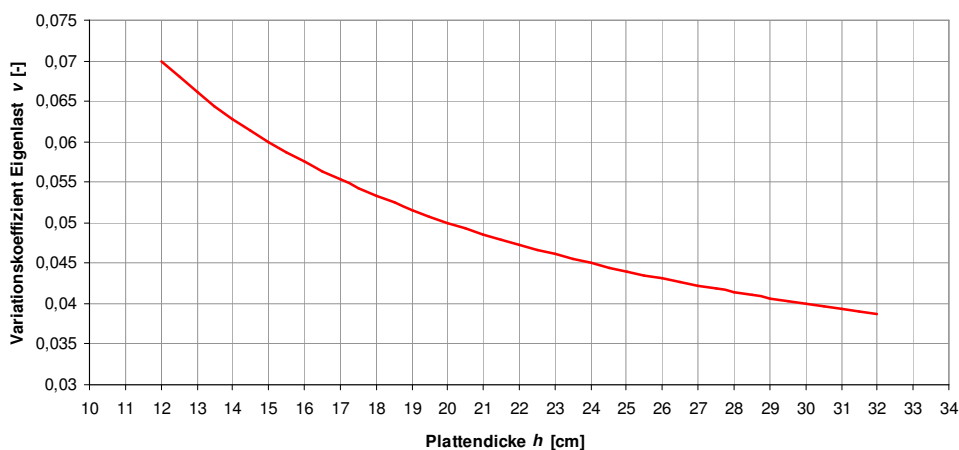
$r = \frac{2A_c}{U}$				
<b>Beiwert <math>r</math></b>	$r = h$	$r = 0,5 \cdot h$	$r = 0,5 \cdot h$	$r = 0,875 \cdot h$

Bild 3.3 stellt den mit Gleichung (3.13) berechneten Variationskoeffizienten einer Platteneigenlast in Abhängigkeit von der Plattendicke dar. Erkennbar wird mit zunehmender Dicke die Streuung der Eigenlast kleiner und nähert sich bei Ansatz von Gleichung (3.13) dem Grenzwert 0,02 an.



**Abb. 3.3: Variationskoeffizient der Platteneigenlast nach Modell [CEB Bulletin 112 1976]**

Die Variationskoeffizienten der Konstruktionseigenlasten in Tabelle 3.3 bewegen sich alle in einem Bereich zwischen ca. 0,02 und 0,10. Vereinzelt größere Werte beziehen sich auf stärker streuende Ausbaulasten. Auf die gesamte ständige Last bezogen wählen einige Autoren bewusst den vergleichsweise großen Variationskoeffizienten von 10 %. Dieser Wert beinhaltet neben der Eigenlast auch die stärker streuenden Ausbaulasten. Die größeren Unsicherheiten werden über den größeren Gesamt-Variationskoeffizienten mit abgedeckt (z. B. [Vismann 1995], [Johannis 1999]).

Die 10%-ge Streuung wird in [JCSS 1996] allgemein als konservativer Ansatz gewertet, der für die meisten Fälle geeignet ist. Dieser Variationskoeffizient wurde z. B. auch als allgemeiner Ansatz bei der Kalibrierung von Teilsicherheitsbeiwerten der dänischen Normen angesetzt von [Sorensen et al. 2001].

In dieser Arbeit werden ständige Lasten ebenfalls mit einem Variationskoeffizienten von 10 % angesetzt (s. Modellierung Kapitel 6). In Übereinstimmung mit [Vismann 1995] und [Johannis 1999] geschieht dies zur Berücksichtigung größerer Unsicherheiten im Hinblick auf die Ausbaulasten. Im Rahmen dieser Arbeit werden vor allem Nutzungsänderungen bestehender Objekte thematisiert. Änderungen gehen nicht zwangsläufig mit Nutzlaständerungen einher, wie sie in Kapitel 9 besprochen werden. Durch Mieter- oder Eigentümerwechsel können sich auch innerhalb einer bestimmten Nutzungskategorie Neuerungen ergeben. Als „Nutzungsänderung“ kann in dem Fall ein möglicher Wechsel der Ausbaulasten durch kleine bauliche Änderungen (Bsp. Fußbodenaufbauten) betrachtet werden. Entsprechend der Empfehlung [JCSS 2001-02] wird die ständige Last normalverteilt modelliert.

**Tabelle 3.3: Stochastische Modelle ständiger Lasten**

Quelle	F(x)	$\mu$	$\sigma$	$\nu$ [-]	Kommentar
[CEB Bulletin 112 (1976)]	N			$6/r + 0,02$	mit Profilbeiwert $r$ gemäß Tabelle 3.2
[Pottharst 1977]	N			0,07	
[Ellingwood 1978]		$X_{nom}$		0,10	
[Hosser 1978]	N	$X_{nom}$		0,05	$g(x)$ Stützen
				0,05	Stützenauflast G
[Nowak/Lind 1979]		$1,03X_{nom}$		0,04	Brücken, vorgefertigte Bauteile
		$1,05X_{nom}$		0,08	Brücken, Baustellenfertigung
		$1,10X_{nom}$		0,20	Brückenausbau (Asphalt)
[DAfStb-H. 307 (1979)]	N	$X_{nom}$		0,06	
[Galambos 1981]	N	$X_{nom}$		0,10	
[König et al. 1982]		$X_{nom}$		$\leq 0,10$	ständige Einwirkungen allgemein
[König/Hosser 1982]	N	$X_{nom}$		0,07	Berechnungsansatz; als repräsentativ für viele Anwendungsfälle erachtet
[Vrouwenvelder/Siemes 1987]	N	$1,05X_{nom}$		1,07	allgemein
	LN			0,40	Trennwände
[CIB 115 (1989)] (Wichte)		$23,5 \text{ kN/m}^3$		0,04	Wichte unbewehrter Beton mit $f_c = 20 \text{ MPa}$
		$24,5 \text{ kN/m}^3$		0,03	Wichte unbewehrter Beton mit $f_c = 40 \text{ MPa}$
[Östlund 1991]	N	$X_{nom}$		0,05	konstruktionsabhängige Abweichungen möglich
[Bourgund/Ammann 1991]	N			0,10	Herleitung Sicherheitskonzept für Befestigungselemente
[Bach 1992]	N			0,06	Berechnungsansatz
[Kudzys 1992]	N			0,05	Fertigteil
				0,10	Ortbeton, auch Streuwerte bis $0,20 \dots 0,30 \text{ mgl.}$
[Spaethe 1992]	LN			$0,05 \dots 0,10$	tragende Konstruktionen allgemein
				$> 0,10$	Ausbaulasten, nicht tragende Elemente
[Klingmüller/Bourgund 1992]	N				
[Vismann 1995]	N	$X_{nom}$		0,10	Berechnungsansatz, hoher Variationskoeffizient zur Berücksichtigung wechselnder Ausbaulasten
[JCSS 1996]	N	$X_{nom}$		0,10	als konservativer Ansatz für die meisten Anwendungen betrachtet
[Ellingwood 1996]	N	$1,05X_{nom}$		0,10	
[Rackwitz 1996]		$X_{nom}$		$> 0,06$	ständige Einwirkung
[Rackwitz 1996] (Wichte)		$23,5 \text{ kN/m}^3$		0,04	unbewehrter Beton mit $f_c \leq 20 \text{ MPa}$
		$24,5 \text{ kN/m}^3$		0,03	unbewehrter Beton mit $f_c > 40 \text{ MPa}$
		je + 1 $\text{N/m}^3$			Stahlbeton
[Nowak/Szerszen 1998]		$1,03X_{nom}$		0,08	Brücken, vorgefertigte Bauteile
		$1,05X_{nom}$		0,10	Brücken, Baustellenfertigung
		$1,10X_{nom}$		0,25	Brückenausbau (Asphalt mit Dicke 75 mm)
		$(1,03 \dots 1,05)X_{nom}$		$0,08 \dots 0,10$	sonstige Brückenausbauten
[Tworuschka 1998]	N			0,07	Berechnungsansatz
[Diamantidis 1999]	LN				
[Schneider 1999] (Wichte)		$25 \text{ kN/m}^3$	$1 \text{ kN/m}^3$	0,04	Wichte Stahlbeton, Berechnungsansatz
[Johannis 1999] (Wichte)		$25 \text{ N/m}^3$		0,04	Wichte Stahlbeton
				0,10	Berechnungsansatz zur zusätzlichen Abdeckung wechselnder Ausbaulasten
[Melchers 1999]	N	$(1,00 \dots 1,05)X_{nom}$		$0,05 \dots 0,10$	Eigen- und Ausbaulasten; Streuung vorrangig aus Ausbauten; Empfehlung: Mittelwert erhöhen zum Vermeiden systematischer Unterschätzung
[BE 95-1347/R9 (2000)]	N	$X_{nom}$		0,08	Eigenlasten Beton
[JCSS 2001-02] (Wichte)	N	$24 \text{ kN/m}^3$		0,04	Wichte Normalbeton, unbewehrt, normaler Feuchtigkeitsgehalt
[Sorensen et al. 2001]	N			0,10	allgemein
				0,06	Beton
				0,04	Stahl
[Six 2003]	N			0,10	
[Hansen 2004]				$0,03 \dots 0,10$	
[Hausmann 2007] (Wichte)	N	$25 \text{ kN/m}^3$		0,06	Wichte Stahlbeton
[Hausmann 2007]	N			0,06	Stahlbetondecken; $\nu = \text{const.}$ für $h \geq 15 \text{ cm}$
	N			0,06	Ausbaulasten
	LN			0,50	leichte Trennwände → Zuschlag zur Nutzlast
[Diamantidis et al. 2007]	N			0,05	Berechnungsansatz Stahlbetondach
[Holicky 2008], [Holicky et al. 2008]	N	$X_{nom}$	$0,10X_{nom}$	0,10	Basis JCSS und eigene Untersuchungen
[Braml 2010]	N	$X_{nom}$		0,066	Eigen- und Ausbaulast; Berechnungsansatz
				$0,04 \dots 0,05$	Eigenlast Stahlbetonbauteil, Berechnungsansatz
				0,10	reine Ausbaulast (Bsp. bestehende Brücke)
[Fischer, A. 2011]	N	$X_{nom}$		0,06	Eigenlast Konstruktion (Bsp. bestehende Brücke)
				0,04	Eigen- und Ausbaulast zusammen
				0,04	Eigenlast Stahlbetonkonstruktion

### 3.2.2) Nutzlasten im Hochbau

Nutzlasten haben einen erheblichen Einfluss auf die Zuverlässigkeit. Naturgemäß sind wechselnde Lasten mit großen Unsicherheiten behaftet, die sich aus der Unkenntnis der tatsächlichen räumlichen und zeitlichen Verteilung wechselnder Lasten über größere Bezugszeiträume ergeben. In Sensitivitätsanalysen probabilistischer Berechnungen wird der maßgebende Einfluss der Nutzlasten auf die Zuverlässigkeit besonders deutlich (s. Abschnitt 7.3 und 8.3). Die stochastische Modellierung der Nutzlasten gestaltet sich deutlich aufwendiger als bei anderen Basisvariablen. Angaben zu Verteilungsfunktionen und zugehörigen Parametern bedürfen hier einiger Vorüberlegungen zur Charakteristik von Nutzlasten.

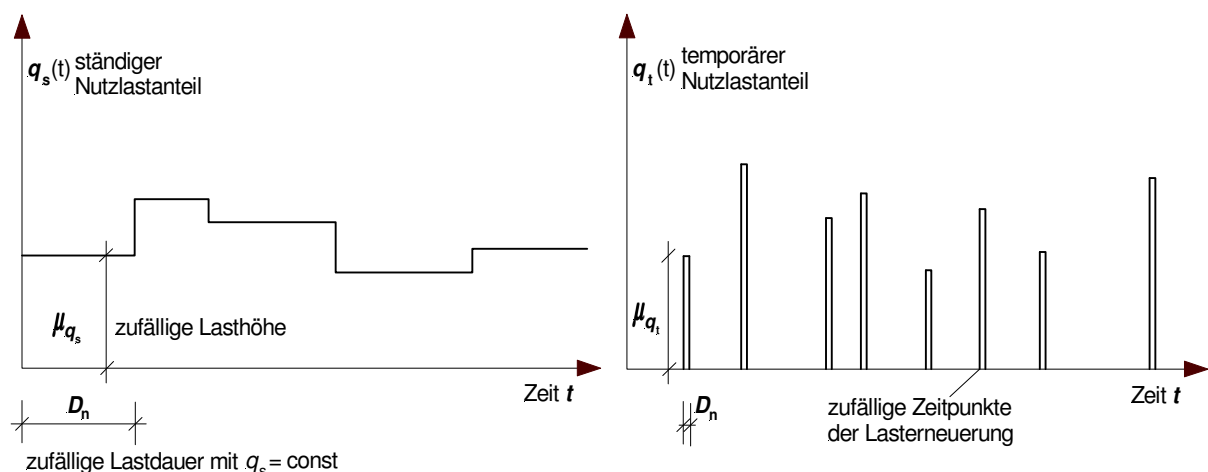
Ausführliche Darstellung zur Modellierung von Nutzlasten im Hochbau enthalten u. a. [CIB 116 (1989)], [Spaethe 1992], [Schuëller 1996], [Rackwitz 1996], [Diamantidis 1999], [JCSS 2001-02], [Melchers 1999], [Madsen et al. 2006]. Die nachfolgende Zusammenstellung stützt sich im Wesentlichen auf diese Quellen.

#### Zusammensetzung der Nutzlast

In deterministischen Berechnungen werden Nutzlasten als räumlich homogene und zeitinvariante Größen angenommen, die für einen definierten Bezugszeitraum Gültigkeit haben (im Hochbau i. d. R. 50 Jahre). Diese Vorstellung ist eine starke Vereinfachung der tatsächlichen räumlichen und zeitlichen Veränderlichkeit von Nutzlasten.

Zur Ermittlung praktikabler Rechenwerte der Nutzlast werden die zufällig auftretenden Lasten rechnerisch vereinheitlicht. Hierzu werden zunächst die räumlich variablen Nutzlasten über eine Bezugsfläche  $A$  als räumlich homogene Lasten modelliert. Die sich hieraus ergebenden Lasten gelten zunächst nur für einen willkürlichen Zeitpunkt innerhalb eines Lastprozesses. Unter Berücksichtigung zufälliger Lastwechsel über einen Bezugszeitraum  $T$  werden die Momentanwerte auf Maximalwerte des Bezugszeitraumes hochgerechnet. Die Grunddaten dieser Berechnungen werden je nach Nutzung des Objekts in Lastermessungen ermittelt und sind in sich bereits mit größeren Unsicherheiten behaftet. Einfluss auf die rechnerischen äquivalenten Nutzlasten haben neben den nutzungsbezogenen Grunddaten die Größe der betrachteten Bezugsfläche, der Bezugszeitraum und die Annahmen zu Lastdauer bzw. Lastwechselraten.

Als Näherung werden zwei Anteile der Nutzlast unterschieden. Der erste Anteil ist über einen längeren Zeitraum weitgehend konstant wirksam und wird daher auch als quasi-ständiger Anteil der Nutzlast bezeichnet. Zu diesen Lasten zählen bspw. Möblierung, Lagergüter und das nutzungsgemäße Personenaufkommen in den Räumen. Dieser Lastanteil ändert sich nur in größeren Abständen und wird demgemäß als zweiparametrischer Lastprozess mit Rechteckamplituden modelliert. Kennzeichnende Parameter des Prozesses sind die mittlere Höhe der Last und die Dauer der konstanten Lastwirkung. Beide Werte sind Zufallsgrößen.



**Abb. 3.4: zeitabhängige quasi-ständige und kurzzeitige Nutzlastanteile im Hochbau**

Der zweite Anteil der Nutzlast ist nur kurzzeitig wirksam und berücksichtigt Lastkonzentrationen in Ausnahmesituationen. Hierzu gehören bspw. vorübergehende große Menschenansammlungen sowie kurzfristig an einer Stelle konzentrierte Möbel. Der wechselnde Lastanteil ist durch kurze Dauer, höhere Lastwerte und größere zeitliche Abstände gekennzeichnet. Der temporäre Lastanteil wird mit einem dreiparametrischen Impulsprozess beschrieben. Die Parameter Lasthöhe, Lastdauer und die Dauer zwischen den Lastwirkungen sind Zufallsgrößen.

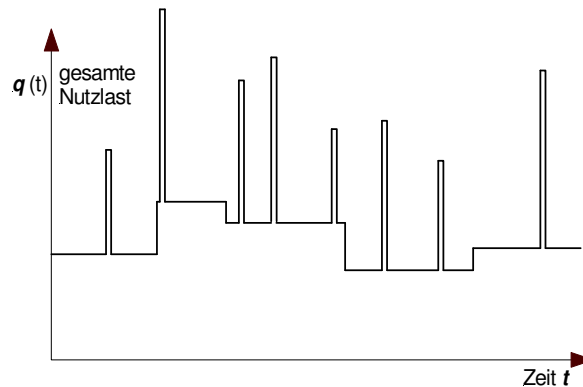


Abb. 3.5: Verlauf der kombinierten Nutzlast

Ein wichtiges Kennzeichen beider Lastprozesse ist die Anzahl der Lastwechsel über einen bestimmten Bezugszeitraum. Aus beiden Prozessen lässt sich ein kombinierter Lastprozess über den Bezugszeitraum bilden, aus dem der Maximalwert des Bezugszeitraums unter Berücksichtigung der Lastwechsel bestimmt werden kann (Bild 3.5). Die zufällige Verteilung des Maximalwertes über den Bezugszeitraum wird mit einer Extremwertverteilung modelliert.

**Modellierung der räumlichen Verteilung**

Die tatsächliche räumliche Variabilität von Nutzlasten lässt sich durch ein Modell vereinfachen, das auf [Peir/Cornell 1973] zurückzuführen ist und in erweiterter Form in [CIB 115 (1989)] vorgestellt wird. Dabei wird aus der räumlich veränderlichen Nutzlast eine äquivalente gleichförmig verteilte Last modelliert. Heute ist das Verfahren Bestandteil der probabilistischen Modellierung gemäß [JCSS 2001-02]. Erläuterungen zu diesem Modell sind z. B. in [CIB 116 (1989)], [Rackwitz 1996], [JCSS 2001-02], [Madsen et al. 2006], [Fischer, A. 2011] enthalten.

Nach diesem Modell wird die Intensität des *quasi-ständigen Nutzlastanteils* zu einem bestimmten Zeitpunkt als Zufallsfeld aus den nutzungsabhängigen mittleren Lasten unter Berücksichtigung von Variationen zwischen verschiedenen Stockwerken oder Bauwerken und räumlich veränderlicher Lastkonzentrationen formuliert:

$$W(x, y) = m + V + U(x, y) \tag{3.14}$$

- mit  $m$  mittlere Lastintensität für eine bestimmte Nutzungskategorie
- $V$  Zufallsvariable zur Beschreibung der Variabilität der ständigen Nutzlastanteile zwischen verschiedenen Bezugsflächen;  
Normalverteilung, Mittelwert  $\mu_V = 0$ , Standardabweichung  $\sigma_V$
- $U(x, y)$  homogen angenommenes Zufallsfeld zur Beschreibung der Variabilität innerhalb einer Bezugsfläche  
rechtsschiefe Verteilung, Mittelwert  $\mu_U = 0$ , Standardabweichung  $\sigma_U$ .

Die Raumvariablen  $V$  und  $U$  sind stochastisch voneinander unabhängig. Für das homogene Zufallsfeld  $U(x, y)$  werden lokale Effekte wie bspw. Möbelkonzentrationen entlang der Wände vernachlässigt [Madsen et al. 2006]. Die Parameter  $m$ ,  $\sigma_V$  und  $\sigma_U$  können aus Lastmessungen bestimmt werden [CIB 116 (1989)]. Nutzungsbezogene Angaben hierzu werden im probabilistischen Model Code [JCSS 2001-02] zur Verfügung gestellt.

Aus der Lastgröße  $W(x, y)$  und der Einflussfunktion  $i(x, y)$  lassen sich die linear-elastischen Schnittgrößen berechnen, indem das Produkt aus Last- und Einflusswert über die Bezugsfläche  $A$  integriert wird

$$S = \int_A W(x, y) i(x, y) dA \tag{3.15}$$

- mit  $W(x, y)$  Lastintensität
- $i(x, y)$  Einflussfunktion des Lasteffekts über die betrachtete Fläche  $A$
- $A$  Bezugsfläche.

Näherungsweise wäre bei nichtlinearer Schnittgrößenermittlung die schrittweise Berechnung mit Gleichung (3.15) möglich unter Annahme einer abschnittswisen Linearität.

Über die Bezugsfläche  $A$  wird der ständige Nutzlastanteil  $q_s$  als äquivalente gleichförmig verteilte Last gebildet aus der Lastwirkung  $S$  (3.15) und der über die Bezugsfläche integrierten Einflussfunktion  $i(x,y)$

$$q_s = \frac{\int_A W(x,y)i(x,y)dA}{\int_A i(x,y)dA} \quad (3.16).$$

Die statistischen Parameter der äquivalenten gleichförmig verteilten Last nach Gleichung (3.16) ergeben sich aus den streuenden Einzelanteilen in (3.14). Dabei entspricht der Mittelwert der Last  $q_s$  dem Erwartungswert der Lastintensität  $W(x,y)$  und damit dem nutzungsabhängigen Mittelwert  $m$ :

$$\mu_{q_s} = E(W(x,y)) = m \quad (3.17).$$

Die Standardabweichung ergibt sich aus der Variabilität der Zufallsgrößen  $V$  und  $U$  unter Berücksichtigung der Größe der Bezugsfläche und der Form der Einflussfläche zu

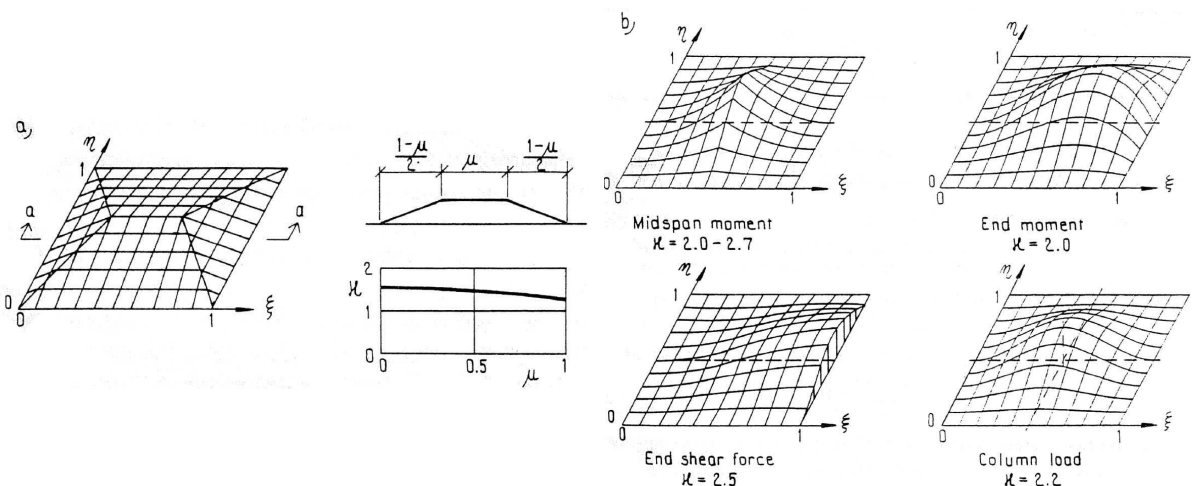
$$\sigma_q = \sigma_v^2 + \sigma_u^2 \frac{A_0}{A} \kappa \quad (3.18)$$

mit  $A_0$  = Referenzfläche  
 $A$  = Bezugsfläche der Last  $q$  mit  $A > A_0$  (wenn  $A < A_0$ , dann ist  $A = A_0$  zu setzen)  
 $\kappa$  = Einflussflächenfaktor.

Mit dem Faktor  $\kappa$  wird in Abhängigkeit von der Einflussfunktion die Variabilität innerhalb der Bezugsfläche  $A$  modifiziert, um mögliche Lastkonzentrationen zu berücksichtigen. Er ergibt sich aus der Einflussfunktion  $i(x,y)$  über die Bezugsfläche  $A$  mit

$$\kappa = A \frac{\int_A [i(x,y)]^2 dA}{\left[ \int_A i(x,y) dA \right]^2} \quad (3.19).$$

Über den Einflussflächenfaktor gehen statisches System und Lasteffekt in die Berechnung ein. Für eine konstante Einflussfläche ergäbe sich der Faktor  $\kappa = 1,0$ . [JCSS 2001-02] und [CIB 116 (1989)] geben Faktoren für andere Einflussfunktionen typischer Anwendungsfälle (z. B. Bild 3.6). [Rackwitz 1996] fasst  $\kappa$ -Werte für wesentliche Schnittgrößen zusammen für Platten mit  $\kappa \approx 1,5$  und für Balken mit  $\kappa \approx 2,0 \dots 2,5$ . [Melchers 1999] gibt für Balken  $\kappa$ -Werte bis 2,7 an. Für die Durchbiegung zweiachsig gespannter Einfeldplatten werden in [Hausmann 2007]  $\kappa$ -Werte zwischen 1,1 und 2,27 ermittelt. Eine Zusammenfassung verschiedener  $\kappa$ -Werte für die Schnittgrößenermittlung enthält [Fischer, A. 2011].



**Abb. 3.6: Einflussflächenfaktoren  $\kappa$ : a) Platten, b) Balken (aus [CIB 116 (1989)], S. 19)**

Das Produkt aus Einflussflächenfaktor und Verhältnis von Referenz und Bezugsfläche wird auch als varianzmindernder Faktor  $k$  bezeichnet (z. B. [Madsen et al. 2006], [Hausmann 2007], [Fischer, A. 2011]):

$$k = \frac{A_0}{A} \kappa \leq 1 \quad (3.20).$$

Je größer die Bezugsfläche  $A$  gegenüber der Referenzfläche  $A_0$  ist, desto kleiner wird der Einfluss des Zufallsfeldes  $U(x,y)$ . Das heißt, dass bei großen Bezugsflächen die Variabilität innerhalb der Fläche weitgehend vernachlässigt werden kann. Aus der normalverteilten Zufallsvariablen  $V$  und der rechtsschiefen Verteilungsfunktion des Zufallsfeldes  $U(x,y)$  ergibt sich die Verteilungsfunktion der äquivalenten Last als Gamma-verteilte Zufallsvariable. Stochastische Parameter des ständigen Nutzlastanteils zu einem bestimmten Zeitpunkt sind in [JCSS 2001-02] gegeben (s. Tabelle 3.4). Für die weitere Berechnung ist eine Umrechnung auf den betrachteten Bezugszeitraum erforderlich.

Der *temporär wirkende Nutzlastanteil*  $q_t$  wird sinngemäß nach Gleichung (3.16) modelliert. Im Unterschied zum ständigen Lastanteil können die kurzfristigen Anteile als konzentrierte Lasten angenommen werden. [JCSS 2001-02] vermerkt, dass gewöhnlich wenige Daten zum wechselnden Nutzlastanteil vorliegen. Mithin bestehen hier größere Unsicherheiten, die sich in großen Streumaßen niederschlagen. Häufig sind die Standardabweichungen dieses Lastanteils gleich dem Mittelwert. Hieraus folgt für den Kurzzeitanteil in [JCSS 2001-02] die Annahme einer Extremwertverteilung.

### Modellierung der zeitlichen Veränderungen

Die Lastanteile  $q_s$  und  $q_t$  sind für einen willkürlichen Zeitpunkt gültig und müssen unter Berücksichtigung möglicher Lastwechsel auf einen größeren Bezugszeitraum umgerechnet werden. Hierfür wird die Verteilungsfunktion des momentanen Lastwertes unter Berücksichtigung der Lastwechselrate  $\lambda$  und des Bezugszeitraums  $T$  in eine Verteilungsfunktion für den Größtwert der Last transformiert. Für den Maximalwert des quasi-ständigen Nutzlastanteils ergibt sich eine Extremwertverteilung

$$F_{q_s, \max}(x) = \exp\left[-\lambda_s \cdot T \cdot (1 - F_{q_s}(x))\right] \quad (3.21)$$

mit  $\lambda_s$  = Lastwechselrate des ständigen Nutzlastanteils, Anzahl der Lastwechsel je Zeiteinheit  
 $T$  = Bezugszeitraum (i. d. R. 50 Jahre)  
 $F_{q_s}(x)$  = Verteilungsfunktion des ständigen Nutzlastanteils.

Die Lastwechsel werden als Zufallsgröße mit Poissonverteilung angenommen. Bei den temporären Nutzlastanteilen kommt die Auftretensrate  $\nu$  als weitere Zufallsgröße hinzu. Mit der gleichen Bezugsdauer wie für den ständigen Nutzlastanteil ergibt sich der temporäre Größtwert aus der Extremwertverteilung [Rackwitz 1996]

$$F_{q_t, \max}(x) = \frac{\lambda_s}{\left(\lambda_s + \nu(1 - F_{q_t}(x))\right)} \quad (3.22).$$

Der Maximalwert der Nutzlast aus beiden Lastanteilen ist aus der Kombination der beiden Anteile zu bestimmen. Die Kombination aus dem zweiparametrischen (quasi-ständiger Anteil) und dem dreiparametrischen Poissonprozess (temporärer Anteil) wird mit Ansätzen der Extremwerttheorie gefunden. Kombinationsregeln für Lastprozesse besprechen z. B. [Melchers 1999], [Madsen 2006].

Unter der Annahme, dass beide Lastanteile unabhängig voneinander sind, ergibt sich die Extremwertverteilung des Maximalwerts aus einem Faltungsintegral ([Melchers 1999], [Rackwitz 1996])

$$F_{q_{\max}}(x) = \int_0^x F_{q_t, \max}(x-z) f_{q_s, \max}(z) dz \quad (3.23).$$

Die Auflösung eines solchen Integrals gelingt numerisch oder mit Simulationsmethoden (vgl. [Fischer, A. 2011]). [Melchers 1999] verweist auf die Schwierigkeiten bei der Lösung und stellt ein vereinfachtes Verfahren zur Lastkombination vor. [Hausmann 2007] bestimmt die gemeinsame Extremwertverteilung aus ständigem und temporärem Lastanteil durch Monte Carlo Simulationen. Hierbei werden zufällige Ausprägungen der Lastanteile über einen Bezugszeitraum von 50 Jahren simuliert und Maximalwerte über den Bezugszeitraum bestimmt. Auf Grundlage mehrfacher Wiederholung kann aus den einzelnen Maxima eine Verteilungsfunktion des Maximalwertes genähert werden.

Die Simulationen in [Hausmann 2007] führen zu einfachen quadratischen Gleichungen, mit denen Mittelwerte und Standardabweichungen der Maximalwertverteilung in Abhängigkeit von Nutzung, Flächenverhältnis  $A_0/A$  und Einflussflächenfaktor  $\kappa$  näherungsweise berechnet werden können. Eine Auswertung der Gleichung für  $\kappa = 1,0$  enthält [Fischer, A. 2011]. Aus diesen Beziehungen ergeben sich vergleichsweise hohe Streuwerte (s. vergleichende Zusammenstellung in Tabelle 3.7), die für bestimmte Nutzungen deutlich über den Angaben anderer Autoren liegen (z. B. Auswertung der Extremwertverteilung der Maxima in [Chalk/Corotis 1980] oder [Rackwitz 1996]).

**Lasterhebungen (Datensammlung)**

Statistische Parameter der Nutzlastanteile können in Lastmessungen gefunden werden. Die Parameter der ständigen und temporären Nutzlastanteile ergeben sich aus solchen Messungen in Abhängigkeit von der Nutzung als Momentanwerte für einen bestimmten Zeitpunkt. Dabei ist die Ermittlung des temporären Lastanteils besonders schwierig. [Melchers 1999] betont, dass die Parameter der temporären Anteile gewöhnlich nicht aus Lastmessungen bestimmt, sondern hauptsächlich aus der Auswertung von Fragebögen ermittelt wurden. [JCSS 2001-02] vermerkt die geringe Menge an verfügbaren Daten zum temporären Anteil und die damit verbundene Unsicherheit bezüglich der statistischen Parameter.

[Rackwitz 1996] verweist bereits auf die teilweise geringe Vergleichbarkeit der Ergebnisse verschiedener Lastmessungen. In Abhängigkeit von Untersuchungsziel und Messmethoden sind demnach größere Unterschiede in den Messergebnissen auszumachen.

[Rackwitz 1996] fasst aus zahlreichen Datenerhebungen statistische Kennwerte der permanenten und wechselnden Nutzlastanteile zusammen und gibt darauf aufbauend eine bereinigte Zusammenstellung von Nutzlastparametern wieder. Darin wurden bspw. Bezugsflächen, Lastwechsel usw. aus den stark differierenden Ausgangsdaten vereinheitlicht; auf die darin enthaltenen Annahmen und Rundungen wird ausdrücklich verwiesen. Der probabilistische Model Code [JCSS 2001-02] gibt diese bereinigten Lastparameter als Grundlage für die Nutzlastmodellierung in probabilistischen Berechnungen wieder (Auszug s. Tabelle 3.4).

**Tabelle 3.4: Parameter der quasi-ständigen und temporären Nutzlastverteilungen (Momentanwerte), (aus [JCSS 2001-02], Auszug)**

Nutzung	quasi-ständiger Nutzlastanteil $q_s$ (Gamma-Verteilung)					temporärer Nutzlastanteil $q_t$ (Gumbel-Verteilung)			
	$A_0$ [m <sup>2</sup> ]	$\mu_{q,s}$ [kN/m <sup>2</sup> ]	$\sigma_V$ [kN/m <sup>2</sup> ]	$\sigma_U$ [kN/m <sup>2</sup> ]	$1/\lambda$ [a]	$\mu_{q,t}$ [kN/m <sup>2</sup> ]	$\sigma_U$ [kN/m <sup>2</sup> ]	$1/\lambda$ [a]	$d_p$ [d]
<b>Büro</b>	20	0,50	0,30	0,60	5	0,20	0,40	0,30	1-3
<b>Wohnraum</b>	20	0,30	0,15	0,30	7	0,30	0,40	1,00	1-3
<b>Hotelzimmer</b>	20	0,30	0,05	0,10	10	0,20	0,40	0,10	1-3
<b>Krankenzimmer</b>	20	0,40	0,30	0,60	5-10	0,20	0,40	1,00	1-3
<b>Schulzimmer</b>	100	0,60	0,15	0,40	> 10	0,50	1,40	0,30	1-5
<b>Kaufhaus</b>	100	0,90	0,60	1,60	1-5	0,40	1,10	1,00	1-14

$A_0$  = Referenzfläche  
 $\mu_{q,s}$  = Mittelwert des quasi-ständigen Nutzlastanteils,  $\mu_{q,t}$  = Mittelwert des temporären Nutzlastanteils  
 $\sigma_V$  = Standardabweichung der Zufallsvariablen  $V$ ,  $\sigma_U$  = Standardabweichung des Zufallsfelds  $U(x,y)$   
 $\lambda$  = Lastwechselrate,  $d_p$  = Dauer des temporären Nutzlastanteils

[Rackwitz 1996] gibt darüber hinaus auch eine Umrechnung dieser Daten auf einen Bezugszeitraum von 50 Jahren wieder und führt gleichzeitig aus ständigen und kurzzeitigen Lastanteilen zusammengefasste Extremwerte auf (Auszug s. Tabelle 3.5). Laut [Rackwitz 1996] beruhen die charakteristischen Nutzlastwerte des Eurocode für die verschiedenen Nutzungskategorien auf diesen Hochrechnungen. Allerdings lässt sich hier in Rückrechnungen nur punktuell eine Verbindung zwischen Normwerten und Tabelle 3.5 herstellen (s. u.).

**Tabelle 3.5: Parameter der Extremwertverteilung der Nutzlast (50-Jahres-Werte) (aus [Rackwitz 1996], Auszug)**

Nutzung	Extremwerte aus $q_s$ und $q_t$ (Gumbel-Verteilung)		
	$A_0$ [m <sup>2</sup> ]	$\mu_{q,max}$ [kN/m <sup>2</sup> ]	$\sigma_{q,max}$ [kN/m <sup>2</sup> ]
<b>Büro</b>	20	1,81	0,37
<b>Wohnraum</b>	20	1,52	0,44
<b>Hotelzimmer</b>	20	1,47	0,33
<b>Krankenzimmer</b>	20	1,35	0,45
<b>Schulzimmer</b>	100	2,65	0,95
<b>Kaufhaus OG</b>	100	3,37	0,62
<b>Kaufhaus EG</b>	100	2,96	0,76



### Zusammenstellung stochastischer Modelle

Neben den in Tabelle 3.5 zusammengefassten statistischen Parametern der Nutzlast nach [Rackwitz 1996] sind in der Literatur zahlreiche weitere Angaben zu möglichen stochastischen Ansätzen zu finden. Dabei ergibt sich kein einheitliches Bild; Vergleichsrechnungen zwischen charakteristischen Normwerten nach [DIN EN 1991-1-1 (2010)] und den statistischen Parametern verschiedener Quellen offenbaren zahlreiche Widersprüche (s. u.).

Nachfolgend fasst Tabelle 3.6 ausgewählte Quellen mit Angaben zu statistischen Kennwerten der Nutzlasten im Hochbau in einer Übersicht zusammen. Hierbei handelt es sich nicht um eine vollständige Zusammenfassung der verfügbaren Daten, vielmehr sollen die teilweise sehr unterschiedlichen Ansätze im Zusammenhang mit probabilistischen Berechnungen verdeutlicht werden.

Bei den Angaben ist genau zu unterscheiden, welcher Lastanteil gemeint ist (quasi-ständig/ temporär / gesamt), ob die Werte einen willkürlichen Zeitpunkt beschreiben (z. B. Tabelle 3.4) oder ob sich die Daten als Maximalwerte auf einen bestimmten Zeitraum beziehen.

In den meisten Fällen wird der Maximalwert der Nutzlast mit einer Extremwertverteilung angenommen (Extremwert Typ I: Gumbel). Nur einige wenige Autoren wählen als stark vereinfachten Ansatz eine Normalverteilung und berechnen den Mittelwert der Last ausgehend vom charakteristischen Normwert unter Ansatz eines nutzungsunabhängigen konstanten Variationskoeffizienten. Bei den probabilistischen Berechnungen in Kapitel 7 bis 9 wurden punktuelle Vergleichsrechnungen mit diesem Ansatz durchgeführt. Dabei zeigt sich, dass mit dem pauschalen Ansatz der Normalverteilung der Einfluss der Nutzlast auf das Zuverlässigkeitsniveau unterschätzt wird.

Ferner sind – sofern den Quellen entnehmbar – die Definitionen der charakteristischen Werte angegeben. Die Angaben variieren dabei in einem Bereich zwischen 95%- und 99%-Fraktilwert. Mit [DIN EN 1990 (2010)] sind die charakteristischen Werte veränderlicher Lasten als Fraktil- oder Nennwerte zu definieren. Konkrete Hinweise zur möglichen Wahrscheinlichkeit der Lastüberschreitung werden jedoch nur im Zusammenhang mit klimatischen Einwirkungen gegeben. Demnach kann von einer Wiederholung des höchsten Lastwertes nach 50 Jahren ausgegangen werden, was einer jährlichen Überschreitungswahrscheinlichkeit von 2 % entspricht. Damit können charakteristische Werte klimatischer Lasten als 98%-Fraktile verstanden werden, wobei in Einzelfällen auch mit anderen Wiederkehrperioden zu kalkulieren wäre.

In [DIN 1055-100 (2001)] wurde noch allgemeiner auf den charakteristischen Wert als 98%-Fraktil bei zeitabhängigen veränderlichen Einwirkungen verwiesen, eine Einschränkung des Ansatzes auf klimatische Einwirkungen gab es nicht. [Six 2003] versteht in diesem Sinne auch die charakteristischen Nutzlastwerte der Norm als 98%-Fraktile und berechnet hieraus mit dem angenommenen Variationskoeffizienten die Lastmittelwerte für die probabilistischen Berechnungen. Dabei kann die Nutzungsdauer eines Objekts als Wiederkehrperiode verstanden werden, während der die maximale Last nur einmal überschritten wird. Im Hochbau wird allgemein von 50 Jahren ausgegangen. [Rackwitz 1996] erklärt zu Festlegung der charakteristischen Normwerte, dass eine eindeutige Definition als  $q$ -Fraktil bewusst nicht vorgenommen wurde und allgemein davon auszugehen sei, dass nicht mehr als 5% der Lasten den charakteristischen Wert überschreiten. Damit ergibt sich der Fraktilwert bei  $q \geq 95\%$ . [Grünberg 2004] gibt allgemein einen Überschreibungsbereich zwischen 1 und 5 % an und berechnet darauf den charakteristischen Wert als 98%-Fraktil für den Bezugszeitraum 1 Jahr oder als Modalwert der Verteilungsfunktion für den Bezugszeitraum 50 Jahre.

Die Umrechnung von Fraktilwerten zu Mittelwerten gelingt bei Kenntnis der Streubreite unter Ansatz der gewählten Verteilungsfunktion. Die Höhe der Mittelwerte ergibt sich grundsätzlich in Abhängigkeit von der Nutzung.

Für die in Tabelle 3.6 aufgeführten Streumaße lassen sich grob zwei verschiedene Ansätze unterscheiden (s. auch Tabelle 3.7). Beim ersten Ansatz arbeiten einige Quellen stark vereinfachend mit einem nutzungsunabhängig konstanten Variationskoeffizienten. Hierbei wird vernachlässigt, dass für verschiedene Nutzungen tatsächlich verschiedene Streumaße festzustellen sind. In den meisten Fällen wird dann pauschal ein vergleichsweise hoher Variationskoeffizient  $v_q = 0,40$  angesetzt. In Nutzungsklassen mit großen Lastmittelwerten ergeben sich aus einem solchen Ansatz sehr große Sensitivitäten der Nutzlast (s. auch Vergleichsrechnungen in Abschnitt 7.2.2 und 8.2.2). Vereinzelt werden deutlich kleinere nutzungsunabhängige Werte verwendet (z. B. [Fischer, A. 2011] mit  $v_q = 0,20$ ). Im Vergleich der Ansätze nach Tabelle 3.7 erweist sich dieser Ansatz für bestimmte Nutzungsklassen des Hochbaus als eher zu klein, was in Teilen zum Überschätzen der erreichten Zuverlässigkeit führt.

Beim zweiten Ansatz werden die Streumaße nach der jeweiligen Nutzung variiert. Grundlage für diese Differenzierung sind Datenerhebungen, die damit verbundenen Unsicherheiten sind in den Streumaßen mit abgebildet. Tabelle 3.7 gibt eine Zusammenstellung der verschiedenen Variationskoeffizienten, die sich aus den genannten Quellen ermitteln lassen.

**Tabelle 3.6: ausgewählte Literaturangaben zu statistischen Kennwerten von Nutzlasten**

Quelle	$F(x)$	$X_k$	$\mu$ [kN/m <sup>2</sup> ]	$\sigma$ [kN/m <sup>2</sup> ]	$v$ [-]	Anmerkung
[Pottharst 1977]	Extr.-Typ I				0,47...1,06	Grundwerte für 5-7 Jahre, 100 m <sup>2</sup> Variationskoeffizienten nutzungsabhängig
					0,40	Wohnung
[DAfStb-H. 307 (1979)]	Extr.-Typ I	$X_{0,95}$			0,40	Büro
					0,32	Kaufhaus
[Chalk/Corotis 1980] [CIB 116 (1981)]					0,185...0,215	nutzungsabhängige Angaben zu 50- Jahres Maxima der Nutzlast → Tabelle 3.7
[Galambos 1981]	Gamma		$0,25X_{nom}$		0,4...0,8	Momentanwert
	Extr.-Typ I		$X_{nom}$		0,25	Herleitung TSF in 50-Jahres-Wert   amerikanischen Normen
[König/Hosser 1982]	Extr.-Typ I	$X_{0,99}$	0,5	$\frac{6,8}{A+6} + 0,25$		Jahresmaximum, Büronutzung
[Vrouwenvelder/Siemes 1987]					$0,4 + A_0/A$	Momentanwert, $v = const.$ , $\mu$ nutzungsabhängig,
	Extr.-Typ I				0,40	Maximalwert ( $A_0 = 4, A < 100 m^2$ ) $v = const.$ , $\mu$ nutzungsabhängig,
[Östlund 1991]	N	$X_{0,98}$	$\frac{X_k}{1,824}$ *)		0,40	Berechnungsansatz, $v = const.$ *) Rückrechnung $\mu$ aus $X_k$ mit $v$ (Normal)
[Bourgund/Amman 1991]	Extr.-Typ I				0,20	verschiedene veränderliche Lasten zusammengefasst, (Herleitung Sicherheitskonzept Befestigungselemente)
[Klingmüller/Bourgund 1992]	Extr.-Typ I					allgemein für veränderliche Last
[Bach 1992]	Extr.-Typ I	$X_{0,98}$			0,4...1,03	50-Jahres Werte, 100 m <sup>2</sup> , Variationskoeffizient nutzungsabhängig
					1,14	Berechnungsansatz
[Vismann 1995]	N	$X_{0,98}$	$\frac{X_k}{1,824}$ *)		0,40	Berechnungsansatz, $v = const.$ *) Rückrechnung $\mu$ aus $X_k$ mit $v$ (Normal)
[Rackwitz 1996]	Gamma		$\mu_{qs}$	$\sigma_{qs}$		nutzungsabhängige Momentanwerte der äquivalenten ständigen und temporären Nutzlastanteile → Tabelle 3.4
	Extr. Typ I		$\mu_{qt}$	$\sigma_{qt}$		
[Rackwitz 1996]	Extr.-Typ I	$X_{\geq 0,95}$	$\mu_{q,max}$	$\sigma_{q,max}$		nutzungsabhängige 50-Jahres Maxima der Nutzlast → Tabelle 3.5
[JCSS 1996]					0,30	Berechnungsansatz, $v = const.$ , 20 m <sup>2</sup> Herleitung TSF in Eurocodes
[Ellingwood 1996]	Extr.-Typ I		$X_{nom}$		0,25	Bezugszeitraum 50 Jahre
			$0,85X_{nom}$		0,35	Bezugszeitraum 25 Jahre
[Tworuschka 1998]	LN	$X_{0,98}$			$\sqrt{0,12 + \kappa / A}$	Nutzung mit wenigen Lastwechseln: $\kappa = 1$ Nutzung mit häufigen Lastwechseln: $\kappa = 2$
[Johannis 1999]	N	$X_{0,98}$	$\frac{X_k}{1,824}$ *)		0,40	Berechnungsansatz, $v = const.$ *) Rückrechnung $\mu$ aus $X_k$ mit $v$ (Normal)
[JCSS 2001-02]	Gamma		$\mu_{qs}$	$\sigma_{qs}$		nutzungsabhängige Momentanwerte der äquivalenten ständigen und temporären Nutzlastanteile → Tabelle 3.4
	Extr. Typ I		$\mu_{qt}$	$\sigma_{qt}$		
[Sorensen et al. 2001]	Extr.-Typ I				0,20	Berechnungsansatz, $v = const.$ Herleitung TSF in dänischen Normen
[Six 2003]	Extr.-Typ I	$X_{0,98}$	*)		0,40	Berechnungsansatz, $v = const.$ *) Rückrechnung $\mu$ aus $X_k$ mit $v$ (Gumbel) → s. Gleichung (6.2)
[Glowienka 2007] [Hausmann 2007]					0,28...0,48	nutzungsabhängige Maximalwerte → Tabelle 3.7
[Diamantidis et al. 2007]	Gamma				0,40	Berechnungsansatz, $v = const.$
[Holicky 2008]	Extr.-Typ I		$0,6X_k$	$0,21X_k$	0,35	allgemein, $v = const.$ , Basis: JCSS-Modell und eigene Untersuchungen
[Fischer, A. 2011]	Extr.-Typ I				0,20	Berechnungsansatz, $v = const.$

$X_{nom}$  = Nennwert  
 $X_k$  = charakteristischer Wert  
 $X_{0,98}$  = 98%-Fraktilewert der Verteilungsfunktion  
 $A_0$  = Referenzfläche  
 $A$  = Bezugsfläche

**Tabelle 3.7: Variationskoeffizienten der Nutzlast (Überblick)**

$v_q$	$v_q = \text{konstant}$ nutzungsunabhängig				$v_q = \text{variabel}$ nutzungsabhängig					
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)
<b>A Wohnen</b>	0,20	0,30	0,35	0,40	0,40	0,248	0,197	0,197	0,28	0,289
<b>B Büro</b>					0,40	0,214	0,185	0,186	0,37	0,204
<b>C Schule</b>					--	--	0,121	0,123	0,20	0,358
<b>D Verkauf</b>					0,32	0,230	0,189	0,190	0,48	0,257
										→ JCSS
(1)	[Sorensen et al. 2001], [Fischer, A. 2011], ([Bourgund/Amman 1991])									
(2)	[JCSS 1996]									
(3)	[Holicky 2008]									
(4)	[Vrouwenvelder/Siemes 1987], [Östlund 1991], [Vismann 1995], [Johannis 1999], [Six 2003], [Diamantidis et al. 2007]									
(5)	[DAfStb-H. 307 (1979)], [CEB Bulletin 116 (1976)]									
(6)	[Hansen 2004]									
(7)	[Chalk/Corotis 1980]									
(8)	[CIB 116 (1981)]									
(9)	[Glowienka 2007], [Hausmann 2007] für $(A_0/A) \cdot x = 1,0$									
(10)	[Rackwitz 1996] → [JCSS 2001-02]									

In dieser Arbeit wird der Variationskoeffizient in Abhängigkeit von der betrachteten Nutzungskategorie variabel angesetzt. Dabei wird auf die Hochrechnung der Maximalwerte der Nutzlast in [Rackwitz 1996] zurückgegriffen (Tabelle 3.5 und Tabelle 3.7, Spalte (10)), da diese Streumaße sich letztlich aus den Grunddaten ergeben, die vom probabilistischen Model Code [JCSS 2001-02] zur Verfügung gestellt werden (Tabelle 3.4). Die Mittelwerte für die Zuverlässigkeitsberechnungen werden ausgehend vom charakteristischen Normwert nach [DIN EN 1991-1-1 (2010)] ermittelt (s. Abschnitt 6.2.1.2 und 6.2.2.2).

**Bezug zu den Normwerten**

Laut [Rackwitz 1996] sind die statistischen Kennwerte der Nutzlast in Tabelle 3.5 Grundlage für die Lastannahmen der Eurocodes. Eine Rückrechnung aus den charakteristischen Normwerten auf die in Tabelle 3.5 gegebenen Mittelwerte unter Ansatz der gegebenen Streuwerte ist jedoch nicht möglich.

Die Umrechnung kann auf zwei Wegen erfolgen. Einerseits kann der charakteristische Wert als Fraktilwert der Extremwertverteilung aufgefasst werden. In diesem Fall sind die zugehörigen Zuverlässigkeitsberechnungen auf den Zeitraum von einem Jahr zu beziehen. Mit [DIN EN 1990 (2010)] gilt dann für Schadensfolgeklasse CC2 als Zielwert der zu erreichenden Zuverlässigkeit  $\beta_{Ziel} = 4,7$ . Dieser Ansatz wird z. B. in [Six 2003] verfolgt. Andererseits kann der charakteristische Wert als Modalwert der Verteilung definiert werden. Hiermit wären die Zuverlässigkeitsberechnungen auf einen Zeitraum von 50 Jahren zu beziehen, als Zielwert gilt dann  $\beta_{Ziel} = 3,8$  (Ansatz z. B. in [Fischer, A. 2011] u. a.).

Der  $q$ -Fraktilwert kann mit einer Wahrscheinlichkeit von  $(1-q)$  erreicht bzw. überschritten werden. Der Fraktilwert der Gumbelverteilung wird berechnet aus (vgl. Kapitel 6)

$$X_q = (\mu_x - C \cdot \sqrt{6} \cdot \sigma_x / \pi) - \sqrt{6} \cdot \sigma_x / \pi \cdot \ln(-\ln(1-q)) \tag{3.24}$$

- mit  $X_q$  =  $q$ -Quantilwert der Verteilungsfunktion;  
mit  $q = 0,98$  für  $X_{0,98}$  = 98%-Fraktilwert der Nutzlast
- $\mu_x$  = Mittelwert der Stichprobe
- $\sigma_x$  = Standardabweichung der Stichprobe
- $C = 0,577216$  = EULER-Konstante.

Als Modalwert gilt der am häufigsten auftretende Wert einer Stichprobe. Für die Gumbelverteilung berechnet sich der Modalwert zu

$$\hat{X} = \mu_x - C \cdot \sqrt{6} \cdot \sigma_x / \pi \tag{3.25}$$

Der Zusammenhang zwischen den statistischen Kennwerten und den Normfestlegungen lässt sich mit keiner der genannten Quellen eindeutig herstellen. Aus den Mittelwerten der verschiedenen Quellen lassen sich mit den angegebenen Streumaßen weder bei der Berechnung des Fraktilwertes mit Gleichung (3.24) noch des Modalwertes mit Gleichung (3.25) mit den Normfestlegungen übereinstimmende Werte ermitteln (s. auch vergleichende Rückrechnung der Mittelwerte, Kapitel 6). Es lassen sich lediglich punktuell grobe Annäherungen an einzelne Normwerte ausmachen. Ähnliche Feststellungen machen z. B. auch [Glowienka 2007] und [Fischer, A. 2011]. Die diffuse Definition der Überschreitenswahrscheinlichkeit im charakteristischen Wert kann hierfür nicht die alleinige Ursache sein. Diesbezüglich wäre die Festlegung der Normwerte zu hinterfragen – insbesondere im Hinblick auf die große Bedeutung der Nutzlasten für die Tragwerkszuverlässigkeit.

### 3.2.3) Anmerkungen zu klimatischen Einwirkungen

In dieser Arbeit werden nach Nutzungskategorien differenzierte Zuverlässigkeitsberechnungen durchgeführt mit dem Ziel, Reserven und Defizite im Hinblick auf mögliche Laststeigerungen aufzuzeigen. Insofern beschränken sich die probabilistischen Berechnungen der Kapitel 7 bis 9 auf die Betrachtung ständiger Einwirkungen und hochbauspezifischer Nutzlasten. Beim Ansatz ständiger Lasten wird die unterschiedliche Streubreite von Eigen- und Ausbaulasten berücksichtigt. Für Nutzlasten wird ein differenzierter Ansatz der Streuwerte je nach Nutzungskategorie verfolgt. Hierfür wurden in den Abschnitten 3.2.1 und 3.2.3 stochastische Modelle für den Ansatz in den Zuverlässigkeitsberechnungen aufgeführt.

Weitere Einwirkungen wie Schnee, Wind u. a. werden in den Berechnungen nicht berücksichtigt. Insofern wird deren stochastische Modellierung hier nicht vertiefend behandelt. Informationen können u. a. den nachfolgend knapp zusammengestellten Quellen entnommen werden. Die Zusammenstellung erhebt dabei keinen Anspruch auf Vollständigkeit. Weiterhin wird in den Berechnungen stets nur eine veränderliche Einwirkung berücksichtigt. Daher kann auf Betrachtungen zur Kombination mehrerer veränderlicher Lasten verzichtet werden.

Eine aktuelle Zusammenfassung der Modellierung von Schnee- und Windlasten mit Bezug zu probabilistischen Berechnungen gibt z. B. [Fischer, A. 2011]. Hier wird ein vereinfachtes Modell für den streuenden Ansatz von Windlasten gewählt. Ausführliche Informationen über klimatische Einwirkungen mit Angabe statistischer Kennwerte enthält der probabilistische Model Code [JCSS 2001-02]. Ergänzend informieren [Spaethe 1992] [Rackwitz 1996], [BE 95-1347/R9 (2000)]. Die statistischen Kennwerte der Literatur müssen jeweils im Zusammenhang mit den Modellvorstellungen betrachtet werden (vgl. auch Nutzlast). Bei den Angaben ist auf die Bezugsgröße zu achten (Schneehöhe / Wasseräquivalent / Staudruck / Windgeschwindigkeit u. a.). Ebenso sind der Bezugszeitraum und der räumliche Bezug zu berücksichtigen.

Speziell zur Schneelast informiert z. B. [CIB 141 (1991)]. Statistische Kennwerte für Deutschland können z. B. [Luy/Rackwitz 1978], [Gränzer/Riemann 1980], [Soukhov 1998], [Scheuermann 2002] entnommen werden. Weitere Angaben enthalten [Müller/Rackwitz 1973], [Pottharst 1977], [DAfStb-H. 307 (1979)], [Vrouwenvelder/Siemes 1987], [Galambos 1981], [König/Hosser 1982], [Augusti et al. 1984], [JCSS 1996], [Rackwitz 2001-01], [Kraus 2004].

Spezifische Informationen zur Windlast sind z. B. [Klingmüller/Bourgund 1992], [Melchers 1999], [Schuëller 1981], [Augusti et al. 1984] zu entnehmen. Stochastische Angaben enthalten zudem [Ellingwood 1978], [Hosser 1978], [König/Hosser 1982], [Vrouwenvelder/Siemes 1987], [JCSS 1996], [Scheuermann 2002].

Einen sehr einfachen pauschalen Ansatz, bei dem für alle klimatischen Einwirkungen die gleiche Streubreite angenommen wird, verfolgt [Sorensen 2001].

### 3.3) Material

#### 3.3.1) Beton

##### 3.3.1.1) Druckfestigkeit

###### 3.3.1.1.1) Überblick

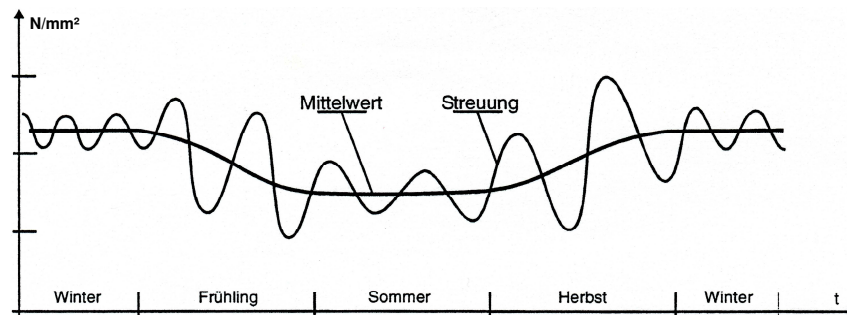
Die Annahmen zur Streuung der Druckfestigkeit des Betons in der aktuellen Normung gehen auf weltweite Datenerhebungen aus den 1950er und 1960er Jahren zurück. Die erstmals in [Rüsch 1964] veröffentlichten Ergebnisse sind ausführlich in [DAfStb-H. 206 (1969)] dokumentiert. Erkennbar wird eine Abhängigkeit der Streumaße von Bauqualität und Kontrollintensität, die sich in je nach Bauweise (Hochbau, Ingenieurbau, Massenbeton etc.) unterschiedlichen Standardabweichungen der Druckfestigkeit ausdrückt. So können bspw. die Streuwerte der Druckfestigkeit bei schlechter Ausführungsqualität zwei- bis dreimal größer sein als bei guter [Popovics 1998]. Der Zusammenhang zwischen der Betonqualität (Herstellung, Bauausführung, Kontrollmaßnahmen) und den statistischen Kennwerten wird in einem großen Teil der Quellen hergestellt (s. auch Tabelle 3.12).

Für die allgemeine Beurteilung bestehender Konstruktionen wäre eine Zuordnung typischer Streumaße zu bestimmten Bauzeiten und ggf. auch -orten wünschenswert. Da jedoch aus heutiger Sicht ohne umfangreiche Datensammlung an gebauten Objekten bauzeitspezifische Tendenzen zur Streuung der Druckfestigkeit nicht anzugeben sind, liefert die Klassierung in [Rüsch 1964] bzw. [DAfStb-H. 206 (1969)] erste wertvolle Hinweise auf eine sinnvolle Variation der Streumaße im Rahmen der probabilistischen Berechnungen. Eine umfassende räumliche und zeitliche Differenzierung der Streuwerte ist allein anhand veröffentlichter Daten derzeit nicht möglich. Diese Beobachtung bestätigen auch vergleichbare Recherchen in [Fischer, A. 2011] und [Schnell et al. 2008].

Eine geographische oder bauzeittypische Einordnung bestimmter Streumaße gelingt nur punktuell anhand einzelner Veröffentlichungen. So beziehen sich beispielsweise die Daten in [Lewandowski 1971] auf Bauwerke, die im Zeitraum 1964 – 1967 im Raum Braunschweig erstellt wurden, die Daten aus [Schickert/Rackwitz 1977] sind kleinen und mittleren Baustellen in West-Berlin aus dem Zeitraum 1972 - 1973 zuzuordnen, [Schwabach 1985] liefert Daten aus dem Raum Nürnberg für die Jahre 1979 - 1980 etc.. Ferner sind spezifische Angaben für einzelne Länder bekannt (z. B. [Murdock 1953] für Großbritannien, [Soroka 1971] für Israel, Daten von schwedischen Transportbetonwerken enthält [Östlund 1991], amerikanische Daten werden z. B. in [Ellingwood 1978], [Nowak/Szerszen 2003] und zusätzlich auch kanadische Daten in [Mirza et al. 1979] ausgewertet usf. ). Ein umfassendes Bild räumlich und zeitlich differenzierter stochastischer Modelle der Druckfestigkeit lässt sich hieraus jedoch nicht erstellen.

Die meisten Daten stammen aus älteren Untersuchungen und passen insofern zu den hier zu bewertenden Bestandsgebäuden. Neuere Angaben zu statistischen Eigenschaften stammen von [Tue et al. 2005]. Hierin wird festgestellt, dass aufgrund der Weiterentwicklung der Betontechnologie und der zugehörigen Güteüberwachung die Standardabweichungen heute hergestellter Betone im Mittel 1 N/mm<sup>2</sup> kleiner sind als die früher in [Rüsch 1964] bzw. [DAfStb-H. 206 (1969)] angegebenen Werte. Dies hat vor allem Auswirkungen auf die Ermittlung der mittleren Druckfestigkeit. Wird von der charakteristischen Druckfestigkeit  $f_{ck}$  ausgehend der Mittelwert berechnet, so würde sich mit einer kleineren Standardabweichung auch ein kleinerer Mittelwert ergeben. Das bedeutet, dass die mittleren Druckfestigkeiten in [DIN EN 1992-1-1 (2011)] mit dem Ansatz  $f_{cm} = f_{ck} + 8$  eigentlich zu hoch eingeschätzt werden. Bei den hier vorzunehmenden Berechnungen der Versagenswahrscheinlichkeit wird die Standardabweichung stets direkt mit dem Mittelwert verknüpft, was für kleinere Standardabweichungen theoretisch zu größeren charakteristischen Werten führte. Auf die Zuverlässigkeit würde sich dann die kleinere Standardabweichung günstig auswirken. Für die hier vorzunehmende Bewertung bestehender Objekte haben die Angaben aus [Tue et al. 2005] keine weitere Bedeutung. Die Auswertung in [Tue et al. 2005] berücksichtigt im Wesentlichen die Herstellung des Betons, Einflüsse aus der Verarbeitung des Betons auf der Baustelle wären zusätzlich zu berücksichtigen [Dehn/König 2006]. Durch verbesserte Betontechnologie verminderte Streubreiten der Druckfestigkeit heute hergestellter Betone werden auch in [Grübl et al. 2001] und [Nowak/Szerszen 2003] bemerkt.

Über den großen Zeitraum, für den statistische Daten verfügbar sind, konnten in einzelnen Quellen keine abweichenden Daten für verschiedene Phasen der Baukonjunktur ([Lewandowski 1971] für den Zeitraum 1964-1967) oder für Zeiten vor und nach Umstellung von Betonnormen<sup>3</sup> ([Schickert/Rackwitz 1977] für den Zeitraum 1972-1973) festgestellt werden. [Östlund 1991] stellt bei der Datenauswertung während eines Beobachtungszeitraums von 10 Jahren keine nennenswerten Unterschiede zwischen den einzelnen Jahren fest. Jahreszeitliche Schwankungen werden in [Schwabach 1985] vermerkt. Demnach wurden bei Betonierarbeiten in den Sommermonaten niedrigere mittlere Festigkeiten erreicht als im Herbst und Winter.<sup>4</sup> Die Mittelwerte sind in den Sommermonaten etwa 5 % kleiner als im Winter, die größten Standardabweichungen werden hingegen bei Betonierarbeiten im Frühjahr oder Herbst erreicht ([König et al. 1998], Bild 3.7). Für Bauwerke nach [DIN 1045 (1972)] wird in [Rackwitz/Müller 1976] ein deutlicher Unterschied zwischen BI- und BII-Baustellen festgestellt. Für BI-Baustellen ( $f_{cm} < 28 \text{ MN/m}^2$ , alt: < B25) galten niedrigere Überwachungsstandards als für BII-Baustellen ( $f_{cm} \geq 28 \text{ MN/m}^2$ , alt:  $\geq$  B25), mithin wurden für kleinere und mittlere BI-Baustellen auch deutlich schlechtere Betonqualitäten beobachtet.



**Abb. 3.7: Mittelwert und Standardabweichung der Druckfestigkeit im Jahresverlauf (aus [König et al. 1998], S. 27)**

Insgesamt sind über die Streuung der Druckfestigkeit vergleichsweise viele Daten in der Literatur verfügbar, die bis in die 1950er Jahre zurückreichen. Nach [Melchers 1999] steht das große Interesse an den statistischen Ereignissen eigentlich nicht im Verhältnis zur Bedeutung der Druckfestigkeit für die Zuverlässigkeit. Die Eigenschaften der Bewehrung wirken sich deutlich stärker auf das Zuverlässigkeitsniveau aus. Die eigenen Berechnungen können bestätigen, dass die Streuung der Druckfestigkeit im Vergleich zu Lage, Querschnitt und Festigkeit der Bewehrung das Ergebnis kaum nennenswert beeinflusst (s. Sensitivitätsanalysen in Abschnitt 7.3 und 8.3). Dennoch darf insbesondere bei kleinen Druckfestigkeiten die Streubreite der Druckfestigkeit nicht gänzlich vernachlässigt werden, da in diesem Bereich der Einfluss der Druckfestigkeit mit der Höhe der Standardabweichungen signifikant anwachsen und somit zuverlässigkeitsbestimmend werden kann (Abschnitte 7.2.4 und 8.2.4).

Wenngleich die Angaben zur Höhe der Standardabweichungen nicht einheitlich sind ([König/Heunisch 1972] stellen bspw. um etwa 10 bis 25 % voneinander abweichende Angaben in der Literatur fest), so lässt sich doch im Vergleich ein sinnvoller Ausgangspunkt finden. Für eine allgemeine Einschätzung, wie sie im Rahmen dieser Arbeit vorgenommen werden soll, kann die allgemeine qualitätsabhängige Streubreite der Betoneigenschaften nach [Rüsch 1964] bzw. [DAfStb-H. 206 (1969)] zunächst Anhaltswerte und Untersuchungsumfang vorgeben. Nachfolgend werden die Daten um weitere Angaben aus der Literatur ergänzt, um ein möglichst umfassendes Bild zu erhalten.

Exakte Aussagen für konkrete Bauwerke bedürfen selbstverständlich einer Datenerhebung am Objekt. Die stochastischen Modelle der Literatur können hier als Vorinformationen dienen und durch zusätzliche Informationen aus der Bauaufnahme verbessert werden. Ein Modell hierzu mit eigenen Vorinformationen bietet der probabilistische Model Code [JCSS 2001-03]. Der Model Code selbst enthält zunächst nur grobe Vorinformationen zu Verteilungsfunktion, Mittelwerten und Standardabweichungen der Betoneigenschaften. Die so ermittelbaren Streumaße unterscheiden sich etwas von denen anderer Quellen, allerdings dienen die Angaben vor allem als Grundlage für eine Verbesserung der Daten durch eigene Untersuchungen. Für allgemeinere Berechnungen der Zuverlässigkeit wird das JCSS-Modell oft als kompliziert eingeschätzt (z. B. [Six 2003]). Eine genauere Darstellung des Modells enthält Abschnitt 3.3.1.3.

<sup>3</sup> konkret: Umstellung auf DIN 1045 (1972) und DIN 1048 (1972)

<sup>4</sup> Untersuchungszeitraum 1979-1981, Raum Nürnberg, Betonfestigkeiten  $f_{ck} \geq 20 \text{ MN/m}^2$  („BII-Baustellen“)

### 3.3.1.1.2) Streuende Druckfestigkeit und Qualität

Die Streuung der Druckfestigkeit ist zu differenzieren in einen Anteil, der aus dem Beton selbst herrührt (Qualitätsstreuung) und einen Anteil, der sich aus den Prüfbedingungen ergibt (Prüfstreuung). Für die Streuung der Bauwerksfestigkeit kommen weitere Anteile aus Transport, Einbau, Nachbehandlung und Qualitätskontrolle hinzu. Die Datenauswertungen dieses Abschnitts beziehen sich zumeist auf die Abweichungen, die sich aus der Betonherstellung ergeben. So behandelt bspw. [DAfStb-H. 206 (1969)] vor allem die Streuung der Betoneigenschaften selbst und vermutet eine Übertragbarkeit dieser Daten auf die Streuung der Bauwerksfestigkeit (genauer zur Streuung der Bauwerksfestigkeit siehe Abschnitt 3.3.1.2).

Ursachen für die Qualitätsstreuung aus Betonzusammensetzung und -herstellung werden z. B. in [Cordon 1957], [Rüsch 1964], [DAfStb-H. 206 (1969)], [König/Heunisch 1972], [Kavel/Scheer 1973], [Spaethe 1992] benannt. Danach lassen sich verschiedene Ursachengruppen für die Qualitätsstreuung bilden (Tabelle 3.8).

**Tabelle 3.8: Einflüsse auf die Qualitätsstreuung der Druckfestigkeit**

Einfluss	Beispiel
<b>Bestandteile</b>	streuende Eigenschaften der Ausgangsstoffe Zement, Wasser Zuschläge, Zusätze z. B. Zement- / Zuschlagsfestigkeit, Kornzusammensetzung, etc.
<b>Zusammensetzung</b>	z. B. streuender w/z-Wert aus variierender Eigenfeuchte der Zuschlagstoffe
<b>Mischung</b>	Qualitätsmängel bei der Mischung und mangelnde Ausführungskontrolle z. B. Ungenauigkeit bei Zugabe der Bestandteile, zusätzliche Zugabe von Wasser / Zusätzen zur Verbesserung der Verarbeitbarkeit, schlechte Durchmischung, etc.

Nach [Rüsch 1969] haben die Streuung der Zementfestigkeit und der Mischungszusammensetzung entscheidenden Einfluss, insbesondere der tatsächliche Wasser-Zement-Wert. Streuungen aus variierenden Prüfbedingungen sind gegenüber den Qualitätsstreuungen von geringerer Bedeutung.

Gemeinsames Merkmal der genannten Ursachen ist, dass sich negative Auswirkungen auf die tatsächlichen Betoneigenschaften durch entsprechende Sorgfalt und Qualitätskontrolle minimieren lassen.

Die Qualitätsmaßstäbe variieren naturgemäß nach Art und Umfang der Bauaufgabe. Größere Bauaufgaben mit anspruchsvollen Konstruktionen lassen im Vergleich zu kleineren Objekten zunächst eine höhere Qualität vermuten infolge qualifizierter Arbeitskräfte und umfassender Qualitätskontrollen. In diesem Sinne wurden in der weltweiten Datenerhebung [Rüsch 1964], [DAfStb-H. 206 (1969)] auch qualitätsabhängige Streumaße festgestellt, die sich nach Bauarten sortiert zusammenfassen ließen (z. B. Brücken, Straßen, Hochhäuser, allgemeiner Hochbau, Fertigteile usw.). Grob zusammengefasst wurden für Objekte mit sehr guter Qualitätskontrolle (z. B. Fertigteile, Tunnelbau) deutlich kleinere Streumaße festgestellt als für Objekte mit schlechter Qualitätskontrolle (z. B. kleine Objekte des allgemeinen Hochbaus, Straßenbau) (Bsp. Tabelle 3.9).

**Tabelle 3.9: mittlere Standardabweichungen der Druckfestigkeit für verschiedene Qualitätsstufen (aus [Rüsch 1964])**

Bauarten	mittlere Standardabweichung $\bar{\sigma}$ [MN/m <sup>2</sup> ]	typische Einflüsse
Hochhäuser, Massenbeton, Tunnel, Lieferbeton	3,8 ... 4,4	große Betonmengen, Herstellung mit automatisierten Mischanlagen
Hallen, Industriebauten, Brücken, Fertigteile	4,5 ... 5,0	sachkundige Bauleitung, Herstellung jedoch mit normalen Mischanlagen
Hochbauten, Straßenbau	5,1 ... 5,3	Hochbau: einfache Mischanlagen, geringe Bauüberwachung Straßenbau: Witterungseinfluss

Auf Grundlage dieser Beobachtungen lassen sich Abschätzungen über die für bestimmte Bauarten zu erwartende Betonqualität bzw. die Variation der Druckfestigkeit treffen. In [DAfStb-H. 206 (1969)] wird ein Vorschlag für die Bewertung der Herstellungsqualität von Beton unterbreitet (Tabelle 3.10), wobei ein Zusammenhang zwischen Überwachungssorgfalt, Personalstandard und Variationskoeffizient der Druckfestigkeit hergestellt wird.

**Tabelle 3.10: Vorschlag für die Bewertung der Qualität der Betonherstellung anhand des Wertes der Standardabweichung (aus [DAfStb-H. 206 (1969)])**

Sorgfalt bei der Überwachung	kleine Baustelle keine Betonproben Zumessung nach Volumen Überwachung durch Polier	mittlere Baustelle 3-10 Betonproben Zumessung nach Volumen Überwachung durch Bauführer	Großbaustelle 30-50 Betonproben Zumessung nach Gewicht Überwachung durch Ingenieur
Urteil	Standardabweichung von Würfelproben in MN/m <sup>2</sup>		
sehr gut	5,0	4,0	3,0
gut	6,0	5,0	4,0
annehmbar	8,0	6,5	5,0
nachlässig	9,0	8,0	7,0

Zur groben Abschätzung, wie oft gute, mittlere oder schlechte Herstellungs- und Ausführungsqualitäten praktisch anzutreffen sind, kann eine Zusammenstellung von [Steward 1995] herangezogen werden (Tabelle 3.11). Die Angaben stützen sich auf eine Umfrage unter Ingenieuren und spiegeln vorrangig Baustandards nach australischen Normen zur Umfragezeit wider. Sie sind somit nicht allgemeingültig, liefern jedoch als Momentaufnahme einen ersten Anhaltswert. Neben der Qualitätsstreuung werden in Tabelle 3.11 auch die Einflüsse auf die Bauwerksfestigkeit berücksichtigt, die sich aus Einbau, Verdichtung und Nachbehandlung ergeben (Abschnitt 3.3.1.2).

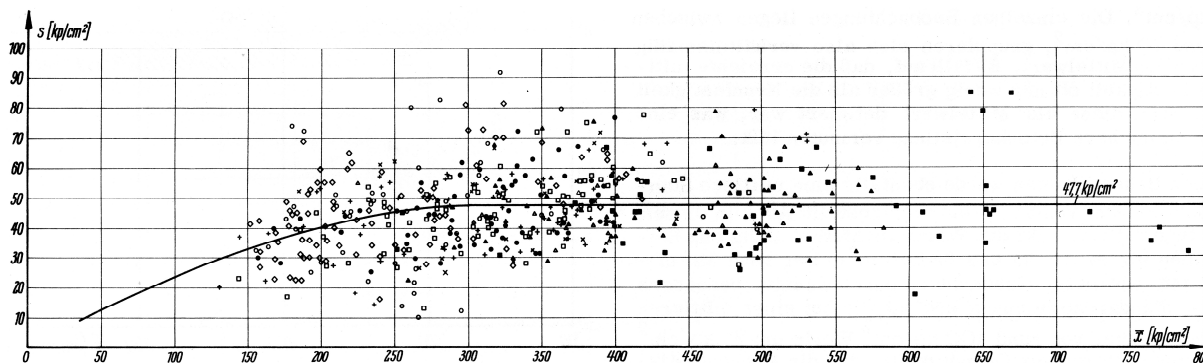
**Tabelle 3.11: Einflüsse auf die Druckfestigkeit: Anteile verschiedener Qualitätsstufen am gesamten Bauvolumen (aus [Steward 1995])**

Einflussgrößen auf die Druckfestigkeit	Qualität			
	schlecht [%]	angemessen [%]	gut [%]	gesamt [%]
Qualität der gelieferten Betonmischung	7,1	28,8	64,1	100
Verdichtung	13,1	39,4	47,5	100
Nachbehandlung	43,9	34,2	21,9	100

**3.3.1.1.3 Beurteilungsmaßstab: Variationskoeffizient oder Standardabweichung**

Bei der stochastischen Modellierung der Druckfestigkeit ist je nach Höhe des Mittelwertes  $f_{cm}$  zwischen Bereichen mit konstantem Variationskoeffizienten und konstanter Standardabweichung zu unterscheiden (vgl. Bild 7.11 in Abschnitt 7.2.4).

Vielfach war früher eine ausschließliche Wertung der Betonqualität über einen festigkeitsunabhängigen Variationskoeffizienten der Druckfestigkeit gängig [Tichy/Vorlicek 1972]. Amerikanische Normen beziehen sich auf Modelle mit festigkeitsunabhängigem Variationskoeffizienten. In einem Grundlagenpapier des ACI wird der konstante Variationskoeffizient als Maßstab für die Qualitätskontrolle auf der Baustelle bzw. im Transportbetonwerk aufgeführt (s. [Cordon 1957] in Tabelle 3.12). Dieser Zusammenhang zwischen Herstellungsqualität und Variationskoeffizient wird bereits in [Rüsch 1964] mit dem Argument kritisiert, dass die Standardabweichung gegenüber dem konstanten Variationskoeffizienten aussagekräftiger sei. Die Daten aus [Cordon 1957] werden dennoch vereinzelt in Fachbüchern als Qualitätskriterium aufgeführt (z. B. [Wesche 2 1993]). Die Entwicklung der einwirkungsseitigen Teilsicherheitsfaktoren im Rahmen des LRFD-Sicherheitskonzepts der amerikanischen Normen fußt ebenfalls auf den von [Cordon 1957] genannten konstanten Variationskoeffizienten [Ellingwood 1978]. In hier vorzunehmenden probabilistischen Analysen würde ein solcher Ansatz jedoch zu verfälschten Ergebnissen führen.



**Abb. 3.8: Standardabweichungen der Druckfestigkeit in Abhängigkeit vom Mittelwert (aus [DAfStb-H. 206 (1969)], S. 14)**



Den Datenerhebungen in [Rüsch 1964] bzw. [DAfStb-H. 206 (1969)] ist zu entnehmen, dass die mittlere Standardabweichung der Druckfestigkeit bis zu einer mittleren Festigkeit von etwa 28 MN/m<sup>2</sup> ansteigt und dann unabhängig von der Höhe des Mittelwertes etwa konstant verläuft (Bild 3.8). Das bedeutet, dass mit  $v = \sigma / \mu$  der Variationskoeffizient mit der Höhe der Druckfestigkeit kleiner wird. Ein konstanter Variationskoeffizient kann nur im Bereich kleiner Druckfestigkeiten angenommen werden, in dem die Standardabweichung noch ansteigt. Die festigkeitsunabhängige Standardabweichung wird in [Schickert/Rackwitz 1977] als eine von den Produktionsbedingungen abhängige Konstante bestätigt.

In [Soroka 1971] wird bei Auswertung aller verfügbaren Daten die Standardabweichung als festigkeitsunabhängig gegeben, bei Auswertung einer Tagesproduktion hingegen wird der Variationskoeffizient konstant angenommen. [Lewandowski 1971] ermittelt im Gegensatz zu [DAfStb-H. 206 (1969)] eine mit wachsender Festigkeit sinkende Standardabweichung. In der jüngsten Datenauswertung [Tue et al. 2006] wird hingegen ein leichter Anstieg der Standardabweichung mit dem Mittelwert festgestellt. Nach [König et al. 1998] bleibt die Qualitätsstreuung selbst festigkeitsunabhängig konstant, während die Prüfstreuung mit dem Mittelwert leicht ansteigen kann.

Entsprechend der Darstellung in Bild 3.8 werden verschiedentlich Modelle vorgeschlagen, bei denen je nach Höhe der mittleren Druckfestigkeit entweder mit konstantem Variationskoeffizienten oder mit konstanter Standardabweichung gearbeitet wird. Der Übergang liegt in einem Bereich  $f_{cm} = 12 \dots 28$  MN/m<sup>2</sup> [Spaethe 1992]. Vereinfachend wird in den Modellen zumeist für Festigkeiten  $f_{cm} < 20$  MN/m<sup>2</sup> ein konstanter Variationskoeffizient angenommen, Festigkeiten  $f_{cm} \geq 20$  MN/m<sup>2</sup> werden mit konstanter Standardabweichung modelliert (z. B. [DAfStb-H. 307 (1979)], [Mirza et al. 1979], [Spaethe 1992], [Bergmeister/Santa 2004], [Melchers 1999] mit Grenze  $f_{cm} = 28$  MN/m<sup>2</sup>). Der Ansatz wird in dieser Arbeit aufgegriffen (s. Bild 7.11).

#### 3.3.1.1.4) Zur Verteilungsfunktion

Zur Wahl der richtigen Verteilungsfunktion wird allgemein in [Fischer, L. 2003] ein Zusammenhang zwischen Größe des Stichprobenumfangs  $n$  und dem Variationskoeffizienten  $v_x$  der Stichprobe ausgemacht. Bei großen Variationskoeffizienten sollte demnach die logarithmische Normalverteilung angesetzt werden. Dabei ist die Höhe des entscheidungsrelevanten Variationskoeffizienten vom Stichprobenumfang abhängig. Allgemein gilt: je höher der Stichprobenumfang, desto höher kann der Variationskoeffizient sein. Konkret wird für kleine Stichproben ( $4 < n < 9$ ) mit  $v_x > 0,10$ , mittlere Stichproben ( $9 < n < 29$ ) mit  $v_x > 0,15$  und große Stichproben ( $n > 30$ ) mit  $v_x > 0,20$  die Anwendung der LN-Verteilung statt der Normalverteilung empfohlen (ähnlich siehe auch [Fischer, L. 1995]).

Allgemein gilt die Annahme einer Normalverteilung als gute Näherung für die Darstellung von Prüfergebnissen zur Druckfestigkeit (z. B. [König/Heunisch 1972]). Viele Quellen geben dementsprechend für die Druckfestigkeit die Normalverteilung an (z. B. [Schickert/Rackwitz 1977], [Hosser 1978], [Kudzys 1992], [Neuenhofer 1993]). Nach [König et al 1998] liegt diese Annahme für statistische Auswertungen auf der sicheren Seite. Zur Beschreibung der Prüfergebnisse wäre nach [König/Heunisch 1972] nur bei schlechten Betongütern die LN-Verteilung besser geeignet. [Kudzys 1992] empfiehlt in diesem Sinne die Anwendung der Lognormalverteilung bei größeren Variationskoeffizienten zwischen 10 und 30 %, das entspricht sinngemäß dem Vorschlag [DAfStb-H. 206 (1969)] zum Ansatz der LN-Verteilung bei  $v > 0,40$ . Das passt zu dem Vorschlag von [Fischer, L. 2003] zur Wahl der Verteilungsfunktion in Abhängigkeit von Variationskoeffizient und Stichprobenumfang. [Melchers 1999] unterscheidet in diesem Sinne allgemeiner die anzusetzende Verteilungsfunktion nach der Betonqualität und empfiehlt allgemein die Normalverteilung bei guter Kontrolle und die logarithmische Normalverteilung bei mäßiger Qualität.

Im Bereich des Mittelwertes weichen Normalverteilung und LN-Verteilung bei kleinen Variationskoeffizienten nur wenig voneinander ab. Für die Bewertung der Zuverlässigkeit wird jedoch die Normalverteilung für Festigkeiten vielfach als ungeeignet bewertet, da hiermit theoretisch negative Festigkeitswerte möglich wären, die praktisch ausgeschlossen sind. Dem wird allgemein durch Anwendung der logarithmischen Normalverteilung begegnet (z. B. [DAfStb-H. 307 (1979)], [Bach 1992], [Vismann 1995], [Johannis 1999], [Six 2003], [Fischer, A. 2011]). Zur Vermeidung negativer Werte wäre auch eine Begrenzung der Verteilungsfunktion bei Null möglich (z. B. [Hosser 1978], [Grasser/Krämer 1973], [Thielen 1975]).

Insgesamt lässt die Verteilungsfunktion eine eindeutige Schiefe erkennen. Dementsprechend wird die Druckfestigkeit besser durch die logarithmische Normalverteilung beschrieben (z. B. [König/Heunisch 1972], [König et al 1998]). Nach [Dahl et al. 1972] ist die Lage der Schiefe (rechts / links) von der Höhe der Druckfestigkeit abhängig. Bei kleineren Festigkeiten weisen demnach die Verteilungen eine Rechtsschiefe auf, für größere Festigkeiten ab einem Mittelwert von etwa 30 MN/m<sup>2</sup> ist die Verteilung linksschief. [Dahl et al. 1972] empfehlen den Ansatz einer Gammaverteilung.

Die Annahme einer Lognormalverteilung wäre bei theoretisch unendlich großem Stichprobenumfang angemessen. Da jedoch die Zahl der Proben naturgemäß begrenzt ist, sind die Parameter einer Stichprobe (Mittelwert, Standardabweichung) selbst nur Schätzwerte mit stochastischen Eigenschaften. Hierfür modelliert [JCSS 2001-03] die Druckfestigkeit genauer mit einer Student- $t$ -Verteilung (Abschnitt 3.3.1.3).

Allgemein ist für probabilistische Berechnungen die Anwendung der logarithmischen Normalverteilung weit verbreitet (s. Tabelle 3.12). Abweichende Modelle werden zumeist wegen des höheren Aufwands kritisiert (z. B. [Bach 1992] zur Gammaverteilung; [Six 2003] zum Modell nach [JCSS 2001-03] u. a.), der nicht zu besseren Ergebnissen führt. In dieser Arbeit wird das Modell nach [JCSS 2001-03] in Abschnitt 3.3.1.3 genauer betrachtet. In den probabilistischen Berechnungen wird die Druckfestigkeit dann logarithmisch normalverteilt angenommen.

### 3.3.1.1.5) Stochastische Modelle im Einzelnen

Tabelle 3.12 bietet einen zeitlich geordneten Überblick zu den veröffentlichten statistischen Daten. Darin sind im Sinne eines möglichst umfassenden Bildes sehr verschiedenartige Daten gemeinsam erfasst. Nach Art der Daten werden differenziert gekennzeichnet:

- Richtwerte für die Projektierung des Betons  
(Einstellen des Mittelwertes aufgrund der empfohlenen überwachungsabhängigen Streuwerte)
- direkte Auswertung von Datenerhebungen
- Empfehlung für Ansatz in probabilistischen Berechnungen
- gewählte Ansätze in probabilistischen Berechnungen

Die gemeinsame Erfassung soll möglichst viele Anhaltspunkte für eine Abschätzung qualitätsabhängiger Streuwerte zusammenfassen und somit die Auswahl erleichtern.

Ein großer Teil der Quellen stellt einen Zusammenhang zwischen Herstellungs-, Verarbeitungs- und Überwachungsqualität und den statistischen Kennwerten der Druckfestigkeit her. Frühe Untersuchungen zu statistischen Kennwerten der Druckfestigkeit stammen von [Murdock 1953]. Hier wird bereits ein eindeutiger Zusammenhang zwischen Qualitätskontrolle und Streubreite festgestellt. Zudem wird ein Zusammenhang zur Mischung der Ausgangsstoffe hergestellt; demnach werden bei Zumessung nach Volumenanteilen höhere Streumaße erreicht als bei Mischung nach Gewichtsanteilen. [Cordon 1957] liefert Anhaltswerte für die Projektierung des Betons. Die Daten bildeten die Grundlage für die Ermittlung von Teilsicherheitsbeiwerten der amerikanischen Normen und werden in [Ellingwood 1978] für die Berechnung materialübergreifend gültiger Einwirkungsfaktoren im Rahmen des LRFD-Konzepts verwendet. Hier können die Angaben ein Anhaltswert für den Zusammenhang zwischen Bauqualität und möglichen Streuwerten sein. Allerdings ist die allgemeine Angabe eines Variationskoeffizienten nicht für alle Betonklassen aussagekräftig genug (vgl. oben).

[Rüsch 1964], [Rüsch 1969] und [DAfStb-H. 206 (1969)] enthalten die Auswertung einer umfangreichen weltweiten Datensammlung, die den Zusammenhang zwischen Qualität und statistischen Kennwerten ausführlich verdeutlicht (vgl. oben). Über alle Daten gemittelt ergab sich eine festigkeitsunabhängige mittlere Standardabweichung von  $\sigma_c \approx 5 \text{ MN/m}^2$ , je nach Baustellentyp wurden größere und kleinere Streuwerte festgestellt. Einzelwerte lagen zwischen 1 und 10  $\text{MN/m}^2$ . Die mittlere Standardabweichung von  $\sigma_c \approx 5 \text{ MN/m}^2$ , wird in vielen Arbeiten mit probabilistischen Berechnungen aufgegriffen (siehe Tabelle 3.12).

Aufbauend auf den Angaben in [Rüsch 1964], [Rüsch 1969] und [DAfStb-H. 206 (1969)] wurden von [Schickert/Rackwitz 1977] Daten der Bundesanstalt für Materialforschung ausgewertet, die an kleinen und mittleren Baustellen im Raum Berlin gewonnen wurden. Dabei wurde gegenüber der weltweiten Datenerhebung eine etwas höhere mittlere Standardabweichung festgestellt, allerdings beinhaltete die Untersuchung auch keine gut überwachten Großbaustellen. Ferner ergaben sich auch bei vielen Objekten Standardabweichungen  $\sigma_c > 8 \text{ MN/m}^2$ , was auf mangelhafte Qualitätskontrollen bei den kleinen Baustellen zurückgeführt wird. Verbesserte Qualitätskontrollen und Betontechnologie schlagen sich letztlich in verminderten Streuwerten bei [Nowak/Szerszen 2003] und [Tue et al. 2005] nieder.

Einige Quellen in Tabelle 3.12 beziehen sich auf das in [JCSS 2001-03] dargestellte Modell mit Vorinformationen zu statistischen Kennwerten der Druckfestigkeit, die durch örtliche Datenerhebung verbessert werden können. An den betreffenden Stellen wird auf die ausführliche Darstellung des Modells in Abschnitt 3.3.1.3 verwiesen.

Für die allgemeine Einschätzung bestehender Bauwerke werden hier Berechnungen für verschiedene Standardabweichungen von 4,85 bis 10  $\text{MN/m}^2$  durchgeführt: Im Sinne von [DAfStb-H. 206 (1969)] werden hierüber abgestufte Bauqualitäten für unterschiedliche Bauweisen unterstellt.

**Tabelle 3.12: Stochastische Modelle der Druckfestigkeit des Betons**

Quelle	$F(x)$	$\mu$ [MN/m <sup>2</sup> ]	$\sigma$ [MN/m <sup>2</sup> ]	$v$ [-]	Qualitäts- bedingung	Anmerkung
[Murdock 1953] (Datenerhebung)			2,7 ... 5,8 i. M.: 4,0	0,07 ... 0,15 i. M.: 0,108	gute Kontrolle	Mischung nach Gewichtsanteilen
			3,4 ... 7,1 i. M.: 5,2	0,09 ... 0,22 i. M.: 0,136	keine besonderen Maßnahmen bekannt	Mischung nach Gewichtsanteilen
			4,2 ... 7,4 i. M.: 5,86	0,13 ... 0,40 i. M.: 0,218		Mischung nach Raumanteilen
[Cordon 1957] (Richtwert Projektierung)			..	< 0,10	exzellent	Baustelle
				0,10 ... 0,15	gut	
				0,15 ... 0,20	mittel	
				> 0,20	schlecht	
				< 0,05	exzellent	Transportbetonwerk
				0,05 ... 0,07	gut	
				0,07 ... 0,10	mittel	
				> 0,10	schlecht	
[Erntroy 1960] (Datenerhebung)	N / LN	29	6,72		schlecht	Mischung nach Gewichtsanteilen
			7,58		schlecht	Mischung nach Raumanteilen
			4,83		gut	
[Rüsch 1964] [Rüsch 1969] [DAfStb-H.206 (1969)] (Datenerhebung)	N / LN		1 ... 10			allgemein: Einzelwerte der Standardabweichung (je nach Bauweise / Qualität)
			i. M. 5,0			mittlere Standardabweichung
		--	3,8 ... 4,4			Hochhäuser, Massenbeton, Tunnel, Lieferbeton
			4,5 ... 5,0			Hallen, Industriegebäude, Brücken, Fertigteile
			5,1 ... 5,3			Hochbau, Straßenbau
[Soroka 1971] (Datenerhebung)			≈ 6,0			festigkeitsunabhängig, über alle Untersuchungsdaten
				≈ 0,10		festigkeitsunabhängig, für Tagesproduktion
[Tichy/Vorlicek 1972] (Berechnungsansatz)	Pearson III	13...35		0,10 ... 0,25		Schiefe 0,1 ... 0,5
[Grasser/Krämer 1973] (Berechnungsansatz)	gestutzte N	33	5	0,15		
[Thielen 1975] (Berechnungsansatz)	gestutzte N			0,15		festigkeitsunabhängig konstanter Variationskoeffizient
[Schickert/Rackwitz 1977] (Datenerhebung)	N		5,64		kleine / mittlere Baustellen	mittlere Streuung, viele Einzelproben mit $\sigma > 8$ MN/m <sup>2</sup> ,
[Ellingwood 1978] (Berechnungsansatz)				0,10 ... 0,15	gut	Grundlage Einwirkungsfaktoren amerikanische LRFD
				0,15 ... 0,20	mittel	
				> 0,20	schlecht	
[Hosser 1978] (Berechnungsansatz)	N / LN	33		0,15		
[DAfStb-H. 307 (1979)] (Berechnungsansatz)	LN		5,0			
[Mirza et al. 1979]	N	< 28		0,10	gut	
				0,15	mittel	
				0,20	schlecht	
	N	> 28		2,8	gut	
				4,1	mittel	
				5,5	schlecht	
[Gerstner 1980] (Richtwert Projektierung)			3,5		gute Ausgangsstoffe, geschultes Personal, gute Fertigungskontrolle	
			5,0		Großbaustellen, zentrale Mischung	
			7,0		kleine Baustellen, Baustellenbeton	
[Schuëller 1981]	N / LN			0,10 ... 0,20		
[König/Hosser 1982] (Berechnungsansatz) *	LN			0,15		*) als repräsentativ für viele Anwendungsfälle erachtet
[Schwabach 1982] (Datenerhebung)		≥ 28 MN/m <sup>2</sup>	5,6		gewichtetes Mittel „BII-Baustellen“, Fertigteile- und Transportbetonwerke Raum Nürnberg	
[Kersken-Bradley et al. 1985]						→ JCSS-Modell, s. 3.3.1.3
[Melchers 1987] (Empfehlung)	N / LN	< 27		0,10	exzellent	
				0,15	mittel	
				0,20	schlecht	
	N / LN	≥ 27		2,7	exzellent	
				4,0	mittel	
				5,4	schlecht	
[Vrouwenvelder/Siemes 1987] (Berechnungsansatz)	LN	22		0,15		Herleitung TSF der niederländischen Normen

⋮

⋮

Fortsetzung Tabelle 3.12

Quelle	$F(x)$	$\mu$ [MN/m <sup>2</sup> ]	$\sigma$ [MN/m <sup>2</sup> ]	$v$ [-]	Qualitäts- bedingung	Anmerkung	
[Östlund 1991] (Datenerhebung)	N	33 ... 69	4,8 ... 6,1 (i. M. 4,9)			schwedische Transportbetonwerke, Beobachtung 10 Jahre	
[Bach 1992] (Berechnungsansatz)	LN		4,9				
[Kudzys 1992] (Empfehlung)	N / LN			0,08 ... 0,15	hoch	Ortbeton	
				0,11 ... 0,20	mittel		
	N / LN			0,16 ... 0,25	schlecht	Fertigteil	
				0,06 ... 0,11	hoch		
[Spaethe 1992] (Empfehlung)		< 20		0,125...0,20 (i. M. 0,15)	gut	Transportbetonwerk	
				0,20...0,275 (i. M. 0,225)	mittel	Großbaustellen, Transportbeton	
				0,275...0,35 (i. M. 0,30)	schlecht	Kleinbaustellen, Baustellenfertigung	
		≥ 20		2,5 ... 4,0 (i. M. 3,0)		gut	Transportbetonwerk
				4,0 ... 5,5 (i. M. 4,5)		mittel	Großbaustellen, Transportbeton
				5,5 ... 7,0 (i. M. 6,0)		schlecht	Kleinbaustellen, Baustellenfertigung
[Casas/Sobrinno 1993]	N / LN	28..33 40...42			0,09...0,11 0,03...0,10	Brücke	
[Neuenhofer 1993] (Berechnungsansatz)	N		5,0				
[Vismann 1995] (Berechnungsansatz)	LN		5,0				
[Tworuschka 1998] (Berechnungsansatz)	LN		0,15			festigkeitsunabhängig	
[Popovics 1998]			3,2 ... 3,8	(0,10)		übliche Konstruktionen, gute Kontrolle, Hälfte bei strengen Laborbedingungen, doppelt ... dreifach bei schlechten Bedingungen	
[Melchers 1999] (Empfehlung)	N / LN	< 28		0,10	exzellent		
				0,15	mittel		
				0,20	schlecht		
	N / LN	≥28		2,8	exzellent		
				4,2	mittel		
			5,6	schlecht			
[Johannis 1999] (Berechnungsansatz)	LN		5				
[Zilch/Staller 1999] (Berechnungsansatz)	N		5				
[Diamantidis 1999]						→ JCSS-Modell, s. 3.3.1.3	
[CONTECVET 2000]	LN			0,10 ... 0,30			
[BE 95-1347/R9 (2000)]						→ JCSS-Modell, s. 3.3.1.3	
[Grübl et al. 2001]			2,0 ... 7,0				
[Sorensen et al. 2001] (Berechnungsansatz)	LN			0,15		Kalibrierung von TSF in dänischen Normen	
[JCSS 2001-03] (Empfehlung)	Student- $t$ (LN)			0,096...0,193	Transportbeton	→ JCSS-Modell, s. 3.3.1.3	
				0,065...0,124	Fertigteile		
[Six 2003] (Berechnungsansatz)	LN		5,0				
[Nowak/Szerszen 2003] (Datenerhebung)		27 ... 46		0,102 ... 0,042		Verbesserung gegenüber Daten aus den 1970er Jahren	
[Hansen 2004] (Berechnungsansatz)	LN / N		3,0	0,15	Fertigteil		
			4,5	0,225	Ortbeton, Werksfertigung		
			6,0	0,30	Ortbeton, Baustellenfertigung		
[Bergmeister/Santa 2004]	LN	< 20		0,15	einwandfreie	$v = \text{const.}$	
		> 20	3,0		Fertigung	$\sigma = \text{const.}$	
[Tue et al. 2005] (Datenerhebung)			4,0			Verbesserung gegenüber [DAfStb-H.206 (1969)]	
[Hausmann 2007]	LN					→ JCSS-Modell, s. 3.3.1.3	
[Braml 2010] (Berechnungsansatz)	LN			0,05 ... 0,40			
[Fischer, A. 2011] (Berechnungsansatz)	LN	20 ... 58		0,088 ... 0,292			

### 3.3.1.2) Bauwerksfestigkeit

#### Charakteristik

Die Angaben zur Streuung der Druckfestigkeit in Tabelle 3.12 beziehen sich auf Prüfwerte der Würfel- bzw. Zylinderdruckfestigkeit. Die Bauwerksfestigkeit des Betons unterscheidet sich von Prüfwerten sowohl in der Höhe des Mittelwertes als auch in der Streubreite. Aus Transport sowie Verarbeitung und Nachbehandlung des Betons auf der Baustelle ergeben sich zusätzliche Streuanteile. Wäre theoretisch die Betonmischung selbst völlig gleichmäßig ( $\sigma = 0$ ), so wäre aufgrund der Einflüsse aus der Verarbeitung dennoch eine streuende Bauwerksfestigkeit festzustellen [Weinhold/Meyer 1961].

Die abweichende Bauwerksfestigkeit ergibt sich einerseits aus der Verarbeitung des Betons auf der Baustelle, wo Einbringen, Verdichten und Nachbehandlung nicht den Laborbedingungen entsprechend erfolgen kann. Andererseits stellt sich am Probekörper aufgrund der behinderten Querdehnung ein mehrachsiger Spannungszustand ein, der zu höheren aufnehmbaren Lastspannungen führt. Am Bauwerk selbst ist hingegen ohne Umschnürung aus Bügeln oder sonstige Behinderung der Querdehnung i. d. R. ein einachsiger Spannungszustand gegeben.

Laut [DAfStb-H. 206 (1969)] kann die Bauwerksfestigkeit nach oben und unten von der Prüffestigkeit abweichen. Zur Zeit der Datenerhebung [Rüsch 1964] bzw. [Rüsch 1969] waren die Gesetzmäßigkeiten zur Abschätzung der Relation zwischen Bauwerks- und Prüffestigkeit kaum erforscht. [Rüsch 1969] vermutet noch eine zutreffende Beschreibung der Streuung der Bauwerksfestigkeit durch die Prüfkörper aus der Bauzeit.

#### Zur Streubreite

[Weinhold/Meyer 1961] berichten über nachträgliche Untersuchungen der Betongüte in Bauwerken. Dabei wurden größere Variationskoeffizienten der Druckfestigkeit festgestellt als bei den zugehörigen Vergleichsproben. Etwa die Hälfte der untersuchten Bauwerke wäre mit  $v > 20\%$  einer schlechten Qualität zuzuordnen gewesen. Die festgestellten Variationskoeffizienten waren unabhängig von der mittleren Festigkeit, die bei den untersuchten Objekten etwa zwischen 15 und 45 MN/m<sup>2</sup> lag. [Lewandowski 1971] stellt bei Untersuchungen im Raum Braunschweig große Streuungen der Bauwerksfestigkeit fest. Je nach Baustellentyp waren die festgestellten Standardabweichungen größer als die im Rahmen der Frischbetonprüfung jeweils annehmbaren Werte. Ein Vergleich mit den zugehörigen Probewürfeln ergab kleinere Streuwerte bei den Vergleichsproben. Zusammengefasst über alle Bauarten wurden Standardabweichungen zwischen 7 und 10 MN/m<sup>2</sup> festgestellt, die größten Streuwerte ergaben sich bei Stützen, Bindern und Unterzügen (für  $f_{cm} \approx 30$  und 45 MN/m<sup>2</sup> mit  $\sigma_{fc} \approx 10 \dots 11,5$  MN/m<sup>2</sup>).

[Kudzys 1992] schätzt die Streuung der Laborfestigkeit etwa 1,5 % kleiner ein als die Streuung der Bauwerksfestigkeit. Mit dem Fehlerfortpflanzungsgesetz wird in [Kudzys 1992] der Variationskoeffizient der Bauwerksfestigkeit aus den einzelnen Streuanteilen ermittelt

$$v = \sqrt{v_{fc1}^2 \pm v_{fc2}^2 \pm v_{fc3}^2}$$

mit

$v_{fc1}$  = Variationskoeffizient Druckfestigkeit am Prüfkörper ( $v_{fc2} = 0,05 \dots 0,15$ )

$v_{fc2}$  = Variationskoeffizient aus Prüf Fehlern ( $v_{fc2} \leq 0,05$ )

$v_{fc3}$  = Variationskoeffizient Verhältnis Bauwerksfestigkeit / Prüffestigkeit ( $v_{fc3} \approx 0,09$ )

Auf dieser Grundlage wird in [Kudzys 1992] die Streuung der Bauwerksfestigkeit mit einem Variationskoeffizienten zwischen 8 und 22 % angegeben.

Gleichungen zur Berechnung der Bauwerksfestigkeit auf Basis amerikanischer Normen sind z. B. in [Mirza et al. 1979] und [Bartlett/MacGregor 1996] gegeben. [Steward 1995] erweitert diese Berechnungsansätze und entwickelt auf dieser Grundlage rechnerisch ein stochastisches Modell zur Beschreibung der Bauwerksfestigkeit. Das Modell berücksichtigt Einflüsse wie Verdichtung, Nachbehandlung und Ausführungsqualität. Zunächst wird hierüber die Streuung innerhalb eines Gebäudes ermittelt. Aus einer Abschätzung der prozentualen Verteilung unterschiedlicher Bauqualitäten erfolgt eine Hochrechnung der Streuwerte auf das gesamte Bauvolumen. Das Modell soll der Vorhersage der am Bauwerk zu erwartenden Qualität dienen.

[Steward 1995] berechnet mit dem entwickelten Modell das mittlere Verhältnis der Bauwerksfestigkeit zur charakteristischen Festigkeit und die zugehörigen Variationskoeffizienten (siehe Tabelle 3.13) und stellt eine gute Übereinstimmung der Rechenwerte mit Untersuchungen an bestehenden Objekten fest. Die Bauwerksfestigkeit wird logarithmisch normalverteilt angenommen

**Tabelle 3.13: Bauwerksfestigkeit des Betons in Abhängigkeit von der Ausführungsqualität nach [Steward 1995]**

(LN-Verteilung)	Nachbehandlung 3 Tage		Nachbehandlung 7 Tage	
	Bauwerksfestigkeit / char. Festigkeit	Variationskoeffizient Bauwerksfestigkeit	Bauwerksfestigkeit / char. Festigkeit	Variationskoeffizient Bauwerksfestigkeit
<b>schlechteste Qualität</b>	0,59...0,84	0,12...0,22	0,59...0,84	0,12...0,22
<b>bestmögliche Qualität</b>	0,82...1,20	0,10...0,13	0,82...1,20	0,10...0,13
<b>insgesamt</b>	0,70...0,96	0,17...0,24	0,72...1,01	0,18...0,25

Tabelle 3.14 enthält eine Zusammenstellung von statistischen Kennwerten der Bauwerksfestigkeit aus der Literatur.

**Tabelle 3.14: Streuung der Druckfestigkeit am Bauwerk**

Quelle	F(x)	$\mu$ [MN/m <sup>2</sup> ]	$\sigma$ [MN/m <sup>2</sup> ]	$v$ [-]	Anmerkung
[Weinhold/Meyer 1961]		15 ... 45		> 0,20	
[Lewandowski 1971]			7 ... 10		i. M. für alle Bauarten
			10 ... 11,5		Stützen, Binder, Unterzüge aus B300 und B450
[Dahl et al. 1972]	Gamma				
[Potharst 1977]	LN			0,20	festigkeitsunabhängig
[Ellingwood 1978]				0,07 ... 0,30	
[Kudzys 1992]				0,08 ... 0,22	
[Ciampoli/Napoli 1993]	LN	15,7		0,37	aus Bauaufnahme, inhomogener Beton
[Steward 1995]	LN				→ Tabelle 3.13
[Bartlett/MacGregor 1996]	LN			0,227	globale Streuung (mehrere Bauteile/ Mischungen)
				0,10	Balken
[König et al. 1998]				0,20	Platten
				0,10 ... 0,20	Stützen
[Melchers 1999]	N / LN			0,07	Betonguss aus einer Mischung
				0,13	viele Bauteile aus verschiedenen Mischungen
[JCSS 2001-03] (Empfehlung)	Student-t (LN)			0,011...0,195	Transportbeton
				0,086...0,133	Fertigteile
					→ JCSS-Modell, s. 3.3.1.3

**Zur Relation zwischen Bauwerks- und Laborfestigkeit**

Die Relation zwischen Bauwerks- und Laborfestigkeit wird von [Dahl et al. 1972] in Abhängigkeit von der mittleren Festigkeit festgestellt. Bei kleinen Festigkeiten sind demnach die Laborwerte kleiner, bei höheren Festigkeiten sind die Bauwerksfestigkeiten kleiner. In mehreren Quellen wird darauf verwiesen, dass die Relation zwischen beiden Werten selbst großen Schwankungen unterliegt (z. B. [Henzel/Grube 1966], [Lewandowski 1971], [Maaß et al. 1976-2]). Das Verhältnis der mittleren Festigkeiten (Bauwerk : Würfel) wird in einem Bereich von etwa 0,79 bis 0,90 angegeben (Tabelle 3.15).

In [DIN EN 1992-1-1 (2011)] werden die Differenzen zwischen dem Fraktilwert der Zylinderdruckfestigkeit und der am Bauwerk zu erwartenden Festigkeit durch den Dauerstandsfaktor  $\alpha_{cc}$  ausgedrückt. In ihm werden die Einflüsse aus Langzeitverhalten und geometrisch bedingt abweichendem Beanspruchungszustand in Bauwerk und Prüfkörper zusammengefasst.

**Tabelle 3.15: Relation Bauwerks- zu Laborfestigkeit: stochastische Modelle**

Quelle	F(x)	$\mu$ [MN/m <sup>2</sup> ]	$\sigma$ [MN/m <sup>2</sup> ]	$v$ [-]	Anmerkung
[Henzel/Grube 1966]		0,79		0,16 ... 0,18	Bohrkern : Würfel
		0,85			Baustelle : Würfel, Verhältnis der Mittelwerte
[Lewandowski 1971]		0,78			Baustelle : Würfel, Verhältnis der 5%-Fraktile
[Maaß et al 1976-2]		0,95			Bodenplatte (Bn 350)
		0,86			Deckenplatte (Bn 250)
[DAfStb-H. 307 (1979)]	det.	0,85			Berechnungsansatz
[Vrouwenvelder/Siemes 1987]	LN	0,90		0,20	Umrechnungsfaktor Langzeitverhalten
[Östlund 1991]		0,90		0,075	schwedisch C20
		0,85		0,109	schwedisch C40
[Bach 1992]	det.	0,85			Berechnungsansatz
[Schneider 1999]	LN	0,75		0,15	Verhältnis Prismen- : Würfelfestigkeit und Bauwerks- : Laborfestigkeit, Berechnungsansatz
[Six 2003]	det.	0,85			Berechnungsansatz
[Holicky 2008]	LN	0,85	0,0085		
[Holicky et al. 2008]	det.	0,85			Berechnungsansatz für bestehende Stb-Brücke

Für Zuverlässigkeitsberechnungen wird in [DAfStb-H. 307 (1979)] die unterschiedliche Streuung von Bauwerks- und Laborfestigkeit vernachlässigt. Diese Vereinfachung wird mit der Nacherhärtung am Bauwerk begründet. Demnach wäre die abweichende Streuung der Bauwerksfestigkeit nur für Bewertungen innerhalb der ersten drei Monate relevant. In [DAfStb-H. 307 (1979)] wird daher mit einem konstanten Umrechnungsfaktor 0,85 gearbeitet. Diesem Vorschlag folgend werden die Zuverlässigkeitsberechnungen in [Bach 1992] ebenfalls mit einem konstanten Umrechnungsfaktor  $\alpha = 0,85$  durchgeführt. [Six 2003] betont, dass aufgrund der Unsicherheiten bezüglich der exakten Höhe des Dauerstandsfaktors der Wert 0,85 in probabilistischen Berechnungen eigentlich streuend anzusetzen wäre. Aufgrund unzureichender Daten wird der Wert in [Six 2003] jedoch deterministisch berücksichtigt, um das Ergebnis nicht zu verfälschen. [Holicky 2008] gibt auf Grundlage von Angaben in [JCSS 2001] und eigener Untersuchungen die Streuung des Dauerstandsfaktors logarithmisch normalverteilt um den Mittelwert  $\mu = 0,85$  streuend an und schätzt die Standardabweichung zu  $\sigma = 0,085$ . Für die probabilistische Bewertung einer bestehenden Stahlbetonbrücke wird dann jedoch vereinfachend der Dauerstandsfaktor in [Holicky et al. 2008] deterministisch angesetzt.

### **Berechnungsansatz**

In den eigenen Berechnungen wurden anfangs der deterministische Ansatz  $\alpha_{cc} = 0,85$  mit dem stochastischen Modell nach [Holicky 2008] verglichen. Letzterer hat keinen nennenswerten Einfluss auf das berechnete Zuverlässigkeitsniveau; die Sensitivität des Dauerstandsfaktors ergab sich bei streuendem Ansatz praktisch zu Null. Daher wurden alle weiteren Berechnungen ebenfalls mit dem konstanten Wert  $\alpha_{cc} = 0,85$  durchgeführt.

Die Druckfestigkeit selbst wird in den probabilistischen Berechnungen in mehreren Qualitätsstufen betrachtet. Die Berechnungen werden für mehrere festigkeitsunabhängige Standardabweichungen  $\sigma_{fc} = 4,85 \dots 10,0 \text{ MN/m}^2$  durchgeführt. Damit wird unter Vernachlässigung sehr guter Ausführungsqualitäten ein großer Bereich der in [DAfStb-H. 206 (1969)] für verschiedenste Bauweisen beobachteten Standardabweichungen berücksichtigt. Die Variationskoeffizienten der Druckfestigkeit werden so in einem Bereich  $v = 0,082 \dots 0,50$  variiert (Bild 7.11), was den in Tabelle 3.13 und 3.14 angegebenen Variationsbereich der Bauwerksfestigkeit überschreitet.

### 3.3.1.3) Stochastische Modellierung der Betonkennwerte nach JCSS

[Kersken-Bradley et al. 1985] und [Diamantidis 1999] beschreiben Vorentwürfe zur stochastischen Modellierung der Druckfestigkeit, die letztlich in den probabilistischen Model Code des JCSS eingegangen sind ([JCSS 2001-03]). Das Modell bietet einen Ansatz für die statistische Beschreibung der Druck- und Zugfestigkeit sowie der Spannungs-Dehnungs-Linie des Betons. Die gegenüber Laborprüfungen abweichende Bauwerksfestigkeit wird in diesem Modell mit berücksichtigt. Druck- und Zugfestigkeit, E-Modul und Bruchdehnung des Betons werden als Zufallsvariable formuliert, die alle auf die streuende Zylinderdruckfestigkeit nach 28 Tagen zurückgeführt werden können. Für jede Variable sind die zugehörigen Beziehungsgleichungen sowie stochastische Kennwerte gegeben. Die Zylinderdruckfestigkeit selbst wird als  $t$ -verteilte Zufallsvariable beschrieben, für die näherungsweise auch die logarithmische Normalverteilung angesetzt werden kann. Die Angaben dienen als erste Vorinformation, die durch ergänzende Untersuchungen am Bauwerk verbessert werden können.

Aus der 28-Tage-Druckfestigkeit am Standardprüfzylinder ergeben sich für einen bestimmten Punkt  $i$  des Bauwerks  $j$  als Zufallsvariable

$$\text{die Betondruckfestigkeit} \quad f_{c,ij} = \alpha(t, \tau) \cdot f_{c0,ij}^\lambda \cdot Y_{1,i} \quad (3.26)$$

$$\text{die Betonzugfestigkeit} \quad f_{ct,ij} = 0,3 \cdot f_{c,ij}^{2/3} \cdot Y_{2,j} \quad (3.27)$$

$$\text{der Elastizitätsmodul} \quad E_{c,ij} = \frac{10,5 \cdot f_{c,ij}^{1/3} \cdot Y_{3,j}}{1 + \beta_d \cdot \varphi(t, \tau)} \quad (3.28)$$

$$\text{die Bruchdehnung} \quad \varepsilon_{u,ij} = 0,006 \cdot f_{c,ij}^{1/6} \cdot Y_{4,j} \cdot (1 + \beta_d \cdot \varphi(t, \tau)) \quad (3.29)$$

mit  $f_{c0,ij}$  = Druckfestigkeit am Prüfzylinder ( $h = 30$  cm,  $d = 15$  cm) nach 28 Tagen als LN-verteilte Zufallsvariable mit den Verteilungsparametern  $M_j, \Sigma_j$

$$f_{c0,ij} = \exp(U_{ij} \cdot \Sigma_j + M_j) \quad (3.30)$$

$M_j$  = logarithmischer Mittelwert über das gesamte Bauwerk  $j$  (Zufallsvariable)  
 $\Sigma_j$  = logarithmische Standardabweichung für das gesamte Bauwerk  $j$  (Zufallsvariable)  
 $U_{ij}$  = N-verteilte Variable zur Beschreibung der räumlichen Variabilität im Bauwerk  $j$

$\lambda$  = Beiwert zur Berücksichtigung der systematischen Unterschiede zwischen Bauwerks- und Prüffestigkeit, LN-verteilt mit  $\mu_\lambda = 0,96$  und  $v_\lambda = 0,005$  (deterministische Annahme  $\lambda = 0,96$  ausreichend)

$\alpha(t, \tau)$  = deterministische Funktion zur Berücksichtigung des Betonalters bei Belastungsbeginn  $t$  und der Belastungsdauer  $\tau$ , Näherung  $\alpha(t, \tau) = 0,8$  (für  $t = 28$  Tage)

$\varphi(t, \tau)$  = Kriechzahl nach gültiger Norm (deterministisch)

$\beta_d$  = Anteil der ständigen Last an der Gesamtlast, je nach Tragwerkstyp  $\beta_d = 0,6 \dots 0,8$

$Y_{1,j}$  bis  $Y_{4,j}$  Zufallsvariable zur Berücksichtigung zusätzlicher Streuanteile, Tabelle 3.16.

**Tabelle 3.16: Zufallsvariable  $Y_{1,i}$  bis  $Y_{4,i}$  zur stochastischen Beschreibung der Betoneigenschaften**

	Variable zur Berücksichtigung von ...	$F(x)$	$\mu$	$\sigma$	$v$
$Y_{1,i}$	Unsicherheiten aufgrund unterschiedlicher Baustellenbedingungen (Einbau, Nachbehandlung, Erhärtung)	LN	1,0	0,06	0,06
$Y_{2,i}$	Unsicherheiten, die in der Druckfestigkeit nicht besonders	LN	1,0	0,30	0,30
$Y_{3,i}$	berücksichtigt sind (Zuschlagtyp und -größe, chemische	LN	1,0	0,15	0,15
$Y_{4,i}$	Zusammensetzung der Ausgangsstoffe, klimatische Bedingungen)	LN	1,0	0,15	0,15

Die Referenzfestigkeit  $f_{c0,ij}$  gilt als logarithmisch normalverteilte Zufallsvariable, wenn die zugehörigen Parameter Mittelwert  $M_j$  und Standardabweichung  $\Sigma_j$  aus einer theoretisch unendlich großen Stichprobe gewonnen wurden. Da der Stichprobenumfang natürlicherweise begrenzt ist, sind die Parameter  $M_j$  und  $\Sigma_j$  selbst Schätzungen und müssen ebenfalls als Zufallsvariable mit streuenden Eigenschaften behandelt werden.



Wird die logarithmische Normalverteilung der Referenzfestigkeit  $f_{c0,ij}$  ausgedrückt über die normalverteilte Zufallsvariable  $X_{ij}$  mit

$$X_{ij} = \ln(f_{c0,ij}) \tag{3.31}$$

dann ergibt sich die Zufallsvariable  $X_{ij}$  mit streuenden Parametern  $M_j$  und  $\Sigma_j$  aus der Student- $t$ -Verteilung

$$F_x(X) = F_v \cdot \left[ \frac{\ln(x/m)}{s} \cdot \frac{1}{\sqrt{1+1/n}} \right] \tag{3.32}$$

mit  $F_v$  = Student- $t$ -Verteilung mit  $v$  Freiheitsgraden  
 $m, s, n, v$  = Parameter der  $t$ -Verteilung gemäß Tabelle 3.17

Die Festigkeit  $f_{c0,ij}$  kann dann ausgedrückt werden als

$$f_{c0,ij} = \exp\left(m + t_v \cdot s \cdot \sqrt{1+1/n}\right) \tag{3.33}$$

[JCSS 2001-03] gibt für die Parameter der  $t$ -Verteilung der Betonfestigkeit (Basiswert  $f_{c0}$ ) die in Tabelle 3.17 aufgeführten Werte, die als Vorinformation bei fehlenden Daten verwendet und durch eigene Stichproben verbessert werden können. Die  $t$ -Verteilung kann durch eine logarithmische Normalverteilung genähert werden, wenn das Produkt der Parameter  $n \cdot v > 10$  ist. Als Parameter der LN-Verteilung gelten dann

$$m_u = m \tag{3.34}$$

$$\sigma_u = s \cdot \sqrt{\frac{n}{n-1} \cdot \frac{v}{v-2}} \tag{3.35}$$

Die Parameter der  $t$ -Verteilung in Tabelle 3.17 werden in [JCSS 2001-03] in Abhängigkeit von der Festigkeitsklasse des Betons und der Fertigungsqualität aufgeführt. Bei der Übernahme ist zu beachten, dass [JCSS 2001-03] offenbar einen Übertragungsfehler von früheren auf aktuelle Klassenbezeichnungen enthält (alt: B-Klassierung mit Bezug auf Würfeldruckfestigkeit, z. B. nach [DIN 1045 (1988)]; aktuell: C-Klassierung mit Bezug auf Zylinderdruckfestigkeit, z. B. in [DIN EN 1992-1-1 (2011)]). Während in [Kersken-Bradley et al. 1985] und [Diamantidis 1999] die Parameter noch mit Bezug auf die B-Klassierung aufgeführt sind, enthält [JCSS 2001-03] eine vergleichbare Tabelle mit den gleichen Parametern – jedoch mit Bezug auf die C-Klassierung (Übertragungsfehler: „B15“ = „C15“). In Tabelle 3.17 erfolgt daher eine eigene Zuordnung. Sie entspricht etwa der Zuordnung charakteristischer Festigkeiten zu früheren Betonklassen in [DBV 2008-02] und ist zudem Angaben in [Hansen 2004] vergleichbar. Grundlage für die Angaben in Tabelle 3.17 war nach [Kersken-Bradley et al. 1985] eine Datenerhebung in Süddeutschland.

**Tabelle 3.17: Parameter der Verteilung der Betondruckfestigkeit  $f_{c0,ij}$  [MN/m<sup>2</sup>] nach [JCSS 2001-03]**

	Beton			Parameter			
	JCSS-Angabe <sup>1)</sup>	alte Bezeichnung <sup>2)</sup>	Zuordnung	$m$	$s$	$n$	$v$
Transportbeton	C15	B15	≈ C12/15	3,40	0,14	3	10
	C25	B25	≈ C20/25	3,65	0,12	3	10
	C35	B35	≈ C30/37	3,85	0,09	3	10
	C45	B45	≈ C35/45	3,98	0,07	3	10
	C55	B55	≈ C45/55	--	--	--	--
Fertigteile	C15	B15	≈ C12/15	--	--	--	--
	C25	B25	≈ C20/25	3,80	0,09	3	10
	C35	B35	≈ C30/37	3,95	0,08	3	10
	C45	B45	≈ C35/45	4,08	0,07	4	10
	C55	B55	≈ C45/55	4,15	0,05	4	10

<sup>1)</sup> Angabe in [JCSS 2001-03], sonstige Angaben wie [Diamantidis 1999]  
<sup>2)</sup> Festigkeitsklassen bis 2001, Angabe in [Diamantidis 1999] mit Bezug auf ältere Ausgabe von [JCSS 2001-03]

Für die genäherte LN-Verteilung lassen sich unter Ansatz der Gleichungen (3.34) und (3.35) mit Tabelle 3.17 und den Grundbeziehungen der LN Verteilung (z. B. [Spaethe 1992]) die stochastischen Modelle der Betonkennwerte ermitteln. Die nachfolgenden Tabellen enthalten die nach [JCSS 2001-03] berechneten Parameter für

- Betondruckfestigkeit (Zylinder)  $f_{c0,ij}$  Tabelle 3.18
- Betondruckfestigkeit (Bauwerk)  $f_{ij}$  Tabelle 3.19
- Betonzugfestigkeit  $f_{ct,ij}$  Tabelle 3.19

Zur Ermittlung der Variationskoeffizienten für E-Modul und Bruchdehnung werden die Gleichungen 3.28 und 3.29 mit den Variablen  $E_0$  und  $\varepsilon_0$  modifiziert. Damit wird der E-Modul

$$E_{c,ij} = f_{c,ij}^{1/3} \cdot Y_{3,j} \cdot E_0 \quad (3.36)$$

mit 
$$E_0 = \frac{10,5}{1 + \beta_d \cdot \varphi(t, \tau)}$$

und die Bruchdehnung

$$\varepsilon_{u,ij} = f_{c,ij}^{1/6} \cdot Y_{4,j} \cdot \varepsilon_0 \quad (3.37)$$

mit 
$$\varepsilon_0 = 0,006 \cdot (1 + \beta_d \cdot \varphi(t, \tau)) .$$

Damit berechnen sich die Werte für

- E-Modul  $E_{c,ij} / E_0$  Tabelle 3.20
- Bruchdehnung  $\varepsilon_{u,ij} / \varepsilon_0$  Tabelle 3.20

Die in den Tabellen 3.18 bis 3.20 aufgeführten Standardabweichungen werden mittels Gaußschem Fehlerfortpflanzungsgesetz aus den Streuanteilen der Referenzfestigkeit und der ergänzenden Zufallsvariablen  $Y_{1,j}$  nach Tabelle 3.16 ermittelt:

$$\sigma_z = \sqrt{\left(\frac{\partial z}{\partial f_{c0,ij}}\right)^2 \cdot \sigma_{f_{c0,ij}}^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial Y_{ij}}\right)^2 \cdot \sigma_{Y_{ij}}^2} \quad (3.38).$$

mit  $z = f(f_{c0,ij}; Y_{ij})$  nach Gleichung (3.26) bis (3.29).

**Tabelle 3.18: Parameter der Betondruckfestigkeit (Zylinder)  $f_{c0,ij}$  (Referenzwert)**

Beton	Parameter der t-Verteilung					Parameter genäherte LN-Verteilung		Parameter der Stichprobe Zylinderdruckfestigkeit $f_{c0,ij}$		
	<i>m</i>	<i>s</i>	<i>n</i>	<i>v</i>	<i>m<sub>u</sub></i>	<i>σ<sub>u</sub></i>	$\mu_{f_{c0,ij}}$	$\sigma_{f_{c0,ij}}$	$V_{f_{c0,ij}}$	
	[JCSS 2001-03]					Gl. (3.34)	Gl. (3.35)	$\exp\left(m_u - \frac{\sigma_u^2}{2}\right)$	$\mu_{f_{c0,ij}} \cdot V_{f_{c0,ij}}$	$\sqrt{\exp \sigma_u^2 - 1}$
Transportbeton	C12/15	3,40	0,14	3	10	3,40	0,192	30,52	5,905	0,193
	C20/25	3,65	0,12	3	10	3,65	0,164	39,00	6,451	0,165
	C30/37	3,85	0,09	3	10	3,85	0,123	47,35	5,858	0,124
	C35/45	3,98	0,07	3	10	3,98	0,096	53,76	5,165	0,096
	C45/55	--	--	--	--					
Fertigteile	C12/15	--	--	--	--					
	C20/25	3,80	0,09	3	10	3,80	0,123	45,04	5,572	0,124
	C30/37	3,95	0,08	3	10	3,95	0,110	52,25	5,741	0,110
	C35/45	4,08	0,07	4	10	4,08	0,090	59,39	5,378	0,091
	C45/55	4,15	0,05	4	10	4,15	0,065	63,57	4,107	0,065

**Tabelle 3.19: Parameter der Druckfestigkeit  $f_{c,ij}$  und Zugfestigkeit  $f_{ct,ij}$**

Beton		Druckfestigkeit $f_{c,ij}$			Zugfestigkeit $f_{ct,ij}$		
		$\mu_{f_{c,ij}}$	$\sigma_{f_{c,ij}}$	$V_{f_{c,ij}}$	$\mu_{f_{ct,ij}}$	$\sigma_{f_{ct,ij}}$	$V_{f_{ct,ij}}$
		Gl. (3.26)	Gl. (3.38)	$\sigma_{f_{c,ij}} / \mu_{f_{c,ij}}$	Gl. (3.27)	Gl. (3.31)	$\sigma_{f_{ct,ij}} / \mu_{f_{ct,ij}}$
Transportbeton	C12/15	21,30	4,157	0,195	2,30	0,754	0,327
	C20/25	26,95	4,575	0,170	2,70	0,865	0,321
	C30/37	32,46	4,320	0,133	3,05	0,955	0,313
	C35/45	36,67	4,035	0,110	3,31	1,023	0,309
	C45/55	--	--	--	--	--	--
Fertigteile	C12/15	--	--	--	--	--	--
	C20/25	30,94	4,117	0,133	2,96	0,925	0,313
	C30/37	35,68	4,330	0,121	3,25	1,010	0,311
	C35/45	40,35	4,262	0,106	3,53	1,088	0,308
	C45/55	43,07	3,717	0,086	3,69	1,126	0,305

**Tabelle 3.20: Variationskoeffizienten des E-Moduls  $E_{c,ij}$  und der Bruchdehnung  $\epsilon_{u,ij}$**

Beton		E-Modul $E_{c,ij}/E_0$			Bruchdehnung $\epsilon_{u,ij}/\epsilon_0$		
		$\mu_{E_{c,ij}/E_0}$	$\sigma_{E_{c,ij}/E_0}$	$V_{E_{c,ij}}$	$\mu_{\epsilon_{u,ij}/\epsilon_0}$	$\sigma_{\epsilon_{u,ij}/\epsilon_0}$	$V_{\epsilon_{u,ij}}$
		Gl. (3.36)	Gl. (3.38)	$\sigma_E / \mu_E$	Gl. (3.37)	Gl. (3.38)	$\sigma_\epsilon / \mu_\epsilon$
Transportbeton	C12/15	2,772	0,453	0,164	0,601	0,093	0,155
	C20/25	2,998	0,481	0,160	0,578	0,089	0,154
	C30/37	3,190	0,499	0,156	0,560	0,085	0,152
	C35/45	3,322	0,513	0,154	0,549	0,083	0,152
	C45/55	--	--	--	--	--	--
Fertigteile	C12/15	--	--	--	--	--	--
	C20/25	3,139	0,491	0,156	0,564	0,086	0,152
	C30/37	3,292	0,511	0,155	0,551	0,084	0,152
	C35/45	3,430	0,528	0,154	0,540	0,082	0,151
	C45/55	3,505	0,535	0,153	0,534	0,081	0,151

### 3.3.1.4) Zugfestigkeit

Die Zugfestigkeit des Betons ist gegenüber der Druckfestigkeit mit größeren Streumaßen anzunehmen. Verschiedene Parameter wirken sich stärker auf die Zugfestigkeit aus als auf die Druckfestigkeit und beeinflussen die Streubreite damit zusätzlich zu den Ursachen für die streuende Druckfestigkeit. [Heilmann 1969] fasst die zusätzlichen Einflüsse zusammen mit

- größere Auswirkung lokaler Fehlstellen
- Eigenspannungen aus Schwinden
- Form der Zuschläge

Hinzu kommen größere Prüfstreuungen, da die Zugversuche gegenüber den Druckversuchen mit größeren Schwierigkeiten behaftet sind (z. B. Lasteinleitung bei Bestimmung der zentrischen Zugfestigkeit). [Rüsch 1969] gibt die Prüfstreuung der Zugfestigkeit mit etwa 8 bis 12 % an.

Unterschieden werden je nach Versuchsanordnung die Biegezugfestigkeit, Spaltzugfestigkeit und zentrische Zugfestigkeit. Die Festigkeitsangaben und Bemessungsregeln der Norm [DIN EN 1992-1-1 (2011)] beziehen sich auf die zentrische Zugfestigkeit. Gleichzeitig werden vereinfachte Gleichungen zur Umrechnung der zentrischen Zugfestigkeit in andere Zugfestigkeiten gegeben. [Zilch/Zehetmaier 2010] verweisen darüber hinaus auf genauere Ansätze zur Umrechnung.

Vereinfacht lässt sich die mittlere zentrische Zugfestigkeit rechnerisch aus der Druckfestigkeit des Betons bestimmen. Allgemein formuliert gilt für den Bereich des normalfesten Betons

$$f_{ct} = c \cdot f_c^a \tag{3.39}.$$

In [DIN EN 1992-1-1 (2011)] gilt für die Berechnung der mittleren zentrischen Zugfestigkeit  $f_{ctm}$  mit  $c = 0,30$  und  $a = 2/3$  unter Bezug auf die charakteristische Druckfestigkeit  $f_{ck}$

$$f_{ctm} = 0,3 f_{ck}^{2/3} \quad (3.40).$$

Die Fraktilwerte sind festgelegt mit

$$f_{ct;0,05} = 0,7 \cdot f_{ctm} = 0,21 \cdot f_{ck}^{2/3} \quad (3.41),$$

$$f_{ct;0,95} = 1,3 \cdot f_{ctm} = 0,39 \cdot f_{ck}^{2/3} \quad (3.42).$$

Neben diesen Normgleichungen existieren weitere Ansätze zur Berechnung der Zugfestigkeit aus der Druckfestigkeit, eine Zusammenstellung enthält z. B. [Strohbusch 2010]. Die unterschiedlichen Festigkeitsdefinitionen sind jeweils zu berücksichtigen (Mittel- / Fraktilwerte der Würfel- / Zylinderdruckfestigkeit). Wird Gleichung (3.40) auf die mittlere Druckfestigkeit bezogen, so ergibt sich aus  $f_{cm} = f_{ck} + 8$  nach [Johannis 1999] die mittlere zentrische Zugfestigkeit näherungsweise zu

$$f_{ctm} \approx 0,25 \cdot f_{cm}^{2/3} \quad (3.43).$$

Aus den rechnerischen Ansätzen ergibt sich für die Zugfestigkeit insgesamt eine aus mehreren Anteilen zusammengesetzte Streubreite. Bei der Beurteilung der streuenden Zugfestigkeit ist zwischen der Streuung der Vorfaktoren zur Berechnung der Zugfestigkeit aus der charakteristischen Druckfestigkeit und den statistischen Kennwerten der Zugfestigkeit selbst zu unterscheiden. Die Gesamstreuung der Zugfestigkeit ist mittels Gaußschem Fehlerfortpflanzungsgesetz aus den Streuanteilen der Vorfaktoren  $c$  und der Streuung der Druckfestigkeit zu ermitteln.

#### **Streuung der Vorfaktoren $c$**

Gleichungen zum Zusammenhang zwischen Zug- und Druckfestigkeit des Betons mit zugehöriger Streubreite der Ergebnisse werden in [Heilmann 1969] vorgestellt. Die Beziehung zwischen Druck und Zug wird für die verschiedenen Arten der Zugfestigkeit mit Fraktil- und Mittelwert angegeben, so dass hieraus in einer Rückrechnung die statistischen Kennwerte der Vorfaktoren bestimmt werden können. Bei Ansatz der Normalverteilung ergeben sich aus den Fraktilwerten  $X_{0,05}$  bzw.  $X_{0,95}$  und dem Mittelwert  $\mu$

$$\text{die Standardabweichung} \quad \sigma = -(X_{0,05} - \mu) / 1,645 \quad (3.44a)$$

$$\sigma = +(X_{0,95} - \mu) / 1,645 \quad (3.44b)$$

$$\text{und der Variationskoeffizient} \quad v = \sigma / \mu \quad (3.44c).$$

Die Werte des Vorfaktors  $c$  in Gleichung (3.39) sind in der Auswertung von [Heilmann 1969] je nach Art der Zugfestigkeit mit Mittelwert sowie oberen und unteren Grenzwerten angegeben. Hierbei wird ein Bezug zur mittleren Würfeldruckfestigkeit  $\beta_w$  hergestellt (Tabelle 3.21).

Tabelle 3.22 enthält die für diese Vorfaktoren mit Gleichung (3.44) berechneten Variationskoeffizienten. Zum Vergleich wird der Variationskoeffizient für den Vorfaktor der zentrischen Zugfestigkeit angegeben, wie er sich aus der Rückrechnung mit den Beiwerten nach [DIN EN 1992-1-1 (2011)] ergibt. Mit  $v_{c,Heilmann} \approx v_{c,EC2}$  zeigt sich, dass die in [DIN EN 1992-1-1 (2011)] unterstellte Streubreite der Zugfestigkeit auf die Auswertung in [Heilmann 1969] zurückgeführt werden kann.

**Tabelle 3.21: Betonzugfestigkeit nach [Heilmann 1969]**

		<b>5%-Fraktil</b> <b>(<math>c_{0,05}</math>)</b>	<b>Mittelwert</b> <b>(<math>c_{\mu}</math>)</b>	<b>95%-Fraktil</b> <b>(<math>c_{0,95}</math>)</b>
<b>Biegezug</b>	Balken mit mittiger Einzellast	$0,86 \cdot \sqrt[3]{\beta_w^2}$	$1,07 \cdot \sqrt[3]{\beta_w^2}$	$1,28 \cdot \sqrt[3]{\beta_w^2}$
	Balken mit zwei Einzellasten	$0,76 \cdot \sqrt[3]{\beta_w^2}$	$0,98 \cdot \sqrt[3]{\beta_w^2}$	$1,20 \cdot \sqrt[3]{\beta_w^2}$
<b>Spaltzug</b>		$0,48 \cdot \sqrt[3]{\beta_w^2}$	$0,59 \cdot \sqrt[3]{\beta_w^2}$	$0,70 \cdot \sqrt[3]{\beta_w^2}$
<b>zentrischer Zug</b>		$0,36 \cdot \sqrt[3]{\beta_w^2}$	$0,52 \cdot \sqrt[3]{\beta_w^2}$	$0,68 \cdot \sqrt[3]{\beta_w^2}$

**Tabelle 3.22: Variationskoeffizienten des Vorfaktors  $c$  nach [Heilmann 1969] und EC2**

		$(c_{0,05}) / (c_{\mu})$	$(c_{0,95}) / (c_{\mu})$	$v_c$	
<b>[Heilmann 1969]</b>	<b>Biegezug (mittig)</b>	0,8037	$1,1963 \cdot \mu$	$\frac{0,8037-1}{-1,645} = \frac{1,1963-1}{1,645}$	0,1193
	<b>Biegezug (2x1/3)</b>	0,7755	$1,2245 \cdot \mu$	$\frac{0,7755-1}{-1,645} = \frac{1,2245-1}{1,645}$	0,1365
	<b>Spaltzug</b>	0,8136	$1,1864 \cdot \mu$	$\frac{0,8136-1}{-1,645} = \frac{1,1864-1}{1,645}$	0,1133
	<b>zentrischer Zug</b>	0,6923	$1,3077 \cdot \mu$	$\frac{0,6923-1}{-1,645} = \frac{1,3077-1}{1,645}$	<b>0,1870</b>
<b>[EC2]</b>	<b>zentrischer Zug</b>	0,7000	1,3000	$\frac{0,7000-1}{-1,645} = \frac{1,3000-1}{1,645}$	<b>0,1824</b>

Tabelle 3.23 enthält eine Zusammenstellung von statistischen Kennwerten des Faktors  $c$  in Gleichung (3.39). Der Mittelwertansatz der Zugfestigkeit ist jeweils mit aufgeführt.

**Tabelle 3.23: Variationskoeffizienten des Vorfaktors  $c$**

Quelle	$F(x)$	Ansatz $\mu_{ct}$	$v$ [-]	Anmerkung	
[Heilmann 1969]		$0,52 \cdot \beta_w^{2/3}$	0,1870	zentrischer Zug	berechnet, → Tabelle 3.22
		$0,59 \cdot \beta_w^{2/3}$	0,1133	Spaltzug	berechnet, → Tabelle 3.22
		$(0,98 \dots 1,07) \cdot \beta_w^{2/3}$	0,1193 ... 0,1365	Biegezug (je nach Belastung)	berechnet, → Tabelle 3.22
[Grasser/Krämer 1973] (Berechnungsansatz)	gestützte N	$0,88 \cdot \beta_{w,i}^{2/3}$	0,14		
[Östlund 1991]		$0,17 \cdot \mu_{fcc}^{0,7}$	0,15	zentrischer Zug	
[Vismann 1995]	LN	$0,25 \cdot f_{cm}^{2/3}$	0,18	zentrischer Zug	
[Val et al. 1997]		$0,3 \cdot f_c^{2/3}$	0,15	zentrischer Zug	
[Johannis 1999]	LN	$0,25 \cdot f_{cm}^{2/3}$	0,30	zentrischer Zug	
[Six 2003]		$0,3 \cdot f_{ck}^{2/3}$	0,30	zentrischer Zug	
[DIN EN 1992-1-1 (2011)]		$0,3 \cdot f_{ck}^{2/3}$	0,1824	zentrischer Zug	berechnet, → Tabelle 3.22

**Streuung der Zugfestigkeit**

Innerhalb der geprüften Mischung entsprechen Streuwerte des Vorfaktors auch dem Variationskoeffizienten der Zugfestigkeit. Zur Abschätzung des Variationskoeffizienten der Zugfestigkeit insgesamt über alle denkbaren Mischungen ist aus der Mischungsstreuung (z. B. [Heilmann 1969]) und der Streuung der Druckfestigkeit (Abschnitt 3.3.1.1) die Gesamtstreuung zu ermitteln. Dies kann mit den Grundbeziehungen zwischen Druck- und Zugfestigkeit unter Ansatz der Gaußschen Fehlerfortpflanzung erfolgen (Vorschlag z. B. in [Rüsch 1975]).

Aus Gleichung (3.39) wird dann mit dem Gaußschen Fehlerfortpflanzungsgesetz der Variationskoeffizient der Zugfestigkeit

$$v_{f_{ct}} = \sqrt{\left(\frac{2}{3}\right)^2 v_{f_c}^2 + v_c^2} \tag{3.45}$$

In Tabelle 3.24 sind Streuwerte der Zugfestigkeit insgesamt zusammengestellt. Als „berechnet“ gekennzeichnete Werte wurden von den Autoren jeweils mittels Fehlerfortpflanzung ermittelt. Das Modell nach [JCSS 2001-03] enthält auch einen Ansatz zur Bestimmung der statistischen Parameter der Zugfestigkeit. Das Modell wird in Abschnitt 3.3.1.3 ausführlich vorgestellt, die Ergebnisse der Berechnung sind in Tabelle 3.24 mit erfasst.

**Tabelle 3.24: Stochastische Modelle der Zugfestigkeit**

Quelle	$F(x)$	$\mu$ [MN/m <sup>2</sup> ]	$\sigma$ [MN/m <sup>2</sup> ]	$v$ [-]	Anmerkung
[Tichy/Vorliceck 1972] (Berechnungsansatz)	Pearson III	0,8...2,0		0,10 ... 0,25	Schiefe 0,2 ... 0,5
[Thielen 1975]				0,15	
[Rüsch 1975]	N				Berechnung $v_{ct}$ aus Streuung Vorfaktor und $v_{fc}$
[Hosser 1978] (Berechnungsansatz)	det.				
[Ellingwood 1978] (Berechnungsansatz)				= $v_{fc}$	
[DAfStb-H. 206 (1969)] (Berechnungsansatz)	N			0,05	
[Vrouwenvelder/Siemes 1987]	LN	2,5		0,20	für $\mu_{fc} = 22$ MN/m <sup>2</sup>
[Östlund 1991]	LN	2,2		0,18	schwedisch C20
[Datenauswertung]	LN	3,2		0,16	schwedisch C40
[Kudzys 1992] (Berechnungsansatz)		1,5	0,36	0,24	
[Kudzys 1992]				0,10 ... 0,25	
[Spaethe 1992]	N		$> \sigma_{fc}$	$> v_{fc}$	
[Vismann 1995]	LN			$3,33f_c^{-1}$	für $\sigma_{fc} = 5$ MN/m <sup>2</sup>
[Val et al. 1997]	N			0,18	berechnet mit $v_{fc} = 0,13$ für C30
[Tworuschka 1998]	LN	$\mu_{fc} = 0,4 + 0,063 \cdot \mu_c$		0,20	für $\mu_{fc} \leq 58$ MN/m <sup>2</sup>
[Johannis 1999]				0,30 ... 0,34	berechnet für $\sigma_{fc} = 5$ MN/m <sup>2</sup>
[Diamantidis 1999]					→ JCSS-Modell, Abschnitt 3.3.1.3
[BE 95-1347/R9 (2000)]					→ JCSS-Modell, Abschnitt 3.3.1.3
[Eichinger/Bergmeister 2001]	LN			0,13	Bemessung von Befestigungen
[JCSS 2001-03] (Empfehlung)	Student- $t$ (LN)			0,309...0,327 0,305...0,313	Transportbeton Fertigteile → JCSS-Modell, s. 3.3.1.3
[Six 2003]				0,30 ... 0,40	berechnet
[Bergmeister/Santa 2004]	LN	$< 20$ $> 20$		0,20 0,18	einwandfreie Fertigung
[Hansen 2004]				0,30 ... 0,34	berechnet für $\sigma_{fc} = 5$ MN/m <sup>2</sup>
[Hansen 2004] (Berechnungsansatz)					
[Hausmann 2007]	LN				→ JCSS-Modell, Abschnitt 3.3.1.3
[Braml 2010] (Berechnungsansatz)	LN			0,30 ... 0,40	
[Fischer, A. 2011]				0,21	Vorschlag festigkeitsunabhängig konstant bei Erhöhung $v_{fc}$ um 10% für $f_{cm} \geq 30$ MN/m <sup>2</sup>

### 3.3.1.5) Spannungs-Dehnungs-Verhalten

#### Elastizitätsmodul

Der E-Modul des Betons ist von den Eigenschaften der Zuschläge und des Zementsteins abhängig und unterliegt insbesondere durch die streuenden Eigenschaften der Zuschläge erheblichen Schwankungen. Vereinfacht kann der Sekantenmodul zwischen dem Ursprung des  $\sigma$ - $\varepsilon$ -Diagramms und der Druckspannung  $\sigma_c \approx 0,4f_c$  rechnerisch aus der Druckfestigkeit bestimmt werden. In einer allgemeinen Formulierung wird der Sekantenmodul [Six 2003]

$$E_c = \alpha_E \cdot f_c^{1/3} \quad (3.46)$$

Der Mittelwert des E-Moduls ergibt sich darin aus dem Mittelwert des Vorfaktors  $\mu_{\alpha E}$  und der mittleren Druckfestigkeit. Auf Grundlage dieser Beziehung ergibt sich mit [DIN EN 1992-1-1 (2011)] der E-Modul vereinfacht zu

$$E_{cm} = 22 \cdot 10^3 \cdot (f_{cm} / 10)^{0,3} \quad (3.47)$$

Der tatsächliche E-Modul des Betons kann je nach Gesteinskörnung hiervon abweichen, Gleichung (3.47) bezieht sich auf Beton mit quarzithaltigen Zuschlägen. Für andersartige Zuschläge werden prozentuale Umrechnungen empfohlen. Genauere Umrechnungsfaktoren sind z. B. in [DAfStb-H. 525.2 (2010)] und [DAfStb.-H. 600 (2012)] aufgeführt.

Insgesamt unterliegen die rechnerisch ermittelten Werte großen Streuungen. [Zilch/Zehetmaier 2010] und [DAfStb-H. 600 (2012)] empfehlen aufgrund der Schwankungen experimentelle Klärung des tatsächlichen Wertes bei Tragwerken, die von Schwankungen des E-Moduls deutlich beeinflusst werden (Bsp. schlanke Stützen, [Six 2003]). [DAfStb-H. 600 (2012)] betont hierzu, dass gegenüber den experimentell bestimmten Ergebnissen Bauwerksstreuungen von 10 % möglich sind.

Die Streubreite des E-Moduls setzt sich rechnerisch aus Anteilen des streuenden Vorfaktors  $\alpha_E$  und der Streuung der Druckfestigkeit des Betons zusammen. Bei Recherchen ist zu differenzieren in Angaben zur Variation des Vorfaktors und Angaben zur Streuung des E-Moduls selbst. Die Gesamtstreuung des E-Moduls kann mittels Gaußschem Fehlerfortpflanzungsgesetz aus den Variationskoeffizienten der einzelnen Anteile ermittelt werden. Das Vorgehen wurde in Abschnitt 3.3.1.4 bereits für die Zugfestigkeit des Betons vorgestellt und erfolgt hier für den E-Modul sinngemäß. Im Gegensatz zur Zugfestigkeit ergibt sich dabei die Gesamtstreuung oft etwa genau so groß wie die Streuung des Vorfaktors (z. B. [Six 2003]). Mithin wäre der Streuanteil der Druckfestigkeit vernachlässigbar. Dementsprechend weichen auch die mit dem JCSS-Modell in Abschnitt 3.3.1.3 berechneten Variationskoeffizienten des E-Moduls nur geringfügig vom Variationskoeffizienten des dort verwendeten Vorfaktors ab.

Tabellen 3.25 und 3.26 stellen Angaben der Literatur zu den Streumaßen des Vorfaktors bzw. des E-Moduls des Betons zusammen. Der probabilistische Model Code [JCSS 2011-03] enthält ein Modell zur Ermittlung der Streuwerte des E-Moduls, das in Abschnitt 3.3.1.3 ausführlich vorgestellt wird. Die hiermit berechneten Streumaße sind in Tabelle 3.26 mit aufgeführt. Bei Angaben zur Beziehung zwischen E-Modul und Druckfestigkeit entsprechend Gleichung (3.46) ist zu beachten, auf welchen Festigkeitswert sich die jeweilige Quelle bezieht (Fraktil- / Mittelwert, Würfel- / Zylinderdruckfestigkeit). Aktuell wird der E-Modul in [DIN EN 1992-1-1 (2011)] aus dem Mittelwert der Zylinderdruckfestigkeit  $f_{cm}$  bestimmt.

Bei älteren Angaben zum E-Modul ist zu beachten dass der Vorfaktor  $\alpha_E$  nach [DIN 1045-1 (2008)] einen Fehler enthielt, der beim Übergang zu [DIN EN 1992-1-1 (2011)] korrigiert worden ist. In der Konsequenz ergaben sich mit [DIN 1045-1 (2008)] deutlich kleinere Werte für den E-Modul. Tabelle 3.27 enthält zur Information eine Zusammenstellung der E-Module verschiedener Ausgaben von [DIN 1045], [DIN 1045-1] und [DIN EN 1992-1-1], die mit unterschiedlichen Vorfaktoren  $\alpha_E$  ermittelt wurden.

**Tabelle 3.25: Variationskoeffizienten des Vorfaktors  $\alpha_E$**

Quelle	$F(x)$	Ansatz $\mu_{\alpha E}$	$v$ [-]	Anmerkung
[Val et al. 1997]		$2,15 \cdot 10^4 (0,1f_c)^{1/3}$ [MN/m <sup>2</sup> ]	0,05	
[Six 2003]	LN	$9.500 f_c^{1/3}$ [MN/m <sup>2</sup> ]	0,15	

**Tabelle 3.26: Stochastische Modelle des E-Moduls**

Quelle	$F(x)$	$\mu$ [MN/m <sup>2</sup> ]	$\sigma$ [MN/m <sup>2</sup> ]	$v$ [-]	Anmerkung
[Rüsch 1969]				0,12	
[Tichy/VorliceK 1972] (Berechnungsansatz)	Pearson III	22.000 ... 36.000		0,10 ... 0,25	Schiefe 0,2 ... 0,5
[Thielen 1975]				0,12	Tangentenmodul
[DAfStb-H. 307 (1979)]				0,10	
[Vrouwenvelder/Siemes 1987]	LN	28.000		0,10	für $\mu_{fc} = 22$ MN/m <sup>2</sup>
[Östlund 1991]				0,10	
[Vismann 1995]				0,05...0,14	
[Val et al. 1997]	N			0,08 ... 0,10	
[Johannis 1999]				0,083...0,029	berechnet
[Diamantidis 1999]					→ JCSS-Modell, Abschnitt 3.3.1.3
[JCSS 2001-03] (Empfehlung)	Student-t (LN)			0,154...0,164	Transportbeton
				0,153...0,156	Fertigteile
					→ JCSS-Modell, s. 3.3.1.3
[Brockmann 2001]	N	25.200... 28.330 28.010... 30.290		0,03...0,069	$f_{cm} \approx 28$ MN/m <sup>2</sup>
				0,026...0,054	$f_{cm} \approx 43$ MN/m <sup>2</sup>
[Schäper 2002]				0,025	Zuschlag Basalt
				0,090	Zuschlag Quarzit
[Six 2003]	LN			0,15	Näherung $v_{E_c} \approx v_{\alpha E}$
				0,12	Fertigteile
[Bergmeister/Santa 2004]	N			0,15	Lieferbeton
				0,18	Baustellenbeton

**Tabelle 3.27: Mittlerer Elastizitätsmodul des Betons  $E_{cm}$  nach verschiedenen Normen [MN/m<sup>2</sup>] (Zuordnung älterer Betonklassen zu  $f_{ck}$  gemäß [DBV 2008-02])**

Norm	$f_{ck}$ [MN/m <sup>2</sup> ]										analytische Beziehung $E_{cm} =$
	8	12	16	20	25	30	35	40	45	50	
[DIN EN 1992-1-1 (2011)]	-	27.000	29.000	30.000	31.000	33.000	34.000	35.000	36.000	37.000	$22000 \cdot (f_{cm}/10)^{0,3}$
[DIN 1045-1 (2008)]	-	21.800	23.400	24.900	26.700	28.300	29.900	31.400	32.800	34.300	$\alpha_i \cdot 9500 \cdot (f_{ck} + 8)^{1/3}$ *) $\alpha_i$
[DIN 1045-1 (2001)]	-	25.800	27.400	28.800	30.500	31.900	33.300	34.500	35.700	36.800	$9500 \cdot (f_{ck} + 8)^{1/3}$
[prEN 1992-1 (2001)]	-	26.000	27.500	29.000	30.500	32.000	33.500	35.000	36.000	37.000	$9500 \cdot (f_{ck} + 8)^{1/3}$
[DIN 1045 (1988)]	(B10) 22.000	(B15) 26.000	-	(B25) 30.000	-	(B35) 34.000	(B45) 37.000	-	(B55) 39.000	-	
[DIN 1045 (1978)]	22.000	26.000	-	30.000	-	34.000	37.000	-	39.000	-	
[DIN 1045 (1972)]	(Bn100) 22.000	(Bn150) 26.000	-	(Bn250) 30.000	-	(Bn350) 34.000	(Bn450) 37.000	-	(Bn550) 39.000	-	

\*)  $\alpha_i = (0,8 + 0,2 \cdot f_{cm}/88) \leq 1,0$

**Bruchdehnung**

In der Literatur sind statistische Angaben zur Bruchdehnung vergleichsweise selten. Aufgrund der Datenlage empfehlen z. B. [Val et al. 1997] den deterministischen Ansatz der Bruchdehnung und vermuten, dass mögliche Abweichungen vom determinierten Wert bereits mit den Streuwerten der Druckfestigkeit und des E-Moduls ausgedrückt werden. Ein vergleichbarer Vorschlag wird bereits in [Tichy/Vorlicek 1972] unterbreitet, wo die Streuung der Bruchdehnung nur über die Druckfestigkeit mit berücksichtigt wird.

Der probabilistische Model Code enthält dennoch ein Modell für den Ansatz der Dehnungen, der in Abschnitt 3.3.1.3 ausführlich erläutert wird. Die Ergebnisse sind zusammen mit weiteren Literaturangaben in Tabelle 3.28 zusammengefasst.

Ein Vergleich der Arbeiten mit probabilistischen Berechnungen zeigt, dass die Dehnung i. d. R. nicht streuend angenommen wird (z. B. [Braml 2010], [Fischer, A. 2011] u. a.). In den Berechnungen dieser Arbeit wurde eine Vergleichsrechnung mit deterministischem und streuendem Ansatz vorgenommen. Das stochastische Modell wurde dem Ansatz [JCSS 2001-03] nachvollzogen, jedoch vereinfacht mit dem festigkeitsunabhängigen Variationskoeffizienten  $v_\epsilon = 0,15$ . Bei streuendem Ansatz ergeben sich die Sensitivitäten annähernd zu Null (s. Abschnitt 7.3, 8.3). Der streuende Ansatz hat also keinen nennenswerten Einfluss auf das erreichte Zuverlässigkeitsniveau. Mithin wäre der deterministische Ansatz gerechtfertigt. Die Vergleichsrechnung ergab beide Ansätze gleiche Zuverlässigkeitsniveaus.

**Tabelle 3.28: Stochastische Modelle der Bruchdehnung**

Quelle	$F(x)$	$\mu$ [%]	$\sigma$ [%]	$v$ [-]	Anmerkung
[Tichy/Vorlicek 1972] (Empfehlung)	det.				
[Tichy/Vorlicek 1972] (Berechnungsansatz)	Pearson III	3,5...3,9		0,10 ... 0,25	Schiefe 0,2 ... 0,5
[Rosenblueth 1974]	N			0,10 ... 0,12	
[Thielen 1975]				0,12	
[Val et al. 1997] (Empfehlung)	det.				
[Diamantidis 1999]					→ JCSS-Modell, Abschnitt 3.3.1.3
[JCSS 2001-03] (Empfehlung)	Student-t (LN)			0,152...0,155	Transportbeton
				0,151...0,152	Fertigteile



### 3.3.2) Betonstahl

#### 3.3.2.1) Allgemeine Bemerkungen

Bedingt durch den industriellen Herstellungsprozess sind für den Betonstahl deutlich kleinere Variationskoeffizienten der mechanischen Kennwerte zu erwarten als für den Beton ([DAfStb-H 307 (1979)], [Rehm/Rußwurm 1977], [Zilch/Schießl 1999], [Schneider, R. 2001]). Daten aus der Überwachung verschiedener Herstellerwerke bieten z. B. [Jäniche 1968], [Mirza/MacGregor 1979-2], [Rehm/Rußwurm 1977], [Rußwurm 1988], [Östlund 1991], [Bach 1992], [Rußwurm 1993].

Wie beim Beton lässt sich aus den veröffentlichten Daten keine direkte zeitliche Zuordnung bestimmter Streuwerte vornehmen. Teilweise sind differenzierte Angaben für verschiedene Stahlsorten zu finden, die in Verbindung mit Angaben in [Rußwurm 2000], [Bindseil/Schmitt 2002] und [Bargmann 2013] eine zeitliche Einordnung über typische Anwendungszeiträume ermöglichen. Laut [Schnell/Loch 2009] kann für Betonstähle aus der Produktion der 1970er Jahre davon ausgegangen werden, dass die Qualitätsanforderungen an die Stähle regelmäßig überschritten wurden und somit Festigkeitsnennwerte sicher als 5%-Fraktilwerte annehmbar sind. Die nachfolgend zusammengefassten statistischen Angaben entstammen Datenauswertungen mehrerer Länder, in neueren Untersuchungen [Strauss et al. 2006] mit direktem Vergleich verschiedener Produktionsländer konnten keine signifikanten Unterschiede in den Streumaßen der Festigkeiten festgestellt werden.

Bei der Datenauswertung ist zu beachten, auf welche Grundgesamtheit die statistischen Kennwerte bezogen sind. Mit [Spaethe 1992], [Rehm/Rußwurm 1977] u. a. lassen sich die wesentlichen Unterscheidungsmerkmale zusammenfassen:

- Produktionsmenge: Charge / Tag / Jahr / mehrere Jahre
- Querschnitt: ein Profil / verschiedene Profile / Querschnittsgröße
- Hersteller: ein Stahlwerk / mehrere Stahlwerke
- Menge: ein Element / mehrere Elemente

Je nach Bezugsgröße ergeben sich unterschiedliche Streumaße. Die Zusammenfassung der nachfolgenden Tabellen 3.29 bis 3.32 bezieht sich nach Möglichkeit stets auf die größte Bezugseinheit, um möglichst viele Bedingungen zu berücksichtigen (verschiedene Herstellungstechnologien, Überwachungsstandards, Profilgrößen usw.). Das bedeutet, dass im Einzelfall für ein konkretes bestehendes Bauwerk auch kleinere Streumaße möglich wären, z. B. bei Belieferung aus einem einzigen Stahlwerk. In [Rehm/Rußwurm 1977] werden bspw. bei der mehrjährigen Datenauswertung für mehrere Stahlwerke die größten Variationskoeffizienten festgestellt. Die Streuung innerhalb der Tagesproduktion oder innerhalb einer Prüfcharge eines einzelnen Werks fallen demgegenüber deutlich kleiner aus.

Innerhalb eines Stabes ist nur eine sehr kleine Variation festzustellen [Mirza/MacGregor 1979-2], [Spaethe 1992]. Die im Prüflabor festgestellten Streuwerte können auf die Bauwerksfestigkeit übertragen werden ([Pottharst 1977], [Östlund 1991], [Rußwurm 1993]).

Ergänzend zu den streuenden Festigkeitswerten sind Abweichungen der Querschnittsfläche zu betrachten. In einigen Quellen wurden Variationskoeffizienten der Festigkeiten in Abhängigkeit vom Stabdurchmesser vermerkt (z. B. [König/Heunisch 1972], [Hansen 2004]). Nach [Tichy/Vorlicek 1972] müssen die Maßstreuungen nicht unbedingt berücksichtigt werden, sofern sie deutlich kleiner sind als die Streuung der Festigkeitswerte. Einige Autoren verknüpfen streuende Querschnitts- und Festigkeitswerte miteinander, indem die Variationskoeffizienten der Streckgrenze etwas erhöht werden (z. B. [Hausmann 2007], [Braml 2010], [Fischer, A. 2011]). Teilweise wird darauf verwiesen, dass in den Variationskoeffizienten aus Datenauswertungen Größeneffekte bereits berücksichtigt sind (z. B. [Östlund 1992], [Ellingwood 1978]). Eine Datenauswertung mit ausführlicher Trennung in Festigkeits- und Maßstreuung erfolgt in [Bach 1992].

### 3.3.2.2) Streckgrenze

Tabelle 3.29 enthält eine Zusammenstellung der Angaben zur streuenden Streckgrenze aus der Literatur. Darin ist jeweils gekennzeichnet, ob die Angaben einer Datenauswertung entspringen (Bsp. [Jäniche 1968]), ob sie im Rahmen probabilistischer Berechnungen verwendet wurden (Bsp. [Bach 1992]) oder ob es sich um eine allgemeine Empfehlung für den Ansatz in Zuverlässigkeitsrechnungen handelt (Bsp. [JCSS 2001-03]).

Zur Verteilungsfunktion sind die Angaben nicht einheitlich, meist werden Normal- oder Lognormalverteilung benannt, vereinzelt auch Beta- oder Weibull-Verteilung oder andere. Tatsächlich ergeben sich in den Datenauswertungen oft Mischverteilungen, das heißt, die Gesamtverteilung setzt sich über verschiedene Häufigkeitsbereiche aus unterschiedlichen Verteilungsfunktionen zusammen (Bsp. Daten in [Rehm/Rußwurm 1977]). Für die Berechnungen dieser Arbeit wird die logarithmische Normalverteilung angenommen.

Teilsweise sind in den Quellen bestimmte Eigenschaften gesondert vermerkt (z. B. warmgewalzt / kaltverformt usw.) Im Zusammenhang mit bestehenden Objekten ist u. a. auch der Einfluss unterschiedlicher Oberflächenprofilierungen interessant. [Kudzys 1992] gibt Variationskoeffizienten der Streckgrenze in Abhängigkeit von der Stahloberfläche an. Dabei werden für glatte Stähle etwas kleinere Streumaße gegeben als für gerippte Stähle.

Im Rahmen dieser Arbeit werden für die Beurteilung bestehender Gebäude verschiedene Stahlsorten bewertet, die in der Vergangenheit verwendet wurden. Hierfür wird auf das Modell des probabilistischen Model Codes [JCSS 2001-03] zurückgegriffen, der eine Modellierung in Abhängigkeit von der Festigkeitsklasse erlaubt. [JCSS 2001-03] schlägt eine von der Festigkeitsklasse unabhängige Standardabweichung der Streckgrenze von  $\sigma_{fy} = 30 \text{ MN/m}^2$  vor. Der Mittelwert der Streckgrenze wird dann einfach aus dem Nennwert der Festigkeitsklasse und der Standardabweichung gebildet

$$\mu_{fy} = \text{Nennwert} + 2 \cdot \sigma_{fy} \quad (3.48).$$

Damit ergibt sich für niedrigere Festigkeitsklassen ein höherer Variationskoeffizient  $v_{fy}$  (Bild 3.9). Hierdurch wird für die Stähle niedrigerer Festigkeit ein größerer Einfluss auf das berechnete Zuverlässigkeitsniveau erzeugt (s. Sensitivitätsanalysen in den Abschnitten 7.3 und 8.3). Querschnittsstreuungen werden gesondert berücksichtigt.

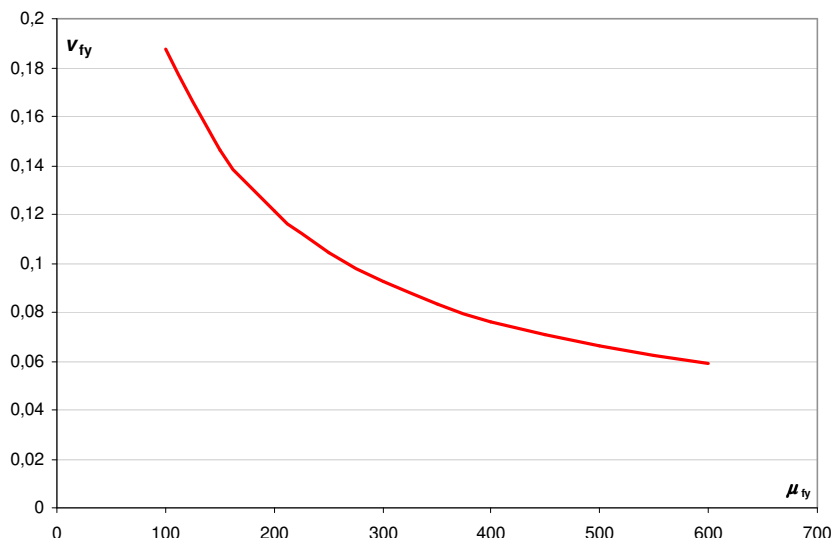


Abb. 3.9: Variationskoeffizient der Streckgrenze in Abhängigkeit vom Mittelwert

Ein Vergleich der so für verschiedene Stahlsorten berechneten Variationskoeffizienten zeigt eine gute Übereinstimmung mit den Angaben in Tabelle 3.29. Für niedrigere Festigkeitsklassen werden dort aus Datenauswertungen häufig höhere Variationskoeffizienten vermerkt, die Werte sind mit den nach JCSS-Modell berechneten Werten vergleichbar. Im Gegensatz hierzu wird in [Braml 2010] und [Fischer, A. 2011] mit einem festigkeitsunabhängigen Variationskoeffizienten für alle untersuchten Betonstahlsorten gerechnet.

**Tabelle 3.29: Stochastische Modelle der Streckgrenze von Betonstahl**

Quelle	$F(x)$	Sorte	$\mu$ [MN/m <sup>2</sup> ]	$\sigma$ [MN/m <sup>2</sup> ]	$v$ [-]	Anmerkung
[Jäniche 1968]	N	BSt IIIb	473,0	28,65	0,0605	Rippen-Torstahl, Auswertung für 14 Stahlwerke
[Tichy/Vorlicek 1972]		( $\approx$ 220)	287,5		0,024	aus Literatur, russische Daten von 1951, warmgewalzter Stahl
		( $\approx$ 220)	286,0		0,143	warmgewalzt aus Literatur, tschechische Daten von 1951 Baustellenproben, teilweise mit Rostnarben
		( $\approx$ 360)	421,0		0,114	ROXOR
		( $\approx$ 420)	485,0		0,061	Torstahl, nach [Jäniche/Wascheidt 1961]
		( $\approx$ 420)	572,0		0,051	Rippen-Torstahl, nach [Jäniche/Wascheidt 1961]
			700,0		0,092	aus Literatur, russische Daten von 1958 (vergleichsweise kleiner Stichprobenumfang)
[Tichy/Vorlicek 1972] (Berechnungsansatz)	Pearson III		250 ... 600		0,10	Schiefe 0,20
[König/Heunisch 1972]	N	BSt 22/34	283,0		0,084	
		( $\approx$ 420)	480,0		0,05	Rippen-Torstahl
		( $\approx$ 420)	473,0		0,06	Rippen-Torstahl
[Grasser/Krämer 1973]	N	( $\approx$ 420)			0,05	
[Rosenblueth 1974]	N / LN		1,072 $X_{nom}$		0,099	
[Thielen 1975]	gestützte N				0,05	nach Güteschutzgemeinschaft Betonstahl
[Pottharst 1977]					0,06	Betonstahl allgemein
[Rehm/Rußwurm 1977]	Mischverteilung	BSt 420	470,0	27,0	0,5745	BSt 420/500 RU ( III U ), mehrere Werke, mehrere Jahre
	Mischverteilung	BSt 500	610,0	50,0	0,0812	BSt 500/550 RK ( IV R ), mehrere Werke, mehrere Jahre
	N					bei Beobachtung im Einzelwerk in Abhängigkeit von der Stahlgüte
[Hosser 1978]	LN	Baustahl III			0,02...0,08	
[Ellingwood 1978]		US:"40"	329,0		0,12	aus Literatur, mehrere Durchmesser
					0,09	Berechnungsansatz ohne Größeneffekt
					0,04	Berechnungsansatz mit Größeneffekten
[Mirza/MacGregor 1979-2]		US:"40" [ $\approx$ 280]	337,0	36,0	0,107	(amerikanische / kanadische Festigkeitsklassen)
		US: "50" [ $\approx$ 350]	462,0	64,0	0,138	"50" sind englische Stäbe
		US: "60" [ $\approx$ 410]	490,0	45,0	0,092	
[DAfStb-H. 307 (1979)]	N	420			0,05	Berechnungsansatz
[Schuëller 1981]	LN	(allgemein)			0,06	Ansatz für Baustahl, Betonstahl als ähnlich gewertet
	Weibull	(einzelne Stichprobe)				
[König/Hosser 1982]	LN				0,06	Berechnungsansatz, als repräsentativ für viele Berechnungen gewertet
[Kersken-Bradley et al. 1985]	LN / N			28,0 15,0		gesamte Produktion ein Betonstahlwerk
[Melchers 1987]	Beta	US: "60" [ $\approx$ 410]				
[Vrouwenvelder/Siemes 1987]	LN	B400	460,0		0,10	Niederlande
[Riechers et al. 1988]	N					
[Rußwurm 1988]					0,04...0,06	Matten / Stabstahl, Datenerhebung in Stahlwerken, Berechnungsansatz bei Ermittlung von $\gamma_s = 1,15$
[Östlund 1991]	N	B400	487,8		0,08	Schweden Querschnittsstreuungen enthalten
[Kudzys 1992]	$v \leq 0,10$ : N $v > 0,1$ : Pearson III				0,05 ... 0,08	warmgewalzter Stahl
					0,08 ... 0,15	warm behandelt
					0,05 ... 0,08	glatter Stahl
					0,06 ... 0,10	gerippter Stahl
					0,06 ... 0,14	warm behandelter gerippter Stahl
				0,06 ... 0,12	kalt gezogene Drähte	

⋮

⋮

Fortsetzung Tabelle 3.29

Quelle	$F(x)$	Sorte	$\mu$ [MN/m <sup>2</sup> ]	$\sigma$ [MN/m <sup>2</sup> ]	$\nu$ [-]	Anmerkung
[Bach 1992]	gestützte Weibull (Extr. III)	St IV *			0,028...0,071	geometrische Abweichungen enthalten
	Weibull (Extr. III)	St IV *			0,035...0,063	normiert, Trennung von Festigkeits- und Größeneffekten
	Weibull (Extr. III)	St IV *			0,067	Berechnungsansatz
[Spaethe 1992]	LN				0,01 ... 0,04	gleiches Stabprofil, gleiches Herstellerwerk
					0,04 ... 0,07	unterschiedliche Profile, gleiches Herstellerwerk
					0,05 ... 0,08	gleiche Profile, verschiedene Herstellerwerke
					0,06 ... 0,12	unterschiedliche Profile, verschiedene Herstellerwerke
[Ciampoli/Napoli 1993]	LN		353	56,4		
[Casas/Sobrino 1993]	LN		580		0,057	
[Neuenhofer 1993]	LN				0,06 ... 0,12	
[Rußwurm 1993]		BSt 500	635,0	43,3	0,0682	Matten, mehrere Herstellerwerke, längerer Beobachtungszeitraum
[Vismann 1995]	LN				0,06 ... 0,12	verschiedene Hersteller
		BSt 500	552,0	33,0	0,06	Berechnungsansatz, gemäß JCSS
			$f_{yk} + 60$	30,0		
[Val et al. 1997]	N / LN / Beta				0,08 ... 0,11	
	N	S400	461,0		0,08	Berechnungsansatz
[Tworuschka 1998]	LN	BSt 500	562,5		0,07	Berechnungsansatz
[Melchers 1999]	Beta				0,04 ... 0,07	verschiedene Werke, verschiedene Stellen im Tragwerk
[Schneider 1999]	LN	S500	550,0	30,0		Schweiz, Berechnungsansatz, Rückrechnung aus Norm
[Johannis 1999]	LN	BSt 500	560	30		gemäß JCSS
[Diamantidis 1999]	LN / N			28,0		gesamte Produktion
				15,0		innerhalb eines Stahlwerkes
[CONTECVET 2000]	LN				0,05 ... 0,10	
[BE 95-1347/R9 (2000)]	N		$X_{nom} + 2\sigma$	30,0		
[Schneider, R. 2001]	LN				0,05	
[JCSS 2001-03]	N		$X_{nom} + 2\sigma$	30,0		
[Sorensen et al. 2001]	LN				0,05	Berechnungsansatz, Kalibrierung von TSF in dänischen Normen
[Six 2003]	LN				0,06	Berechnungsansatz
					0,04 ... 0,10	aus Literatur, in höheren Werten Querschnittsschwankungen enthalten
					0,07 ... 0,12	bei mehreren Durchmessern
[Hansen 2004]	LN				0,02 ... 0,04	ein Stabdurchmesser, Kontrolle innerhalb eines Stahlwerkes
					0,05	Berechnungsansatz
					0,06	Berechnungsansatz, berücksichtigt Querschnittsabweichungen
[Hausmann 2007]	LN	BSt 500			0,06	Berechnungsansatz, berücksichtigt Querschnittsabweichungen
[Bergmeister/Santa 2004]	N				0,020...0,026	
[Braml et al. 2009]	LN	BSt I, III IV			0,06	berücksichtigt Querschnittsstreuungen, $\nu = 0,06$ für BSt IV hergeleitet, Anwendung für alle Klassen
[Braml 2010]	LN	BSt I, III IV			0,06	berücksichtigt Querschnittsstreuungen, $\nu = 0,06$ für BSt IV hergeleitet, Anwendung für alle Klassen
		≈ BSt III			0,06	Anwendung im Berechnungsbeispiel für eine Bestandsbrücke
[Fischer, A. 2011]	LN	BSt I, III IV			0,06	berücksichtigt Querschnittsstreuungen, $\nu = 0,06$ für BSt IV hergeleitet, Anwendung für alle Klassen

\*) „St IV“ ... Festigkeit 460...490 MN/m<sup>2</sup>; Exportproduktion in brandenburgischen Stahlwerken, Ausrichtung am britischen Normenstandard

### 3.3.2.3) Zugfestigkeit

Allgemein besteht eine straffe Korrelation zwischen Streckgrenze und Zugfestigkeit des Betonstahls. Mithin wird von vielen Autoren die Annahme des stochastischen Modells der Zugfestigkeit entsprechend den Streuwerten der Streckgrenze empfohlen (z. B. [DAfStb-H. 307 (1979)], [Kersken-Bradley et al. 1985], [Melchers 1999]). Im Gegensatz dazu werden von [Val et al. 1997] für die Zugfestigkeit etwas kleinere Variationskoeffizienten vermerkt. In den meisten Fällen sind die Streuwerte etwa gleichwertig oder etwas größer angegeben. Eine Zusammenstellung der stochastischen Modelle enthält Tabelle 3.30.

**Tabelle 3.30: Stochastische Modelle der Zugfestigkeit von Betonstahl**

Quelle	$F(x)$	Sorte	$\mu$ [MN/m <sup>2</sup> ]	$\sigma$ [MN/m <sup>2</sup> ]	$v$ [-]	Anmerkung
[Jäniche 1968]	N	BSt IIIb	560,0	37,8	0,0675	Rippen-Torstahl, Auswertung für 14 Stahlwerke
[Tichy/Vorlicek 1972] (Berechnungsansatz)	Pearson III		250... 600		0,10	Schiefe 0,2
[Rehm/Rußwurm 1977]	N	BSt 420	735,0	45,0	0,0612	BSt 420/500 RU ( III U ), mehrere Herstellerwerke, mehrere Beobachtungsjahre
		BSt 500	658,0	44,0	0,0669	BSt 500/550 RU ( IV R ), mehrere Herstellerwerke, mehrere Beobachtungsjahre
[Mirza/MacGregor 1979-2]	Beta	US:"60" [ $\approx$ 410]	764,0	60,2	0,079	
[DAfStb-H. 307 (1979)]	Annahme entsprechend Streuwerten der Streckgrenze					
[Kersken-Bradley et al. 1985]	Annahme entsprechend Streuwerten der Streckgrenze					
[Casas/Sobrino 1993]	LN		679		0,05	
[Rußwurm 1993]		BSt 500	664,0	42,3	0,0637	Matten, mehrere Herstellerwerke, längerer Beobachtungszeitraum
[Val et al. 1997]	N				0,04 ...0,07	
[Melchers 1999]	Annahme entsprechend Streuwerten der Streckgrenze					
[Diamantidis 1999]	Annahme entsprechend Streuwerten der Streckgrenze					
[BE 95-1347/R9 (2000)]	N			40,0		
[Schneider, R. 2001]	LN				0,05	
[JCSS 2001-03]	N			40,0		
[Six 2003]	Annahme entsprechend Streuwerten der Streckgrenze					
[Bergmeister/Santa 2004]	LN				0,020...0,026	

### 3.3.2.4) Spannungs-Dehnungs-Verhalten

Die Streuung des E-Moduls wird in den meisten Quellen als sehr gering vermerkt. Tabelle 3.31 enthält eine Zusammenstellung hierzu. Die geringen Abweichungen gelten allgemein als vernachlässigbar. Demzufolge wird der E-Modul vielfach als deterministische Größe berücksichtigt. Eine dementsprechende Empfehlung enthält auch der probabilistische Model Code [JCSS 2001-03].

Ergänzend werden zur Information in Tabelle 3.32 Angaben zur Streuung der Bruchdehnung zusammengefasst.

**Tabelle 3.31: Stochastische Modelle des E-Moduls von Betonstahl**

Quelle	$F(x)$	Sorte	$\mu$ [MN/m <sup>2</sup> ]	$\sigma$ [MN/m <sup>2</sup> ]	$v$ [-]	Anmerkung
[Tichy/Vorlicek 1972]	det.		ca. const.			Berechnungsansatz
[Rosenblueth 1974]	N		206.000		0,03	
[Thielen 1975]	det.		ca. const.			Berechnungsansatz
[Mirza/MacGregor 1979-2]			201.000		0,033	unabhängig von Belastung / Stabdurchmesser
[Rehm/Rußwurm 1977]			205.000			streuend 190.000 ... 210.000 MN/m <sup>2</sup>
[Pottharst 1977]	det.		ca. const.			
[Hosser 1978]	det.		ca. const.			
[DAfStb-H. 307 (1979)]	N				0,029...0,059	Versuche
			210.000		0,05	Berechnungsansatz
[Kersken-Bradley et al. 1985]	det.					Ansatz wahlweise
	N				0,05	
[Rußwurm 1988]			205.000 – 210.000			warmgewalzt
			196.000 – 205.000			kaltverformt
						Streuung vernachlässigbar
[Östlund 1991]	det.		ca. const.			
[Spaethe 1992]					0,02...0,06	Baustahl
[Neuenhofer 1993]					0,02...0,06	
[Vismann 1995]	det.		200.000			Berechnungsansatz
[Val et al. 1997]					0,03	deterministische Annahme empfohlen
[Diamantidis 1999]	det.					Ansatz wahlweise
	N				0,05	
[Melchers 1999]			201.000		0,033	
[Johannis 1999]	det.		200.000			
[Schneider, R. 1999]			ca. const.			
[JCSS 2001-03]	det.		205.000			
[Six 2003]	det.		200.000			Berechnungsansatz
[Bergmeister/Santa 2004]	LN				0,03	Spannstahl

**Tabelle 3.32: Stochastische Modelle der Betonstahldehnung unter Höchstlast**

Quelle	$F(x)$	Sorte	$\mu$ [%]	$\sigma$ [%]	$v$ [-]	Anmerkung
[Jäniche 1968]	N	BSt IIIb	14,9	2,56	0,172	Rippen-Torstahl, Auswertung für 14 Stahlwerke
[Thielen 1975]	det.					
[Rehm/Rußwurm 1977]	N	BSt 420	16,5	2,5	0,152	BSt 420/500 RU ( III U ), mehrere Werke, mehrere Jahre
	Misch	BSt 500	11,6	2,4	0,207	BSt 500/550 RK ( IV R ), mehrere Werke, mehrere Jahre
[Rußwurm 1988]					0,042...0,124	Stabstahl
					0,101...0,190	Mattenstahl
					0,070...0,120	Spannstahl
[Vismann 1995]					0,33	Matten
					0,101	Stabstahl Ø 6...8
					0,139	Stabstahl Ø 14...28
[Val et al. 1997]					0,05 ... 0,10	allgemein
	N		11,0		0,10	Berechnungsansatz
[Johannis 1999]					0,077...0,101	Stabstahl Ø 6...8
					0,056...0,138	Stabstahl Ø 14...28
[JCSS 2001-03]	N				0,09	
[Hansen 2004]					0,06...0,10	
[Bergmeister/Santa 2004]	N				0,06...0,09	

### 3.3.4) Verbund zwischen Stahl und Beton

Die Beurteilung des Verbundes zwischen Beton und Betonstahl ist mit vielen Unsicherheiten behaftet. In Verbundversuchen ergibt sich die Höhe der Verbundspannung als stark streuende Größe. Hinzu kommen Vereinfachungen beim rechnerischen Ansatz der Verbundwirkung (Bsp. Annahme einer über den Verankerungsbereich konstanten Verbundspannung). [Lindorf 2010] bemerkt zudem Unklarheiten bezüglich der Festlegung der Normwerte der Verbundspannung.

Zu den Streuwerten der Verbundspannung sind in der Literatur vereinzelte Angaben zu finden. Zumeist entstammen sie Versuchsauswertungen zum Verbund-Verschiebungsverhalten. Die Qualität der Aussage ist dabei stark vom untersuchten Probenumfang abhängig. [Soretz 1974] und [Rußwurm 1993] verweisen darauf, dass wegen der großen Unsicherheiten bezüglich des Verbundverhaltens grundsätzlich nicht von der Auswertung weniger Versuchsreihen auf das Verbundverhalten insgesamt geschlossen werden kann. Vielmehr bedarf es einer großen Menge von Datenauswertungen, um zu gesicherten Aussagen zu kommen.

Über erhebliche Streuungen der Versuchsergebnisse bei Ausziehversuchen mit Betonstahlhaken berichten [Rehm et al. 1968]. Bei jeweils gleichen Ausgangsbedingungen wurden deutliche Abweichungen festgestellt. Große Schwankungen beobachten u. a. auch [Soretz 1974], [DAfStb-H. 260 (1976)], [Schießl 1982], [Eligehausen et al. 1983].

Zu beachten ist dabei, dass in der Vergangenheit die Verbundbedingungen in unterschiedlichen Versuchsaufbauten bewertet wurden. Der Standard-Ausziehversuch hat sich erst mit der Zeit als Beurteilungsmaßstab durchgesetzt. Die Ergebnisse unterschiedlicher Versuchsserien sind untereinander nicht ohne weiteres vergleichbar. So werden in der Literatur die verschiedensten Werte für die erreichte maximale Verbundspannung angegeben. Als Gründe für abweichende Angaben benennen [Eligehausen et al. 1983]:

- Messungenauigkeiten (schwierige Verschiebungsmessung)
- Probekörper (abweichende Spannungsbedingungen im Beton bei verschiedenartigen Probekörpern)
- Stabprofil (verschiedene Oberflächenprofilierung und Durchmesser)
- Testumfang (geringe Probenzahl)

Bezüglich der Streumaße wurden aber stets auch innerhalb einer Versuchsserie bei sonst gleichen Rahmenbedingungen große Abweichungen festgestellt. [Eligehausen et al. 1983] berichten, dass auch bei nahezu idealen Testbedingungen nennenswerte Streumaße zu beobachten sind. Nach [Soretz 1974] sind die zu beobachtenden Streuwerte unabhängig von Belastungsintensität, Versuchsart und Stärke der Oberflächenprofilierung. Stattdessen wird eine Abhängigkeit von der Verbundlänge vermerkt. Demnach steigen die Streuwerte mit abnehmender Verbundlänge.

Während [Soretz 1974] die Streumaße unabhängig von der Oberflächenprofilierung einschätzt, werden von [Rehm 1969] aus Ausziehversuchen mit Haken größere Variationen bei Versuchen mit glatten Stäben vermerkt. Ausziehversuche mit glatten Betonstählen wurden von [Bennett/Snounou 1982] ausgewertet. Dabei wurden mit 6,7 % vergleichsweise kleine Streuwerte festgestellt. Allerdings beziehen sich diese Angaben nur auf die Auswertung einer einzelnen Versuchsserie und sind somit nicht aussagekräftig für das Verbundverhalten glatter Stähle insgesamt. Für Rippenstähle ist die Streuung der Verbundspannung der Variation der Zugfestigkeit des Betons vergleichbar ([DAfStb-H. 301 (1979)]).

Einigkeit besteht über mehrere Quellen bezüglich der Abhängigkeit des Variationskoeffizienten der Verbundspannung von der Größe der Verschiebung. Allgemein werden bei kleinen Verschiebungen größere Streuungen festgestellt als bei großen Verschiebungen (z. B. [Rehm et al 1968] für Haken, [Martin 1982, 1984] für Rippenstähle).

Tabelle 3.33 enthält eine Zusammenstellung statistischer Kennwerte der Verbundspannung aus der Literatur. Darin werden mittlere Variationskoeffizienten bis 50 % genannt, nach [fib 51 (2009)] ist allgemein von einer Streubreite der mittleren Verbundspannungs-Verschiebungs-Beziehung von 30 % auszugehen.

**Tabelle 3.33: Stochastische Modelle der Verbundspannung**

Quelle	$F(x)$	$\mu$ [MN/m <sup>2</sup> ]	$\sigma$ [MN/m <sup>2</sup> ]	$v$ [-]	Anmerkung	
[Rehm et al. 1968]	N / LN			0,15 ± 0,15	eine Mischung	Hakenzugkraft in Ausziehversuchen Verschiebungen $\Delta \leq 0,30$ mm
				0,25 ± 0,25	mehrere Mischungen	
				0,30 ± 0,20	$\Delta = 0,05$ mm	Mittlere Verbundspannungs-Schlupf- Beziehung,
				0,15 ± 0,10	$\Delta = 0,20$ mm	
[Rehm 1969]			± 0,50	$\Delta = 0,10 \dots 0,50$ mm	Hakenzugkraft in Ausziehversuchen	
[Soretz 1974]			0,5...5,7 i. M. 1,32			häufigster Wert Standardabweichung $\approx 0,67$ MN/m <sup>2</sup> (1/2*Mittelwert)
[DAfStb-H. 301 (1979)]				0,13	Rippenstahl	Versuche mit Übergreifungsstößen
[Bennett/Snounou 1982]				0,067	glatter Stahl	einzelne Versuchsserie!
[Eligehausen et al. 1983]			1,30		$\Delta = 0,01$ mm	
			0,73		$\Delta = 0,10$ mm	
			0,70		$\Delta = 1,00$ mm	
[Schießl 1982]				0,250	$\Delta = 0,001$ mm	
				0,152	$\Delta = 0,100$ mm	
[Martin 1982], [Martin 1984]				0,20	kleine Verschiebungen: $\Delta = 0,001 \dots 0,100$ mm	
[Noakowski 1988]				0,10	große Verschiebungen: $\Delta = 0,10 \dots 2$ mm	
[Rußwurm 1988]				0,1522		
[Li 1997]				0,09...0,15	Matten	Bezug: Jahresproduktion verschiedener Herstellerwerke
				0,06...0,15	Stäbe	
[Johannis 1999]				0,122	Bezug auf maximale Verbundspannung $\tau_{max}$	
[fib 10 (2000)]				0,20		
[fib 10 (2000)]				0,14	Rippenstahl	
[Hansen 2004]				0,20	große Relativverschiebungen	
[fib 51 (2009)]				0,30	allgemein Streuung der Mittelwertkurve der Verbundspannungs-Verschiebungs-Kurve	
[Zilch/Zehetmaier 2010]				0,20	allgemein Streuung der Mittelwertkurve der Verbundspannungs-Verschiebungs-Kurve gegenüber Versuchsergebnissen	



### 3.4) Querschnittswerte und Systemmaße

#### 3.4.1) Maßabweichungen: Überblick

Zu Maßabweichungen der Querschnittswerte sind in der Literatur vergleichsweise viele Informationen verfügbar. Umfangreiche Untersuchungen zu maßlichen Abweichungen von Querschnittswerten wurden z. B. von [Krell 1956], [Tichy/Vorlicek 1972], [Tiltmann 1977], [Mirza/MacGregor 1979-1], [Tichy 1979], [Maaß/Rackwitz 1980], [Casciati et al. 1991] u. a. durchgeführt. Bei der Auswertung solcher Daten ist zu beachten, dass die Bedingungen der Datenaufnahme und Beurteilungsmaßstäbe nicht einheitlich sind. Allgemeine Empfehlungen zur Modellierung maßlicher Abweichungen, die auf Grundlage solcher Datenerhebungen entwickelt wurden, enthält der probabilistische Model Code ([JCSS 2001-02] und [JCSS 2001-03]).

Im Vergleich der Quellen lassen sich hier einige grundsätzliche Aussagen zusammenfassen:

- Nennmaße werden im Mittel eingehalten (Mittelwert = Nennwert)
- die absolute Maßabweichung ist unabhängig von der Bauteilgröße (Standardabweichung konstant)
- je größer das Nennmaß, desto kleiner der Variationskoeffizient der Maßabweichung
- Maßabweichungen sind normal verteilt
- Einfluss streuender Maße auf die Zuverlässigkeit ist klein verglichen mit anderen Abweichungen (Ausnahme: kleine Bauteilabmessungen, Stabilitätsprobleme)

Nachfolgend sind Daten zu streuenden Querschnittswerten aus der Literatur zusammengestellt. Von Interesse ist neben den Beton- und Stahlquerschnitten insbesondere die statische Nutzhöhe  $d$ . Die Abweichung der Nutzhöhe vom Sollwert setzt sich aus den streuenden Anteilen Betonabmessungen, Stahlabmessungen und Betondeckung zusammen. Der Variationskoeffizient kann mit dem Gaußschen Fehlerfortpflanzungsgesetz aus den einzelnen Abweichungen ermittelt werden. Hierbei ergibt sich eine deutliche Abhängigkeit von der absoluten Bauteilgröße. In Kapitel 6 wird die Modellierung einer schlanken Platte ohne Querkraftbewehrung und eines Balkens mit Querkraftbewehrung vorgestellt. Das stochastische Modell der Nutzhöhe ergibt sich aufgrund der unterschiedlichen Bauteilgröße für beide Bauteile verschieden.

Die Modellierung der Nutzhöhe aus den streuenden Einzelanteilen wird wegen des direkten Bezugs zu den untersuchten Bauteilen (bzw. zu deren absoluter Größe) in Kapitel 6 behandelt. In den zugehörigen probabilistischen Berechnungen der Kapitel 7 und 8 kann nachgewiesen werden, dass das schlanke Bauteil aufgrund der kleinen Bauteilabmessungen durchaus empfindlich auf die streuende Nutzhöhe reagiert, während die maßlichen Abweichungen beim Balken deutlich geringere Auswirkungen auf das erreichte Zuverlässigkeitsniveau haben. Hierin besteht Übereinstimmung mit mehreren Vorschlägen in Tabelle 3.34, wo die Maßabweichungen in Abhängigkeit von der absoluten Bauteilgröße angegeben werden.

Für probabilistische Berechnungen allgemein spielen maßliche Abweichungen eine deutlich untergeordnete Rolle (Ausnahmen hiervon bilden Bauteile mit kleinen Abmessungen und Stabilitätsprobleme). Hieraus begründet sich auch die häufig geäußerte Empfehlung zur deterministischen Annahme der Bauteilabmessungen (z. B. [Casciati et al. 1991]). In [JCSS 1996] werden hiervon ausdrücklich schlanke Stahlbetonplatten ausgenommen. In Kapitel 7 kann für die untersuchte schlanke Platte bestätigt werden, dass Maßabweichungen (Nutzhöhe) nicht vernachlässigt werden dürfen.

Zu streuenden Systemmaßen liegen nach [Klingmüller/Bourgund 1992] vor allem Daten aus dem Stahlbau vor (Einfluss von Imperfektionen auf Schnittgrößen). Allgemein kann wie bei den Querschnittswerten ein Zusammenhang zwischen Maßabweichungen und Ausführungsqualität hergestellt werden. Unter der Annahme, dass bei entsprechenden Maßkontrollen beim Bau die Maßabweichungen innerhalb des Toleranzbereichs bleiben, ergeben sich auch für die Systemmaße geringe Abweichungen vom Sollwert, die sich gegenüber anderen streuenden Größen nur geringfügig auswirken. Dementsprechend wird die deterministische Annahme von Systemmaßen empfohlen (z. B. [Klingmüller/Bourgund 1992] für linear elastische Schnittgrößenermittlung, [Six 2003], [Grimmelt 1984], [Vrouwenvelder/Siemes 1987]). In den Berechnungen dieser Arbeiten werden hierauf die Stützweiten als deterministische Größe angesetzt.

### 3.4.2) Betonquerschnitt $A_c$

Tabelle 3.34 enthält eine Zusammenstellung zu statistischen Kennwerten der Betonabmessungen aus der Literatur. In den meisten Fällen wird eine von der Bauteilgröße unabhängige, konstante Standardabweichung angegeben. Das bedeutet, dass der Variationskoeffizient mit zunehmender Bauteilgröße immer kleiner wird und damit der Einfluss der Maßabweichung auf das Zuverlässigkeitsniveau insgesamt sinkt.

Die Höhe der Standardabweichung ergibt sich aus Datenauswertungen oder wird näherungsweise in Abhängigkeit von den zulässigen Maßtoleranzen abgeschätzt (z. B. [Östlund 1991]). Bei entsprechenden Maßkontrollen beim Bau wird davon ausgegangen, dass die Toleranzwerte eingehalten sind. Als allgemeine Empfehlung lässt sich die konstante Standardabweichung  $\sigma = 5$  mm herausfiltern. Bei Fertigteilen konnten im Vergleich mit Ortbetonbauteilen deutlich kleinere Abweichungen des Betonquerschnitts festgestellt werden. Teilweise werden für Breitenmaße kleinere Abweichungen vermerkt als für Höhenmaße (z. B. [Bach 1992], [Maaß 1978]). Dementsprechend wird auch von bauteilspezifischen Abweichungen berichtet.

Insgesamt stellt der probabilistische Model Code gestützt auf die verschiedensten Datenerhebungen jedoch fest, dass bestimmte Einflüsse aus Einzelerhebungen nicht grundsätzlich für alle Bauwerke gelten. In [JCSS 2001-03] wird vermerkt, dass keine grundsätzliche Abhängigkeit der Maßstreuungen besteht von der Querschnittsform, der Festigkeitsklasse des Betons, der Maßorientierung (Breite oder Höhe) oder der Position des Querschnitts im Tragwerk (Auflagerbereich oder Feldmitte). Eine Unterscheidung zwischen vorgespannten und nicht vorgespannten Bauteilen kann ebenfalls nicht getroffen werden.

**Tabelle 3.34: Stochastische Modelle der Betonabmessungen (Querschnitt)**

Quelle	$F(x)$	$\mu$ [mm]	$\sigma$ [mm]	$v$ [-]	Kommentar
[Johansson/Warris 1969]		$X_{nom} + 1,9$	5,7		Ortbetonplatten $h = 14 \dots 16$ cm
[Tichy/Vorliceck 1972]	N			0,03	Breite / Höhe Stb - Rechteckquerschnitte
				0,05	Querschnittsfläche unbewehrter Beton
[Grasser/Krämer 1973]	gestützte N	$X_{nom}$	6	0,03	Platte, Berechnungsansatz
[Rosenblueth 1974]	N	$X_{nom}$	3,2		Balken- / Stützenbreite
[Thielen 1975]	det.				Berechnungsansatz
		$X_{nom}$	5		Breite / Höhe, unabhängig von $X_{nom}$
[Maaß et al. 1976-1]	N		5		Stützen, oben größere Abweichungen als am Stützenfuß
				0,02	im Mittel
[Pottharst 1977]	N			0,03 ... 0,025	Breite, Höhe 10 ... 40 cm
				0,025 ... 0,01	Breite, Höhe 40 ... 100 cm
				0,00	Breite, Höhe > 100 cm
[Hosser 1978]	N	$X_{nom}$	5		Stützen; über Stützenlänge konstant
				0,02	Bauteilgröße $\leq 100$ cm
				0,01	Bauteilgröße > 100 cm
[Tichy 1979-1]	gestützte N, Beta	$X_{nom} + 0,003X_{nom}$	$4 + 0,006X_{nom} \leq 10$ mm		Abweichung vom Soll $0,003X_{nom} \leq 3$ mm maßgebend bis Bauteilgröße 100 cm
[Tichy 1979-2]		$X_{nom} + 0,81$	7,04		Schiefe = 0,71, Exzess = 5,62
[Maaß 1978]	N	$X_{nom} + (-3,4 \dots +9,6)$	1,1 ... 6,2		Stützenbreite
		$X_{nom} + (-4,2 \dots +4,1)$	0,8 ... 14,6		Wandbreite
		$X_{nom} + (-6 \dots +3)$	1,6 ... 4,1		Unterzugbreite
		$X_{nom} + (-13,8 \dots +3,6)$	3,2 ... 15,7		Unterzughöhe
		$X_{nom} + (+4,2 \dots +7,8)$	4,0 ... 7,3		Deckenstärke
[Mirza/MacGregor 1979-1]		$X_{nom} + 0,8$	12		Ortbetonplatten (Dicken 10,2 ... 22,9 cm)
		$X_{nom}$	4,76		Fertigteilplatten (Dicken 15,2 ... 22,9 cm)
		$X_{nom} + 2,4$	4,8		Breite Balken (Ortbeton)
		$X_{nom} - 3,2$	6,4		Höhe Balken (Ortbeton)
		$X_{nom} + 1,6$	6,4		Ortbetonstütze, Rechteckquerschnitt
	$X_{nom}$	4,8		Ortbetonstütze, Kreisquerschnitt	
[DAfStb-H. 307 (1979)]	N	$X_{nom}$	5		Balkenbreite
			8		Balkenhöhe
[Maaß/Rackwitz 1980]		$X_{nom}$	12		vereinfacht für alle Maßabweichungen unabhängig von $X_{nom}$

⋮

⋮

## Fortsetzung Tabelle 3.34

Quelle	$F(x)$	$\mu$ [mm]	$\sigma$ [mm]	$v$ [-]	Kommentar
[Thoft-Christensen/Baker 1982]		$X_{nom} + 3,1$	12,7		Stahlbetonplatten mit $X_{nom} = 15$ cm
[Grimmelt 1984]	det.				Berechnungsansatz
[Vrouwenvelder/Siemes 1987]	N	$X_{nom}$	4		Stützen, Balken, Platten
[CIB 115 (1989)]		$X_{nom} + 0,003X_{nom}$	$4 + 0,006X_{nom}$		Bauteilgröße $\leq 100$ cm
		$X_{nom} + 3$	10		Bauteilgröße $> 100$ cm
[Dillmann 1990]	N	$X_{nom} - 5,16$	4,18		Wandbreiten
[Casciati et al. 1991]		$X_{nom} + 4,2$	4,2		Balkenhöhe (bis 600 mm)
		$X_{nom} + 2,7$	8,5		Balkenhöhe ( $> 600$ mm)
				0,004...0,016	Balkenhöhen, kleinste Abweichungen jeweils in Feldmitte
				0,023...0,082	Plattenstärken, größte Abweichungen bei dünnen Platten
[Östlund 1991]			4,125	0,033	Balkenbreite / -höhe
[Bach 1992]	N	$X_{nom}$	5		Breite, unabhängig von $X_{nom}$ Berechnungsansatz
			7,5		Höhe, unabhängig von $X_{nom}$ Berechnungsansatz
[Spaethe 1992]		$X_{nom} + 0,003X_{nom}$	$4 + 0,006X_{nom}$		Bauteilgröße $\leq 100$ cm
		$X_{nom} + 3$	10		Bauteilgröße $> 100$ cm
[Casas/Sobrino 1993]	N	$X_{nom}$		0,07	Plattenstärke, Brücken
[Vismann 1995]	N	$X_{nom}$	5		Berechnungsansatz
[Dobbelmann 1996]		$X_{nom} + 2$			allgemein
		$X_{nom} + 16$			Wände großer Dicke
[Val et al. 1997]	N	$X_{nom}$		0,03	Balkenbreite
		$X_{nom}$		0,015	Balkenhöhe
[Tworuschka 1998]	N	$X_{nom}$	5		
[Marek et al. 1998]	N	$X_{nom}$		0,02	Balkenbreite
[Johannis 1999]			5		Berechnungsansatz
[Diamantidis 1999]	LN		5...15		unabhängig von $X_{nom}$ , bei großen Bauteilen vernachlässigbar
[Melchers 1999]		$1,06X_{nom}$		0,08	Ortbetonplatten
		$1,005X_{nom}$		0,02	Fertigteilplatten / Fahrbahnplatten von Brücken hoher Qualität
[Schneider 1999]		$X_{nom}$	5		Berechnungsansatz
[CONTECVET 2000]	N			0,05	
[BE 95-1347/R9 (2000)]	N	$X_{nom} + 0,003X_{nom}$	$4 + 0,006X_{nom} \leq 10$ mm		Maßabweichung $0,003X_{nom} \leq 3$ mm
[JCSS 2001-02], [JCSS 2001-03]	N	$X_{nom} + 0,003X_{nom}$	$4 + 0,006X_{nom}$		$X_{nom} \leq 1000$ mm
		$X_{nom} + 3$	10...12		$X_{nom} \geq 1000$ mm
[Six 2003]	N	$X_{nom}$	5		Berechnungsansatz
[Hansen 2004]	N	$X_{nom}$		0,008	Breite (Fertigteil)
				0,02	Breite (Ortbeton)
			5		Stützen, Wand-/Balkenbreiten (Ortbeton)
			7,5		Balkenhöhen, Deckenstärken (Ortbeton)
[Hausmann 2007]	N	$X_{nom}$	5		Berechnungsansatz
				0,02...0,125	Platten, Berechnungsansatz
[Braml 2010]	N	$X_{nom}$		0,02	Berechnungsansatz
[Fischer, A. 2011]	N	$X_{nom}$		0,02	Berechnungsansatz

### 3.4.3) Stahlquerschnitt $A_s$

Für den Stahlquerschnitt werden allgemein sehr geringe Abweichungen vom Soll dokumentiert. Tabelle 3.35 enthält eine Zusammenstellung statistischer Kennwerte des Stahlquerschnitts aus der Literatur. Allgemein wird der Nennquerschnitt im Mittel eingehalten. Die Variationskoeffizienten werden zwischen 0 und 6 % genannt.

In [DAfStb-H. 307 (1979)] wird eine Abhängigkeit des Variationskoeffizienten vom Stabdurchmesser vermerkt. Für dünne Stäbe wäre demnach ein höherer Variationskoeffizient anzusetzen. Dementsprechend wird in [DAfStb-H. 307 (1979)] Bügelbewehrung streuend modelliert, während die Längsbewehrung aufgrund des größeren Durchmessers konstant angenommen wird. Der größte Variationskoeffizient in Tabelle 3.35 gilt demgemäß für Bügelbewehrung. Einige Autoren empfehlen, die Streuung des Stahlquerschnitts zu vernachlässigen und stattdessen den Variationskoeffizienten der Streckgrenze etwas zu erhöhen ([Hausmann 2007], [Braml 2010], [Fischer, A. 2011]). [Braml 2010] stellt darüber hinaus einen Ansatz vor, bei dem mögliche Korrosionsschäden der Bewehrung in einem erhöhten Variationskoeffizienten des Stahlquerschnitts berücksichtigt werden können.

Allgemein wird für den streuenden Stahlquerschnitt zumeist ein Variationskoeffizient von 2 % angegeben. Das entspricht auch dem Vorschlag des probabilistischen Model Codes [JCSS 2001-03]. Diesem Vorschlag wird in den Berechnungen dieser Arbeit gefolgt. Aufgrund der kleinen Abweichungen wäre auch ein deterministischer Ansatz möglich. In den eigenen probabilistischen Berechnungen kann bestätigt werden, dass der Einfluss von Abweichungen des Stahlquerschnitts auf das Zuverlässigkeitsniveau sehr klein ist (siehe Sensitivitätsanalysen Abschnitt 7.3 und 8.3).

**Tabelle 3.35: Stochastische Modelle des Stahlquerschnitts**

Quelle	$F(x)$	$\mu$ [mm]	$\sigma$ [mm]	$v$ [-]	Kommentar
[Tichy/Vorlicek 1972]	N	$X_{nom}$		0,05	größter Wert aus eigenen Messungen; unabhängig von Durchmesser; Berechnungsansatz;
[Pottharst 1977]	N	$X_{nom}$		0,024	reine Maßabweichung bei Rippenstahl (aus Toleranzen DIN 488)
		$X_{nom}$		0,05	unter Berücksichtigung weiterer Ungenauigkeiten; gleich für Druck- und Zugseite
[Hosser 1978]	N	$X_{nom}$		0,025	hergeleitet aus Maßtoleranzen DIN 488 (1972), gleich für Druck- und Zugseite
[Ellingwood 1978]		$X_{nom}$		0,02	
[DAfStb-H. 307 (1979)]	N	$X_{nom}$	0,25		unabhängig vom Durchmesser
		$X_{nom}$		0,04...0,08	für dünne Stäbe (z. B. Bügel)
		$X_{nom}$		0,06	Bügelbewehrung, Berechnungsansatz
	det.				Längsbewehrung (Streuung für dickere Stäbe vernachlässigt)
[Mirza/MacGregor 1979-2]	gestutzte N	$0,99X_{nom}$ $0,97X_{nom}$		0,024 0,00	Empfehlung, wenn $v$ vernachlässigt werden soll
[Vrouwenvelder/Siemes 1987]	det.				Berechnungsansatz
[Rußwurm 1988]				0,01...0,02	Matten- und Stabstahl; zwei Herstellerwerke, mehrere Jahre
[Bach 1992]	Weibull			0,02	
[Casas/Sobrino 1993]	N / LN	$1,003X_{nom}$		0,002	
[Vismann 1995]	N	$X_{nom}$		0,025	Streuung über Stablänge vernachlässigen
[Tworuschka 1998]	$\approx$ det.				
[Marek et al. 1998]	N	$X_{nom}$		0,033	
[Melchers 1999]		$X_{nom}$		0,02	
[Schneider 1999]	N			0,03	Berechnungsansatz
[BE 95-1347/R9 (2000)]	N	$X_{nom}$		0,01	
[JCSS 2001-03]	N	$X_{nom}$		0,02	
[Six 2003]				0,02	Berechnungsansatz
[Hansen 2004]		$X_{nom}$	0,25	0,04...0,08	größenunabhängige Standardabweichung
				0,025	Berechnungsansatz für Längs- und Querkraftbewehrung
[Hausmann 2007]	det.	$X_{nom}$			streuender Querschnitt in höherem Variationskoeffizienten der Streckgrenze berücksichtigt
[Braml et al. 2009], [Braml 2010]		$X_{nom}$		0,01...0,03	aber Empfehlung des Ansatzes von [Hausmann 2007]
[Fischer, A. 2011]	det.	$X_{nom}$			streuender Querschnitt in höherem Variationskoeffizienten der Streckgrenze berücksichtigt (für alle Stahlsorten gleich)

### 3.4.4) Lage der Bewehrung

Bei der Beurteilung der Bewehrungslage ist zu differenzieren nach Informationen zur Streuung der Betondeckung und Angaben zur Variation der Nutzhöhe selbst. Die Streuung der Nutzhöhe kann mittels Gaußscher Fehlerfortpflanzung aus den einzelnen Streuteilen ermittelt werden (vgl. oben). Dieser Ansatz wird bauteilspezifisch in Kapitel 6 behandelt. Die dort berechneten Streumaße lassen sich mit den Literaturangaben zur streuenden Nutzhöhe vergleichen, die in diesem Abschnitt mit vorgestellt werden.

#### 3.4.4.1) Streuung der Betondeckung

Die Literatur enthält vergleichsweise viele Daten zur Betondeckung, die über einen großen Zeitraum an verschiedensten Bauwerken gesammelt wurden. Tabelle 3.37 enthält eine Zusammenstellung ausgewählter Quellen.

Gemäß [JCSS 2001-03] besteht nach wie vor eine gewisse Unsicherheit bezüglich der statistischen Parameter der Betondeckung. Der probabilistische Model Code gibt dementsprechend Mittelwerte und Standardabweichungen der Differenz zwischen Soll- und Istwert der Betondeckung stets in einem gewissem Bereich schwankend an. Am bestehenden Objekt ist davon auszugehen, dass die Bewehrungslage bei der Bauaufnahme bestimmt werden kann. Für die hier vorzunehmenden Berechnungen sind Annahmen aus der Literatúrauswertung zu treffen. [Somerville 2008] berichtet, dass innerhalb eines bestehenden Objekts je Element eine große Variabilität der Betondeckung  $c$  zwischen Null und dem doppelten Sollwert möglich ist. Für in jüngerer Zeit erstellte Bauten können nach [Somerville 2008] aufgrund gewachsener Qualitätsanforderungen geringere Streubreiten erwartet werden.

Maßnahmen zur Sicherung einer ausreichenden Betondeckung werden beispielsweise im DBV-Merkblatt Betondeckung [DBV 2011] behandelt. Nach früheren Ausgaben dieses Merkblatts (1982, 1991 und 1997) wurden jeweils Bauaufnahmen zur Messung der tatsächlichen Betondeckung durchgeführt, um die Wirksamkeit der Merkblatt-Empfehlungen zu überprüfen. Aus der statistischen Auswertung wurde dabei ein schrittweises Absinken der Standardabweichung der Betondeckung beobachtet (Tabelle 3.36) [BE 95-1347/R15 (2000)].

**Tabelle 3.36: sinkende Standardabweichung der Betondeckung durch verbesserte Qualitätsstandards (nach [BE 95-1347/R15 (2000)])**

	$F(x)$	$\mu$ [mm]	$\sigma$ [mm]	$v$ [-]
Berechnungsmodell [BE 95-1347/R15 (2000)]	LN	$X_{nom}$	(10)	0,30
DBV-Merkblatt Betondeckung Ausgabe 1982	Beta	$X_{nom}$	keine Angabe	
DBV-Merkblatt Betondeckung Ausgabe 1991	Beta	$X_{nom}$	9,1	
DBV-Merkblatt Betondeckung Ausgabe 1997	Beta	$X_{nom}$	7,8	

Die in [DIN EN 1992-1-1 (2011)] festgelegten Normmaße der Betondeckung basieren auf den in Datenerhebungen festgestellten Streuwerten. Gemäß [DBV 2011] gilt die Mindestbetondeckung zur Sicherstellung der Dauerhaftigkeit als 5%-Fraktilwert bei Ansatz des Vorhaltemaßes  $\Delta c_{dev} = 15$  mm und als 10%-Fraktil bei  $\Delta c_{dev} = 10$  mm. Letzteres wird bei Expositionsklasse XC1 akzeptiert. [Zilch/Schießl 1999] verweisen auf die zugrunde liegende Annahme eines im Mittel eingehaltenen Nennwertes ( $\mu_c = X_{nom}$ ).

In den meisten Fällen wird das Nennmaß  $X_{nom}$  mindestens eingehalten; viele Quellen berichten, dass die Betondeckung in der Regel größer als der Nennwert ist. (z. B. [Johansson/Warris 1969], [Mirza/MacGregor 1979-1], [Vrouwenvelder/Siemes 1987], [Casciati et al. 1991], [Six 2003]). Damit ergibt sich für die Nutzhöhe eine Tendenz zur Unterschreitung des Nennwertes. Die Standardabweichung ist zumeist unabhängig von der Höhe der mittleren Betondeckung ([Thielen 1975], [Hosser 1978]).

Vielfach wird eine Abhängigkeit der Streumaße von der Art des Bauteils vermerkt. Bei Fertigteilen werden gegenüber Ortbetonbauteilen geringere Lageabweichungen festgestellt (z. B. [Johansson/Warris 1969], [DAfStb-H. 307 (1979)]). Laut [Melchers 1999] ließe sich bei Fertigteilen die Streuung der Bewehrungslage auch vernachlässigen.

Ferner berichten mehrere Quellen von unterschiedlichen Lageabweichungen für die obere und untere Bewehrung. Demnach wird oft eine größere Abweichung für die obere Bewehrungslage festgestellt (z. B. [Mirza/MacGregor 1979-1], [Vrouwenvelder/Siemes 1987], [Casciati et al. 1991], [JCSS 2001-03]). In der Regel ergibt sich bspw. durch Heruntertreten der Bewehrung im Bauprozess eine höhere Deckung der oberen Lagen, was letztlich zu einer kleineren statischen Nutzhöhe führt. Die größere Abweichung für die obere Bewehrung wird jedoch nicht von allen Autoren bestätigt (abweichend z. B. Datenauswertung in [Maaß/Rackwitz 1980]). Besonders große Maßabweichungen stellen [Schuhbauer 1980] und [Dobbelmann 1996] in Bereichen mit Bewehrungsstößen fest.

Als Verteilungsfunktion wird für die Betondeckung wie bei anderen Maßabweichungen auch oft die Normalverteilung angenommen. Allerdings berichten einige Autoren, dass zur Beschreibung der Betondeckung andere Verteilungsfunktionen besser geeignet seien (z. B. [JCSS 2001-03]). [Maaß/Rackwitz 1980] empfehlen die logarithmische Normalverteilung, [Schuhbauer 1980] ermittelt eine aus mehreren Normalverteilungen zusammengesetzte Mischverteilung. In [DAfStb-H. 510 (2000)] wird die Eignung verschiedener Verteilungsfunktionen diskutiert. Allgemein werden zum Ausschluss negativer Werte Beta-, Weibull- und logarithmische Normalverteilung besprochen, zur Begrenzung des möglichen Wertebereichs wird letztlich die Beta-Verteilung empfohlen. [Holicky 2008] arbeitet mit der Gamma-Verteilung. Bei sicherer Einhaltung gesetzter Qualitätsmaßstäbe kann ein bestimmter Mindestwert der Betondeckung garantiert werden. In diesem Fall lässt sich mit einer an diesem Mindestwert gestutzten Verteilungsfunktion arbeiten (z. B. [Hosser/Gensel 1996], [Tworuschka 1998], [Hausmann 2007]).

Tabelle 3.37: Stochastische Modelle der Betondeckung

Quelle	F(x)	$\mu$ [mm]	$\sigma$ [mm]	$v$ [-]	Kommentar	
[Johansson/Warris 1969]		$X_{nom} + 5,5$	4,2		Ortbetonplatten $h = 14 \dots 16$ cm	
[Grasser/Krämer 1973]	LN	$X_{nom}$	6		Berechnungsansatz	
[Thielen 1975]	LN	$X_{nom}$	6		unabhängig von Bauteil / Bewehrungslage	
[Maaß et al. 1976-1]	N	$> X_{nom}$	7,5		Stützen	
[Pottharst 1977]	N			0,20	Bauteilunabhängige Abschätzung aus üblichen Maßtoleranzen	
[Hosser 1978]	N	$X_{nom}$	7,5	0,20	Stützen	
[Mirza/MacGregor 1979-1]	N	$X_{nom} + 3,2$	15,9		obere Betondeckung, Ortbetonbalken	
		$X_{nom} + 1,6$	11,1		untere Betondeckung, Ortbetonbalken	
[Maaß 1978]	N	$> X_{nom}$	10		allgemein	
		$X_{nom} + 15$	11,5		untere Betondeckung, Durchlaufträger	
		$X_{nom} + 10,8$	10,7		obere Betondeckung, Plattenbalken	
		$X_{nom} + 3,6$	7,6		Stützen	
		$X_{nom} + 0,5$	11,6		Wände	
[Maaß/Rackwitz 1980]	LN	$X_{nom}$	12		allgemein für Maßabweichungen, obere / untere Betondeckung gleich	
[Vrouwenvelder/Siemes 1987]	LN	$X_{nom} + 5$	10		obere Bewehrung	
		$X_{nom}$	7		untere Bewehrung	
		$X_{nom} + 5$	7		seitliche Bewehrung	
[Schuhbauer 1989]	Misch	(34,1)	(8,2)	0,24	Datenerhebung an Turmbauwerk	
[Dillmann 1990]	N	$X_{nom}$	8,8		aus mehreren Einflüssen berechnet	
[Casciati et al. 1991]				0,039...0,156	unten	Platten (i. d. R. Betondeckung $> X_{nom}$ ) Balken (größte Abweichungen i. d. R. an den Stabenden)
				0,165...0,410	oben	
				0,005...0,140	unten	
				0,090...0,220	oben	
[Bach 1992]	N	$X_{nom}$	10		Berechnungsansatz	
[Kudzys 1992]			$X_{nom} - 2$	5		Ortbetonplatten
			$X_{nom} + 1$	5		Fertigteil (Rippenplatten)
			$X_{nom}$	5		Fertigteil (Hohlplatten)
			$X_{nom} - 6$	7		Balken
[Casas/Sobrino 1993]	N	$1,006 X_{nom}$		0,045	obere Betondeckung, Brücke	
		$1,41 X_{nom}$		0,27	untere Betondeckung, Brücke	
[Hosser/Gensel 1993]	gestutzte N	$X_{nom}$	6	7...10		allgemein
						bei besonderer Qualitätskontrolle (unterer Grenzwert Betondeckung eingehalten)
[Vismann 1995]	N	$X_{nom} + 5$	5		Berechnungsansatz	
[Dobbelmann 1996]		$X_{nom}$	2...8		bei Ausführung gemäß DIN 1045 (1988) und DBV-Merkblatt Betondeckung (1991)	
[Hosser/Gensel 1996]	N	$X_{nom}$	6		Abweichungen bauteilabhängig	
[Tworuschka 1998]	gestutzte N	$X_{nom} + 10$	5		Oberseite, Stützung bei $c = 24$ mm	
		$X_{nom} + 5$	5		Unterseite	
[Schneider 1999]		$X_{nom}$	5		Berechnungsansatz	
[BE 95-1347/R15 (2000)]	LN	$X_{nom}$	10	0,30		Berechnungsansatz
[BE 95-1347/R9 (2000)]						
[Six 2003]	N	$> X_{nom}$	5...10			Stützen, Wände
		$X_{nom}$	5			Stützen guter Ausführungsqualität
[DAfStb-H. 510 (2000)]	Beta	$X_{nom}$	10			ohne besondere Ausführungsanforderungen
			8			normale Ausführungsanforderungen gemäß DBV-Merkblatt Betondeckung
			6			hohe Ausführungsanforderungen gemäß DBV-Merkblatt Betondeckung
[JCSS 2001-03]	Beta / LN / Gamma	$X_{nom} + (5 \dots 15)$	5...15			allgemein: obere Bewehrung Platten/ Balken
		$X_{nom} + (-20 \dots +20)$	5			allgemein: untere Bewehrung Platten/ Balken
		$X_{nom} + (0 \dots 15)$	5...10			Platten, untere Bewehrung
		$X_{nom} + (-15 \dots 0)$	5...10			Balken, untere Bewehrung
		$X_{nom} + (0 \dots 10)$	10...15			Platten / Balken, obere Bewehrung
		$X_{nom} + (0 \dots 5)$	5...10			Stützen / Wände
[Gehlen 2001]	Beta / N	42...50	5...11		Beispiel, Lebensdauerbemessung Tunnel/Brücke	
[Hansen 2004]			10 / 4		Stützen, Wände, Balken (Ortbeton/ Fertigteil)	
[Hausmann 2007]	gestutzte N	$X_{nom}$	5			obere und untere Bewehrung gleich, Platte, hohe Qualität (Spannbeton)
		$X_{nom} + 5$	5			Berechnungsansatz
[Holicky 2008]	Gamma	$X_{nom}$	10			normale Ausführungsqualität
	Gamma	$X_{nom}$	5			hohe Ausführungsqualität
[Fischer, A. 2011]	N	$X_{nom}$		0,125		für Bestandsbauwerke nach Bestimmung der Bewehrungslage bei Bestandsaufnahme

### 3.4.4.2) Modellierung der Nutzhöhe

Die Beurteilung der Bewehrungslage erfolgt in der Literatur zumeist anhand der Betondeckung. Einige Quellen geben jedoch auch direkte Streuwerte für die statische Nutzhöhe an (Tabelle 3.38). In dieser Arbeit wird die Streuung der Nutzhöhe bauteilspezifisch mittels Gaußschem Fehlerfortpflanzungsgesetz berechnet (Kapitel 6). Die dort ermittelten Werte zeigen eine gute Übereinstimmung mit den Angaben in Tabelle 3.38.

**Tabelle 3.38: Stochastische Modelle der Nutzhöhe**

Quelle	F(x)	$\mu$ [mm]	$\sigma$ [mm]	$\nu$ [-]	Kommentar
[Johansson/Warris 1969]		$X_{nom} - 3,5$	5,5		Ortbetonplatten $h = 14 \dots 16$ cm Nutzhöhe i. d. R. $< X_{nom}$
[Tichy/Vorlicek 1972]	N	$X_{nom} + (-31,5 \dots +13,3)$		0,3	Berechnungsansatz
[Rosenblueth 1974]	N	$X_{nom}$	10		Platten, Nutzhöhe zur unteren Bewehrung
		$X_{nom} - 9$	10		Platten, Nutzhöhe zur oberen Bewehrung
		$X_{nom}$	$0,025X_{nom} + 5$		allg., Nutzhöhe zur unteren Bewehrung
[Thielen 1975]	LN	$X_{nom}$	6		Nutzhöhe i. d. R. $< X_{nom}$
[Maaß 1978]		$X_{nom} - 10$			
[Tichy 1979-1]		$X_{nom} - 10$	10		
[Mirza/MacGregor 1979-1]	N	$X_{nom} - 19,1$	16,9		Nutzhöhe obere Bewehrung, Ortbetonplatten mit $X_{nom} = 10,2 \dots 20,3$ cm
		$X_{nom} - 7,9$	15,9		Nutzhöhe untere Bewehrung, Ortbetonplatten mit $X_{nom} = 10,2 \dots 20,3$ cm
		$X_{nom} - 6,4$	17,5		Nutzhöhe obere Bewehrung, Ortbetonbalken
		$X_{nom} - 4,8$	12,7		Nutzhöhe untere Bewehrung, Ortbetonbalken
[DAfStb-H. 307 (1979)]	N	$X_{nom}$	8		Ortbetonbalken
[Maaß/Rackwitz 1980]		$X_{nom}$	12		allgemein für Maßabweichungen, vereinfacht
[Melchers 1987]		$(0,93 \dots 0,99) \cdot X_{nom}$		0,08	Ortbetonplatten
[Rußwurm 1988]		$X_{nom} - (5 \dots 20)$		0,15...0,25	je nach Bauteilhöhe
[Casciati et al. 1991]		$X_{nom} + 2,5$	4,5		für $X_{nom} \leq 600$ mm
		$X_{nom} + 2,0$	6,9		für $X_{nom} > 600$ mm
[Östlund 1991]		$X_{nom}$	$\approx 0,5t$	0,05	mit $t =$ Toleranzmaß entsprechend Norm
[Bach 1992]	N	$X_{nom}$	12,5		Balken, Platten, Berechnungsansatz
[Bach 1992]	N	$X_{nom}$	11,2		Stützen, Berechnungsansatz
[Kudzys 1992]		$X_{nom} - 10$	10		Ortbetonplatten
		$X_{nom}$	6		Fertigteil (Rippenplatten)
		$X_{nom} + 2$	7		Fertigteil (Hohlplatten)
		$X_{nom} - 5$	13		Balken
[Val et al 1997]	N	$X_{nom}$		0,05	
[Marek et al. 1998]	N	$X_{nom}$		0,017	
[Johannis 1999]		$X_{nom}$	15		Berechnungsansatz
[JCSS 2001-03]	N	$X_{nom} + 10$	10		Ansatz, wenn keine weiteren Informationen verfügbar sind
[Hansen 2004]				0,010	Fertigteil, Berechnungsansatz
				0,025	Ortbeton, Berechnungsansatz
			11,2 / 4,5		Stützen (Ortbeton / Fertigteil)
			12,5 / 5,0		Balken, Platten (Ortbeton / Fertigteil)
[Braml 2010]	N			0,035	Beispiel bestehende Stb-Brücke von 1952
[Fischer, A. 2011]	N	$X_{nom}$		0,02	Ortbetonbauteile, Berechnungsansatz

### 3.4.5) Systemabmessungen

Bezüglich der Systemmaße enthält die Literatur insbesondere Angaben zu Schiefstellung von Stützen und Wänden, Exzentrizitäten, Lageabweichungen usw. (z. B. [Fiorato 1973], [Hosser 1978], [Mirza/MacGregor 1979-1], [König/Hosser 1982], [König et al. 1982], [Vrouwenvelder/Siemes 1987], [Casciati et al. 1991]) u. a.. Die meisten Angaben sind vor allem für Stabilitätsfragen relevant.

Zur Einschätzung möglicher Abweichungen der Stützweite von Planwerten können z. B. Daten aus [Casciati et al. 1991] herangezogen werden. Hierin werden für die Abstände von Wänden und Stützen Maßabweichungen in einem Bereich zwischen  $- 1,9$  und  $+ 2,6$  mm festgestellt, die mittleren Standardabweichungen liegen zwischen 7,3 und 10,8 mm. Bezogen auf die Größe der lichten Bauteilabstände ergeben sich damit für die Stützweiten nur sehr geringe prozentuale Abweichungen. Nach [fib 3 (1999)] können Abweichungen der Stützweite vernachlässigt werden.

In der vorliegenden Arbeit werden Stützweiten daher deterministisch behandelt. Der deterministische Ansatz von Systemmaßen wird auch durch Angaben in [Rosenblueth 1974], [Grimmelt 1984], [Vrouwenvelder/Siemes 1987], [Schneider 1999], [Klingmüller/Bourgund 1992] und [Six 2003] unterstützt.



### 3.5) Unsicherheiten der Modellierung

#### 3.5.1) Charakteristik

Die Modellierung der Einwirkungen und Widerstände sowie des Versagenszustands selbst kann stets nur ein Abbild der Wirklichkeit sein, das notwendigerweise verschiedene Vereinfachungen beinhaltet. Modellunsicherheiten haben einen nicht zu vernachlässigenden Einfluss auf das erreichte Zuverlässigkeitsniveau. So können große Unsicherheiten bezüglich des Verhältnisses zwischen rechnerischem und tatsächlichem Tragwiderstand das operative Zuverlässigkeitsniveau signifikant senken (Bsp. Querkraft, s. auch Abschnitt 6.2.2.3).

Zum Charakter von Modellunsicherheiten und deren Berücksichtigung bei Zuverlässigkeitsberechnungen sind Informationen enthalten z. B. in [Ditlevsen 1982-1], [Kersken-Bradley et al. 1982], [Spaethe 1988], [Taerwe 1995], [JCSS 2001]. Dabei handelt es sich um Hinweise für den rechnerischen Umgang mit Modellunsicherheiten. Eine allgemeingültige Vorgehensweise, die für alle denkbaren Fälle anwendbar ist, existiert nicht.

Als wesentliche Ursachen für die Unsicherheit bezüglich der Modellqualität benennen [Ditlevsen 1982-1], [Thoft-Christensen/Baker 1982], [JCSS 2001-03]:

- vereinfachte Annahmen zu unbekanntem Randbedingungen
- Vernachlässigung einzelner Einflussgrößen, deren Bedeutung im Zuge der Modellidealisierung als untergeordnet eingeschätzt wurde
- Vernachlässigung zufälliger Effekte
- Wissenslücken bezüglich der genauen Interaktion der berücksichtigten Parameter
- mathematische Idealisierung des Modells (pragmatische Vereinfachungen)

Selbst wenn alle Basisvariablen des Grenzzustands als nicht streuende Größen bekannt wären, ergäben sich die Berechnungsergebnisse als Näherung, da der Grenzzustand nicht vollständig und exakt formulierbar ist [JCSS 2001-03]. Durch Modellidealierungen ergibt sich auch der formulierte Grenzzustand selbst als streuende Größe. Die Modellunsicherheiten sind ein Ausdruck dafür, dass Versagens- und Überlebensbereich im Bereich des Grenzzustands nicht eindeutig voneinander zu trennen sind; [Kersken-Bradley et al. 1985] sprechen von einer diffusen Grenzzustandsfläche (Bild 3.10). Dabei können einzelne Versagens- oder Überlebensereignisse durch das Modell dem jeweils anderen Bereich zugeordnet werden.

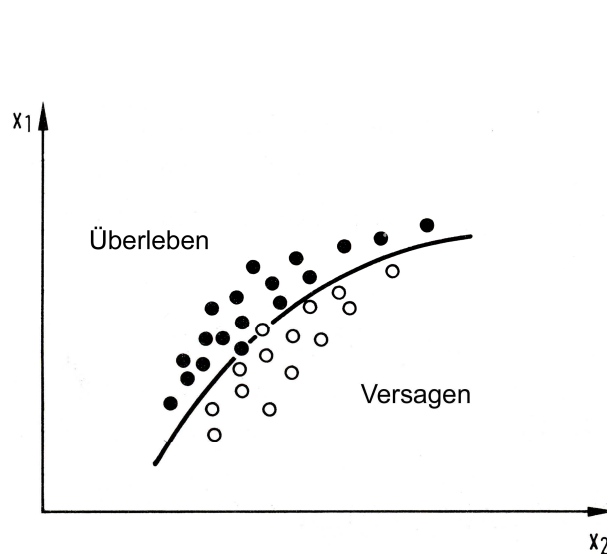


Abb. 3.10: Diffuse Grenzzustandsfunktion (aus [Kersken-Bradley et al. 1985], S. 274, überarbeitet)

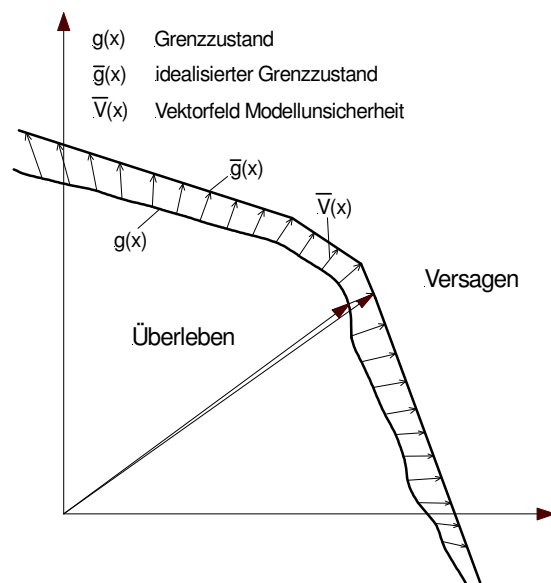


Abb. 3.11: Modellunsicherheit als Abstand zwischen realem und idealisiertem Grenzzustand (nach [Ditlevsen 1982-1])

[Ditlevsen 1982-1] unterscheidet die reale Grenzzustandsfläche und den rechnerisch idealisierten Grenzzustand. Die Modellunsicherheit lässt sich dabei als Vektorfeld beschreiben, das den Abstand zwischen realem und idealisiertem Zustand charakterisiert (Bild 3.11). Eine experimentelle Ermittlung dieses Abstandes beschreibt immer nur die Unsicherheit in Bezug auf einen bestimmten Punkt des Grenzzustandes. Die mathematische Formulierung der Differenz zwischen Realität und Idealisierung gelingt daher auch nur als streuende Größe.

In der Formulierung der Grenzzustände können Modellunsicherheiten als zusätzliche streuende Variable eingeführt werden. Es werden Zufallsvariable formuliert, die entweder additiv oder multiplikativ mit dem Grenzzustand bzw. Bestandteilen der Grenzzustandsfunktion verknüpft werden. Alternativ können direkt die Streumaße der Basisvariablen vergrößert werden. Dieser Ansatz wird z. B. in [Hosser 1978] verfolgt. Die Eignung der verschiedenen Ansätze richtet sich nach der konkreten Unsicherheit, allgemeingültige Regeln gibt es hierfür nicht [Kersken-Bradley et al. 1985].

In den meisten Fällen wird eine mit den Basisvariablen verknüpfte erweiternde Zufallsvariable verwendet, welche die Modellunsicherheit abdecken soll. [Ditlevsen 1982-1] spricht von einer wertenden Zufallsvariablen, die als Korrekturgröße eingeführt wird. Der probabilistische Model Code [JCSS 2001-03] schlägt zwei Arten zur Berücksichtigung der Korrekturvariablen vor, die auch miteinander kombiniert werden können. Dabei werden Teile der Grenzzustandsfunktion durch Multiplikation oder Addition mit dem Korrekturwert verknüpft. Ergibt sich das reale Ergebnis als Funktion der Basisvariablen  $X_i$  und der Modellunsicherheiten  $\theta$

$$Y^l = f^l(X_1, \dots, X_n, \theta_1, \dots, \theta_2) \quad (3.49)$$

und das kalkulierte Ergebnis des Rechenmodells als

$$Y = f(X_1, \dots, X_n) \quad (3.50)$$

dann lautet der multiplikative Ansatz

$$Y^l = \theta \cdot f(X_1, \dots, X_n) \quad (3.51)$$

und der additive Ansatz

$$Y^l = \theta + f(X_1, \dots, X_n) \quad (3.52).$$

Die Modellunsicherheit  $\theta$  wird als Zufallsvariable stochastisch modelliert mit den Parametern der Verteilungsfunktion (Mittelwert  $\mu_\theta$ , Standardabweichung  $\sigma_\theta$ ). Für ein gutes Widerstandsmodell, bei dem Rechenwerte und Realität im Mittel übereinstimmen, ergeben sich die Mittelwerte beim multiplikativen Ansatz zu  $\mu_\theta = 1,0$  und beim additiven Ansatz zu  $\mu_\theta = 0$ . Konservative Widerstandsmodelle, deren Rechenwerte  $Y$  i. d. R. unter den realen Werten  $Y^l$  liegen, sind durch Mittelwerte  $\mu_\theta > 1,0$  (multiplikativ) bzw.  $\mu_\theta > 0$  (additiv) gekennzeichnet [Schneider 1996]. Für schlechte Widerstandsmodelle mit  $Y^l < Y$  gilt sinngemäß  $\mu_\theta < 1,0$  (multiplikativ) und  $\mu_\theta < 0$  (additiv).

Die Größe der Modellunsicherheit  $\theta$  kann ermittelt werden durch:

- Vergleich verschiedener Modelle untereinander
- Vergleichsrechnungen mit genaueren Rechenverfahren
- Vergleich von Rechenwerten  $Y_{\text{calc}}$  mit Versuchswerten  $Y_{\text{exp}}$  mit statistischer Auswertung (Verteilungsfunktion und zugehörige Parameter)

$$\theta = Y_{\text{exp}} / Y_{\text{calc}} \quad \text{bzw.} \quad \theta = Y_{\text{exp}} - Y_{\text{calc}}$$

Die statistische Formulierung der Korrekturvariablen beinhaltet stets gewisse Unsicherheiten und bedarf häufig einer subjektiven ingenieurmäßigen Einschätzung. Wegen des großen Einflusses der Modellunsicherheit auf die Beurteilung der Zuverlässigkeit ist hier besondere Sorgfalt angezeigt. In diesem Sinne wird die Bedeutung der Modellunsicherheiten z. B. in [Braml et al. 2009] diskutiert. Eigene Berechnungen können bestätigen, dass sich gewöhnlich große Sensitivitäten für die Zufallsvariablen ergeben, welche die Modellunsicherheit repräsentieren (s. auch Sensitivitätsanalysen Abschnitt 7.3 und 8.3).

Nachfolgend werden stochastische Parameter verschiedenster Modellunsicherheiten aus der Literatur zusammengestellt. Auf dieser Grundlage erfolgt die Auswahl der Modellvariablen in Kapitel 6. Die quantitativen Angaben zur stochastischen Modellierung der Modellunsicherheit lassen sich hier in drei Hauptgruppen zusammenfassen:

■ **Modellunsicherheit der Einwirkungen**

- nach Arten der Einwirkung: ständige Last / Nutzlast / Schnee / Wind  
Bsp. [Vrouwenvelder/Siemes 1987]
- nach Art der Lastwirkung im Tragwerk: Momente / Querkräfte / Normalkräfte,  
weiter differenziert nach Art des Tragelements  
(Rahmen / Platte / Stab- / Flächentragwerk)  
Bsp. [JCSS 2001-03], [Braml 2010], [Fischer, A. 2011]
- vereinfacht: nach Art des untersuchten Grenzzustandes:  
Tragfähigkeit / Gebrauchstauglichkeit  
Bsp. [Schneider 1996]
- vereinfacht: allgemeine zusammenfassende Formulierung:  
Bsp. [Tworuschka 1998], [Hansen 2004]

■ **Modellunsicherheit der Widerstände**

- nach Art des Widerstands: Biegung, Querkraft, Normalkraft, Durchstanzen usw.  
mit entsprechenden Verfeinerungen,  
mehrheitlich gewählter Ansatz
- vereinfacht: nach Modellqualität bzw. Grad der Unsicherheit:  
gut / schlecht / konservativ  
Bsp. [Schneider 1996]
- vereinfacht: allgemein zusammengefasste Formulierung:  
Bsp. [JCSS 1996]

■ **globale Modellunsicherheit**

- Zusammenfassung aller einwirkungs- und widerstandsseitigen Unsicherheiten  
in einer Modellvariablen  
Bsp. [Östlund 1991]

Ein vergleichsweise einfacher Ansatz ist die letztgenannte Zusammenfassung aller Unsicherheiten der Berechnung in einer globalen Zufallsvariablen nach [Östlund 1991]. Dabei wird aus den Teilunsicherheiten der Einwirkung  $\theta_E$  und des Widerstands  $\theta_R$  ein globaler Wert gebildet

$$\theta_{\text{global}} = \theta_R / \theta_E \tag{3.53}.$$

Für die globale Unsicherheit  $\theta_{\text{Global}}$  werden in [Östlund 1991] pauschal statistische Kennwerte in Abhängigkeit von der Qualität des Modells genannt (Tabelle 3.39).

**Tabelle 3.39: Modellierung der globalen Modellunsicherheit nach [Östlund 1991]**

Unsicherheit	klein	mittel	groß
<b>Modelle z. B.</b>	- Biegetragfähigkeit (Zugzonenversagen)	- Biegetragfähigkeit (Druckzonenversagen) - Querkraft - Verankerung der Bewehrung	nur einige spezielle Fälle (Bsp. Kombination Querkraft und Ermüdung)
<b>Variationskoeffizient <math>v_\theta</math></b>	0,10	0,20	0,27
<b><math>\theta_k / \mu_\theta</math></b>	0,80	0,65	0,56

In den nachfolgenden Abschnitten werden verfeinerte Modelle unter getrennter Berücksichtigung der Einwirkungs- und Widerstandsseite behandelt. Die dort vorgestellten Zufallsvariablen können direkt mit den entsprechenden Teilfunktionen der Grenzzustandsgleichung verknüpft werden.

### 3.5.2) Einwirkungsseite

Tabelle 3.40 fasst verschiedene Ansätze für Modellvariable der Einwirkungen aus der Literatur zusammen. In den Grenzzustandsgleichungen können diese Werte multiplikativ mit der Teilfunktion für die Einwirkungen verknüpft werden. Die Angaben beziehen sich entweder auf die Art der Einwirkung, durch die im Tragelement ein Lasteffekt erzeugt wird oder auf den Lasteffekt selbst. Vereinzelt werden pauschale Ansätze für alle Arten der Einwirkungen genannt. Im einfachsten Ansatz wird nur danach differenziert, ob der Grenzzustand der Tragfähigkeit oder der Gebrauchstauglichkeit untersucht wird. [Schneider 1996] unterstellt für den Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit besonders große Unsicherheiten, die durch streuende Modellvariable zu berücksichtigen sind während im Grenzzustand der Tragfähigkeit ein deterministischer Ansatz möglich ist. Differenziertere Modelle geben [Vrouwenvelder/Siemes 1987], [JCSS 2001-03], [Braml 2010] und [Fischer, A. 2011] (Tabelle 3.40).

**Tabelle 3.40: Modellvariable der Einwirkungen**

Quelle	$F(x)$	$\mu [-]$	$\sigma [-]$	$v [-]$	Anmerkungen
[Vrouwenvelder/Siemes 1987]	LN	1		0,05	Lasteffekte aus Eigenlasten
		1		0,05	Lasteffekte aus Nutzlasten
		1		0,20	Lasteffekte aus Windlasten
		1		0,20	Lasteffekte aus Schneelasten
[Schneider 1996]		1		0,05...0,30	Einwirkung im GZG: erhebliche Unsicherheiten
		1		0	Einwirkung im GZT: Gleichgewichts-Zustand, gegenseitiges Aufheben der Unsicherheiten
[Tworuschka 1998]		1		0,05...0,15	allgemeine einwirkungsseitige Unsicherheit
[JCSS 2001-03]	LN	1		0,10	Lasteffekt: Momente in Rahmen
		1		0,20	Lasteffekt: Momente in Platten
		1		0,05	Lasteffekt: Längskräfte in Rahmen
		1		0,10	Lasteffekt: Kräfte in Platten
		1		0,10	Lasteffekt: Querkräfte in Rahmen
[Hansen 2004]	N / LN	1		0,10	allgemeine einwirkungsseitige Unsicherheit
[Braml 2010], [Fischer, A. 2011]	N / LN	1		0,05	Lasteffekt: Normalkraft
		1		0,07	Lasteffekt: Biegung (Stabtragwerke)
		1		0,10	Lasteffekt: Biegung (Flächentragwerke)
		1		0,17	Lasteffekt: Querkraft (Stabtragwerke, auflagernahe Einzellast)
		1		0,12	Lasteffekt: (Stabtragwerke, Gleichstreckenlast)
		1		0,10	Lasteffekt: Querkraft (Flächentragwerke, Gleichstreckenlast)

### 3.5.3) Widerstandsseite

Je nach Formulierung des Widerstandsmodells ergeben sich differenzierte Modellvariable. Hier kann zunächst grob unterschieden werden in Biege-, Querkraft- und Normalkrafttragfähigkeit. Innerhalb dieser Grobteilung ist eine feinere Gliederung je nach betrachtetem Widerstand erforderlich (Bsp. Biegung / Biegung mit Längskraft, Querkraftwiderstände  $V_{Rd,c}$  /  $V_{Rd,s}$  /  $V_{Rd,max}$  usw.). Die nachfolgenden Tabellen 3.41 bis 3.43 enthalten Zusammenstellungen von Modellvariablen aus der Literatur.

Einige Angaben beziehen sich auf die Auswertung von Experimentdaten; die Modellvariable entspricht in diesem Fall dem Verhältnis zwischen Test- und Rechenwert (z. B. [Bach 1992], [Pinglot et al. 1995], [Melchers 1999], [Reineck 1999], [Brehm et al. 2008], [Kautsch 2010], [DAfStb-H. 597 (2012)] u. a.). Bei derartigen Angaben ist darauf zu achten, dass aus den Experimentdaten die Unsicherheit der Versuchsdurchführung herausgerechnet wird.

Andere Quellen geben auf Grundlage solcher Auswertungen allgemeine Empfehlungen für den Ansatz in probabilistischen Berechnungen (z. B. [Vrouwenvelder/Siemes 1987], [JCSS 2001-03]); einige Werte sind Berechnungsansätze, die von den jeweiligen Autoren auf Grundlage von Literaturstudien gewählt wurden. Vereinzelt werden Modellvariable aus der Kombination allgemeiner Empfehlungen und eigener Untersuchungen gebildet (z. B. [Holicky 2008]).

Im Vergleich der verschiedenen Angaben ist zu beachten, dass nicht für alle Quellen ohne Weiteres das gleiche Widerstandsmodell unterstellt werden kann. Insbesondere die Formulierungen der Querkraftwiderstände können erheblich voneinander abweichen. In diesem Sinne sind die nachfolgenden Tabellen zunächst als Anhaltspunkte zu werten.

Tabelle 3.43 erfasst gemeinsam Angaben verschiedenster Modellvariabler, die mit Normalkraft im Zusammenhang stehen. Hierbei ist nicht aus allen Quellen eindeutig ersichtlich, ob ein Stabilitätsproblem berücksichtigt ist oder nicht. Insofern sind auch diese Werte untereinander nicht direkt vergleichbar. Eine stark vereinfachte Berücksichtigung widerstandsseitiger Modellunsicherheiten könnte mit den Angaben in Tabelle 3.44 erfolgen, allerdings ist diese Vereinfachung insbesondere im Hinblick auf die Unsicherheit in den Querkraftmodellen kritisch zu werten. In der Literatur sind weitere Modellvariable für andere Widerstandsmodelle verschiedener Grenzzustände zu finden (bspw. Durchstanzen, Rissbreiten, Durchbiegungen usw.). Diese Modelle werden jedoch in dieser Arbeit nicht behandelt.

Die Auswahl der Modellvariablen für die eigenen Berechnungen erfolgt in Zusammenhang mit der Modellierung in Kapitel 6.

### ▪ Biegung

**Tabelle 3.41: Modellvariable des Biege widerstands**

Quelle	$F(x)$	$\mu$ [-]	$\sigma$ [-]	$v$ [-]	Anmerkungen
[Tichy/Vorliceck 1972]	Pearson III	> 1,0		< 0,10	Balken mit einfacher Biegung
[Ellingwood 1978]		1,12		0,13...0,16	Biegung allgemein
		0,97...1,13		0,14...0,21	Biegung und Druck
		1,16		0,104	positive Momente/ Zug
[Nowak/Lind 1979]		1,10		0,126	positive Momente/ Druck
		1,16		0,101	negative Momente
[König/Hosser 1982]	N	1,0		0,05	Biegung und Längskraft (ohne Knicken); Berechnungsansatz
[Vrouwenvelder/Siemes 1987]	LN	1,1		0,10	Grenzlast Biegebalken
	LN	1,025	0,072	0,07	Reine Biegung (Modell: Spannungsblock); Biegung und Längskraft mit großer Ausmitte
[Bach 1992]	LN	1,0		0,06	Biegung und Längskraft mit kleiner Ausmitte (Modell: Spannungsblock)
[Schneider 1996]		1,0		wenige %	Biege widerstand Stahlbeton ("gutes Modell")
[Nowak/Szerszen 1998]		1,14		0,13	Biege widerstand Stahlbeton
[Tworuschka 1998]	N	1,05...1,16		0,07	Biege widerstand Balken
		1,11		0,15	einachsig gespannte, durchlaufende Platten
[Melchers 1999]		1,12...1,16		0,14	zweiachsig gespannte Platten
		1,05...1,16		0,08...0,14	Balken
[Schneider 1999]	N	1,0		0,04	Berechnungsansatz
[CONTECVET 2000]	N	1,0		0,05	Biege widerstand
[JCSS 2001-03]	LN	1,2		0,15	Biege widerstand Stahlbeton (enthält auch Effekte aus Querkraft und Längskräften)
[Hansen 2004]	LN / N	1,025		0,07	
[Holicky 2008]	LN	1,15	0,10	0,087	Biegetragfähigkeit Platten, JCSS-Angaben und eigene Untersuchungen kombiniert
[Holicky et al. 2008]	N	1,08		0,10	Berechnungsansatz für Brückenplatte, übertragen aus Experimentdaten Biegebalken
[Braml 2010]	N	1,025...1,1		0,07	Berechnungsansatz
[Fischer, A. 2011]	LN	1,10		0,07	Berechnungsansatz

### ▪ Querkraft

In Tabelle 3.42 mit den Modellvariablen der Querkraftwiderstände wird häufig nicht nach der Art des Querkraftversagens differenziert. Die Angaben gründen zudem nicht immer auf den gleichen Modellvorstellungen zur Querkrafttragfähigkeit. Insofern besteht keine direkte Vergleichbarkeit. Für die Anwendung in probabilistischen Berechnungen mit Formulierung der Widerstände nach dem Modell [DIN EN 1992-1-1 (2011)] ist eine Differenzierung in die Anteile  $V_{Rd,c}$ ,  $V_{Rd,s}$  und  $V_{Rd,max}$  erforderlich.

Bezüglich des Querkraftwiderstands von Bauteilen mit Querkraftbewehrung kann der Datenauswertung [Reineck 1999] ein Zusammenhang zwischen Schubbewehrungsgrad und Modellvariablen entnommen werden. Demnach ergibt sich für Balken mit senkrechten Bügeln mit wachsendem mechanischem Schubbewehrungsgrad eine geringere Modellabweichung. Unterschiede zwischen glatten und gerippten Bügeln konnten in [Reineck 1999] und [DAfStb-H. 597 (2012)] nicht festgestellt werden. Zur Modellunsicherheit der verschiedenen Querkraftwiderstände bieten die Angaben in [Reineck 1999], [Kautsch 2010] und [DAfStb-H. 597 (2012)] die jüngsten Datenauswertungen, die sich auf die derzeit gültigen Modelle beziehen (nach [DIN EN 1992-1-1 (2011)], bzgl. Querkraft vergleichbar [DIN 1045-1]). Ergänzende Angaben enthalten [DAfStb-H. 525.2 (2010)], [DAfStb-H. 600 (2012)] und [Fingerloos et al. 2012].

**Tabelle 3.42: Modellvariable der Querkraftwiderstände**

Quelle	$F(x)$	$\mu$ [-]	$\sigma$ [-]	$v$ [-]	Anmerkungen
[Ellingwood 1978]		1,18		0,21...0,23	Querkraftwiderstand allgemein: Grundlage für Herleitung der TSF im amerikanischen LRFD
[Nowak/Lind 1979]		1,16		0,101	Brücken; Unsicherheiten in Berechnung / Material / Herstellung zusammengefasst
[DAfStb-H. 307 (1979)]	N	1,10		0,10	Querkraftwiderstand allgemein
[Vrouwenvelder/Siemes 1987]	LN	1,00		0,18	Grenzlast Querkraft in Balken
[Schneider 1996]				010...0,20	Widerstand Querkraft / Durchstanzen Stahlbeton ("schlechtes Modell")
[Nowak/Szerszen 1998]		1,165		0,16	Querkraftwiderstand allgemein
[Melchers 1999]		0,93		0,21	ohne Bügelbewehrung
		1,00		0,19	mit Mindest-Bügelbewehrung
[Reineck 1999]		1,3945	0,213	0,153	Querkraftwiderstand von Balken mit senkrechten Bügeln (DIN 1045-1); Datenbankauswertung
[JCSS 2001-03]	LN	1,4		0,25	Querkraftwiderstand allgemein
[Hansen 2004]	LN / N	1,10		0,10	Querkraftwiderstand allgemein
[Hansen 2005]				0,155	Querkraftwiderstand allgemein
[Brehm et al. 2008]	LN	0,94	0,22	0,22	Bauteile ohne Querkraftbewehrung (n. Reineck)
		1,00		0,20	Empfehlung: Querkraftwiderstand allgemein
[Kautsch 2010]		1,454	0,390	0,268	Widerstand $V_{Rd,sy}$ nach DIN 1045-1 Datenbankauswertung
[Braml et al. 2009], [Braml 2010]	LN	1,00		0,15	Widerstand ohne Querkraftbewehrung $V_{Rd,c}$ , Gleichstreckenlast
		1,10		0,10	Widerstand der Zugstrebe $V_{Rd,s}$ , Gleichstreckenlast
		1,10		0,15	Widerstand der Druckstrebe $V_{Rd,max}$ , Gleichstreckenlast
		1,10		0,15	alternativ: Querkraftwiderstand allgemein, Gleichstreckenlast
		1,10		0,20...0,25	alternativ: Querkraftwiderstand allgemein, Einzellast
[Fischer, A. 2011]	LN	1,10		0,15	Querkraftwiderstand allgemein, Gleichstreckenlast
		1,10		0,20...0,25	Querkraftwiderstand allgemein, Einzellast
[DAfStb-H. 597 (2012)]		1,4071	0,1863	0,1324	Querkraftwiderstand von Balken mit senkrechten Bügeln; erweiterte Datenbankauswertung zu DIN 1045-1 bzw. EN1992-1-1

▪ Normalkraft

**Tabelle 3.43: Modellvariable Normalkraft / Stützenbemessung**

Quelle	$F(x)$	$\mu$ [-]	$\sigma$ [-]	$v$ [-]	Anmerkungen
[Vrouwenvelder/Siemes 1987]	LN	1,10		0,15	Stützen allgemein
		1,10...1,30		0,15	gelenkig gelagerte Stützen
[Pinglot et al.1995]		1,00		0,154	Modellstützenverfahren
[Tworuschka 1998]	N	1,10		0,10	
[Melchers 1999]		0,95		0,14	kurze Stützen, Druckversagen
		1,05		0,12	kurze Stützen, Zugversagen
		1,10		0,17	schlanke Stützen, Druckversagen
		0,95		0,11	schlanke Stützen, Zugversagen
[Six 2003]	N	1,00		0,10...0,20	allgemein
		1,00		0,10	Berechnungsansatz
[Hansen 2004]	LN / N	1,00		0,05	
[Holicky 2008]	LN	1,10	0,15	0,136	Stützen
[Braml 2010]	N	1,10		0,10	Berechnungsansatz
[Fischer, A. 2011]	LN	1,00		0,05	Berechnungsansatz

▪ Vereinfachte Widerstandsvariable

**Tabelle 3.44: vereinfachte allgemeine Modellvariable der Widerstände**

Quelle	$F(x)$	$\mu$ [-]	$\sigma$ [-]	$v$ [-]	Anmerkungen
[Schneider 1996]		1,0 / > 1,0		wenige %	gute Widerstandsmodelle
		1,0		0,10...0,20	schlechte Widerstandsmodelle
[JCSS 1996]	LN			0,05...0,15	Widerstand allgemein (Elementtragfähigkeit)

### 3.6) Zusammenfassung

Kapitel 3 lässt sich wie folgt zusammenfassen

- Beim Nachweis von Tragkonstruktionen bestehen verschiedene Unsicherheiten. Die Unsicherheiten lassen sich durch stochastische Modelle ausdrücken, welche die streuenden Eigenschaften der wesentlichen Parameter des Grenzzustands beschreiben.
- Die Basisparameter werden als stetige Zufallsvariable beschrieben. Zum stochastischen Modell gehören die Angabe der Verteilungsfunktion und deren Parameter Mittelwert, Standardabweichung / Variationskoeffizient, ggf. auch Schiefe und Exzess.
- Die streuenden Eigenschaften der Widerstandsgrößen können am bestehenden Objekt bestimmt werden. Diese Daten ergänzen Vorinformationen (Erfahrung, Literaturangaben, stochastische Modelle im probabilistischen Model Code).
- Das Kapitel enthält eine Sammlung stochastischer Modelle wesentlicher Parameter sowie Hintergründe zu den verschiedenen Ansätzen. Dargestellt werden:
  - Einwirkungen                   ständige Einwirkungen  
Nutzlasten im Hochbau
  - Materialeigenschaften       Beton           (Druckfestigkeit, Bauwerksfestigkeit, Zugfestigkeit,  
Spannungs-Dehnungs-Linie)  
Betonstahl (Streckgrenze, Zugfestigkeit, Spannungs-Dehnungs-Linie  
Verbund zwischen Beton und Betonstahl
  - Maßabweichungen            Betonquerschnitt  
Stahlquerschnitt  
Lage der Bewehrung (Betondeckung, Nutzhöhe)  
Systemabmessungen
  - Modellunsicherheiten        Einwirkungseffekte  
Widerstandsmodelle
- Auf Grundlage der in Kapitel 3 gesammelten Daten erfolgt in Kapitel 6 (Modellierung) die stochastische Modellierung für die hier zu berechnenden Systeme.

## Kapitel 4) Zuverlässigkeit von Elementen

### 4.1) Grenzzustände aus mehreren Zufallsvariablen

#### Grenzzustand

Die Zuverlässigkeit wird stets in Bezug auf einen konkreten Grenzzustand formuliert. Ein Grenzzustand kennzeichnet eine bestimmte Anforderung. Das Überschreiten eines Grenzzustandes bezeichnet mithin nicht den totalen Ausfall, sondern das Nicht-Erfüllen der definierten Anforderung. Ein Grenzzustand kann für ein komplexes System als Ganzes oder für einzelne Bestandteile eines Systems formuliert werden. In diesem Kapitel werden zunächst elementare Grenzzustände betrachtet, die dann nach Abschnitt 5.1 durch logische Operationen im komplexen Systemzusammenhang verknüpft werden.

[DIN EN 1990 (2010)] definiert in Bezug auf die Tragwerksplanung Grenzzustände als „Zustände, bei deren Überschreitung das Tragwerk die Entwurfsanforderungen nicht mehr erfüllt“<sup>1</sup> und unterscheidet allgemein Grenzzustände der Tragfähigkeit und der Gebrauchstauglichkeit. Die Grenzzustände der Gebrauchstauglichkeit werden ferner in reversible und irreversible Grenzfälle differenziert. Tabelle 4.1 stellt die wesentlichen Zuordnungen zu den genannten Grenzzuständen aus [DIN EN 1990 (2010)] zusammen. Die Grenzzustände der Tragfähigkeit sind mit Gefahren für Leben und Gesundheit sowie höheren materiellen Verlusten verbunden als die Grenzzustände der Gebrauchstauglichkeit.

**Tabelle 4.1: Grenzzustände der Tragfähigkeit (GZT) und Gebrauchstauglichkeit (GZG) gemäß [DIN EN 1990 (2010)]**

	GZT	GZG
<b>Versagen in Bezug auf ...</b>	- Sicherheit von Personen - Sicherheit des Tragwerks - ggf. Schutz von Gegenständen	- Funktion im normalen Gebrauch - Wohlbefinden der Nutzer - Erscheinungsbild (Verformung, Risse)
<b>Beispiele für Versagen</b>	Bruch Verlust der Standsicherheit Verlust der Lagesicherheit Instabilität Übergang in kinematisches System Materialermüdung übermäßige Verformungen	Überschreiten zulässiger Werte für Verformungen, Schwingungen, Rissbreiten, Gebrauchsspannungen

Für die Bewertung der Zuverlässigkeit ist eine mathematische Formulierung für den untersuchten Grenzzustand zu finden. Grundlage hierfür ist die Existenz eines mechanischen Modells. Für die in [DIN EN 1990 (2010)] allgemein benannten Grenzzustände definieren die materialspezifischen Eurocodes die im Einzelnen nachzuweisenden Grenzzustände. In den jeweiligen Nachweisgleichungen sind die zugrunde liegenden mechanischen Modelle enthalten. Mithin sind für die Bewertung der Zuverlässigkeit von Stahlbetonelementen durch [DIN EN 1992-1-1 (2011)] bereits Ansätze für die Formulierung der Grenzzustände gegeben. Für die Zuverlässigkeitsberechnung ist eine Überführung der Nachweisgleichungen in eine probabilistische Formulierung des Grenzzustandes in Abhängigkeit von zufälligen Basisvariablen erforderlich (Kapitel 6).

Allgemein wird der Grenzzustand als eine Funktion der zufälligen Basisvariablen definiert, mit der das Erfüllen bzw. Nicht-Erfüllen der gestellten Anforderung voneinander unterschieden werden. In Bezug auf Tragwerke wird vom sicheren bzw. unsicheren oder auch Überlebens- und Versagensbereich gesprochen. Der Grenzzustand als Funktion mehrerer zufälliger Basisvariablen  $X_i$  ist definiert als

$$g(\bar{X}) = 0 \quad (4.1)$$

mit  $\bar{X}$  = Vektor der Zufallsvariablen  $X_i$  mit den zufälligen Realisierungen  $x_i$  und  $i = 1 \dots n$ .

<sup>1</sup> [DIN EN 1990 (2010)], 1.5.2.12



Mit der Anzahl  $n$  der Basisvariablen im Grenzzustand ergibt sich die Ermittlung der Versagenswahrscheinlichkeit als  $n$ -dimensionales Problem. Im einfachsten Fall ist mit  $n = 1$  nur eine streuende Größe berücksichtigt, demzufolge wird auch von einem eindimensionalen oder univariaten Problem gesprochen. Grenzzustände mit mehreren Zufallsvariablen führen zur  $n$ -dimensionalen bzw. multivariaten Versagenswahrscheinlichkeit [Six 2003].

Für einen bestimmten Zeitpunkt ergibt sich die Versagenswahrscheinlichkeit dabei als zeitinvarianter Wert. Soll der Verlauf über einen bestimmten Zeitraum erfasst werden, so ist die Zeit  $t$  zusätzlich bei der Formulierung der Versagenswahrscheinlichkeit zu berücksichtigen. In diesem Fall sind einzelne Basisvariable als Funktionen der Zeit  $t$  definiert, damit ist der Vektor der Basisvariablen  $X$  insgesamt eine zeitabhängige Größe  $X(t)$ . Informationen zur Ermittlung zeitlich variabler Versagenswahrscheinlichkeit können z. B. [Bolotin 1981], [Spaethe 1992], [Melchers 1999] entnommen werden. In dieser Arbeit wird ausschließlich der zeitinvariante Fall betrachtet.

**Beschreibung der Basisvariablen im Grenzzustand**

Die stochastische Beschreibung einzelner stetiger Zufallsvariabler mittels Verteilungsfunktion und zugehöriger Parameter wird in Kapitel 3 besprochen. Mehrere stetige Zufallsvariable  $X_i$  in einem Problem lassen sich zu einem Vektor  $\bar{X}$  zusammenfassen mit

$$\bar{X} = \begin{pmatrix} X_1 \\ \dots \\ X_n \end{pmatrix} \tag{4.2}$$

In einem  $n$ -dimensionalen Koordinatensystem mit den Achsen  $x_1$  bis  $x_n$  stellt jeder Punkt  $x$  aus

$$x = \begin{pmatrix} x_1 \\ \dots \\ x_n \end{pmatrix} \tag{4.3}$$

eine mögliche Kombination von Realisierungen der Zufallsvariablen  $X_1$  bis  $X_n$  dar.

Die Wahrscheinlichkeit jeder möglichen Realisierung  $x$  kann in einer gemeinsamen Wahrscheinlichkeitsverteilung über alle Basisvariablen ausgedrückt werden [Six 2003]

$$F_x(\bar{X}) = F_x(x_1, x_2, \dots, x_n) = p[(X_1 < x_1) \cap (X_2 < x_2) \cap \dots \cap (X_n < x_n)] \tag{4.4}$$

bzw. [Fischer L. 2001]

$$F_x(\bar{X}) = P(\bar{X} < \bar{x}) \tag{4.5}$$

Die zugehörige gemeinsame Dichtefunktion (Verbundverteilungsdichte) ergibt sich als Ableitung der gemeinsamen Wahrscheinlichkeitsverteilung nach den  $x_i$

$$f_x(\bar{X}) = \frac{\partial^n F_x(x_1, x_2, \dots, x_n)}{\partial x_1 \partial x_2 \dots \partial x_n} \tag{4.6}$$

Aus der Integration der Verbunddichte über alle Variablen kann für jede Variable  $X_i$  des Zufallsvektors  $\bar{X}$  die Dichte der Randverteilung bestimmt werden [Six 2003]

$$f(X_i) = \int_{-\infty}^{+\infty} \dots \int_{-\infty}^{+\infty} f(x_1, x_2, \dots, x_n) dx_1 dx_2 \dots dx_{i-1} dx_{i+1} \dots dx_n \tag{4.7}$$

Aus der gemeinsamen Verteilung ergeben sich die stochastischen Parameter für den Zufallsvektor  $\bar{X}$  [Fischer, L. 2001]

$$\text{Mittelwert: } E(X_i) = \mu_i = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \dots \int_{-\infty}^{+\infty} x_i f(x_1, x_2, \dots, x_n) dx_1 dx_2 \dots dx_n \quad (4.8)$$

$$\text{Varianz: } \text{Var}(X_i) = \sigma_{X_i X_i} = \sigma_{X_i}^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \dots \int_{-\infty}^{+\infty} (x_i - \mu_i)^2 f(x_1, x_2, \dots, x_n) dx_1 dx_2 \dots dx_n \quad (4.9).$$

Im Zufallsvektor wird die Abhängigkeit zwischen zwei Zufallsvariablen  $X_i$  und  $X_j$  mit der Kovarianz ausgedrückt. Die Kovarianz ergibt sich aus [Fischer, L. 2001]:

$$\text{Cov}(X_i, X_j) = \sigma_{X_i X_j} = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \dots \int_{-\infty}^{+\infty} (x_i - \mu_i)(x_j - \mu_j) f(x_1, x_2, \dots, x_n) dx_1 dx_2 \dots dx_n \quad (4.10).$$

Aus den Varianzen  $\sigma_{X_i X_i}$  und Kovarianzen  $\sigma_{X_i X_j}$  kann eine symmetrische Kovarianzmatrix aufgestellt werden, mit der die stochastische Abhängigkeit aller Zufallsvariablen untereinander darstellbar ist

$$\Sigma_{xx} = \begin{bmatrix} \sigma_{X_1 X_1} & \sigma_{X_1 X_2} & \dots & \sigma_{X_1 X_n} \\ \sigma_{X_2 X_1} & \sigma_{X_2 X_2} & \dots & \sigma_{X_2 X_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{X_n X_1} & \sigma_{X_n X_2} & \dots & \sigma_{X_n X_n} \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

mit  $\sigma_{X_i X_i} = \sigma_{X_i}^2$ . Bei vollständiger Unabhängigkeit von  $X_i$  und  $X_j$  wird die Kovarianz  $\sigma_{X_i X_j} = 0$ .

Die Abhängigkeit zwischen zwei Zufallsvariablen kann in normierter Form durch den Korrelationskoeffizienten ausgedrückt werden

$$\rho_{X_i X_j} = \frac{\sigma_{X_i X_j}}{\sqrt{\sigma_{X_i X_i} \cdot \sigma_{X_j X_j}}} \quad (4.12).$$

Hiermit kann die Korrelationsmatrix aufgestellt werden

$$\rho_{xx} = \begin{bmatrix} 1 & \rho_{X_1 X_2} & \dots & \rho_{X_1 X_n} \\ \rho_{X_2 X_1} & 1 & \dots & \rho_{X_2 X_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{X_n X_1} & \rho_{X_n X_2} & \dots & 1 \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

mit  $\rho_{X_i X_i} = 1$ .

Der Korrelationskoeffizient kann Werte zwischen -1 und +1 annehmen. Die Abhängigkeit der Variablen  $X_i$  und  $X_j$  ergibt sich in den Grenzen:

$\rho_{X_i X_j} = -1$  vollständige negative Korrelation

$\rho_{X_i X_j} = +1$  vollständige positive Korrelation

Für  $\rho_{X_i X_j} = 0$  gelten die Variablen  $X_i$  und  $X_j$  als voneinander unabhängig.

**Versagen und Überleben**

Der Raum der Basisvariablen wird durch die Grenzzustandsfunktion in einen Überlebensbereich und einen Versagensbereich geteilt:

- Versagen:  $V_x \quad g(\bar{X}) \leq 0$
- Überleben:  $S_x \quad g(\bar{X}) > 0$

Die Zuordnung des Grenzzustandes  $g(X) = 0$  zu Überleben oder Versagen ist dabei in der Fachliteratur nicht eindeutig. Tabelle 4.2 vermittelt ohne Anspruch auf Vollständigkeit einen Eindruck hiervon. In dieser Arbeit wird die Definition nach Eurocode [DIN EN 1990 (2010)], Anhang B beibehalten, nach der der Grenzzustand dem Versagen zugezählt wird. Nach [Spaethe 1992] spielt diese Zuordnung für die Bestimmung der Wahrscheinlichkeit des Überlebens oder Versagens jedoch eine untergeordnete Rolle. Die Wahrscheinlichkeit, dass der stetige Grenzzustand genau den Wert Null erreicht, ist Null (s. Abschnitt 3.1.2, Gleichung (3.3) für stetige Zufallsvariable). Mit der o. g. Definition des Versagensbereiches ist der Grenzzustand  $g(X) = 0$  genau die Oberfläche des Versagensbereiches.

**Tabelle 4.2: Beispiele für unterschiedliche Zuordnung des Grenzzustandes zum Überlebens- oder Versagensbereich in der Literatur (willkürliche Auswahl)**

$g(\bar{X}) \leq 0$ : Versagen	$g(\bar{X}) > 0$ : Überleben
[Kersken-Bradley et al 1986] [Schuëller 1996], [Melchers 1999] [Rackwitz 2001-1], [Hansen 2004] [Madsen et al. 2006], [DIN EN 1990 (2010)] [Faber 2012]	[NABau 1981], [König et al. 1982] [Spaethe 1992], [Schneider 1996] [JCSS 2001], [Six 2003] [Braml 2010] [Fischer, A. 2011]

**4.2) Mehrdimensionale Versagenswahrscheinlichkeit von Elementen**

**4.2.1) Allgemeine Formulierung der Versagenswahrscheinlichkeit**

In der allgemeinen Formulierung nach [DIN EN 1990 (2010)] wurde bereits der Zuverlässigkeitsindex  $\beta$  als äquivalenter Ausdruck für eine bestimmte Versagenswahrscheinlichkeit vorgestellt (vgl. (2.1) und (2.2)):

$$p_f = \Phi(-\beta) \tag{4.14}$$

$$\beta = -\Phi^{-1}(p_f) \tag{4.15}$$

Nunmehr ist zu definieren, wie die Versagenswahrscheinlichkeit bzw. der Zuverlässigkeitsindex für einen bestimmten Grenzzustand berechnet werden kann.

Die Dimension des Wahrscheinlichkeitsproblems ergibt sich aus der Anzahl der Basisvariablen im Grenzzustand ( $n$ -dimensional). Die Basisvariablen selbst sind streuende Größen, damit hat jeder Punkt des  $n$ -dimensionalen Raums eine bestimmte Wahrscheinlichkeitsdichte. Aus dem Vektor der Basisvariablen ergibt sich im  $n$ -Raum die Verbundverteilungsdichte  $f_x(\bar{X})$ . Durch den Grenzzustand erfolgt die Trennung der Verbundverteilung in Überlebens- und Versagensbereich (Bild 4.1).

Die Versagenswahrscheinlichkeit wird nunmehr aus der Integration der Verbundverteilungsdichte über dem Versagensbereich  $V_x$  bestimmt

$$p_f = p(g(\bar{X}) \leq 0) = \int_{V_x} f_x(\bar{X}) dx = \int_{x|g(\bar{X}) \leq 0} \dots \int_n f_x(X_1, X_2, \dots, X_n) dx_1 dx_2 \dots dx_n \tag{4.16}$$

Die Überlebenswahrscheinlichkeit ergibt sich analog aus der Integration über dem sicheren Bereich  $S_x$

$$p_s = p(g(\bar{X}) > 0) = \int_{S_x} f_x(\bar{X}) dx = \int_{x|g(\bar{X}) > 0} \dots \int_n f_x(X_1, X_2, \dots, X_n) dx_1 dx_2 \dots dx_n \tag{4.17}$$

bzw. komplementär zur Versagenswahrscheinlichkeit zu

$$p_s = 1 - p_f \tag{4.18}$$

Sind die Zufallsvariablen der Grenzzustandsfunktion voneinander unabhängige Größen, so ergibt sich die Verteilungsdichte aus den Dichtefunktionen der einzelnen Variablen [Spaethe 1992]

$$f_{\bar{X}}(X_1, X_2, \dots, X_n) = f_{x_1}(X_1) \cdot f_{x_2}(X_2) \cdot \dots \cdot f_{x_n}(X_n) \quad (4.19).$$

Hieraus wird bei unabhängigen Basisvariablen die Versagenswahrscheinlichkeit

$$p_f = p(g(\bar{X}) \leq 0) = \int_{\dots} \int_{\dots} \int_{\dots} \prod_{i=1}^n f_{x_i}(x_i) dx_i \quad (4.20).$$

Die Bestimmung der Versagenswahrscheinlichkeit aus dem  $n$ -dimensionalen Faltungsintegral (4.16) kann je nach Grenzzustandsfunktion sowie Anzahl und Verteilung der Variablen sehr schwierig sein. Eine geschlossene Lösung gelingt bei einer linearen Grenzzustandsfunktion und normalverteilten Basisvariablen (Abschnitte 4.2.2 und 4.2.3). Für andere Problemstellungen stehen verschiedene Verfahren der Zuverlässigkeitstheorie zur Verfügung, die in Abschnitt 4.3 vorgestellt werden.

### 4.2.2 Zweidimensionale Versagenswahrscheinlichkeit ( $R$ - $E$ -Modell)

#### Allgemein

Im einfachsten Fall besteht der Grenzzustand nur aus einer allgemeinen Gegenüberstellung des zufälligen Widerstands  $R$  und der zufälligen Einwirkungen  $E$  ( $R$ - $E$ -Problem). In diesem Fall entsteht eine lineare Grenzzustandsfunktion aus  $n = 2$  Basisvariablen mit  $X_1 = R$  und  $X_2 = E$ . Der Vektor der Basisvariablen ist

$$\bar{X} = \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R \\ E \end{pmatrix} \quad (4.21)$$

mit den zufälligen Realisierungen der Basisvariablen  $r$  und  $e$ . Der Grenzzustand im  $R$ - $E$ -Modell ist eine einfache lineare Gleichung

$$g(\bar{X}) = X_1 - X_2 = R - E \quad (4.22).$$

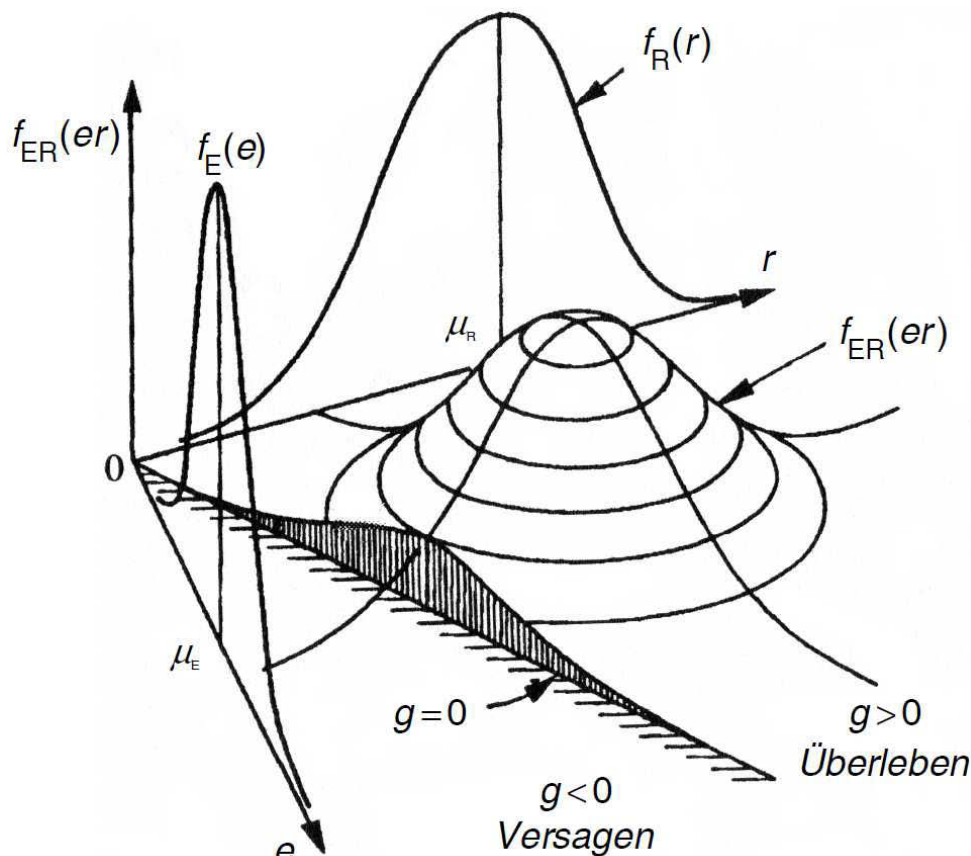


Abb. 4.1: Versagenswahrscheinlichkeit für  $n = 2$  Zufallsvariable  $R$  und  $E$  (aus [Melchers 1999] S. 16, überarbeitet)

Die Ermittlung der Versagenswahrscheinlichkeit nach Gleichung (4.16) vereinfacht sich damit zu

$$p_f = p(g(\bar{X}) \leq 0) = \int_{V_x} f_x(\bar{X}) dx = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f_{RE}(r, e) dr de \quad (4.23).$$

Wenn die Variablen  $R$  und  $E$  stochastisch unabhängig voneinander sind, so lässt sich die Versagenswahrscheinlichkeit mit der Wahrscheinlichkeitsverteilung  $F_R(x)$  und der Dichtefunktion  $f_E(x)$  formulieren

$$p_f = \int_{-\infty}^{+\infty} F_R(x) f_E(x) dx \quad (4.24).$$

Alternativ kann (4.24) formuliert werden mit

$$p_f = \int_{-\infty}^{+\infty} [1 - F_E(x)] f_R(x) dx \quad (4.25).$$

Der Aufwand zur Lösung des Faltungsintegrals im  $R$ - $E$ -Modell (4.24) ist von den Verteilungsfunktionen der beiden Basisvariablen abhängig. Für den einfachsten Fall unabhängiger normalverteilter Basisvariablen gelingt eine analytische Lösung.

#### **Unabhängige, normalverteilte Variable $R$ und $E$**

Die normalverteilten Zufallsvariablen  $R$  und  $E$  können durch ihre stochastischen Parameter ausgedrückt werden

Mittelwerte  $\mu_R, \mu_E$

Standardabweichungen  $\sigma_R, \sigma_E$ .

Die Versagenswahrscheinlichkeit für unabhängige normalverteilte Variable  $R$  und  $E$  wird

$$p_f = P(R - E \leq 0) = \Phi\left(-\frac{\mu_R - \mu_E}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_E^2}}\right) \quad (4.26).$$

Aus dem Zusammenhang zwischen Versagenswahrscheinlichkeit und Zuverlässigkeitsindex  $\beta$  in Gleichung (4.14) wird damit aus (4.26) schnell der Zuverlässigkeitsindex deutlich

$$\beta = \frac{\mu_R - \mu_E}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_E^2}} \quad (4.27).$$

Diese Formulierung des Zuverlässigkeitsindex entspricht dem Sicherheitsindex nach Cornell (4.54) in Abschnitt 4.3.2. In starker Vereinfachung der tatsächlichen Verteilungen können in Stufe I - Näherungen der Zuverlässigkeitstheorie die Problemstellungen (4.16) bzw. (4.24) auf diesen einfachen Fall (4.27) zurückgeführt werden.

Die Lage des Bemessungspunktes ergibt sich aus den Wichtungsfaktoren (vgl. Definition Wichtungsfaktoren in Abschnitt 4.3.3)

$$\text{für den Widerstand} \quad \alpha_R = \frac{\sigma_R}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_E^2}} \quad (4.28)$$

$$\text{für die Einwirkungen} \quad \alpha_E = -\frac{\sigma_E}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_E^2}} \quad (4.29)$$

mit  $\alpha_R^2 + \alpha_E^2 = 1$ .

Die Wichtungs- oder auch Sensitivitätsfaktoren sind im Standardraum (Tabelle 4.4) die Richtungskosinus des Vektors vom Koordinatenursprung zum Bemessungspunkt. Aus dem Zuverlässigkeitsindex sowie dem Mittelwert und dem Wichtungsfaktor der Zufallsvariablen lassen sich die Koordinaten des Bemessungspunktes ( $r^*$ ,  $e^*$ ) berechnen. Werden diese Koordinaten als Bemessungswerte der jeweiligen Zufallsvariablen bezeichnet, so ergeben sich im  $R$ - $E$ -Modell

$$\text{der Bemessungswert des Widerstandes} \quad r^* = \mu_R - \frac{\sigma_R}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_E^2}} \cdot \beta = \mu_R - \alpha_R \cdot \beta \quad (4.30),$$

$$\text{der Bemessungswert der Einwirkung} \quad e^* = \mu_E + \frac{\sigma_E}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_E^2}} \cdot \beta = \mu_E - \alpha_E \cdot \beta \quad (4.31).$$

### **Korrelierte, normalverteilte Variable $R$ und $E$**

Für den Fall, dass die Einwirkungen und Widerstände nicht vollständig unabhängig voneinander sind, ist die Korrelation zwischen  $R$  und  $E$  in der Berechnung zu berücksichtigen.

Die oben getroffene Annahme völliger Unabhängigkeit von  $R$  und  $E$  ist im Normalfall nicht gerechtfertigt. Betrachtet man differenziert, aus welchen Anteilen Einwirkungen und Widerstände zusammengesetzt sind, so wird deutlich, dass einzelne Parameter sowohl die Widerstandsseite  $R$  als auch die Einwirkungsseite  $E$  beeinflussen. Typisch hierfür sind die äußeren Abmessungen eines Bauteils, die sowohl den Widerstand erhöhen können als auch das Eigengewicht auf Einwirkungsseite vergrößern. Mithin kann zwischen  $R$  und  $E$  keine völlige Unabhängigkeit bestehen, auch wenn die Parameter innerhalb  $R$  und  $E$  völlig unabhängig voneinander sind.

Die Abhängigkeit der Zufallsvariablen wird über den Korrelationskoeffizienten  $\rho$  ausgedrückt. Er kann sich in den Grenzen  $-1 \leq \rho \leq +1$  ergeben, wobei  $\rho = 0$  für völlige Unabhängigkeit steht. Mit der Matrix der Korrelationskoeffizienten

$$\rho_{xx} = \begin{bmatrix} 1 & \rho_{x_1 x_2} \\ \rho_{x_2 x_1} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \rho_{RE} \\ \rho_{ER} & 1 \end{bmatrix} \quad (4.32)$$

und  $\rho_{ER} = \rho_{RE} = \rho$  kann die Kovarianzmatrix aufgestellt werden

$$\Sigma_{xx} = \begin{bmatrix} \sigma_{x_1 x_1} & \sigma_{x_1 x_2} \\ \sigma_{x_2 x_1} & \sigma_{x_2 x_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_R^2 & \rho \cdot \sigma_E \cdot \sigma_R \\ \rho \cdot \sigma_R \cdot \sigma_E & \sigma_E^2 \end{bmatrix} \quad (4.33).$$

Damit ergibt sich die Versagenswahrscheinlichkeit unter Berücksichtigung der Korrelation

$$\rho_i = P(R - E \leq 0) = \Phi \left( -\frac{\mu_R - \mu_E}{\sqrt{\sigma_R^2 - 2\rho\sigma_R\sigma_E + \sigma_E^2}} \right) \quad (4.34)$$

und der Zuverlässigkeitsindex  $\beta$

$$\beta = \frac{\mu_R - \mu_E}{\sqrt{\sigma_R^2 - 2\rho\sigma_R\sigma_E + \sigma_E^2}} \quad (4.35).$$

Die Wichtungsfaktoren der korrelierten normalverteilten Variablen  $R$  und  $E$  werden

$$\text{für den Widerstand} \quad \alpha_R = \frac{\sigma_R - \rho\sigma_R\sigma_E}{\sqrt{\sigma_R^2 - 2\rho\sigma_R\sigma_E + \sigma_E^2}} \quad (4.36),$$

$$\text{für die Einwirkungen} \quad \alpha_E = -\frac{\sigma_E - \rho\sigma_R\sigma_E}{\sqrt{\sigma_R^2 - 2\rho\sigma_R\sigma_E + \sigma_E^2}} \quad (4.37).$$

### Verallgemeinerung

Das lineare  $R$ - $E$ -Modell mit normalverteilten Basisvariablen kann auch allgemeiner als lineare Gleichung mit den Koeffizienten  $c_i$  formuliert werden

$$g(\bar{X}) = c_1 \cdot X_1 + c_2 \cdot X_2 = c_1 \cdot R - c_2 \cdot E \quad (4.38).$$

Hiervon ausgehend ist eine Erweiterung auf allgemeine lineare Grenzzustände aus  $n$  normalverteilten Basisvariablen möglich (Abschnitt 4.2.3.).

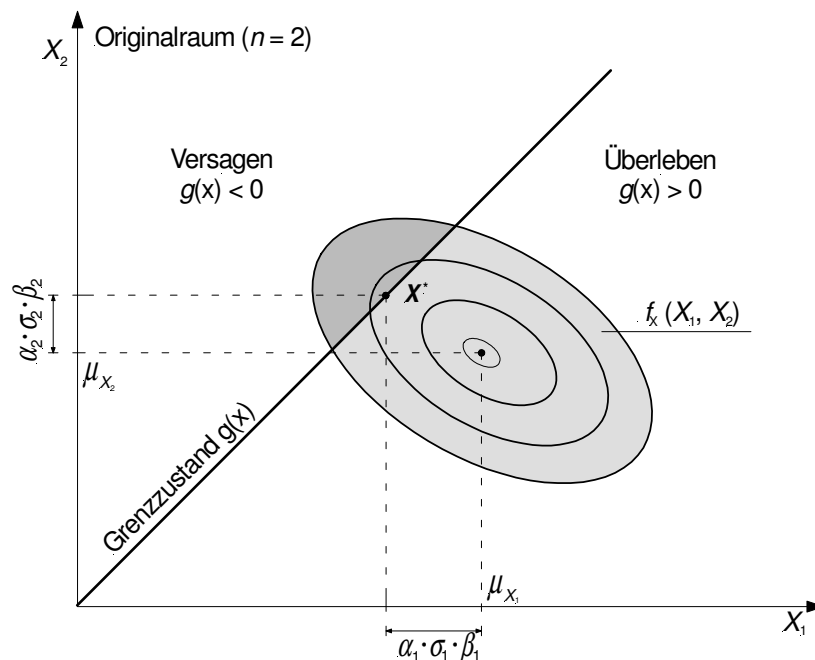
### 4.2.3) Mehrdimensionale Versagenswahrscheinlichkeit mit linearem Grenzzustand

Unter der Voraussetzung, dass die Basisvariablen des Vektors  $\bar{X}$  normalverteilt sind, lässt sich in Erweiterung der Überlegungen in Abschnitt 4.2.2 eine Lösung für das Versagen bei linearen Grenzzuständen aus  $n$  Zufallsvariablen angeben. Der lineare Grenzzustand aus den Variablen  $X_i$  ist

$$g(\bar{X}) = c_0 + c_1 X_1 + c_2 X_2 + \dots + c_n X_n = c_0 + \sum_{i=1}^n c_i X_i \quad (4.39).$$

Bei unabhängigen Basisvariablen ergibt sich die  $n$ -dimensionale Verbundverteilungsdichte gemäß Gleichung (4.19) aus den Dichteverteilungen der einzelnen Variablen  $X_i$ . Für den Sonderfall, dass sämtliche  $X_i$  normalverteilt sind, wird die Verbundverteilung aus den Mittelwerten  $\mu_{x_i}$  und Standardabweichungen  $\sigma_{x_i}$

$$f_x(X_1, X_2, \dots, X_n) = f_{x_1}(X_1) \cdot \dots \cdot f_{x_n}(X_n) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{n}{2}} \prod_{i=1}^n \sigma_{x_i}} \exp \left[ -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \left( \frac{x_i - \mu_{x_i}}{\sigma_{x_i}} \right)^2 \right] \quad (4.40).$$



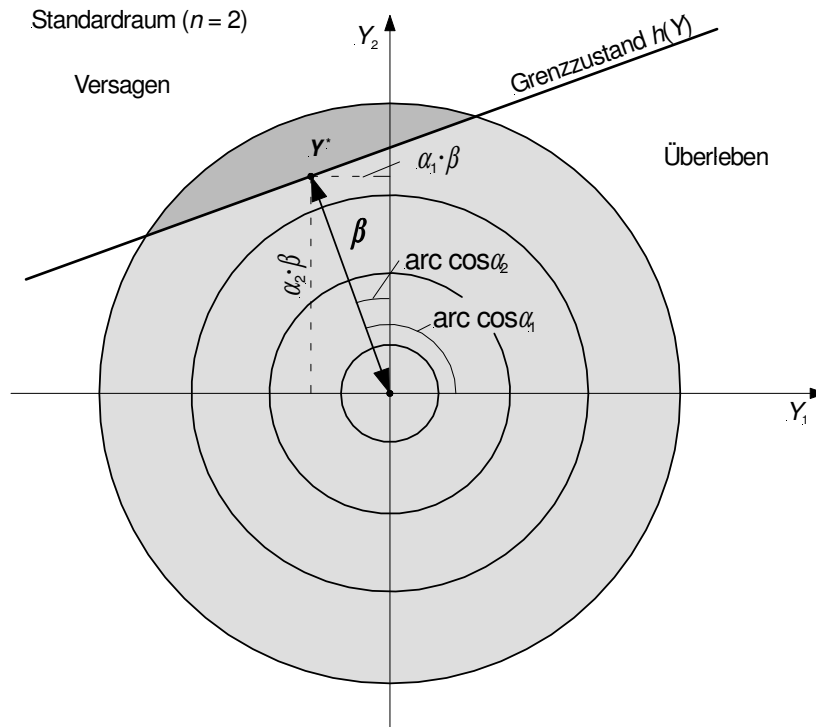
**Abb. 4.2: Verbundverteilung und linearer Grenzzustand  $g(X)$  im Originalraum ( $n = 2$  Basisvariable  $X_i$ )**

Die Verbundverteilung  $f_x(X)$  (4.40) bezieht sich auf die Basisvariablen  $X_i$  im Originalraum (Bild 4.2). Zur Ermittlung der Versagenswahrscheinlichkeit wird die Verbundverteilung vom Originalraum der Basisvariablen  $X_i$  in den Raum der Standardvariablen  $Y_i$  transferiert (s. Abschnitt 4.3.2). Die Transformation erfolgt so, dass sich aus den  $X_i$  normalverteilte Standardvariable  $Y_i$  mit dem Mittelwert  $\mu_{Y_i} = 0$  und der Standardabweichung  $\sigma_{Y_i} = 1$  ergeben. Durch die Transformation wird die Verbundverteilung über dem Ursprung des Koordinatensystems zentriert (Bild 4.3). Verbundverteilung, Grenzzustand, Versagenswahrscheinlichkeit werden dann aus den Standardvariablen  $Y_i$  entwickelt.

Im Standardraum wird aus  $g(X)$  (4.39) der ebenfalls lineare Grenzzustand  $h(Y)$

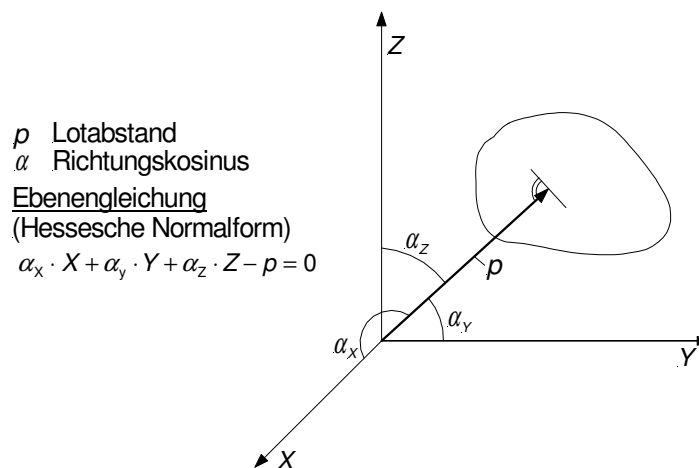
$$h(\bar{Y}) = c_0 + \sum_{i=1}^n c_i \mu_{x_i} + \sum_{i=1}^n c_i \sigma_{x_i} y_i = 0 \quad (4.41).$$

Der Grenzzustand im Standardraum ist eine  $n$ -dimensionale Hyperebene, Bild 4.3 zeigt  $h(Y)$  für  $n = 2$ .



**Abb. 4.3: Verbundverteilung und linearer Grenzzustand  $h(Y)$  im Standardraum ( $n = 2$  Basisvariable  $Y_i$ )**

Die Lage einer Ebene im Raum kann durch den Lotabstand der Ebene zum Koordinatenursprung und die Richtungskosinus der Winkel zwischen den positiven Koordinatenachsen und dem Lotabstand beschrieben werden (Bild 4.4). In der Zuverlässigkeitstheorie entspräche der Lotabstand  $p$  in Bild 4.4 dem Zuverlässigkeitsindex  $\beta$ . Hiermit wird der kürzeste Abstand vom Ursprung des Standardraums auf die Hyperfläche des Grenzzustands beschrieben. Die Richtungskosinus  $\alpha_i$  werden auf die Variablen  $X_i$  bzw.  $Y_i$  bezogen und als Wichtungs- oder Sensitivitätsfaktoren bezeichnet.



**Abb. 4.4: Beschreibung der Ebene im Raum durch die Hessesche Normalform**



Damit wird der Grenzzustand  $h(Y)$  im Standardraum (4.41) in der Hesseschen Normalform (Bild 4.4) zu

$$h(\bar{Y}) = \sum_{i=1}^n \alpha_i y_i + \beta \quad (4.42).$$

Darin sind im Fall des linearen Grenzzustandes die Wichtungsfaktoren

$$\alpha_i = \frac{c_i \sigma_{x_i}}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (c_i \sigma_{x_i})^2}} \quad (4.43)$$

und der Zuverlässigkeitsindex

$$\beta = \frac{c_0 + \sum_{i=1}^n c_i \mu_{x_i}}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (c_i \sigma_{x_i})^2}} \quad (4.44).$$

Für die Wichtungsfaktoren gilt

$$\sum_{i=1}^n \alpha_i^2 = 1 \quad (4.45).$$

Die Bemessungswerte der Basisvariablen ergeben sich analog zu den Gleichungen (4.30) und (4.31) in allgemeiner Form

$$x_i^* = \mu_{x_i} - \alpha_{x_i} \cdot \beta \quad (4.46).$$

Aus den Bemessungswerten können bei Definition charakteristischer Werte Teilsicherheitsbeiwerte für die Basisvariablen bestimmt werden (Abschnitt 4.3.3.5).

Mit den beiden Sonderfällen in Abschnitt 4.2.2 und 4.2.3 wurden die Grundzüge des Zuverlässigkeitsindex und der Wichtungsfaktoren für den linearen Grenzzustand und normalverteilte Basisvariable bereits angesprochen. Aus der Lösung der allgemeinen Wahrscheinlichkeitsaufgabe in Abschnitt 4.2.1 ist eine Verallgemeinerung der  $\beta$  und  $\alpha_i$  erforderlich. Die allgemeine Formulierung wird im Zusammenhang mit den Verfahren zur Lösung des Faltungsintegrals (4.16) vorgestellt (Abschnitt 4.3, insbesondere Iterationsverfahren zur Suche des Bemessungspunktes in FORM in 4.3.3.3.).

### 4.3) Lösungsverfahren

#### 4.3.1) Überblick

Die Verfahren der Zuverlässigkeitstheorie lassen sich allgemein in vier Stufen klassieren (Tabelle 4.3). Mit wachsendem Rechenaufwand werden dabei unterschiedliche Nachweis- bzw. Bemessungsziele verfolgt. Die Stufen beinhalten jeweils verschiedene Vereinfachungen und Idealisierungen, die größte Verallgemeinerung enthält dabei das semi-probabilistische Nachweiskonzept in Stufe I. Verfahren zur Lösung des Faltungsintegrals sind in den Stufen II und III enthalten. Darüber hinaus stehen Methoden zur Verfügung, bei denen verschiedene Verfahren kombiniert werden können (Beispiel Antwortflächenverfahren: mögliche Kombination FEM, FORM/ SORM oder Simulationstechniken). Die Verknüpfung probabilistischer Verfahren mit der FE-Methode führt zur stochastischen Finite-Elemente-Methode (SFEM). Die Verfahren der Stufen I bis III zielen direkt oder indirekt auf eine bestimmte Versagenswahrscheinlichkeit ab. Eine Erweiterung der reinen Zuverlässigkeitstheorie um ökonomische Aspekte erfolgt in Stufe IV.

Tabelle 4.3 fasst auf Grundlage von Darstellungen in [Thoft-Christensen/Baker 1982], [Klingmüller/Bourgund 1992], [Schneider 1996], [Six 2003], [Petryna 2004], [Madsen et al 2006] die Zuverlässigkeitsmethoden im Bauwesen zusammen. Diese Klassierung wird in ihren Grundzügen durch das JCSS bereits in [CEB Bulletin 116 (1976)] vorgestellt. In [DIN EN 1990 (2010)] werden die ersten drei Stufen allgemein als Möglichkeit zur Kalibrierung von Teilsicherheitsbeiwerten benannt.

**Tabelle 4.3: Überblick über die Verfahren der Zuverlässigkeitstheorie**

	Verfahren	Inhalt	Versagenswahrscheinlichkeit	Anwendung
I	<b>semi-probabilistisch</b>	Nachweis mit Teilsicherheitsbeiwerten und definierten charakteristischen Werten der maßgebenden Einwirkungs- und Widerstandsparameter je Parameter: charakteristische Werte	- Teilsicherheitsbeiwerte garantieren das Einhalten einer maximalen Versagenswahrscheinlichkeit $p_f$ - $p_f$ nur Basis zur Kalibrierung der Teilsicherheitsbeiwerte mit Verfahren der Stufen II / III	Teilsicherheitskonzept
II	<b>probabilistische Näherung „<math>\beta</math>-Methoden“</b>	Idealisierung des Versagenszustands (genäherter Grenzzustand, ggf. auch vereinfachte stochastische Modelle) je Parameter: (Verteilungsfunktion)*, Mittelwert, Varianz, (Korrelationen)*	- Näherung operative $p_f$ über äquivalente Zuverlässigkeit $\beta$ und Sensitivitäten $\alpha_i$ aus Ermittlung des Bemessungspunktes	Momentenmethode FORM SORM
III	<b>voll probabilistische Verfahren</b>	Anwendung aller verfügbaren statistischen Informationen mit Einfluss auf Tragwerksantwort, je Parameter: gesamte Verteilungsfunktion	- genauere Versagenswahrscheinlichkeit $p_f$	stochastische Simulationen
IV	<b>risikobasierte probabilistische Verfahren</b>	ingenieurmäßige Bewertung unter Berücksichtigung ökonomischer Aspekte; Risikofunktion aus Versagenswahrscheinlichkeit und Versagensfolgen	- gesucht: Minimum der Risikofunktion - Ergebnis: optimale Versagenswahrscheinlichkeit unter Berücksichtigung der Kosten für Bau, Erhaltung, Versagenskonsequenzen	risikobasierte Konzepte Erhaltungsplanung Definition Zielwerte $\beta$

\* nicht in Momentenmethode

**Stufe I** gehört nur indirekt zu den Zuverlässigkeitsmethoden. Zu Stufe I wird beispielsweise das Teilsicherheitskonzept der Eurocodes gezählt. Hierbei werden alle Parameter als determinierte Größen behandelt. Je Parameter wird ein charakteristischer Wert definiert, der mit Teilsicherheitsbeiwerten zum Bemessungswert umgeformt wird. Die in den Normen festgelegten Teilsicherheitsbeiwerte sind dabei am Sicherheitsniveau bisheriger Normen kalibriert. Ein einheitliches Zuverlässigkeitsniveau für alle Nachweise ist hierbei nicht gegeben.

Wegen der deterministischen Behandlung der Parameter unter Verwendung probabilistisch kalibrierter Teilsicherheitsbeiwerte werden die Verfahren der Stufe I als semi-probabilistische Methoden bezeichnet.

In **Stufe II** werden verschiedene probabilistische Näherungsverfahren zusammengefasst. Die Parameter werden dabei als streuende Größen behandelt, wobei jedoch nicht die gesamte Verteilungsfunktion der Zufallsvariablen (Abschnitt 3.1.2) in die Berechnung eingeht. Je Parameter werden neben dem Typ der Verteilungsfunktion nur Mittelwert und Standardabweichung der Variablen berücksichtigt. In Stufe II wird ein Näherungswert der operativen Versagenswahrscheinlichkeit bestimmt.

Innerhalb der Stufe II können mehrere Verfahren unterschiedlicher Genauigkeit unterschieden werden. Hierzu gehören die Momentenmethode sowie die Zuverlässigkeitsverfahren erster Ordnung (FORM: first order reliability method) und zweiter Ordnung (SORM: second order reliability method).

Die Näherung ergibt sich neben der stochastischen Vereinfachung vor allem aus der Näherung des Grenzzustandes an den tatsächlichen Verlauf. Die genäherten Versagenswahrscheinlichkeiten in Stufe II gelten für viele Anwendungsfälle als hinreichend genau (z. B. [Six 2003]).

Aus den Verfahren der Stufe II hat sich heute allgemein die Methodik erster Ordnung FORM durchgesetzt (z. B. [Hansen 2004]). Die Vereinfachungen der Momentenmethode sind früheren Möglichkeiten der numerischen Behandlung geschuldet und können heute als überholt gewertet werden. Die Methoden zweiter Ordnung sind bei höherem Rechenaufwand unwesentlich genauer als die Verfahren erster Ordnung. Laut [Hohenbichler 1984] sind die näherungsbedingten Abweichungen der FORM-Analyse jedoch kleiner als Fehler aus der stochastischen Modellierung der Basisvariablen (Kapitel 3). In den Systemberechnungen der Kapitel 7 bis 9 konnte mit dem SORM Algorithmus in einigen Material-Nutzungs-Qualitäts-Kombinationen keine Konvergenz erreicht werden. Daher stützen sich die Berechnungen hier auf dem stabileren FORM-Algorithmus.

Die Verfahren der **Stufe III** gelten als vollständige probabilistische Methoden, mit denen auf Grundlage vollständiger stochastischer Modelle ein exakter Wert der operativen Versagenswahrscheinlichkeit bestimmt wird. In den Berechnungen werden die Informationen zu den streuenden Zufallsvariablen vollständig verarbeitet. Die gesamte Verteilungsfunktion wird berücksichtigt.

Zu den exakten Verfahren werden numerische Integrationsmethoden und Simulationsverfahren gezählt. Numerische Integrationsverfahren sind hierbei auf wenige Anwendungsfälle beschränkt [Melchers 1999] und damit für praktische Fälle weniger geeignet [Six 2003]. Unter dem allgemeinen Begriff Monte-Carlo-Simulation (MC) lassen sich verschiedene Simulationsmethoden zusammenfassen, die weitgehend Abwandlungen bzw. Verfeinerungen der ursprünglichen Monte-Carlo-Methode darstellen.

Allgemein wird in Simulationsverfahren mit zufälligen Realisierungen der Basisvariablen die Grenzzustandsgleichung mehrfach berechnet. Dabei werden die Versagens- und Überlebensfälle gezählt. Aus dem Bezug der gezählten Versagensfälle auf die Gesamtzahl der Simulationen ergibt sich die Versagenswahrscheinlichkeit. Bei kleinen Versagenswahrscheinlichkeiten sind hierfür sehr viele Simulationsläufe erforderlich. Der damit verbundene Rechenaufwand ist ein Nachteil des Verfahrens. Mit Verfeinerungen der reinen Monte-Carlo-Methode (varianzmindernde Verfahren, gewichtete Simulationen) kann der Aufwand reduziert werden.

In **Stufe IV** werden ökonomische Aspekte in die Sicherheitsbetrachtung integriert, indem die Frage nach einer ökonomisch optimalen Versagenswahrscheinlichkeit gestellt wird. Dabei wird die Versagenswahrscheinlichkeit gesucht, für die die Summe aus allen Kosten für Bau, Erhaltung, Versagen, Erneuerung etc. minimal wird.

[Madsen et al. 2006] sehen die Anwendung solcher Optimierungsverfahren vor allem für Objekte von hoher wirtschaftlicher Bedeutung und nennen als Beispiel Autobahnbrücken und Kernkraftwerke. Voraussetzung ist dabei, dass die Gefahr für schwer quantifizierbare Werte wie Leben, kulturelle Bedeutung etc. im Verhältnis klein oder vernachlässigbar ist. Stufe IV-Verfahren eignen sich auch zur Entscheidungsfindung in der Erhaltungsplanung bestehender Bauwerke und zur Definition von Zielwerten der Zuverlässigkeit in Abhängigkeit von möglichen Schadenskonsequenzen.

### 4.3.2) Momentenmethode<sup>2</sup>

Die Momentenmethode ist das einfachste Verfahren zur Ermittlung der Zuverlässigkeit. Die darin enthaltenen Vereinfachungen beruhen auf den Möglichkeiten der Datenverarbeitung während der Entwicklungszeit in den 1960er Jahren. Über die Momentenmethode wird direkt ein vereinfachter Zuverlässigkeitsindex  $\beta$  ermittelt, ohne dass zuvor die Versagenswahrscheinlichkeit berechnet wird. Das Verfahren wurde 1960 von *Basler* entwickelt und 1967 von *Cornell* umgeformt [Schneider 1996], der zugehörige Zuverlässigkeitsindex  $\beta$  wird mit  $\beta_C$  bzw.  $\beta_{\text{Cornell}}$  bezeichnet. Eine Erweiterung des Verfahrens erfolgte durch *Hasofer* und *Lind*, der zugehörige Index ist demgemäß  $\beta_{\text{HL}}$ . Eine weitere Generalisierung erfolgte durch *Ditlevsen* ( $\beta_D$ ).

Die Momentenmethode unterstellt normalverteilte Zufallsvariable, die mit den ersten beiden Momenten der Verteilungsfunktion (Mittelwert und Varianz, Kapitel 3) in die Berechnung eingehen. Die tatsächliche Verteilung der Zufallsvariablen wird nicht berücksichtigt. Nach der Berücksichtigung der ersten beiden Momente wird das Verfahren auch FOSM (*first order second moment*) genannt.

#### Zuverlässigkeitsindex nach Cornell $\beta_C$

Aus der Gegenüberstellung von Einwirkungen und Widerständen ergibt sich eine Sicherheitsmarge  $Z$  als Funktion der Basisvariablen  $X_i$

$$Z = g(\bar{X}) = g(X_1, X_2, \dots, X_n) \quad (4.47).$$

Bei  $Z = 0$  ist der Grenzzustand gerade erreicht, damit werden Versagen und Überleben unterschieden (vgl. Abschnitt 4.1 zur Zuordnung des Grenzzustands  $Z = 0$ ):

- Versagen:  $Z \leq 0$
- Überleben:  $Z > 0$

Aus den Mittelwerten und Standardabweichungen der einzelnen Basisvariablen können die ersten beiden Momente des Sicherheitsabstandes  $Z$  bestimmt werden. Im einfachen Fall einer *linearen Funktion* für die Sicherheitsmarge [Spaethe 1992]

$$Z = \sum_{i=1}^n c_i X_i + c_0 \quad (4.48)$$

ergibt sich der Mittelwert  $\mu_Z$  des linearen Sicherheitsabstandes aus

$$\mu_Z = \sum_{i=1}^n c_i \mu_{X_i} + c_0 \quad (4.49).$$

Die Standardabweichung  $\sigma_Z$  des Sicherheitsabstandes wird für lineare Funktionen

$$\sigma_Z = \sqrt{\sum_{i=1}^n c_i^2 \sigma_{X_i}^2 + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_i c_j \sigma_{X_i X_j}} \quad \text{mit } i \neq j \quad (4.50).$$

Nichtlineare Funktionen können durch Taylor-Reihenentwicklung um den Mittelwert als lineare Funktion genähert werden.

Wird die lineare Funktion der Sicherheitsmarge im einfachsten Fall aus einer Widerstandsvariablen  $R$  und einer Einwirkungsvariablen  $E$  gebildet („*R-E-Problem*“), dann wird der Sicherheitsabstand

$$Z = R - E \quad (4.51)$$

mit dem Mittelwert  $\mu_Z = \mu_R - \mu_E \quad (4.52)$

und der Standardabweichung  $\sigma_Z = \sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_E^2} \quad (4.53).$

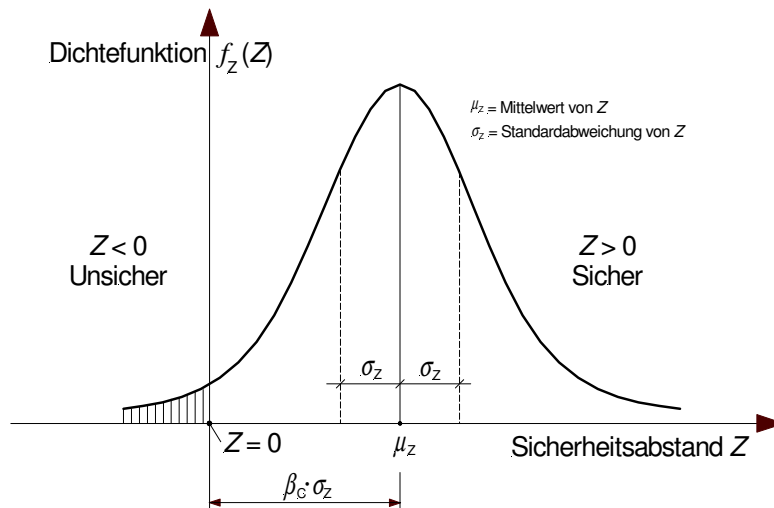
<sup>2</sup> [Spaethe 1992], [Schneider 1996], [Six 2003]

Der **Cornell-Zuverlässigkeitsindex**  $\beta_c$  ergibt sich aus den Parametern des Sicherheitsabstandes  $Z$

$$\beta_c = \frac{\mu_Z}{\sigma_Z} = \frac{1}{v_Z} \quad (4.54)$$

mit dem Variationskoeffizienten der Sicherheitsmarge  $v_Z = \frac{\sigma_Z}{\mu_Z}$  (4.55).

Bild 4.5 zeigt an der Dichtefunktion der Sicherheitsmarge die Abgrenzung zwischen Überlebens- und Versagensbereich mit dem Zuverlässigkeitsindex nach Cornell.



**Abb. 4.5: Cornell-Zuverlässigkeitsindex  $\beta_c$**

Die Qualität der Näherung ist von der Formulierung des Sicherheitsabstandes abhängig. Für unterschiedliche Formulierungen ergeben sich aus der Taylorreihenentwicklung um den Mittelwert unterschiedliche Sicherheitsindizes. Diese Varianz des Cornell-Index  $\beta_c$  ist ein großer Nachteil des Verfahrens ([Spaethe 1992], [Six 2003]).

#### **Zuverlässigkeitsindex nach Hasofer-Lind $\beta_{HL}$**

Zur Ermittlung des Zuverlässigkeitsindex nach Hasofer und Lind [Hasofer/Lind 1974] wird die Wahrscheinlichkeitsdichte  $f_x(X)$  der Basisvariablen  $X_i$  im Originalraum der Basisvariablen in einen Standardraum transferiert. Dabei werden die Basisvariablen des Originalraums  $X_i$  in standardisierte Basisvariable  $Y_i$  umgewandelt (Tabelle 4.4).

Die Wahrscheinlichkeitsdichte  $f_y(Y)$  wird um den Koordinatenursprung des Standardraums normiert. Die Dichtefunktion der Standardvariablen  $Y_i$  ist  $n$ -symmetrisch um den Ursprung verteilt. Der Schnittpunkt zwischen normierter Grenzzustandsfunktion  $h(Y)$  und Verbundsdichte  $f_y(Y)$  mit dem kürzesten Abstand zum Koordinatenursprung gilt als Bemessungspunkt  $y^*$ . Der Abstand zwischen Bemessungspunkt und Koordinatenursprung ist dann der Zuverlässigkeitsindex  $\beta$ .

Im Raum der Standardvariablen ist der Zuverlässigkeitsindex  $\beta_{HL}$  der kürzeste Abstand zwischen Koordinatenursprung und Bemessungspunkt  $y^*$

$$\beta_{HL} = \min \left( \sqrt{\sum_{i=1}^n y_i^2} \right) \quad \text{mit} \quad h(\bar{Y}) = 0 \quad (4.56).$$

Im Fall eines linearen Grenzzustandes ergäbe sich  $\beta_{HL}$  entsprechend Gleichung (4.44) (vgl. Abschnitt 4.2.3)

$$\beta_{HL} = \frac{c_0 + \sum_{i=1}^n c_i \mu_{x_i}}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (c_i \sigma_{x_i})^2}} \quad \text{mit} \quad h(\bar{Y}) \text{ gemäß Gleichung (4.41)} \quad (4.57).$$

Ist der Grenzzustand nicht linear, dann kann durch eine Taylorreihenentwicklung im Bemessungspunkt  $y^*$  die nichtlineare Gleichung  $h(Y)$  in eine lineare Näherung  $l(Y)$  überführt werden. In der Reihenentwicklung werden dabei nur die linearen Glieder berücksichtigt (vgl. Abschnitt 4.3.3, Linearisierung in FORM). Beim Cornell-Zuverlässigkeitsindex  $\beta_C$  erfolgt eine vergleichbare Linearisierung im Mittelwert der Sicherheitsmarge, woraus sich je nach Formulierung des Sicherheitsabstandes  $Z$  unterschiedliche Werte für  $\beta_C$  ergeben. Durch die Linearisierung im Bemessungspunkt  $y^*$  des Standardraums kann das Ergebnis  $\beta_{HL}$  stabilisiert werden.

**Tabelle 4.4: Originalraum der Basisvariablen  $X$  und Raum der Standardvariablen  $Y$**

	Originalraum (X)	Standardraum (Y)
<b>Bild</b>		
<b>Variable</b>	Basisvariable $X_i$ mit $i = 1 \dots n$	standardisierte Variable $Y_i$ mit $i = 1 \dots n$
<b>Parameter</b>	Mittelwerte $\mu_{X_i}$ Standardabweichungen $\sigma_{X_i}$	Mittelwerte $\mu_{Y_i} = 0$ Standardabweichungen $\sigma_{Y_i} = 1$
<b>Transformation bei unabhängigen Basisvariablen</b>	$X_i = Y_i \cdot \sigma_{X_i} + \mu_{X_i}$	$Y_i = (X_i - \mu_{X_i}) / \sigma_{X_i}$
<b>Grenzzustand</b>	$g(\bar{X}) = g(X_1, X_2, \dots, X_n) = 0$	$h(\bar{Y}) = g(Y_1, Y_2, \dots, Y_n) = 0$
<b>Mittelwert der Verbundverteilung</b>	$E(\bar{X}) = \mu_X$	$E(\bar{Y}) = 0$
<b>Zuverlässigkeitsindex bei Momentenmethode</b>	$\beta_C$	$\beta_{HL}$

**Zuverlässigkeitsindex nach Ditlevsen  $\beta_D$**

Mit der Momentenmethode werden die stochastischen Informationen der Basisvariablen weitgehend vernachlässigt. In starker Vereinfachung werden unabhängige normalverteilte Variable vorausgesetzt, für die nur Mittelwert und Standardabweichung bekannt sind. Für den Fall unabhängiger Basisvariablen ergab sich mit (4.20) die Versagenswahrscheinlichkeit aus der Integration über das Produkt der Randverteilungsdichten der  $f_X(X_i)$  (Abschnitt 4.2.1). Diese Formulierung wird nunmehr in einer Verallgemeinerung des Zuverlässigkeitsindex aufgegriffen.

Der Zuverlässigkeitsindex  $\beta_D$  wird im Standardraum aus der Integration über den Überlebensbereich entwickelt. Dabei wird angenommen, dass die Basisvariablen  $X_i$  und die Standardvariablen  $Y_i$  normalverteilt sind. Damit kann die Verteilungsdichte einer Standardvariablen  $f_Y(Y_i)$  direkt als Dichte der Normalverteilung  $\varphi(Y_i)$  gekennzeichnet werden.

Der verallgemeinerte Zuverlässigkeitsindex nach Ditlevsen ist dann [Spaethe 1992]

$$\beta_D = \Phi^{-1} \left( \int_{g(\bar{Y}) > 0} \prod_{i=1}^n \varphi(y_i) dy_i \right) \tag{4.58}$$

mit  $\Phi^{-1}$  = Inverse der Standardnormalverteilung. Die Bezeichnung des Zuverlässigkeitsindex  $\beta_D$  ist auf [Ditlevsen 1979-2] zurückzuführen, wo allgemeine Randbedingungen für die Formulierung des Zuverlässigkeitsindex nach Momentenmethode aufgeführt werden. Allgemein wird auch vom generalisierten Index  $\beta_G$  gesprochen. Mit der verallgemeinerten Formulierung soll eine Vergleichbarkeit verschiedener Zuverlässigkeitsniveaus geschaffen werden, wenn die Beurteilung ausschließlich auf Grundlage der ersten beiden stochastischen Momente erfolgt [Ditlevsen 1979-2].

### 4.3.3) First Order Reliability Method (FORM)

Bei der Zuverlässigkeitstheorie erster Ordnung wird ein Näherungswert der Versagenswahrscheinlichkeit bestimmt. Dabei werden die Verteilungsfunktionen der Basisvariablen sowie die ersten beiden Momente Mittelwert und Varianz in der Berechnung berücksichtigt. Mit dem Verfahren wird eine beliebige Grenzzustandsfunktion näherungsweise linearisiert und beliebig verteilte Basisvariable werden in normalverteilte Standardvariable transformiert. Damit wird das Problem auf einen einfach zu behandelnden Fall zurückgeführt (Abschnitt 4.2.3).

Grundgedanke ist dabei, dass nicht so sehr der gesamte Verlauf der Grenzzustandsfunktion interessiert, sondern vielmehr der Punkt auf der Grenzzustandsfunktion mit der höchsten Wahrscheinlichkeitsdichte. Hiermit ist der Bemessungspunkt gefunden. Im standardisierten Raum der Y-Variablen entspricht der Abstand des Bemessungspunktes vom Koordinatenursprung dem gesuchten Zuverlässigkeitsindex  $\beta$ . Die Lage des Bemessungspunktes im Standardraum wird iterativ ermittelt. Aus den Koordinaten ergeben sich der Zuverlässigkeitsindex  $\beta$  und die Sensitivitätsfaktoren  $\alpha$ . Der Näherungswert der operativen Versagenswahrscheinlichkeit ergibt sich dann aus (4.14).

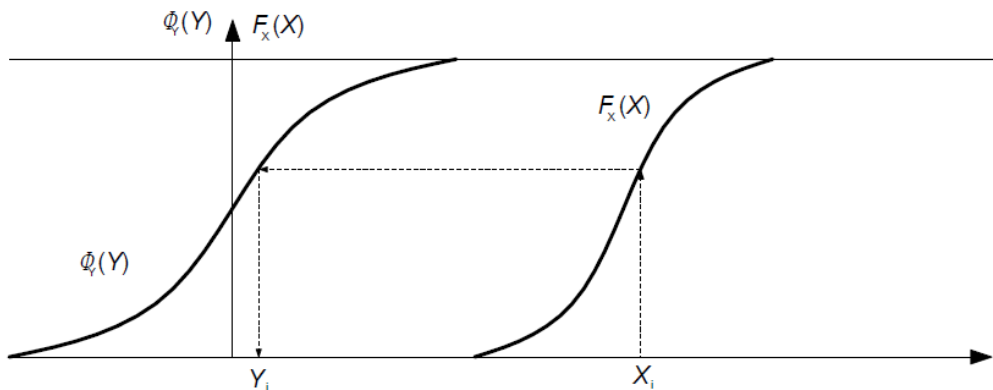
#### 4.3.3.1) Transformation der Basisvariablen $X_i$ in Standardvariable $Y_i$

Die Basisvariablen des Grenzzustands werden in den Standardraum transferiert. Das Grundprinzip der Transformation wurde in Tabelle 4.4 für den einfachsten Fall unabhängiger, normalverteilter Basisvariablen dargestellt. Bei der FORM-Analyse erfolgt die Transformation so, dass sich aus beliebig verteilten, abhängigen Basisvariablen  $X_i$  normalverteilte, unabhängige Standardvariable  $Y_i$  ergeben.

Die Wahrscheinlichkeiten einer Ausgangsvariablen  $X_i$  und der zugehörigen Standardvariablen  $Y_i$  sollen dabei gleich groß sein [Spaethe 1992]

$$F_x(X_i) = \Phi(Y_i) \tag{4.59}$$

Darin sind  $F_x(X_i)$  die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Basisvariablen  $X_i$  und  $\Phi(Y_i)$  die Standardnormalverteilung der Variablen  $Y_i$  (Bild 4.6).



**Abb. 4.6: Transformation beliebiger verteilter Basisvariablen  $X_i$  in normalverteilte Standardvariable  $Y_i$  (nach [Spaethe 1992], S. 112)**

Aus der Forderung (4.59) lassen sich die Umformungen angeben [Melchers 1999]

für unabhängige Basisvariable  $y_i = \Phi^{-1}(F_x(x_i))$  (4.60),

für abhängige Basisvariable  $y_i = \Phi^{-1}(F_x(x_i | x_1, \dots, x_{i-1}, x_{i+1}, \dots, x_n))$  (4.61)

mit  $F_x$  Wahrscheinlichkeitsverteilung der Variablen  $X_i$  im Originalraum

$F_x(x_i | x_1, \dots, x_{i-1}, x_{i+1}, \dots, x_n)$  bedingte Wahrscheinlichkeitsverteilung von  $X_i$

$F_x^{-1}$  Inverse der Verteilungsfunktion von  $X_i$

$\Phi^{-1}$  Inverse der Standardnormalverteilung .

Umgekehrt ergeben sich die Basisvariablen aus den Standardvariablen

für unabhängige Basisvariable  $x_i = F_{x_i}^{-1}(\Phi(y_i))$  (4.62),

für abhängige Basisvariable  $x_i = F_{x_i}^{-1}(\Phi(y_i | x_1, \dots, x_{i-1}, x_{i+1}, \dots, x_n))$  (4.63).

Allgemein wird auch von Tail-Approximation oder Normal-Tail-Approximation gesprochen [Schneider 1996], [Melchers 1999]. Die Ausgangsverteilung wird im Bemessungspunkt so durch eine Normalverteilung ersetzt, dass die Enden der beiden Verteilungen näherungsweise übereinstimmen. Damit ergibt die Integration über die Fraktilbereiche der beiden Verteilungen etwa gleiche Werte (Bild 4.7).

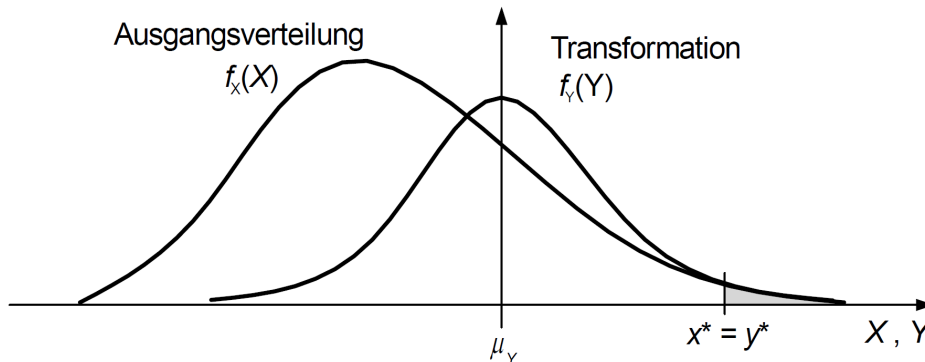


Abb. 4.7: Prinzip Normal-Tail-Approximation (nach [Melchers 1999], S. 115)

Für die Transformation stehen verschiedene Algorithmen zur Verfügung, die mit unterschiedlichem Informationsgrad über die zu transformierenden Verteilungen arbeiten:

- Rosenblatt-Transformation schrittweise Transformation korrelierter Basisvariabler  $X_1$  bis  $X_n$  in unabhängige normalverteilte  $Y_1$  bis  $Y_n$  mit bedingten Wahrscheinlichkeitsverteilungen, die Verbundverteilung  $f_x(X)$  ist vollständig bekannt
- Nataf-Transformation Näherungslösung bei unvollständigen Informationen über die Verbundverteilung  $f_x(X)$ , nur die Randverteilungen  $F_{x_i}(X_i)$  und die Korrelationsmatrix sind bekannt [Der Kiureghian/Liu 1986]
- Hermite-Transformation Näherungslösung bei unvollständigen Informationen über die Verbundverteilung  $f_x(X)$ , die Randverteilungen werden als Hermite-Verteilungen mit Mittelwert, Standardabweichung, Schiefe und Exzess genähert [Winterstein/Bjerager 1987]

Die zugehörigen Algorithmen sind ausführlich dargestellt in [Hohenbichler/Rackwitz 1981], [Melchers 1999], [Strurel Manual], [Der Kiureghian/Liu 1986], [Winterstein/Bjerager 1987]. Weitere Informationen siehe [Madsen et al. 2006].

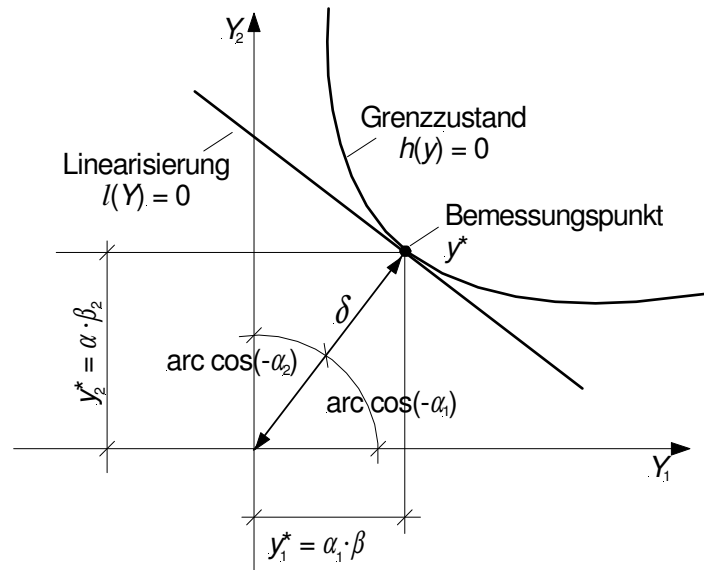
#### 4.3.3.2 Linearisierung des Grenzzustandes

Bei der FORM-Analyse wird in der Nähe des Bemessungspunktes der Grenzzustand durch eine Taylorreihenentwicklung als lineare Funktion genähert. Der Bemessungspunkt ist der Schnittpunkt der Grenzzustandsfunktion mit der Verbundverteilung im Standardraum, der die größte Wahrscheinlichkeitsdichte hat. Im Bemessungspunkt ist der Abstand zwischen standardisiertem Grenzzustand und Koordinatenursprung minimal. Die Lage des Bemessungspunktes ist dabei iterativ zu bestimmen.

Im Standardraum der unabhängigen, normalverteilten  $Y$ -Variablen wird der Grenzzustand  $g(X)$  aus der Variablentransformation zu einer Funktion der Standardvariablen

$$h(\bar{Y}) = h(y_1, y_2, \dots, y_n) = 0 \tag{4.64}$$





**Abb. 4.8: Prinzip Linearisierung des Grenzzustandes im Bemessungspunkt in FORM (nach [Spaethe 1992], S. 114)**

Der Grenzzustand  $h(Y)$  ist eine Hyperfläche, durch die der Standardraum in Versagens- und Überlebensbereich geteilt wird. In FORM wird die Hyperfläche in der Nähe des Bemessungspunktes tangential als Hyperebene  $l(Y)$  genähert. Die Linearisierung erfolgt durch eine Taylorreihenentwicklung, bei der nur die linearen Glieder berücksichtigt werden [Spaethe 1992]

$$l(y) = h(y^*) + \sum_{i=1}^n (y_i - y_i^*) \left. \frac{\partial h}{\partial y_i} \right|_{y=y^*} \quad (4.65)$$

Hierfür muss die Grenzzustandsgleichung im Bemessungspunkt nach jeder Variablen  $Y_i$  mindestens einmal differenzierbar sein. In der Hesseschen Normalform wird die Tangentialhyperebene  $l(y)$  (vgl. Abschnitt 4.2.3)

$$l(y) = \bar{\alpha} \cdot \bar{Y} + \delta \quad (4.66)$$

mit  $\bar{\alpha}$  dem Vektor der Wichtungsfaktoren (Richtungskosinus)

$\delta$  dem kürzesten Abstand zwischen Ursprung des Standardraums und  $h(Y)$ .

Die Wichtungsfaktoren ergeben sich zu

$$\alpha_i^* = \frac{\left. \frac{\partial h}{\partial y_i} \right|_{y=y^*}}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \left( \left. \frac{\partial h}{\partial y_i} \right|_{y=y^*} \right)^2}} \quad (4.67).$$

Der kürzeste Abstand zwischen Tangentialebene und Koordinatenursprung wird

$$\delta = \frac{h(y^*) - \sum_{i=1}^n y_i^* \left. \frac{\partial h}{\partial y_i} \right|_{y=y^*}}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \left( \left. \frac{\partial h}{\partial y_i} \right|_{y=y^*} \right)^2}} \quad (4.68).$$

Der Zuverlässigkeitsindex  $\beta$  ergibt sich aus dem Abstand zwischen Bemessungspunkt und Koordinatenursprung  $\delta$

$$\beta = \begin{cases} +\delta & \text{für } h(0) > 0 \\ -\delta & \text{für } h(0) < 0 \end{cases} \quad (4.69).$$

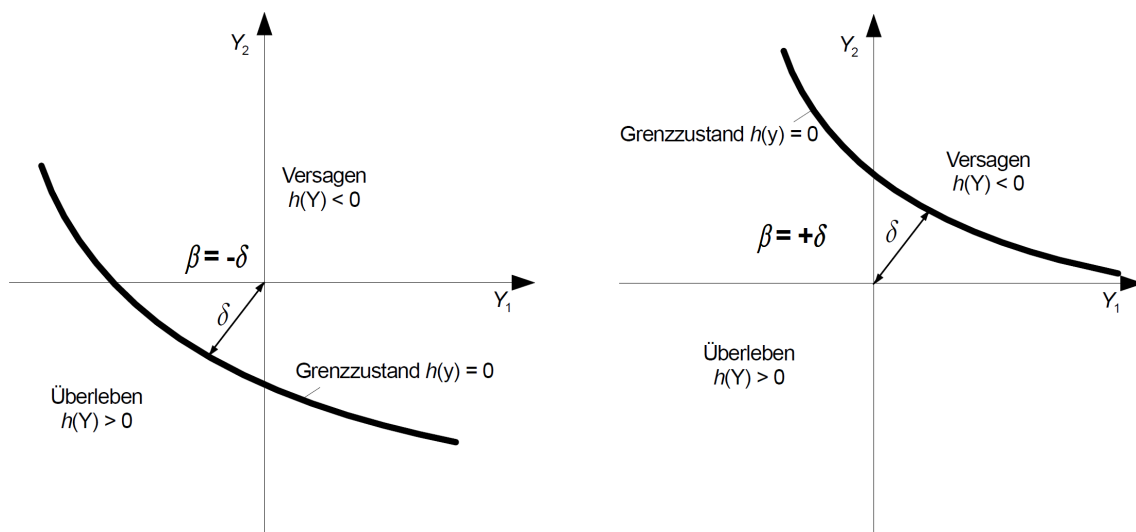
Bei  $h(0) > 0$  liegt der Koordinatenursprung des Standardraums im Überlebensbereich, bei  $h(0) < 0$  gehört der Ursprung zum Versagensbereich (Bild 4.9).

Für die numerische Behandlung wird der Differentialquotient als Differenzenquotient ausgedrückt

$$\text{zentral} \quad \frac{\partial h}{\partial y_i} \approx \frac{h(y_i + \Delta y_i) - h(y_i - \Delta y_i)}{2\Delta y_i} \quad (4.70)$$

$$\text{einseitig} \quad \frac{\partial h}{\partial y_i} \approx \frac{h(y_i + \Delta y_i) - h(y_i)}{\Delta y_i} \quad (4.71).$$

Mit dem einseitigen Differenzenquotienten kann der Rechenaufwand reduziert werden. Mit dem zentralen Quotienten wird die Funktion  $h(Y)$  zweimal häufiger aufgerufen, allerdings ist diese Näherung auch stabiler [Struel Manual].



**Abb. 4.9: Definition des Zuverlässigkeitsindex  $\beta$  nach Lage des Koordinatenursprungs im sicheren oder unsicheren Bereich (nach [Spaethe 1987], S. 93)**

#### 4.3.3.3) Iterative Ermittlung des Bemessungspunktes<sup>3</sup>

Ausgehend von einem Startvektor  $\bar{Y}$  (Schritt  $k$ ) werden in schrittweiser Verbesserung die Koeffizienten  $\alpha_i$  und  $\delta$  sowie die damit nach Gleichung (4.76) berechenbaren Standardkoordinaten bestimmt, bis im Schritt  $(k+1)$  die Iterationsbedingung

$$Y^{(k+1)} \approx Y^{(k)} \quad (4.72)$$

erfüllt ist. In diesem Fall sind der Bemessungspunkt

$$Y^* = Y^{(k+1)} = Y^{(k)} \quad (4.73)$$

und die zugehörigen Wichtungsfaktoren sowie der Zuverlässigkeitsindex gefunden.

<sup>3</sup> Die iterative Ermittlung des Bemessungspunktes ist ausführlich beschrieben z.B. in [Spaethe 1992], [Melchers 1999], [Fischer, L. 2001], [Madsen et al. 2006].

Zusammenfassend lässt sich Suche nach dem Bemessungspunkt wie folgt beschreiben:

○ **Schritt 1: (Startvektor)**

Wahl des Startvektors  $X^{(0)}$  für den gesuchten Bemessungspunkt  $X^*$  im Originalraum

○ **Schritt 2: (Transformation)**

Transformation  $X^{(0)}$  aus dem Originalraum in den Standardraum: Standardvektor  $Y^{(0)}$

○ **Schritt 3: (Tangentialebene)**

Ermittlung des Wertes der Grenzzustandsgleichung im Punkt  $Y^{(0)}$

$$h(Y^{(0)}) = g(X^{(0)}) \tag{4.74}$$

Ermittlung der Ableitung der Grenzzustandsgleichung im Punkt  $Y^{(0)}$

$$\left. \frac{\partial h(y)}{\partial y_i} \right|_{y=Y^{(0)}} = \left. \frac{\partial g(x)}{\partial x_i} \right|_{x=X^{(0)}} \cdot \frac{\varphi(y_i^{(0)})}{f_x(x_i^{(0)})} \tag{4.75}$$

mit  $i = 1 \dots n$  und der Dichte der Normalverteilung  $\varphi$

○ **Schritt 4: (Parameter der Tangentialebene)**

Berechnung der Wichtungsfaktoren  $\bar{\alpha}^{(0)}$  und des Abstands  $\delta^{(0)}$  im Punkt  $Y^{(0)}$   
aus (4.67) und (4.68)

○ **Schritt 5: (verbesserter Standardvektor)**

Berechnung des verbesserten Vektors  $Y^{(1)}$

$$y_i^{(1)} = -\alpha_i^{(0)} \cdot \delta^{(0)} \tag{4.76}$$

○ **Schritt 6: (verbesserter Basisvektor)**

Rücktransformation  $Y^{(1)}$  aus dem Standardraum in den Originalraum: verbesserter Basisvektor  $X^{(1)}$   
 $X^{(1)}$  ist Ausgangspunkt für den nächsten Iterationsschritt

○ **Schritt 7: (Iterationsschleife)**

Prüfung der Konvergenz  $Y^{(k+1)} \approx Y^{(k)}$

Wiederholung Schritt 2 bis Schritt 6, bis  $Y^* = Y^{(k+1)} \approx Y^{(k)}$  erfüllt ist

○ **Schritt 8: (gesuchte Parameter bei Konvergenz)**

Wichtungsfaktoren  $\bar{\alpha}^* = \bar{\alpha}^{(k)}$

Abstand  $\delta^* = \delta^{(k)}$

Zuverlässigkeitsindex  $\beta = \begin{cases} +\delta & \text{für } h(0) > 0 \\ -\delta & \text{für } h(0) < 0 \end{cases}$

○ **Schritt 9: (Versagenswahrscheinlichkeit)**

Operative Versagenswahrscheinlichkeit  $p_f = \Phi(-\beta)$

Die aus dem Bemessungspunkt bestimmte Versagenswahrscheinlichkeit gilt als Näherungswert.

#### 4.3.3.4) Interpretation der Wichtungsfaktoren

Die Wichtungsfaktoren oder auch Sensibilitätsfaktoren  $\alpha_i$  sind ein Maß für die Empfindlichkeit einer Problemstellung gegenüber den Streuwerten einer Variablen im Grenzzustand. Jeder Zufallsvariablen wird durch die Berechnung ein Wichtungsfaktor zugeordnet. Geometrisch ist ein Wichtungsfaktor als negativer Richtungskosinus des Lotabstandes  $\delta$  zwischen Koordinatenursprung und Grenzzustand  $h(Y)$  zu verstehen; die Bilder 4.3 und 4.8 zeigen die Interpretation für den zweidimensionalen Fall.

Die Faktoren nehmen Werte zwischen  $-1$  und  $+1$  an. Allgemein hat sich eine Vorzeichenregelung durchgesetzt, nach der einwirkungsseitigen Wichtungsfaktoren mit negativen Vorzeichen und Widerstandsfaktoren positiv gekennzeichnet sind [Fischer L. 2001]. Über alle Wichtungsfaktoren ergibt sich die Quadratsumme stets zu Eins

$$\sum_{i=1}^n \alpha_i^2 = 1 \quad (4.77).$$

Aus den Wichtungsfaktoren wird der Einfluss einer Zufallsgröße auf die Versagenswahrscheinlichkeit bzw. das Zuverlässigkeitsniveau deutlich. Variable mit kleinen Sensibilitätsfaktoren könnten vereinfacht auch als deterministische Größen behandelt werden, da sich deren Streubreite nur geringfügig auf die Zuverlässigkeitsanalyse auswirkt. Aus den hier behandelten Problemstellungen ließen sich beispielsweise die Bruchdehnung des Betons oder die Balkenbreite als Variable geringer Sensitivität nennen, die auch determiniert angesetzt werden könnten (s. Abschnitte 7.3 und 8.3).

#### 4.3.3.5) Teilsicherheitsbeiwerte am Bemessungspunkt

Darüber hinaus haben die Wichtungsfaktoren Bedeutung für die Ermittlung der Teilsicherheitsbeiwerte aus dem Bemessungspunkt.

Die Koordinaten des Bemessungspunktes  $X^*$  kennzeichnen die Bemessungswerte der Basisvariablen. Bei Definition eines charakteristischen Wertes lässt sich der Sicherheitsbeiwert in Kenntnis der statistischen Parameter der Variablen aus den Wichtungsfaktoren und dem geforderten Zuverlässigkeitsniveau bestimmen.

Mit [DIN EN 1990 (2010)] ergeben sich die Bemessungswerte der Widerstände  $R_d$  aus den charakteristischen Widerständen  $R_k$  und den Widerstandsbeiwerten  $\gamma_M$  zu

$$R_d = \frac{R_k}{\gamma_M} \quad (4.78).$$

Sinngemäß ergeben sich die Bemessungswerte der Einwirkungen  $E_d$  aus den repräsentativen Werten der Einwirkung  $E_{rep}$  und den Einwirkungsfaktoren  $\gamma_F$  zu

$$E_d = \gamma_F \cdot E_{rep} \quad (4.79).$$

Werden allgemeiner die Bemessungswerte  $R_d$  und  $E_d$  über die Koordinaten des Bemessungspunktes  $X^*$  gekennzeichnet und die charakteristischen bzw. repräsentativen Werte  $R_k$  und  $E_{rep}$  vereinfacht als charakteristische Normwerte  $X_k$  bezeichnet, so ergeben sich die Teilsicherheitsbeiwerte  $\gamma_M$  und  $\gamma_F$

$$\text{aus den Widerstandsvariablen } X_{R,i} \quad \gamma_{M,i} = \frac{X_{Rk,i}}{X_{R,i}^*} \quad (4.80),$$

$$\text{aus den Einwirkungsvariablen } X_{E,i} \quad \gamma_{F,i} = \frac{X_{E,i}^*}{X_{Ek,i}} \quad (4.81).$$

Aus der Bestimmung des Bemessungspunktes und den zugehörigen Wichtungsfaktoren kann nunmehr jeder Zufallsvariablen des Grenzzustandes ein Teilsicherheitsbeiwert zugewiesen werden. Dabei werden in den Gleichungen (4.80) und (4.81) die charakteristischen Werte  $X_{k,i}$  jeder Zufallsgröße und die zugehörigen Koordinaten des Bemessungspunktes eingesetzt.

Die Koordinaten des Bemessungspunktes im Originalraum ergeben sich aus der Verteilungsfunktion der Variablen  $F_{X_i}$ , den Wichtungsfaktoren  $\alpha_i$  und dem Lotabstand  $\delta$  zu

$$X_i^* = F_{X_i}^{-1}(\Phi^{-1}(-\alpha_i \cdot \delta)) \quad (4.82).$$

Wird der Lotabstand  $\delta$  durch den erforderlichen Zuverlässigkeitsindex  $\beta_{Ziel}$  ersetzt, so lassen sich aus zuverlässigkeitstheoretisch bestimmten Wichtungsfaktoren  $\alpha_i$  leicht die Teilsicherheitsbeiwerte bestimmen. Für Gleichung (4.82) gibt z. B. [DIN EN 1990 (2010)] Formeln zur Bestimmung der Bemessungswerte  $X^*$  aus den Parametern der Verteilungsfunktionen für die Normal, Lognormal- und Gumbelverteilungen an, mit denen sich die in Tabelle 4.5 aufgeführten Gleichungen zur Bestimmung der Teilsicherheitsbeiwerte aufstellen lassen.

Mit diesen drei Verteilungsfunktionen sind bereits wesentliche Einflussgrößen beschrieben (s. Kapitel 3). Für andere Verteilungsfunktionen lassen sich mit Gleichung (4.82) die Beziehungen in Tabelle 4.5 sinngemäß aufstellen. Wichtig ist hierfür die Kenntnis, welcher Quantilwert der Verteilungsfunktion als charakteristischer Wert festgelegt wird und wie der Quantilwert aus den Parametern der Verteilungsfunktion bestimmt werden kann. Eine Zusammenstellung wesentlicher Beziehungsgleichungen enthält z. B. [Spaethe 1992].

**Tabelle 4.5: Bestimmung von Teilsicherheitsbeiwerten aus dem Bemessungspunkt**

Verteilungsfunktion der Variablen $X_i$	Teilsicherheitsbeiwert Widerstand $\gamma_{M,i} =$	Teilsicherheitsbeiwert Einwirkung $\gamma_{F,i} =$
<b>Normalverteilung</b>	$\frac{X_{Rk,i}}{\mu_{X_{Rj}} - \alpha_i \cdot \beta_{Ziel} \cdot \sigma_{X_{Rj}}}$	$\frac{\mu_{X_{Ej}} - \alpha_i \cdot \beta_{Ziel} \cdot \sigma_{X_{Ej}}}{X_{Ek,i}}$
<b>Logarithmische Normalverteilung</b>	$\frac{X_{Rk,i}}{\mu_{X_{Rj}} \cdot \exp(-\alpha_i \cdot \beta_{Ziel} \cdot v_{X_{Rj}})}$	$\frac{\mu_{X_{Ej}} \cdot \exp(-\alpha_i \cdot \beta_{Ziel} \cdot v_{X_{Ej}})}{X_{Ek,i}}$
<b>Gumbelverteilung</b>	$\frac{X_{Rk,i}}{u - \ln(-\ln \Phi(-\alpha_i \cdot \beta_{Ziel})) \cdot \sigma_{X_{Rj}} \cdot \sqrt{6} / \pi}$ mit $u = \mu_{X_{Rj}} - C \cdot \sigma_i \cdot \sqrt{6} / \pi$	$\frac{u - \ln(-\ln \Phi(-\alpha_i \cdot \beta_{Ziel})) \cdot \sigma_{X_{Ej}} \cdot \sqrt{6} / \pi}{X_{Ek,i}}$ mit $u = \mu_{X_{Ej}} - C \cdot \sigma_{X_{Ej}} \cdot \sqrt{6} / \pi$
$C = 0,577216 = \text{EULER-Konstante}, \mu_i = \text{Mittelwert}, \sigma_i = \text{Standardabweichung}, v_i = \text{Variationskoeffizient von } X_i$		

### 4.3.4 Second Order Reliability Method (SORM)

Bei der FORM-Analyse wurde die Grenzzustandsgleichung in der Nähe des Bemessungspunktes durch eine Tangentialhyperebene genähert. Der Grenzzustand im Standardraum  $h(Y)$  wurde als lineare Funktion  $l(Y)$  genähert, indem bei der Taylorreihenentwicklung nur die linearen Glieder berücksichtigt wurden. Für Grenzzustände starker Krümmung kann sich die FORM-Näherung als zu grob erweisen. Das Prinzip der SORM-Analyse besteht in der besseren Näherung der Tangentialfläche im Bemessungspunkt an die tatsächliche Krümmung des Grenzzustandes.

Genauer kann der Grenzzustand durch eine quadratische Funktion  $q(Y)$  genähert werden, womit der tatsächlichen Krümmung des Grenzzustandes  $h(Y)$  im Bemessungspunkt Rechnung getragen werden soll. In der Reihenentwicklung werden dabei auch die quadratischen Glieder berücksichtigt. Der Grenzzustand  $h(Y)$  muss hierfür wenigstens zweimal nach jeder Variablen differenzierbar sein. Als quadratische Näherung des Grenzzustandes im Bemessungspunkt ergibt sich damit [Spaethe 1987]

$$q(y) = h(y^*) + \sum_{i=1}^n (y_i - y_i^*) \left. \frac{\partial h}{\partial y_i} \right|_{y=y^*} + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (y_i - y_i^*)^2 \left. \frac{\partial^2 h}{\partial y_i^2} \right|_{y=y^*} + \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n (y_i - y_i^*)(y_j - y_j^*) \left. \frac{\partial^2 h}{\partial y_i \partial y_j} \right|_{y=y^*} \quad (4.83).$$

Neben der quadratischen Näherung sind weitere Ansätze mit Krümmungen höherer Ordnung bekannt. Ansätze zur Berücksichtigung der Krümmung werden in [Spaethe 1992], [Melchers 1999], [Madsen et al. 2006] angesprochen, genauere Darstellungen finden sich z. B. in [Fiessler et al. 1979], [Breitung 1984].

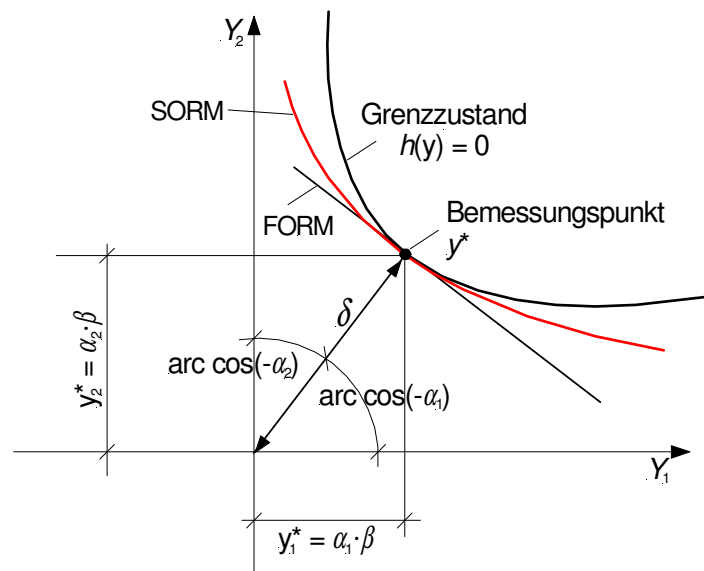


Abb. 4.10: Prinzip Näherung an gekrümmten Grenzzustand SORM

Der Aufwand zur Bestimmung der Versagenswahrscheinlichkeit steigt mit SORM an, ohne dass das Ergebnis wesentlich verbessert würde [Six 2003]. In den hier behandelten Problemstellungen (Kapitel 6 bis 9) wirkt sich der höhere Rechenaufwand mit SORM nur geringfügig aus. Die Zuverlässigkeitsbeiwerte liegen mit SORM sowohl in der Elementbewertung als auch in der Systembewertung geringfügig unter den FORM-Ergebnissen. Allerdings erwies sich der SORM-Algorithmus in der Systemanalyse teilweise als instabil. In einigen Material-Nutzungs-Qualitäts-Kombinationen konnte keine Konvergenz erzielt werden (vgl. Schritt 7 in FORM-Analyse nach Abschnitt 4.3.3.3). Laut [Hansen 2004] konnte sich das Verfahren in Bezug auf Zuverlässigkeitsfragen im Bauwesen nicht durchsetzen, da die gesteigerte Genauigkeit des Verfahrens durch die größeren Unsicherheiten der stochastischen Modellierung der  $X_i$  aufgehoben wird.

### 4.3.5 Numerische Integration

Das Faltungsintegral (4.16) kann mit numerischen Verfahren aufgelöst werden. Der Anwendung numerischer Integrationsverfahren zur Bestimmung der Versagenswahrscheinlichkeit sind jedoch Grenzen gesetzt.

Bedingt durch den erheblichen Rechenaufwand ist die numerische Integration im Bereich der Zuverlässigkeitstheorie nicht sehr verbreitet [Melchers 1999]. Der Arbeitsaufwand steigt mit der Anzahl der Zufallsvariablen  $n$  in der Grenzzustandsfunktion. Hieraus ergibt sich eine Anwendungsbeschränkung für die numerischen Verfahren. [Melchers 1999] und [Spaethe 1992] begrenzen die sinnvolle Anwendung auf  $n \leq 5$ , in [Schuëller 1996] wird die Grenze  $n \leq 15$  genannt.

Darüber hinaus bleibt die Anwendung numerischer Integrationsverfahren auf wenige Spezialfälle beschränkt. [Schuëller 1996] nennt diesbezüglich normalverteilte Basisvariable sowie die Begrenzung des Versagensgebietes durch Hyperparaboloide. Als weitere mögliche Integrationsgebiete nennt [Melchers 1999]  $n$ -dimensionale Hyperwürfel, -kugeln und -simplexe. Die möglichen Begrenzungen haben jedoch nur geringe praktische Relevanz [Schuëller 1996], [Six 2003].

Aus den numerischen Integrationsverfahren kämen zur Lösung (4.16) bspw. in Frage:

- Sehnen-Trapezformel
- Simpson-Formel
- Gauß-Hermite Quadraturverfahren
- Laguerre-Gauß Quadraturverfahren
- adaptive numerische Integrationsverfahren (z. B. adaptive Simpson-Formel)

Eine ausführlichere Zusammenstellung relevanter Verfahren mit Literaturverweisen enthält [Melchers 1999]. Weitere Hinweise gibt [Hansen 2004].

Aufgrund der genannten Beschränkungen gelten numerische Integrationsverfahren jedoch allgemein als wenig geeignet für die Lösung von Zuverlässigkeitsproblemen. Exakte Lösungen des Faltungsintegrals (4.16) lassen sich besser mit Simulationsverfahren erzielen.

### 4.3.6 Simulationstechniken

Die Bestimmung der Versagenswahrscheinlichkeit aus dem Faltungsintegral Gleichung (4.16) kann auch durch numerische Simulationsmethoden erfolgen. Im Gegensatz zu den o. g. Näherungsverfahren werden keine speziellen Forderungen an die Form der Grenzzustandsfunktion gestellt. Während bei FORM und SORM die Grenzzustandsfunktionen mindestens ein- bzw. zweimal differenzierbar sein müssen, können mit Simulationstechniken auch nicht differenzierbare Funktionen verarbeitet werden.

Grundprinzip der Simulationstechnik ist das Erzeugen zufälliger Realisierungen der Variablen  $X_i$  des Grenzzustandes  $g(X)$ , wobei die Zufallszahlen  $X_i$  einer vorgegebenen Verteilungsfunktion folgen. Mit den zufällig erzeugten Parametern  $X_i$  wird die Grenzzustandsfunktion  $g(X)$  berechnet. Bei mehrfacher Wiederholung des Vorgangs wird gezählt, wie oft die zufällige Realisierung von  $g(X)$  im Überlebens- bzw. Versagensbereich liegt. Aus den gezählten Versagensfällen im Verhältnis zur Gesamtzahl der Simulationsläufe ergibt sich die gesuchte Versagenswahrscheinlichkeit.

Das Prinzip der Erzeugung der zufälligen Realisierungen der Basisvariablen mittels Zufallszahlengenerator wird u. a. in [Spaethe 1992] erläutert. Durch die Vorgabe der Funktion, nach der die Zufallszahlen  $X_i$  verteilt sein sollen, werden die Zufallsvariablen stochastisch exakt erfasst [Six 2003].

Die Zufallszahlen werden in die Grenzzustandsfunktion  $g(X)$  eingesetzt. Aus der Berechnung ergibt sich, ob die Struktur für den Zufallsvektor  $\bar{X}$  versagt oder nicht. Versagens- und Überlebensereignisse werden mit einer Indikator- oder Zählfunktion  $I(g(\bar{X}))$  gekennzeichnet [Schuëller 1996]

$$I(g(\bar{X})) = \begin{cases} 1 & \text{wenn } g(\bar{X}) \leq 0 \\ 0 & \text{wenn } g(\bar{X}) > 0 \end{cases} \quad (4.84).$$

Mit (4.84) wird letztlich nur geprüft, ob die Aussage „Versagen“ wahr oder falsch ist. Die Indikatorfunktion (4.84) wird mit dem Faltungsintegral (4.16) verknüpft zu

$$p_f = P(g(\bar{X}) \leq 0) = \int_{V_x} f_x(\bar{X}) dx = \int_{\bar{X}} I(g(\bar{X})) f_x(\bar{X}) dx \quad (4.85).$$

Für die statistische Auswertung kann Gleichung (4.85) als Erwartungswert der Zählfunktion  $I(g(\bar{X}))$  verstanden werden [Schuëller 1996]

$$\int_{\bar{X}} I(g(\bar{X})) f_x(\bar{X}) dx = E[I(g(\bar{X}))] \quad (4.86).$$

Da die Anzahl der Simulationsläufe  $N$  eine Stichprobe der möglichen Ausprägungen von  $\bar{X}$  darstellt, ergeben sich Erwartungswert und Standardabweichung der Indikatorfunktion als Schätzwerte aus der Stichprobe  $N$

$$\text{Erwartungswert } \mu_{p_f} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N I(g(X_j) \leq 0) = \frac{N_f}{N} \quad (4.87),$$

$$\text{Varianz } \sigma_{p_f}^2 = E[(\mu_{p_f} - E[\mu_{p_f}])^2] = (p_f - p_f^2) / N \quad (4.88)$$

mit  $N$  Gesamtzahl der Versuche  
 $N_f$  Zahl der simulierten Versagensfälle  
 $X_j$   $j$ -te Realisierung von  $\bar{X}$  aus  $N$  Simulationen.

Der Schätzwert (4.87) strebt mit wachsender Zahl der Simulationsläufe  $N \rightarrow \infty$  gegen den exakten Wert der Versagenswahrscheinlichkeit.



In dieser allgemeinen Form wird ein großer Nachteil der reinen Monte-Carlo-Simulation für Fragestellungen des Bauwesens offenbar. Die Anzahl der erforderlichen Simulationsläufe ergibt sich aus der Größenordnung der Versagenswahrscheinlichkeit. Die für gesicherte Aussagen erforderliche Versuchszahl ist (s. [Rackwitz 2001-1], [Six 2003])

$$\text{erf}N \gg \frac{1}{p_f} \quad (4.89).$$

Aus den sehr kleinen Versagenswahrscheinlichkeiten im Bauwesen ergeben sich hiermit sehr viele erforderliche Simulationsläufe. Mit den Versagenswahrscheinlichkeiten der Zuverlässigkeitsklassen RC1 bis RC3 nach [DIN EN 1990 (2010)] ergeben sich aus (4.89) die erforderlichen Simulationsläufe:

RC1:	$p_f = 10^{-7}$	$\text{erf}N > 10.000.000$
RC2:	$p_f = 10^{-6}$	$\text{erf}N > 1.000.000$
RC3:	$p_f = 10^{-5}$	$\text{erf}N > 100.000$

Zur Reduktion des Rechenaufwandes wurden verschiedene Abwandlungen der reinen Monte-Carlo-Methode entwickelt, mit denen versucht wird, die Anzahl der erforderlichen Simulationen zu verkleinern. Mit [Faber 2012] kann die Variation der Simulationsergebnisse in Abhängigkeit von der Zahl der Versagensfälle  $N_f$  geschätzt werden zu

$$v = \frac{1}{\sqrt{N_f}} \quad (4.90).$$

Die Anzahl der erforderlichen Simulationsläufe kann durch varianzmindernde Verfahren reduziert werden. Dabei wird versucht, durch Vorinformationen die Streubreite des geschätzten Erwartungswertes  $\mu_{pf}$  (4.87) möglichst klein zu halten. Die Simulation kann dabei so gewichtet werden, dass der Grenzzustand vermehrt im Versagensbereich realisiert wird (Bsp. Importance Sampling [Six 2003]).

So können beispielsweise mit Näherungsverfahren Vorinformationen über die Lage des Bemessungspunktes gewonnen werden. Die Simulation wird dann so konzentriert, dass vermehrt Realisierungen im Bereich des Bemessungspunktes bzw. gerichtet im Versagensbereich auftreten. Insgesamt werden so weniger Simulationsläufe nötig, das Verfahren ist stabiler als die reine Monte-Carlo-Methode [Klingmüller/Bourgund 1992]. Das Grundprinzip ist für den zweidimensionalen Fall in Bild 4.11 dargestellt.

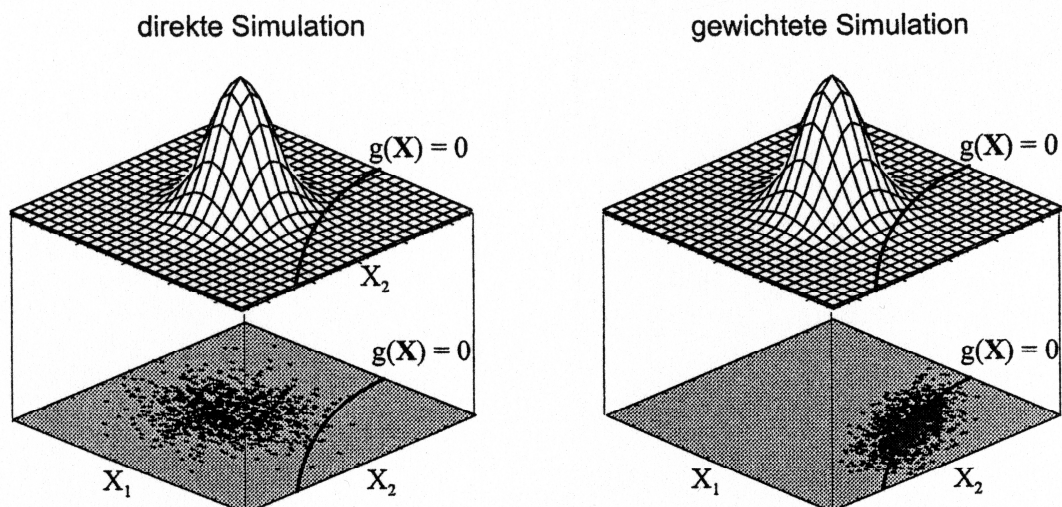
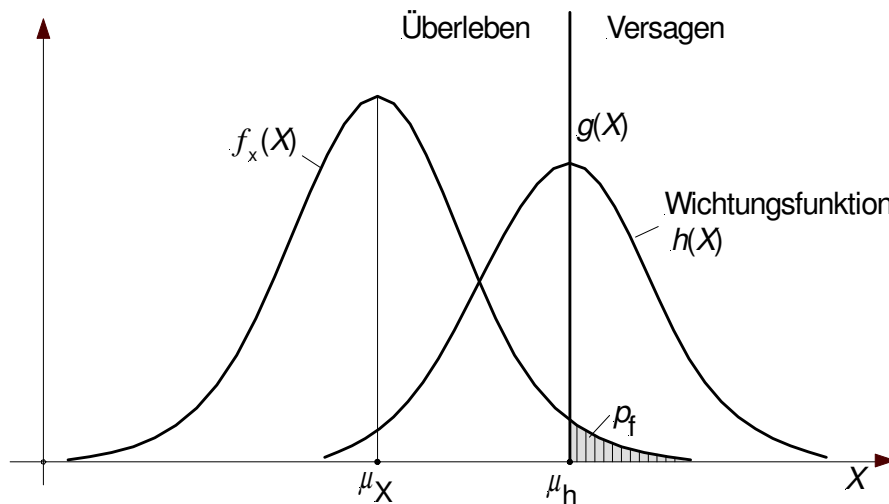


Abb. 4.11: Direkte und gewichtete Monte-Carlo-Simulation (aus [Petryna 2004], S. 153)

Die Konzentration auf den Bemessungspunkt erfolgt durch das Einführen einer Wichtungsfunktion  $h_x(\bar{X})$  in die Integration nach Gleichung (4.85)

$$p_f = \int_{v_x} f_x(\bar{X}) dx = \int_{\bar{X}} I(g(\bar{X})) \frac{f_x(\bar{X})}{h_x(\bar{X})} h_x(\bar{X}) dx \quad (4.91).$$

Der Erwartungswert der Wichtungsfunktion liegt dabei im Bereich des Bemessungspunktes, so dass die Hälfte der Simulationsläufe automatisch im Versagensbereich liegt (Prinzip Bild 4.12).



**Abb. 4.12: Prinzip der gewichteten Simulation für den eindimensionalen Fall (nach [Klingmüller/Bourgund 1992], S. 149)**

Als Schätzwerte aus einer Stichprobe mit  $N$  Simulationsläufen ergeben sich die statistischen Parameter der gesuchten Versagenswahrscheinlichkeit

$$\text{Erwartungswert } \mu_{p_f} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N I(g(\bar{X})) \frac{f_x(\bar{X})}{h_x(\bar{X})} \quad (4.92),$$

$$\text{Varianz } \sigma_{p_f}^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left( I(g(\bar{X})) \frac{f_x(\bar{X})}{h_x(\bar{X})} - \mu_{p_f} \right)^2 \quad (4.93).$$

Die Qualität der gewichteten Simulation ist entscheidend von der Wahl der Wichtungsfunktion  $h_x(\bar{X})$  abhängig. Eine schlechte Auswahl kann den Rechenaufwand auch vergrößern [Six 2003]. Die ideale Wichtungsfunktion ergäbe sich bei Kenntnis der gesuchten Versagenswahrscheinlichkeit [Petryna 2004]

$$h_x(\bar{X}) = I(g(\bar{X})) \cdot f_x(\bar{X}) \cdot \frac{1}{p_f} \quad (4.94).$$

Zur Ermittlung der idealen Wichtungsfunktion nach Gleichung (4.94) muss die Versagenswahrscheinlichkeit eigentlich schon bekannt sein. Hier sind als Vorinformation Näherungswerte der Versagenswahrscheinlichkeit hilfreich, die mit anderen Verfahren gewonnen wurden. In der Literatur werden verschiedene varianzmindernde Simulationsverfahren behandelt, die die Wichtung der Simulation im Versagensbereich auf unterschiedliche Weise vornehmen. Einige Verfahren nähern sich dabei schrittweise dem Bemessungspunkt an und können so auf Vorinformationen verzichten.

In der Literatur werden mehrere Simulationstechniken genannt, mit denen die Anzahl der Simulationsläufe reduziert werden soll. Laut [Petryna 2004] ist die Vielzahl der Verfahren einer parallelen Entwicklung geschuldet. Vor- und Nachteile der jeweiligen Verfahren sind im Zusammenhang mit dem Versagensmodell und der angestrebten Versagenswahrscheinlichkeit zu werten [Hausmann 2007]. Als varianzmindernde Simulationstechniken werden genannt:

- *importance sampling* (IS)
- *importance sampling using design points* (ISPUD)  
(Verbindung von Iterationsverfahren und Bestimmung des Bemessungspunktes)
- *adaptive importance sampling* (AIS)  
(schrittweise Verbesserung der Wichtungsfunktion durch neue Informationen)
- *stratified sampling* (bei wenigen dominanten Basisvariablen)
- *Latin-Hypercube Sampling* (LHS) (Weiterentwicklung des stratified sampling)
- *directional sampling* (mit Polarkoordinaten),
- *antithetic variates*
- *simulation based reliability assessment* (SBRA) [Marek et al. 1998]
- kontrollierte MC-Simulationen: *double&clump* (D&C, Verdoppeln der Simulationen in der Nähe des Versagensbereichs, Halbieren im "unwichtigen" Bereich), *russian roulette and splitting* (RR&S, "abschießen"/ "klonen" einzelner Simulationen), *phase-space-controlled simulation* (Wichtung nach Nähe des Simulationsergebnisses zum Bemessungspunkt) [Petryna 2004]

Genauere Informationen zu Simulationsverfahren enthalten z. B. [Augusti et al. 1984], [Schuëller 1996], [Dey/Mahedevan 1998], [Marek et al. 1998], [Melchers 1999], [Six 2003], [Petryna 2004]. In [Hausmann 2007] wird das *Latin-Hypercube sampling* zur Bestimmung der Verformung vorgespannter Flachdecken verwendet.

#### 4.3.7) Stochastische Finite Elemente

Ein spezieller Anwendungsfall ist die Verknüpfung der Finite-Elemente-Methode mit zuverlässigkeitstheoretischen Überlegungen. Die Berechnungen dieser Arbeit stützen sich auf FORM- und SORM-Algorithmen, die vergleichend mit Simulationstechniken überprüft werden. Insofern wird die Stochastische Finite Elemente Methode (SFEM) hier nur knapp vorgestellt.

Die stochastische Finite Elemente Methode stellt eine Weiterentwicklung der klassischen FEM dar. Hierbei werden die stochastischen Eigenschaften der streuenden Parameter und die Korrelation der Zufallsgrößen in die FE-Berechnung implementiert. Die Systemantwort ergibt sich damit ebenfalls als zufällige Größe. Die Methodik kann mit dynamischen und nicht linearen Verfahren verknüpft werden. Insgesamt ist das Verfahren mit hohem Rechenaufwand verbunden.

Die Strukturparameter werden nicht mehr durch Zufallsvariable  $X_i$  dargestellt, sondern als Zufallsfelder modelliert. Damit können räumliche und zeitliche Abhängigkeiten der Streuwerte berücksichtigt werden. Ein Zufallsfeld ist eine kontinuierliche stochastische Funktion der Raumkoordinaten  $X = \{x_1, x_2, x_3\}$  [Petryna 2004]. Ein Zufallsfeld wird durch die Verteilungsfunktion und deren Parameter Mittelwert und Varianz sowie die Korrelationen innerhalb des Zufallsfeldes charakterisiert. Mit Homogenität und Isotropie können zusätzlich Abstands- und Richtungsabhängigkeit der statistischen Parameter ausgedrückt werden [Schuëller 1996]. In den Knoten des FE-Netzes werden die Zufallsfelder als Zufallsvektoren diskretisiert.

Als Berechnungsverfahren stehen semi-analytische Methoden (Berechnung von Mittelwert und Varianz der Systemantwort auf Grundlage von Reihenentwicklungen) und Simulationsverfahren (s. Abschnitt 4.3.6) zur Verfügung. Ferner kann SFEM mit den Zuverlässigkeitsverfahren FORM / SORM verknüpft werden.

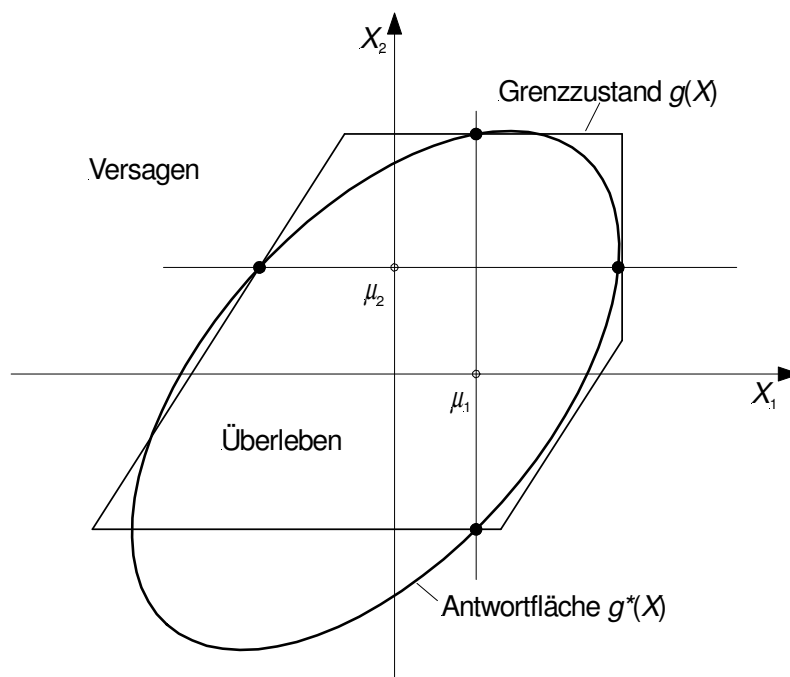
Ausführliche Informationen zur SFEM sind z. B. in [Sarras 1990], [Teigen et al. 1991], [Schuëller 1996], [Matthies et al. 1997], [Petryna 2004] aufgeführt. Das Verfahren wurde z. B. von [Neuenhofer 1993] und [Vismann 1995] in Verbindung mit nichtlinearen Analysen angewandt. Bei beiden Arbeiten erfolgt eine Verknüpfung der FE-Berechnungen mit der FORM-Analyse.

### 4.3.8) Antwortflächenverfahren

Das Antwortflächenverfahren (AFV) bzw. Response-Surface-Method (RSM) stammt ursprünglich aus der Versuchsplanung [Rackwitz 1985]. Es wurde schon länger in Chemie, Biologie und den Wirtschaftswissenschaften eingesetzt ([Klingmüller/Bourgund 1992], [Schuëller 1996]) und wird seit etwa Ende der 1980er Jahre auch für die Beurteilung der Zuverlässigkeit von Bauwerken angewandt [Petryna 2004].

Es eignet sich zum Lösen besonders komplexer Fragestellungen. Hierzu gehören beispielsweise Probleme mit Grenzzustandsfunktionen, die nur schwierig explizit dargestellt werden können oder nicht differenzierbar sind. Ein typischer Anwendungsfall sind auch Problemstellungen, bei denen der Versagensbereich von mehreren Grenzzustandsfunktionen eingegrenzt wird (Bsp. Systeme).

In solchen Fällen kann eine Näherung für den realen Grenzzustand entwickelt werden. Statt des Grenzzustands  $g(X)$  wird eine Antwortfläche  $g^*(X)$  gebildet. Die Antwortfläche berührt den Grenzzustand  $g(X) = 0$  in einigen Punkten, die zunächst schrittweise gesucht werden. Der übrige Bereich der Antwortfläche ist zumeist eine quadratische Näherung an den Grenzzustand  $g(X)$ . Die Berührungspunkte von Antwort- und Grenzzustandsfläche können iterativ mittels FE-Berechnung bestimmt werden.



**Abb. 4.13: Prinzip Näherung der Antwortfläche  $g^*(X)$  an den Grenzzustand  $g(X)$  für  $n = 2$  Zufallsvariable (nach [Schuëller 1996], S. 40)**

Nach iterativer Bestimmung diskreter Punkte der Antwortfläche wird die Grenzzustandsfunktion als Polynom durch diese Punkte genähert. Mit [Schuëller 1996] kann die Näherung der Antwortfläche als Polynom 2. Ordnung erfolgen

$$g^*(\bar{X}) = a_0 + \sum_{i=1}^n b_i x_i + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n d_{ij} x_i x_j \quad (4.95)$$

- mit  $n$  Anzahl der Zufallsvariablen im Vektor  $\bar{X}$
- $x_i$  Realisierungen des Vektors  $\bar{X}$
- $a_0, b_i, d_{ij}$  gesuchte Koeffizienten der Antwortflächenfunktion .

Die Anzahl der vorab zu bestimmenden Punkte der Grenzzustandsfunktion  $n_p$  ergibt sich dabei aus der Zahl der Zufallsvariablen  $n$  mit

$$n_p = n + \frac{n(n+1)}{2} \quad (4.96).$$

Die Versagenswahrscheinlichkeit ergibt sich aus der Integration über die Antwortfläche. Das Faltungsintegral nach Gleichung (4.16) wird über dem Versagensbereich von  $g^*(\bar{X})$  gebildet

$$p_f = p(g^*(\bar{X}) \leq 0) = \int_{g^*(\bar{X}) \leq 0} f_x(\bar{X}) dx \quad (4.97).$$

Die Lösung des Integrals kann mit den o. g. Methoden erfolgen. [Schuëller 1996] empfiehlt die Anwendung von Simulationsverfahren (Abschnitt 4.3.6).

Ein Vorteil des Verfahrens ist die Rückführung eines komplexen Versagenskriteriums in eine mathematisch handhabbare Funktion, die ohne zusätzlichen Aufwand mit den üblichen Zuverlässigkeitsmethoden weiter behandelt werden kann. Nachteilig kann die ggf. unzureichende Näherung der Antwortfläche an den tatsächlichen Grenzzustand sein. Der Fehler aus der Näherung kann nicht abgeschätzt werden. Nachteilig ist ferner der große Rechenaufwand. So kann sich die Suche nach den relevanten Punkten des Grenzzustandes als sehr aufwendig erweisen. Der Berechnungsaufwand ist von der gewünschten Genauigkeit der Näherung an die Grenzzustandsfunktion und der Anzahl der berücksichtigten Zufallsvariablen  $X_i$  abhängig [Schuëller 1996]. [Petryna 2004] schätzt das Verfahren für eine Variablenzahl  $n < 20$  noch als praktikabel ein. Bei vielen Basisvariablen sind Simulationsverfahren ggf. besser geeignet.

Ausführliche Informationen zum Antwortflächenverfahren enthalten z. B. [Rackwitz 1982], [Klingmüller/Bourgund 1992], [Schuëller 1996], [Melchers 1999], [Petryna 2004]. Die Verbindung mit nicht linearen deterministischen Berechnungen zeigen z. B. [Möller et al. 2000]. Das Verfahren wird in [Johannis 1999] für die Beurteilung der Wirtschaftlichkeit nicht linear bemessener Stahlbetonbauteile verwendet.

### 4.3.9) Optimierungsverfahren (Level IV)

#### 4.3.9.1) Allgemein

In Erweiterung der klassischen Zuverlässigkeitsmethoden der Stufen I bis III werden in Stufe IV ökonomische Aspekte in die Zuverlässigkeitsbetrachtungen einbezogen. Hierbei wird unter Berücksichtigung der Kosten (Bau, Erhaltung, Versagen) und des Nutzens die Versagenswahrscheinlichkeit bestimmt, bei der die Gesamtkosten minimal werden. Damit wird aus der klassischen Bewertung der Zuverlässigkeit ein Optimierungsproblem. Die Aufgabe lässt sich auch als Risikoproblem formulieren. Hierbei wird eine Risikofunktion minimiert, die sich aus dem Produkt der Versagenswahrscheinlichkeit mit der Summe aus Bau-, Erhaltungs- und Schadenskosten ergibt.

Derartige Kosten-Nutzen-Betrachtungen sind prinzipiell geeignet, angemessene Zielniveaus der Zuverlässigkeit bzw. Erhaltungsstrategien für bestehende Konstruktionen herzuleiten. Entsprechende Empfehlungen werden in [JCSS 2001-04] formuliert. Die erste Norm für die Bewertung bestehender Konstruktionen [SIA 269 (2011)] bezieht die Kosten-Nutzen-Optimierung in die Bewertung der Verhältnismäßigkeit sicherheitsbezogener Erhaltungsmaßnahmen ein. In [Frangopol et al. 2001] und [Bergmeister et al. 2007] werden Kostenoptimierungen in die Maßnahmenplanung zur Überwachung von Brücken und Tunnelbauwerken integriert.

In allgemeinerer Form sind Risikoüberlegungen auch in den Festlegungen differenzierter Zielzuverlässigkeiten in [DIN 1055-100 (2001)] bzw. [DIN EN 1990 (2010)] sowie in der VDI-Richtlinie zur regelmäßigen Überprüfung der Sicherheit baulicher Anlagen [VDI 6200 (2010)] enthalten. Hierbei werden Bauwerke nach möglichen Schadensfolgen klassiert, sicherheitsrelevante Maßnahmen sind dann an der Klassierung auszurichten. Die risikobasierte Bauwerksklassierung wird bereits in den Grundlegendendokumenten [NABau 1981] und [Spaethe 1988] verfolgt. Allerdings ist hiermit keine direkte risikobasierte Optimierung verbunden. Vielmehr werden angemessene Sicherheitsbeiwerte bzw. Überwachungsstrategien aus der Klassierung definiert.

### 4.3.9.2) Optimierungsaufgabe

Die Optimierungsaufgabe lässt sich auf Basis der Kostenfunktion als Minimierungsproblem (Bild 4.14) formulieren

$$Z_C(\bar{P}) = C_B(\bar{P}) + C_I(\bar{P}) + C_F(\bar{P}) \rightarrow \min \quad (4.98)$$

mit  $Z_C(\bar{P})$  = Zielfunktion Kostenminimierung

$\bar{P}$  = Vektor der Bemessungsparameter, mit denen Kosten und Zuverlässigkeit gesteuert werden (auch „Entscheidungsvektor“, [Plate 1993])

$C_B(\bar{P})$  = Baukosten

$C_I(\bar{P})$  = Instandhaltungskosten

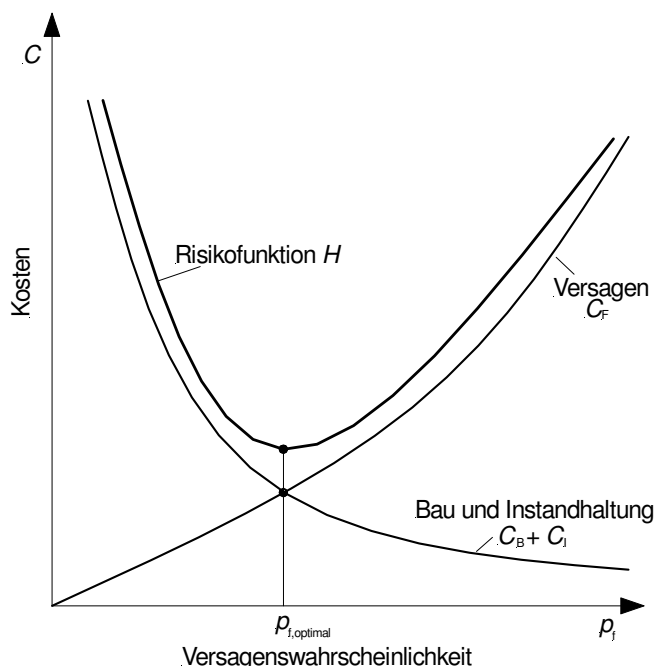
$C_F(\bar{P})$  = Schadenskosten bei Versagen .

Mit [Petryna 2004] kann eine Formulierung der Optimierungsaufgabe auf Grundlage der Risikofunktion erfolgen

$$H(\bar{P}) = p_f(T) \cdot (C_B(\bar{P}) + C_I(\bar{P}) + C_F(\bar{P})) \rightarrow \min \quad (4.99)$$

mit  $H(\bar{P})$  = Risikofunktion

$p_f(T)$  = Versagenswahrscheinlichkeit über die betrachtete Lebensdauer  $T$  .



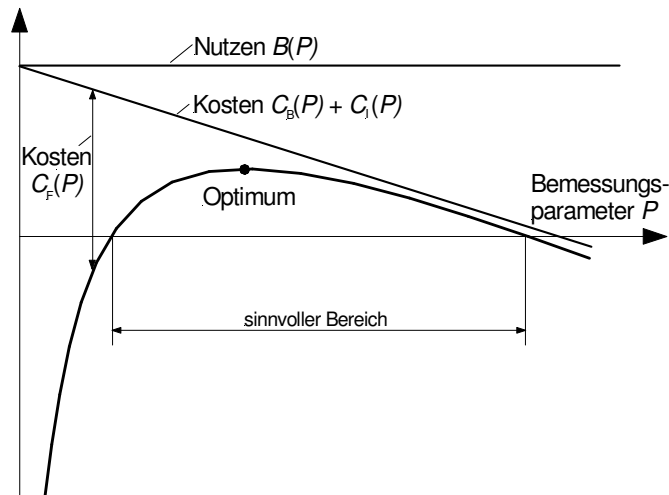
**Abb. 4.14: optimale Versagenswahrscheinlichkeit in Abhängigkeit von den Kosten**  
(nach [Petryna 2004], S. 148 und [Klingmüller/Bourgund 1992], S. 25)

Die Betrachtung lässt sich erweitern durch eine Zielfunktion, welche auch den erwarteten Nutzen einer baulichen Anlage in die Berechnung einbezieht (Bild 4.15). Die Zielfunktion lautet dann [Rosenblueth/Mendoza 1971]

$$Z_{BC}(\bar{P}) = B(\bar{P}) - (C_B(\bar{P}) + C_I(\bar{P}) + C_F(\bar{P})) \rightarrow \max \quad (4.100)$$

mit  $Z_{BC}(\bar{P})$  = Zielfunktion Nutzenmaximierung

$B(\bar{P})$  = Nutzen aus Existenz der baulichen Anlage.



**Abb. 4.15: Kosten und Nutzen in Abhängigkeit von den Bemessungsparametern  $P$**   
(nach [JCSS 2001-04], S. 67)

Mit [Plate 1993] kann die Risikoformulierung (4.99) verallgemeinert und direkt mit der Wahrscheinlichkeitsformulierung Gleichung (4.16) verknüpft werden. Dabei werden Kosten und Nutzen in einer entscheidungsabhängigen Konsequenzfunktion zusammengefasst und mit der Versagenswahrscheinlichkeit (4.16) multipliziert. Es ergibt sich damit das entscheidungsabhängige Risiko

$$H(\bar{P}) = \int K(\beta|\bar{P})f_{\beta}(\beta|\bar{P})d\beta \rightarrow \min \quad (4.101)$$

mit  $K(\beta|\bar{P}) =$  Konsequenzfunktion (Kosten, Nutzen, Gefahren in Abhängigkeit von der Zuverlässigkeit, die mit den Bemessungsparametern  $\bar{P}$  erreicht wird).

Da die Versagenswahrscheinlichkeit (4.16) auf eine bestimmte Lebensdauer bezogen wird, ist die geplante Lebensdauer bereits in der Optimierung nach Gleichung (4.101) enthalten. Damit wird das Problem zunächst als zeitinvarianter Fall behandelt.

Darüber hinaus sind zeitvariante Formulierungen möglich, Informationen hierzu enthält z. B. [JCSS 2001-04].

Die Optimierungsaufgabe wird als Entscheidungsproblem zu einem bestimmten Ausgangszeitpunkt gelöst. Vom Anfangszeitpunkt  $t = 0$  ausgehend sind die Zinsen über die betrachtete Zeitspanne in die Überlegungen mit einzubeziehen. Mit [JCSS 2001-04] wird die Kapitalisierung abgeschätzt zu

$$\delta(t) = \exp(-r \cdot t) \quad (4.102)$$

mit  $t =$  Zeiteinheit  
 $r =$  Zinssatz .

Der Nutzen der Konstruktion  $B(T)$  über den Zeitraum  $T$  ergibt sich unter Berücksichtigung der kontinuierlichen Verzinsung zu

$$B(T) = \int_0^T b(t) \cdot \delta(t) dt \quad (4.103)$$

mit  $b(t)dt =$  Nutzen der baulichen Anlage in Zeiteinheit  $dt$   
 $\delta(t) =$  Verzinsung gemäß (4.102).

Vom Anfangszeitpunkt  $t = 0$  ergeben sich die Versagenskosten zu

$$C_F(T) = C_F \cdot \delta(t) \tag{4.104}$$

mit  $C_F$  = unverzinsten Versagenskosten zum Zeitpunkt  $t = 0$ .  
Die Instandhaltungskosten  $C_I$  wären sinngemäß zu verzinsen.

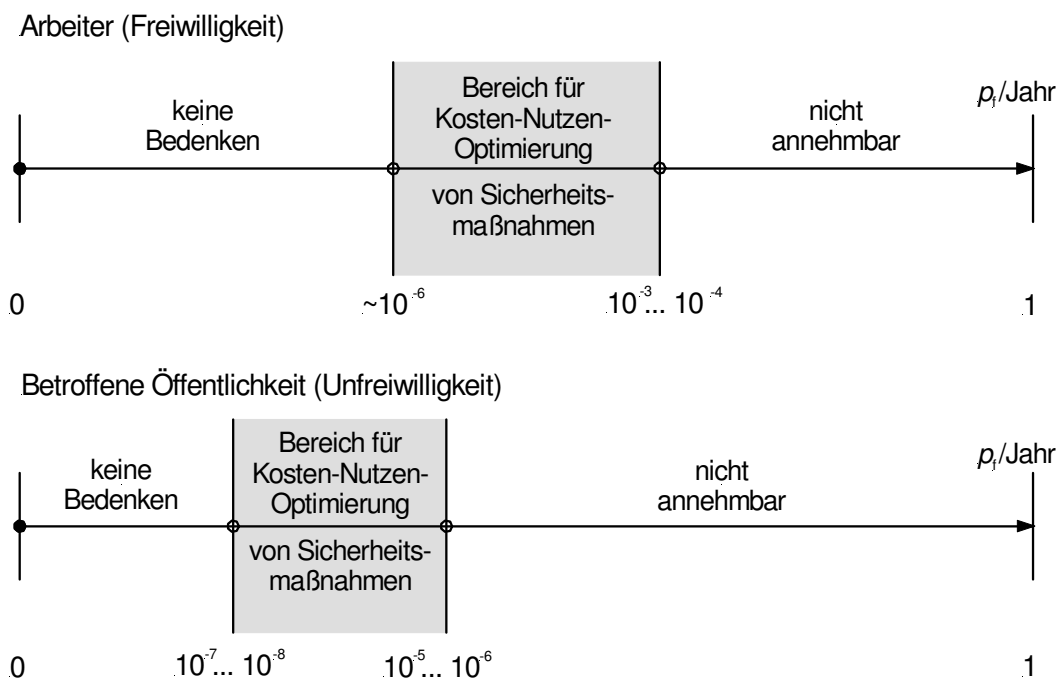
Weiterführende Informationen zu zuverlässigkeitsbasierten Kosten-Nutzen-Analysen für bestehende Konstruktionen können [JCSS 2001-04] entnommen werden. Zusätzlich informieren [Rackwitz 2001-1], [Spaethe 1992], [Ditlevsen 1997], [fib 22 (2003)].

**4.3.9.3) Zur Berücksichtigung der Sicherung von Menschenleben in Risikobetrachtungen**

Die rein auf Kosten basierenden Optimierungsbetrachtungen vernachlässigen zunächst nicht quantifizierbare Verluste von Leben und kulturellen Gütern [Spaethe 1992], [Plate 1993]. Verschiedentlich wird versucht, derartige Qualitäten mit Zahlen zu hinterlegen, um sie in die Optimierungsrechnung direkt einbeziehen zu können.

So wird beispielsweise in der Schweizerischen Norm [SIA 269 (2011)] ein Kennwert zur Beurteilung der Effizienz sicherheitsbezogener Erhaltungsmaßnahmen eingeführt. Dabei werden die Kosten der Risikoreduktion ins Verhältnis gesetzt mit den Kosten der Tragwerkssicherung. Die Anzahl der zu schützenden Personen kann in die Rechnung einbezogen werden, wobei einem geretteten Menschenleben ein Geldwert von 3 bis 10 Millionen Schweizer Franken zugeordnet wird. Nach den so ermittelten Effizienzkennwerten werden auch die Zuverlässigkeitszielwerte der Normenreihe SIA 269 klassiert.

Andere Ansätze definieren im Hinblick auf die Sicherung von Menschenleben einen Höchstwert der akzeptierten Versagenswahrscheinlichkeit, der durch die Optimierungsrechnung nicht überschritten werden darf (z. B. [Steenbergen/Vrouwenvelder 2010], [Vrouwenvelder/Scholten 2010]). Hiermit wird eine Nebenbedingung der Optimierung eingeführt. [Steenbergen/Vrouwenvelder 2010] erarbeiten einen Vorschlag für die akzeptierte Versagenswahrscheinlichkeit im Hinblick auf die menschliche Sicherheit in Relation zu alltäglichen Gefahren wie Autofahren etc.. Die Nebenbedingung der Optimierung kann so mit Statistiken zu üblichen Sterbewahrscheinlichkeiten begründet werden, wie sie z. B. in [Proske 2004] zusammengeführt sind. Die so begründeten Akzeptanzgrenzen in [Steenbergen/Vrouwenvelder 2010] liegen deutlich über den operativen Versagenswahrscheinlichkeiten von Bauwerken.



**Abb. 4.16: Intervalle für Kosten-Nutzen-Optimierung von Sicherheitsmaßnahmen nach [Paté-Cornell 1994]**



In [Paté-Cornell 1994] wird im Zusammenhang mit der Diskussion von Sicherheitszielen für Industrieanlagen ein Wahrscheinlichkeitsintervall angegeben, in dem Kosten-Nutzen-Optimierungen angewandt werden sollten. Die Intervallgrenzen werden dabei differenziert für Arbeiter innerhalb der Industrieanlage und der von Schaden der Anlage betroffenen Öffentlichkeit angegeben, wobei für die direkt betroffenen Arbeiter höhere Risiken akzeptiert werden (Bild 4.16). Die niedrigeren Akzeptanzgrenzen für die Öffentlichkeit werden mit der unfreiwilligen Inkaufnahme der Gefahr begründet. Die Schwellwerte werden aus einer Diskussion über verschiedene Risiken und Sicherheitsstandards in Industrieländern hergeleitet.

Zur schwierigen Frage, welche Gefahren jeweils als akzeptabel zu bewerten sind, gibt es diverse Diskussionen in der Literatur. Wie in [Paté-Cornell 1994] spielt dabei oft die Frage der Freiwilligkeit eine wichtige Rolle (z. B. [Ellingwood 2001]). In [Matousek/Schneider 1983] wird eine Matrix mit Beispielen akzeptierter Risiken aufgestellt (Bild 4.17), in der die Freiwilligkeit mit berücksichtigt wird. Das Risiko eines Tragwerksversagens wird darin der niedrigsten Akzeptanzgrenze zugeordnet (Nutzung unfreiwillig bzw. zwangsläufig und keine Möglichkeit zur eigenen Gefahrenabwehr).

Freiwilligkeit des Betroffenen bei der Aktivität		100%				
		volle	mittlere	keine		
Freiwilligkeit des Betroffenen bei der Aktivität	volle	$10^{-4}$ z.B. Versagen von Sportgeräten	$0,5 \cdot 10^{-3}$ z.B. Unfall beim Fußball	$10^{-3}$ z.B. Selbstunfall beim Waldlauf		
	mittlere	$0,5 \cdot 10^{-4}$ z.B. Flugzeugabsturz	$10^{-4}$ z.B. Zusammenstoß im Autoverkehr	$0,5 \cdot 10^{-3}$ z.B. Selbstunfall in der Arbeit		
	keine	$10^{-5}$ z.B. Tragwerkeinsturz	$0,5 \cdot 10^{-4}$ z.B. Unfall bei der Anwendg. von Haushalteinrichtg.	$10^{-4}$ z.B. Selbstunfall bei der Militärübung		
		0%	keine	mittlere	volle	100%
		Möglichkeit der Risikoabwehr durch adäquates Handeln des Betroffenen				

**Abb. 4.17: akzeptierte Risiken (Todesfallwahrscheinlichkeit / Jahr) in Abhängigkeit von Freiwilligkeit und Möglichkeit zur Gefahrenabwehr (aus [Matousek/Schneider 1983], S. 4)**

Weitere Überlegungen zur Integration von Fragen menschlicher Sicherheit in die ökonomischen Betrachtungen stützen sich auf soziale Indikatoren, d. h. auf statistisch begründete Rückschlüsse auf Fragen der Lebensqualität. Ansätze werden in [JCSS 2001-04] angesprochen. Weitere Diskussionen hierzu enthalten z. B. [Allen 1981], [Rackwitz 1981-1], [Lind 1994], [Paté-Cornell 1994], [Rackwitz 2001-02].

[Klingmüller/Bourgund 1992] warnen in diesem Zusammenhang zu Recht vor einer rein ökonomischen Betrachtung und der Verknüpfung von Personenschäden mit äquivalenten Geldwerten, da sich so schnell Entscheidungen ergeben können, die von der sozialen Stellung einzelner Personengruppen abhängen.

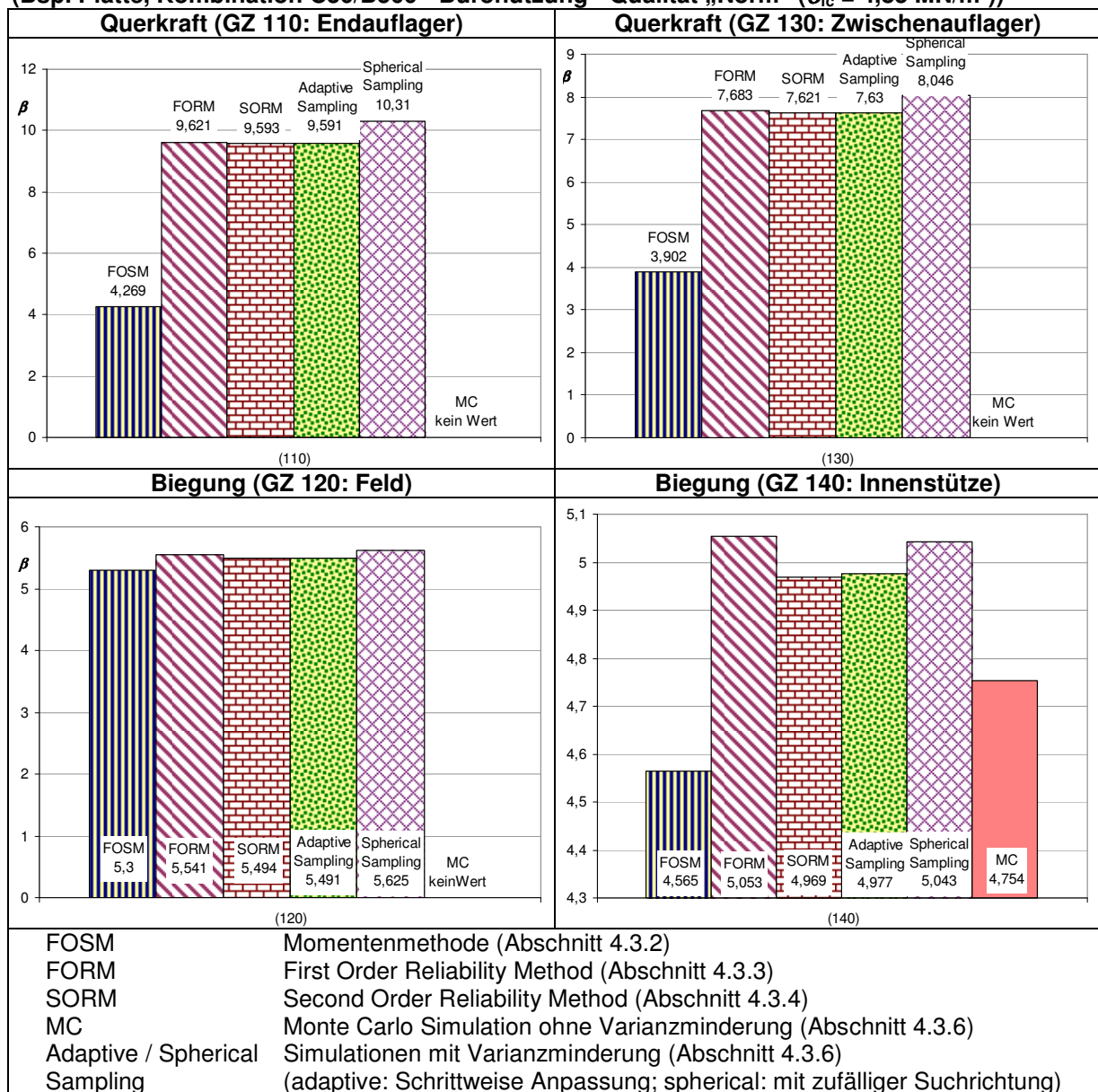
### 4.4) Vergleich

Zur Bewertung der Genauigkeit der verschiedenen Lösungsverfahren in Abschnitt 4.3 erfolgt hier ein kurzer Vergleich. Der Vergleich zielt auf die hier vorzunehmenden probabilistischen Berechnungen. Dazu werden für die Elemente des Erstversagens die Zuverlässigkeitsniveaus mit Level-II und -III-Verfahren ermittelt und gegenübergestellt (zu den Grenzzuständen und stochastischen Modellen s. Modellierung in Kapitel 6).

Der Vergleich erfolgt hier für eine ausgewählte Material-Nutzungs-Qualitäts-Kombination. In den anderen hier untersuchten Kombinationen (siehe Kapitel 6 bis 8) ergibt sich die gleiche Tendenz. Insofern ist die Darstellung dieses Abschnitts repräsentativ für die Berechnungen dieser Arbeit.

Die Schlussfolgerungen des Vergleichs sind jedoch nicht auf andere Problemstellungen zu übertragen, da die Qualität der Verfahren immer auch vom Versagensgebiet (Formulierung des Grenzzustandes) und der stochastischen Modellierung abhängt. So kann z. B. in einigen Fällen eine Lösung mit FORM oder SORM unmöglich sein, wenn die Grenzzustandsfunktion nicht mindestens ein- bzw. zweimal differenzierbar ist oder wenn mehrere mögliche Bemessungspunkte existieren.

**Tabelle 4.6: Vergleich verschiedener Zuverlässigkeitsverfahren (Bsp. Platte, Kombination C30/B500 - Büronutzung - Qualität „Norm“ ( $\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2$ ))**



Einen Verfahrensvergleich gibt auch [Klingmüller/Bourgund 1992]. Dabei werden FORM, SORM, Simulationen und Integrationsverfahren miteinander verglichen. Innerhalb der Verfahren werden verschiedene Varianten untersucht (verschiedene Krümmungsnäherung in SORM, unterschiedliche Wichtungen bei der Simulation). Der Grenzzustand wird durch ein Polynom 3. Ordnung gebildet, die Basisvariablen sind darin unabhängig und normalverteilt. Der Verfahrensvergleich wird mehrfach durchgeführt, wobei durch Variation der Koeffizienten die Anteile der quadratischen und kubischen Glieder des Grenzzustands verändert werden. Für die so variierte Grenzzustandsgleichung zeigen die Verfahren jeweils unterschiedliche Abweichungen zum exakten Ergebnis. Das unterstreicht, dass Ergebnisse einer Vergleichsrechnung nicht allgemein auf andere Problemstellungen (hier: Formulierungen des Grenzzustandes) übertragbar sind. Aus den Angaben in [Klingmüller/Bourgund 1992] wird allgemein deutlich, dass bei stärkerer Krümmung des Grenzzustandes die Abweichungen der Näherungsverfahren größer werden.

Der Vergleich für die Grenzzustände dieser Arbeit zeigt, dass die Näherungen in FORM und SORM sowie die exaktere Berechnung mit gewichteter Simulation sehr dicht zusammen liegen. Abweichungen in der Größenordnung des Beispiels in [Klingmüller/Bourgund 1992] sind nicht zu beobachten. Insofern können die Level-II-Methoden FORM und SORM hier als hinreichend genau bewertet werden.

Erkennbar ungenügend sind die Ergebnisse nach der Momentenmethode, welche die tatsächliche Verteilungsfunktion der Basisvariablen vernachlässigt. Die Ergebnisse weichen deutlich von denen der anderen Verfahren ab. Die Zuverlässigkeit wird deutlich kleiner eingeschätzt.

Unzureichend sind auch die Ergebnisse der reinen Monte-Carlo-Simulation (MC) ohne Varianzminderung. Alle drei getesteten Simulationsverfahren wurden mit der gleichen Stichprobenzahl geprüft ( $n = 1.000.000$ ). Dabei zeigt sich in den meisten Fällen, dass mit MC kein Ergebnis gefunden wird, das heißt, die Versagenswahrscheinlichkeit wird zu Null eingeschätzt. Das ist ein Hinweis darauf, dass für die sehr kleine Versagenswahrscheinlichkeit der Stichprobenumfang für MC noch zu klein war und damit zu wenige Realisierungen im Versagensbereich lagen (s. Abschnitt 4.3.6) zum erforderlichen Stichprobenumfang in MC).

Für die Simulationen wurden insgesamt deutlich längere Rechenzeiten beansprucht. Das Verhältnis der Rechenzeiten kann Tabelle 4.7 entnommen werden. Darin wurde die je Verfahren erforderliche Zeit ins Verhältnis zum Aufwand der FORM-Analyse gesetzt. Der Aufwand der Level-II-Verfahren ist hingegen vergleichbar.

**Tabelle 4.7: Vergleich der Rechenzeiten verschiedener Zuverlässigkeitsmethoden (Bezug Beispielrechnung in Tabelle 4.6)**

Grenz-zustand	Level-II-Verfahren			Level-III-Verfahren		
	FOSM	FORM	SORM	Adaptive Sampling	Spherical Sampling	MC
(110)	1	1	1,13	338	739	333
(120)	1,05	1	1,07	329	903	323
(130)	1	1	1,04	293	685	288
(140)	1	1	1,07	312	712	308

Tabellenwerte = Verhältnis (Rechenzeit des jeweiligen Verfahrens) : (Rechenzeit mit FORM)

#### 4.5) Zusammenfassung

Die Angaben zur Zuverlässigkeit von Elementen lassen sich wie folgt zusammenfassen:

- Die Wahrscheinlichkeit des Versagens nach einem *Grenzzustand* ergibt sich nach Anzahl der Zufallsvariablen im Grenzzustand als  $n$ -dimensionales Problem. Im  $n$ -dimensionalen Raum trennt der Grenzzustand Versagens- und Überlebensbereich der Verbundverteilungsdichte aller Zufallsgrößen.
- Die *Versagenswahrscheinlichkeit* ergibt sich aus der Integration über den Versagensbereich. Das  $n$ -dimensionale Faltungsintegral ist i. d. R. nicht geschlossen lösbar. Zur Lösung stehen verschiedene Zuverlässigkeitsverfahren zur Verfügung.
- Die *Methoden der Zuverlässigkeitstheorie* werden in vier Stufen klassiert:
  - Level I semi-probabilistisch (Nachweise mit Teilsicherheitswerten)
  - Level II Näherungsverfahren (Suche des Bemessungspunktes)
  - Level III Simulationsverfahren (experimentelle Bestimmung der Versagenswahrscheinlichkeit)
  - Level IV Optimierungsverfahren (Suche nach ökonomisch optimaler Zuverlässigkeit)
- In *Level I* werden die Nachweisverfahren mit Teilsicherheitsbeiwerten zusammengefasst. Die Methodik gehört nur bedingt zur Zuverlässigkeitstheorie. Die Teilsicherheitsbeiwerte der Normen wurden an einer akzeptierten Versagenswahrscheinlichkeit kalibriert. Der Zielwert wurde aus dem Niveau früherer Normen hergeleitet und gilt für Neubau.
- In *Level II* werden Verfahren zusammengefasst, mit denen der Bemessungspunkt iterativ gesucht wird (FORM, SORM). Im Standardraum ist der Bemessungspunkt der Punkt des Grenzzustandes mit der größten Wahrscheinlichkeitsdichte. Der Abstand zum Ursprung gibt die Zuverlässigkeit  $\beta$ , die Lage des  $\beta$ -Vektors im Raum wird durch die Sensitivitäten  $\alpha_i$  definiert. Die Sensitivitäten verdeutlichen den Einfluss der Basisvariablen auf das Zuverlässigkeitsniveau. In FORM wird der Grenzzustand durch eine lineare Funktion genähert, SORM nähert die Krümmung des Grenzzustandes. Die Versagenswahrscheinlichkeit wird äquivalent aus dem Bemessungspunkt bestimmt. Die ebenfalls zu Level-II gehörende Momentenmethode (FOSM) ergibt eine grobe Näherung des  $\beta$ -Wertes
- Zu *Level III* gehören Simulationsverfahren, mit denen zufällige Realisierungen des Elementzustandes (Versagen / Überleben) erzeugt werden. Die statistische Auswertung vieler Versuche ergibt die Versagenswahrscheinlichkeit. Die reine Monte-Carlo-Simulation erfordert bei kleinen Versagenswahrscheinlichkeiten sehr große Stichprobenumfänge. Zur Reduktion der erforderlichen Experimente existieren verschiedene varianzmindernde Simulationsverfahren. Hierbei wird versucht, die zufälligen Elementzustände im Versagensbereich zu konzentrieren. Simulationsverfahren ergeben einen vergleichsweise genauen Wert der Versagenswahrscheinlichkeit. Der Bemessungspunkt und Sensitivitäten werden nicht bestimmt. Das Zuverlässigkeitsniveau ergibt sich äquivalent aus der simulierten Versagenswahrscheinlichkeit. Zu Level III gehören auch numerische Integrationsverfahren, zur Bestimmung der Versagenswahrscheinlichkeit tragender Bauteile sind sie i. d. R. nicht praktikabel.
- In *Level IV* wird ein ökonomisch vertretbares Zuverlässigkeitsniveau aus einer Kosten-Nutzen-Optimierung gesucht. Dabei wird der ökonomische Nutzen einer Konstruktion mit den Kosten für Bau, Erhaltung und mögliche Schadensfolgen verglichen. Die Methode ergibt einen ökonomisch optimalen Wert der Versagenswahrscheinlichkeit bzw. Zuverlässigkeit. Maßnahmen zur Sicherung von Menschenleben sind zusätzlich zu überlegen. Die Verfahren dienen zur Festlegung von Zielwerten der Norm und für die Erhaltungsplanung wichtiger Ingenieurbauwerke.
- Die Verknüpfung streuender Parameter mit FE-Methoden führt zur stochastischen FE-Methode (*SFEM*). Besonders komplexe Grenzzustandsfunktionen können durch eine Antwortfläche genähert werden (*Antwortflächenverfahren, RSM*). Beide Verfahren eignen sich zur Bestimmung der Versagenswahrscheinlichkeit bei komplexen Aufgabenstellungen und können insofern auch für Systeme angewandt werden. Sie sind mit einem hohen Aufwand verbunden. Die Verfahren werden mit anderen Zuverlässigkeitsmethoden verknüpft.
- Zur Bewertung des Elementversagens kommen insbesondere Level II- und III-Verfahren in Frage. Die Verfahren liefern für die Bewertung der elementaren Grenzzustände dieser Arbeit vergleichbare Werte. Die Simulationsverfahren sind mit deutlich höherem Rechenaufwand verbunden. Die Aussage des *Verfahrensvergleichs* sollte nicht auf andere Fragestellungen übertragen werden.
- Zur Bewertung der Einflüsse einzelner Parameter auf das Zuverlässigkeitsniveau und zur *Herleitung von Teilsicherheitsbeiwerten* aus der Lage des Bemessungspunktes eignen sich die Level-II-Verfahren FORM und SORM.

## Kapitel 5) Zuverlässigkeit von Systemen

### 5.1) Modellierung von Systemen

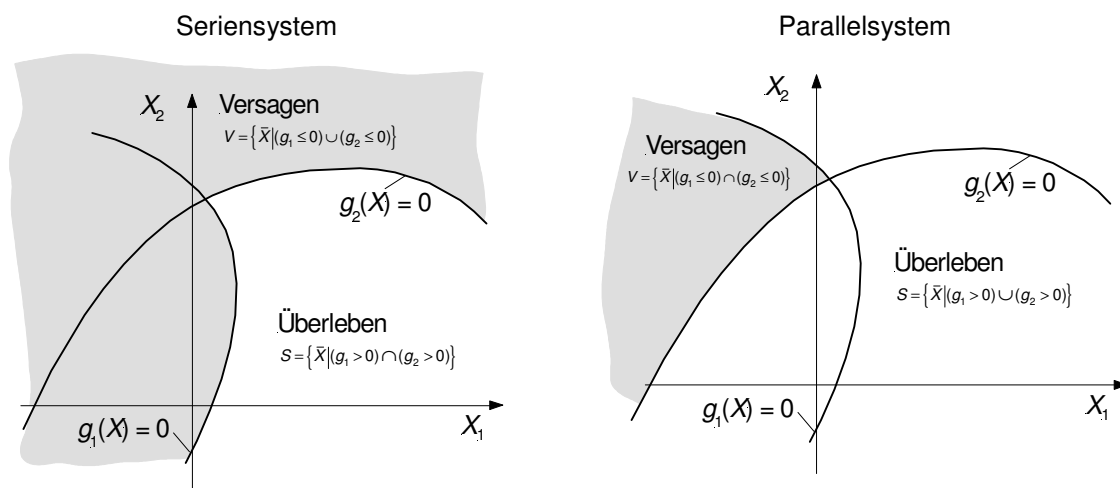
#### 5.1.1) Kombination mehrerer Grenzzustände

Die Formulierung der Versagenswahrscheinlichkeit in Kapitel 4 bezieht sich auf das Nicht-Erfüllen einer einzelnen Anforderung. Mit dem Faltungsintegral nach Gleichung (4.16) wird nur die Wahrscheinlichkeit für das Überschreiten eines Grenzzustands bestimmt. Die Grenzzustandsfunktion beschreibt ein einzelnes Versagenskriterium. Das zugehörige Versagen lässt sich als Elementversagen bezeichnen, das Überleben wird durch die Elementzuverlässigkeit gekennzeichnet.

Mit Element ist dabei nicht zwangsläufig ein Tragwerkselement gemeint, sondern vielmehr das Versagenskriterium selbst. So kann ein Tragelement nach mehreren Kriterien versagen (z. B. Biegung, Querkraft, Normalkraft, Verformung etc.), somit besteht ein Tragelement aus mehreren Versagens-Elementen.

Aus der Kombination verschiedener Versagenselemente entstehen Systeme, die nach mehreren Grenzzuständen versagen können. Versagen und Überleben eines Systems mit mehreren Grenzzuständen wird mit System-Versagenswahrscheinlichkeit  $p_{f,sys}$  und Systemzuverlässigkeit  $\beta_{sys}$  bezeichnet. Da ein Tragelement i. d. R. aus mehreren Versagenselementen besteht, unterscheiden sich gewöhnlich auch Tragsystem und zuverlässigkeitstheoretisches System voneinander.

Das Elementversagen hängt von den stochastischen Parametern der Basisvariablen (Verteilungsfunktion, stochastische Momente, Korrelationen) und der Form des Grenzzustandes (Funktionsgleichung) ab. Die Wahrscheinlichkeit des Systemversagens ist zusätzlich von der Verknüpfung der einzelnen Versagenselemente in einem logischen Netz und deren Korrelation untereinander abhängig. Theoretisch ergibt sich auch die System-Versagenswahrscheinlichkeit aus der Integration über den Versagensbereich des Systems. Schwierig ist hierbei die exakte Bestimmung des Versagensbereiches, da dieser von mehreren Grenzzuständen eingegrenzt wird. Das Integrationsgebiet wird nicht von einer stetigen Funktion bestimmt. Je nach Beziehung der Versagenselemente zueinander (logische Verknüpfung in Parallel- / Seriensystemen / Kombinationen aus beiden Formen) ergeben sich zudem für gleiche Element-Grenzzustände unterschiedliche System-Versagensbereiche (Bild 5.1).



**Abb. 5.1: Versagensgebiet bei Versagen nach mehreren Grenzzuständen**  
**( $n = 2$  Variable,  $m = 2$  Versagenselemente bzw. Grenzzustände)**  
**(nach [Spaethe 1992], S. 171)**

Der Zustand des Systems wird durch die Zustände seiner Elemente bestimmt [Helbig 1987]. Innerhalb eines Systems bestimmt der Vektor der Basisvariablen  $X_i$  das Versagen nach den einzelnen Grenzzuständen. Gemäß Kapitel 4 ergibt sich die Versagenswahrscheinlichkeit je Element nach Anzahl der im Grenzzustand beteiligten Basisvariablen  $n$ -dimensional.

Wird die Anzahl der Versagenselemente in einem System mit  $m$  bezeichnet, so ergibt sich die Versagenswahrscheinlichkeit des Systems aus einer Kombination von  $m$  Grenzzuständen  $g_j(X)$  aus  $n$  Basisvariablen  $X_i$  [Spaethe 1992]

$$\begin{aligned}
 g_1(\bar{X}) &= g_1(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0 \\
 g_2(\bar{X}) &= g_2(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0 \\
 &\vdots \\
 g_m(\bar{X}) &= g_m(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0
 \end{aligned}
 \tag{5.1}$$

Die in der Systemanalyse von Tragwerken zu kombinierenden Grenzzustände beziehen sich i. d. R. auf die Tragfähigkeit, Grenzzustände der Gebrauchstauglichkeit werden gewöhnlich für lokale Elementbetrachtungen formuliert [Kersken-Bradley et al. 1985]. Jeder Grenzzustand kennzeichnet ein Versagenselement. Je nach Struktur des Systems kann ein dominantes Element (Seriensystem) oder die Kombination mehrerer Versagenselemente zum Systemversagen führen (Parallelsystem). Für den Weg zum Versagen eines Systems sind stets mehrere Möglichkeiten denkbar. Die Ausbildung mehrerer möglicher Versagensmechanismen ergibt sich aus [Kersken-Bradley et al. 1985:]

- Erreichen eines Grenzzustands in verschiedenen Situationen (z. B. Lastanordnungen)
- Erreichen unterschiedlicher Grenzzustände (z. B. Biegung, Querkraft, Kippen usw.)
- Erreichen eines Grenzzustandes an verschiedenen kritischen Stellen

Die möglichen Versagensmechanismen eines Systems werden vom Grad der statischen Unbestimmtheit des Tragsystems beeinflusst. Die logische Verknüpfung möglicher Versagensfälle in einem Zuverlässigkeitssystem führt zu Seriensystemen, deren Elemente Subsysteme aus Parallelelementen sind. Jeder mögliche Versagensmechanismus des Systems bildet ein Serielement (Abschnitte 5.2, 5.3). Mit dem Grad der statischen Unbestimmtheit steigen einerseits die Redundanzen, andererseits erhöht sich die Zahl möglicher Versagenswege und damit auch der Rechenaufwand (s. Abschnitte 5.6, 6.1.2).

Die Zuverlässigkeit eines Systems kann als Funktion der Zuverlässigkeit seiner Elemente betrachtet werden. Als Gründe hierfür benennt [Melchers 1999]:

- Aus einer Last können Schnittgrößen in verschiedenen Elementen entstehen.
- Einwirkungen und Widerstände können korreliert sein (bspw. über Bauteilabmessungen).
- Elementeigenschaften wie Festigkeit oder Steifigkeit können im System räumlich korreliert sein.
- Einflüsse aus der Bauausführung können auf mehrere Elemente gleichzeitig wirken.

Aus der Auflistung wird deutlich, dass die Grenzzustände eines Systems nicht unabhängig voneinander sind. Die Korrelation der Versagenselemente erschwert die Berechnung der Systemversagenswahrscheinlichkeit. Die gegenseitige Abhängigkeit der Versagenselemente wird in der Formulierung von Wahrscheinlichkeitsschranken (Abschnitt 5.4) und bei der Suche nach dem globalen Bemessungspunkt des Systems (Abschnitt 5.5.) berücksichtigt.

### 5.1.2) Allgemeine Beschreibung des Versagens mittels System-Strukturfunktion

Der Zustand des Systems wird in [Helbig 1987] aus dem Zustand der Elemente mit einer Booleschen System-Strukturfunktion beschrieben. Die Boolesche Beschreibung des Systemzustandes entspricht einem Ansatz der Sicherheitsplanung technischer Systeme allgemein (Bsp. Automobilbau, Elektrotechnik etc., s. [Rakowsky 2002], [Meyna/Pauli 2003]). In [Helbig 1987] und [Madsen et al. 2006] wird die Boolesche Beschreibung des Systemzustands auch auf Systeme des Bauwesens übertragen.

Hiermit wird zunächst nur eine binäre Aussage getroffen (Versagen / Nicht-Versagen). Wird jeder Grenzzustand  $g_j$  als Element  $v_j$  beschrieben, das entweder versagt oder nicht versagt, dann kann für

den Vektor der Grenzzustände  $\bar{g} = (g_1, g_2, \dots, g_m)$  (5.2)

ein Vektor der Versagenselemente gebildet werden  $\bar{v} = (v_1, v_2, \dots, v_m)$  (5.3)

mit  $v_j = \begin{cases} 1 & \text{Element } v_j \text{ funktionsfähig } (g_j(\bar{X}) > 0) \\ 0 & \text{Element } v_j \text{ ausgefallen } (g_j(\bar{X}) \leq 0) \end{cases}$  (5.4).

Die System-Strukturfunktion ist dann eine Funktion der Versagenselemente

$$\phi(\vec{v}) = \begin{cases} 1 & \text{System funktionsfähig} \\ 0 & \text{System ausgefallen} \end{cases} \quad (5.5)$$

mit den Voraussetzungen

a)  $\phi(v_1, \dots, v_j = 0, \dots, v_m) \leq \phi(v_1, \dots, v_j = 1, \dots, v_m)$  für alle  $j \neq i$

Monotonie der Systemfunktion

b)  $\phi(\vec{v}) = 0$  wenn  $\vec{v} = (0, 0, \dots, 0)$

wenn alle Elemente ausfallen, dann fällt das System aus

c)  $\phi(\vec{v}) = 1$  wenn  $\vec{v} = (1, 1, \dots, 1)$

wenn alle Elemente funktionsfähig sind, dann ist das System funktionsfähig.

Die erstgenannte Voraussetzung bezeichnet die Monotonie der Strukturfunktion. Diese Eigenschaft besagt: wenn ein System bei Ausfall einer Menge von  $M_1$ -Elementen noch funktioniert, dann funktioniert es auch bei Ausfall einer Teilmenge  $M_2 \in M_1$  [Helbig 1987], [Meyna/Pauli 2003].

Mit dieser Strukturfunktion werden Systeme allgemein als binäre monotone Systeme beschrieben. Sowohl für das System als auch für dessen Elemente sind nur zwei Zustände möglich (Versagen / Überleben). Für die Ermittlung der Versagenswahrscheinlichkeit bzw. Zuverlässigkeit von Tragsystemen sind neben der binären Information weitere Angaben notwendig. Mit der binären Beschreibung ist jedoch eine Grundlage der Behandlung des Systemzustandes mittels Boolescher Algebra geschaffen. Die Verknüpfung mehrerer Elemente im System kann damit durch logische Operationen beschrieben werden (Bsp. Vereinigung (ODER) und Schnitt (UND)). Eine Anwendung logischer Operation zur Ermittlung der Versagenswahrscheinlichkeit erfolgt bspw. in Fehler- und Ereignisbaumanalysen (s. Kapitel 6). Mit der Strukturfunktion ist auch eine Grundlage zur Beschreibung wesentlicher Versagenspfade gegeben (Kapitel 6).

Eine Menge von Versagenselementen, die zum Ausfall eines Systems führt, kann in einem Versagenspfad zusammengefasst werden. Dabei ist jeweils nur die kleinste Menge ausgefallener Elemente von Interesse, die einen Systemausfall zur Folge hat (Minimalschnitt, s. auch Abschnitt 6.4.4). Die Elemente des Minimalschnitts sind in einer Parallelstruktur angeordnet (s. Tabelle 5.1), d. h., alle Elemente des Schnitts müssen ausfallen, damit das System versagt. Die binäre Strukturfunktion  $k_i(v)$  eines Minimalschnittes  $K_i$  ergibt sich entsprechend der Anordnung der Elemente im Parallelsystem ([Madsen et al. 2006], vgl. Tabelle 5.1)

$$k_i = 1 - \prod_{j \in K_i} (1 - v_j) \quad (5.6)$$

mit  $i =$  Nummer des Minimalschnitts mit  $i = 1 \dots k$

$k =$  Anzahl möglicher Minimalschnitte des Systems

$j =$  Nummer des Versagenselements mit  $j = 1 \dots m$

$K_i =$  Minimalschnitt  $i$  (kleinste Menge ausgefallener Elemente, die zum Ausfall des Systems führt)

$$k_i = \begin{cases} 1 & \text{mindestens ein Element in } K_i \text{ funktioniert} \\ 0 & \text{alle Elemente in } K_i \text{ sind ausgefallen} \end{cases} \quad (5.7).$$

Die innerhalb des Systems möglichen Minimalschnitte von Versagenselementen sind in einem Seriensystem zusammengefasst, d. h., irgendeine Strukturfunktion  $k_i(v) = 0$  führt zum Ausfall des gesamten Systems. Die System-Strukturfunktion aus  $k$  Minimalschnitten wird ([Madsen et al. 2006], vgl. Tabelle 5.1)

$$\phi(\vec{v}) = \prod_{j=1}^k k_j(\vec{v}) \quad (5.8).$$

In Kapitel 6 wird die logische Modellierung des betrachteten Systems auf Grundlage von Minimalschnitten durchgeführt (Abschnitt 6.4.4, Tabellen 6.8 und 6.19).

### 5.1.3) Logische Modellierung von Systemen

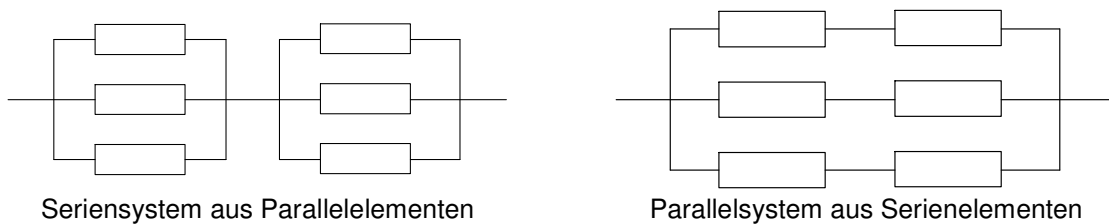
Die zuverlässigkeitstheoretische und mechanische Beschreibung eines Systems unterscheiden sich voneinander. Während das mechanische System durch Tragelemente und deren Lagerungsbedingungen gekennzeichnet ist, wird das Zuverlässigkeitssystem durch die logische Verknüpfung von Versagenselementen charakterisiert. Wird ein Tragsystem durch ein Zuverlässigkeitssystem beschrieben, so stimmt i. d. R. die Anzahl der Elemente nicht überein. Je Tragelement sind mehrere Grenzzustände möglich. Im Sinne der Zuverlässigkeitsbetrachtung ist das Tragelement damit ein System aus mehreren Versagenselementen.

Bezüglich der logischen Verknüpfung einzelner Elemente in einem System lassen sich zwei Idealtypen von Systemen unterscheiden (Tabelle 5.1):

- Seriensystem:  
Versagenselemente befinden sich in einer Reihenanzordnung (vgl. Reihenschaltung)
- Parallelsystem:  
Versagenselemente sind parallel angeordnet (vgl. Parallelschaltung)

Ferner lassen sich Kombinationen aus den beiden Grundtypen bilden (Bild 5.2):

- Seriensystem, dessen Elemente Subsysteme in Parallelanzordnung sind
- Parallelsystem, dessen Elemente Subsysteme in Reihenanzordnung sind
- weitere Mischformen mit verschiedenen parallelen / seriellen Subsystemen .



**Abb. 5.2: Beispiele für Mischsysteme**


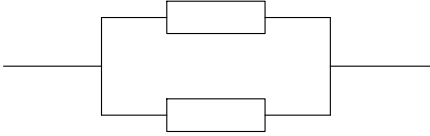
Charakteristisch für die beiden Grundtypen von Systemen sind die unterschiedlichen Versagensformen des Systems in Abhängigkeit von den Elementzuständen. Ein Seriensystem versagt, wenn das schwächste seiner Elemente versagt (*weakest link mode*). Dementsprechend wird oft auch von Kettensystem oder Kettenstruktur gesprochen. Ein Parallelsystem versagt, wenn das stärkste seine Elemente versagt. Das stärkste Element versagt erst nach vorherigem Versagen aller schwächeren Elemente. Je nach Duktilität ergeben sich Reserven bis zum letzten Elementversagen.

Ein volles Ausnutzen von Redundanzen aus Parallelanzordnung setzt ausreichende Duktilität der Elemente voraus. Sofern die einzelnen Elemente sehr spröde sind, kann ein Elementversagen sehr schnell ein Systemversagen nach sich ziehen. Die parallel geschalteten Versagenselemente versagen dann in schneller Folge. Damit wird das gesamte Systemverhalten vom Versagen des ersten Elements dominiert. Insofern reagiert ein System aus spröden Parallelelementen wie ein Seriensystem (*weakest link*).

Bei der Beurteilung der Sprödigkeit ist gemäß [Thoft-Christensen / Murotsu 1986] nicht so sehr das Materialverhalten selbst gemeint, sondern vielmehr das Verhalten des potentiellen Versagenselements.



Tabelle 5.1: Übersicht Grundtypen Seriensystem und Parallelsystem

	<b>Seriensystem</b>	<b>Parallelsystem</b>
<b>Logisches System</b>	 „Kettensystem“ „weakest link“	 Redundanzen
<b>statisches System</b>	statisch bestimmte Systeme statisch unbestimmte Systeme mit sehr spröden Elementen	statisch unbestimmte Systeme
<b>Funktionsfähigkeit</b>	alle Elemente intakt	mindestens 1 Element intakt
<b>Versagen</b>	schwächstes Element versagt	letztes (stärkstes) Element versagt
<b>Duktilität der Elemente</b>	bei Elementversagen sofortiges Systemversagen unabhängig von Duktilität	bei Elementversagen Umlagerung auf andere Elemente abhängig von Duktilität, spröde Elemente: keine Redundanz
<b>Binäre Strukturfunktion</b> $\phi(\bar{v}) = \begin{cases} 1 & \text{Überleben} \\ 0 & \text{Versagen} \end{cases}$	$\phi(\bar{v}) = \prod_{j=1}^m v_j$ $\phi(\bar{v}) = \min(v_1, \dots, v_m)$	$\phi(\bar{v}) = \bigcup_{j=1}^m v_j = 1 - \prod_{j=1}^m (1 - v_j)$ $\phi(\bar{v}) = \max(v_1, \dots, v_m)$
<b>Versagensbereich</b>	Disjunktion aller Versagensbereiche der einzelnen Elemente $V = \{ \bar{X}   (g_1(x) \leq 0) \cup \dots \cup (g_m(x) \leq 0) \}$ $V = \left\{ \bar{X} \mid \bigcup_{j=1}^m (g_j(x) \leq 0) \right\}$	Konjunktion aller Versagensbereiche der einzelnen Elemente $V = \{ \bar{X}   (g_1(x) \leq 0) \cap \dots \cap (g_m(x) \leq 0) \}$ $V = \left\{ \bar{X} \mid \bigcap_{j=1}^m (g_j(x) \leq 0) \right\}$
<b>Überlebensbereich</b>	$S = \left\{ \bar{X} \mid \bigcap_{j=1}^m (g_j(x) > 0) \right\}$	$S = \left\{ \bar{X} \mid \bigcup_{j=1}^m (g_j(x) > 0) \right\}$
<b>Versagenswahrscheinlichkeit</b>	→ Schranken für Seriensysteme	→ Schranken für Parallelsysteme,

Im Bauwesen ist eine eindeutige Zuordnung zu den Idealtypen Serien- und Parallelsystem i. d. R. nicht möglich. Gewöhnlich sind Mischsysteme zu modellieren [Six 2003]. In dieser Arbeit erfolgt eine Modellierung von Tragsystemen als Serienanordnung aus Subsystemen in Parallelanordnung (siehe Kapitel 6). Eine solche Anordnung setzt die Ausbildung plastischer Gelenke in den Versagenselementen voraus. Im Stahlbetonbau kann die entsprechende Duktilität nicht an allen Stellen vorausgesetzt werden, was die Modellierung erheblich erschwert [Six 2003]. In dieser Arbeit wird ein schrittweises Versagen der Elemente modelliert, bei dem das spröde Versagen des Systems infolge eines Elementversagens durch die Formulierung der Grenzzustände berücksichtigt wird (Beispiel: Systemversagen infolge Versagen eines Querkraftelements, s. Kapitel 6).

Über die Modellierung von logisch verknüpften Versagenselementen werden das Zusammenwirken der Elemente und der Beitrag einzelner Elemente zur Zuverlässigkeit besonders deutlich [Six 2003]. In den Berechnungen dieser Arbeit können auf Grundlage der vorgenommenen Modellierung die Sensitivitäten einzelner Versagenselemente ermittelt werden, die den Einfluss einer bestimmten Versagensart auf die Systemzuverlässigkeit verdeutlichen. Hierdurch lassen sich kritische Elemente identifizieren. In bestehenden Konstruktionen kann die Überwachung des Tragwerkszustandes mit Blick auf derartige kritische Elemente intensiviert werden (Bsp. kritisches Element Zugstrebenversagen in Stahlbetonbalken, s. Kapitel 8).

### 5.1.4) Ermittlung der System-Versagenswahrscheinlichkeit

Eine exakte Bestimmung der System-Versagenswahrscheinlichkeit ist nicht möglich. System-Versagenswahrscheinlichkeiten ergeben sich notwendigerweise aus idealisierten Systemen. Das idealisierte Modell muss sich auf die wesentlichen Versagensformen und deren Kombinationen innerhalb eines komplexen Systems konzentrieren und die wichtigsten Versagensmechanismen des realen Tragwerks nachbilden [Thoft-Christensen/Murotsu 1986]. [Melchers 1999] schätzt die Systemanalyse als beträchtliche Aufgabe ein und benennt notwendige Idealisierungen, die bereits während der deterministischen Analyse greifen:

- Modellierung der Einwirkungen (Lasten, Lastfolgen)
- Modellierung des Systems (Elemente und Verbindung zwischen den Elementen)
- Modellierung der Materialien (Festigkeiten etc.)
- Modellierung des Versagens (Kriterien der Grenzzustände)

Eine Idealisierung findet bereits bei der Bildung des statischen Systems innerhalb deterministischer Analysen statt [Melchers 1999]. Die zuverlässigkeitstheoretische Modellierung beinhaltet weitere Idealisierungen. Bei komplexen Systemen besteht ferner eine Schwierigkeit im Erkennen der wesentlichen Versagensmechanismen. Die große Zahl möglicher Versagspfade in komplexen Systemen macht deren vollständige rechnerische Berücksichtigung unmöglich. Abschnitt 5.6 enthält Ansätze, wie die Zuverlässigkeitsanalyse komplexer Systeme auf wesentliche Versagensformen konzentriert werden kann.

Zur Ermittlung der Systemzuverlässigkeit können verschiedene Ansätze verfolgt werden. Die in Kapitel 4 vorgestellten Lösungsverfahren zur Ermittlung der Elementzuverlässigkeit sind dabei Grundlage für eine weiterführende Betrachtung im Systemzusammenhang. Grob zusammengefasst lassen sich unterscheiden:

- Simulationstechniken über das gesamte System
- FOR- / SOR-Methoden in Verbindung mit logischen Verknüpfungen und Wahrscheinlichkeitsschranken
- Antwortflächenverfahren (kombiniert mit anderen Verfahren)

Simulationstechniken und Antwortflächenverfahren wurden in den Abschnitten 4.3.6 und 4.3.8 angesprochen. Beide Methoden sind für die Beurteilung des Systems als Ganzes geeignet. Ein Vorteil beider Verfahren war, dass auch bei nicht explizit formulierbaren Grenzzuständen eine Versagenswahrscheinlichkeit bestimmt werden kann. Die komplizierte Berandung des Versagensgebietes (Bild 5.1) ergibt eine nicht stetig differenzierbare Funktion, für die eine geschlossene Lösung des Wahrscheinlichkeitsintegrals nach Gleichung (5.14) bzw. (5.22) (Abschnitt 5.2 und 5.3) nicht möglich ist. Eine Näherung gelingt bei entsprechendem Aufwand mit den genannten Verfahren. Anwendungen der Verfahren im Zusammenhang mit Systemversagen wurden in den Abschnitten 4.3.6 und 4.3.8 angesprochen.

In dieser Arbeit wird ein anderer Ansatz verfolgt. Ziel der Arbeit ist es, aus dem Systemzusammenhang unter Berücksichtigung der stochastischen Eigenschaften früherer Baustoffe modifizierte Teilsicherheitsbeiwerte für den Nachweis bestehender Objekte herzuleiten. Für die Bestimmung der Sicherheitsmaße ist eine Ermittlung der Lage des Bemessungspunktes und der Sensitivitäten vorteilhaft. Der Einfluss einzelner Versagenselemente und Basisvariabler auf das Systemverhalten kann hiermit gut eingeschätzt werden. Für die Lösung wird also ein auf Level II – Methoden basierendes Konzept gewählt (iterative Ermittlung der Bemessungspunkte (Element und System) und der zugehörigen Sensitivitäten).

Die zu untersuchenden Tragsysteme werden durch logische Verknüpfung von Versagenselementen als Zuverlässigkeitssysteme modelliert. Die Versagenswahrscheinlichkeit wird entsprechend der logischen Pfade mit Wahrscheinlichkeitsschranken (Abschnitt 5.4) bestimmt. Grundlage der Ermittlung der Element- und Systemversagenswahrscheinlichkeiten bilden die Suchalgorithmen in FORM bzw. SORM (Abschnitt 4.3.3 und 4.3.4). Für die Elemente erfolgt eine Genauigkeitsprüfung der Verfahren mittels Simulationstechniken (Abschnitt 4.4). Der Bemessungspunkt des Systems wird aus den lokalen Bemessungspunkten innerhalb der Wahrscheinlichkeitsschranken nach (Abschnitt 5.4) gesucht. Bei der Suche des globalen Bemessungspunktes des Systems können asymptotische Näherungen nach Abschnitt 5.5 das Ergebnis verbessern (Näherung der Krümmungen der Grenzzustände).

## 5.2) Seriensysteme

Ein Seriensystem versagt, wenn das schwächste seiner Elemente versagt. Wird die Funktionsfähigkeit des Seriensystems gemäß Gleichung (5.5) mit der binären Strukturfunktion beschrieben, so ergibt sich der Systemzustand aus der Funktionsfähigkeit der Elemente [Helbig 1987], [Madsen et al. 2006]

$$\phi(\bar{v}) = \bigcap_{j=1}^m v_j \quad (5.9)$$

als Schnitt aller Elementzustände  $v_j$ . Der Elementzustand wird binär mit Null (Ausfall) und Eins (Funktionsfähigkeit) beschrieben, damit ergibt sich der Zustand des Seriensystems aus dem Zustand des schwächsten (ausgefallenen) Elements

$$\phi(\bar{v}) = \min(v_1, \dots, v_m) \quad (5.10).$$

Für die Ermittlung der Versagenswahrscheinlichkeit spielt neben der reinen Zustandsbeschreibung auch die Abhängigkeit der Versagenselemente eine Rolle. Im Bauwesen kann allgemein nicht von Unabhängigkeit der Versagensfälle ausgegangen werden [Spaethe 1992], [Melchers 1999]. [Spaethe 1992] zeigt, dass auch bei gänzlicher Unabhängigkeit der Basisvariablen  $X_i$  die Grenzzustände  $g_j(X)$  korreliert sind, da die Basisvariablen gewöhnlich in mehreren Grenzzuständen gleichzeitig vorkommen (Bsp. Einwirkungen).

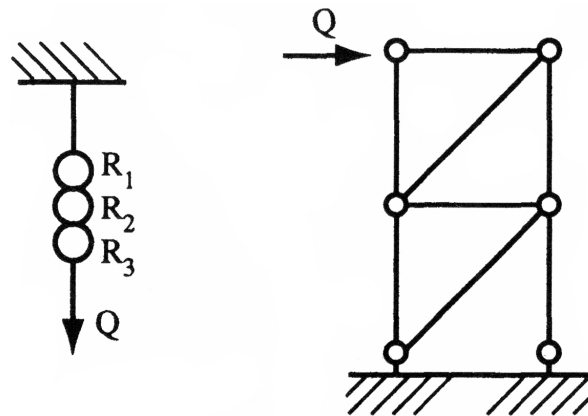


Abb. 5.3: Beispiele für Seriensysteme (aus [Melchers 1999], S. 140)

Gemäß [Madsen et al. 2006] und [Thoft-Christensen/Murotsu 1986] haben Seriensysteme im Bauwesen eine besondere Bedeutung. In letzter Konsequenz lassen sich alle Systeme auf ein Seriensystem zurückführen. Jedes statisch bestimmte Tragsystem kann als Seriensystem modelliert werden, statisch unbestimmte Systeme lassen sich auf Seriensysteme zurückführen. Statisch unbestimmte Systeme versagen, wenn irgendein Versagensmechanismus erreicht ist. Der Versagensmechanismus selbst bildet ein Parallelsystem (alle Elemente eines Pfades müssen versagen, damit der Mechanismus eintritt). Alle am Tragsystem möglichen Versagensmechanismen können jedoch im Seriensystem zusammengefasst werden (einer der Mechanismen muss eintreten, damit das System versagt).

Versagen die Elemente eines statisch unbestimmten Systems spröde, so bildet sich kein vollständiger Versagensmechanismus aus plastischen Gelenken aus, das Tragsystem reagiert in diesem Fall wie ein Seriensystem ([Six 2003], vgl. oben). Durch die Lastumlagerung nach völligem Ausfall eines spröden Elements würde in rascher Folge das Versagen weiterer Elemente bewirkt. Das Versagen des ersten spröden Elements führt dann auch in redundanten Tragwerken zum Systemversagen. Sind jedoch sehr viele spröde Elemente parallel wirksam, so können sich aus den Lastumlagerungen wieder gewisse Reserven ergeben [Melchers/Tang 1984], [Melchers 1999]. Solche Systeme wirken dann wieder als Parallelsystem.

Für die Beschreibung eines Tragsystems als Seriensystem spielt die Duktilität keine Rolle. Im Seriensystem kann der Ausfall jedes einzelnen Elements als Versagensmechanismus verstanden werden [Melchers 1999].

In Kapitel 4 wurde die Versagenswahrscheinlichkeit eines Elements allgemein aus der Integration über den Versagensbereich definiert (Gleichung (4.16)). Der Versagensbereich des Systems wird nunmehr von mehreren Grenzzuständen bestimmt (Bild 5.1), damit ist das Integrationsgebiet nicht mehr von einer stetig differenzierbaren Funktion eingegrenzt. Aus den einzelnen Grenzzuständen ergibt sich der Versagensbereich des Seriensystems als Vereinigung aller Element-Versagensgebiete und der Überlebensbereich als Schnitt der einzelnen Überlebensbereiche. Für das Seriensystem gilt somit [Spaethe 1992]

$$\text{Versagen:} \quad V = \{ \bar{X} | (g_1(x) \leq 0) \cup \dots \cup (g_m(x) \leq 0) \} \quad (5.11)$$

$$V = \left\{ \bar{X} \left| \bigcup_{j=1}^m (g_j(x) \leq 0) \right. \right\} \quad (5.12)$$

$$\text{Überleben:} \quad S = \left\{ \bar{X} \left| \bigcap_{j=1}^m (g_j(x) > 0) \right. \right\} \quad (5.13).$$

In der allgemeinen Formulierung ergibt sich die Wahrscheinlichkeit des Systemversagens in Anlehnung an die Formulierung nach Gleichung (4.16)

$$p_f = \int_{V \in \bar{X}} f_x(\bar{X}) dx = \int_{\bigcup_{j=1}^m \{ \bar{X} | g_j(\bar{X}) \leq 0 \}} \int_{\dots} \int_{\dots} f_x(X_1, X_2, \dots, X_n) dx_1 dx_2 \dots dx_n \quad (5.14).$$

Die Überlebenswahrscheinlichkeit ergibt sich analog aus der Integration über den Überlebensbereich S

$$p_s = \int_{S \in \bar{X}} f_x(\bar{X}) dx = \int_{\bigcap_{j=1}^m \{ \bar{X} | g_j(\bar{X}) > 0 \}} \int_{\dots} \int_{\dots} f_x(X_1, X_2, \dots, X_n) dx_1 dx_2 \dots dx_n \quad (5.15)$$

oder komplementär zur Versagenswahrscheinlichkeit mit

$$p_s = 1 - p_f \quad (5.16).$$

Eine exakte Lösung des Integrals (5.14) ist i. d. R. nicht möglich. Neben der Form des Integrationsgebietes erschwert die unbekannte Korrelation der Versagenselemente die Berechnung. Gewöhnlich wird die Wahrscheinlichkeit des Systemversagens innerhalb eines Intervalls angegeben, die oberen und unteren Grenzwerte dieses Intervalls werden in Abschnitt 5.4 besprochen.

### 5.3) Parallelsysteme

Ein Parallelsystem versagt erst, wenn alle seiner Elemente versagen. In der binären Beschreibung des Systemzustandes ergibt sich die Strukturfunktion des Parallelsystems aus dem Zustand seiner Elemente [Helbig 1987], [Madsen et al. 2006]

$$\phi(\bar{v}) = \bigcup_{j=1}^m v_j = 1 - \bigcap_{j=1}^m (1 - v_j) \quad (5.17).$$

Aus der binären Beschreibung der Funktionsfähigkeit der Elemente  $v_j$  wird damit der Zustand des System vom Zustand des stärksten Elements bestimmt

$$\phi(\bar{v}) = \max(v_1, \dots, v_n) \quad (5.18).$$

Parallelsysteme werden auch als Systeme mit redundanten Elementen bezeichnet. In der Zuverlässigkeitstheorie wird zwischen aktiven und passiven Redundanzen unterschieden. Von aktiver Redundanz wird gesprochen, wenn das redundante Element auch bei geringer Beanspruchung an der Systemfunktion beteiligt ist. Passive Redundanz hingegen beschreibt Elemente, die erst bei Ausfall anderer Elemente aktiviert werden („stand by“) [Melchers 1999], [Meyna/Pauli 2003].

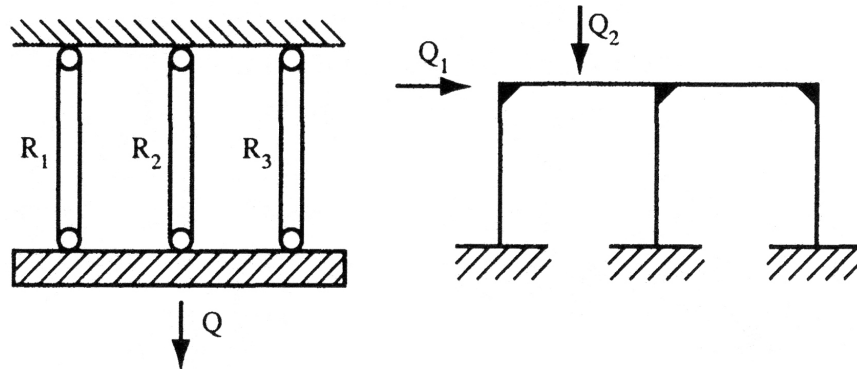


Abb. 5.4: Beispiele für Parallelsysteme (aus [Melchers 1999], S. 143)

Tragsysteme mit Redundanzen lassen sich als Seriensysteme mit Subsystemen in Parallelanordnung modellieren. Aus der Menge der Versagenselemente eines Systems ist zur Bildung einer Parallelstruktur nur die kleinste Zahl der Elemente interessant, die zum Versagen des Systems führen kann. Über alle Versagenselemente werden Minimalschnitte der Versagenselemente gebildet (Abschnitt 6.4.4), ein Minimalschnitt ist dann als Parallelsystem zu verstehen. Ein Minimalschnitt steht für einen möglichen Versagensmechanismus eines Systems. Da gewöhnlich mehrere Mechanismen zum Systemversagen führen können, existieren i. d. R. an einem System auch mehrere Minimalschnitte. Zur Ermittlung der Versagenswahrscheinlichkeit werden die Minimalschnitte seriell verkettet, es entsteht ein Seriensystem, dessen Elemente aus Parallelsystemen - den Minimalschnitten - gebildet werden.

Der Versagensbereich des Systems wird gemäß Bild 5.1 von mehreren Grenzzuständen geformt. Im Parallelsystem wird das Versagensgebiet als Schnitt aller Versagensbereiche der Elemente beschrieben. Aus den elementaren Grenzzuständen ergeben sich für das Parallelsystem [Spaethe 1992]

$$\text{Versagen:} \quad V = \{ \bar{X} | (g_1(x) \leq 0) \cap \dots \cap (g_m(x) \leq 0) \} \quad (5.19)$$

$$V = \left\{ \bar{X} \left| \bigcap_{j=1}^m (g_j(x) \leq 0) \right. \right\} \quad (5.20)$$

$$\text{Überleben} \quad S = \left\{ \bar{X} \left| \bigcup_{j=1}^m (g_j(x) > 0) \right. \right\} \quad (5.21).$$

Damit wird die Versagenswahrscheinlichkeit eines Parallelsystems in der allgemeinen Formulierung

$$p_f = \int_{V \in \bar{X}} f_x(\bar{X}) dx = \int_{\bigcap_{j=1}^m g_j(\bar{X}) \leq 0} \dots \int_n f_x(X_1, X_2, \dots, X_n) dx_1 dx_2 \dots dx_n \quad (5.22).$$

Singemäß wird die Überlebenswahrscheinlichkeit

$$p_s = \int_{S \in \bar{X}} f_x(\bar{X}) dx = \int_{\bigcup_{j=1}^m g_j(\bar{X}) > 0} \dots \int_n f_x(X_1, X_2, \dots, X_n) dx_1 dx_2 \dots dx_n \quad (5.23).$$

Die Wahrscheinlichkeit wird als Näherungswert innerhalb oberer und unterer Grenzwerte bestimmt (Abschnitt 5.4).

## 5.4) Schranken der Versagenswahrscheinlichkeit

### 5.4.1) Allgemeines

In Abschnitt 4.3 wurden mehrere Verfahren zur Lösung des Faltungsintegrals (4.16) zur Ermittlung der Element-Versagenswahrscheinlichkeit besprochen. Es zeigte sich, dass die Lösung gewöhnlich nur als Näherung gelingt. Das Problem verschärft sich nunmehr für die Auflösung des Integrals nach Gleichung (5.14) bzw. (5.22), da der Versagensbereich nicht mehr von einer stetig differenzierbaren Funktion begrenzt wird.

Erfolgt die Beurteilung des Systems auf Grundlage des Versagens der Elemente, so wird die Versagenswahrscheinlichkeit innerhalb eines Intervalls angegeben. Hierbei werden auf Grundlage logischer Operationen obere und untere Grenzwerte der Versagenswahrscheinlichkeit aus den Wahrscheinlichkeiten des Elementversagens bestimmt. Die Festlegung der Schranken erfolgt in Abhängigkeit von der logischen Verknüpfung der Elemente (Seriensystem / Parallelsystem) und unter Annahme der gegenseitigen Abhängigkeit der einzelnen Grenzzustände. Die Anzahl der beteiligten Grenzzustände und deren gegenseitige Abhängigkeit beeinflusst die Qualität der Schranken. Ziel ist es, die Aussage zum Systemversagen möglichst eng zu fassen.

In der Literatur sind verschiedene Wahrscheinlichkeitsschranken aufgeführt. Von einer allgemeinen Formulierung ausgehend (z. B. [Cornell 1967]) wird dabei versucht, den Wahrscheinlichkeitsbereich zunehmend einzugrenzen (z. B. [Ditlevsen 1979-1]). Im Hinblick auf die Genauigkeit wird zwischen allgemeinen bzw. elementaren Schranken erster Ordnung und genaueren Schranken höherer Ordnung unterschieden. Die Differenzierung gilt insbesondere für Seriensysteme, für die mehrere Ansätze für Schranken höherer Ordnung entwickelt wurden. Für Parallelsysteme sind im Vergleich dazu weniger Verfeinerungen der allgemeinen Schranken bekannt. Die genaueren Schranken bedürfen einer größenmäßigen Sortierung der Elementwahrscheinlichkeiten.

Die Ermittlung allgemeiner und genauerer Schranken wird nachfolgend vorgestellt und in Abschnitt 6.5 beispielhaft für eine der hier untersuchten Material-Nutzungs-Kombinationen demonstriert. Dabei kann gezeigt werden, dass für die hier behandelten Systeme die Schranken zweiter Ordnung ([Ditlevsen 1979-1]) bereits hinreichend genau sind.

### 5.4.2) Schranken bei Seriensystemen

[Melchers 1999] und [Rackwitz 2001-1] unterscheiden allgemeine Schranken erster Ordnung und genauere Schranken zweiter Ordnung. In [Greig 1992] werden zudem genauere Schranken dritter bis  $n$ -ter Ordnung eingeführt. Die Schranken erster Ordnung beruhen dabei auf einer allgemeinen Annahme zur Korrelation der Grenzzustände. Die genaueren Schranken berücksichtigen das gleichzeitige Eintreten verschiedener Versagensereignisse und werden auf Grundlage einer Sortierung der einzelnen Versagensereignisse nach ihrer Eintrittswahrscheinlichkeit formuliert.

#### 5.4.2.1) Allgemeine Schranken 1. Ordnung [Cornell 1967]

Am Seriensystem steigt die Wahrscheinlichkeit des Versagens mit abnehmender Korrelation der Versagenselemente [Ditlevsen 1982-2]. [Spaethe 1992] zeigt, dass auch bei vollständiger Unabhängigkeit der Basisvariablen die Grenzzustände des Systems korreliert sind und sich für mechanische Systeme gewöhnlich hohe Korrelationen nahe  $\rho = 1$  ergeben. Für die beiden Grenzfälle „vollständige Abhängigkeit“ ( $\rho = 1$ ) und „vollständige Unabhängigkeit“ ( $\rho = 0$ ) kann die Versagenswahrscheinlichkeit des Seriensystems allgemein angegeben werden (s. u.). Damit sind für das Seriensystem allgemeine Schranken erster Ordnung gefunden.

In der allgemeinen Formulierung ergibt sich ein *unterer Grenzwert* der Versagenswahrscheinlichkeit des Seriensystems bei Annahme vollständig korrelierter Grenzzustände ( $\rho = 1$ ) entsprechend der größten Wahrscheinlichkeit des Elementversagens

$$\max_j p_{t,j} \leq p_{t,\text{sys}} \quad (5.24).$$

Ein *oberer Grenzwert* der Systemversagenswahrscheinlichkeit ergibt sich aus der Annahme völliger Unabhängigkeit ( $\rho = 0$ ) der Versagenselemente aus dem Produkt aller Elementwahrscheinlichkeiten

$$p_{t,\text{sys}} \leq 1 - \prod_{j=1}^m (1 - p_{t,j}) < \sum_{j=1}^m p_{t,j} \quad (5.25).$$

Damit kann sich die Versagenswahrscheinlichkeit des Seriensystems nie kleiner einstellen als für das schwächste Element des Systems. Da sich die Korrelation der Grenzzustände zumeist etwas kleiner als Eins einstellt, ist die Versagenswahrscheinlichkeit des Seriensystems sogar eher größer als die des schwächsten Elements. Mit zunehmender Elementzahl im System steigt die Versagenswahrscheinlichkeit an [Six 2003].

Diese Schranken sind sehr einfach und liegen zumeist noch sehr weit auseinander [Spaethe 1992], [Melchers 1999]. Gemäß [Grimmelt/Schuëller 1982] und [Thoft-Christensen/Murotsu 1986] sind diese allgemeinen Schranken dann relativ genau, wenn es ein dominierendes Versagenselement gibt; das Systemversagen orientiert sich dann etwa an der Wahrscheinlichkeit des dominanten Versagenselements. Liegen hingegen die Elementwahrscheinlichkeiten etwa in der gleichen Größenordnung, so erweisen sich die allgemeinen Schranken schnell als ungenau.

Die eigenen Berechnungen können diese Aussage bestätigen. Bei der Berechnung des Balkensystems (Kapitel 8) stellt sich das Zugstrebenversagen als dominantes Versagenselement ein und bestimmt das komplette Systemverhalten, eine genauere Eingrenzung erübrigt sich in diesem Fall. In anderen Fällen erweist sich die Eingrenzung durch die allgemeinen Schranken als zu grob (siehe Beispiel Tabelle 6.25, Abschnitt 6.5.3).

#### 5.4.2.2 Genauere Schranken 2. Ordnung [Ditlevsen 1979-1]

Genauere Schranken wurden in [Ditlevsen 1979-1] auf Basis des Additionssatzes der Wahrscheinlichkeitsrechnung vorgestellt.

Der Additionssatz besagt, dass sich für zwei Ereignisse  $E_1$  und  $E_2$ , die sich nicht gegenseitig ausschließen, die Wahrscheinlichkeit für das Eintreten eines der Ereignisse oder beider Ereignisse aus der Addition der Einzelwahrscheinlichkeiten abzüglich des Schnitts beider Ereignisse ergibt. Für zwei Ereignisse, die sich gegenseitig nicht ausschließen ist der Additionssatz [Melchers 1999]

$$P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2) - P(E_1 \cap E_2) \quad (5.26).$$

Für sich gegenseitig ausschließende Ereignisse gilt einfach

$$P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2) \quad (5.27).$$

Wird der Additionssatz auf die  $m$  möglichen Versagenselemente  $v_j$  des Systems ausgeweitet, so lautet die Formulierung (nach [Spaethe 1992])

$$\begin{aligned} p_t &= P\left(\bigcup_{j=1}^m V_j\right) \\ &= \sum_{j=1}^m P(V_j) - \sum_{j=1}^{m-1} \sum_{k=j+1}^m P(V_j \cap V_k) + \sum_{j=1}^{m-2} \sum_{k=j+1}^{m-1} \sum_{l=k+1}^m P(V_j \cap V_k \cap V_l) \pm \dots - (-1)^m P(V_1 \cap V_2 \cap \dots \cap V_m) \end{aligned} \quad (5.28)$$

mit  $V_j$  = Versagensereignis für  $v_j = 0$  (Element  $v_j$  versagt, Gleichung (5.4)).

Der Vorzeichenwechsel in Gleichung (5.28) bewirkt ein Alternieren um das Ergebnis. Die Glieder mit Schnitten von 3 bis  $m$  Versagensereignissen werden in der Grenzwertbildung zweiter Ordnung nicht berücksichtigt. Die Wahrscheinlichkeit des gleichzeitigen Eintritts mehrerer Ereignisse ist kleiner als für den Eintritt eines einzelnen Ereignisses

$$P(V_j) \geq P(V_j \cap V_k) \geq P(V_j \cap V_k \cap V_l) \quad (5.29).$$

Hieraus wird deutlich, dass sich obere und untere Grenzen aus den ersten beiden Gliedern in Gleichung (5.28) herleiten lassen. Das Ergebnis der Schrankenbildung ist abhängig von der Reihenfolge der Versagensereignisse innerhalb der Berechnung; allgemein empfohlen wird eine absteigende Sortierung der Ereignisse nach der Eintretenswahrscheinlichkeit [Melchers 1999], [Thoft-Christensen/Murotsu 1986]. Die Versagenswahrscheinlichkeit des Systems stellt sich mit [Ditlevsen 1979-1] in folgenden Grenzen ein (vgl. Abschnitt 6.5.3):

$$\text{untere Schranke: } \rho_{f,\text{sys}} = \bigcup_{j=1}^m \rho_{f,j} \geq \rho_{f,1} + \sum_{j=2}^m \left\{ \max \left[ \left( \rho_{f,j} - \sum_{i<j}^m (\rho_{f,i} \cap \rho_{f,i}) \right), 0 \right] \right\} \quad (5.30)$$

$$\text{obere Schranke: } \rho_{f,\text{sys}} = \bigcup_{j=1}^m \rho_{f,j} \leq \sum_{j=1}^m \rho_{f,j} - \sum_{j=2}^m \left\{ \max (\rho_{f,j} \cap \rho_{f,i}) \right\} \quad (5.31).$$

Auf dem Ansatz von [Ditlevsen 1979-1] aufbauend sind weitere Schranken zweiter Ordnung entwickelt worden, mit denen beispielsweise die Lastfolge berücksichtigt werden kann. Ausführliche Hinweise zur Verfeinerung der Ditlevsen-Schranken mit entsprechenden Quellverweisen können beispielsweise [Melchers 1999], [Thoft-Christensen/Murotsu 1986] entnommen werden.

Die Ditlevsen-Schranken liegen enger zusammen als die allgemeinen Schranken erster Ordnung [Thoft-Christensen/Murotsu 1986], [Helbig 1987]. Nach [Ditlevsen 1982-2], [Spaethe 1992] und [Melchers 1999] ist die Qualität der Schranken auch von der Korrelation der Grenzzustände abhängig. Für hohe Korrelationen können demnach auch die Ditlevsen-Schranken noch weit auseinander liegen. Allerdings sind nach [Helbig 1987] die Ditlevsen-Schranken bei kleinen Versagenswahrscheinlichkeiten hinreichend genau. Die Qualität der Schranken steigt mit abnehmenden Element-Versagenswahrscheinlichkeiten [Hohenbichler/Rackwitz 1983]. Aus den eigenen Berechnungen kann diese Aussage bestätigt werden (siehe Beispielrechnung in Abschnitt 6.5.3).

#### 5.4.2.3) Genauere Schranken höherer Ordnung [Greig 1992]

Eine Verfeinerung der Ditlevsen-Schranken kann sich aus der Berücksichtigung des dritten Terms in Gleichung (5.28) ergeben (gleichzeitiger Eintritt von drei Versagensereignissen). Es ergeben sich Schranken 3. Ordnung. Solche Ansätze werden bspw. in [Greig 1992] und [Hohenbichler/Rackwitz 1983] vorgestellt. Auch hier sind die einzelnen Ereignisse nach ihrer Eintrittswahrscheinlichkeit zu sortieren. Nach [Melchers 1999] ergeben sich gewisse Schwierigkeiten aus der Bewertung der Schnitte aus mehr als zwei Versagensereignissen. Die System-Versagenswahrscheinlichkeit ergibt sich in dritter Ordnung in folgenden Grenzen [Greig 1992], [Melchers 1999]

$$\text{untere Schranke: } \rho_{f,\text{sys}} = \bigcup_{j=1}^m \rho_{f,j} \geq \sum_{j=1}^m \left[ \rho_{f,j} - \sum_{i<j}^m \left( (\rho_{f,i} \cap \rho_{f,i}) - \max_{k<i} (\rho_{f,i} \cap \rho_{f,i} \cap \rho_{f,k}) \right) \right]^+ \quad (5.32)$$

$$\text{obere Schranke: } \rho_{f,\text{sys}} = \bigcup_{j=1}^m \rho_{f,j} \leq \sum_{j=1}^m \left( \rho_{f,j} - \sum_{i<j}^m \left[ (\rho_{f,i} \cap \rho_{f,i}) - \max_{k<i} (\rho_{f,i} \cap \rho_{f,i} \cap \rho_{f,k}) \right]^+ \right) \quad (5.33).$$

Darin wird mit dem Klammerausdruck  $[\dots]^+$  die ausschließliche Berücksichtigung positiver Glieder gefordert [Melchers 1999].

[Greig 1992] verallgemeinert darüber hinaus die Schrankenbildung und entwickelt einen Ansatz für Schranken  $n$ -ter Ordnung. Aus Gleichung (5.28) werden dabei die Terme mit Schnitten aus  $n$  Versagensereignissen in die Schrankenbildung einbezogen.



### 5.4.3) Schranken bei Parallelsystemen

#### 5.4.3.1) Allgemeine Schranken

Ähnlich wie bei Seriensystemen können für Parallelsysteme allgemeine obere und untere Wahrscheinlichkeitsschranken unter Annahme der Korrelationsgrenzen der einzelnen Grenzzustände angegeben werden.

Bei Annahme völliger Unabhängigkeit der einzelnen Versagensereignisse ( $\rho = 0$ ) ergibt sich beim Parallelsystem die untere Schranke aus dem Produkt aller Element-Versagenswahrscheinlichkeiten:

$$\prod_{j=1}^m p_{f,j} \leq p_{f,sys} \tag{5.34}$$

Für vollständig korrelierte Grenzzustände ( $\rho = 1$ ) wird die kleinste Element-Versagenswahrscheinlichkeit zum oberen Grenzwert für das Systemversagen

$$p_{f,sys} \leq \min(p_{f,j}) \tag{5.35}$$

An den allgemeinen Schranken wird das Grundprinzip des idealen Parallelsystems deutlich. Demnach kann die Versagenswahrscheinlichkeit des Systems niemals größer werden als die Versagenswahrscheinlichkeit des schwächsten Elements. Die untere Schranke berücksichtigt vor allem den Einfluss vieler paralleler Elemente. Je mehr Elemente in einem Parallelsystem zusammenwirken, desto kleiner wird die Versagenswahrscheinlichkeit (Produktbildung aus Werten kleiner als 1).

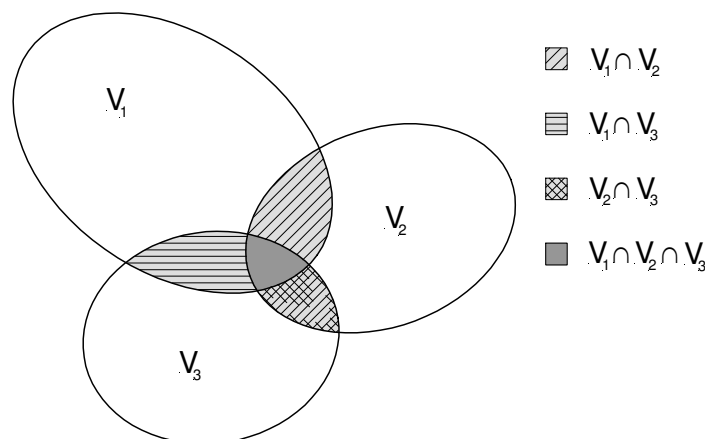
#### 5.4.3.2) Genauere Schranken

Gemäß [Madsen et al. 2006] ist die Theorie zur Bestimmung engerer Schranken bei Parallelsystemen nicht so weit entwickelt wie bei Seriensystemen. Ansätze für genauere Schranken für Parallelsysteme sind bspw. in [Thoft-Christensen/Murotsu 1986] gegeben. Dort werden die o. g. allgemeinen Schranken noch als zu ungenau eingeschätzt. Eine Verfeinerung der oberen Schranke kann unter Berücksichtigung des Schnitts zweier Versagensereignisse formuliert werden.

Bild 5.5 erläutert den Zusammenhang für  $m = 3$  Versagensereignisse  $V_i$ : die untere Grenze wird von der Vereinigung aller Versagensereignisse gebildet, die obere Grenze vom Ausfall zweier Elemente. Da die Wahrscheinlichkeit des doppelten Elementversagens kleiner ist als der einzelne Elementausfall, liegen die so definierten Grenzen enger zusammen als die allgemeinen Schranken.

In [Thoft-Christensen/Murotsu 1986] und [Madsen et al. 2006] ergeben sich damit verfeinerte Schranken für Parallelsysteme

$$\prod_{j=1}^m p_{f,j} \leq p_{f,sys} \leq \min_{\substack{j,l=1 \\ (j \neq l)}}^m (p_{f,j} \cap p_{f,l}) \tag{5.36}$$



**Abb. 5.5: Zur Herleitung feinerer Schranken von Parallelsystemen ( $m = 3$ ) (nach [Thoft-Christensen/Murotsu 1986], S. 85)**

[Thoft-Christensen/Murotsu 1986] geben ferner verfeinerte Schranken für Parallelsysteme an, die auf Basis der Ansätze in [Ditlevsen 1979-1] entwickelt wurden. Dabei wird statt vom Versagensereignis  $V_i$  zunächst vom Überlebensereignis  $S_i$  ausgegangen. Die Ereignisse werden nach der Überlebenswahrscheinlichkeit in absteigender Reihenfolge sortiert

$$p_{s,1} \geq p_{s,2} \geq \dots \geq p_{s,m} \quad (5.37).$$

Die Grenzen der Versagenswahrscheinlichkeit des Parallelsystems ergeben sich zu

untere Schranke: 
$$p_{f,\text{sys}} \geq (1 - p_{s,1}) - \sum_{j=2}^m \min_{j=1}^{i-1} (p_{f,j} \cap p_{s,i}) \quad (5.38)$$

obere Schranke: 
$$p_{f,\text{sys}} \leq (1 - p_{s,1}) - \sum_{j=2}^m \max \left[ \left( \sum_{j=1}^{i-1} (p_{f,j} \cap p_{s,i}) - (i-2)p_{s,i} \right), 0 \right] \quad (5.39)$$

mit  $p_{s,i}$  = Wahrscheinlichkeit, dass Element  $i$  überlebt.  
 $p_{f,j}$  = Wahrscheinlichkeit, dass Element  $j$  versagt.

Für diese Schranken müssen in jeder Versagensstufe die Sicherheitsmargen (Widerstand – Einwirkung) der Elemente neu ermittelt werden. [Thoft-Christensen/Murotsu 1986] verweisen diesbezüglich auf den hohen Rechenaufwand.

## 5.5) Globaler Bemessungspunkt mit Level II-Methoden und Wahrscheinlichkeitsschranken

### 5.5.1) Systemversagen aus Vereinigung von Schnitten

Das Systemversagen kann unter Anwendung der in Abschnitt 5.4 besprochenen Schranken aus den Versagenswahrscheinlichkeiten der Elemente bestimmt werden. Für ein gemischtes System aus Serien- und Parallelelementen ergibt sich das Systemversagen aus der Vereinigung (ODER, Serienanordnung) von Minimalschnitten (UND, Parallelanordnung) aus den Versagenselementen.

Das Versagensereignis  $V_{\text{Sys}}$  kann beschrieben werden mit

$$V_{\text{Sys}} = \bigcup_i \bigcap_j V_{ij} \quad (5.40)$$

mit  $V_{\text{Sys}}$  = Ereignis Systemausfall (binäre Beschreibung  $\phi(\bar{v}) = 0$ )

$V_{ij}$  = Ereignis, dass Element  $j$  im  $i$ -ten Minimalschnitt versagt

$i$  = Nummer des Minimalschnitts mit  $i = 1 \dots k$

$k$  = Anzahl möglicher Minimalschnitte des Systems

$j$  = Nummer des Versagenselements mit  $j = 1 \dots m$ .

Singgemäß ergeben sich Versagenswahrscheinlichkeit bzw. Zuverlässigkeit des Systems aus den Elementen. Für die Verknüpfung im Systemzusammenhang sind die Wahrscheinlichkeitsschranken nach Abschnitt 5.4 maßgebend.

Die Ermittlung der Versagenswahrscheinlichkeiten der Elemente kann mit den in Kapitel 4 besprochenen Verfahren der Stufe II oder III erfolgen. Im Zusammenhang mit den Wahrscheinlichkeitsschranken nach Abschnitt 5.4 ist die Anwendung der Stufe II-Verfahren zweckmäßig (FORM / SORM). Theoretisch ließe sich das Elementverhalten auch mit Simulationsverfahren bewerten. [Melchers 1999] und [Strurel Manual] verweisen darauf, dass dies im Zusammenhang mit den Wahrscheinlichkeitsschranken nicht besonders effizient ist. Simulationen eignen sich dann eher zur Beurteilung des Systems als Ganzes, wenn die Grenzzustandsfunktion nicht explizit bestimmt wird.

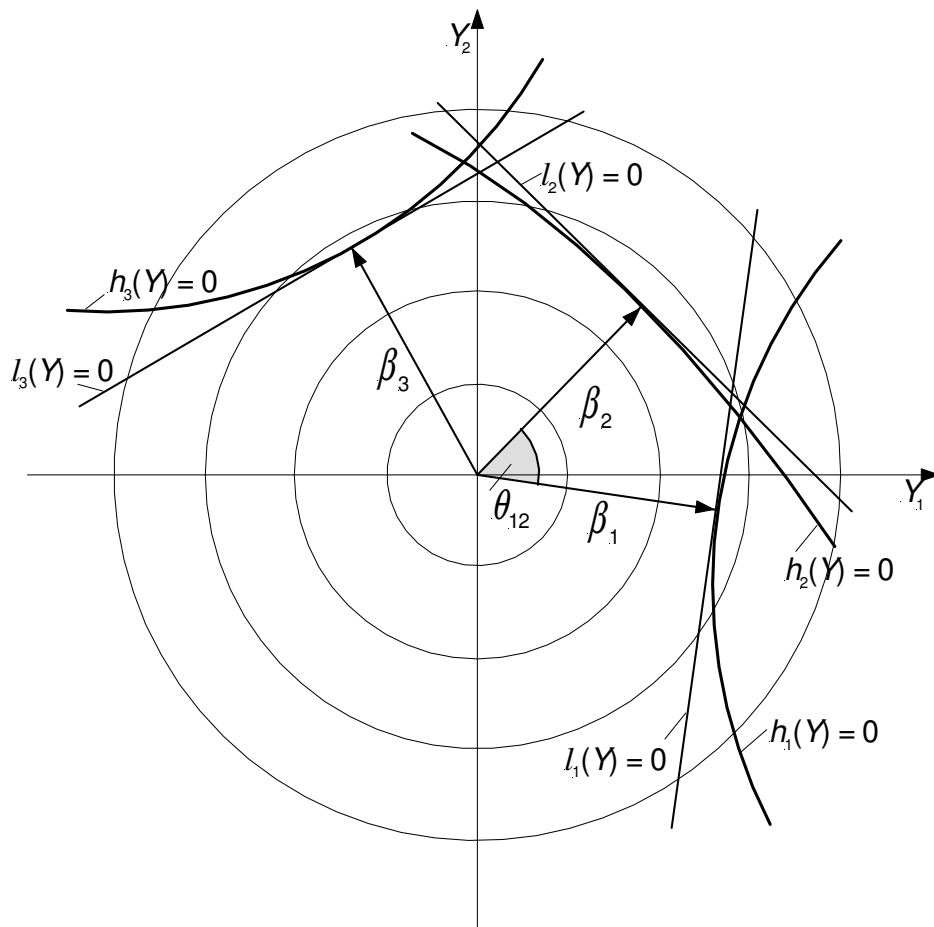
Für die Berechnung der Systemschranken nach Abschnitt 5.4 müssen Schnitte für das Überschreiten zweier Grenzzustände  $g_j(X)$  und  $g_i(X)$  gebildet werden. Die Beurteilung der Systemversagenswahrscheinlichkeit bedarf also der Berechnung der Wahrscheinlichkeit, dass zwei Elemente  $j$  und  $i$  gemeinsam versagen. Die Ermittlung des Schnitts zweier Versagensereignisse erfolgt unter Berücksichtigung der Korrelation zwischen den Grenzzuständen. Die Abhängigkeit kann aus den lokalen Bemessungspunkten bestimmt werden.

### 5.5.2) Lokale und globale Bemessungspunkte

Bei der Systembeurteilung werden mit den genannten Algorithmen die lokalen Bemessungspunkte  $y_j^*$  bestimmt, aus denen sich die lokalen Zuverlässigkeitsindizes  $\beta_j$  ergeben. Aus den lokalen Punkten kann durch Vereinigung von Schnitten der globale Wert innerhalb definierter Schranken gefunden werden. Eine verbesserte Suche des globalen Bemessungspunktes ergibt sich durch die asymptotische Näherung nach Abschnitt 5.5.3.

#### **Lokale Bemessungspunkte und Korrelation bei linearisierten Grenzzuständen**

Bild 5.6 zeigt das Prinzip der Ermittlung der lokalen Bemessungspunkte mit linearisierten Grenzzustandsfunktionen. Dargestellt ist der Standardraum, in dem die standardisierten Grenzzustandsfunktionen  $h_j(Y)$  durch lineare Funktionen  $l_j(Y)$  genähert sind. Die Linearisierung des einzelnen Grenzzustandes im Standardraum entspricht dem Vorgehen bei der FORM-Analyse. Die iterative Ermittlung der Lage des Bemessungspunktes im Standardraum wurde in Abschnitt 4.3.3 (FORM) ausführlich besprochen. Die Lage eines lokalen Bemessungspunktes wird durch die Parameter  $\beta$  und die Richtungskosinus  $\alpha$  genau definiert.



**Abb. 5.6: Lokale Bemessungspunkte  $\beta_j$  im Standardraum bei linearisierten Grenzzuständen (System mit  $m = 3$  Grenzzuständen und  $n = 2$  Variablen) (nach [Melchers 1999], S. 163)**

In FORM wird der Grenzzustand in der Nähe des Bemessungspunktes durch eine lineare Funktion genähert. Der linearisierte Grenzzustand kann beschrieben werden mit [Melchers 1999] (vgl. (4.66) in Abschnitt 4.3.3.2)

$$l_j(Y) = \sum_{i=1}^n \alpha_{ij} y_i + \beta_j \quad (5.41)$$

mit  $i =$  Nummer der Variablen  $Y_i$  mit  $i = 1 \dots n$

$j =$  Nummer des Grenzzustandes  $g_j$  mit  $j = 1 \dots m$ .

Die Beurteilung der Schnitte für zwei Grenzzustände bedarf einer Ermittlung der Korrelation der beiden Versagensereignisse. Hierzu sind Varianz und Kovarianz der beiden Grenzzustände zu ermitteln. Für zwei Versagensereignisse  $j = 1, 2$  ergeben sich

Varianz  $\sigma_j^2 = \sum_{i=1}^n \alpha_{ij}^2 \quad (5.42)$

Kovarianz  $\sigma_{1,2}^2 = \sum_{i=1}^n \alpha_{i1} \alpha_{i2} \quad (5.43).$

Aus Varianzen und Kovarianz der beiden Grenzzustände kann mit Gleichung (5.44) der Korrelationskoeffizient bestimmt werden

$$\rho_{12} = \frac{\sigma_{12}}{\sqrt{\sigma_1^2 \cdot \sigma_2^2}} = \frac{\sum_{i=1}^n \alpha_{i1} \alpha_{i2}}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \alpha_{i1}^2 \sum_{i=1}^n \alpha_{i2}^2}} \quad (5.44).$$

Der Korrelationskoeffizient  $\rho_{12}$  kann im Standardraum als Kosinus des Winkels  $\theta_{12}$  zwischen den Vektoren vom Ursprung zu den lokalen Bemessungspunkten  $y_1^*$  und  $y_2^*$  interpretiert werden (Bild 5.6). Er ergibt sich aus dem Skalarprodukt der beiden Vektoren.

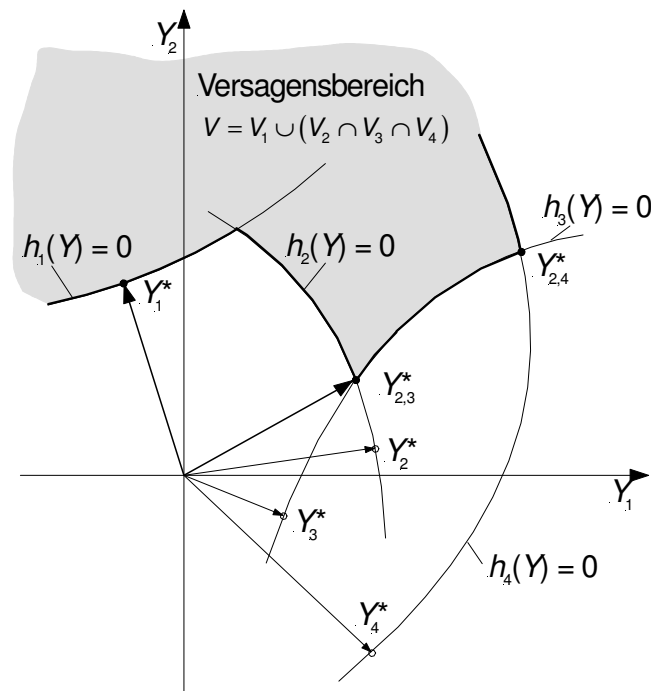
### Joint- $\beta$ und Global- $\beta$

Aus Schnitten mehrerer Grenzzustände ergibt sich der gemeinsame  $\beta$ -Wert des Schnitts (*joint  $\beta$ -point  $y^*$* ) [Hohenbichler et al. 1987], [Strurel Manual]

$$\beta = \min \|\bar{Y}\| \text{ für } \left\{ \bar{Y} : \bigcap_{j=1}^m h_j(\bar{Y}) \leq 0 \right\} \quad (5.45).$$

Im Standardraum wird  $\beta$  wieder als kleinster Abstand zum Bemessungspunkt verstanden, wobei sich der Bemessungspunkt hier aus den Schnitten mehrerer Grenzzustände ergibt. Das Minimum mehrerer Joint- $\beta$ -Werte ergibt den globalen  $\beta$ -Wert. Im globalen Bemessungspunkt sind nicht alle einzelnen Grenzzustände aktiv.

Bild 5.7 zeigt den Zusammenhang für ein System aus vier Versagenselementen. Für Element  $V_1$  ist der lokale  $\beta$ -Punkt gleichzeitig ein Joint- $\beta$ , da der zugehörige Grenzzustand mit keinem weiteren Grenzzustand geschnitten wird. Über die Elemente  $V_2$  bis  $V_4$  werden Schnitte gebildet (Operation UND) und die Bemessungspunkte der Schnitte bestimmt. Die Joint- $\beta$  und die lokalen  $\beta$  unterscheiden sich deutlich voneinander. Mit dem Punkt  $Y_{2,3}$  ist auch der globale Bemessungspunkt gefunden.



**Abb. 5.7: Beispiel Lokale Bemessungspunkte  $Y_i^*$ , Schnitt Bemessungspunkte  $Y_{ij}^*$  ( $m = 4$  Grenzzustände,  $n = 2$  Variable) (nach [Hohenbichler et al. 1987], S. 270)**

### 5.5.3) Wahrscheinlichkeit des Schnitts mit asymptotischer Verbesserung

Über mehrere lokale Bemessungspunkte wird unter Berücksichtigung der Korrelation ein Schnitt gebildet (Operation UND). Die Wahrscheinlichkeit des Schnitts ergibt sich näherungsweise aus [Hohenbichler et al. 1987], [Strurel Manual]

$$P\left(\bigcap_{i=1}^m (h_i(Y) \leq 0)\right) \approx \Phi_k(\bar{\beta}; R) \cdot C_{\text{SORM}} \quad (5.46)$$

mit  $\Phi_k(\dots)$  = Funktionswert der  $k$ -dimensionalen Standardnormalverteilung (multivariates Gauß-Integral)

$k$  = Anzahl der Grenzzustände im gemeinsamen Bemessungspunkt (paarweiser Schnitt:  $k = 2 \rightarrow$  bivariates Gauß-Integral)

$\bar{\beta}$  = Vektor der im Schnitt aktiven lokalen Indizes  $\beta_j$

$R$  = Matrix der Korrelationskoeffizienten des Schnitts

$C_{\text{SORM}}$  = Korrekturfaktor zur Berücksichtigung der Krümmung des Grenzzustandes (s. u.).

In Bild 5.6 sind die lokalen Bemessungspunkte mit linearisierten Grenzzustandsfunktionen dargestellt. Das entspricht dem Ansatz der FORM-Analyse. Genauer erfolgt die Ermittlung der Bemessungspunkte in SORM unter Näherung der Grenzzustände als gekrümmte Funktionen. In der Systemanalyse kann die Krümmung bei der Schnittbildung durch einen Korrekturfaktor  $C_{\text{SORM}}$  berücksichtigt werden (asymptotische Näherung). Der Korrekturfaktor ergibt sich mit [Rackwitz 1985], [Hohenbichler et al. 1987], [Strurel Manual] aus

$$C_{\text{SORM}} = \frac{1}{\sqrt{\det(\mathbf{D})}} \quad (5.47)$$

mit der Matrix  $\mathbf{D}$

$$\mathbf{D} = \left[ \delta_{ij} - \sum_{s=1}^k \gamma_s \frac{\partial^2 g_s(\bar{Y}^*)}{\partial y_i \partial y_j} \right] \quad \text{für } (k+1) \leq i, j \leq n \quad (5.48)$$

mit  $k$  = Zahl der aktiven Grenzzustände im gemeinsamen Bemessungspunkt des Schnitts

$\delta_{ij}$  =  $\begin{cases} 1 & \text{für } i = j \\ 0 & \text{für } i \neq j \end{cases}$  (KRONECKER-Symbol)

$\gamma_s$  = Lösungen der linearen Gleichungen  $\bar{Y}^* = \sum_{i=1}^k \gamma_i a_i$

$a_i$  =  $\text{grad} g_i(\bar{Y}^*)$  (Gradienten der aktiven Grenzzustände im Punkt  $\bar{Y}^*$ ).

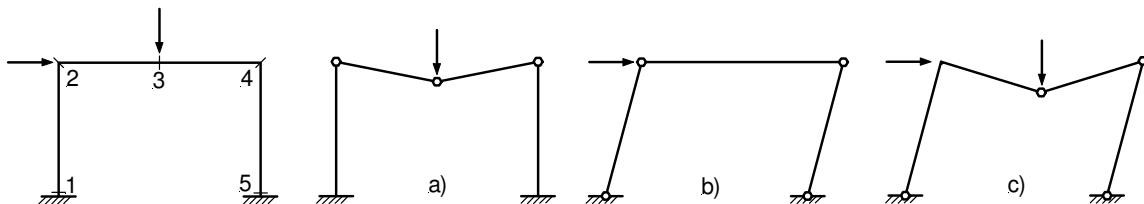
Die Schnittbildung unter Berücksichtigung des Krümmungs-Korrekturfaktors  $C_{\text{SORM}}$  ist im hier verwendeten Programm [SYSREL] hinterlegt. Wird der Faktor  $C_{\text{SORM}}$  zu 1 gesetzt, dann entspricht das Ergebnis der Näherung mit linearisierten Grenzzuständen (FORM). Der Ansatz des Faktors mit (5.47) kann eine Verbesserung des Ergebnisses bewirken. Allerdings wird nach [Rackwitz 1985] bei vielen Anwendungen die Genauigkeit durch die asymptotische Näherung nur sehr geringfügig verbessert. [Hohenbichler et al. 1987] weisen darauf, dass die unvermeidlichen Unsicherheiten bezüglich der Basisvariablen und Modellunsicherheiten auch das Vernachlässigen des Faktors rechtfertigen. Damit erfolgte die Schnittbildung dann wieder mit FORM.

## 5.6) Versagensmechanismen

### 5.6.1) Allgemein

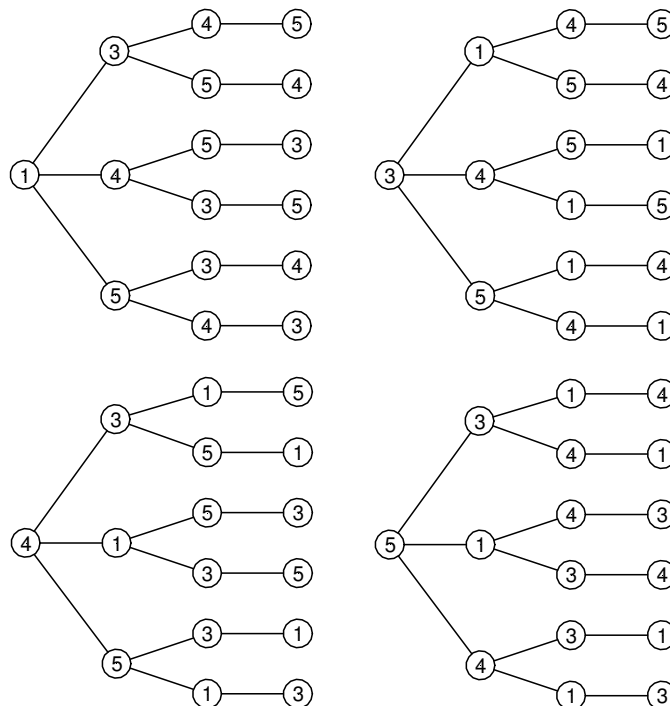
Unter dem Begriff Versagensmechanismus wird eine Anordnung lokaler Versagenselemente (lokale Bruchstellen, Fließgelenke) verstanden, die zum Ausfall des Systems führt. Die Reihenfolge lokaler Versagenselemente bis zu einem Versagensmechanismus wird als Versagenspfad bezeichnet. [Kersken-Bradley et al. 1985].

Entlang eines Versagenspfades ergibt sich die Wahrscheinlichkeit des Systemversagens prinzipiell aus einer UND-Verknüpfung der Elementwahrscheinlichkeiten. Die Wahrscheinlichkeit für das Versagen des Systems insgesamt ergibt sich unter Berücksichtigung aller Versagenspfade aus einer ODER-Verknüpfung der Wahrscheinlichkeiten der einzelnen Versagenspfade. Sowohl für die Ermittlung der Wahrscheinlichkeit entlang eines Pfades als auch für die Schnittmenge aller Pfade werden dabei nicht exakte Wahrscheinlichkeitswerte bestimmt, sondern Intervallgrenzen, die für unterschiedliche Korrelationsgrade der Versagenselemente stehen (Abschnitt 5.4).



**Abb. 5.8: Beispiel für verschiedene Versagensmechanismen an einem Rahmentragwerk (nach [Kersken-Bradley et al. 1985], S. 323)**

Bild 5.8 demonstriert mögliche Versagensmechanismen am Beispiel eines ideal plastischen Stahlrahmens (Beispiel aus [Kersken-Bradley et al. 1985]). In diesem Beispiel wird als Versagenselement ausschließlich die Ausbildung von Fließgelenken an den gekennzeichneten Stellen verstanden. Ein Mechanismus umfasst dabei eine bestimmte Kombination von Fließgelenken. Dargestellt sind drei mögliche Versagensmechanismen. Zu jedem Mechanismus können verschiedene Versagenspfade führen, Bild 5.9 zeigt beispielhaft die möglichen Elementkombinationen, die zum Versagen Bild 5.8c) führen.



**Abb. 5.9: Mögliche Versagenspfade zum Versagenfall Bild 5.8c (nach [Kersken-Bradley et al. 1985], S. 321)**

Die Pfade sind in logischen Bäumen dargestellt, deren Verzweigungen die möglichen Versagensabläufe repräsentieren. Zum Versagen Bild 5.8c würden gemäß Bild 5.9  $4 \times 6 = 36$  mögliche Versagenspfade führen. Die Anzahl der Versagensmechanismen und Versagenspfade steigt mit der Anzahl der zu berücksichtigenden Versagenselemente – also auch mit dem Grad der statischen Unbestimmtheit.

Die möglichen Kombinationen von Versagenselementen und die Zahl der Versagenspfade können mittels Kombinatorik bestimmt werden (vgl. Abschnitt 6.1.2.1, s. auch [Grimmelt 1984]). Jedes Versagenselement kann nur einmal auftreten. Damit ergibt sich die Anzahl der Elementkombinationen als Kombination ohne Wiederholung aus [Bartsch 2007]

$$C_{(v)}^{(n+1)} = \binom{v}{n+1} = \frac{v!}{(n+1)!(v-(n+1)!)} \quad (1 \leq (n+1) \leq v) \quad (5.49)$$

mit  $n$  = Grad der statischen Unbestimmtheit

$v$  = Anzahl der Versagenselemente.

Die Anzahl möglicher Versagenspfade ergibt sich als Variation ohne Wiederholung aus der Anzahl der Kombinationen und den Elementen einer Kombination ( $(n+1)$ -Permutation) [Bartsch 2007]

$$\begin{aligned} V_{(v)}^{(n+1)} &= \frac{v!}{(v-(n+1))!} = \binom{v}{n+1} \cdot (n+1)! \\ &= C_{(v)}^{(n+1)} \cdot (n+1)! = \prod_{i=1}^{n+1} (v+1-i) \quad (1 \leq (n+1) \leq v) \end{aligned} \quad (5.50)$$

mit  $C_{(v)}^{(n+1)}$  = Zahl der möglichen  $(n+1)$ -Kombinationen.

Für ein Tragsystem können sich unterschiedliche Versagensmechanismen einstellen. Zu jedem einzelnen Mechanismus führen mehrere mögliche Kombinationen von Versagenselementen. Dadurch ergibt sich selbst bei vergleichsweise einfachen Tragsystemen schnell eine unüberschaubare Zahl zu berechnender Kombinationen, die zum Systemversagen führen können.

Die Ermittlung der Anzahl der Versagenswege wird in Abschnitt 6.1.2 für die hier bearbeiteten Systeme erläutert. Insbesondere aus dem Vergleich in Abschnitt 6.1.2.2 wird schnell deutlich, dass die Anzahl der Elementkombinationen und Versagenspfade mit dem Grad der statischen Unbestimmtheit extrem ansteigt. Damit steigt auch der Aufwand zur Ermittlung der Versagenswahrscheinlichkeit für das System erheblich an. Zu bedenken ist dabei, dass auch die Ermittlung der Wahrscheinlichkeit des einzelnen Elementversagens keine triviale Aufgabe darstellt (Kapitel 4, Lösung von Gleichung (4.16)).

### 5.6.2) Versagen komplexer Systeme

Die große Zahl möglicher Versagensmechanismen komplexer Systeme macht deren vollständige rechnerische Berücksichtigung unmöglich. Selbst wenn alle Mechanismen in die Rechnung einbezogen würden, so ergäbe sich die Versagenswahrscheinlichkeit des Systems noch als Näherungswert [Thoft-Christensen/Murotsu 1986]. Grund sind die notwendigen Näherungen bei Ermittlung der Elementwahrscheinlichkeit sowie die Schrankenbildung in Abhängigkeit von der Korrelation der Versagenselemente (Abschnitt 5.4). Insgesamt kommt es darauf an, den Aufwand zur Ermittlung der Versagenswahrscheinlichkeit möglichst zu reduzieren.

Für einfache Tragsysteme lassen sich die möglichen Versagensmechanismen noch eindeutig identifizieren. Oft können einzelne Versagenspfade in der Betrachtung vernachlässigt werden, da sie im Grunde nur Variationen darstellen [Kersken-Bradley et al. 1985]. So können bei den hier vorgenommenen Berechnungen durch Ausnutzung von Symmetrieeigenschaften einige Kombinationen entfallen (Abschnitt 6.4.3).

Das Identifizieren maßgeblicher Versagenspfade und -mechanismen ist insbesondere für komplexere Systeme von Bedeutung. Ein Ansatz zur Lösung ist das schrittweise Entwickeln logischer Bäume in Abhängigkeit von der Wahrscheinlichkeit einzelner Versagenspfade. Versagenskombinationen geringerer Wahrscheinlichkeiten können dann von vornherein in der Berechnung vernachlässigt werden.



Zur Analyse komplexer Tragsysteme (wie z. B. Offshore-Plattformen) wurden verschiedentlich Verfahren vorgestellt (Bsp. „*branch&bound*“ (Verzweigen und Begrenzen), „ *$\beta$ -unzipping*“ (schrittweises „Entpacken“ der Systemzuverlässigkeit), „*truncated enumeration method (TEM)*“, „*incremental load method (ILM)*“), bei denen durch schrittweise Ermittlung maßgeblicher Versagenspfade unter Aussortierung weniger wahrscheinlicher Versagenswege der Rechenaufwand minimiert werden soll. Eine Möglichkeit ist das schrittweise Einführen von Gelenken an den Stellen größter Beanspruchung und Bildung von Ersatzsystemen bis hin zum Ausbilden einer kinematischen Kette („*node replacement*“, [Melchers 1999]). Alternativ kann durch schrittweise Laststeigerung das sukzessive Elementversagen modelliert werden [Melchers 1999]. Gemeinsamkeit dieser Verfahren ist, dass ausgehend vom intakten System schrittweise die Wahrscheinlichkeit des Versagens einzelner Elemente bewertet wird. Die Reihenfolge des Versagens ist am logischen Baum darstellbar, wobei Verzweigungen zu weniger wahrscheinlichen Pfaden von vornherein aussortiert werden.<sup>1</sup>

Verschiedene Verfahren zum automatischen Auffinden maßgebender Versagenspfade wurden z. B. in [Murotsu et al. 1981], [Grimmelt 1984], [Murotsu et al. 1984] vorgestellt. Zwischen den Verfahren bestehen viele Ähnlichkeiten (Ordnen der Versagenspfade in logischen Bäumen, allgemeine Festlegung von Kriterien zur Verzweigung in Versagenspfade und zum Begrenzen der Betrachtung durch Ausschluss bestimmter Versagenspfade). Unterschiede bestehen hinsichtlich der exakten Verzweigungs- und Begrenzungskriterien und in der Berücksichtigung der Duktilität des Materials. Die meisten Verfahren wurden anfänglich für ideal plastische Tragwerke entwickelt. Später wurden Erweiterungen für Tragwerke mit sprödem Verhalten entwickelt (z. B. [Moses 1982] (*incremental load method ILM*), [Melchers/Tang 1984] (*truncated enumeration method TEM*), [Gollwitzer 1986] zur Berücksichtigung nicht linearen Verhaltens).

Stellvertretend sollen hier zwei Methoden vorgestellt werden, mit denen sich maßgebliche Versagenspfade komplexer Strukturen ermitteln lassen (*Branch&Bound*,  *$\beta$ -unzipping* [Thoft-Christensen/Murotsu 1986]). Hieran kann das Grundprinzip verdeutlicht werden.

#### 5.6.2.1) Branch & Bound

Ein Weg zur Ermittlung der wahrscheinlichsten Versagenspfade ist die Methode des Verzweigens und Eingrenzens (*Branch & Bound*). Hierbei werden ingenieurmäßige Überlegungen zur Auswirkung eines schrittweisen Versagens mit Wahrscheinlichkeitstheorie verknüpft. Darstellungen des Verfahrens finden sich zum Beispiel in [Thoft-Christensen/Murotsu 1986], [Murotsu et al. 1981], [Grimmelt 1984], [Grimmelt/Schuëller 1986].

Dabei wird zunächst am intakten System das Element mit der höchsten Versagenswahrscheinlichkeit bestimmt und durch ein Gelenk ersetzt. Von dem so gebildeten Ersatzsystem ausgehend wird die nächste Versagensstufe ermittelt. Hiermit ist der Anfang eines Versagenspfades bekannt und damit auch der Anfang einer Verzweigung im logischen Baum (*branch*).

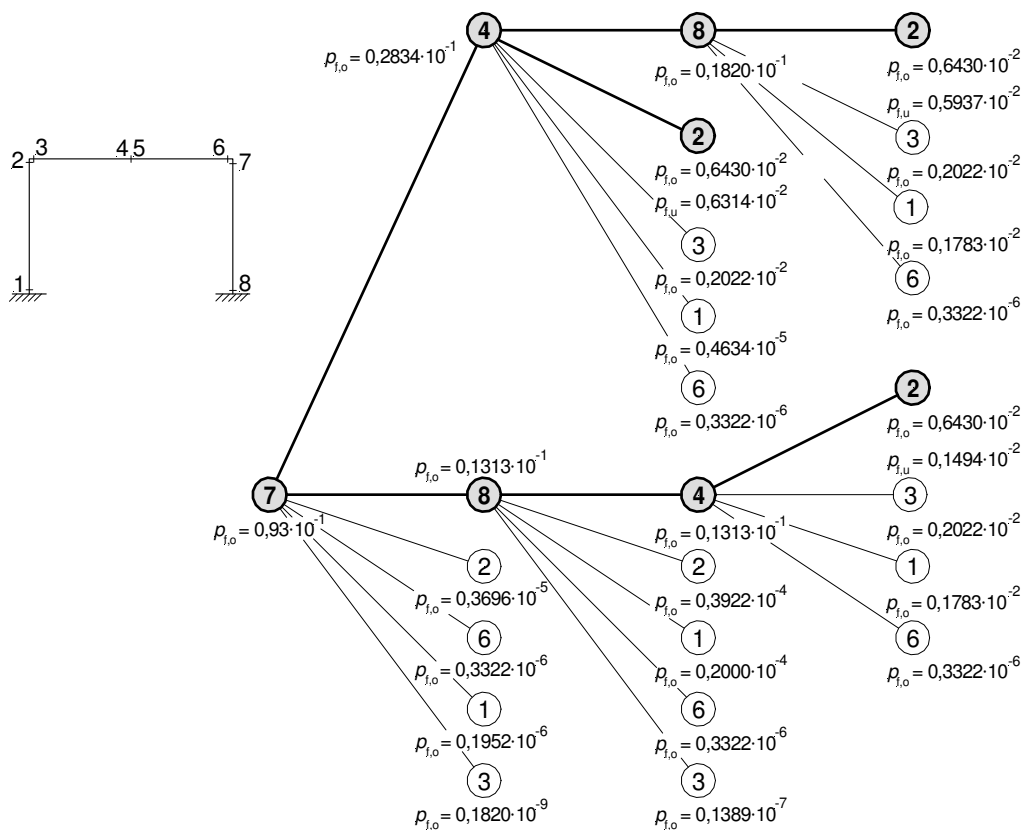
Am Ersatzsystem wird dann das nächste Element mit der höchsten Versagenswahrscheinlichkeit bestimmt und ein neues Ersatzsystem eingeführt. Dieser Vorgang wird bis zum Ausbilden der kinematischen Kette wiederholt. Die so ermittelte Reihenfolge der Versagenselemente bildet den ersten möglichen Versagenspfad.

Entsprechend Abschnitt 5.4 ergibt sich die tatsächliche Versagenswahrscheinlichkeit bei Verknüpfung mehrerer Elemente innerhalb der berechenbaren oberen und unteren Grenzwerte. Für den ersten gefundenen Versagenspfad mit der höchsten Versagenswahrscheinlichkeit (obere Grenze) wird nunmehr auch die untere Schranke der Versagenswahrscheinlichkeit bestimmt. Pfade, deren oberer Versagensgrenzwert kleiner ist als die untere Grenze des wahrscheinlichsten Pfades, können in der weiteren Betrachtung entfallen (*bound*).

<sup>1</sup> Ein anderer Ansatz zur Suche nach maßgebenden Versagenspfaden beruht auf Optimierungsmethoden (Ansatz für ideal plastische Tragwerke, Informationen z. B. in [Zimmermann et al. 1992]).

Für die Ermittlung des nächsten möglichen Versagenspfades bzw. der neuen Verzweigung im logischen Baum (*branch*) wird die Betrachtung schrittweise auf zuvor betrachtete Versagensebenen zurückversetzt. Von einer höheren Ebene ausgehend wird eine Verzweigung zu einem anderen Versagenspfad gelegt (*branch*). Dabei wird geprüft, ob die oberen Grenzwerte der Versagenswahrscheinlichkeit des neuen Zweiges größer sind als die Untergrenze des zuvor gefundenen wahrscheinlichsten Pfades. In diesem Fall existiert ein wahrscheinlicher Versagenspfad, der in der Gesamtbetrachtung (Berechnung der Systemwahrscheinlichkeit über alle Pfade) mit zu berücksichtigen ist. Anderenfalls kann die Verzweigung in der weiteren Betrachtung vernachlässigt werden (*bound*). Für jeden neu gefundenen Pfad ergibt sich mit der Untergrenze der Versagenswahrscheinlichkeit ein neuer Grenzwert für das nächste Bounding.

Auf diese Weise werden die Pfade solange schrittweise „rückwärts“ verfolgt und dann „vorwärts“ neu verzweigt, bis keine neuen Versagenspfade hinzukommen. Das Verfahren wird in den o. g. Quellen ausführlich beschrieben. Bild 5.10 verdeutlicht das Vorgehen beim Branch&Bound-Verfahren an einem Beispiel aus [Thoft-Christensen/Murotsu 1986]. Gezeigt wird die Entwicklung möglicher Versagenspfade ausgehend vom Punkt 7 des betrachteten Rahmens. Damit ist nur ein Teil der insgesamt zu verfolgenden Verzweigungen dargestellt. Die angegebenen Zahlen können das Verfahren jedoch sehr gut erläutern. Sie entstammen den Berechnungen in [Thoft-Christensen/Murotsu 1986] und drücken obere und untere Grenzwerte der Wahrscheinlichkeit eines Pfades bei Versagen bis zum angegebenen Element aus. Die maßgebenden und ausgeschlossenen Pfade werden aus dem Vergleich der Wahrscheinlichkeiten deutlich.



**Abb. 5.10: Prinzip Branch & Bound – Verfahren**  
(Bsp. nach [Thoft-Christensen/Murotsu 1986], S. 230)

Eine Verallgemeinerung des Verfahrens für die Anwendung auf deutlich komplexere Strukturen wird in [Thoft-Christensen/Murotsu 1986], [Murotsu et al. 1981] vorgestellt und für die Bewertung von Offshore-Tragwerken demonstriert.

**5.6.2.2)  $\beta$ -unzipping-Methode**

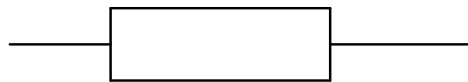
Ein weiteres Verfahren zur Identifikation maßgebender Versagenspfade ist die in [Thoft-Christensen/Murotsu 1986] vorgestellte  $\beta$ -unzipping-Methode. Hierbei wird schrittweise das Versagen einzelner Elemente bis zum Systemausfall modelliert. Für jeden Schritt wird von der Zuverlässigkeit eines Elements ausgehend ein neues Versagenselement geringer Zuverlässigkeit hinzugefügt. So werden Gruppen kritischer Elemente gebildet, die gemeinsam als Parallelsystem wirken. Die Anzahl der Versagenselemente in einer Gruppe entspricht der Betrachtungsebene. Die einzelnen Parallelgruppen kritischer Elemente werden in einem Seriensystem zusammengeschaltet. Auf diese Weise wird unter Berücksichtigung der jeweiligen Schranken an Parallel- und Seriensystem die Wahrscheinlichkeit des Versagenssystems schrittweise „entpackt“.

Beim Bilden der kritischen Gruppen erfolgt eine Wichtung der Versagenselemente, indem nur die Elemente mit kleinen  $\beta$ -Werten in die weitere Betrachtung einbezogen werden. Die schrittweise Gruppenbildung führt zu einem reduzierten logischen Baum, in dem nur die wichtigsten Versagenspfade und -mechanismen berücksichtigt werden. Die System-Versagenswahrscheinlichkeit ergibt sich am logischen Baum innerhalb der Schranken für Parallel- und Seriensysteme.

Das schrittweise Ermitteln der Systemzuverlässigkeit beginnt auf Elementebene mit Stufe Null und kann bis zum Ausbilden eines vollständigen Versagensmechanismus in Stufe  $m$  fortgesetzt werden.

Die Methode wird ausführlich erläutert in [Thoft-Christensen/Murotsu 1986]. Zusammenfassend lassen sich folgende Betrachtungsstufen unterscheiden:

**Ebene 0:**

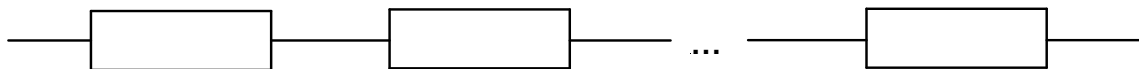


**Abb. 5.11: Systemzuverlässigkeit auf Ebene 0 (maßgebendes Versagenselement)**

Die Beurteilung des Systemversagens auf Ebene Null ist eigentlich eine isolierte Elementbetrachtung. Dabei wird aus allen  $m$  Versagenselementen des Systems das Element  $i$  mit der kleinsten Zuverlässigkeit ausgewählt und mit dem Systemversagen gleichgesetzt. Dabei wird das Zusammenwirken der Elemente im System vernachlässigt. Die Wahrscheinlichkeit des Versagens eines Systems aus  $m$  Versagenselementen ergibt sich damit auf Ebene Null zu

$$\beta_{\text{sys}} = \min_{i=1 \dots m} \beta_i \tag{5.51}$$

**Ebene 1:**



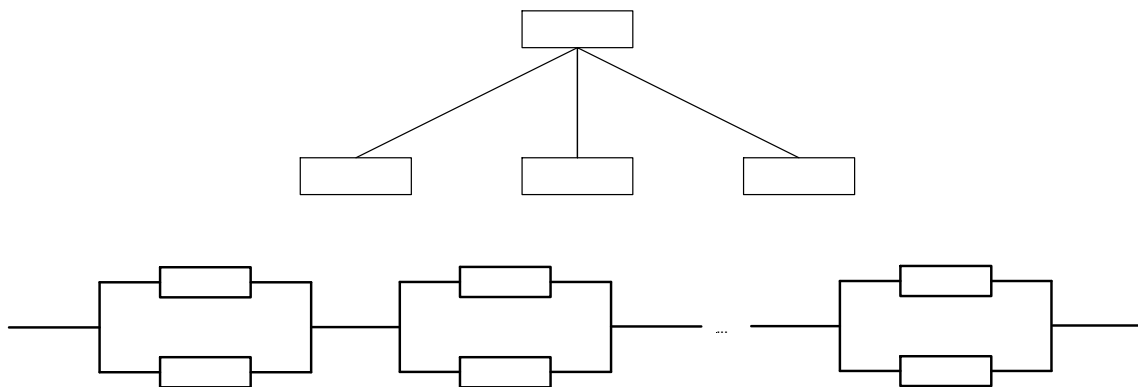
**Abb. 5.12: Systemzuverlässigkeit auf Ebene 1 (Serienanordnung kritischer Versagenselemente)**

In Ebene Eins werden vereinfacht alle Versagenselemente in einem Seriensystem zusammengeschaltet. Damit werden auch Korrelationen zwischen den Elementen berücksichtigt. Die Systemzuverlässigkeit ergibt sich dann innerhalb eines Intervalls

$$\min_{i=1 \dots m} \beta_i \leq \beta_{\text{sys}} \leq \min_{i=1 \dots m} \beta_i + \Delta\beta \tag{5.52}$$

wobei der Differenzwert  $\Delta\beta$  passend zu wählen ist. Einen Hinweis geben die Schranken am Seriensystem gemäß Abschnitt 5.4.2. Zur weiteren Vereinfachung kann das Seriensystemen auf Ebene Eins nur aus den Elementen mit kleinen Zuverlässigkeitswerten gebildet werden. Gemäß [Thoft-Christensen/Murotsu 1986] ergibt sich die Systemzuverlässigkeit auf Ebene Eins hiermit hinreichend genau.

**Ebene 2:**



**Abb. 5.13: Systemzuverlässigkeit auf Ebene 2 (Serienanordnung kritischer Versagenspaare)**

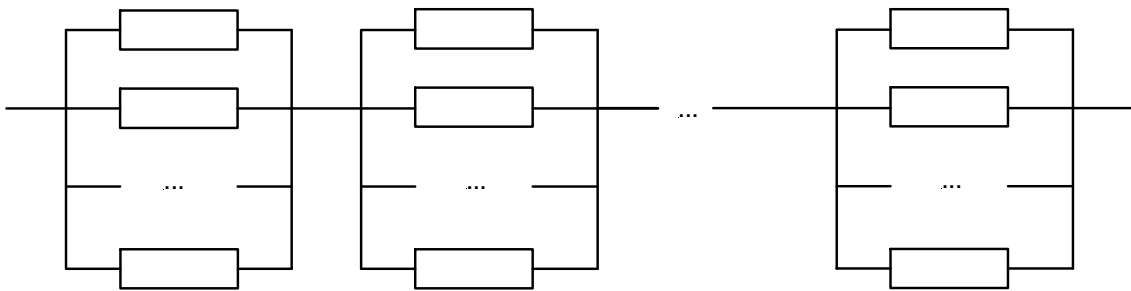
In Ebene Zwei wird nunmehr ein Seriensystem gebildet, dessen Elemente aus Subsystemen mit zwei Elementen in Parallelschaltung bestehen. Die Subsysteme repräsentieren ein Paar kritischer Elemente mit besonders kleinen Elementenzuverlässigkeiten. Zum Auffinden eines kritischen Paares wird ein schrittweises Versagen des Systems bis zum zweiten Element modelliert. Hierbei wird ein Versagenselement  $i$  als Gelenk eingeführt, das die Versagensform repräsentiert (Moment / Querkraft / Normalkraft). Bei duktilen Elementen wird die Traglast des Elements als Ersatzkraft an Stelle des Gelenks aufgebracht, bei spröden Elementen wird die Ersatzkraft vernachlässigt.

Es entsteht ein Ersatzsystem, an dem die Zuverlässigkeit der anderen Elemente  $j \neq i$  bewertet wird. Die Zuverlässigkeit eines Folgeelements  $j$  ergibt sich als bedingte Zuverlässigkeit, die das Versagen des Elements  $i$  voraussetzt. Das Element mit der kleinsten Zuverlässigkeit  $\beta_i$  wird mit der Elementenzuverlässigkeit  $\beta_i$  in einem kritischen Paar zusammengefasst.

Die Berücksichtigung mehrerer Elemente mit kleinen Zuverlässigkeiten führt zu mehreren kritischen Paaren. Die Elemente  $i$  wären darin Elemente, die auch in der Analyse auf Ebene Eins berücksichtigt würden (Elementen mit kleinen Zuverlässigkeitswerten am Ausgangssystem). Die Elemente  $j$  ergäben sich als Elemente mit kleinen Zuverlässigkeitswerten am Ersatzsystem.

In der Darstellung der Ebenen im logischen Baum werden neue Verzweigungen nur aus den berücksichtigten Subelementen  $\beta_i$  gebildet, die innerhalb eines selbst vorgegebenen Intervalls liegen. Elemente höherer Zuverlässigkeit können damit bei weiterer Verzweigung vernachlässigt werden. Für jedes kritische Paar kann die Zuverlässigkeit bzw. äquivalente Versagenswahrscheinlichkeit innerhalb der Schranken eines Parallelsystems bestimmt werden (Abschnitt 5.4.3). Die kritischen Paare werden in einem Seriensystem zusammengefasst, aus dem innerhalb der Schranken am Seriensystem (Abschnitt 5.4.2) die gesuchte Systemzuverlässigkeit auf Ebene 2 bestimmt werden kann.

**Ebene  $m$ :**



**Abb. 5.14: Systemzuverlässigkeit auf Ebene  $m$  (Serienanordnung maßgebender Versagensmechanismen aus Parallelgruppen von  $m$  kritischen Elementen)**

Das Verfahren kann weiter fortgesetzt werden, indem in jeder neuen Betrachtungsebene ein weiteres Element zur Gruppe der kritischen Elemente hinzugefügt wird. In Ebene  $m$  bestünde eine solche Gruppe aus  $m$  Elementen. Die Gruppen werden wieder in Seriensystemen zusammengefasst, die Systemzuverlässigkeit wird in beschriebener Weise aus den Parallel- und Serienschranken bestimmt.

Da in komplexen Systemen nicht alle Mechanismen berücksichtigt werden können, sollen bei der schrittweisen Betrachtung bereits die maßgebenden Versagensmechanismen identifiziert werden, indem immer nur die Folgeelemente zur kritischen Gruppe ergänzt werden, die kleine Zuverlässigkeiten in einem Bereich  $[\beta_{\min}; \beta_{\min} + \Delta\beta_m]$  haben. Der Toleranzbereich  $\Delta\beta_m$  ist ein gewählter positiver Wert. Hierüber können direkt Folgeelemente ausgeschlossen werden, deren Zuverlässigkeit besonders hoch ist.

Letztlich wird ein Seriensystem gebildet, in dem jedes Element für einen wesentlichen Versagensmechanismus steht. Ein Mechanismus besteht aus mehreren parallelen Versagenselementen, die Parallelschaltung steht für einen wesentlichen Versagenspfad. Pfade geringerer Relevanz werden bei der schrittweisen Verzweigung direkt vernachlässigt.

## 5.7) Zusammenfassung

Die Angaben zur Zuverlässigkeit von Systemen lassen sich zusammenfassen zu:

- Systeme versagen nach *mehreren Grenzzuständen*. Das Versagensgebiet wird nicht von einer stetig differenzierbaren Funktion eingegrenzt. Die Form des Versagensgebietes ergibt sich in Abhängigkeit von den einzelnen Grenzzuständen und deren logischer Verknüpfung im Zuverlässigkeitssystem.
- Die *Zuverlässigkeit des Systems* ist abhängig von der Zuverlässigkeit der Elemente, der logischen Verknüpfung der Elemente im Zuverlässigkeitssystem und der Korrelation der Grenzzustände. Die unbekannt Korrelation erschwert die Ermittlung der Systemzuverlässigkeit. Versagenselemente in Tragwerken haben gewöhnlich hohe Korrelationsgrade.
- Die *Versagenswahrscheinlichkeit* des Systems kann mit Simulationsverfahren, Antwortflächenverfahren (i. d. R. in Verbindung mit FE-Methoden) oder Level II-Methoden in Verbindung mit Wahrscheinlichkeitsschranken bestimmt werden. Eine geschlossene Lösung (Integration über das Versagensgebiet) ist i. d. R. nicht möglich. Zur Herleitung von Teilsicherheitsbeiwerten werden die Lage des Bemessungspunktes und die Sensitivitäten der Basisvariablen benötigt. Daher erfolgt die System-Berechnung auf Grundlage der Level II-Verfahren in Verbindung mit Wahrscheinlichkeitsschranken. Auf Elementebene wird die Genauigkeit mit Simulationsmethoden geprüft.
- *Tragsysteme und Zuverlässigkeitssysteme* unterscheiden sich voneinander. Zuverlässigkeitssysteme werden von Versagenselementen gebildet, die durch die Grenzzustände beschrieben werden. Ein Tragelement besteht i. d. R. aus mehreren Versagenselementen. Die Elemente werden in Serien-, Parallel- oder Mischsystemen verknüpft. Das Versagensgebiet und die Zuverlässigkeit ergeben sich in Abhängigkeit von der logischen Verknüpfung.
- *Seriensysteme* versagen, wenn ihr schwächstes Element versagt. Die Versagenswahrscheinlichkeit des Seriensystems ist tendenziell größer als die Versagenswahrscheinlichkeit des schwächsten Elements. Die Versagenswahrscheinlichkeit steigt mit der Anzahl der Elemente. Statisch bestimmte Tragwerke können als Seriensystem modelliert werden. Statisch unbestimmte Systeme können auf Seriensysteme zurückgeführt werden, deren Elemente aus Subsystemen mit Parallelelementen bestehen.
- *Parallelsysteme* versagen, wenn alle Elemente versagen. Die Versagenswahrscheinlichkeit des Parallelsystems kann nie größer werden als die seines stärksten Elements. Die Versagenswahrscheinlichkeit sinkt mit der Anzahl der Elemente. Ein möglicher Versagensmechanismus eines statisch unbestimmten Systems wirkt als Parallelsystem, wenn die Elemente ausreichend duktil sind. Bei spröden Elementen führt ein Versagen schnell zum vollen Systemversagen. Alle Versagensmechanismen des statisch unbestimmten Systems werden in einem Seriensystem zusammengefasst.
- Eine exakte Bestimmung der Versagenswahrscheinlichkeit ist i. d. R. nicht möglich. Es werden Intervalle mit oberen und unteren Grenzwerten gesucht, die möglichst dicht zusammen liegen sollen. Für Serien- und Parallelsysteme existieren unterschiedliche *Schranken* verschiedener Genauigkeitsgrade.
- Mit *Level-II-Methoden* wird die Systemzuverlässigkeit aus den lokalen Bemessungspunkten der einzelnen Grenzzustände entwickelt. Die Grundlage bilden die Suchalgorithmen der FOR- bzw. SOR-Methoden. Der globale Bemessungspunkt ergibt sich innerhalb der Systemschranken. Der globale Bemessungspunkt kann asymptotisch verbessert werden. Fehler aus der stochastischen Modellierung haben jedoch i. d. R. größeren Einfluss auf das Ergebnis als Verfeinerungen des Algorithmus.
- In redundanten Tragwerken führen unterschiedliche *Versagenspfade* zum Systemversagen. Die Reihenfolge des Versagens wird von der Zuverlässigkeit der Elemente bestimmt. Die Zahl möglicher Versagenspfade steigt mit dem Grad der statischen Unbestimmtheit extrem an. Für komplexe Systeme existieren Verfahren zur Identifikation maßgebender Versagenspfade.

## 6) Modellierung

### 6.1) Mechanische Modellierung: schrittweises Versagen am Zweifeldträger

#### 6.1.1) Untersuchtetes System und Versagensstellen

Für bestehende Platten und Balken verschiedenster Eigenschaften sollen hier allgemeine Aussagen zur Systemzuverlässigkeit hergeleitet werden. Für beide Tragelemente werden mehrere mögliche Kombinationen von Materialfestigkeiten, Lasten und Ausführungsqualität im Hinblick auf die vorhandene Zuverlässigkeit untersucht.

Zu diesem Zweck werden kombiniert:

- drei verschiedene Stahlfestigkeiten  $f_{yk}$ :  
220 , 420 und 500 MN/m<sup>2</sup>
- neun verschiedene Beton-Druckfestigkeiten  $f_{ck}$ :  
12, 16, 20, 25, 30, 35, 40, 45 und 50 MN/m<sup>2</sup>
- vier verschiedene Nutzungskategorien gemäß EN 1991-1-1:
 

A	Wohn- und Aufenthaltsräume	A2: $q_k = 1,5 \text{ kN/m}^2$
B	Büroflächen	B1: $q_k = 2,0 \text{ kN/m}^2$
C	Versammlungsräume (hier: Schule)	C1: $q_k = 3,0 \text{ kN/m}^2$
D	Verkaufsräume	D2: $q_k = 5,0 \text{ kN/m}^2$

Für die Nutzungsgruppen B, C und D wird zusätzlich ein Zuschlag  $q_{k,TW} = 1,2 \text{ kN/m}^2$  zur Berücksichtigung leichter Trennwände mit einer Last 3 ... 5 kN/m Wandlänge berücksichtigt.<sup>1</sup>

- vier verschiedene Ausführungsqualitäten:
 

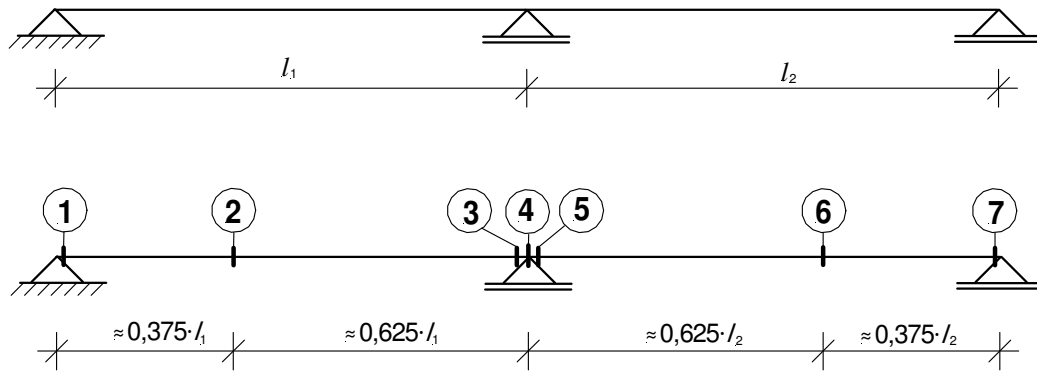
mittlere Qualität („Normqualität“): (Streuung $\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2$ )	für Bauwerke, bei denen gute Ausführungs- und Kontrollbedingungen zur Bauzeit erwartbar wären, was eine Festigkeitsstreuung gemäß aktueller Vorschriften rechtfertigt,
schlechtere Qualität in drei Stufen: (Streuung $\sigma_{fc} = 6 / 8 / 10 \text{ MN/m}^2$ )	für Bauwerke, bei denen schlechtere Ausführungs- und Kontrollbedingungen zur Bauzeit erwartbar wären, was die Annahme größerer Festigkeitsstreuungen verlangt.

Besonders gute Ausführungsqualität, wie sie bspw. für Fertigteilmbauten zu erwarten wäre, soll hier vernachlässigt werden. Nach Untersuchung des Qualitätseinflusses auf die erreichte Zuverlässigkeit kann eine feinere Differenzierung überlegt werden.

Die Untersuchung erfolgt zunächst für ein einfach statisch unbestimmtes System. Ein einfach statisch unbestimmtes System wird vor allem zur Reduktion der Komplexität verwendet. Die Konzentration auf ein einfach statisch unbestimmtes System ermöglicht hier ein Nachvollziehen und Darstellen der Verfahrensschritte bis zur Ermittlung der Versagenswahrscheinlichkeit des Systems. Für die allgemeine Untersuchung der Tragsicherheit von Platten und Balken wird ein Zweifeldsystem gewählt.

<sup>1</sup> Für Nutzungskategorie A wurde auf den Ansatz des Trennwandzuschlags verzichtet, um möglichst ungünstige Verhältnisse für die Bewertung der Zuverlässigkeit zu schaffen. Zunächst wird davon ausgegangen, dass sich aus der nutzerorientierten Planung im Wohnungsbau eine Fixierung von Funktionsbereichen ergibt. Gewöhnlich bleibt im Wohnungsbau die Raumeinteilung auch bei Nutzerwechsel bestehen. Trennwände lassen sich so beim Nachweis direkt berücksichtigen. Die Vernachlässigung des Trennwandzuschlags in Kategorie A führt für den kleinen Lastmittelwert zu einem höheren Variationskoeffizienten  $v_q$ . Aus den probabilistischen Berechnungen ergeben sich somit ohne Trennwandzuschlag kleinere Zuverlässigkeitsniveaus (zum Nachweis s. Abschnitt 6.2.1.2). Sollte der Nachweis im Bestand dennoch unter Ansatz des Trennwandzuschlags erfolgen, dann liegen die Ergebnisse bei Ansatz der ohne den Zuschlag hergeleiteten Teilsicherheitsbeiwerte auf der sicheren Seite.

Für die Kategorien B bis D wird im Sinne einer nutzeroffenen Planung der Trennwandzuschlag grundsätzlich mit berücksichtigt. Damit werden flexiblere Nutzungsmöglichkeiten eröffnet. Die hierfür entwickelten Teilsicherheitsbeiwerte sind bei Nachweis bestehender Objekte unter Berücksichtigung des Trennwandzuschlags anzuwenden. Eine Vernachlässigung des Zuschlags wäre in diesem Fall nicht zulässig.



**Abb. 6.1: Statisches System und untersuchte Versagensstellen**

An dem einfachen Zweifeldsystem lässt sich bereits das Zusammenwirken wesentlicher Versagensstellen an Durchlaufsystemen betrachten:

- Biegezugversagen im Endfeld
- Biegezugversagen an der ersten Innenstütze
- Querkraftversagen an der ersten Innenstütze

Zunächst wird nur der Fall einer gleichmäßig verteilten Last betrachtet. Im System sind keine Längskräfte vorhanden. Die Schnittgrößen werden im Hinblick auf möglichst verallgemeinerbare Aussagen für bestehende Systeme verschiedenster Materialkombinationen linear elastisch ermittelt. Eine nicht lineare Schnittgrößenermittlung wäre hier im Sinne der Fragestellung nicht zielführend.

Die genannten Versagensstellen sind für diesen Fall allgemein als bemessungsrelevante Schnitte größter Beanspruchung bekannt. Im Sinne der Zuverlässigkeitstheorie sind diese Schnitte jedoch nicht zwangsläufig die Elemente größter Versagenswahrscheinlichkeit. Das Querkraftversagen am Endauflager wird daher hier auch für die Untersuchung der Plattentragfähigkeit in die Betrachtung einbezogen, obwohl die hier auftretenden Querkräfte bei Platten mit gleichmäßig verteilten Lasten nicht bemessungsrelevant sind. Das Versagen infolge Biegung ohne Längskraft wird so modelliert, dass die Fließdehnung des Betonstahls erreicht wird ( $\epsilon_s \geq f_{yk}/E_s$ ). Biegedruckversagen ohne Erreichen der Streckgrenze der Zugsbewehrung wird nicht untersucht. Es werden nur Querschnitte ohne Druckbewehrung betrachtet.

Als Versagenselement wird im Sinne der Zuverlässigkeitstheorie nicht ein Tragelement (Platte / Balken / Stütze o. ä.) bezeichnet. Unter Element wird hier eine bestimmte Versagensform verstanden. Ein Tragelement kann durch mehrere Versagenselemente (Druck / Querkraft / Biegung / Verankerung u. a.) bestimmt sein. Die Anzahl der Tragelemente und Versagenselemente bzw. *Komponenten* im Sinne der Zuverlässigkeitstheorie können sich also für das statische System und das zuverlässigkeitstheoretische System voneinander unterscheiden.

Für den zu untersuchenden Zweifeldträger werden hier für die Platte 7 und für den Balken 11 mögliche Versagenselemente berücksichtigt:

Versagenselemente der Platte (ohne Querkraftbewehrung)

- ① Querkraftversagen am Endauflager A
- ② Biegezugversagen im Feld 1
- ③ Querkraftversagen Innenstütze, links
- ④ Biegezugversagen über dem Zwischenauflager B
- ⑤ Querkraftversagen Innenstütze, rechts
- ⑥ Biegezugversagen im Feld 2
- ⑦ Querkraftversagen am Endauflager C



Für den Balken ergeben sich für die Stellen 1, 3 und 7 (Querkraftversagen) weitere Versagenselemente. Für Bauteile mit Querkraftbewehrung wird nach EN 1992-1-1 die Querkrafttragfähigkeit in die Anteile Druck- und Zugstreben tragfähigkeit differenziert. Damit erweitern sich im Sinne der Zuverlässigkeitstheorie die zu betrachtenden Versagenselemente.

Versagenselemente des Balkens (mit Querkraftbewehrung)

- ①① Querkraftversagen am Endauflager A: Druckstrebe
- ①② Querkraftversagen am Endauflager A: Zugstrebe
- ② Biegezugversagen im Feld 1
- ③① Querkraftversagen Innenstütze, links: Druckstrebe
- ③② Querkraftversagen Innenstütze, links: Zugstrebe
- ④ Biegezugversagen über dem Zwischenauflager B
- ⑤① Querkraftversagen Innenstütze, rechts: Druckstrebe
- ⑤② Querkraftversagen Innenstütze, rechts: Zugstrebe
- ⑥ Biegezugversagen im Feld 2
- ⑦① Querkraftversagen am Endauflager C: Druckstrebe
- ⑦② Querkraftversagen am Endauflager C: Zugstrebe

Eine Erweiterung wäre durch das Zuschalten von Innenfeldern möglich (Durchlaufträger über  $n$  Felder). Daran könnten im Innenfeld zwei Elemente für das Biegezugversagen eingeführt werden:

- Biegezugversagen, Zugzone unten
- Biegezugversagen, Zugzone oben

Die Biegeelemente werden als Fließgelenke und die Querkraftelemente werden als spröde Elemente betrachtet (kompletter Ausfall der Stützung). In beiden Fällen erfolgt bei Eintreten des ersten Versagensfalles eine Änderung des statischen Systems mit entsprechender Umlagerung der Beanspruchung.

## 6.1.2) Anzahl möglicher Versagensepfade

### 6.1.2.1) Kombination am $n$ -fach statisch unbestimmten System

Die stellvertretende Betrachtung am Zweifeldträger soll den Untersuchungsaufwand in einem angemessenen Rahmen halten. Der Rechenaufwand kann mit den Regeln der Kombinatorik abgeschätzt werden. Für ein statisches System ergibt sich die Anzahl der möglichen Versagensepfade in Abhängigkeit vom Grad der statischen Unbestimmtheit und der Anzahl der Versagenselemente. Für statisch unbestimmte Systeme muss eine Kombination mehrerer Versagenselemente auftreten, bevor das gesamte System versagt. Die Anzahl der möglichen Elementkombinationen und der Grad der statischen Unbestimmtheit bestimmen schließlich die Zahl möglicher Versagensepfade (Gelenkketten).

Für das hier untersuchte einfach statisch unbestimmte System führt eine Kombination von zwei Versagenselementen zum Versagen. Dabei kann jede Kombination dasselbe Element nur einmal enthalten (Elementkombination ohne Wiederholung). Für die Zweifeldplatte ergibt sich damit die Anzahl möglicher Elementkombinationen  $C_v$  aus Gleichung (5.49)

mit  $n = 1$  Grad der statischen Unbestimmtheit  
 $v = 7$  Anzahl der Versagenselemente

$$C_{(v)}^{(n+1)} = \binom{7}{1+1} = \frac{7!}{(2)!(7-2)!} = 21 \text{ mögliche Kombinationen von je 2 Versagenselementen.}$$

Für den Balken steigt wegen der größeren Elementzahl auch die Zahl möglicher Kombinationen, es ergeben sich aus Gleichung (5.49)

mit  $n = 1$  Grad der statischen Unbestimmtheit  
 $v = 11$  Anzahl der Versagenselemente

$$C_{(v)}^{(n+1)} = \binom{11}{1+1} = \frac{11!}{(2)!(11-2)!} = 55 \text{ mögliche Kombinationen von je 2 Versagenselementen.}$$

Die Anzahl möglicher Versagenspfade ergibt sich als Variation ohne Wiederholung aus der Zahl möglicher Kombinationen und der Anzahl der in einer Kombination enthaltenen Versagenselemente. Für die Zweifeldplatte ergibt sich die Anzahl möglicher Versagenspfade als  $(n+1)$ -Permutation  $V_v$  aus Gleichung (5.50)

mit  $n = 1$  Grad der statischen Unbestimmtheit  
 $C_{(v)}^{(n+1)} = 21$  mögliche  $(n+1)$ -Kombinationen

$$V_{(v)}^{(n+1)} = \frac{7!}{(7-2)!} = 21 \cdot 2! = 42 \text{ mögliche Versagenspfade}$$

Für den Balken ergeben sich sinngemäß

mit  $n = 1$  Grad der statischen Unbestimmtheit  
 $C_{(v)}^{(n+1)} = 55$  mögliche  $(n+1)$ -Kombinationen

$$V_{(v)}^{(n+1)} = \frac{11!}{(11-2)!} = 55 \cdot 2! = 110 \text{ mögliche Versagenspfade.}$$

Die Zuverlässigkeit des Systems ergibt sich aus der Auftretenswahrscheinlichkeit der möglichen Versagenspfade. Zur Beurteilung des Systems wäre also die Versagenswahrscheinlichkeit für jeden Pfad zu ermitteln. Mithin ist die Anzahl der möglichen Versagensmechanismen ein Indiz für den Berechnungsaufwand.

Der Gesamtaufwand kann bei großen Verzweigungen reduziert werden, indem nur die Pfade mit der größten Auftretenswahrscheinlichkeit untersucht werden („branch-and-bound“ – Verfahren). Für das hier betrachtete System können Symmetriebedingungen (gleiche Versagenswahrscheinlichkeiten verschiedener Elemente) zur Reduktion des Aufwands genutzt werden (s. u.). Dennoch ist ersichtlich, dass der Berechnungsaufwand bereits für das einfache Zweifeldsystem erheblich ist.

6.1.2.2) Vergleich: Kombination bei Anstieg der Unbestimmtheit

Zum Vergleich werden in Tabelle 6.2 die möglichen Elementkombinationen und Versagspfade mehrfach statisch unbestimmter Systeme zusammengestellt. Ein nennenswerter Anstieg möglicher Kombinationen und Permutationen ist bereits beim Übergang zum 2-fach statisch unbestimmtem System erkennbar. Die wachsende Anzahl der möglichen Versagenselemente in Tabelle 6.2 ergibt sich aus den zu ergänzenden möglichen Versagenselementen des Innenfelds (s. Bild 6.2).

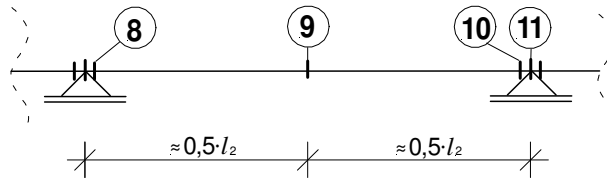


Abb. 6.2: Versagenselemente je Innenfeld

Dabei ist für ein Stahlbetonbauteil zu unterscheiden, ob Biegeversagen im Innenfeld nur durch Zug an Bauteilunterseite auftritt oder ob zusätzlich auch Zug an der Oberseite möglich ist (wie beispielsweise bei kurzen Innenfeldern zwischen größeren Nachbarfeldern). Gemäß Bild 6.2 ergeben sich für jedes Innenfeld die in nachfolgender Tabelle 6.1 zusammengestellten zusätzlichen Versagenselemente:

Tabelle 6.1: Anzahl zusätzlicher Versagenselemente für jedes weitere Innenfeld

je Innenfeld	Platte	Balken
mögliche Elemente	8 Querkraft Innenstütze, rechts 9-1 Biegezugversagen Feld, Zug unten 9-2 Biegezugversagen Feld, Zug unten 10 Querkraft Innenstütze, links 11 Biegezugversagen über zusätzlichem Zwischenaufleger	8-1 Druckstrebe Innenstütze, rechts 8-2 Zugstrebe Innenstütze, rechts 9-1 Biegezugversagen Feld, Zug unten 9-2 Biegezugversagen Feld, Zug unten 10-1 Druckstrebe Innenstütze, links 10-2 Zugstrebe Innenstütze, links 11 Biegezugversagen über zusätzlichem Zwischenaufleger
Elementzahl ohne Zug oben	4	6
Elementzahl mit Zug oben	5	7

Tabelle 6.2: Anzahl Elementkombinationen und Versagspfade für n-fach statisch unbestimmte Träger

	statisch bestimmt	statisch unbestimmt					
	Versagen eines Elements bestimmt Systemversagen	Kombination mehrerer Elemente bestimmt Systemversagen					
Anzahl der Felder	1	2	3	4	5	6	
Grad der statischen Unbestimmtheit n	0	1	2	3	4	5	
Elemente in einer Kombination (n+1)	1	2	3	4	5	6	
Platte	Versagenselemente v	3	7	12	17	22	27
	Elementkombinationen C <sub>v</sub>	3	21	220	2.380	26.334	296.010
	Versagspfade V <sub>v</sub>	3	42	1.320	57.120	3.160.080	213.127.200
Balken	Versagenselemente v	5	11	18	25	32	39
	Elementkombinationen C <sub>v</sub>	5	55	816	12.650	201.376	3.262.623
	Versagspfade V <sub>v</sub>	5	110	4.896	303.600	24.165.120	2.349.088.560

### 6.1.3) Idealierte Versagensfälle (Erst- und Zweitversagen)

#### 6.1.3.1) Idealisierung

Es wird unterstellt, dass Versagen eines Elements eintritt, wenn die Einwirkungen den für das betrachtete Element definierten Widerstand nach EN1992-1-1 erreichen (Querkraft bzw. Biegung ohne Längskraft). Für diesen Fall wird ein vollständiges Versagen des Elements unterstellt. Wenn ein Element versagt, findet eine Umlagerung der Kräfte im statischen System statt. Für das Versagen an einer beliebigen Stelle wird die vollständige Umlagerung der Kräfte angenommen, so dass sich ein neues statisches System einstellt.

In diesem Sinne wird ein Ersatzsystem modelliert, in dem das erste Versagenselement als Gelenk mit Freiheitsgrad entsprechend dem vorherigen Versagen auftritt (Querkraft / Moment). So wird ein schrittweises Versagen und Einführen weiterer Gelenke verfolgt, bis das letzte verbleibende, statisch bestimmte Ersatzsystem versagt. Im Fall des Zweifeldträgers entsteht nach Eintritt des ersten Versagens bereits das statisch bestimmte Ersatzsystem. Das Gesamtsystem versagt bei Eintritt des zweiten Versagens.

Es gibt Erstversagensfälle, bei denen der zweite Versagensfall quasi sofort eintritt (rechnerisch), da das ursprüngliche System für die nunmehr umgelagerten Kräfte am Ersatzsystem nicht ausgelegt ist. Kritisch sind in diesem Sinne die Fälle zu betrachten, in denen zuerst ein Querkraftelement versagt. Das in diesem Fall spröde Versagen des Systems wird über die sehr großen Versagenswahrscheinlichkeiten für das zweite Versagenselement modelliert, die sich aufgrund einer entsprechenden Formulierung der Widerstände für diese Fälle einstellt (Abschnitt 6.3).

Ziel dieser Arbeit ist die Herleitung modifizierter Teilsicherheitsbeiwerte für den Nachweis bestehender Objekte. Dabei wird im allgemeinen Fall vom Nachweis auf Grundlage linear-elastischer Schnittgrößenermittlung ausgegangen. Insofern wird das schrittweise Versagen hier auch für linear-elastische Schnittgrößen modelliert. Exaktere Aussagen zur Zuverlässigkeit eines Systems lassen sich aus der Verknüpfung nicht linearer Verfahren mit der Zuverlässigkeitstheorie gewinnen (s. Abschnitt 4.3). Für die angestrebten Teilsicherheitsbeiwerte zum Nachweis bestehender Objekte verschiedenster Material- und Lastkombinationen wäre diese Methodik jedoch nicht zielführend. Zur Bestimmung der Sicherheitsmaße ist die Ermittlung der Lage des Bemessungspunktes und der Sensitivitäten vorteilhaft. Insofern wird die Lösung mit Level-II-Methoden erarbeitet (s. Kapitel 5); die Grenzzustände werden dem Anwendungsziel entsprechend mit linear-elastischen Schnittgrößen formuliert.

#### 6.1.3.2) Kennzeichnung des Elementversagens

Zur Kennzeichnung der unterschiedlichen Versagensstufen wird eine Nummerierung eingeführt, welche dann zur Kennzeichnung der Grenzzustandsfunktionen der Versagenselemente in den Zuverlässigkeitsprogrammen verwendet wird. Die im Programm erforderliche Nummerierung wird hier so angelegt, dass die Versagensstufe (Erst- oder Zweitversagen), das jeweilige Versagenselement des aktuellen Grenzzustandes und das evtl. vorausgegangene Versagenselement direkt erkennbar sind (Bild 6.3). Die zu untersuchenden Grenzzustände werden so allgemein durch eine dreistellige Ordnungsnummer benannt. Für alle Grenzzustände mit Querkraftversagen des Balkens verweist eine vierte Ziffer zusätzlich auf die Art des untersuchten Widerstands (Bild 6.3).

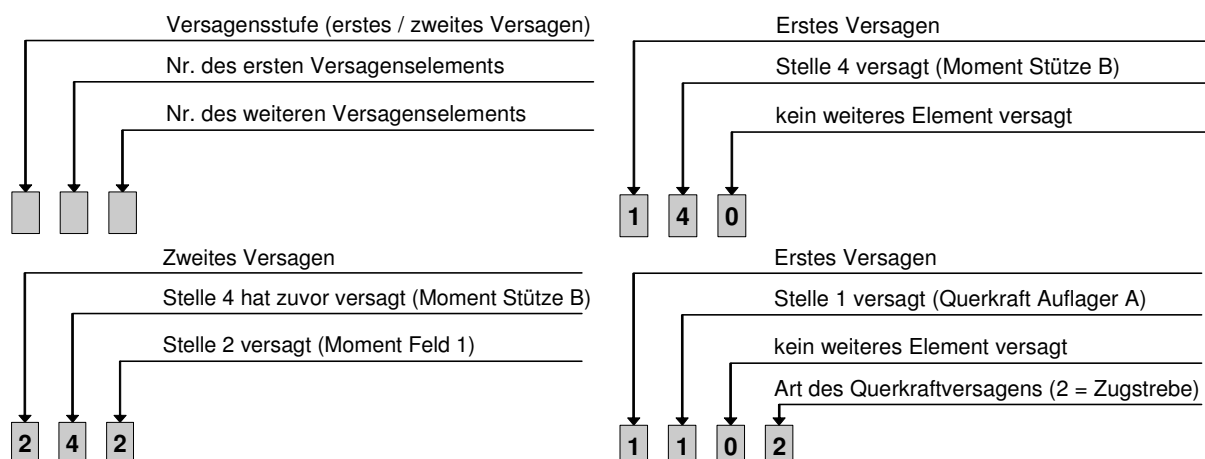


Abb. 6.3: Prinzip der Kennzeichnung des Elementversagens: Grenzzustandsnummern

**6.1.3.3) Erstversagen**

Mit Erstversagen wird hier das erste Erreichen des Grenzzustandes an einem Versagenselement mit zugehöriger Umlagerung der Kräfte auf das  $(n-1)$ -fach statisch unbestimmte System bezeichnet. Für den 1-fach statisch unbestimmten Zweifeldträger stellt sich mit dem Erstversagen bereits das statisch bestimmte Ersatzsystem ein. Die den Elementen des Erstversagens zugeordneten Ersatzsysteme und Grenzzustandsnummern sind in Tabelle 6.3 aufgeführt.

**Tabelle 6.3: Erstversagen der Elemente 1 bis 7 und zugehörige Ersatzsysteme**

Nr.	Versagen	Ersatzsystem
110		
120		
130		
140		
150		
160		
170		

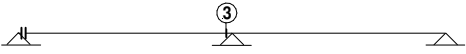
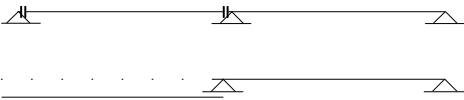
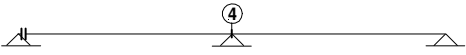
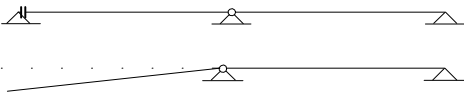
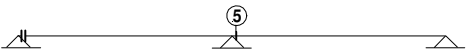
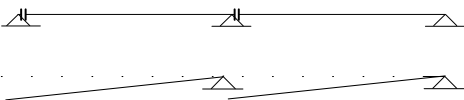

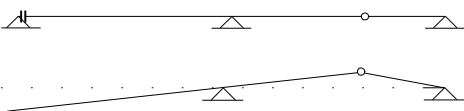
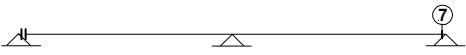
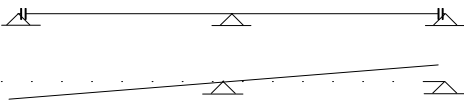

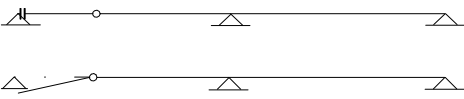
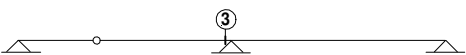
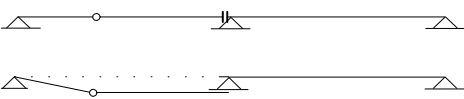
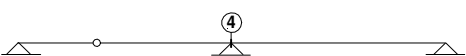
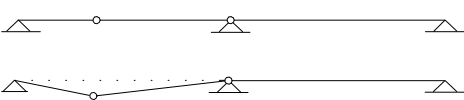
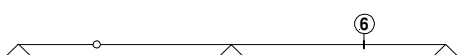
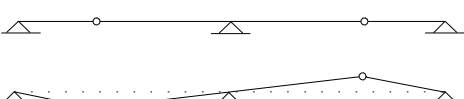


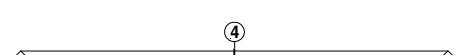
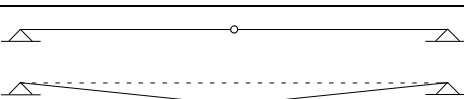
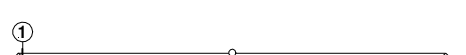
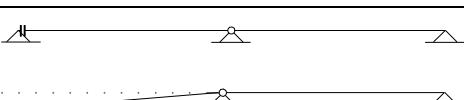

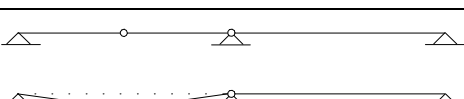
**6.1.3.4) Zweitversagen**

Am  $(n-1)$ -fach statisch unbestimmten Ersatzsystem wird die Wahrscheinlichkeit des nächsten Elementversagens ermittelt. Im Fall des Zweifeldträgers wird das zweite Versagen bereits am statisch bestimmten Ersatzsystem untersucht.

Das zweite Versagen entwickelt sich durch die Kraftumlagerung immer in Abhängigkeit vom vorherigen Erstversagen. Je nach Ort des ersten Versagens und dem zugehörig eingeführten Gelenk sind verschiedene idealisierte Ersatzsysteme zu betrachten. Es ist also nicht möglich, für jede zu betrachtende Versagensstelle einen allgemeingültigen Grenzzustand für das zweite Versagen zu formulieren. Die erforderliche sukzessive Ermittlung der Schnittgrößen erhöht also den Berechnungsaufwand, insbesondere für mehrfach statisch unbestimmte Systeme (vgl. Tabelle 6.2). Für den 1-fach statisch unbestimmten Zweifeldträger entsteht beim zweiten Versagen die kinematische Kette; das System versagt.

Die wichtigsten zu untersuchenden Zustände des Zweitversagens sind in Tabelle 6.4 zusammengestellt. Einige nach o. g. Schema denkbare Versagenszustände sind am Ersatzsystem praktisch irrelevant und entfallen daher aus der Betrachtung (Bsp. „212“ – Versagen im Feld nach vorherigem Versagen am Endauflager); weitere Grenzzustände können bei identischem Verhalten bei Symmetrie des statischen Systems entfallen. Die Untersuchung soll hier für ein symmetrisches System erfolgen.

**Tabelle 6.4: Zweitversagen und zugehörige kinematische Kette**

Nr.	Versagen	Kinematische Kette
213		
214		
215		
216		
217		
221		
223		
224		
226		
231		
234		
241		
242		

## 6.2) Stochastische Modellierung

### 6.2.1) Platte

#### 6.2.1.1) Vorbemerkungen

In die hier vorzunehmenden Sicherheitsbetrachtungen gehen sämtliche Basisvariable mit ihren streuenden Eigenschaften ein. Die Qualität der Zuverlässigkeitsberechnung ist von der Genauigkeit der stochastischen Modelle abhängig.

In Kapitel 3 wurde eine ausführliche Datenbasis zur stochastischen Modellierung der Basisvariablen zusammengestellt und erste Schlussfolgerungen für die hier sinnvoll zu verwendenden Streuwerte getroffen. Es wurde deutlich, dass sich die Angaben in der Literatur für einige Werte teilweise deutlich voneinander unterscheiden und keine unkritische Übernahme erfolgen darf. Beispielsweise muss die ausgewählte Modellunsicherheit zum verwendeten Widerstands- oder Einwirkungsmodell passen; Angaben zu geometrischen Abweichungen haben oft einen Bezug zu Bauteilart und -größe; ggf. sind lokal verschiedene Materialqualitäten und damit abweichende Streuwerte maßgebend etc..

Wenngleich mit dem Probabilistischen Model Code [JCSS 2001-01, 02, 03] eine einheitliche Modellierung angestrebt und entsprechende Streuwerte vorgeschlagen werden, ist damit das Problem der stochastischen Modellierung noch nicht eindeutig geklärt. Die Modellierung beinhaltet aufgrund des Ermessensspielraums stets auch ein gewisses Fehlerpotential.

Kritisch ist dies vor allem für jene Größen zu werten, deren Einfluss auf das erreichte Zuverlässigkeitsniveau dominant ist. Ein Beispiel hierfür ist die Modellierung der Nutzlast. Die widersprüchlichen Modelle und deren Hintergründe wurden in Abschnitt 3.2.2 ausführlich besprochen, eine Auswahl der hier zu verwendenden Ansätze erfolgt in Abschnitt 6.2.1.2.

Ähnlich kritisch sind Annahmen zur Querkrafttragfähigkeit zu werten (ausführliche Darstellung siehe Abschnitt 3.5.3 sowie [Braml et al. 2009], [Braml 2010] und [Fischer, A. 2011]). Die hier angenommenen Modellunsicherheiten und Vorfaktoren der Querkraftwiderstände werden in Abschnitt 6.2.1.3 vorgestellt.

Da die Auswahl des stochastischen Modells die Ergebnisse probabilistischer Berechnungen maßgeblich beeinflusst, lassen sich die Resultate verschiedener Quellen nicht direkt miteinander vergleichen; vielmehr sind Voraussetzungen und Randbedingungen zu beachten. Da hier in Teilen abweichende Einschätzungen gegenüber anderen Arbeiten (z. B. [Braml 2010], [Fischer, A. 2011], [Hansen 2004]) vorgenommen wurden bzw. die Randbedingungen von denen der genannten Arbeiten abweichen, können Teilergebnisse (Komponentenzuverlässigkeit) nicht direkt verglichen werden.

#### 6.2.1.2) Modellierung der Nutzlasten, Nutzungsgruppen

##### **Berücksichtigung der Nutzlast**

In den hier vorzunehmenden Berechnungen sollen die unterschiedlichen Nutzlaststreuungen für verschiedene Nutzungen berücksichtigt werden. Hierzu wird für Bauwerke des allgemeinen Hochbaus die Kategorisierung der Nutzungen gemäß [DIN EN 1991-1-1/NA (2010)] aufgegriffen. Den diversen Gruppen werden verschiedene Streuwerte zugeordnet, um hieraus nutzungsspezifisch die Zuverlässigkeit des Systems zu bestimmen. Es erfolgt eine über vier Stufen gestaffelte Untersuchung mit wachsenden Nutzlastniveaus. Aus der Normklassierung wurden hier nur Klassen des allgemeinen Hochbaus gewählt, für die auf Grundlage der Daten in Abschnitt 3.2.2 eine angemessene stochastische Modellierung vorgenommen werden kann.

##### **Streuwerte**

Die Problematik einer angemessenen Modellierung der Nutzlast wurde in Abschnitt 3.2.2 ausführlich besprochen. Auffällig waren uneinheitliche Ansätze und teilweise widersprüchliche Angaben. Weitgehende Einigkeit herrscht inzwischen in Bezug auf die anzusetzende Verteilungsfunktion. Demgemäß werden die Nutzlasten hier mit der Gumbel-Verteilung modelliert.

Deutlich schwieriger ist die Auswahl angemessener Streuwerte. Tabelle 3.7 in Abschnitt 3.2.2 enthält für die hier zu untersuchenden Nutzungskategorien eine Zusammenstellung von Variationskoeffizienten der Nutzlast, wie sie verschiedentlich in der Literatur zu finden sind. Die Streuwerte beziehen sich – sofern genau ermittelt – bereits auf die gemeinsame Extremwertverteilung aus ständigen und intermittierenden Nutzlastanteilen bezogen auf einen Zeitraum von 50 Jahren (z. B. [Rackwitz 1996]); die Angaben aus [Hausmann 2007] und [Glowienka 2007] stützen sich auf Lastsimulationen, während andere Ansätze als vereinfachte Berechnungsansätze gewählt wurden (z. B. [Six 2003], [Sorensen 2001], [Fischer, A. 2011], [Holicky 2008]).

Die Grundlage der mit [Rackwitz 1996] ermittelten Variationskoeffizienten bilden Daten, die auch in [JCSS 2001-02] enthalten sind (erneute Veröffentlichung). Diese Ausgangsdaten für ständige und intermittierende Lastanteile wurden in [Rackwitz 1996] für den Bezugszeitraum 50 Jahre in Streuwerte für die gemeinsame Extremwertverteilung umgerechnet unter Berücksichtigung der Größe der Bezugsfläche  $A_0$ . Für die nutzungsbezogene Bewertung der Zuverlässigkeit dieser Arbeit werden die Streuwerte nach [Rackwitz 1996] wegen des Bezugs zu den Angaben im probabilistischen Model Code als Bewertungsgrundlage ausgewählt, alle vier Nutzungsklassen können hiermit bewertet werden. Für andere Ansätze stimmen häufig die Randbedingungen nicht mit den hier vorzunehmenden Bewertungen überein (Bsp. [Hausmann 2007], [Glowienka 2007] aus Simulation für zweiachsig gespannte Platten, Bsp. [Six 2003], [Östlund 1991], [Fischer, A. 2011], [Sorensen 2001], [Sorensen 2001] mit  $v_q = \text{const.}$  für alle Nutzungen; genauer siehe Abschnitt 3.2.2).

**Tabelle 6.5: nutzungsabhängige Variationskoeffizienten der Nutzlast (Ansatz nach [Rackwitz 1996], Grundlage für [JCSS 2001-02])**

Nutzung		$v_q$
<b>A</b>	<b>Wohnen</b>	0,289
<b>B</b>	<b>Büro</b>	0,204
<b>C</b>	<b>Schule</b>	0,358
<b>D</b>	<b>Verkauf</b>	0,257

Die Lasten aus leichten, unbelasteten Trennwänden werden gemäß [DIN EN 1991-1-1/NA (2010)] als äquivalente gleichförmig verteilte Flächenlast der Nutzlast zugeschlagen. Dabei werden hier nur Anteile für eine Wandlast 3...5 kN/m<sup>2</sup> betrachtet; zur Untersuchung des Nutzlasteinflusses erfolgt der Zuschlag hier auch für die Nutzungsklasse D (Verkauf) mit dem charakteristischen Normwert 5 kN/m<sup>2</sup>.

Die der Literatur entnommen Streuwerte für den Trennwandzuschlag sind in Tabelle 6.6 enthalten. Für die weitere Betrachtung wird hier der Ansatz nach [Vrouwenvelder/Siemes 1987] gewählt. In [Hausmann 2007] wurde der Variationskoeffizient mit 50% im Hinblick auf die dort vorgenommenen Betrachtung zur Durchbiegung bewusst hoch gewählt. Die Gesamtstreuung aus Nutzlast und Trennwandzuschlag wird über das Gauß'sche Fehlerfortpflanzungsgesetz berechnet (s. Tabelle 6.8).

**Tabelle 6.6: Ansätze für die Streuung der des Trennwandzuschlags zur Nutzlast**

$X_{0,98}$	Wandlast	[Vrouwenvelder/Siemes 1987]			[Hausmann 2007]		
[kN/m <sup>2</sup> ]		$F(x)$	$v_{L,TW}$	Anmerkung	$F(x)$	$v_{L,TW}$	Anmerkung
0,8	bis 3	LN	0,4	hier verwendet	LN	0,5	gewählt in Anlehnung an den ständigen Nutzlastanteil von Einrichtungsgegenständen
1,2	3 ... 5						

**Beziehung zwischen Mittelwert und charakteristischem Normwert**

In den probabilistischen Berechnungen sind die Variablen mit ihren Mittelwerten zu berücksichtigen. Der Zusammenhang zwischen den charakteristischen Werten und Mittelwerten von Nutzlasten kann auf zwei verschiedene Arten hergestellt werden. Einerseits lässt sich der charakteristische Wert als 98%-Fraktilwert der Extremwertverteilung aus ständigen und intermittierenden Nutzlastanteilen betrachten ( $X_k = X_{0,98}$ ). Der Zusammenhang zwischen Fraktil- und Mittelwert lässt sich bei bekannter Streuung  $\sigma_x$  bzw.  $v_x$  mit den analytischen Beziehungen der Verteilungsfunktion berechnen. Mit der Gumbel-Verteilung ergibt sich aus dem Quantilwert  $X_q$

$$X_q = (\mu_x - C \cdot \sqrt{6} \cdot \sigma_x / \pi) - \sqrt{6} \cdot \sigma_x / \pi \cdot \ln(-\ln(1 - q)) \tag{6.1}$$

durch Umstellung der Mittelwert  $\mu_x$

$$\mu_x = X_q + C \cdot \sqrt{6} \cdot \sigma_x / \pi + \ln(-\ln(1 - q)) \cdot \sqrt{6} \cdot \sigma_x / \pi \tag{6.2}$$

bei bekannter Standardabweichung  $\sigma_x$  bzw.

$$\mu_x = \frac{X_q}{1 - \sqrt{6} \cdot v_x / \pi \cdot (C - \ln(-\ln(1 - q)))} \tag{6.3}$$

bei bekanntem Variationskoeffizienten  $v_x = \sigma_x / \mu_x$



mit  $X_q = q$ -Quantilwert der Verteilungsfunktion;  
 mit  $q = 0,98$  für  $X_{0,98} = 98\%$ -Fraktilwert der Nutzlast  
 $\mu_x =$  Mittelwert der Stichprobe  
 $\sigma_x =$  Standardabweichung der Stichprobe  
 $v_x = \sigma_x / \mu_x =$  Variationskoeffizient  
 $C = 0,577216 =$  EULER-Konstante.

Stützt sich die probabilistische Berechnung auf die so berechneten Mittelwerte, so ist das sich ergebende Zuverlässigkeitsmaß mit dem Zielwert für 1 Jahr zu vergleichen (Bsp.  $\beta_{Ziel} = 4,7$  für Schadensfolgeklasse CC2 gemäß [DIN EN 1990 (2010)]). Diese Vorgehensweise wurde z. B. in [Six 2003] gewählt.

Andererseits kann der charakteristische Wert als Modalwert der Gumbel-Verteilung verstanden werden ( $X_k = X_{mod} = \hat{x} =$  Parameter der Verteilungsfunktion). Der Zusammenhang zum Mittelwert lautet dann mit dem Modalwert  $X_k = \hat{x}$

$$\mu_x = \hat{x} + C \cdot \sqrt{6} \cdot \sigma_x / \pi \tag{6.4}$$

bei bekannter Standardabweichung  $\sigma_x$  bzw.

$$\mu_x = \frac{\hat{x}}{1 - C \cdot \sqrt{6} \cdot v_x / \pi} \tag{6.5}$$

bei bekanntem Variationskoeffizienten  $v_x = \sigma_x / \mu_x$ .

Mit diesem Zusammenhang berechnete Mittelwerte führen zu  $\beta$ -Werten, die dem Zielwert für 50 Jahre gegenüberzustellen sind (Bsp.  $\beta_{Ziel} = 3,8$  für Schadensfolgeklasse CC2 gemäß [DIN EN 1990 (2010)]). Dieser Ansatz wurde z. B. in [Braml 2010], [Fischer, A. 2011] u. a. verfolgt.

Die Festlegung der charakteristischen Normwerte aus den diversen in Kapitel 3 zusammengestellten Untersuchungsdaten ist mit diesen Ansätzen nicht eindeutig nachvollziehbar, wie u. a. auch in [Glowienka 2007] und [Fischer, A. 2011] angemerkt wurde. Entsprechende Berechnungen aus dem vorhandenen Datenmaterial wurden hier vorgenommen. Ausgehend von den Untersuchungsdaten und den entsprechenden Hochrechnungen ergeben Umrechnungen auf Fraktil- oder Modalwerte oft nur ungefähr die in der Norm festgelegten Werte. Die uneinheitliche Datenlage zur Streuung der Nutzlast sowie der Bezug zu den Normfestlegungen sind kritisch zu werten, da Nutzlasten i. d. R. das erreichte Zuverlässigkeitsniveau maßgeblich beeinflussen.

**Tabelle 6.7: Rückrechnung der charakteristischen Nutzlasten gemäß [DIN EN 1991-1-1/NA (2010)] auf Mittelwerte nach Gleichung (6.2) mit den Variationskoeffizienten nach Tabelle (3.7)**

[kN/m²]		$v_q = \text{konstant}$ nutzungsunabhängig								$v_q = \text{variabel}$ nutzungsabhängig											
		(1)		(2)		(3)		(4)		(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)						
Nutzung	$q_k$ nach EC1	$v = 0,2$		$v = 0,3$		$v = 0,35$		$v = 0,40$		$v$ nutzungsabhängig, s. Tabelle 3.7											
	$X_{98}$	$\mu_q$	$\sigma_q$	$\mu_q$	$\sigma_q$	$\mu_q$	$\sigma_q$	$\mu_q$	$\sigma_q$	$\mu_q$	$\sigma_q$	$\mu_q$	$\sigma_q$	$\mu_q$	$\sigma_q$	$\mu_q$	$\sigma_q$	$\mu_q$	$\sigma_q$	$\mu_q$	$\sigma_q$
A	1,5	0,988	0,198	0,844	0,253	0,900	0,315	0,736	0,295	0,736	0,295	0,912	0,227	0,993	0,196	0,994	0,195	0,875	0,241	0,857	0,248
B	2,0	1,317	0,263	1,125	0,338	1,200	0,420	0,982	0,393	0,982	0,393	1,287	0,275	1,351	0,250	1,350	0,251	1,026	0,376	1,307	0,267
C	3,0	1,976	0,395	1,688	0,506	1,800	0,630	1,473	0,589	--	--	--	--	2,286	0,276	2,276	0,279	1,963	0,400	1,555	0,557
D	5,0	3,293	0,659	2,813	0,844	3,000	1,050	2,455	0,982	2,733	0,875	3,135	0,719	3,353	0,635	3,347	0,638	2,233	1,068	3,002	0,771

- (1) [Sorensen et al. 2001], [Fischer, A. 2011], ([Bourgund/Amman 1991])
- (2) [JCSS 1996]
- (3) [Holicky 2008], statt Rückrechnung gemäß Gleichung (6.2) Ansatz  $\mu_q = 0,6 \cdot q_k$  und  $\sigma_q = 0,35 \cdot 0,6 \cdot q_k$
- (4) [Vrouwenvelder/Siemes 1987], [Östlund 1991], [Vismann 1995], [Johannis 1999], [Six 2003]
- (5) [DAfStb-H. 307 (1979)], [CEB Bulletin 116 (1976)]
- (6) [Hansen 2004]
- (7) [Chalk/Corotis 1980]
- (8) [CIB 116 (1981)]
- (9) [Glowienka 2007], [Hausmann 2007] für  $(A_0/A) \cdot \kappa = 1,0$
- (10) [Rackwitz 1996] → [JCSS 2001-02]

**Gewählter Mittelwertansatz**

Die in den probabilistischen Berechnungen anzusetzenden Mittelwerte werden hier nicht aus den Daten in Kapitel 3 übernommen, sondern mit sinnvoll auszuwählenden Streuwerten aus den charakteristischen Werten der Norm zurückgerechnet. Die Umrechnung erfolgt mit Gleichung (6.2).

Die damit ermittelten Zuverlässigkeitsmaße beziehen sich also auf den Zielwert für 1 Jahr. Hintergrund dieser Überlegung ist die mögliche Anpassung der weiteren Nutzungsdauer von Bestandsbauwerken an einen anderen Zeitraum als die üblicherweise im Neubau unterstellten 50 Jahre. Gemäß [DBV 2008-02] und [Fingerloos/Schnell 2009] kann für Bestandsbauwerke überlegt werden, ob ein Nachweis für weitere 50 Jahre Nutzungsdauer sinnvoll ist. Eine Anpassung des Zielniveaus für einen Nutzungszeitraum von  $n$  Jahren lässt sich mit [DIN EN 1990 (2010)] aus dem Jahreswert ermitteln (Gleichung (2.4)) bzw. mit [Steenbergen/Vrouwenvelder 2010] über Gleichung (2.3).

Diese Umrechnung gilt für die Fälle, in denen die Nutzlast maßgeblichen Einfluss auf die Sicherheit hat (jährliche Maximalwerte der Last statistisch unabhängig). Das wäre bei der hier verwendeten Nutzlastgruppierung vor allem bei den Klassen C und D (Versammlungs- und Verkaufsräume) der Fall (s. Abschnitt 7.3). Sind hingegen zeitunabhängig vorwiegend ruhende Lasten dominant, würde nach [Six 2003] die Umrechnung nach Gleichung (2.4) zu unsicheren Ergebnissen führen.

Gemäß [Vrouwenvelder/Scholten 2010] kann sich im Bestand eine Reduktion der Nutzungsdauer günstiger auswirken als eine Modifikation der Teilsicherheitsfaktoren, insbesondere bei zeitabhängigen Nachweisen. Diese Maßnahme ist jedoch nur sinnvoll, wenn die Bewertung nicht mehrfach nach Ablauf einer reduzierten Nutzungsdauer wiederholt wird.

**Werte der Nutzlast in den probabilistischen Berechnungen (Kapitel 7)**

Die Nutzlast wird als Gumbel-verteilte Zufallsvariable modelliert. Ausgehend von den in Tabelle 6.5 und 6.7 dargestellten Einzelwerten zur Modellierung der Nutzlast  $q_0$  und dem äquivalenten Trennwandzuschlag  $q_{TW}$  ist die gemeinsame Streuung der gesamten Nutzlast zu ermitteln mit

$$q = f(q_0, q_{TW}) = q_0 + q_{TW} \tag{6.6}$$

Dies geschieht mit dem Gaußschen Fehlerfortpflanzungsgesetz. Für die einfache lineare Gleichung (6.6) wird die Gesamtstreuung aus den Standardabweichungen

$$\sigma_q = \sqrt{\sigma_{q_0}^2 + \sigma_{q_{TW}}^2} \tag{6.7}$$

Für die anzusetzenden Streuwerte wird auf die Ansätze von [Rackwitz 1996] und [Vrouwenvelder/Siemes 1987] zurückgegriffen (s. Begründungen oben). Die Ergebnisse sind in Tabelle 6.8 zusammengestellt, die in den Berechnungen angesetzten Werte sind farbig hinterlegt.

**Tabelle 6.8: Modellierung der gesamten Nutzlast  $q = q_0 + q_{TW}$  für die Berechnungen der Platte**

	Nutzlast $q_0$				Zuschlag leichte Trennwände $q_{TW}$				Gesamt-Nutzlast $q$		
	$q_k$ EC 1	$v_q$	$\mu_q$	$\sigma_q$	$q_k$ EC 1	$v_{L,TW}$	$\mu_{L,TW}$	$\sigma_{L,TW}$	$v_{ges}$	$\mu_{ges}$	$\sigma_{ges}$
	$X_{0,98}$ [kN/m <sup>2</sup> ]	[Rackwitz 1996]			$X_{0,98}$ [kN/m <sup>2</sup> ]	[Vrouwenvelder/Siemes 1987]					
Wohnung	1,5	0,29	0,857	0,24806	1,2	0,4	0,58586	0,23434	0,23652	1,443	0,34125
Büro	2,0	0,20	1,307	0,26723	1,2	0,4	0,58586	0,23434	0,18775	1,893	0,35543
Schule	3,0	0,36	1,555	0,55744	1,2	0,4	0,58586	0,23434	0,28246	2,141	0,60469
Verkauf	5,0	0,26	3,002	0,77077	1,2	0,4	0,58586	0,23434	0,22454	3,588	0,80561
		[-]	[kN/m <sup>2</sup> ]	[kN/m <sup>2</sup> ]		[-]	[kN/m <sup>2</sup> ]	[kN/m <sup>2</sup> ]	[-]	[kN/m <sup>2</sup> ]	[kN/m <sup>2</sup> ]

Der Verzicht auf Ansatz des Trennwandzuschlags in Nutzungsklasse A führt zu vergleichsweise niedrigen Zuverlässigkeitsniveaus (kleinster Lastmittelwert, größter Variationskoeffizient, vgl. 6.1.1). Ein Vergleich für ausgewählte Materialkombinationen kann dies belegen. Beispielhaft ergeben sich die Zuverlässigkeit ohne Trennwandzuschlag  $\beta_{ohne}$  und mit Trennwandzuschlag  $\beta_{TW}$  für die Kombinationen

- B220/C12  $\beta_{ohne} = 4,912 < \beta_{TW} = 5,368$
- B420/C50  $\beta_{ohne} = 4,562 < \beta_{TW} = 4,987$
- B500/C30  $\beta_{ohne} = 4,553 < \beta_{TW} = 4,991$

Die ohne Trennwandzuschlag hergeleiteten Teilsicherheitsbeiwerte (s. Kapitel 9) liegen damit für Kategorie A auf der sicheren Seite, sofern der Nachweis dennoch mit Trennwandzuschlag geführt wird. In den Nutzungsklassen B bis D hingegen wird für den Ansatz der Teilsicherheitsbeiwerte nach Kapitel 9 die Berücksichtigung des Trennwandzuschlags beim Nachweis gefordert, da die Herleitung der Beiwerte ebenfalls mit diesem Ansatz erfolgte (s. 6.1.1).

### 6.2.1.3) Modellierung der Vorfaktoren der Querkrafttragfähigkeit

#### Vorfaktor $C_{R,c}$ in Widerstand $V_{R,c}$

Der Vorfaktor  $C_{Rd,c}$  in EN1992-1-1 Gleichung (6.2a) (Bemessungswert des Querkraftwiderstands ohne Querkraftbewehrung  $V_{Rd,c}$ ) wurde in EN1992-1-1/NA als Bemessungswert mit  $C_{Rd,c} = 0,15/\gamma_C$  festgelegt. Der Faktor wurde empirisch bestimmt, die Festlegung des Bemessungswertes  $C_{Rd,c} = 0,10$  ist u. a. auf Versuchsauswertungen in [Zilch/Staller 1999] und [König et al. 1999] zurückzuführen.

Der Wert 0,15 ist dabei der charakteristische Wert (5%-Quantil)  $C_{Rk,c}$ . Gemäß [Zilch/Staller 1999] liegt der charakteristische Wert etwa bei 0,153 für alle ausgewerteten Versuche bzw. 0,1462 bei Ausschluss bestimmter Versuche mittels statistischer Auswahl. Der Bemessungswert läge damit in einem Bereich 0,10 ... 0,12. [König et al. 1999] und [Hegger/Görtz 1999] bestätigen, dass bei Ansatz eines Bemessungswertes 0,10 das geforderte Zuverlässigkeitsniveau erreicht wird. Ein Wert von  $\approx 0,10$  kann auch mit den neuesten Datenbankauswertungen in [DAfStb-H. 597 (2012)] bestätigt werden.

Der streuende Vorfaktor ist in den probabilistischen Berechnungen jedoch wie alle Basisvariablen als Mittelwert der Stichprobe anzusetzen. [König et al. 1999] ermitteln in ihrer statistischen Versuchsauswertung einen Mittelwert von 0,20 und eine Standardabweichung von 0,038. Für den Vorfaktor  $C_{Rd,c}$  kann gemäß [DAfStb-H. 525.2 (2010)] und [DAfStb-H. 600 (2012)] ein Mittelwert  $\mu_{C,Rc} = 0,20$  angesetzt werden, zur Verteilungsfunktion werden keine Angaben gemacht. Gemäß [König et al. 1999] zeigt die Versuchsauswertung für den Vorfaktor jedoch eine deutliche Schiefe, es kann von einer logarithmischen Normalverteilung ausgegangen werden (Bild 6.4). Dies entspricht auch dem üblichen Ansatz logarithmisch normalverteilter Modellunsicherheiten (siehe Abschnitt 3.5).

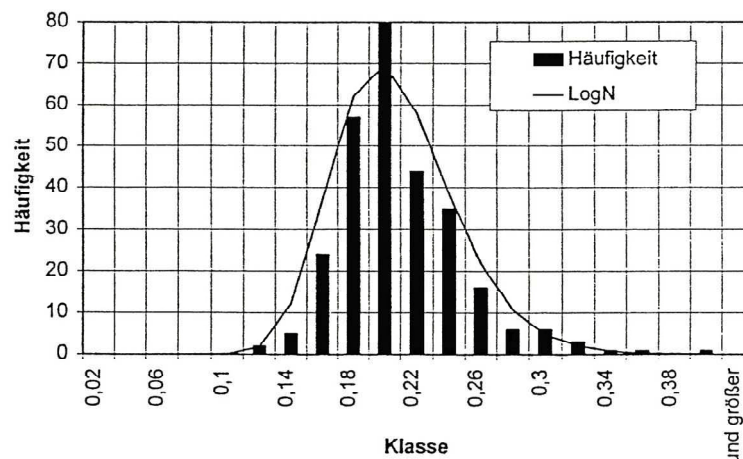


Abb. 6.4: Vorfaktor  $C_{R,c}$  in Widerstand  $V_{R,c}$  (aus [König et al. 1999], S. 32)

In den probabilistischen Berechnungen geht der Vorfaktor hier jedoch als Konstante mit dem o. g. Mittelwert  $C_{R,c} = 0,20$  ein. Die tatsächliche Streuung des Wertes wird dann innerhalb der Modellunsicherheit des Tragwiderstands ohne Querkraftbewehrung berücksichtigt (Abschnitt 6.2.1.5).

#### Vorfaktor in Widerstand $V_{Rc,min}$

Bei Platten mit geringen Bewehrungsgraden wird i. d. R. die Mindestquerkrafttragfähigkeit ohne Querkraftbewehrung  $V_{Rd,c,min}$  gemäß EN1992-1-1 Gleichung (6.2b) maßgebend. In diesem Fall würde mit  $V_{Rd,c}$  gemäß EN1992-1-1 Gleichung (6.2a) die Tragfähigkeit eigentlich zu schlecht bewehrt. [Braml 2010] bzw. [Fischer, A. 2011] beziehen ihre Untersuchungen zur Querkrafttragfähigkeit  $V_{R,c}$  ausschließlich auf den Längsbewehrungsgrad (Gl. 6.2a) und begründen dies damit, dass der Mindestwert im eigentlichen Sinne keinen Grenzzustand darstelle. Da sich dieser Ansatz auch in den probabilistischen Berechnungen auf das erreichte Zuverlässigkeitsniveau ungünstig auswirken könnte, soll hier für die Platte auch die Mindesttragfähigkeit probabilistisch formuliert werden.

Für die Mindestquerkrafttragfähigkeit von Bauteilen ohne Querkraftbewehrung  $V_{Rd,c,min}$  definiert EN1992-1-1/NA den Beiwert  $v_{min}$  zu

$$v_{min} = (0,0525 / \gamma_C) k^{3/2} f_{ck}^{1/2} \quad \text{für } d \leq 600 \text{ mm} \quad (6.8).$$

Für größere Nutzhöhen würde Gleichung (6.8) zu unsicheren Ergebnissen führen, daher wird  $v_{min}$  in [DIN EN 1992-1-1/NA (2013)] für  $d > 600$  mm gegenüber (6.8) abgemindert ([DAfStb-H. 600 (2012)], [Fingerloos et al. 2012]). Der Ansatz für größere Nutzhöhen kann jedoch für die hier vorzunehmenden Untersuchungen an Stahlbetonplatten vernachlässigt werden.

In (6.8) ist der Faktor  $(0,0525/\gamma_c)$  als Bemessungswert erkennbar, für die probabilistische Berechnung muss analog zu  $C_{R,c}$  eine Formulierung als Mittelwert vorgenommen werden. Hierzu sind statistische Informationen aus Versuchsauswertungen erforderlich. Der Mindestwert der Norm wurde in einem DIBt-Forschungsprojekt anhand von Versuchen überprüft (s. [DAfStb-H. 600 (2012)], [Fingerloos et al. 2012]); der zugehörige Forschungsbericht<sup>2</sup> ist jedoch nicht allgemein zugänglich und lag zu Beginn der hier vorgenommenen Berechnungen nicht vor.

Zur Berücksichtigung des Mittelwerts des Vorfaktors der Mindestquerkrafttragfähigkeit ist hier also zunächst eine Abschätzung vorzunehmen, die ggf. bei Vorliegen exakterer Informationen zu korrigieren ist. In einem ersten Überschlag zur Größenordnung des Mittelwertes wird unterstellt, dass die Streuung des Vorfaktors zu  $V_{Rd,c,min}$  etwa der Streuung von  $C_{Rd,c}$  entspricht (z. B.  $v = 0,191$  nach [König et al. 1999]). Damit ergäbe sich unter Ansatz einer logarithmischen Normalverteilung unter der Voraussetzung, dass 0,0525 dem 5%-Fraktile entspricht, ein Mittelwert von  $\approx 0,073$ .

Vergleichend wird für den Längsbewehrungsgrad, bei dem gerade  $V_{R,c} = V_{R,c,min}$  ist ( $\rho_{l,grenz}$  gemäß Tabelle 6.9), der Mittelwert des Vorfaktors durch eine Rückrechnung aus  $V_{R,c} = V_{R,c,min}$  bestimmt. Dabei wird  $k = 2,0$  für  $d \leq 20$  cm und ein Mittelwert für  $C_{R,c} = 0,2$  angesetzt. Damit ergibt sich unter Ansatz der charakteristischen Druckfestigkeit  $f_{ck}$  ein mittlerer Vorfaktor von 0,07, unter Ansatz der mittleren Druckfestigkeit  $f_{cm}$  jedoch in Abhängigkeit von der Druckfestigkeit noch kleinere Werte (Tabelle 6.9).

**Tabelle 6.9: Längsbewehrungsgrad  $\rho_{l,grenz}$  bei  $V_{Rd,c} = V_{Rd,c,min}$**

Grenz-Bewehrungsgrad bei $V_{Rd,c} = V_{Rd,c,min}$ für $k = 2,0$ ( $d \leq 20$ cm)									
$f_{ck}$	12	16	20	25	30	35	40	45	50
$\rho^{1/3}$	0,1614	0,1693	0,1757	0,1824	0,1880	0,1929	0,1972	0,2011	0,2047
$\rho_{l,grenz}$	0,0042	0,0049	0,0054	0,0061	0,0066	0,0072	0,0077	0,0081	0,0086

**Tabelle 6.10: Rückrechnung mittlerer Vorfaktor  $V_{Rd,c,min}$  bei  $V_{R,c} = V_{R,c,min}$  mit Mittelwert  $C_{R,c} = 0,20$**

$f_{ck}$ [MN/m <sup>2</sup> ]	12	16	20	25	30	35	40	45	50
$f_{ck}$ [MN/m <sup>2</sup> ]	20	24	28	33	38	43	48	53	58
$V_{Rm}/(b \cdot d)$ aus $f_{ck}$	0,686	0,792	0,885	0,990	1,084	1,171	1,252	1,328	1,400
$V_{Rm}/(b \cdot d)$ aus $f_{cm}$	0,813	0,907	0,991	1,086	1,173	1,255	1,331	1,403	1,471
mittlerer Vorfaktor $V_{R,c,min}$ ( $f_{ck}$ )	0,070	0,070	0,070	0,070	0,070	0,070	0,070	0,070	0,070
mittlerer Vorfaktor $V_{R,c,min}$ ( $f_{cm}$ )	0,064	0,065	0,066	0,067	0,067	0,068	0,068	0,068	0,068

Diese Anhaltswerte werden vergleichend Vorfaktoren gegenübergestellt, die durch probabilistische Rückrechnungen bestimmt wurden. Hierbei wird davon ausgegangen, dass für den Bewehrungsgrad gemäß Tabelle 6.9 für  $V_{R,c} = V_{R,c,min}$  auch das gleiche Zuverlässigkeitsniveau erreicht wird:

$$\beta_{V_{R,c}} = \beta_{V_{R,c,min}} \tag{6.9}$$

Mit der in Abschnitt 6.3.1.2 dargestellten probabilistischen Formulierung der Widerstände wird unter Ansatz der stochastischen Modellierung gemäß Abschnitt 6.2.1.5<sup>3</sup> für  $C_{R,c} = 0,20$  eine Parameterstudie für den mittleren Vorfaktor  $V_{R,c,min}$  durchgeführt. Hierbei wird iterativ der Vorfaktor bestimmt, so dass Bedingung (6.9) erfüllt ist. Es ergeben sich in Abhängigkeit von Druckfestigkeit Vorfaktoren  $< 0,07$  (Tabelle 6.11).

**Tabelle 6.11: mittlerer Vorfaktor  $V_{R,c,min}$  bei  $V_{R,c} = V_{R,c,min}$  aus probabilistischer Iteration ( $C_{R,c} = 0,2$ )**

$f_{ck}$	12	16	20	25	30	35	40	45	50
$\mu_{(0,0525/\gamma_c)}$	0,06914	0,06886	0,06819	0,06815	0,06768	0,06781	0,06776	0,06753	0,06766

Bei Kombinationen, für die der Mindestquerkraftwiderstand maßgebend ist, wurde zunächst mit den Werten in Tabelle 6.11 gerechnet. Hierzu ist jedoch kritisch anzumerken, dass das Ergebnis der Iteration sehr von den gewählten Rahmenbedingungen abhängt; Änderungen in der Modellierung ergeben auch abweichende Vorfaktoren. Rückrechnungen für andere Ausgangsbedingungen ergaben, dass sich die Ergebnisse für den mittleren Vorfaktor stets in einem Bereich um 0,070 bewegen. Daher können die geringfügigen Abweichungen hier vernachlässigt werden. Näherungsweise ist eine Berechnung mit Mittelwert **0,07** möglich. Die Ergebnisse in Kapitel 7 basieren auf diesem Ansatz.

<sup>2</sup> Reineck, K.-H.: Überprüfung des Mindestwertes der Querkrafttragfähigkeit in EN 1992-1-1-ProjektA3: DIBt Forschungsvorhaben ZP 52-5-7.270-1218/05. Abschlußbericht März 2007

<sup>3</sup> abweichend von Abschnitt 6.2.1.5 wird zur Verallgemeinerung mit einer großen Nutzlaststreuung  $v = 0,40$  gerechnet

#### 6.2.1.4) Modellierung der Nutzhöhe

Wie in Abschnitt 3.4 dargestellt, ist der Einfluss maßlicher Abweichungen vom Sollwert i. d. R. abhängig von der Bauteilgröße. Die in zahlreichen Datenerhebungen festgestellten Maßabweichungen von Stahlbetonbauteilen haben häufig eine konstante Standardabweichung. Das bedeutet, dass mit zunehmender Bauteilgröße (wachsender Mittelwert) der Streuungsanteil sinkt (fallender Variationskoeffizient); für große Bauteilabmessungen sind die Streuungen des Betonquerschnitts mithin häufig vernachlässigbar.

Da hier mit der Platte ein schlankes Bauteil vorliegt, das zudem etwa auf dem Niveau der nach EN 1992-1-1/NA zulässigen Grenzschlankheit untersucht wird, ist die Maßstreuung jedoch nicht zu vernachlässigen – insbesondere da die Streuung der Nutzhöhe u. a. von der Streuung der Plattenstärke abhängt. Das hier verwendete Modell führt für schlanke Bauteile zu deutlich größeren Streuwerten als bspw. in [Fischer, A. 2011]. In den eigenen probabilistischen Berechnungen kann aufgrund der bauteilspezifischen Modellierung ein nennenswerter Einfluss der Nutzhöhe auf das Zuverlässigkeitsniveau ausgemacht werden. Zudem werden Unterschiede des Einflusses von Feld- und Stützbewehrung deutlich.

Die Streuung der Nutzhöhe  $d$  setzt sich aus folgenden Anteilen zusammen

- Streuung der Betonabmessungen: Plattenstärke  $h$
- Streuung des Betonstahldurchmessers  $\emptyset$
- Streuung der Betondeckung  $c$

Das zu diesen Parametern vorhandene Datenmaterial wird in Abschnitt 3.4 ausführlich besprochen. Dort sind auch Angaben zur Streuung der Nutzhöhe selbst enthalten, die als Vergleichswerte zur Einschätzung der hier berechneten Streuung der Nutzhöhe herangezogen werden. Wie auch in [Braml 2010] wird hier die Gesamtstreuung der Nutzhöhe aus den o. g. Einzelanteilen ermittelt. Die Gesamtstreuung ergibt sich mit dem Gaußschen Gesetz zur Fehlerfortpflanzung mittlerer Fehler aus den Standardabweichungen bzw. Variationskoeffizienten der einzelnen Anteile.

Die Nutzhöhe ergibt sich als Funktion der o. g. Anteile zu

$$d = f(h, \emptyset, c) = h - \frac{\emptyset}{2} - c \quad (6.10).$$

Die Streuung der Nutzhöhe berechnet sich mit der Gaußschen Fehlerfortpflanzung aus

$$\sigma_d = \sqrt{\left(\frac{\partial f(h, \emptyset, c)}{\partial h}\right)^2 \cdot \sigma_h^2 + \left(\frac{\partial f(h, \emptyset, c)}{\partial \emptyset}\right)^2 \cdot \sigma_\emptyset^2 + \left(\frac{\partial f(h, \emptyset, c)}{\partial c}\right)^2 \cdot \sigma_c^2} \quad (6.11).$$

Mit den partiellen Ableitungen von  $f(h, \emptyset, c)$

$$\frac{\partial f(h, \emptyset, c)}{\partial h} = 1 \qquad \frac{\partial f(h, \emptyset, c)}{\partial \emptyset} = -\frac{1}{2} \qquad \frac{\partial f(h, \emptyset, c)}{\partial c} = -1 \quad (6.12)$$

wird die Standardabweichung der Nutzhöhe allgemein

$$\sigma_d = \sqrt{(1)^2 \cdot \sigma_h^2 + (-0,5)^2 \cdot \sigma_\emptyset^2 + (-1)^2 \cdot \sigma_c^2} = \sqrt{\sigma_h^2 + 0,25 \cdot \sigma_\emptyset^2 + \sigma_c^2} \quad (6.13)$$

und bei Berücksichtigung der in Abschnitt 3.4.4.1 erläuterten unterschiedlichen Streuungen der Betondeckung an Bauteilober- und -unterseite

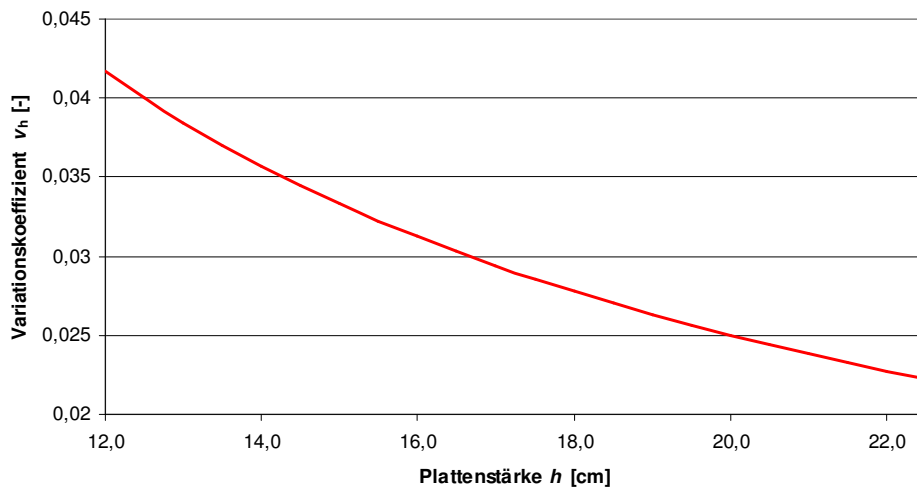
$$\text{für die untere Bewehrung} \quad \sigma_{d_{\text{unten}}} = \sqrt{\sigma_h^2 + 0,25 \cdot \sigma_\emptyset^2 + \sigma_{c_{\text{unten}}}^2} \quad (6.14),$$

$$\text{für die obere Bewehrung} \quad \sigma_{d_{\text{oben}}} = \sqrt{\sigma_h^2 + 0,25 \cdot \sigma_\emptyset^2 + \sigma_{c_{\text{oben}}}^2} \quad (6.15).$$

**Streuung der Betonabmessungen: Plattenstärke  $h$**

Stochastische Modelle des Betonquerschnitts sind in Abschnitt 3.4.2, Tabelle 3.34 zusammengestellt. Für die Streuung der Plattenstärke wird aus den Daten die von der absoluten Bauteilgröße unabhängige konstante Standardabweichung  $\sigma_h = 0,5 \text{ cm}$  und der Mittelwert entsprechend dem Nennwert  $\mu_h = X_{\text{nom}}$  gewählt.

Für Bauteilgrößen  $\leq 1,00 \text{ m}$  wirken sich Maßabweichungen anteilig stärker auf die Zuverlässigkeit aus als bei größeren Bauteilen (Bild 6.5). [JCSS 2001-03] schlägt zwar für kleine Bauteile einen etwas verfeinerten Ansatz vor, allerdings ergeben sich hieraus für kleine Plattenstärken kleinere Variationskoeffizienten als nach dem hier gewählten Ansatz.



**Abb. 6.5: Variationskoeffizient der Plattenstärke in Abhängigkeit vom Mittelwert**

**Streuung des Betonstahldurchmessers  $\emptyset$**

Zur Streuung der Querschnittsfläche des Betonstahls konnten der Literatur vergleichbare Werte entnommen werden (Abschnitt 3.4.3, s. auch Tabelle 3.35). In Übereinstimmung mit [JCSS 2001-03] und vergleichbaren Quellen wird hier für die Streuung des Betonstahldurchmessers der Mittelwert entsprechend dem Nennwert  $\mu_\emptyset = X_{\text{nom}}$  und der Variationskoeffizient mit  $v_\emptyset = 0,02$  gewählt. Damit ergibt sich die Standardabweichung zu  $\sigma_\emptyset = 0,02 \cdot X_{\text{nom}}$

**Streuung der Betondeckung  $c$**

Zur Streuung der Betondeckung existieren umfangreiche Datenerhebungen in der Literatur (siehe Abschnitt 3.4.4.1), eine Zusammenstellung wesentlicher Aussagen enthält Tabelle 3.37. Im Bestand ist davon auszugehen, dass Mittelwert und Standardabweichung am Objekt im Rahmen der Bauaufnahme bestimmt werden, d. h. der Mittelwert der Betondeckung ergäbe sich zu  $\mu_c = \bar{c}_{\text{Bauaufnahme}}$ .

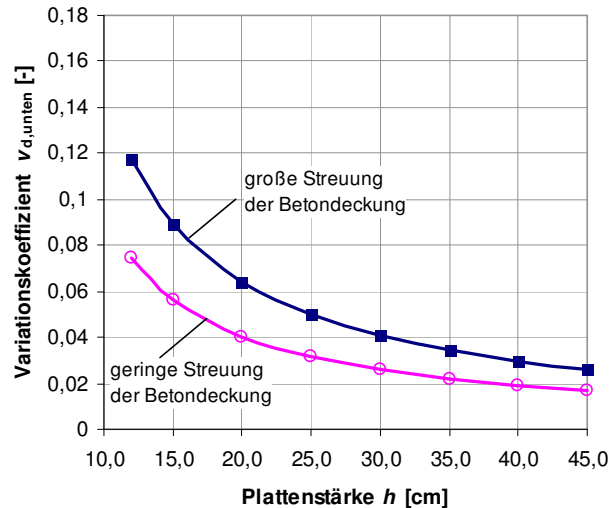
Für die hier vorzunehmenden allgemeinen probabilistischen Berechnungen ist für  $c$  ein Nennwert  $X_{\text{nom}}$  anzunehmen. Dabei wird entsprechend Vorschlag in [JCSS 2001-03] für die obere und untere Bewehrung der gleiche Mittelwert angenommen  $\mu_{c,\text{unten}} = \mu_{c,\text{oben}}$ . Für die in der Bauaufnahme zu bestimmenden Standardabweichungen sind hier ebenfalls Annahmen zu treffen. Hierzu wird auf die allgemeinen Richtwerte in [JCSS 2001-03] zurückgegriffen. Die dort für Platten gegebenen Standardabweichungen für die Betondeckungen schwanken in einem gewissen Bereich, wobei die unteren Werte für eine bessere Ausführungskontrolle stehen. Die Auswirkungen auf die Streuung der Nutzhöhe wird in den Bildern 6.6 und 6.7 deutlich.

Häufig wurden in den Datenerhebungen größere Streuungen für die obere Bewehrung festgestellt. Dieser Ansatz wird in den Berechnung der schlanken Platte berücksichtigt, da der Einfluss der Nutzhöhenstreuung hier nicht zu vernachlässigen ist (s. Abschnitt 7.3, Sensitivitätsstudien). Die in den Bildern 6.6 und 6.7 dargestellten Variationskoeffizienten der Nutzhöhe ergeben sich mit folgenden Grenzwerten für die Standardabweichung der Betondeckung:

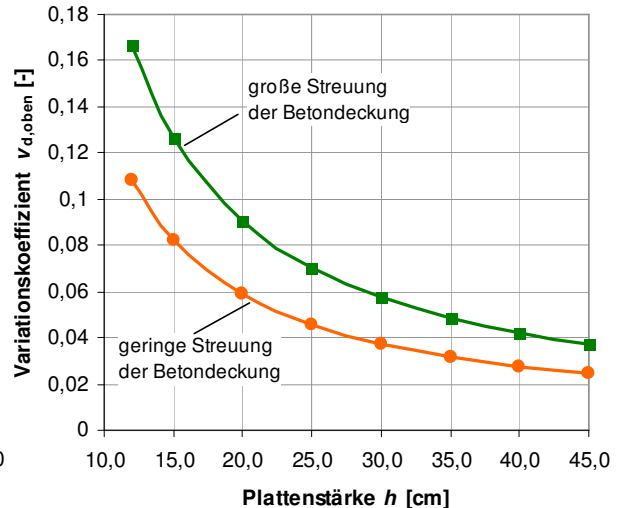
- untere Bewehrung       $\sigma_{c,\text{unten}} = 0,5 \dots 1,0 \text{ cm}$
- obere Bewehrung       $\sigma_{c,\text{oben}} = 1,0 \dots 1,5 \text{ cm}$

### Resultierende Streuung der Nutzhöhe $d$

Mit dem Gaußschen Fehlerfortpflanzungsgesetz wird mit den gewählten Werten die Gesamtstreuung der Nutzhöhe berechnet. Unter Annahme eines Bewehrungsdurchmessers  $\mu_{\varnothing} = \varnothing_{\text{nom}} (= \varnothing_{\text{unten}} = \varnothing_{\text{oben}})$  von 1 cm und einer Betondeckung  $\mu_c = c$  (aus Bauaufnahme; Annahme  $c_{\text{unten}} = c_{\text{oben}}$ ) von 2 cm ergeben sich die in den Bildern 6.6 und 6.7 dargestellten Variationskoeffizienten der Betondeckung in Abhängigkeit von der Plattenstärke in einem Bereich bis zu 16,6 % für die obere Bewehrung.



**Abb. 6.6:** Variationskoeffizient der Nutzhöhe  $d_{\text{unten}}$  in Abhängigkeit von der Plattenstärke und Qualität der Betondeckung



**Abb. 6.7:** Variationskoeffizient der Nutzhöhe  $d_{\text{oben}}$  in Abhängigkeit von der Plattenstärke und Qualität der Betondeckung

Zum Vergleich zeigt Tabelle 3.38 eine Zusammenstellung von Angaben zur Streuung der Nutzhöhe (Abschnitt 3.4.4.2). Die hier vorgenommenen Berechnungen zeigen eine gute Übereinstimmung mit den Angaben in [Bach 1992], [Johannis 1999] und [Maaß/Rackwitz 1980]; die Variationskoeffizienten aus den umfangreichen Datenerhebungen von [Mirza/MacGregor 1979-1] und in [Rußwurm 1988] sind etwas größer als die hier berechneten Werte, während der Ansatz in [Fischer, A. 2011] für das schlanke Bauteil hier als deutlich zu niedrig gewertet werden muss.

Gemäß den Ergebnissen in den Bildern 6.6 und 6.7 wird in den probabilistischen Berechnungen der schlanken Platte eine unterschiedliche Streuung für die obere und untere Bewehrung unterstellt. Für die Platte wird für eine mittlere Nutzhöhe  $\mu_{d,unten} = \mu_{d,oben} = 14 \text{ cm}$  mit einer Streuung von  $\sigma_{d,unten} = 0,707 \text{ cm}$  ( $v_{d,unten} = 0,051$ ) und  $\sigma_{d,oben} = 1,031 \text{ cm}$  ( $v_{d,oben} = 0,074$ ) unter Ansatz der Normalverteilung berücksichtigt.

6.2.1.5) Zusammenstellung der verwendeten Werte

Tabelle 6.12: Zusammenfassung: stochastische Modellierung zu Kapitel 7

Variable	Bezeichnung	Fkt.	$\mu$	$\sigma$	$v$	Kommentar	
<b>Modellparameter</b>							
$\theta_{RM}$	Modellunsicherheit Biege­widerstand	LN	1,15	0,10	0,087 *	[Holicky 2008] für Platten s. Tabelle 3.41	
$\theta_{EM}$	Modellunsicherheit einwirkendes Moment	LN	1,0	0,10	0,10	übereinstimmend mit [Hansen 2004], [Braml 2020], [Fischer A. 2011], s. Tabelle 3.40	
$\theta_{RV,c}$	Modellunsicherheit Querkraftwiderstand $V_{R,c}$	LN	1,0	0,20	0,20	nach [Brehm et al. 2008] s. Tabelle 3.42	
$\theta_{EV}$	Modellunsicherheit einwirkende Querkraft	LN	1,0	0,10	0,10	übereinstimmend mit [Hansen 2004], [Braml 2020], [Fischer A. 2011], s. Tabelle 3.40	
$C_{R,c}$	Vorfaktor $V_{R,c}$	det.	0,20	--	--	Streuung in Modellunsicherheiten $\theta_{RV,c}$ berücksichtigt	
$C_{R,c,min}$	Vorfaktor $V_{R,c,min}$	det.	0,070	--	--		
<b>Längsbewehrung</b>							
$A_{s0}$	Stahlquerschnitt (stochastisch)	N	1,0	0,02	0,02	gemäß [JCSS 2001-03] u. a., s. Tabelle 3.35	
$\rho_{st}$	Bewehrungsgrad über der Innenstütze $B$	det.	→			aus Vorberechnung Abschnitt 7.1.2	
$M_{Verh}$	Momentenverhältnis $M_{Feld} : M_{Stütz}$	det.	→			aus Vorberechnung Abschnitt 7.1.2	
$\rho_{t,o}$	Bewehrungsgrad Feld (oben)	det.	0	--	--	vereinfachtes Modell: Fall „Zugzonenumkehr“ nach Erstversagen Querkraft	
$\rho_{st,u}$	Bewehrungsgrad Stütze (unten)	det.	0	--	--		
<b>Nutzhöhen</b>							
$d_{unten}$	Nutzhöhe (stochastisch) (untere Bewehrung)	N	1,0	0,051	0,051	gemäß Bild 6.6	in Abhängigkeit von der Plattenstärke ( $h = 16,5$ cm für $l/d = 35$ )
$d_{oben}$	Nutzhöhe(stochastisch) (obere Bewehrung)	N	1,0	0,074	0,074	gemäß Bild 6.7	
$d$	Nutzhöhe [m]	det.	0,14	--	--	aus Vorberechnung Abschnitt 7.1.2 für $l/d = 35$	
<b>Einwirkungen</b>							
$g_0$	ständige Last (stochastisch)	N	1,0	0,10	0,10	berücksichtigt größere Unsicherheit bezüglich streuender Ausbaulasten, s. Abschnitt 3.2.1	
$g$	ständige Last [MN/m <sup>2</sup> ]	det.	0,005625	--	--	$g$ für $h = 16,5$ cm und Ausbaulast 1,5 kN/m <sup>2</sup>	
$q$	veränderliche Last	Extr.-Typ I	→			nutzungsabhängiges Modell, s. Abschnitt 6.2.1.2, Tabelle 6.8	
<b>System- und Querschnittsabmessungen</b>							
$b$	Breite	det.	1,00 m	--	--	1 m Plattenstreifen	
$l = l_1 = l_2$	Stützweite	det.	4,90 m	--	--	Bsp. für $l/d = 35$	
<b>Materialkennwerte</b>							
<b>Betonstahl</b>							
$f_y$	Streckgrenze „B220“	LN	280 MN/m <sup>2</sup>	30 MN/m <sup>2</sup>	0,1071	gemäß [JCSS 2001-03], s. Abschnitt 3.3.2.2 und Tabelle 3.29	
$f_y$	Streckgrenze „B420“	LN	480 MN/m <sup>2</sup>	30 MN/m <sup>2</sup>	0,0625		
$f_y$	Streckgrenze „B500“	LN	560 MN/m <sup>2</sup>	30 MN/m <sup>2</sup>	0,0536		
<b>Beton</b>							
$f_c$	Druckfestigkeit Beton [MN/m <sup>2</sup> ]	LN	$f_{ck} + 1,645 \cdot \sigma$			Qualität	$f_{ck} = 12 \dots 50$ MN/m <sup>2</sup> Abschnitt 3.3.1, Tabellen 3.12. und 3.14
				4,85		„Norm“	
				6,00		„schlecht (1)“	
				8,00		„schlecht (2)“	
				10,00		„schlecht (3)“	
$\alpha_{cc}$	Dauerstandsfaktor	det.	0,85			[Holicky et al. 2008], s. Tabelle 3.15	
$\epsilon_{c2}$	Bruchdehnung Beton [%]	LN	3,5		0,15	[JCSS 2001-03], s. Tabellen 3.28 und 3.20	
N = Normalverteilung, LN = logarithmische Normalverteilung, Extr.-Typ I Gumbel-Verteilung, det. = determiniert							



## 6.2.2) Balken

### 6.2.2.1) Modellierung von Nutzhöhe und Balkenbreite

#### Nutzhöhe

Für die Platte war aufgrund der geringen Bauhöhe eine vergleichsweise große Streuung der Nutzhöhe zu berücksichtigen. Zudem wurden unterschiedliche Streumaße für die obere und untere Bewehrungslage angesetzt (s. Abschnitt 6.2.1.4, Bild 6.5). Da die Streuung geometrischer Abweichungen mit wachsender Bauteilgröße abnimmt, kann für den deutlich höheren Balken auch mit kleineren Variationskoeffizienten der Nutzhöhe gerechnet werden. Auf Grundlage der in den Tabellen 3.34, 3.35 und 3.37 dargestellten Streuwerte für Bauteilabmessungen, Stahlquerschnitt und Betondeckung wird die Ermittlung der Streuung der Nutzhöhe des Balkens über das Gaußsche Fehlerfortpflanzungsgesetz wiederholt. Die Nutzhöhe des Balkens ergibt sich aus der Balkenhöhe  $h$ , dem Bügeldurchmesser  $\varnothing_{b\ddot{u}}$ , dem Durchmesser der Längsbewehrung  $\varnothing_1$  und der Betondeckung  $c$  zu

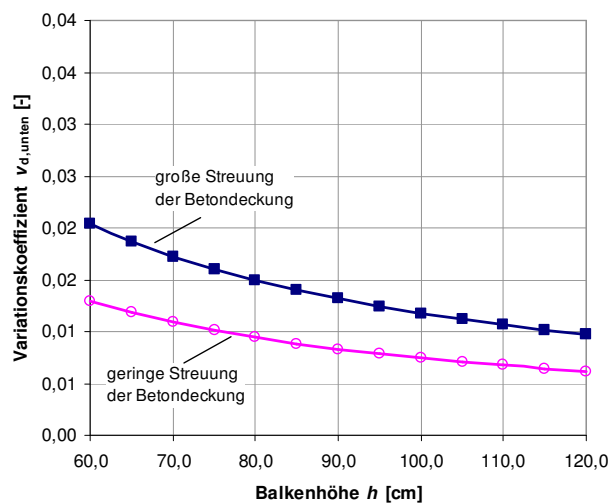
$$d = f(h, \varnothing_{b\ddot{u}}, \varnothing_1, c) = h - \varnothing_{b\ddot{u}} - \frac{\varnothing_1}{2} - c \quad (6.16).$$

In Anlehnung an Gleichung (6.13) wird damit die Standardabweichung der Nutzhöhe

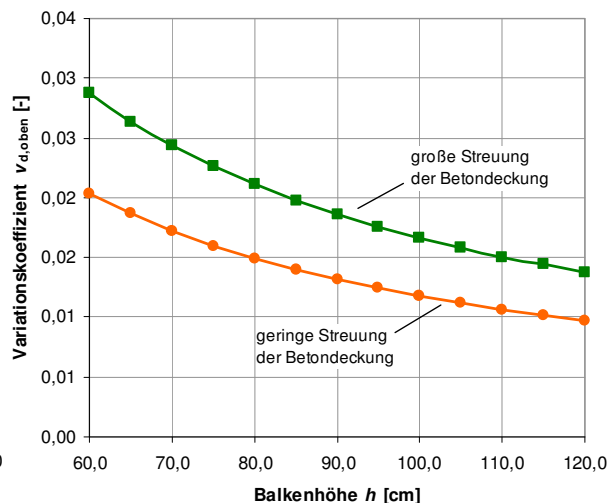
für die untere Bewehrung 
$$\sigma_{d_{\text{unten}}} = \sqrt{\sigma_h^2 + \sigma_{\varnothing_{b\ddot{u}}}^2 + 0,25 \cdot \sigma_{\varnothing_1}^2 + \sigma_{c_{\text{unten}}}^2} \quad (6.17),$$

für die obere Bewehrung 
$$\sigma_{d_{\text{oben}}} = \sqrt{\sigma_h^2 + \sigma_{\varnothing_{b\ddot{u}}}^2 + 0,25 \cdot \sigma_{\varnothing_1}^2 + \sigma_{c_{\text{oben}}}^2} \quad (6.18).$$

Die Auswertung unter Annahme  $\varnothing_{b\ddot{u}} = 8 \text{ mm}$ ,  $\varnothing_1 = 25 \text{ mm}$  und  $c = 30 \text{ mm}$  ist in den Bildern 6.8 und 6.9 dargestellt. Darin wurden wieder verschiedene Ausführungsqualitäten für die Betondeckung berücksichtigt. Es zeigt sich ein mit der Balkenhöhe deutlich abnehmender Variationskoeffizient und im Vergleich zur Platte deutlich geringere Streuungen (etwa  $v \leq 0,02$  für die untere Bewehrung).



**Abb. 6.8: Variationskoeffizient der Balken-Nutzhöhe  $d_{\text{unten}}$  (untere Bewehrung) in Abhängigkeit von Balkenhöhe und Qualität der Betondeckung**



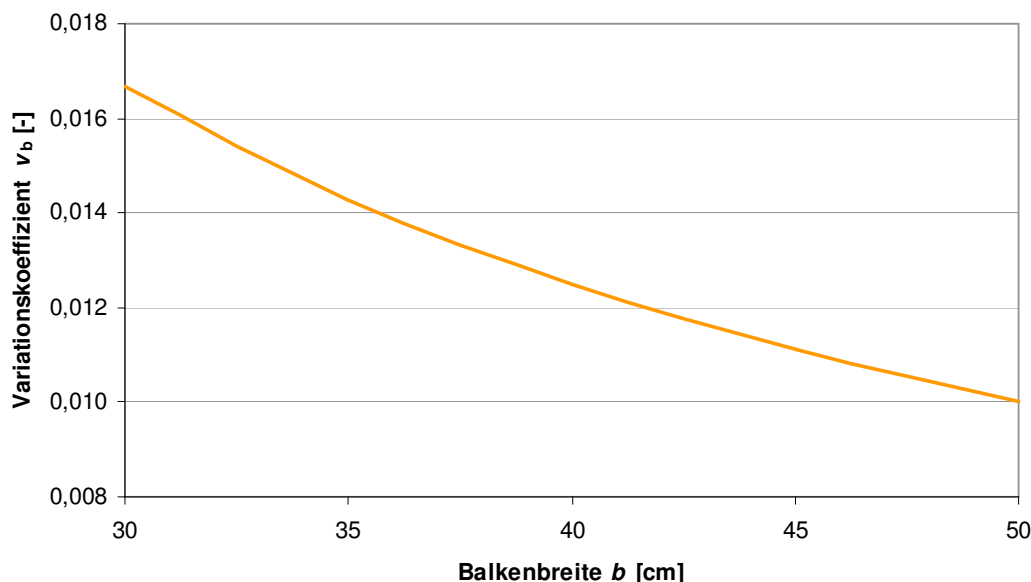
**Abb. 6.9: Variationskoeffizient der Balken-Nutzhöhe  $d_{\text{oben}}$  (obere Bewehrung) in Abhängigkeit von Balkenhöhe und Qualität der Betondeckung**

Zum Vergleich kann wieder die Zusammenstellung Tabelle 3.38 (Abschnitt 3.4.2.2) herangezogen werden. Wie schon bei der Platte besteht gute Übereinstimmung der Ergebnisse mit den Angaben nach [Maaß/Rackwitz 1980], [Bach 1992], [Johannis 1999]. Vergleichbarkeit ist nunmehr auch zu den Rechenwerten in [Hansen 2004], [Braml 2010] und [Fischer, A. 2011] gegeben. Die Daten nach [Mirza/MacGregor 1979-1] und [Rußwurm 1988] liefern etwas größere Streuungen, während sich bspw. nach [Casciati et al 1991] deutlich kleinere Streuungen ergeben.

Durch den deutlich kleineren Variationskoeffizienten sinkt auch der Einfluss der Nutzhöhe auf das Zuverlässigkeitsniveau nennenswert ab (s. Abschnitt 8.3). Erste probabilistische Berechnungen des Balkens mit unterschiedlichen Streuwerten für  $d_{\text{unten}}$  und  $d_{\text{oben}}$  zeigten, dass der Unterschied im Hinblick auf das Systemergebnis vernachlässigbar ist. Daher wird für den Balken die Streuung der Nutzhöhe unabhängig von der Bewehrungslage angenommen; für den Balken mit  $h \geq 60 \text{ cm}$  wird die Nutzhöhe normalverteilt mit  $\mu_{d,\text{unten}} = \mu_{d,\text{oben}} = X_{\text{nom}}$  und  $v_{d,\text{unten}} = v_{d,\text{oben}} = 0,02$  angesetzt.

**Betonquerschnitt: Breite des Balkens**

Für die Balkenbreite besteht wieder eine Abhängigkeit der Streuung von der absoluten Bauteilgröße. Für die Breite des Balkens wird ausgehend von den Daten in Tabelle 3.34 die Streuung in Abhängigkeit von der mittleren Balkenbreite  $\mu_b = X_{nom}$  mit einer konstanten Standardabweichung von  $\sigma_b = 0,5 \text{ cm}$  ermittelt (Bild 6.10). Es zeigt sich, dass bereits für eine Balkenbreite von 30 cm der Variationskoeffizient mit  $v_b = 1,7 \%$  sehr klein ist; in den probabilistischen Berechnungen hat diese Streuung keinen nennenswerten Einfluss auf das Zuverlässigkeitsniveau. Daher könnten die Streuungen geometrischer Abweichungen des Betonquerschnitts auch vernachlässigt werden (Abschnitt 3.4). In den ersten Balkenberechnungen wurde Streuung hier noch wie angegeben berücksichtigt, weitere Betrachtungen können jedoch mit dem determinierten Wert erfolgen.



**Abb. 6.10: Variationskoeffizient der Betonabmessungen in Abhängigkeit von der Bauteilgröße**

**6.2.2.2) Modellierung der Nutzlasten**

Ausgehend von der in Abschnitt 6.2.1.2 vorgenommenen Modellierung der Nutzlasten der Platte erfolgt eine Umrechnung auf den Balken. Hierbei wird angenommen, dass der Balken die (erste) Innenstütze einer durchlaufenden Platte entsprechend Abschnitt 6.2.1 ist. Die Nutzlasten werden also von der Platte auf den Balken umgerechnet, die Nutzlastklassierung und stochastischen Modelle entsprechen der Auswahl für die Platte (Abschnitt 6.2.1.2).

Die Ansätze der probabilistischen Berechnungen sind in Tabelle 6.13 dargestellt, die hauptsächlich untersuchten Gruppen sind farbig hinterlegt. Die Nutzlast wird als Gumbel-verteilte Zufallsvariable behandelt.

**Tabelle 6.13: Modellierung der Balken-Nutzlast  $q_{Balken} = q_{0,Balken} + q_{TW,balken}$  für die Berechnungen in Kapitel 8**

aus Platte gemäß (6.2.1)	Nutzlast $q_{0,Balken}$				auf Balken bezogener Trennwandzuschlag $q_{TW,Balken}$				Gemeinsame Streuwerte $q_{Balken}$		
	$q_k$	$v_q$	$\mu_q$	$\sigma_q$	$q_k$	$v_{LTW}$	$\mu_{LTW}$	$\sigma_{LTW}$	$v_{ges}$	$\mu_{ges}$	$\sigma_{ges}$
	$X_{0,98}$ [kN/m]	[Rackwitz 1996]			$X_{0,98}$ [kN/m]	[Vrouwenvelder/Siemes 1987]					
Wohnung	9,188	0,29	5,249	1,51939	7,350	0,4	3,58837	1,43535	0,23652	8,837	2,09016
Büro	12,250	0,20	8,007	1,63679	7,350	0,4	3,58837	1,43535	0,18775	11,595	2,17699
Schule	18,375	0,36	9,524	3,41432	7,350	0,4	3,58837	1,43535	0,28246	13,113	3,70375
Verkauf	30,625	0,26	18,387	4,72097	7,350	0,4	3,58837	1,43535	0,22454	21,975	4,93435
		[-]	[kN/m]	[kN/m]		[-]	[kN/m²]	[kN/m²]	[-]	[kN/m]	[kN/m]

### 6.2.2.3) Zur Modellierung der Querkrafttragfähigkeit des Balkens

#### **Modellunsicherheiten / Modellierung $V_{R,s}$**

Verschiedene Vorschläge zum Ansatz der Modellunsicherheit der Querkrafttragfähigkeit wurden bereits in Abschnitt 3.5.3 besprochen. Eine Zusammenstellung der Ansätze enthält Tabelle 3.42.

In Bezug auf die Querkrafttragfähigkeit des Balkens sind gemäß DIN EN 1991-1-1 die Widerstände der Druckstrebe  $V_{Rd,max}$  und Zugstrebe  $V_{Rd,s}$  zu erfassen. Die in der probabilistischen Formulierung dieser Widerstände (Abschnitt 6.3.2.2) zu berücksichtigenden Modellunsicherheiten haben einen vergleichsweise großen Einfluss auf das Zuverlässigkeitsniveau – sowohl für das Komponenten- als auch für das Systemversagen. Eigene Parameterstudien zur Komponenten- und Systemzuverlässigkeit können Aussagen in [Braml et al. 2009] bestätigen, dass kleine Änderungen in der stochastischen Modellierung der Modellunsicherheit große Auswirkungen auf die berechnete Zuverlässigkeit haben. Nach eigenen Berechnungen gilt dies für Element- und Systemversagen, insbesondere da nach der hier vorgenommenen Modellierung das Querkraftversagen (Zugstrebe) die Systemzuverlässigkeit des Balkens dominiert (Kapitel 8).

Tabelle 3.42 zeigt die teilweise stark differierenden Ansätze der Modellunsicherheit, weitgehende Einigkeit herrscht nur in Bezug auf die anzusetzende logarithmische Normalverteilung. Oft werden verschiedene Querkraftwiderstände mit einer allgemeinen Modellvariablen bewertet, aber auch bei Differenzierung der Widerstände für Bauteile mit und ohne Querkraftbewehrung werden Unterschiede deutlich. Ein Hintergrund sind unterschiedliche Modelle zur Bewertung der Querkrafttragfähigkeit.

In den Berechnungen von [Braml 2010] zur Komponentenzuverlässigkeit der Zugstrebe  $V_{Rd,s}$  wurde bereits deutlich, dass je nach Ansatz der zugehörigen Modellunsicherheit das in DIN EN 1990 geforderte Zuverlässigkeitsniveau auch unterschritten werden kann (dort  $\beta_{Ziel} = 3,8$  für 50 Jahre). Mit der hier vorgenommenen stochastischen Modellierung kann sich das Ergebnis noch kritischer einstellen (aufgrund der differenzierten Modellierung der Nutzlast mit teilweise höheren Variationskoeffizienten können sich für bestimmte Nutzungen niedrigere Komponenten-Zuverlässigkeiten ergeben). Je nach Ansatz der Modellunsicherheit für  $V_{Rd,s}$  können sich für einen nach aktueller Norm bemessenen Balken bei der probabilistischen Überprüfung Zuverlässigkeiten unterhalb des Zielniveaus ergeben (hier  $\beta_{Ziel} = 4,7$  für 1 Jahr; Unterschreiten des Zielwertes sinngemäß auch bei Umrechnung der Nutzlasten zum Vergleich mit dem 50-Jahres-Wert).

Zunächst wurde ausgehend von den Empfehlungen in [Braml et al. 2009], [Braml 2010], [Fischer, A. 2011] mit einer mittleren Modellabweichung 1,10 und einem Variationskoeffizienten  $v = 0,10$  gerechnet; nach der hier vorgenommenen Modellierung wird am System die geforderte Zuverlässigkeit damit unterschritten (Größenordnung je nach Rahmenbedingungen  $\Delta \approx 0,4$ ). Im Vergleich zu den genannten Quellen wurde hier jedoch die Nutzlast stärker streuend berücksichtigt.

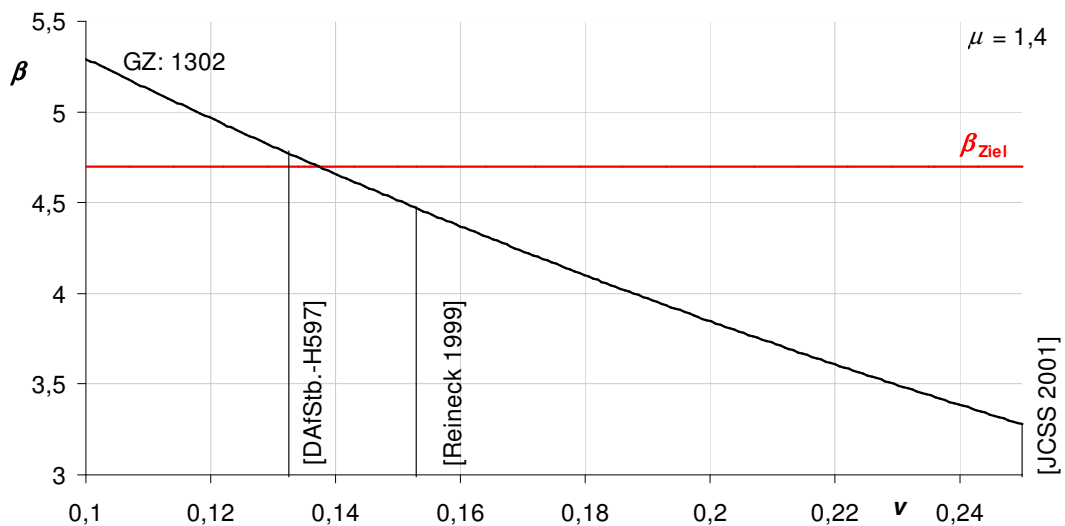
Neben der Streuung  $\sigma$  bzw.  $v$  beeinflusst auch die Höhe des Mittelwertes die Bewertung des Widerstandes, der Datenvergleich in Tabelle 3.42 zeigt hier eine deutlich günstigere Beurteilung des Mittelwertes in [JCSS 2001-03], [Reineck 1999], [Kautsch 2010] und [DAfStb-H. 597 (2012)] mit  $\mu \geq 1,4$  (letztere insbesondere aus Datenbankauswertungen zum Tragwiderstand  $V_{Rd,s}$  gemäß DIN 1045-1 bzw. DIN EN 1992-1-1; die Modellierung nach [JCSS 2001-03] erfolgt ohne Differenzierung in verschiedene Querkraftwiderstände). Nach dieser Einschätzung handelt es sich bei der Formulierung des Querkraftwiderstandes  $V_{Rd,s}$  gemäß DIN EN 1992-1-1 um ein konservatives Modell, d. h. die Versuche ergeben im Mittel deutlich größere Tragfähigkeiten als die Berechnung. Problematisch im Hinblick auf die Bewertung der Zuverlässigkeit ist jedoch die Streuung der Versuchsergebnisse, die in den genannten Quellen sehr unterschiedlich behandelt wird.

[Hansen 2004] merkt an, dass die ermittelte Streuung aus der Auswertung von Versuchsdaten stark vom gewählten Datenfilter abhängt; je mehr unterschiedliche Randbedingungen in der Auswertung noch berücksichtigt werden, desto größer kann der Variationskoeffizient sein. Demgemäß ergibt sich eine unterschiedliche Bewertung der Streuung in [Reineck 1999] und [Kautsch 2010], die ihre Auswertungen auf die gleichen Ausgangsdaten stützen – mit dem Unterschied, dass durch die Datenfilterung in [Kautsch 2010] mehr Versuche in die Auswertung einbezogen wurden als in [Reineck 1999]. Dementsprechend größer ist der angegebene Variationskoeffizient (Tabelle 3.42).

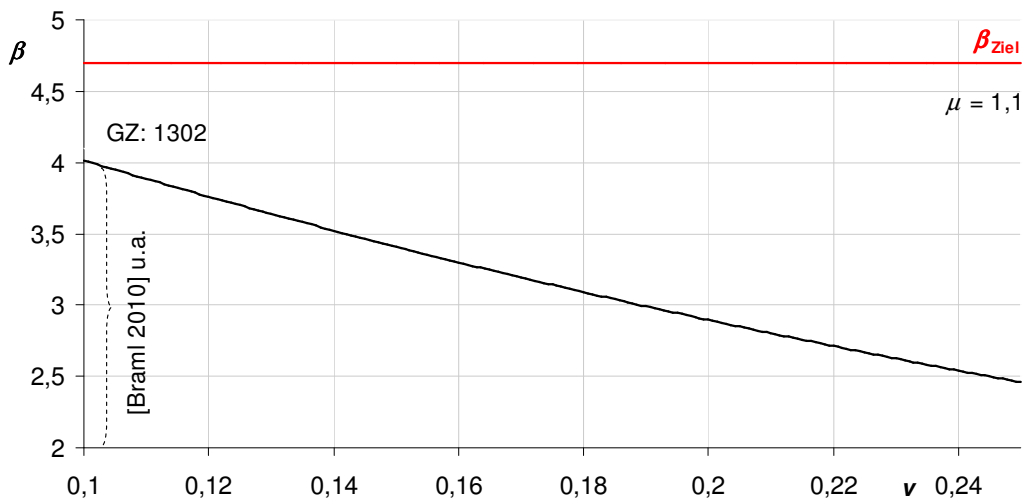
Aus Tabelle 3.42 wurden hier drei verschiedene Ansätze für den Mittelwert herausgefiltert (Tabelle 6.14). Der Einfluss der verschiedenen Mittelwertansätze für die Modellunsicherheit des Zugstrebenwiderstands auf das erreichte Zuverlässigkeitsniveau des Modellbalkens wurde dann in probabilistischen Parameterstudien untersucht. Dabei wurde der Variationskoeffizient in einem Bereich 0,10 ... 0,27 variiert. Es zeigt sich, dass bei großem Variationskoeffizienten auch für die höheren Mittelwerte  $\mu \geq 1,4$  schnell der Zielwert unterschritten werden kann (Bilder 6.11, 6.12 und 6.13). Die Zuverlässigkeit in Abhängigkeit von Mittelwert und Variationskoeffizient der Modellunsicherheit  $\theta_{RV,s}$  in den Bildern 6.11, 6.12 und 6.13 wurde für geeignete Querkraftbewehrung ermittelt; für senkrechte Querkraftbewehrung ergeben sich nahezu identische Verläufe.

**Tabelle 6.14: Ansätze in den probabilistischen Parameterstudien zur Modellunsicherheit  $\theta_{RV,s}$  der Querkrafttragfähigkeit  $V_{Rd,s}$**

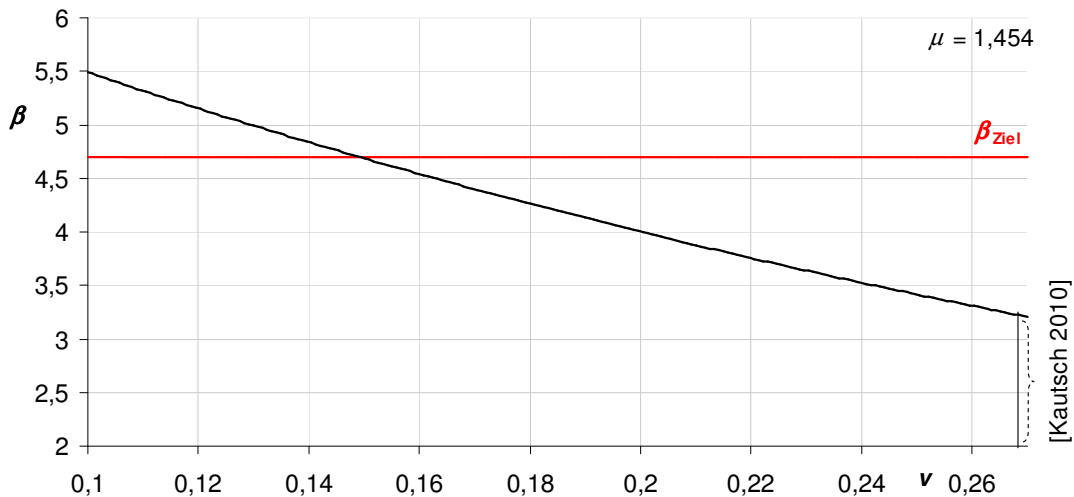
Quellen z. B.	Mittelwerte	Variationskoeffizienten
[Braml et al. 2009], [Braml 2010], [Fischer, A. 2011] u. a.	<b>1,10</b> (gleichlautende Empfehlung der genannten Quellen)	$v = 0,10$ Untersuchungsbereich: $v = 0,10 \dots 0,25$
[DAfStb-H. 597 (2012)], [Reineck 1999], [JCSS 2001]	<b><math>\approx 1,40</math></b> (für mehrere Quellen zusammengefasst)	$v = 0,132 / 0,153 / 0,25$ Untersuchungsbereich: $v = 0,10 \dots 0,25$
[Kautsch 2010]	<b>1,545</b> (aus umfangreicherer Datenauswertung)	$v = 0,268$ Untersuchungsbereich: $v = 0,10 \dots 0,27$



**Abb. 6.11: Zuverlässigkeitsniveau Zugstrebenversagen in Abhängigkeit vom Variationskoeffizienten der Modellunsicherheit  $\theta_{RV,s}$  (für  $\mu = 1,4$ )**



**Abb. 6.12: Zuverlässigkeitsniveau Zugstrebenversagen in Abhängigkeit vom Variationskoeffizienten der Modellunsicherheit  $\theta_{RV,s}$  (für  $\mu = 1,1$ )**



**Abb. 6.13: Zuverlässigkeitsniveau Zugstrebenversagen in Abhängigkeit vom Variationskoeffizienten der Modellunsicherheit  $\theta_{Rv,s}$  (für  $\mu = 1,454$ )**

Die Bewertung der Modellunsicherheit der Querkrafttragfähigkeit bügelbewehrter Balken in [DAfStb-H. 597 (2012)] erfolgte gemeinsam für Versuchsbalken mit glatten und gerippten Bügeln, nachdem bei getrennter Bewertung keine signifikanten Unterschiede festgestellt wurden. Wenngleich zwischen Bügelversagen und möglichem Verankerungsbruch in der Auswertung nicht eindeutig unterschieden werden konnte, so war die Bewertung in Bezug auf den erreichten Widerstand gleich. Insofern erscheint auch eine Anwendung in Bezug auf bestehende Bauwerke mit glatten Betonstählen gerechtfertigt.

#### **Modellierung $V_{R,max}$**

Innerhalb des maximalen Querkraftwiderstands der Druckstrebe  $V_{Rd,max}$  gemäß [DIN EN 1991-1-1 (2010)], Gleichung (6.9) berücksichtigt der Faktor  $\nu_1$  die aus möglichen Schubrisen resultierende Festigkeitsminderung des Betons. In [DIN EN 1991-1-1/NA (2010)] wird dieser Faktor in Abhängigkeit von der charakteristischen Druckfestigkeit des Betons bestimmt zu

$$\nu_1 = 0,75 \cdot (1,1 - f_{ck} / 500) \leq 0,75 \quad (6.19).$$

Damit ist für den normalfesten Beton mit  $f_{ck} \leq 50 \text{ MN/m}^2$  grundsätzlich eine Reduktion des Widerstands auf 75% vorgesehen. In früheren Ausgaben des Eurocode 2 war der Widerstand noch deutlich stärker zu reduzieren, bspw. nach [prEN 1992-1 (2001)] mit

$$\nu_1 = 0,6 \cdot (1 - f_{ck} / 250) \quad (6.20).$$

In [Reineck 1999, 2001] wird hierzu erklärt, dass dieser Ansatz aus der gegenüber den Schubrisen flacher geneigten Druckstrebe resultierte, dass jedoch die Berücksichtigung der Anteile durch Rissreibung übertragener Kräfte eine geringere Reduktion des Widerstands erlaubt. DIN 1045-1 und [DIN EN 1991-1-1 (2010)] folgen daher Gleichung (6.19), was nach [Reineck 2001] einer konservativen Festlegung entspricht (s. auch [Braml 2010]). Die Auswertung von Versuchsdatenbanken [Reineck 1999] und [DAfStb-H. 597 (2012)] erfolgte unter Ansatz einer Abminderung von 80%, die Berechnungen in [Braml 2010] und [Fischer, A. 2011] wurden ebenfalls mit  $\nu_1 = 0,80$  ausgeführt. Ein Faktor 0,8...0,85 entspricht einem hohen Bügelbewehrungsgrad und hoher Auslastung der Druckstrebe.

Die Berechnungen in Kapitel 8 erfolgen mit dem Normwert  $\nu_1 = 0,75$  für den normalfesten Beton. Die Auswirkungen auf das Ergebnis der Beurteilung der Komponententragfähigkeit  $V_{R,max}$  und insbesondere auf die Systemzuverlässigkeit sind ohnehin sehr gering. Im Modellbalken wird in Bezug auf den Grenzzustand  $V_{R,max}$  ein vergleichsweise hohes Zuverlässigkeitsniveau erreicht; die Wahrscheinlichkeit des Komponentenversagens ist hier im Vergleich zu den anderen Elementen so gering, dass die Druckstrebenelemente kaum Einfluss auf das Systemversagen haben (Komponenten-Sensitivität  $\approx 0$ ).

## 6.2.2.4) Zusammenstellung der verwendeten Werte

Tabelle 6.15: Zusammenfassung: stochastische Modellierung zu Kapitel 8

Variable	Bezeichnung	Fkt.	$\mu$	$\sigma$	$v$	Kommentar
<b>Modellparameter</b>						
$\theta_{RM}$	Modellunsicherheit Biegegegenstand	LN	1,10	0,077	0,07	nach [Braml 2010], [Fischer, A. 2011] (Stabtragwerk). Tab. 3.41
$\theta_{EM}$	Modellunsicherheit einwirkendes Moment	LN	1,0	0,07	0,07	Stabtragwerke (gemäß ([Braml 2010] u. a.) Tabelle 3.40
$\theta_{RV,max}$	Modellunsicherheit max. Querkraftwiderstand $V_{R,max}$	LN	1,10	0,165	0,15	gemäß neuesten Datenbankauswertungen in [DAfStb-H. 597 (2012)], siehe Tabelle 3.42
$\theta_{RV,s}$	Modellunsicherheit Querkraftwiderstand $V_{R,s}$	LN	1,4	0,1863	0,1134	
$\theta_{EV}$	Modellunsicherheit einwirkende Querkraft	LN	1,0	0,12	0,12	gemäß [Braml 2010], [Fischer, A. 2011] (Stabtragwerk) Tab. 3.40
$\nu_1$	Schubrissfaktor in $V_{R,max}$	det.	0,75	--	--	gemäß [DIN EN 1992-1-1/NA] für $f_{ck} \leq 50 \text{ MN/m}^2$
<b>Querkraftbewehrung</b>						
$a_{sw,0}$	Querkraftbewehrung (stochastisch)	N	1,0	0,02	0,02	gemäß [JCSS 2001-03] u. a., s. Tabelle 3.35
$a_{sw,b}$	Querkraftbewehrung Zwischenauflager $[\text{cm}^2/\text{m}]$	det.	→			aus Vorbereitung, s. Abschnitt 8.1.2
$V_{Verh}$	Querkraftverhältnis $V_a : V_b$	det.	→			
<b>Längsbewehrung</b>						
$A_{s0}$	Stahlquerschnitt (stochastisch)	N	1,0	0,02	0,02	gemäß [JCSS 2001-03] u. a., s. Tabelle 3.35
$\rho_{st}$	Bewehrungsgrad über der Innenstütze $B$	det.	→			aus Vorbereitung, s. Abschnitt 8.1.2
$M_{Verh}$	Momentenverhältnis $M_{Feld} : M_{Stütz}$	det.	→			aus Vorbereitung, s. Abschnitt 8.1.2
$\rho_{t,o}$	obere Bewehrung Feld	det.	0	--	--	Fall „Zugzonenumkehr“ nach Erstversagen Querkraft
$\rho_{st,u}$	untere Bewehrung Stütze	det.	0	--	--	
<b>Nutzhöhen</b>						
$d_0$	Nutzhöhe (stochastisch)	N	1,0	0,02	0,02	$d_{0,unten} = d_{0,oben}$ , s. Bilder 6.8 , 6.9
$d$	Nutzhöhe [m]	det.	0,75	--	--	aus Vorbereitung, s. 8.1.2
<b>Einwirkungen</b>						
$g_0$	ständige Last (stochastisch)	N	1,0	0,10	0,10	berücksichtigt größere Unsicherheit bezüglich Ausbaulast
$g$	ständige Last [MN/m]	det.	0,042453	--	--	aus Vorbereitung, , s. 8.1.2
$q$	veränderliche Last	Extr.-Typ I	→			nutzungsabhängiges Modell, s. Abschnitt 6.2.2.2, Tabelle 6.13
<b>System- und Querschnittsabmessungen</b>						
$b_0$	Breite (stochastisch)	N	1,0	0,0125	0,0125	Abschnitt 6.2.2., Bild 6.10 für $\sigma = 0,5 \text{ cm}$ und $b = 0,40 \text{ m}$
$b$	Breite [m]	det.	0,40	--	--	aus Vorbereitung, s. 8.1.2
$l = l_1 = l_2$	Stützweite [m]	det.	6,00	--	--	
<b>Materialkennwerte</b>						
<b>Betonstahl</b>						
$f_y$	Streckgrenze „B220“	LN	280 MN/m <sup>2</sup>	30 MN/m <sup>2</sup>	0,1071	gemäß [JCSS 2001-03], s. Abschnitt 3.3.2.2 und Tabelle 3.29
$f_y$	Streckgrenze „B420“	LN	480 MN/m <sup>2</sup>	30 MN/m <sup>2</sup>	0,0625	
$f_y$	Streckgrenze „B500“	LN	560 MN/m <sup>2</sup>	30 MN/m <sup>2</sup>	0,0536	
<b>Beton</b>						
$f_c$	Druckfestigkeit Beton [MN/m <sup>2</sup> ]	LN	$f_{ck} + 1,645 \cdot \sigma$	4,85		Qualität
				6,00		„Norm“
				8,00		„schlecht (1)“
				10,00		„schlecht (2)“
						„schlecht (3)“
$\alpha_{cc}$	Dauerstandsfaktor	det.	0,85	--	--	[Holicky et al. 2008], s. Tabelle 3.15
$\epsilon_{c2}$	Bruchdehnung Beton [%]	LN	3,5		0,15	[JCSS 2001-03], s. Tabelle 3.28 und 3.20

N = Normalverteilung, LN = logarithmische Normalverteilung, Extr.-Typ I Gumbel-Verteilung, det. = determiniert

## 6.3) Modellierung des Elementversagens

### 6.3.1) Platte

#### 6.3.1.1) Probabilistische Formulierung der Biegezugwiderstände

Der probabilistische Biegezugwiderstand wird auf Grundlage des deterministischen Modells gemäß [DIN EN 1992-1-1 (2011)] formuliert. Nach ersten allgemeinen Untersuchungen mit normierter Formulierung ([Braml 2010], [Fischer, A. 2011]) wird für die genaueren Untersuchungen in Kapitel 7 und 8 auf eine Formulierung übergegangen, die eine Eingabe nicht normierter Vergleichswerte erfordert (Bsp. konkrete Festigkeiten, Abmessungen, Querschnitte). Vorteil dieser Vorgehensweise ist die exaktere Berücksichtigung der Streuung (Bsp. unterschiedliche Variationskoeffizienten für verschiedene Festigkeiten); bei normierten Grenzzustandsgleichungen werden bspw. die festigkeitsbezogenen Streumaße über größere Bereiche „verschmiert“. Nachteil ist jedoch der deutlich erhöhte Arbeitsaufwand bei der Untersuchung verschiedener Material- und Lastkombinationen.

Für die Platte ist die Formulierung für Biegung ohne Längskraft maßgebend. Der Querschnittswiderstand ergibt sich aus dem Kräftegleichgewicht von Druckkraft im Beton  $F_c$  und Zugkraft im Betonstahl  $F_s$  mit dem Hebelarm der inneren Kräfte  $z$ . Der deterministische Bemessungswiderstand ist damit

$$M_{Rd} = F_{cd} \cdot z \quad (6.21)$$

mit der resultierenden Kraft in der Druckzone des Querschnitts bei Ansatz der Spannungs-Dehnungslinie des Betons gemäß EN 1992-1-1, Bild 3.3 (Parabel-Rechteck-Diagramm)

$$F_{cd} = x \cdot b \cdot \alpha_v \cdot f_{cd} \quad (6.22)$$

mit  $f_{cd}$  = Bemessungswert der Betondruckfestigkeit

$$f_{cd} = \alpha_{cc} \cdot f_{ck} / \gamma_C \quad (6.23)$$

$b$  = Druckzonenbreite

$x$  = Druckzonenhöhe

$\alpha_v$  = Völligkeitsbeiwert der Spannungs-Dehnungslinie in Abhängigkeit von der Dehnung  $\epsilon_c$

und dem Hebelarm der inneren Kräfte  $z$  aus

$$z = d - k_a \cdot x \quad (6.24)$$

mit  $d$  = Nutzhöhe

$k_a$  = Höhenbeiwert, Lage der Druckresultierenden.

Unter der Annahme, dass der Bemessungswert der Streckgrenze des Betonstahls  $f_{yd}$  erreicht wird, ergibt sich die Zugkraft im Stahlquerschnitt  $A_s$  zu

$$F_{sd} = A_s \cdot f_{yd} \quad (6.25).$$

Aus dem Gleichgewicht der Kräfte im Querschnitt ergibt sich mit  $\Sigma H = 0$ :

$$F_{sd} = F_{cd} \quad (6.26)$$

die Höhe der Druckzone zu

$$x = \frac{A_s \cdot f_{yd}}{b \cdot \alpha_v \cdot f_{cd}} \quad (6.27).$$

Damit wird der Bemessungswert des Biegegewiderstands aus Gleichung (6.21), (6.24), (6.25) und (6.27)

$$\begin{aligned}
 M_{Rd} &= A_s \cdot f_{yd} \cdot (d - k_a \cdot x) \\
 &= A_s \cdot f_{yd} \cdot \left( d - k_a \cdot \frac{A_s \cdot f_{yd}}{b \cdot \alpha_v \cdot f_{cd}} \right) \\
 &= A_s \cdot \frac{f_{yk}}{\gamma_s} \cdot \left( d - \frac{k_a}{\alpha_v} \cdot \frac{A_s \cdot f_{yk}}{b \cdot \alpha_{cc} \cdot f_{ck}} \cdot \frac{\gamma_c}{\gamma_s} \right) \quad (6.28)
 \end{aligned}$$

bzw. mit dem Längsbewehrungsgrad  $\rho = A_s/(b \cdot d)$

$$\begin{aligned}
 &= \rho \cdot b \cdot d \cdot \frac{f_{yk}}{\gamma_s} \cdot \left( d - \frac{k_a}{\alpha_v} \cdot \frac{\rho \cdot b \cdot d \cdot f_{yk}}{b \cdot \alpha_{cc} \cdot f_{ck}} \cdot \frac{\gamma_c}{\gamma_s} \right) \\
 M_{Rd} &= \rho \cdot b \cdot d^2 \cdot \frac{f_{yk}}{\gamma_s} \cdot \left( 1 - \rho \cdot \frac{k_a}{\alpha_v} \cdot \frac{f_{yk}}{\alpha_{cc} \cdot f_{ck}} \cdot \frac{\gamma_c}{\gamma_s} \right) \quad (6.29)
 \end{aligned}$$

mit den Beiwerten (für Betondehnungen  $2 \text{ ‰} \leq |\varepsilon_{c2}| \leq 3,5 \text{ ‰}$ )

$$\alpha_v = \frac{1}{3} \cdot \frac{3 \cdot |\varepsilon_{c2}| - 2}{|\varepsilon_{c2}|} \quad \text{und} \quad (6.30)$$

$$k_a = \frac{|\varepsilon_{c2}| \cdot (3 \cdot |\varepsilon_{c2}| - 4) + 2}{2 \cdot |\varepsilon_{c2}| \cdot (3 \cdot |\varepsilon_{c2}| - 2)} \quad (6.31)$$

In der probabilistischen Formulierung entfallen die Teilsicherheitsbeiwerte der Stahl- und Betonfestigkeiten  $\gamma_s$  und  $\gamma_c$ . Die Widerstandsgleichung wird mit der Modellunsicherheit der Biegetragfähigkeit von Stahlbetonbauteilen  $\theta_{RM}$  verknüpft, sämtliche Variable gehen mit ihren Mittelwerten in die Gleichung ein (stochastisches Modell siehe Abschnitt 6.2.1). Der probabilistische Widerstand ist damit allgemein

$$M_R = \theta_{RM} \cdot A_s \cdot f_y \cdot \left( d - \frac{k_a}{\alpha_v} \cdot \frac{A_s \cdot f_y}{b \cdot \alpha_{cc} \cdot f_c} \right) \quad (6.32)$$

bzw. bei Formulierung über den Längsbewehrungsgrad

$$M_R = \theta_{RM} \cdot \rho \cdot b \cdot d^2 \cdot f_y \cdot \left( 1 - \rho \cdot \frac{k_a}{\alpha_v} \cdot \frac{f_y}{\alpha_{cc} \cdot f_c} \right) \quad (6.33)$$

Zunächst wurde die Dehnung  $\varepsilon_{c2}$  in den Beiwerten  $\alpha_v$  und  $k_a$  hier ebenfalls als streuende Größe berücksichtigt (Modell Abschnitt 6.2.1). Der Einfluss auf das Zuverlässigkeitsniveau konnte in den Berechnungen jedoch als sehr gering festgestellt werden, so dass ohne weiteres auch ein determinierter Ansatz gerechtfertigt wäre. Unter Ansatz der Grenzdehnung  $\varepsilon_{c2} = -3,5 \text{ ‰}$  können die Beiwerte zu  $\alpha_v = 0,8095$  und  $k_a = 0,416$  berechnet werden. [Braml 2010] wählt determiniert  $\alpha_v = 0,8$  und  $k_a = 0,4$ .

Zur Durchrührung von Parameterstudien werden die Variablen der Grenzzustandsgleichungen in einen stochastischen und determinierten Anteil getrennt.

$$X = X_0 \cdot X_{nom} \quad (6.34)$$

Dieser Ansatz wird in [Braml 2010] und [Fischer, A. 2011] für die weitere Normierung der Grenzzustandsgleichung genutzt. Hier unterstützt die Verknüpfung die Verarbeitung innerhalb der Parameterstudien. Für Variable mit konstantem Variationskoeffizienten enthält die Variable  $X_0$  das stochastische Modell, während der determinierte Nennwert  $X_{nom}$  als konstante Größe angesetzt oder in Parameterstudien variiert wird.



In diesem Sinne werden hier die geometrischen Abweichungen behandelt, sofern Maße aufgrund der geringen Sensitivitäten bei streuendem Ansatz nicht grundsätzlich determiniert behandelt werden oder die Streuung nicht direkt einem Vergleichswert zugewiesen wird, dessen Mittelwert nicht verändert werden soll. Für Variable mit konstanter Standardabweichung wäre die Trennung in einen stochastischen und determinierten Anteil für Parameterstudien nur als Näherung möglich, wenn die stochastische Variable nicht an jeden Mittelwert des Parameters angepasst wird. Das gilt vor allem für die Festigkeiten von Beton und Betonstahl. Da hier gerade der Einfluss der verschiedenen Stahlsorten bestehender Bauwerke untersucht werden soll, wird im Hinblick auf die gewünschte Genauigkeit auf die Variablentrennung (und mithin auch auf die weitere Normierung) verzichtet. Bei konstanten Standardabweichungen erfolgt die Parameterstudie über die Variation des Mittelwerts.

Unter Berücksichtigung der Variablentrennung gemäß Gleichung (6.34) für Basiswerte mit konstant angenommenem Variationskoeffizienten ergibt sich der probabilistische Biegezugwiderstand zu

$$M_R = \theta_{RM} \cdot \frac{A_{s0}}{b_0 \cdot d_0} \cdot \rho \cdot b \cdot d^2 \cdot f_y \cdot \left( 1 - \frac{A_{s0}}{b_0 \cdot d_0} \cdot \rho \cdot \frac{k_a}{\alpha_v} \cdot \frac{f_y}{\alpha_{cc} \cdot f_c} \right) \quad (6.35).$$

Für die Platte wird die Berechnung auf eine determinierte Breite  $b = 1$  m bezogen. Daher entfällt in Gleichung (6.35) der stochastische Anteil  $b_0$

$$M_{R,PI} = \theta_{RM} \cdot \frac{A_{s0}}{d_0} \cdot \rho \cdot b \cdot d^2 \cdot f_y \cdot \left( 1 - \frac{A_{s0}}{d_0} \cdot \rho \cdot \frac{k_a}{\alpha_v} \cdot \frac{f_y}{\alpha_{cc} \cdot f_c} \right) \quad (6.36).$$

Unter Berücksichtigung der unterschiedlichen Streuung der Nutzhöhen  $v_{d,unten}$  und  $v_{d,oben}$  ergeben sich auch für  $d = d_{unten} = d_{oben}$  verschiedene Grenzwerte für den Widerstand in Feld- und Stützbereich des betrachteten Systems.

Für die Variation des Bewehrungsgrades  $\rho$  wird vom Bewehrungsgrad über der Stütze  $\rho_{st}$  ausgehend eine Verknüpfung zur Feldbewehrung  $\rho_f$  geschaffen. Es wird näherungsweise davon ausgegangen, dass das Verhältnis der Bewehrungsmengen in Feld- und Stützbereich etwa dem Verhältnis der einwirkenden Biegemomente entspricht

$$\begin{aligned} \rho_{Verh} &\approx M_{Verh} \\ \frac{\rho_f}{\rho_{st}} &\approx \frac{M_{feld}}{M_{stütz}} \end{aligned} \quad (6.37).$$

Damit kann über den Verhältnswert  $M_{Verh} = M_{feld} : M_{stütz}$  auch der Biegezugwiderstand im Feld näherungsweise in Abhängigkeit vom Bewehrungsgrad über der Stütze formuliert werden. Das Momentenverhältnis ist für ein gewähltes System abhängig von der Größe der Nutzlast, mithin gilt für die Modellplatte in jeder Nutzungsklasse ein anderer Verhältnswert. Die Verhältnswerte werden gemäß Vorberechnung der Abschnitte 7.1.2 und 8.1.2 angesetzt.

Die probabilistischen Biegezugwiderstände in Feld- und Stützbereich werden damit

$$M_{R,PI, \text{feld}} = \theta_{RM} \cdot \frac{A_{s0}}{d_{0,unten}} \cdot M_{Verh} \cdot \rho_{st} \cdot b \cdot d^2 \cdot f_y \cdot \left( 1 - \frac{A_{s0}}{d_{0,unten}} \cdot M_{Verh} \cdot \rho_{st} \cdot \frac{k_a}{\alpha_v} \cdot \frac{f_y}{\alpha_{cc} \cdot f_c} \right) \quad (6.38),$$

$$M_{R,PI, \text{stütz}} = \theta_{RM} \cdot \frac{A_{s0}}{d_{0,oben}} \cdot \rho_{st} \cdot b \cdot d^2 \cdot f_y \cdot \left( 1 - \frac{A_{s0}}{d_{0,oben}} \cdot \rho_{st} \cdot \frac{k_a}{\alpha_v} \cdot \frac{f_y}{\alpha_{cc} \cdot f_c} \right) \quad (6.39).$$

Für den Zweifeldträger ist bei der Formulierung des Biegezugwiderstandes auch ein möglicher Wechsel der Zugzone zu beachten, der sich nach dem Versagen des ersten Elements einstellen kann. Das ist immer dann der Fall, wenn zuerst ein Querkraftelement versagt. Es wird vereinfachend davon ausgegangen, dass am Ersatzsystem im ungünstigsten Fall der Biegezugwiderstand bei Zugzonenumkehr völlig ausfällt, da in der ursprünglichen Druckzone theoretisch keinerlei Bewehrung vorhanden ist. Hierfür werden spezielle Biegezugwiderstände im Feld- und Stützbereich für den Fall der Zugzonenumkehr in Abhängigkeit vom Bewehrungsgrad in der ursprünglichen Druckzone formuliert

$$M_{R,Pl,f,o} = \theta_{RM} \cdot \frac{A_{s0}}{d_{0,oben}} \cdot \rho_{f,o} \cdot b \cdot d^2 \cdot f_y \cdot \left( 1 - \frac{A_{s0}}{d_{0,oben}} \cdot \rho_{f,o} \cdot \frac{k_a}{\alpha_v} \cdot \frac{f_y}{\alpha_{cc} \cdot f_c} \right) \quad (6.40),$$

$$M_{R,Pl,st,u} = \theta_{RM} \cdot \frac{A_{s0}}{d_{0,unten}} \cdot \rho_{st,u} \cdot b \cdot d^2 \cdot f_y \cdot \left( 1 - \frac{A_{s0}}{d_{0,unten}} \cdot \rho_{st,u} \cdot \frac{k_a}{\alpha_v} \cdot \frac{f_y}{\alpha_{cc} \cdot f_c} \right) \quad (6.41).$$

Indem für  $\rho_{f,o} = \rho_{st,u} = 0$  gesetzt wird, unterstellt die Berechnung in der logischen Verknüpfung der einzelnen Versagenszustände, dass das System sofort versagt, wenn sich infolge des ersten Elementversagens ein Ersatzsystem mit Umkehrung der Zugzone einstellt. Hierüber wird auch das spröde Verhalten bei Querkraftversagen berücksichtigt. Die Wahrscheinlichkeit des ersten Querkraftversagens bestimmt in diesem Fall auch die Wahrscheinlichkeit des Systemversagens. Für die Platte sind die Überlegungen zur Zugzonenumkehr eher theoretischer Natur, da i. d. R. zuerst ein Biegezugversagen eintritt. Die probabilistischen Berechnungen am System zeigen, dass die Wahrscheinlichkeit eines ersten Querkraftversagens kleiner ist als die Wahrscheinlichkeit eines ersten Biegezugversagens. Da sich dies für den Balken jedoch deutlich anders ergibt, wird diese Situation auch allgemein für die Platte vorgegeben.

### 6.3.1.2) Probabilistische Formulierung des Querkraftwiderstands

Für die Platte als Bauteil ohne Querkraftbewehrung definiert [DIN EN 1992-1-1 (2011)] den Querkraftwiderstand  $V_{Rd,c}$ . Unter der getroffenen Voraussetzung, dass keine Längskräfte in der Platte vorliegen, ergibt sich danach der Bemessungswert des Querkraftwiderstands ohne Querkraftbewehrung in der deterministischen Formulierung

$$V_{Rd,c} = C_{Rd,c} \cdot k \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck})^{1/3} \cdot b_w \cdot d \geq V_{Rd,c,min} \quad (6.42)$$

mit  $C_{Rd,c} = 0,15/\gamma_c$

$k =$  Maßstabsfaktor  $= 1 + \sqrt{200/d} \leq 2$

$\rho_l =$  Längsbewehrungsgrad (Zugband)

$b_w =$  kleinste Stegbreite in der Zugzone

$d =$  Nutzhöhe

$V_{Rd,c,min} =$  Mindestquerkraftwiderstand.

Für Platten mit  $d \leq 200$  mm stellt sich der Maßstabsfaktor damit grundsätzlich zu  $k = 2$  ein; dementsprechend wird der Grenzzustand der schlanken Platte hier auch mit  $k = 2$  formuliert. Die Breite wird mit  $b_w = 1$  m angesetzt. Der Mindestquerkraftwiderstand von Bauteilen ohne Querkraftbewehrung ergibt sich mit [DIN EN 1992-1-1/NA (2013)] für Bauteile ohne Längskräfte und einer Nutzhöhe  $d \leq 600$  mm zu

$$V_{Rd,c,min} = 0,0525 / \gamma_c \cdot \sqrt{k^3 \cdot f_{ck}} \cdot b_w \cdot d \quad (6.43).$$

In der probabilistischen Formulierung der Widerstände sind statt der Teilsicherheitsbeiwerte Modellunsicherheiten zu berücksichtigen und die Variablen mit ihren stochastischen Eigenschaften zu berücksichtigen. Da sämtliche Werte mit ihren Mittelwerten in die Berechnung eingehen, müssen auch die empirisch bestimmten Vorfaktoren  $C_{Rd,c}$  und  $0,0525/\gamma_c$  in eine Formulierung als Mittelwert überführt werden. Erläuterungen hierzu enthält Abschnitt 6.2.1.3. In der probabilistischen Formulierung wird zudem entsprechend der Vorgehensweise in Abschnitt 6.3.1.1 die Variablenentrennung gemäß Gleichung (6.34) für Basiswerte mit konstant angenommenem Variationskoeffizienten berücksichtigt; der Längsbewehrungsgrad im Feld wird über den nutzungsabhängigen Verhältniswert  $M_{Verh}$  mit dem Bewehrungsgrad der Stütze verknüpft. Damit ergibt sich für die Platte mit  $d \leq 200$  mm der probabilistische Querkraftwiderstand bei determiniertem Ansatz der Bezugsbreite  $b = 1$  m

am Endauflager

$$V_{Rc,a} = \theta_{RV,c} \cdot C_{Rc} \cdot 2 \cdot (100 \cdot A_{s0} / d_{0,unten} \cdot M_{Verh} \cdot \rho_{st} \cdot f_c)^{1/3} \cdot b \cdot d \cdot d_{0,unten} \quad (6.44),$$

am Zwischenaufleger

$$V_{Rc,b} = \theta_{RV,c} \cdot C_{Rc} \cdot 2 \cdot (100 \cdot A_{s0} / d_{0,oben} \cdot \rho_{st} \cdot f_c)^{1/3} \cdot b \cdot d \cdot d_{0,oben} \quad (6.45).$$

Der probabilistische Mindestquerkraftwiderstand der Platte mit  $d \leq 200$  mm wird

am Endauflager

$$V_{Rc,min,a} = \theta_{RV,c} \cdot C_{Rc,min} \cdot \sqrt{2^3 \cdot f_c} \cdot b \cdot d \cdot d_{0,unten} \quad (6.46),$$

am Zwischenaufleger

$$V_{Rc,min,b} = \theta_{RV,c} \cdot C_{Rc,min} \cdot \sqrt{2^3 \cdot f_c} \cdot b \cdot d \cdot d_{0,oben} \quad (6.47)$$

mit dem mittleren Vorfaktor der Mindestquerkrafttragfähigkeit  $C_{Rc,min}$  gemäß Herleitung in Abschnitt 6.2.1.3.

Bei der Ermittlung der Systemzuverlässigkeit wird der maßgebende Querkraftwiderstand in Abhängigkeit vom Längsbewehrungsgrad bestimmt. Als Vergleichswert dient der Längsbewehrungsgrad  $\rho_{grenz}$ , für den  $V_{R,c} = V_{Rc,min}$  gilt (Tabelle 6.9). Ist für das Endauflager das Produkt  $M_{Verh} \cdot \rho_{st} < \rho_{grenz}$  bzw. für das Zwischenaufleger  $\rho_{st} < \rho_{grenz}$ , so muss die Systembewertung unter Berücksichtigung der Gleichungen (6.46) bzw. (6.47) erfolgen, andernfalls gelten (6.44) bzw. (6.45). Für End- und Zwischenaufleger können je nach Längsbewehrungsgrad unterschiedliche Widerstände maßgebend sein. Der maßgebende Widerstand wird in Vorberechnungen zur probabilistischen Bewertung automatisch bestimmt.

## 6.3.2) Balken

### 6.3.2.1) Probabilistische Formulierung der Biegezugwiderstände

Die probabilistische Formulierung des Biegezugwiderstands des Balkens folgt der in Abschnitt 6.3.1.1 für die Platte dargestellten Vorgehensweise. Es wird von einer reinen Biegebeanspruchung ohne Längskräfte ausgegangen. Im Unterschied zur Platte wird wegen der größeren Bauteilhöhe nicht mehr von unterschiedlichen Variationskoeffizienten der Nutzhöhe für die obere und untere Bewehrung ausgegangen, damit wird bei Formulierung mit Variablen-trennung gemäß Gleichung (6.34) für Basiswerte mit konstant angenommenem Variationskoeffizienten die Streuung der Nutzhöhe über den Wert  $d_0 = d_{0,unten} = d_{0,oben}$  erfasst.

Gegenüber der Platte wird beim Balken zunächst auch die Streuung der Druckzonenbreite über den Wert  $b_0$  berücksichtigt. Wegen des vergleichsweise geringen Einflusses dieser Maßabweichungen könnte die Druckzonenbreite jedoch durchaus determiniert angesetzt werden. Die Formulierung der Widerstände berücksichtigt für den Nennwert der Druckzonenbreite  $b$  zudem für Plattenbalken unterschiedliche Breiten in Feld- und Stützbereich; es wird von einer rechteckförmigen Druckzone des Querschnitts ausgegangen. Der Bewehrungsgrad im Feld wird wie bei der Platte über den Verhältniswert  $M_{Verh}$  aus dem Bewehrungsgrad im Stützbereich bestimmt. Die probabilistischen Biegezugwiderstände in Feld und Stützbereich werden damit

$$M_{R,B,feld} = \theta_{RM} \cdot \frac{A_{s0}}{b_0 \cdot d_0} \cdot M_{Verh} \cdot \rho_{st} \cdot b_{eff,feld} \cdot d^2 \cdot f_y \cdot \left( 1 - \frac{A_{s0}}{b_0 \cdot d_0} \cdot M_{Verh} \cdot \rho_{st} \cdot \frac{k_a}{\alpha_v} \cdot \frac{f_y}{\alpha_{cc} \cdot f_c} \right) \quad (6.48),$$

$$M_{R,B,stütz} = \theta_{RM} \cdot \frac{A_{s0}}{b_0 \cdot d_0} \cdot \rho_{st} \cdot b \cdot d^2 \cdot f_y \cdot \left( 1 - \frac{A_{s0}}{b_0 \cdot d_0} \cdot \rho_{st} \cdot \frac{k_a}{\alpha_v} \cdot \frac{f_y}{\alpha_{cc} \cdot f_c} \right) \quad (6.49).$$

Entsprechend der Formulierung für die Platte in Abschnitt 6.3.1.1 ergeben sich für den Balken die Widerstände im Fall der Zugzonenumkehr nach dem Erstversagen zu

$$M_{R,B,f,o} = \theta_{RM} \cdot \frac{A_{s0}}{b_0 \cdot d_0} \cdot \rho_{f,o} \cdot b \cdot d^2 \cdot f_y \cdot \left( 1 - \frac{A_{s0}}{b_0 \cdot d_0} \cdot \rho_{f,o} \cdot \frac{k_a}{\alpha_v} \cdot \frac{f_y}{\alpha_{cc} \cdot f_c} \right) \quad (6.50),$$

$$M_{R,B,st,u} = \theta_{RM} \cdot \frac{A_{s0}}{b_0 \cdot d_0} \cdot \rho_{st,u} \cdot b_{eff,stütz} \cdot d^2 \cdot f_y \cdot \left( 1 - \frac{A_{s0}}{b_0 \cdot d_0} \cdot \rho_{st,u} \cdot \frac{k_a}{\alpha_v} \cdot \frac{f_y}{\alpha_{cc} \cdot f_c} \right) \quad (6.51).$$

### 6.3.2.2) Probabilistische Formulierung der Querkraftwiderstände

#### maximaler Querkraftwiderstand $V_{R,max}$

Die Widerstände von Bauteilen mit Querkraftbewehrung werden in [DIN EN 1992-1-1 (2011)] nach der erweiterten Fachwerkanalogie mit variabler Druckstrebenneigung formuliert. Demnach sind für die Querkraftversagenselemente jeweils zwei Bemessungswiderstände zu prüfen: der Widerstand der Druckstrebe  $V_{Rd,max}$  und der Widerstand der Zugstrebe  $V_{Rd,s}$ . Die maximale Querkrafttragfähigkeit der Druckstrebe ergibt sich in der deterministischen Formulierung als Bemessungswiderstand  $V_{Rd,max}$  zu

$$V_{Rd,max} = \alpha_{cw} \cdot v_1 \cdot \alpha_{cc} \cdot f_{ck} / \gamma_C \cdot b_w \cdot z \cdot \frac{\cot \theta + \cot \alpha}{1 + \cot^2 \theta} \quad (6.52)$$

mit  $\alpha_{cw} = 1,0$  gemäß [DIN EN 1992-1-1/NA (2013)]

$$v_1 = 0,75 \cdot (1,1 - f_{ck} / 500) \leq 0,75$$

$b_w$  = kleinste Stegbreite in der Zugzone

$z$  = Hebelarm der inneren Kräfte ( $\approx 0,9 \cdot d$ )<sup>4</sup>

$\alpha$  = Neigungswinkel der Querkraftbewehrung

$\theta$  = Neigung der Druckstrebe

$$\theta = \frac{1,2 + 1,4 \cdot \sigma_{cd} / f_{cd}}{1 - V_{Rd,cc} / V_{Ed}} \quad \left\{ \begin{array}{l} \geq 1,0 \\ \leq 3,0 \end{array} \right. \quad (6.53)$$

$$\text{mit } V_{Rd,cc} = 0,24 \cdot f_{ck}^{1/3} \cdot (1 - 1,2 \cdot \sigma_{cd} / f_{cd}) \cdot b_w \cdot z \quad (6.54).$$

Für den hier zu untersuchenden Balken ohne Längskraftbeanspruchung ergäbe sich die Normalspannung in Gleichung (6.53) und (6.54) zu  $\sigma_{cd} = 0$ . Näherungsweise kann für den Druckstrebenneigungswinkel bei Biegung bzw. Biegung und Längskraft  $\cot \theta = 1,2$  gesetzt werden. In den probabilistischen Systembetrachtungen wird hier auf diese Näherung zurückgegriffen. Nach [Braml 2010] ergibt die genaue probabilistische Formulierung von  $\cot \theta$  gegenüber der Näherung in der probabilistischen Bewertung keinen nennenswerten Unterschied; die Einwirkungen  $V_{Ed}$  gehen über Gleichung (6.53) auf Widerstandsseite mit in die Grenzzustandsgleichung ein.

Für die Neigung der Querkraftbewehrung wird in der Untersuchung von zwei Grenzfällen ausgegangen: geneigte Bewehrung aus Aufbiegung mit  $\alpha = 45^\circ$  und Bügel mit  $\alpha = 90^\circ$ . Damit ergibt sich für die Näherung  $\cot \theta = 1,2$  der maximale Bemessungswiderstand

$$\text{für } \alpha = 45^\circ \quad V_{Rd,max,45} = v_1 \cdot \alpha_{cc} \cdot f_{ck} / \gamma_C \cdot b_w \cdot d \cdot 1,98 / 2,44 \quad (6.55),$$

$$\text{für } \alpha = 90^\circ \quad V_{Rd,max,90} = v_1 \cdot \alpha_{cc} \cdot f_{ck} / \gamma_C \cdot b_w \cdot d \cdot \frac{0,9}{1/1,2 + 1,2} \quad (6.56).$$

In der probabilistischen Formulierung unter Berücksichtigung der Variablenrennung gemäß Gleichung (6.34) für Basiswerte mit konstant angenommenem Variationskoeffizienten ergibt sich der maximale Querkraftwiderstand

$$\text{für } \alpha = 45^\circ \quad V_{R,max,45} = \theta_{RV,max} \cdot v_1 \cdot \alpha_{cc} \cdot f_c \cdot b_0 \cdot b_w \cdot d_0 \cdot d \cdot 1,98 / 2,44 \quad (6.57),$$

$$\text{für } \alpha = 90^\circ \quad V_{R,max,90} = \theta_{RV,max} \cdot v_1 \cdot \alpha_{cc} \cdot f_c \cdot b_0 \cdot b_w \cdot d_0 \cdot d \cdot \frac{0,9}{1/1,2 + 1,2} \quad (6.58).$$

Für die Bewertung bestehender Objekte wird hier vor allem der Widerstand mit geneigter Querkraftbewehrung verwendet. Eine punktuelle Bewertung mit dem Ansatz lotrechter Bügelbewehrung ergab keine Differenzen im Hinblick auf das Zuverlässigkeitsniveau. Mit der Näherung  $\cot \theta = 1,2$  und der stochastischen Modellierung der Nutzhöhe des Balkens  $d_0 = d_{0,unten} = d_{0,oben}$  ist für End- und Zwischenaufleger der gleiche maximale Querkraftwiderstand maßgebend.

<sup>4</sup> Es ist von einer ausreichenden Verankerung der Querkraftbewehrung in der Druckzone auszugehen. Im vorliegenden Fall ist die Bedingung  $z \leq \max(d - c_{v,1} - 30 \text{ mm}; d - 2c_{v,1})$  erfüllt ( $c_{v,1}$  = Verlegemaß der Längsbewehrung in der Druckzone). Der Querschnitt steht nicht vollständig unter Zug. Die Voraussetzungen zur Annahme der Näherung  $z \approx 0,9 \cdot d$  sind also erfüllt.

**Widerstand der Querkraftbewehrung  $V_{R,s}$** 

Der Bemessungswiderstand der Querkraftbewehrung wird in der deterministischen Formulierung nach EN1992-1-1

$$V_{Rd,s} = a_{sw} \cdot f_{ywd} \cdot z \cdot (\cot \theta + \cot \alpha) \cdot \sin \alpha \quad (6.59)$$

mit  $a_{sw}$  = Querschnittsfläche der Querkraftbewehrung je Längeneinheit

$f_{ywd}$  = Bemessungswert der Streckgrenze der Querkraftbewehrung.

Für die gewählte Näherung  $\cot \theta = 1,2$  wird der Bemessungswiderstand der Querkraftbewehrung

$$\text{für } \alpha = 45^\circ \quad V_{Rd,s,45} = a_{sw} \cdot f_{yk} / \gamma_S \cdot d \cdot 1,98 / \sqrt{2} \quad (6.60),$$

$$\text{für } \alpha = 90^\circ \quad V_{Rd,s,90} = a_{sw} \cdot f_{yk} / \gamma_S \cdot 1,08 \cdot d \quad (6.61).$$

Es wird unterstellt, dass das Verhältnis der Querkraftbewehrung an End- und Zwischenauflager etwa dem Verhältnis der einwirkenden Querkräfte entspricht

$$a_{sw,Verh} \approx V_{Verh}$$

$$\frac{a_{sw,a}}{a_{sw,b}} \approx \frac{V_a}{V_b} \quad (6.62).$$

Es wird somit ein Verhältnisswert  $V_{Verh} = V_a : V_b$  eingeführt, über den der Widerstand der Querkraftbewehrung am Endauflager in Abhängigkeit von der Querkraftbewehrung am Zwischenauflager formuliert werden kann. Der Verhältnisswert ist für ein gewähltes System abhängig von der Größe der Nutzlast. Die Formulierung des Verhältnisswertes soll bei der Variation des Bewehrungsgrades realistische Bewehrungsverhältnisse gewährleisten.

Damit ergibt sich der probabilistische Widerstand der Querkraftbewehrung am Endauflager

$$\text{für } \alpha = 45^\circ \quad V_{R,s,45,a} = \theta_{RV,s} \cdot V_{Verh} \cdot a_{sw,0} \cdot a_{sw,b} \cdot f_y \cdot d_0 \cdot d \cdot 1,98 / \sqrt{2} \quad (6.63),$$

$$\text{für } \alpha = 90^\circ \quad V_{R,s,90,a} = \theta_{RV,s} \cdot V_{Verh} \cdot a_{sw,0} \cdot a_{sw,b} \cdot f_y \cdot 1,08 \cdot d_0 \cdot d \quad (6.64),$$

am Zwischenauflager

$$\text{für } \alpha = 45^\circ \quad V_{R,s,45,b} = \theta_{RV,s} \cdot a_{sw,0} \cdot a_{sw,b} \cdot f_y \cdot d_0 \cdot d \cdot 1,98 / \sqrt{2} \quad (6.65),$$

$$\text{für } \alpha = 90^\circ \quad V_{R,s,90,b} = \theta_{RV,s} \cdot a_{sw,0} \cdot a_{sw,b} \cdot f_y \cdot 1,08 \cdot d_0 \cdot d \quad (6.66).$$

Die Bewertung des Widerstands der Querkraftbewehrung erfolgt innerhalb der Systembetrachtungen vorrangig für die geneigte Bewehrung.

**6.3.3) Allgemeine Grenzzustandsgleichungen der System-Komponenten**

Das Versagen eines Elements ist definiert durch das Erreichen des Grenzzustandes

$$G = R - E \leq 0 \quad (6.67).$$

Die Widerstände der Versagenselemente des Balkens und der Platte wurden in den Abschnitten 6.3.1 und 6.3.2 allgemein formuliert. Für jedes Element des Erst- und Zweiversagens wird nunmehr ein Grenzzustand beschrieben, indem die Widerstände mit den für das System bzw. Ersatzsystem maßgebenden Einwirkungen verknüpft werden. Zur Vereinfachung wird für den Zweifeldträger von gleichen Stützweiten  $l = l_1 = l_2$  ausgegangen; damit reduziert sich die Anzahl der zu untersuchenden Grenzzustände. Die Grenzzustände werden nachfolgend entsprechend der Kennzeichnung in Abschnitt 6.1.3.2 nummeriert.

**Tabelle 6.16: Grenzzustandsgleichungen der Versagenselemente der Platte**

	Nr.	Grenzzustandsgleichung	
<b>Erstversagen</b>	(110)	$0 = \max \left\{ \begin{matrix} V_{Rc,a} \\ V_{Rc,min,a} \end{matrix} \right\} - \theta_{EV} \cdot (0,375 \cdot g_0 \cdot g + 0,438 \cdot q) \cdot l$	(6.68)
	(120)	$0 = M_{R,Pl,field} - \theta_{EM} \cdot (0,07 \cdot g_0 \cdot g + 0,438 \cdot q) \cdot l^2$	(6.69)
	(130)	$0 = \max \left\{ \begin{matrix} V_{Rc,b} \\ V_{Rc,min,b} \end{matrix} \right\} - \theta_{EV} \cdot 0,625 \cdot (g_0 \cdot g + q) \cdot l$	(6.70)
	(140)	$0 = M_{R,Pl,stütz} - \theta_{EM} \cdot 0,125 \cdot (g_0 \cdot g + q) \cdot l^2$	(6.71)
	(150)	$\hat{=} (130) \text{ für } l_1 = l_2$	
	(160)	$\hat{=} (120) \text{ für } l_1 = l_2$	
	(170)	$\hat{=} (110) \text{ für } l_1 = l_2$	
<b>Zweitversagen</b>	(212)	$0 = M_{R,Pl,f,o} - \theta_{EM} \cdot 9 / 32 \cdot (g_0 \cdot g + q) \cdot l^2$	(6.72)
	(213)	$0 = \max \left\{ \begin{matrix} V_{Rc,b} \\ V_{Rc,min,b} \end{matrix} \right\} - \theta_{EV} \cdot (g_0 \cdot g + q) \cdot l$	(6.73)
	(214)	$0 = M_{R,Pl,st,u} - \theta_{EM} \cdot 0,5 \cdot (g_0 \cdot g + q) \cdot l^2$	(6.74)
	(215)	$\hat{=} (213) \text{ für } l_1 = l_2$	
	(216)	$0 = M_{R,Pl,field} - \theta_{EM} \cdot 0,125 \cdot q^2 / (g_0 \cdot g + q) \cdot l^2$	(6.75)
	(217)	$0 = \max \left\{ \begin{matrix} V_{Rc,a} \\ V_{Rc,min,a} \end{matrix} \right\} - \theta_{EV} \cdot 0,5 \cdot q \cdot l$	(6.76)
	(221)	$0 = \max \left\{ \begin{matrix} V_{Rc,a} \\ V_{Rc,min,a} \end{matrix} \right\} - \theta_{EV} \cdot 0,1875 \cdot (g_0 \cdot g + q) \cdot l$	(6.77)
	(223)	$0 = \max \left\{ \begin{matrix} V_{Rc,b} \\ V_{Rc,min,b} \end{matrix} \right\} - \theta_{EV} \cdot 0,8125 \cdot (g_0 \cdot g + q) \cdot l$	(6.78)
	(224)	$0 = M_{R,Pl,stütz} - \theta_{EM} \cdot 0,3125 \cdot (g_0 \cdot g + q) \cdot l^2$	(6.79)
	(225)	$\hat{=} (223) \text{ für } l_1 = l_2$	
	(226)	$0 = M_{R,Pl,field} - \theta_{EM} \cdot 0,5 \cdot (0,1875 \cdot g_0 \cdot g + 0,5 \cdot q)^2 / (g_0 \cdot g + q) \cdot l^2$	(6.80)
	(227)	$0 = \max \left\{ \begin{matrix} V_{Rc,a} \\ V_{Rc,min,a} \end{matrix} \right\} - \theta_{EV} \cdot (0,1875 \cdot g_0 \cdot g + 0,5 \cdot q) \cdot l$	(6.81)
	(231)	$0 = \max \left\{ \begin{matrix} V_{Rc,a} \\ V_{Rc,min,a} \end{matrix} \right\} - \theta_{EV} \cdot (g_0 \cdot g + q) \cdot l$	(6.82)
	(232)	nicht relevant, maßgebend wird (234)	
	(234)	$0 = M_{R,Pl,st,u} - \theta_{EM} \cdot 0,5 \cdot (g_0 \cdot g + q) \cdot l^2$	(6.83)
	(236)	nicht relevant, maßgebend wird (234)	
	(237)	$\hat{=} (231) \text{ für } l_1 = l_2$	
	(241)	$0 = \max \left\{ \begin{matrix} V_{Rc,a} \\ V_{Rc,min,a} \end{matrix} \right\} - \theta_{EV} \cdot 0,5 \cdot (g_0 \cdot g + q) \cdot l$	(6.84)
	(242)	$0 = M_{R,Pl,field} - \theta_{EM} \cdot 0,125 \cdot (g_0 \cdot g + q) \cdot l^2$	(6.85)
	(243)	$0 = \max \left\{ \begin{matrix} V_{Rc,b} \\ V_{Rc,min,b} \end{matrix} \right\} - \theta_{EV} \cdot 0,5 \cdot (g_0 \cdot g + q) \cdot l$	(6.86)
(245)	$\hat{=} (243) \text{ für } l_1 = l_2$		
(246)	$\hat{=} (242) \text{ für } l_1 = l_2$		
(247)	$\hat{=} (241) \text{ für } l_1 = l_2$		

Tabelle 6.17: Grenzzustandsgleichungen der Versagenselemente des Balkens

	Nr.	Grenzzustandsgleichung	
Erstversagen	(1101)	$0 = V_{R,max} - \theta_{EV} \cdot (0,375 \cdot g_0 \cdot g + 0,438 \cdot q) \cdot l$	(6.87)
	(1102)	$0 = V_{R,s,a} - \theta_{EV} \cdot (0,375 \cdot g_0 \cdot g + 0,438 \cdot q) \cdot l$	(6.88)
	(120)	$0 = M_{R,B,field} - \theta_{EM} \cdot (0,07 \cdot g_0 \cdot g + 0,438 \cdot q) \cdot l^2$	(6.89)
	(1301)	$0 = V_{R,max} - \theta_{EV} \cdot 0,625 \cdot (g_0 \cdot g + q) \cdot l$	(6.90)
	(1302)	$0 = V_{R,s,b} - \theta_{EV} \cdot 0,625 \cdot (g_0 \cdot g + q) \cdot l$	(6.91)
	(140)	$0 = M_{R,B,stütz} - \theta_{EM} \cdot 0,125 \cdot (g_0 \cdot g + q) \cdot l^2$	(6.92)
	(1501)	$\hat{=} (1301)$ für $l_1 = l_2$	
	(1502)	$\hat{=} (1302)$ für $l_1 = l_2$	
	(160)	$\hat{=} (120)$ für $l_1 = l_2$	
	(1701)	$\hat{=} (1101)$ für $l_1 = l_2$	
(1702)	$\hat{=} (1102)$ für $l_1 = l_2$		
Zweitversagen	(212)	$0 = M_{R,B,f,o} - \theta_{EM} \cdot 9/32 \cdot (g_0 \cdot g + q) \cdot l^2$	(6.93)
	(2131)	$0 = V_{R,max} - \theta_{EV} \cdot (g_0 \cdot g + q) \cdot l$	(6.94)
	(2132)	$0 = V_{R,s,b} - \theta_{EV} \cdot (g_0 \cdot g + q) \cdot l$	(6.95)
	(214)	$0 = M_{R,B,st,u} - \theta_{EM} \cdot 0,5 \cdot (g_0 \cdot g + q) \cdot l^2$	(6.96)
	(2151)	$\hat{=} (2131)$ für $l_1 = l_2$	
	(2152)	$\hat{=} (2132)$ für $l_1 = l_2$	
	(216)	$0 = M_{R,B,field} - \theta_{EM} \cdot 0,125 \cdot q^2 / (g_0 \cdot g + q) \cdot l^2$	(6.97)
	(2171)	$0 = V_{R,max} - \theta_{EV} \cdot 0,5 \cdot q \cdot l$	(6.98)
	(2172)	$0 = V_{R,s,a} - \theta_{EV} \cdot 0,5 \cdot q \cdot l$	(6.99)
	(2211)	$0 = V_{R,max} - \theta_{EV} \cdot 0,1875 \cdot (g_0 \cdot g + q) \cdot l$	(6.100)
	(2212)	$0 = V_{R,s,a} - \theta_{EV} \cdot 0,1875 \cdot (g_0 \cdot g + q) \cdot l$	(6.101)
	(2231)	$0 = V_{R,max} - \theta_{EV} \cdot 0,8125 \cdot (g_0 \cdot g + q) \cdot l$	(6.102)
	(2232)	$0 = V_{R,s,b} - \theta_{EV} \cdot 0,8125 \cdot (g_0 \cdot g + q) \cdot l$	(6.103)
	(224)	$0 = M_{R,B,stütz} - \theta_{EM} \cdot 0,3125 \cdot (g_0 \cdot g + q) \cdot l^2$	(6.104)
	(2251)	$\hat{=} (2231)$ für $l_1 = l_2$	
	(2252)	$\hat{=} (2232)$ für $l_1 = l_2$	
	(226)	$0 = M_{R,B,field} - \theta_{EM} \cdot 0,5 \cdot (0,1875 \cdot g_0 \cdot g + 0,5 \cdot q)^2 / (g_0 \cdot g + q) \cdot l^2$	(6.105)
	(2271)	$0 = V_{R,max} - \theta_{EV} \cdot (0,1875 \cdot g_0 \cdot g + 0,5 \cdot q) \cdot l$	(6.106)
	(2272)	$0 = V_{R,s,a} - \theta_{EV} \cdot (0,1875 \cdot g_0 \cdot g + 0,5 \cdot q) \cdot l$	(6.107)
	(2311)	$0 = V_{R,max} - \theta_{EV} \cdot (g_0 \cdot g + q) \cdot l$	(6.108)
	(2312)	$0 = V_{R,s,a} - \theta_{EV} \cdot (g_0 \cdot g + q) \cdot l$	(6.109)
	(232)	nicht relevant, maßgebend wird (234)	
	(234)	$0 = M_{R,B,st,u} - \theta_{EM} \cdot 0,5 \cdot (g_0 \cdot g + q) \cdot l^2$	(6.110)
	(236)	nicht relevant, maßgebend wird (234)	

⋮

⋮

Fortsetzung Tabelle 6.17

	Nr.	Grenzzustandsgleichung	
<b>Zweitversagen</b>	(2371)	$\hat{=} (2311)$ für $l_1 = l_2$	
	(2372)	$\hat{=} (2312)$ für $l_1 = l_2$	
	(2411)	$0 = V_{R,max} - \theta_{EV} \cdot 0,5 \cdot (g_0 \cdot g + q) \cdot l$	(6.111)
	(2412)	$0 = V_{R,s,a} - \theta_{EV} \cdot 0,5 \cdot (g_0 \cdot g + q) \cdot l$	(6.112)
	(242)	$0 = M_{R,B,feld} - \theta_{EM} \cdot 0,125 \cdot (g_0 \cdot g + q) \cdot l^2$	(6.113)
	(2431)	$0 = V_{R,max} - \theta_{EV} \cdot 0,5 \cdot (g_0 \cdot g + q) \cdot l$	(6.114)
	(2432)	$0 = V_{R,s,b} - \theta_{EV} \cdot 0,5 \cdot (g_0 \cdot g + q) \cdot l$	(6.115)
	(2451)	$\hat{=} (2431)$ für $l_1 = l_2$	
	(2452)	$\hat{=} (2432)$ für $l_1 = l_2$	
	(246)	$\hat{=} (242)$ für $l_1 = l_2$	
	(2471)	$\hat{=} (2411)$ für $l_1 = l_2$	
	(2472)	$\hat{=} (2412)$ für $l_1 = l_2$	



## 6.4) Logische Modellierung des zuverlässigkeitstheoretischen Systems

### 6.4.1) Logischer Baum

Für das einfach statisch unbestimmte System mit den hier definierten Versagenselementen wurde in Abschnitt 6.1.2 die Zahl der möglichen Versagenspfade bestimmt. Für die Platte ergaben sich demnach 42 Versagenspfade, für den Balken wären 110 Pfade zu untersuchen. Die Pfade lassen sich am besten am Ereignisbaum darstellen. Der Ereignisbaum oder auch Ereignisablaufdiagramm ist ein gerichteter Graph aus endlich vielen Elementen, der sich von einem Ausgangsereignis in endlich viele Folgeereignisse verzweigt.

Anhand einer solchen Darstellung im logischen Baum lassen sich mögliche Folgen eines Ausgangsereignisse untersuchen, insbesondere können die Wahrscheinlichkeiten für das Eintreten einer bestimmten Versagensfolge ermittelt werden (Versagenspfad). In einer induktiven Sicherheitsanalyse ([Meyna/Pauli 2003]) können so von einem konkreten auslösenden Ereignis ausgehend alle möglichen Ereignisabläufe betrachtet werden. Anhand eines Ereignisbaums lässt sich die Systemlogik einfach darstellen. Auf ein Ereignis (Versagenselement) können mehrere mögliche Versagenselemente folgen. Der Graph verzweigt sich in mehrere Folgeereignisse. Entlang eines Versagenspfades ergibt sich die Wahrscheinlichkeit, dass diese Versagensfolge eintritt aus dem Produkt der Wahrscheinlichkeiten entlang des Pfades.

Im Zusammenhang mit Tragwerken unterscheiden sich die logischen Bäume von den klassischen Fehler- und Ereignisbäumen in der Sicherheitstechnik [Giannini et al. 1991]. Das Versagen des Tragsystems wird sequentiell betrachtet; mit jeder Versagensstufe entsteht ein neues Subsystem, das von der Last- bzw. Versagensentwicklung abhängt. In jeder Versagensstufe ergeben sich an den entstehenden Subsystemen neu zu formulierende Grenzzustände. Das erschwert die Behandlung großer Systeme (s. Abschnitt 5.6).

Der klassische Ereignisbaum in der Sicherheitstechnik wird so modelliert, dass die Folgeereignisse an einem Verzweigungspunkt sich gegenseitig ausschließen. Die Summe der Eintrittswahrscheinlichkeiten wäre dann gleich Eins (exklusives ODER). Die Darstellung in Bild 6.14 ist demgegenüber eine Anpassung des Prinzips auf das statische System in Bild 6.1. Nach dem intakten System wird eine erste Versagensebene eingeführt, in der eines der Elemente versagt (ODER). Zur zweiten Versagensebene erfolgt eine Verzweigung in mehrere mögliche Folgeelemente. Systemversagen tritt ein, wenn ein vollständiger Versagenspfad existiert (hier: 2 Elemente auf einem Pfad, UND).

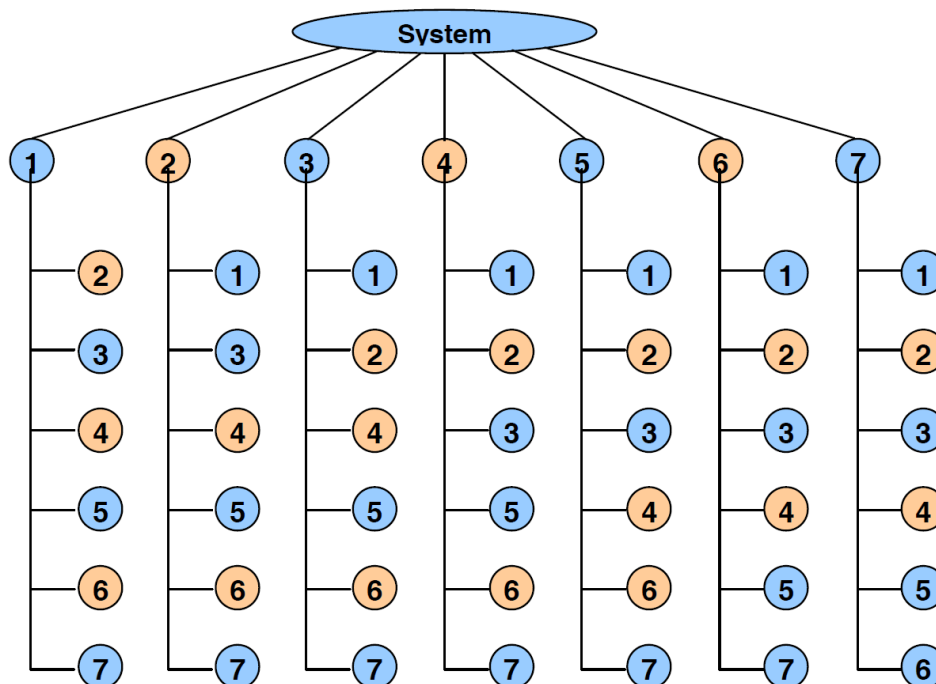


Abb. 6.14: Logischer Baum: Ausgangsereignis und mögliche Folgeereignisse (Nr. = Nummer des versagenden Elements gemäß Bild 6.3)

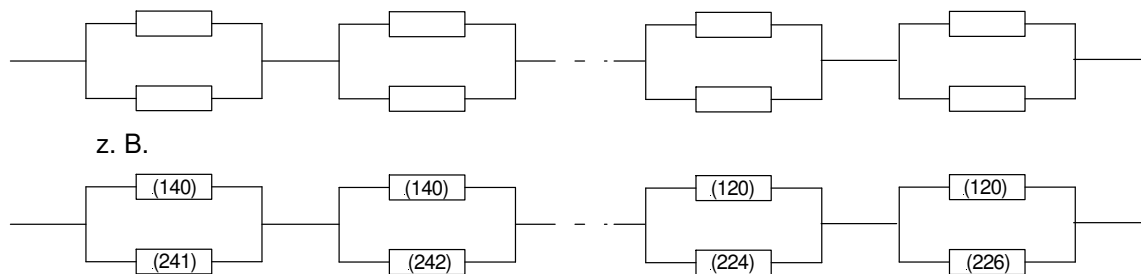
Entlang eines Pfades müssen alle Elemente versagen (hier zwei), damit das System versagt (logische Operation: UND  $\cap$ ). Die Verzweigung unterhalb eines Versagenselements drückt alternative Versagensfolgen aus (logische Operation: ODER  $\cup$ ).

Aus den Grenzzustandsgleichungen der einzelnen Versagenselemente gemäß Abschnitt 6.3.3 können die Versagenswahrscheinlichkeiten der Komponenten bestimmt werden. Am System erfolgt die logische Verknüpfung der einzelnen Wahrscheinlichkeiten mittels UND- bzw. ODER-Operationen. So ergibt sich beispielsweise die Wahrscheinlichkeit, dass sich das Systemversagen aus Biegezugversagen am Zwischenauflager und Biegezugversagen im Feld zusammensetzt aus der Kombination der Ereignisse (140) und (242); die Wahrscheinlichkeit dieses Versagenspfades ergäbe sich aus  $p_{f,(140)} \cap p_{f,(242)}$ .

### 6.4.2) Überführen des statischen Systems in ein Zuverlässigkeits-System

Das statische System lässt sich als eine Kombination aus Serien- und Parallelsystemen darstellen. Das Systemversagen wird an einem Seriensystem untersucht, dessen Komponenten Teilsysteme aus parallel geschalteten Versagenselementen darstellen (Bild 6.15). Jedes Parallelsystem entspricht dabei einem möglichen Versagenspfad; das Untersystem versagt nur, wenn beide darin kombinierten Elemente versagen (UND  $\cap$ ).

Die Versagenswahrscheinlichkeit der Kombination bestimmt sich damit aus dem Versagen des stärksten Elements mit der kleinsten Versagenswahrscheinlichkeit. Das übergeordnete Seriensystem versagt, wenn irgendeines der Untersysteme versagt (ODER  $\cup$ ). Damit bestimmt sich die Versagenswahrscheinlichkeit des Systems aus der schwächsten Parallelkombination mit der höchsten Versagenswahrscheinlichkeit.



**Abb. 6.15: Modellierung des statischen Systems gemäß Bild 6.1 als Zuverlässigkeitssystem**

Für die Platte ergäbe sich damit eine Serienschaltung von 42 Parallelschaltungen einzelner Versagenselemente, die jeweils einem Versagenspfad des Ereignisbaums entsprechen. Für den Balken bestünde das logische System aus einer Serienschaltung von 110 Untersystemen mit Parallelschaltung. Das dargestellte System würde sich für mehrfach statisch unbestimmte Systeme entsprechend erweitern. Die Anzahl der Komponenten im Seriensystem entspräche dann der Anzahl der Versagenspfade nach Tabelle 6.2, die Anzahl der parallel geschalteten Elemente entspricht der Anzahl der Versagensfälle, die zur kinematischen Kette führen ( $n + 1$ ).

### 6.4.3) Reduktion der zu untersuchenden Versagenspfade

Die Anzahl der zu untersuchenden Versagenspfade kann aufgrund der Symmetrie des gewählten Systems reduziert werden; für einige Versagenselemente ergeben sich gleiche Grenzzustandsgleichungen (siehe Tabellen 6.16 und 6.17 in Abschnitt 6.3.3). Für andere Komponenten ergeben sich am Ersatzsystem vergleichbare Grenzzustände, aus denen sich in der Komponentenbetrachtung die gleichen Versagenswahrscheinlichkeiten ergeben.

Aus Vorüberlegungen und ersten Untersuchung der Komponentenzuverlässigkeit für die Grenzzustände in Abschnitt 6.3.3 konnten vorab gleichwertige Versagenselemente identifiziert werden mit dem Ziel, die Untersuchung auf wesentliche Grenzzustände konzentrieren zu können. Die Verknüpfung der Komponenten am System gemäß der Anordnung im Ereignisbaum bzw. im logischen System nach Bild 6.15 erfolgt unter Konzentration auf die wesentlichen Versagenselemente; gleichwertige Grenzzustände werden in der Betrachtung vernachlässigt, weil sich bei deren Berücksichtigung keine exaktere Aussage zur Systemzuverlässigkeit ergibt. (In der Systembetrachtung nach Bild 6.15 wird für die Versagenswahrscheinlichkeit immer nach dem jeweils stärksten bzw. schwächsten Element gesucht, die Anzahl gleichwertiger Elemente spielt dabei nur im Hinblick auf Modellierungsaufwand und Rechenzeit eine Rolle). Durch Konzentration auf wesentliche Versagenselemente kann die Anzahl der zu verarbeitenden Minimalschnitte reduziert werden.

### 6.4.4) Minimalschnitte: Logisches Modell zur Systemberechnung

Für die Systembetrachtung werden Schnitte mehrerer Versagenselemente erzeugt, die zum Versagen des Systems führen. Ein Schnitt erfasst aus der Menge der Versagenskomponenten diejenigen, die am Versagen des Systems beteiligt sind (Teilmenge ausgefallener Elemente, Verknüpfung UND). Die Beurteilung stützt sich dabei auf die kleinste Menge ausgefallener Elemente, die einen Systemausfall zur Folge hat. Die Beurteilung erfolgt also auf der Basis der Minimalschnitte.

Minimalschnitte sind Schnitte, die keinen anderen Schnitt als echte Teilmenge enthalten [Meyna/Pauli 2003]. Für das hier betrachtete System genügt ein Versagen von zwei Elementen für das Versagen des gesamten Systems, mithin kann ein Minimalschnitt hier auch nur aus zwei Komponenten bestehen. Für das Systemversagen spielt es keine Rolle, ob beispielsweise nach dem ersten Versagen gleichzeitig zwei weitere Elemente versagen. In diesem Fall bestünde der Schnitt aus drei Komponenten als Teilmenge der möglichen Versagenselemente. Dabei handelt es sich noch nicht um einen Minimalschnitt, weil die Menge aus 3 Komponenten weitere Schnitte aus je 2 Komponenten enthält, die schon zum Versagen des Systems führen könnten.

Entscheidend ist die Wahrscheinlichkeit des minimalen Schnitts. Das System versagt, wenn einer der möglichen Minimalschnitte existiert (hier irgendeine Kombination von zwei Elementen, Verknüpfung ODER). Die Minimalschnitte entsprechen hier also den möglichen Versagenspfaden bzw. den Parallelementen der Darstellung in Bild 6.15. Für die Berechnung der Systemzuverlässigkeit wird ein logisches Modell aus Minimalschnitten gebildet, das vom Programm [SYSREL] verarbeitet werden kann. Dabei erfolgt eine Konzentration auf die wesentlichen Versagenselemente, wodurch die Anzahl der zu untersuchenden Schnitte deutlich reduziert wird.

Tabelle 6.18 zeigt das logische Modell für die Zweifeldplatte, die Nummerierung der Schnitte beinhaltet eine gewisse Vorsortierung nach der Wahrscheinlichkeit des Auftretens der Schnitte. Diese Sortierung wurde aus vorhergehenden Komponentenbetrachtungen hergeleitet. Für die Beurteilung des Systems ist sie nicht zwingend erforderlich. Die Systemberechnungen für die Platte konnten letztlich diese Vorsortierung aus Komponentenbetrachtungen bestätigen; die Kombination aus erstem Biegezugversagen über der Innenstütze und anschließendem Biegezugversagen im Feld ist i. d. R. maßgeblich für die Zuverlässigkeit des Systems. Für den Balken würde sich aus der Einzelbetrachtung eine andere Sortierung ergeben, da hier eher das Querkraftversagen dominant ist. Im Sinne der Übersichtlichkeit wird jedoch in Tabelle 6.19 die ursprüngliche Sortierung beibehalten.

**Tabelle 6.18: Logisches Modell: Minimalschnitte zur Berechnung der Versagenswahrscheinlichkeit (Platte)**

		⇐ Parallelemente (Verknüpfung UND $\cap$ ) ⇨																		
		(110)	(120)	(130)	(140)	(212)	(213)	(214)	(216)	(217)	(221)	(223)	(224)	(226)	(227)	(231)	(234)	(241)	(242)	(243)
⇨ Serienelemente (Verknüpfung ODER $\cup$ )	1				x														x	
	2				x													x		
	15				x															x
	3		x										x							
	4		x											x						
	5		x									x								
	6		x								x									
	14		x												x					
	7			x														x		
	8			x												x				
	9	x				x														
	10	x						x												
	11	x							x											
12	x					x														
13	x								x											

**Tabelle 6.19: Logisches Modell: Minimalschnitte zur Berechnung der Versagenswahrscheinlichkeit (Balken)**

		↑ Parallelelemente (Verknüpfung UND $\cap$ ) ↓																												
		(1101)	(1102)	(120)	(1301)	(1302)	(140)	(212)	(2131)	(2132)	(214)	(216)	(2171)	(2172)	(2211)	(2212)	(2231)	(2232)	(224)	(226)	(2271)	(2272)	(2311)	(2312)	(234)	(2411)	(2412)	(242)	(2431)	(2432)
⇔ Serienelemente (Verknüpfung ODER $\cup$ ) ⇔	1						x																					x		
	2						x																				x			
	3						x																					x		
	32						x																						x	
	33						x																							x
	4			x															x											
	5			x																x										
	6			x											x															
	7			x												x														
	8			x													x													
	9			x														x												
	30			x																		x								
	31			x																			x							
	10				x																			x						
	11				x																				x					
	12					x																			x					
	13					x																				x				
	14				x																						x			
	15					x																					x			
	16	x						x																						
	17		x					x																						
	18	x										x																		
	19		x									x																		
	20	x											x																	
	21		x										x																	
	22	x							x																					
	23	x								x																				
	24		x							x																				
	25		x								x																			
26	x											x																		
27	x													x																
28		x											x																	
29		x												x																

## 6.5) Berechnung der Zuverlässigkeit des Systems - Beispiel

### 6.5.1) Prinzip Systemzuverlässigkeit und Wahrscheinlichkeitsschranken

Die Versagenswahrscheinlichkeit eines Systems ergibt sich je nach der stochastischen Abhängigkeit der einzelnen Versagenselemente. Für statische Systeme kann i. d. R. nicht von völliger Unabhängigkeit ausgegangen werden ([Helbig 1987]); [Spaethe 1992] zeigt hierzu, dass die einzelnen Grenzzustände selbst dann stochastisch voneinander abhängig sind, wenn alle darin enthaltenen Basisvariablen voneinander unabhängige Größen sind. In der hier vorgenommenen Modellierung werden die Basisvariablen als voneinander unabhängige Größen behandelt; für die Grenzzustände der Versagenselemente muss jedoch von einer gewissen Korrelation ausgegangen werden, da die einzelnen Variablen in mehreren Grenzzustandsfunktionen vorkommen.

Zur Lösung werden Grenzfälle für den Korrelationsgrad der einzelnen Versagenselemente definiert, die dann obere und untere Grenzen der Versagenswahrscheinlichkeit bzw. Zuverlässigkeit des Systems ergeben. In Abschnitt 5.4 wurden bereits allgemeine und genauere Schranken der Versagenswahrscheinlichkeit vorgestellt. In diesem Abschnitt wird die Ermittlung anhand von Teilergebnissen für die hier vorgenommene Modellierung demonstriert.

Das hier betrachtete System setzt sich aus Parallel- und Serienelementen zusammen. Damit erfolgt auch die Ermittlung der Ober- und Untergrenzen der Versagenswahrscheinlichkeit in mehreren Schritten. In einem ersten Berechnungsteil werden die Wahrscheinlichkeiten für jede Elementkombination bzw. Versagenspfad ermittelt, aus den Wahrscheinlichkeiten je Pfad werden im zweiten Teil schließlich die Grenzen des Systemversagens berechnet.

### 6.5.2) Schritt 1: Wahrscheinlichkeit je Versagenspfad

Für die einzelnen Minimalschnitte ergibt sich die Versagenswahrscheinlichkeit des Teilsystems gemäß Bild 6.15 (Parallelsystem) aus der Versagenswahrscheinlichkeit der Komponenten (Grenzzustandsfunktionen nach Abschnitt 6.3.3) mit den allgemeinen Regeln für das Parallelsystem (vgl. Abschnitt 5.4.3, Gleichungen (5.34) und (5.35)). Die allgemeinen Schranken des Parallelsystems berechnen sich je nach stochastischer Abhängigkeit der Elemente wie in Tabelle 6.20 angegeben (s. z. B. [Six 2003], [Rackwitz 2001-1], [Thoft-Christensen/Murotsu 1986] u. a.).

**Tabelle 6.20: Allgemeine Schranken am Parallelsystem**

untere Schranke	≤	Versagens- wahrscheinlichkeit	≤	obere Schranke
$\prod_{i=1}^m p_{f,i}$	≤	$p_{f,sys}$	≤	$\min(p_{f,i})$
<b>vollständige Unabhängigkeit Korrelation = 0</b>				<b>vollständige Abhängigkeit Korrelation = 1</b>

Mit Tabelle 6.20 ergibt sich für ein Parallelsystem aus  $m$  Elementen bei vollständiger Unabhängigkeit die untere Schranke als Produkt der einzelnen Versagenswahrscheinlichkeiten und bei vollständiger Abhängigkeit die obere Schranke aus der kleinsten Element-Versagenswahrscheinlichkeit. Am Parallelsystem kann also die Versagenswahrscheinlichkeit nie größer werden als die kleinste Versagenswahrscheinlichkeit (das stärkste Element ist maßgebend). Durch die Multiplikation der Elementwahrscheinlichkeiten ( $p_{fi} \leq 1$ ) sinkt die Wahrscheinlichkeit für das Parallelsystem, je mehr Elemente sich im System befinden.

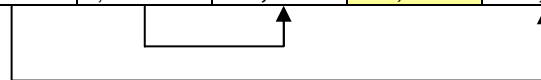
Diese allgemeinen Schranken können noch sehr weit auseinander liegen, hierzu verweisen [Thoft-Christensen/Murotsu 1986] auf Ansätze für genauere Grenzen am Parallelsystem (Abschnitt 5.4.3, Gleichung (5.36)). Für die hier betrachteten Schnitte aus zwei Versagenselementen erübrigt sich eine genauere Betrachtung, die allgemeinen Schranken nach Tabelle 6.20 sind hinreichend genau.

Zur Verdeutlichung werden beispielhaft für die Deckenplatte die Wahrscheinlichkeiten bzw. Zuverlässigkeiten der einzelnen Versagenspfade dargestellt. Die angegebenen Wahrscheinlichkeiten entstammen den hier durchgeführten probabilistischen Berechnungen. Aus den zahlreichen Programmdurchläufen wird hier nur eine beliebige Kombination ausgewählt.

**Tabelle 6.21: Schranken der Wahrscheinlichkeiten je Versagenspfad, Beispiel:**

Betonstahl B500, Beton C 30, Nutzung: Büro (mit Trennwandzuschlag), Betonqualität: Norm

	Versagenspfad (Schnitt)	Versagenswahrscheinlichkeit je Element		Versagenswahrscheinlichkeit je Versagenspfad		äquivalenter Zuverlässigkeitsindex je Versagenspfad		
		Elementversagen	Elementversagen	untere Schranke	obere Schranke	untere Schranke	Ergebnis [Sysrel]	obere Schranke
	$(i) \cap (j)$	$p_{f,i}$	$p_{f,j}$	$p_{f,ij}$	$p_{f,ij}$	$\beta_{ij}$	$\beta_{(Schnitt)}$	$\beta_{ij}$
1	(140) ∩ (242)	2,2795E-07	1,9447E-03	4,4329E-10	2,2795E-07	<b>5,044</b>	5,046	<b>6,129</b>
2	(140) ∩ (241)	2,2795E-07	8,9333E-19	2,0363E-25	8,9333E-19	<b>8,770</b>	9,609	<b>10,353</b>
3	(120) ∩ (224)	1,5830E-08	5,0000E-01	7,9150E-09	1,5830E-08	<b>5,532</b>	5,532	<b>5,652</b>
4	(120) ∩ (226)	1,5830E-08	7,6358E-13	1,2088E-20	7,6358E-13	<b>7,072</b>	7,073	<b>9,242</b>
5	(120) ∩ (223)	1,5830E-08	1,1235E-11	1,7785E-19	1,1235E-11	<b>6,689</b>	8,167	<b>8,950</b>
6	(120) ∩ (221)	1,5830E-08	4,9836E-36	7,8890E-44	4,9836E-36	<b>12,477</b>	12,622	<b>13,834</b>
7	(130) ∩ (234)	7,7703E-15	1,0000E+00	7,7703E-15	7,7703E-15	<b>7,683</b>	7,683	<b>7,683</b>
8	(130) ∩ (231)	7,7703E-15	7,7885E-15	6,0519E-29	7,7703E-15	<b>7,683</b>	7,682	<b>11,103</b>
9	(110) ∩ (212)	3,2597E-22	1,0000E+00	3,2597E-22	3,2597E-22	<b>9,621</b>	9,621	<b>9,621</b>
10	(110) ∩ (214)	3,2597E-22	9,9531E-01	3,2444E-22	3,2597E-22	<b>9,621</b>	9,621	<b>9,622</b>
11	(110) ∩ (216)	3,2597E-22	1,2061E-17	3,9315E-39	3,2597E-22	<b>9,621</b>	11,062	<b>13,034</b>
12	(110) ∩ (213)	3,2597E-22	1,8621E-09	6,0699E-31	3,2597E-22	<b>9,621</b>	9,621	<b>11,507</b>
13	(110) ∩ (217)	3,2597E-22	3,4342E-28	1,1195E-49	3,4342E-28	<b>10,947</b>	10,947	<b>14,771</b>
14	(120) ∩ (227)	1,5830E-08	6,3614E-25	1,0070E-32	6,3614E-25	<b>10,243</b>	10,477	<b>11,856</b>
15	(140) ∩ (243)	2,2795E-07	8,1166E-18	1,8502E-24	8,1166E-18	<b>8,518</b>	8,962	<b>10,139</b>



**6.5.3) Schritt 2: Wahrscheinlichkeit für das gesamte System**

Für das Gesamtsystem wird die Serienanordnung der zuvor betrachteten Versagenspfade betrachtet. Für ein Seriensystem ergeben sich die allgemeinen Schranken je nach Korrelation der Elemente wie in Tabelle 6.22 angegeben (s. z. B. Six 2003], [Rackwitz 2001-1], [Spaethe 1992], [Thoft-Christensen/Murotsu 1986] u. a.). (vgl. Abschnitt 5.4.2, Gleichungen (5.24) und (5.25))

**Tabelle 6.22: Allgemeine Schranken am Seriensystem**

untere Schranke	≤	<b>Versagenswahrscheinlichkeit</b>	≤	obere Schranke
$\max_j p_{f,j}$	≤	$p_{f,sys}$	≤	$1 - \prod_{j=1}^m (1 - p_{f,j}) < \sum_{j=1}^m p_{f,j}$
<b>vollständige Abhängigkeit Korrelation = 1</b>				<b>vollständige Unabhängigkeit Korrelation = 0</b>

Am Seriensystem kann die Versagenswahrscheinlichkeit nie kleiner sein als die größte Versagenswahrscheinlichkeit des schwächsten Elements. Mit der Anzahl der Serielemente steigt auch die Versagenswahrscheinlichkeit des Systems (Produktbildung in der oberen Schranke). Die Obergrenze aus Summe der einzelnen Elemente passt insbesondere zu kleinen Wahrscheinlichkeiten.

Nach [Thoft-Christensen/Murotsu 1986] sind die allgemeinen Schranken aus Tabelle 6.22 schon relativ genau, sofern es innerhalb der Serie ein dominierendes Versagenselement gibt. Das Systemversagen ergibt sich dann aus der Versagenswahrscheinlichkeit des dominierenden Elements. In den hier vorgenommenen Untersuchungen wird das z. B. besonders deutlich, wenn sich beim Balken aus dem ersten Versagen eines Querkraftelements gleichzeitig die Versagenswahrscheinlichkeit des Systems ergibt.

Haben hingegen die Versagenswahrscheinlichkeiten der Serielemente etwa die gleiche Größenordnung oder liegen viele mögliche Versagensmechanismen vor, dann können die allgemeinen Schranken zu ungenau sein. Hier können engere Schranken formuliert werden. Hierzu wurden in der Literatur verschiedene Vorschläge unterbreitet (Abschnitt 5.4.2), allgemein anerkannt ist der Ansatz nach [Ditlevsen 1979-1], an dem andere Vorschläge zumeist orientiert sind.

Diese Schranken sind enger als die allgemeinen Grenzen nach Tabelle 6.22. Nach [Helbig 1987] liegen sie besonders dicht zusammen, wenn die Elemente sehr kleine Versagenswahrscheinlichkeiten haben. Das ist bei den hier vorzunehmenden Betrachtungen der Fall. Die Auswertung der Ditlevsen-Schranken nach Gleichung (6.116) und (6.117) ergibt für die hier betrachteten Systeme mit kleinen Versagenswahrscheinlichkeiten, dass untere und obere Schranke gleich sind (siehe Beispiel).

Für die engeren Schranken nach [Ditlevsen 1979-1] sind zunächst die Elementwahrscheinlichkeiten absteigend der Größe nach zu sortieren. Die engeren Schranken ergeben sich zu (vgl. Gleichungen (5.30) und (5.31))

$$\text{untere Schranke: } \rho_{f,\text{sys}} = \bigcup_{j=1}^m \rho_{f,j} \geq \rho_{f,1} + \sum_{j=2}^m \left\{ \max \left[ \left( \rho_{f,j} - \sum_{i<j}^m (\rho_{f,i,j} \cap \rho_{f,i}) \right), 0 \right] \right\} \quad (6.116),$$

$$\text{obere Schranke: } \rho_{f,\text{sys}} = \bigcup_{j=1}^m \rho_{f,j} \leq \sum_{j=1}^m \rho_{f,j} - \sum_{j=2}^m \left\{ \max (\rho_{f,i,j} \cap \rho_{f,i}) \right\} \quad (6.117)$$

(Formulierung nach [Ditlevsen 1979-1] hier in Gleichung (6.116) und (6.117) angepasst an Schreibweisen in [Melchers 1999], [SYSREL], [Rackwitz 2001-1], [Spaethe 1992] u. a.).

Zur Erläuterung wird das Beispiel aus Abschnitt 6.5.2 fortgesetzt. Ausgangspunkt für die Ermittlung der Systemschranken sind die Versagenswahrscheinlichkeiten je Pfad in Tabelle 6.23, die an den Parallelelementen innerhalb eines Schnitts ermittelt wurden.

**Tabelle 6.23: Wahrscheinlichkeit je Versagenspfad (s. Tabelle 6.21)**

Schnitt Nr.	(i) ∩ (j)	$\rho_f$	$\beta$
1	(140) ∩ (242)	2,2600E-07	5,046
2	(140) ∩ (241)	3,7310E-22	9,607
3	(120) ∩ (224)	1,5860E-08	5,532
4	(120) ∩ (226)	7,6500E-13	7,072
5	(120) ∩ (223)	1,5960E-16	8,166
6	(120) ∩ (221)	8,2400E-37	12,620
7	(130) ∩ (234)	7,8600E-15	7,682
8	(130) ∩ (231)	7,8290E-15	7,682
9	(110) ∩ (212)	3,3150E-22	9,619
10	(110) ∩ (214)	3,3150E-22	9,619
11	(110) ∩ (216)	9,8320E-29	11,060
12	(110) ∩ (213)	3,3150E-22	9,619
13	(110) ∩ (217)	3,54E-28	10,944
14	(120) ∩ (227)	5,6940E-26	10,474
15	(140) ∩ (243)	1,6150E-19	8,961

Für die Ermittlung der Ditlevsen-Schranken sind die Werte in Tabelle 6.23 in absteigender Größe zu sortieren, die Nummerierung *i* und *j* der Gleichungen (6.116) und (6.117) orientiert sich an den sortierten Wahrscheinlichkeitsgrößen (Tabelle 6.24, die ursprüngliche Nummerierung der Versagenspfade ist in Klammern angegeben).

Mit der Sortierung ergeben sich aus der Matrix in Tabelle 6.24 mit (6.116) und (6.117) die oberen und unteren Schranken nach [Ditlevsen 1979-1] in Tabelle 6.25.

Aus Tabelle 6.25 wird deutlich, dass für die sehr kleinen Versagenswahrscheinlichkeiten die obere und untere Versagenswahrscheinlichkeit nach [Ditlevsen 1979-1] für mehrere Nachkommastellen gleich sind. Die allgemeinen Schranken liegen hier für die kleinen Versagenswahrscheinlichkeiten bereits relativ eng zusammen. In der Systemberechnung dieser Arbeit werden grundsätzlich die Ditlevsen-Schranken ausgewertet.

**Tabelle 6.24: Matrix der Wahrscheinlichkeiten  $p_{fi} \cap p_{fj}$  nach Sortierung aus Tabelle 6.23**

	(1)	(3)	(4)	(7)	(8)	(5)	(15)	(2)	(9)	(10)	(12)	(14)	(13)	(11)	(6)
j	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$p_{fi}$	2,26E-07	1,59E-08	7,65E-13	7,86E-15	7,83E-15	1,60E-16	1,62E-19	3,73E-22	3,32E-22	3,32E-22	3,32E-22	5,69E-26	3,54E-28	9,83E-29	8,24E-37
i	$p_{fi}$														
1	2,26E-07	-													
2	1,59E-08	3,58E-15	-												
3	7,65E-13	1,73E-19	1,21E-20	-											
4	7,86E-15	1,78E-21	1,25E-22	6,01E-27	-										
5	7,83E-15	1,77E-21	1,24E-22	5,99E-27	6,15E-29	-									
6	1,60E-16	3,61E-23	2,53E-24	1,22E-28	1,25E-30	1,25E-30	-								
7	1,62E-19	3,65E-26	2,56E-27	1,24E-31	1,27E-33	1,26E-33	2,58E-35	-							
8	3,73E-22	8,43E-29	5,92E-30	2,85E-34	2,93E-36	2,92E-36	5,95E-38	6,03E-41	-						
9	3,32E-22	7,49E-29	5,26E-30	2,54E-34	2,61E-36	2,60E-36	5,29E-38	5,35E-41	1,24E-43	-					
10	3,32E-22	7,49E-29	5,26E-30	2,54E-34	2,61E-36	2,60E-36	5,29E-38	5,35E-41	1,24E-43	1,10E-43	-				
11	3,32E-22	7,49E-29	5,26E-30	2,54E-34	2,61E-36	2,60E-36	5,29E-38	5,35E-41	1,24E-43	1,10E-43	1,10E-43	-			
12	5,69E-26	1,29E-32	9,03E-34	4,36E-38	4,48E-40	4,46E-40	9,09E-42	9,20E-45	2,12E-47	1,89E-47	1,89E-47	1,89E-47	-		
13	3,54E-28	7,99E-35	5,61E-36	2,70E-40	2,78E-42	2,77E-42	5,64E-44	5,71E-47	1,32E-49	1,17E-49	1,17E-49	1,17E-49	2,01E-53	-	
14	9,83E-29	2,22E-35	1,56E-36	7,52E-41	7,73E-43	7,70E-43	1,57E-44	1,59E-47	3,67E-50	3,26E-50	3,26E-50	3,26E-50	5,60E-54	3,48E-56	-
15	8,24E-37	1,86E-43	1,31E-44	6,30E-49	6,48E-51	6,45E-51	1,32E-52	1,33E-55	3,07E-58	2,73E-58	2,73E-58	2,73E-58	4,69E-62	2,91E-64	8,10E-65

**Tabelle 6.25: Ditlevsen-Schranken für das Beispiel Tabelle 6.12, 6.23 und 6.24**

i	$\Sigma(p_{fi} \cap p_{fj}) (j < i)$	$p_{fi} - \Sigma(p_{fi} \cap p_{fj}) (j < i)$	$\max[p_{fi} - \Sigma(p_{fi} \cap p_{fj}) (j < i); 0]$	$\max(p_{fi} \cap p_{fj}) (j < i)$	$\Sigma(p_{fi} \cap p_{fj}) (j < i)$
1	-	-	-	-	-
2	3,58E-15	1,5860E-08	1,5860E-08	3,5844E-15	3,58E-15
3	1,85E-19	7,6500E-13	7,6500E-13	1,7289E-19	1,85E-19
4	1,90E-21	7,8600E-15	7,8600E-15	1,7764E-21	1,90E-21
5	1,89E-21	7,8290E-15	7,8290E-15	1,7694E-21	1,89E-21
6	3,86E-23	1,5960E-16	1,5960E-16	3,6070E-23	3,86E-23
7	3,91E-26	1,6150E-19	1,6150E-19	3,6499E-26	3,91E-26
8	9,02E-29	3,7310E-22	3,7310E-22	8,4321E-29	9,02E-29
9	8,02E-29	3,3150E-22	3,3150E-22	7,4919E-29	8,02E-29
10	8,02E-29	3,3150E-22	3,3150E-22	7,4919E-29	8,02E-29
11	8,02E-29	3,3150E-22	3,3150E-22	7,4919E-29	8,02E-29
12	1,38E-32	5,6940E-26	5,6940E-26	1,2868E-32	1,38E-32
13	8,55E-35	3,5350E-28	3,5350E-28	7,9891E-35	8,55E-35
14	2,38E-35	9,8320E-29	9,8320E-29	2,2220E-35	2,38E-35
15	1,99E-43	8,2400E-37	8,2400E-37	1,8622E-43	1,99E-43
	$\Sigma p_{fi} = 2,42E-07$		$\Sigma \max [p_{fi} - \Sigma(p_{fi} \cap p_{fj}) (j < i); 0] = 1,5861E-08$		$\Sigma \max(p_{fi} \cap p_{fj}) = 3,5845E-15$
<b>Schranken</b>	<b>allgemein</b>	<b>Systemversagen</b>	<b>äquivalenter Zuverlässigkeitsindex <math>\beta</math></b>		
	untere	$p_{t,sys} \geq 2,26E-07$	$\beta_{sys} \geq 5,03266$		
	obere	$p_{t,sys} \leq 2,42E-07$	$\beta_{sys} \leq 5,04564$		
	<b>Ditlevsen</b>				
	untere	$p_{t,sys} (Ditlevsen) \geq 2,42E-07$	$\beta_{sys} (Ditlevsen) \geq 5,03266$		
obere	$p_{t,sys} (Ditlevsen) \leq 2,42E-07$	$\beta_{sys} (Ditlevsen) \leq 5,03266$			



## **Kapitel 7) Systemzuverlässigkeit der Platte**

### **7.1) Festlegungen zur probabilistischen Berechnung**

#### **7.1.1) Zur Festlegung der Querschnittswerte**

##### ***Deterministische Vorberechnung***

Ausgangspunkt der probabilistischen Untersuchung bildet eine deterministische Vorberechnung gemäß aktuellen Bemessungsvorschriften. Hierüber werden zunächst realistische Systemparameter festgelegt und die Größen der Versagenselemente aufeinander abgestimmt. Für die Bewertung der erreichten Systemzuverlässigkeit und der Sensitivitäten der Basisvariablen müssen alle Parameter der Grenzzustandsgleichung bekannt sein (im Gegensatz zur probabilistischen Bemessung, bei der anhand eines definierten Zielniveaus der Versagenswahrscheinlichkeit die notwendigen Parameter entwickelt werden können).

Die beschriebene Vorgehensweise setzt die derzeitige Bemessungspraxis ins Verhältnis zu den damit theoretisch erreichten Systemzuverlässigkeiten. Hieraus kann eine direkt am zu erreichenden Zuverlässigkeitsniveau kalibrierte Modifikation der aktuellen Bemessung erfolgen, sofern die Zuverlässigkeitsuntersuchungen dieses als Notwendigkeit (Unterschreiten des Zielniveaus) oder Möglichkeit (Überschreiten des Zielniveaus) aufzeigen. Eine derartige Modifikation ist bei einheitlichem Zielniveau  $\beta_{\text{Ziel}}$  zunächst davon unabhängig, ob sie für den Nachweis bestehender oder noch zu errichtender Objekte erfolgt. Die Spezifik bestehender Konstruktionen ist vor allem in die stochastischen Modelle eingebunden (Kapitel 6). Darüber hinaus kann für bestehende Konstruktionen im Hinblick auf Überlegungen in Abschnitt 2.3.2 die Modifikation an einem für bestehende Objekte reduziertem Zielniveau  $\beta_{\text{Ziel, Bestand}}$  erfolgen.

##### ***Schlankheitskriterium***

Für die probabilistischen Untersuchungen der Platte waren zuerst einige Festlegungen zu den geometrischen Randbedingungen zu treffen. Hier sollten zunächst Untersuchungen für eine schlanke Platte durchgeführt werden. Demgemäß wurden die äußeren Abmessungen (Plattenstärke, Nutzhöhe, Stützweite) so festgelegt, dass eine Schlankheit von  $l/d = 35$  erreicht wird. (Vereinfachend wird hier statt der ideellen Stützweite  $l$  die Stützweite  $l$  direkt angesetzt.)

Seit Einführung der Normenausgabe [DIN 1045 (1972)] war ein indirekter Verformungsnachweis über die Begrenzung der Biegeschlankheit vorgesehen. Jedoch existierten bereits in vorherigen Normenausgaben Regeln zur Auslegung der Mindestnutzhöhe in Abhängigkeit von der Ersatzstützweite (siehe Tabelle 7.1), die mit dem Biegeschlankheits-Kriterium vergleichbar sind. Der Schlankheitsgrad 35 galt bereits seit 1932 als maximal zulässiger Wert, zuvor wurden größere Plattenstärken verlangt. (Die früheren Mindestnutzhöhen wurden ohne Bezug zur Durchbiegungsbegrenzung vorgegeben).

Wie aus Tabelle 7.1 ersichtlich kann der Schlankheitsgrad 35 hier vereinfachend als ungünstigstes Maß für bestehende Stahlbetonplatten angenommen werden; eine Übertragung der Ergebnisse auf (schlanke) Platten mit anderen Abmessungen ist damit möglich. Da Nutzlasten einen wesentlichen Einfluss auf das erreichte Zuverlässigkeitsniveau haben, soll über das Schlankheitskriterium auch eine möglichst ungünstige Ausgangssituation für die Untersuchung gefunden werden (Verhältnis der ständigen Last zur Nutzlast). Eine kurze Vergleichsrechnung in Abschnitt 9.1.1 zeigt, dass mit der Grenzschlankheit  $l/d = 35$  niedrigere Zuverlässigkeitsniveaus erreicht werden, als bei Platten mit geringeren Schlankheitsgraden. Insofern lassen sich für Platten mit  $l/d = 35$  Aussagen herleiten, die für Platten geringerer Schlankheit auf der sicheren Seite liegen.

##### ***Längsbewehrungsgrad $\rho$***

Aus hier vorgenommenen probabilistischen Voruntersuchungen der Versagenswahrscheinlichkeiten der einzelnen Versagenselemente ([COMREL]) konnte bereits festgestellt werden, dass für Elemente mit Querkraftversagen bei Bauteilen ohne Querkraftbewehrung höhere Zuverlässigkeiten erreicht werden können, als bei Elementen mit Biegezugversagen. Diese Feststellung geht auch mit Untersuchungsergebnissen anderer Arbeiten konform (z. B. [Braml 2010], [Fischer, A. 2011]).

Diese Beobachtung legte die Vermutung nahe, dass auch am System mit aufeinander abgestimmten Querschnittswerten der Versagenselemente das Biegezugversagen maßgeblich wird. Die Querschnitte wurden also für die ersten Berechnungen so festgelegt, dass eine volle Auslastung des Querschnitts im Hinblick auf das Biegeversagen erreicht wird; die Querkraftelemente werden damit auf Grundlage der aus den Biegeelementen vorgegeben Maßverhältnisse bewertet. Damit sind etwa realistische Verhältnisse der Querschnitte und Tragfähigkeiten zueinander gegeben.

**Tabelle 7.1: Mindestwerte der statischen Nutzhöhe biegebeanspruchter Bauteile in früheren Stahlbetonnormen (aus [Voigt 2009-1])**

	DAfEb	DAfEb - A	DAfEb - A		DIN 1045			DIN 1045			DIN 1045-1
	1916	1925	1932	1937	1943	1952	1959	1972	1978	1988	2001
<b>Platten einachsig</b>	$\frac{l}{h} \leq 27$		$\frac{l}{h} \leq 35$			$\frac{l_i}{h} \leq 35$ bzw. $\frac{l_i^2}{h} \leq 150$					
	Ersatz-Stützweite: $l =$ Abstand der Momentennullstellen oder $l \approx 4/5 \cdot$ Stützweite						Ersatz-Stützweite: $l_i = \alpha$ Stützweite				
<b>Platten zweiachsig</b>	--	$\frac{l}{h} \leq 30$	$\frac{l}{h} \leq 50$ (freie Lagerung)			$\alpha$ je nach Lagerung					
			$\frac{l}{h} \leq 60$ (Einspannung)			0,6					
			$l =$ kleinere Stützweite bzw. M-Nullabstand			0,8					
						1,0					
						2,4					
<b>Balken</b>	$\frac{l}{h} \leq 20$		--			--					

mit:  $l =$  Stützweite,  $h =$  Nutzhöhe (=  $d$  ab 2001)

Als Ausgangspunkt der probabilistischen Bewertung dienen Längsbewehrungsgrade der Platte, die sich je Material-Nutzungs-Kombination bei einer Bemessung nach Eurocode ergeben würden. Für die Bemessung werden charakteristische Festigkeiten der früheren Betonstahlsorten gemäß Vorschlag in [DBV 2008-02] angesetzt. Die erforderlichen Bewehrungsgrade werden für die erste probabilistische Bewertung als theoretisch vorhandene Bewehrung unterstellt. Die in Bestandsdecken vorhandenen Bewehrungsgrade unterscheiden sich natürlich von diesen Ausgangswerten. Vergleiche der Bemessungsergebnisse nach früheren und aktuellen Normen wurden in [Voigt 2009-2] vorgenommen; es ergibt sich, dass für einen Betonstahl B220 die erforderliche Biegebewehrung knapp unter den heute erforderlichen Werten liegt, während sich für B420 und B500 früher deutlich mehr Bewehrung ergeben hätte als heute. Unterstellt man, dass die vorhandene Bewehrung mindestens der zur jeweiligen Bauzeit erforderlichen Bewehrung entspricht, so wären in den beiden letztgenannten Fällen Reserven vorhanden bzw. die Zuverlässigkeit der Biegeelemente wäre höher als nach der hier vorgenommenen Bewertung, während für Decken mit B220 die tatsächliche Zuverlässigkeit etwas kleiner wäre.

Diese Differenzen werden in der ersten probabilistischen Bewertung vorerst vernachlässigt, da zunächst eine einheitliche Vergleichsgröße geschaffen werden muss. Die tatsächlichen Verhältnisse kommen dann bei der praktischen Auswertung in Kapitel 9 zum Tragen, wo die ersten Zuverlässigkeitsberechnungen zur Herleitung optimierter Teilsicherheitsbeiwerte weiterentwickelt werden. Die in bestehenden Platten theoretisch vorhandenen Reserven werden dann bei den Untersuchungen zu möglichen Nutzlaststeigerungen genauer berücksichtigt (s. Beispiele Kapitel 9).

### 7.1.2) Randbedingungen der untersuchten Platte (deterministische Bemessung gemäß EC2)

#### Abmessungen

Die äußeren Abmessungen der Platte werden passend zum gewählten Schlankheitskriterium gewählt, für die Nutzhöhe wird von einer geringen Betondeckung  $\approx 2$  cm ausgegangen:

- Schlankheit:  $l/d = 35$
- zugehörige Abmessungen:
- Stützweite  $l = 4,90$  m
- Plattenstärke  $h = 16,5$ cm      Nutzhöhe  $d = 14$  cm (Innenraum)

#### Ständige Lasten

Die charakteristischen Werte der ständigen Lasten ergeben sich aus der Eigenlast der Konstruktion mit den gewählten Abmessungen und einer gewählten Ausbaulast. Die Streuung beider Lastanteile wird gemäß Modellierung in Kapitel 6 zusammengefasst, die unterschiedliche Charakteristik beider Lasten wird in einem insgesamt etwas höheren Variationskoeffizienten berücksichtigt (s. Abschnitt 6.2.1.5, zur Vorgehensweise vgl. auch [Six 2003], [Johannis 1999], [Vismann 1995], [JCSS 1996]).

- Eigenlast  $g_{k1} = 0,165 \cdot 25 = 4,125$  kN/m<sup>2</sup>
- Ausbaulast (gewählt)  $g_{k2} = 1,5$  kN/m<sup>2</sup>
- ständige Last gesamt  $g_k = 5,625$  kN/m<sup>2</sup>

### Veränderliche Lasten

Die Untersuchung soll für vier verschiedene Nutzlastgruppen erfolgen. Der Einfluss der unterschiedlichen Lasthöhe sowie die unterschiedlichen Streuwerte der verschiedenen Nutzlastgruppen werden dabei berücksichtigt. Jede Lastgruppe geht mit einem anderen Variationskoeffizienten in die probabilistische Berechnung ein (Kapitel 6). So weisen beispielsweise die geringen Lasten der Gruppe A vergleichsweise hohe Streuwerte auf, so dass allein aus den unterschiedlichen Lasthöhen nicht automatisch auf die Höhe des Zuverlässigkeitsniveaus geschlossen werden kann.

Die Auswahl der vier Gruppen soll eine gedankliche Laststeigerung enthalten, die später in der praktischen Auswertung in Kapitel 9 für Aussagen zu möglichen Laststeigerungen bei Nutzungsänderung bestehender Objekte genutzt werden kann. Für die Gruppen B, C und D wird ein Zuschlag zur Nutzlast zur Berücksichtigung leichter Trennwände angesetzt, gemeinsame Streuung aus beiden Lastanteilen wird mittels Gaußschem Fehlerfortpflanzungsgesetz ermittelt (Kapitel 6). Für Gruppe D wäre mit  $g_k = 5 \text{ kN/m}^2$  nach [DIN EN 1991-1-1 (2010)] ein solcher Zuschlag zur Nutzlast bei der Bemessung nicht erforderlich. Im Sinne der gewünschten Laststeigerung wird er hier jedoch in die Betrachtung einbezogen.

Die in der deterministischen Vorberechnung verwendeten veränderlichen Lasten sowie die sich daraus ergebenden Lastverhältnisse sind in Tabelle 7.2 zusammengestellt.

**Tabelle 7.2: Zusammenstellung der Nutzlasten der deterministischen Vorberechnung**

Nutzungskategorien gemäß [DIN EN 1991-1-1 (2010)]		Nutzlast	TW- Zuschlag	veränderliche Last gesamt	Lastverhältnis *	
		$q_{k,1}$	$\Delta q_k$	$q_k$	$\frac{g_k}{g_k + q_k}$	$\frac{g_d}{g_d + q_d}$
<b>A</b>	Wohn- und Aufenthaltsräume A2	1,5 kN/m <sup>2</sup>	--	1,5 kN/m <sup>2</sup>	0,789	0,771
<b>B</b>	Büroflächen B1	2,0 kN/m <sup>2</sup>	1,2 kN/m <sup>2</sup>	3,2 kN/m <sup>2</sup>	0,637	0,613
<b>C</b>	Versammlungsräume (hier: Schule) C1	3,0 kN/m <sup>2</sup>	1,2 kN/m <sup>2</sup>	4,2 kN/m <sup>2</sup>	0,572	0,547
<b>D</b>	Verkaufsräume D2	5,0 kN/m <sup>2</sup>	1,2 kN/m <sup>2</sup>	6,2 kN/m <sup>2</sup>	0,476	0,450

<sup>1)</sup> Bemessungswerte der Einwirkungen mit  $\gamma_G = 1,35$  und  $\gamma_Q = 1,50$

### Momentenverhältnisse

Die Schnittkraftermittlung für die gewählten Abmessungen und Einwirkungen ergibt für jede Nutzungskategorie einen Verhältniswert der Feld- und Stützmomente der Platte zueinander. In der probabilistischen Berechnung wird unterstellt, dass das Verhältnis der Längsbewehrung in Feld- und Stützbereich etwa diesem Momentenverhältnis entspricht. Damit kann in der Berechnung über den Verhältniswert  $M_{\text{feld}}:M_{\text{stütz}}$  der Bewehrungsgrad des Feldes an den Bewehrungsgrad im Stützbereich gekoppelt werden. Die deterministische Vorberechnung kann sich somit auf die Ermittlung des Stützbewehrungsgrades beschränken. Die Verhältniswerte sind in Tabelle 7.3 zusammengestellt. Die Tabelle bezieht sich dabei auf die Bemessungswerte der Einwirkungen mit  $\gamma_G = 1,35$  und  $\gamma_Q = 1,50$ . Wird mit charakteristischen Werten gerechnet (beispielsweise in Vergleichrechnungen nach früheren Bemessungsverfahren), so ergeben sich geringfügig abweichende Verhältniswerte.

**Tabelle 7.3: Verhältniswerte  $M_{\text{Verh}}$  der Stütz- und Feldmomente (Bezug Bemessungswerte)**

Eigenlast $g_k = 5,625 \text{ kN/m}^2$		Nutzlast	Verhältnis der Bemessungsmomente	
Nutzung		$q_k$	$M_{\text{stütz}}:M_{\text{feld}}$	$M_{\text{feld}}:M_{\text{stütz}}$
<b>A</b>	Wohn- und Aufenthaltsräume	1,5 kN/m <sup>2</sup>	1,646	0,608
<b>B</b>	Büroflächen	3,2 kN/m <sup>2</sup>	1,561	0,641
<b>C</b>	Versammlungsräume (hier: Schule)	4,2 kN/m <sup>2</sup>	1,528	0,654
<b>D</b>	Verkaufsräume	6,2 kN/m <sup>2</sup>	1,483	0,674

Vereinfachend wird in der deterministischen Vorberechnung und den Grenzzustandsgleichungen der probabilistischen Berechnung auf eine Abminderung der Stützmomente (Anschnittmoment bzw. Momentenausrundung) verzichtet. Die Verhältniswerte in Tabelle 7.3 beziehen sich demgemäß auch auf die nicht reduzierten Stützmomente. Ebenso werden die Querkraftnachweise vereinfachend nicht im Abstand  $d$  vom Lagerrand, sondern in der theoretischen Auflagerlinie geführt. Beide Vereinfachungen erlauben eine von den tatsächlichen Lagerungsbedingungen unabhängige Betrachtung.

**Materialien**

Es wird von einer schadensfreien Konstruktion ausgegangen, qualitative Differenzen werden in den probabilistischen Berechnungen über größere Streuwerte berücksichtigt.

Die Untersuchung wird für drei Betonstahlfestigkeiten durchgeführt ( $f_{yk} = 220, 420$  und  $500 \text{ MN/m}^2$  entsprechend früheren Betonstahlsorten I, III und IV). So werden wesentliche in bestehenden Objekten vorkommende Stahlsorten berücksichtigt. Auf Berechnungen für den früheren Betonstahl II mit einer Streckgrenze von  $360 \text{ MN/m}^2$  (für  $\varnothing \leq 18 \text{ mm}$ ) bzw.  $340 \text{ MN/m}^2$  (für  $\varnothing > 18 \text{ mm}$ ) wird hier verzichtet, da diese Sorte vergleichsweise wenig verwendet wurde. Die kleinste hier verwendete Festigkeit steht repräsentativ auch für vor 1943 verwendete Betonstähle, deren Streckgrenze etwa in diesem Bereich liegt ( $\approx 200 \dots 240 \text{ MN/m}^2$ ). Die deterministische Vorberechnung erfolgt unter Zuordnung charakteristischer Festigkeiten gemäß Vorschlag [DBV 2008-02].

Für den Beton werden normalfeste Betonklassen mit heute üblichen charakteristischen Festigkeiten in einem Bereich  $f_{ck} = 12 \dots 50 \text{ MN/m}^2$  bewertet. In der probabilistischen Berechnung werden zusätzlich verschiedene Betonqualitäten berücksichtigt – ausgedrückt durch die Höhe der Standardabweichung (Untersuchungsbereich  $\sigma_{fc} = 4,85 \dots 10 \text{ MN/m}^2$ ). Problematisch ist die Übertragung der Aussagen für den hier gewählten Festigkeitsbereich auf noch geringere Druckfestigkeiten (z. B. Betonfestigkeiten gemäß Normung vor 1943). Je geringer die Druckfestigkeit ist, desto stärker wirkt sich die Streubreite auf das Ergebnis der probabilistischen Bewertung aus. Für vergleichsweise geringe Streuung (Qualität „Norm“, s. Abschnitt 7.2.4) ließen sich die für  $f_{ck} = 12 \text{ MN/m}^2$  gefundenen Aussagen auch auf kleinere Festigkeiten ausweiten. Allerdings werden mit zunehmender Streubreite der Druckfestigkeit die Ergebnisse der probabilistischen Berechnung derart instabil, dass seriöse Aussagen zur Zuverlässigkeit in diesem Bereich mit der hier vorgenommenen Modellierung nicht getroffen werden können. Bei sehr kleinen Druckfestigkeiten in Kombination mit sehr großen Variationskoeffizienten wäre im Hinblick auf die gewünschte Sicherheit der Erhalt der bestehenden Konstruktion ohnehin zu hinterfragen. (Genauere Aussagen zur Auswirkung der Betonqualität siehe Abschnitt 7.2.4.)

**Längsbewehrungsgrade  $\rho_{st}$**

Die deterministische Ermittlung der Längsbewehrung erfolgt gemäß [DIN EN 1992-1-1 (2011)] unter Rückgriff auf das allgemeine Bemessungsdiagramm (Berechnung mit  $\gamma_G = 1,35, \gamma_Q = 1,5, \gamma_C = 1,5$  und  $\gamma_S = 1,15$ ). Die so gefundenen Werte stellen theoretische Vergleichsgrößen für die erste Bewertung dar. Gerade für die Kombination geringer Stahl- und Betonfestigkeiten ergeben sich vergleichsweise hohe erforderliche Bewehrungsgrade, die so nicht zwangsläufig realen Verhältnissen entsprechen (vgl. oben.). Der Bewehrungsgrad erweist sich in der probabilistischen Bewertung als wichtige Größe, eine Korrektur der Ausgangswerte erfolgt im Zuge der praktischen Auswertung in Kapitel 9 bei der Ermittlung angepasster Teilsicherheitsbeiwerte. Die Ausgangswerte  $\rho_{st}$  sind für jede Material-Nutzungskombination in den Tabellen 7.4 bis 7.6 zusammengestellt.

**Tabelle 7.4: Längsbewehrungsgrade über der Innenstütze  $\rho_{st}$  für  $f_{yk} = 220 \text{ MN/m}^2$**

B220 Nutzung	$f_{ck} \text{ [MN/m}^2\text{]}$								
	12	16	20	25	30	35	40	45	50
A Wohnen	9,068E-03	8,700E-03	8,507E-03	8,365E-03	8,277E-03	8,220E-03	8,179E-03	8,148E-03	8,124E-03
B Büro + TW	1,200E-02	1,131E-02	1,096E-02	1,072E-02	1,057E-02	1,046E-02	1,039E-02	1,034E-02	1,030E-02
C Schule + TW	1,392E-02	1,294E-02	1,247E-02	1,214E-02	1,195E-02	1,181E-02	1,172E-02	1,165E-02	1,160E-02
D Verkauf + TW	1,844E-02	1,646E-02	1,565E-02	1,511E-02	1,479E-02	1,458E-02	1,442E-02	1,431E-02	1,423E-02

**Tabelle 7.5: Längsbewehrungsgrade über der Innenstütze  $\rho_{st}$  für  $f_{yk} = 420 \text{ MN/m}^2$**

B420 Nutzung	$f_{ck} \text{ [MN/m}^2\text{]}$								
	12	16	20	25	30	35	40	45	50
A Wohnen	4,75E-03	4,56E-03	4,46E-03	4,38E-03	4,34E-03	4,31E-03	4,28E-03	4,27E-03	4,26E-03
B Büro + TW	6,29E-03	5,92E-03	5,74E-03	5,61E-03	5,53E-03	5,48E-03	5,44E-03	5,42E-03	5,40E-03
C Schule + TW	7,29E-03	6,78E-03	6,53E-03	6,36E-03	6,26E-03	6,19E-03	6,14E-03	6,10E-03	6,07E-03
D Verkauf + TW	9,66E-03	8,62E-03	8,20E-03	7,91E-03	7,75E-03	7,63E-03	7,56E-03	7,50E-03	7,45E-03

**Tabelle 7.6: Längsbewehrungsgrade über der Innenstütze  $\rho_{st}$  für  $f_{yk} = 500 \text{ MN/m}^2$**

B500 Nutzung	$f_{ck} \text{ [MN/m}^2\text{]}$								
	12	16	20	25	30	35	40	45	50
A Wohnen	3,99E-03	3,83E-03	3,74E-03	3,68E-03	3,64E-03	3,62E-03	3,60E-03	3,59E-03	3,57E-03
B Büro + TW	5,28E-03	4,97E-03	4,82E-03	4,72E-03	4,65E-03	4,60E-03	4,57E-03	4,55E-03	4,53E-03
C Schule + TW	6,13E-03	5,69E-03	5,49E-03	5,34E-03	5,26E-03	5,20E-03	5,16E-03	5,13E-03	5,10E-03
D Verkauf + TW	8,11E-03	7,24E-03	6,88E-03	6,65E-03	6,51E-03	6,41E-03	6,35E-03	6,30E-03	6,26E-03

### 7.1.3) Bewertung der Systemzuverlässigkeit

#### **Programmläufe**

Die Bewertung der Systemzuverlässigkeit erfolgt mit dem Programm [Sysrel] auf Grundlage der in Kapitel 6 vorgenommenen mechanischen, logischen und stochastischen Modellierung.

Jede einzelne Kombination von Betonfestigkeit, Stahlfestigkeit, Nutzung und Qualität erfordert dabei einen eigenen Berechnungslauf. Für die hier vorgenommenen Untersuchungen bedeutet dies, dass  $9$  (Betonfestigkeit)  $\times$   $3$  (Stahlfestigkeit)  $\times$   $4$  (Nutzungsgruppen)  $\times$   $4$  (Qualitätsstufen) =  $432$  „Versuchsaufbauten“ erforderlich sind. Bei einer Modellierung mit bezogenen Größen (z. B. bezogenes Moment, mechanischer Bewehrungsgrad etc.) könnte zwar die Berechnung für größere Bereiche vorgenommen und somit der Aufwand deutlich reduziert werden, allerdings würden dabei auch die stochastischen Eigenschaften über größere Bereiche „verschmiert“. Insbesondere bei Basisvariablen mit über verschiedene Mittelwerte konstant anzunehmende Standardabweichung (z. B. Beton- und Stahlfestigkeit) wird damit für einzelne Materialkombinationen nicht immer das tatsächliche Zuverlässigkeitsniveau ermittelt (s. auch Abschnitt 6.3.1, Angaben zu Gleichung (6.34)). Im Sinne der gewünschten Genauigkeit wird hier also auf eine zusammenfassende Normierung verzichtet und die Untersuchung für die gewählten Kombinationen vorgenommen. Die Ergebnisse der Analysen werden schrittweise in einer externen Datenbasis zusammengeführt und hier ausgewertet. Praktische Schlussfolgerungen aus den Systembewertungen werden dann im Kapitel 9 gezogen.

Parallel zu den Systemberechnungen erfolgen immer wieder auch Komponentenuntersuchungen für einzelne Versagenselemente mit dem Programm [Comrel], um die Systemergebnisse bzw. einzelne Zwischenergebnisse der Systemberechnung überprüfen zu können. Die Komponentenberechnung kann über die einzelnen Versagenswahrscheinlichkeiten Anhaltspunkte für die Reihenfolge des Versagens und den Anteil einzelner Komponenten am Systemversagen liefern. Da die Zuverlässigkeit der einzelnen Elemente hierbei für jeden einzelnen Grenzzustand unabhängig vom Systemzusammenhang erfolgt, entsprechen die einzeln ermittelten Versagenswahrscheinlichkeiten nicht exakt den Wahrscheinlichkeiten für das Elementversagen, wie sie sich im Systemzusammenhang ergeben würden. Dennoch bietet dieses Vorgehen eine gute Gelegenheit zur punktuellen Überprüfung.

#### **Gesuchte Ergebnisse**

Aus der Systemberechnung werden hier vorrangig die nachfolgend dargestellten Ergebnisse gesucht:

- Systemversagenswahrscheinlichkeit  $p_{1,\text{sys}}$  bzw. Systemzuverlässigkeit  $\beta_{\text{sys}}$
- Sensitivitäten der einzelnen Basisvariablen der Grenzzustandsfunktionen  $\alpha_i$
- Sensitivitäten der einzelnen Versagenselemente des Systems  $\alpha_{\text{joint,GZ}}$

Die Ergebnisse werden für die untersuchten Kombinationen dargestellt, einzelne Einflüsse auf das Systemversagen werden gesondert herausgegriffen.

## 7.2) Erreichte Systemzuverlässigkeiten

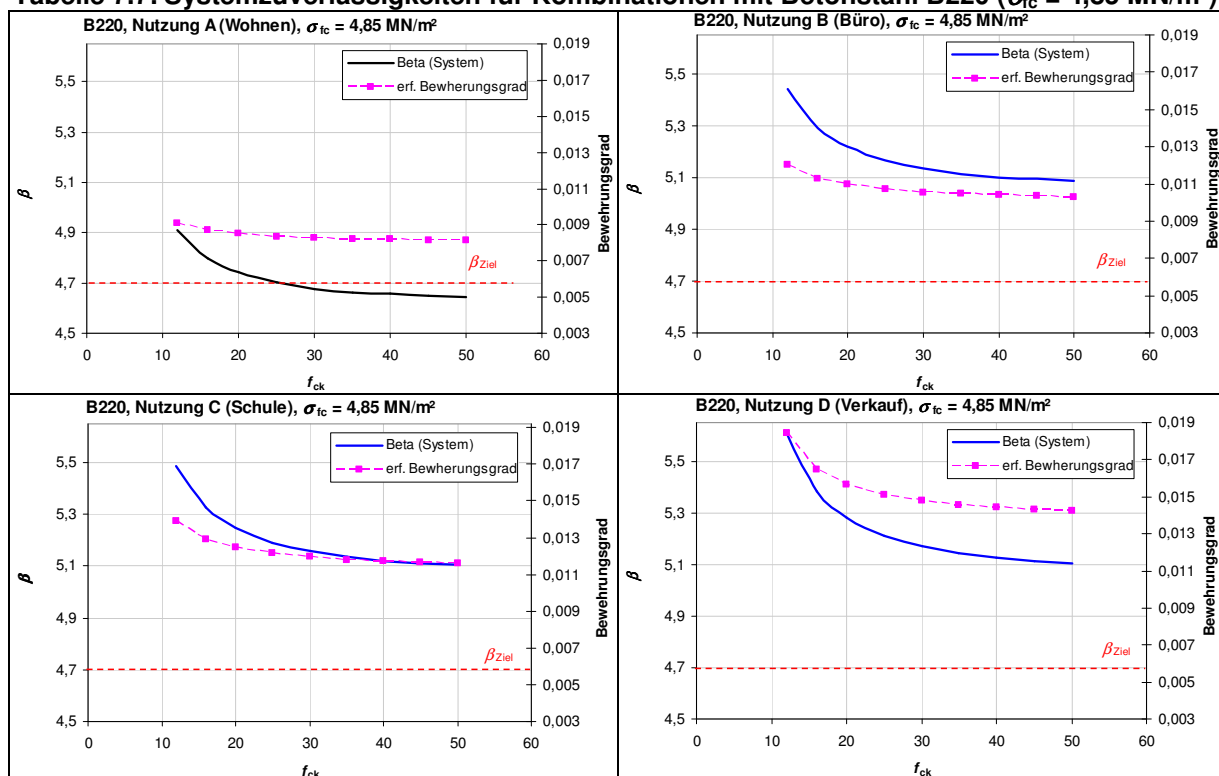
### 7.2.1) Systemzuverlässigkeiten für verschiedene Material- / Nutzungskombinationen

Nachfolgend sind die Ergebnisse der Zuverlässigkeitsberechnung für jede Material-Nutzungs-Kombination dargestellt (Tabellen 7.7 bis 7.9). Gezeigt wird die Systemzuverlässigkeit in Abhängigkeit von der Druckfestigkeit des Betons jeweils für die verschiedenen Stahlsorten und Nutzungskategorien. Zunächst werden nur die Ergebnisse für normgemäße Betonqualität aufgeführt ( $\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2$ ), die Ergebnisse für stärke streuende Druckfestigkeiten werden in Abschnitt 7.2.4 besprochen. In den Zuverlässigkeitsberechnungen ist eine starke Abhängigkeit des Zuverlässigkeitsniveaus vom zu Grunde gelegten geometrischen Längsbewehrungsgrad festzustellen. Zur Verdeutlichung enthalten die Darstellungen daher zusätzlich den Verlauf des zugehörigen Längsbewehrungsgrades über der Stütze.

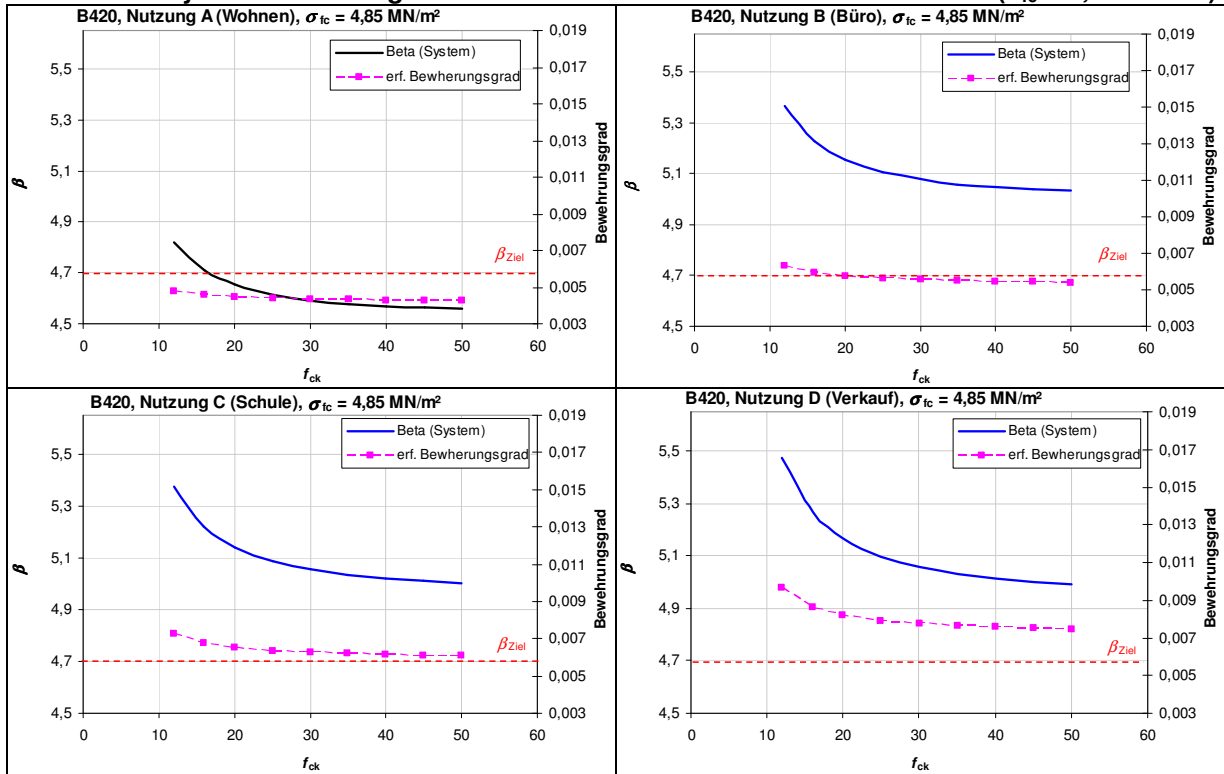
Es zeigt sich, dass mit höherem Bewehrungsgrad auch das Niveau der Zuverlässigkeit steigt. Das gilt nicht nur bei Variation des Bewehrungsgrades um den deterministisch bestimmten Wert innerhalb einer Material-Nutzungs-Kombination. Der Zusammenhang wird auch deutlich, wenn sich für eine Kombination prinzipiell größere Bewehrungsgrade ergeben. Mithin ergeben sich hier z. B. bei kleineren Betonfestigkeiten (also für höhere mechanische Bewehrungsgrade) auch höhere Systemzuverlässigkeiten. Ungewöhnlich erscheint in diesem Zusammenhang, dass sich für die unteren Nutzungskategorien ebenfalls geringere Zuverlässigkeiten ergeben, als für höhere Nutzungsgruppen. Allgemein bekannt ist, dass bei höheren Nutzlasten bei sonst gleichen Bedingungen das Zuverlässigkeitsniveau sinkt. Da hier jedoch die Größe der Basisvariablen genau aufeinander abgestimmt sind (z. B. exakt für die Lasthöhe bemessener Bewehrungsgrad für eine bestimmte Materialkombination) und zudem für jede Nutzungskategorie unterschiedliche Streuwerte der Einwirkung berücksichtigt werden, ist der Zusammenhang Nutzlast – Zuverlässigkeit nicht mehr ganz so einfach darstellbar (ausführlichere Erläuterung durch Einzelauswertungen s. Abschnitt 7.2.2). Für das System bleibt damit über die Nutzungsgruppen hinweg der Einfluss des Bewehrungsgrades dominant, der sich in der deterministischen Vorberechnung für niedrigere Nutzungsgruppen auch kleiner einstellt. Mithin wird auch die zugehörige Systemzuverlässigkeit dann niedriger eingeschätzt.

Wie in den Abschnitten 5.4 und 6.5 erläutert, ergibt sich die Zuverlässigkeit des Systems je nach Korrelation innerhalb bestimmter Grenzwerte. Für das hier untersuchte System werden die Zuverlässigkeitsschranken nach [Ditlevsen 1979-1] ermittelt (s. Bsp. in Abschnitt 6.5). Es konnte bereits gezeigt werden, dass aufgrund der sehr kleinen Versagenswahrscheinlichkeiten die obere und untere Schranke sich im Prinzip gleich einstellen ( $\beta_{\text{sys,unten}} \approx \beta_{\text{sys,oben}}$ ). Daher wird für jede Material- und Nutzungskombination nur ein Zuverlässigkeitswert  $\beta_{\text{sys}}$  angegeben.

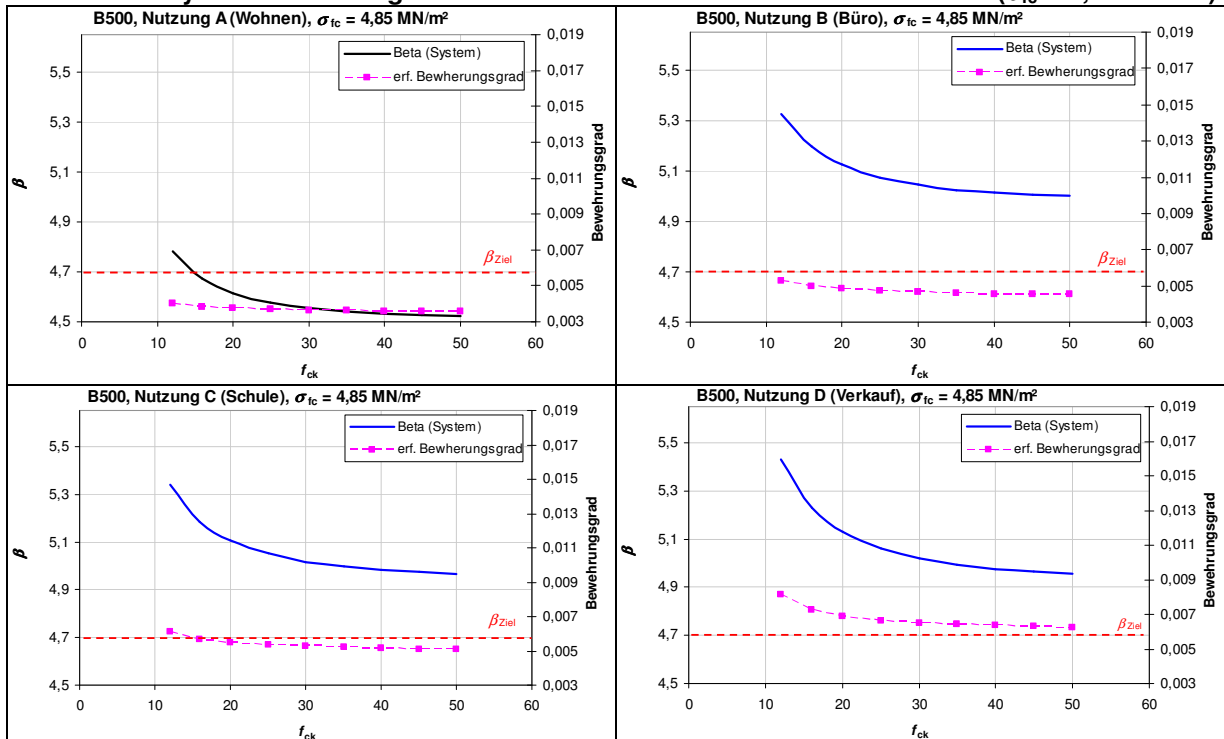
**Tabelle 7.7: Systemzuverlässigkeiten für Kombinationen mit Betonstahl B220 ( $\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2$ )**



**Tabelle 7.8: Systemzuverlässigkeiten für Kombinationen mit Betonstahl B420 ( $\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2$ )**



**Tabelle 7.9: Systemzuverlässigkeiten für Kombinationen mit Betonstahl B500 ( $\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2$ )**

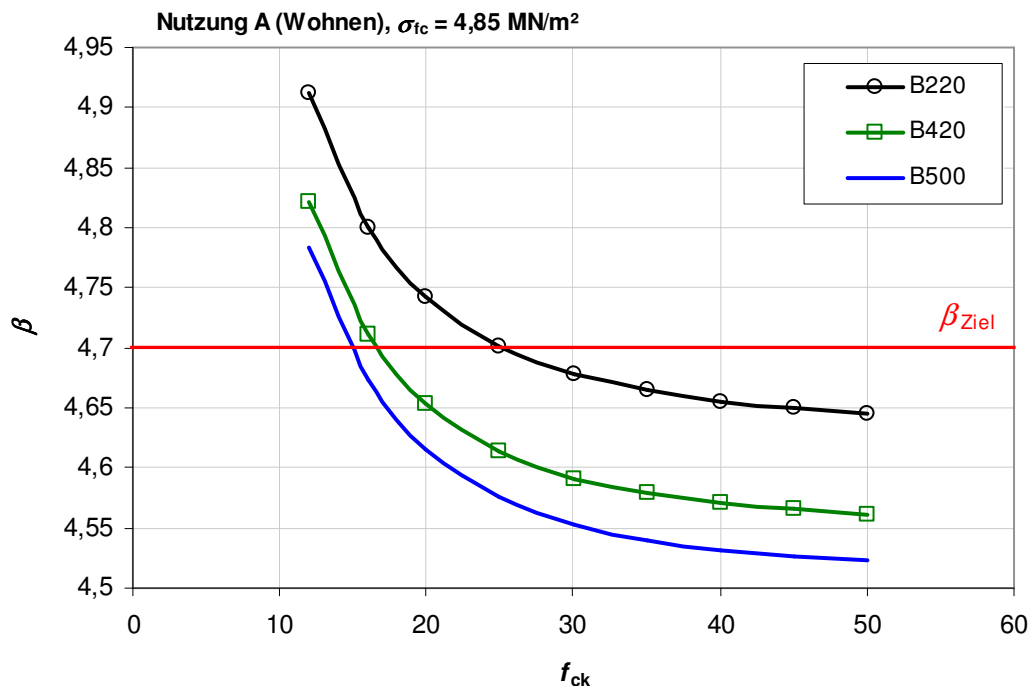


## 7.2.2) Zum Einfluss der Nutzungskategorie

### 7.2.2.1) Zusammenstellung $\beta_{\text{sys}}$ als $f$ (Nutzung)

Zunächst werden die erreichten Systemzuverlässigkeiten für jede Nutzungskategorie getrennt betrachtet. Hierzu werden in diesem Abschnitt steckbrieflich wesentliche Eigenschaften jeder Nutzungsgruppe sowie die ermittelten Versagenswahrscheinlichkeiten und Systemzuverlässigkeiten für jede Materialkombination dargestellt und wesentliche Beobachtungen und Vermutungen je Nutzungsklasse zusammengefasst. Die Ergebnisse werden in den nachfolgenden Abschnitten 7.2.2.2 und 7.2.2.3 näher analysiert. Ein direkter Vergleich der nutzungsabhängigen Ergebnisse in Abhängigkeit von der Betonstahlsorte erfolgt am Ende dieses Abschnitts in Tabelle 7.10.

#### ■ Nutzungskategorie A

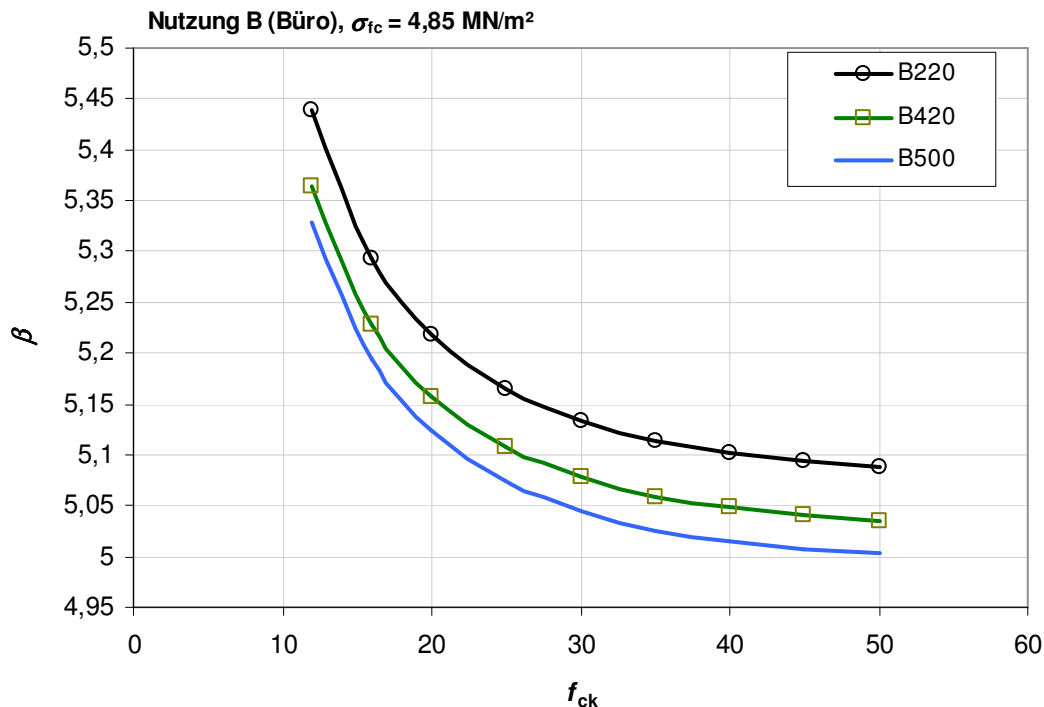


**Abb. 7.1: Systemzuverlässigkeiten der Platte für Nutzung A (Wohnen) in Abhängigkeit von der Materialkombination (Betonqualität mit  $\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2$ )**

- **Ausgangswerte:**
  - kleinster Mittelwert der Nutzlast ( $\mu_{q,A} = 0,857 \text{ kN/m}^2$  aus  $q_{k,A} = 1,5 \text{ kN/m}^2$ )
  - im Vergleich größte angenommene Streuung der Nutzlast ( $v_{q,A} = 0,29$ )
  - geringste erforderliche Bewehrungsgrade im Vergleich der Nutzungskategorien
- **Ergebnisse:**
  - operative Versagenswahrscheinlichkeiten  $p_{f,\text{sys},A}$  in Abhängigkeit von den verwendeten Betonstählen:
    - B220:  $p_{f,\text{sys},A (220)} = 1,70 \cdot 10^{-6} \dots 4,50 \cdot 10^{-7}$
    - B420:  $p_{f,\text{sys},A (420)} = 2,54 \cdot 10^{-6} \dots 7,13 \cdot 10^{-7}$
    - B500:  $p_{f,\text{sys},A (500)} = 3,05 \cdot 10^{-6} \dots 8,60 \cdot 10^{-7}$
  - äquivalente Systemzuverlässigkeiten  $\beta_{\text{sys},A}$  in Abhängigkeit von den verwendeten Betonstählen:
    - B220:  $\beta_{\text{sys},A (220)} = 4,645 \dots 4,912$
    - B420:  $\beta_{\text{sys},A (420)} = 4,562 \dots 4,821$
    - B500:  $\beta_{\text{sys},A (500)} = 4,532 \dots 4,784$
- **Beobachtung:**

In Nutzungskategorie A kann für alle drei Betonstahlsorten das geforderte Zuverlässigkeitsniveau gemäß [DIN EN 1990 (2010)] unterschritten werden ( $\beta_{\text{sys},A} < \beta_{\text{Ziel}} = 4,7$  (Bezug 1 Jahr) ). Bei Orientierung am Neubau-Niveau ergeben sich punktuell Defizite, die durch modifizierte Teilsicherheitsbeiwerte ausgeglichen werden können (s. Kapitel 9, es müssen sich bspw. höhere Beiwerte  $\gamma_c$  und  $\gamma_s$  ergeben als nach [DIN EN 1992-1-1 (2011)] und damit auch höhere Längsbewehrungsgrade). Sofern jedoch für bestehende Objekte ein reduziertes Zuverlässigkeitsniveau akzeptiert wird, so wird dies für alle Beton-Betonstahl-Kombination eingehalten ( $\beta_{\text{sys},A} > \beta_{\text{Ziel, Bestand}} = 4,2$  (Bezug 1 Jahr) ). Aus dem Vergleich mit dem abgesenkten Zielniveau ergeben sich dann sogar Systemreserven.



**■ Nutzungskategorie B**


**Abb. 7.2: Systemzuverlässigkeiten der Platte für Nutzung B (Büro) in Abhängigkeit von der Materialkombination (Betonqualität mit  $\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2$ )**

**■ Ausgangswerte:**

- Mittelwert der Nutzlast unter Berücksichtigung eines Zuschlags für leichte Trennwände ( $\mu_{q,B} = 1,893 \text{ kN/m}^2$  aus  $q_{k,B} = 3,2 \text{ kN/m}^2$ )
- kleinste angenommene Gesamtstreuung der veränderlichen Last im Vergleich der Nutzungskategorien ( $v_{q,B} = 0,188$  aus Gaußschem Fehlerfortpflanzungsgesetz, s. Tabelle 6.8)
- erforderliche Bewehrungsgrade im Vergleich der Nutzungskategorien gering (s. Tabellen 7.4, 7.5, 7.6)

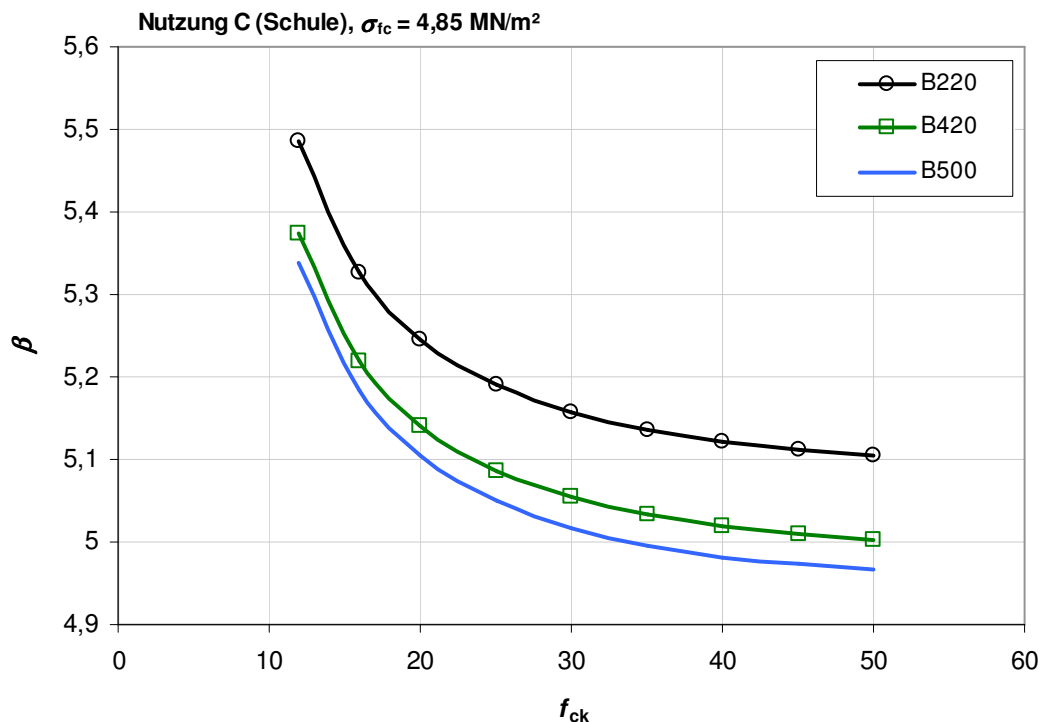
**■ Ergebnisse:**

- operative Versagenswahrscheinlichkeiten  $p_{f,sys,B}$  in Abhängigkeit von den verwendeten Betonstählen:
  - B220:  $p_{f,sys,B (220)} = 1,81 \cdot 10^{-7} \dots 6,03 \cdot 10^{-8}$
  - B420:  $p_{f,sys,B (420)} = 2,38 \cdot 10^{-7} \dots 4,05 \cdot 10^{-8}$
  - B500:  $p_{f,sys,B (500)} = 2,82 \cdot 10^{-7} \dots 4,97 \cdot 10^{-8}$
- äquivalente Systemzuverlässigkeiten  $\beta_{sys,B}$  in Abhängigkeit von den verwendeten Betonstählen:
  - B220:  $\beta_{sys,B (220)} = 5,088 \dots 5,440$
  - B420:  $\beta_{sys,B (420)} = 5,036 \dots 5,365$
  - B500:  $\beta_{sys,B (500)} = 5,003 \dots 5,328$

**■ Beobachtung:**

In Nutzungskategorie B wird das geforderte Zuverlässigkeitsniveau gemäß [DIN EN 1990 (2010)] für jede Beton-Betonstahl-Kombination eingehalten ( $\beta_{sys,B} > \beta_{Ziel} = 4,7$  (Bezug 1 Jahr)). Der Vergleich mit dem Zielniveau zeigt Systemreserven, weitere Reserven können bei Akzeptanz eines bestandsspezifisch geringeren Zielniveaus ausgenutzt werden.

■ Nutzungskategorie C



**Abb. 7.3: Systemzuverlässigkeiten der Platte für Nutzung C (Schule) in Abhängigkeit von der Materialkombination (Betonqualität mit  $\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2$ )**

■ **Ausgangswerte:**

- Mittelwert der Nutzlast unter Berücksichtigung eines Zuschlags für leichte Trennwände ( $\mu_{q,C} = 2,141 \text{ kN/m}^2$  aus  $q_{k,C} = 4,2 \text{ kN/m}^2$ )
- angenommene Gesamtstreuung der veränderlichen Last ( $v_{q,C} = 0,282$  aus Gaußschem Fehlerfortpflanzungsgesetz, s. Tabelle 6.8)
- im Vergleich der Nutzungskategorien höhere erforderliche Bewehrungsgrade (s. Tabellen 7.4, 7.5, 7.6)

■ **Ergebnisse:**

- operative Versagenswahrscheinlichkeiten  $p_{f,sys,C}$   
in Abhängigkeit von den verwendeten Betonstählen:
  - B220:  $p_{f,sys,C(220)} = 2,06 \cdot 10^{-8} \dots 1,66 \cdot 10^{-7}$
  - B420:  $p_{f,sys,C(420)} = 3,84 \cdot 10^{-8} \dots 2,81 \cdot 10^{-7}$
  - B500:  $p_{f,sys,C(500)} = 4,67 \cdot 10^{-8} \dots 3,41 \cdot 10^{-7}$
- äquivalente Systemzuverlässigkeiten  $\beta_{sys,C}$   
in Abhängigkeit von den verwendeten Betonstählen:
  - B220:  $\beta_{sys,C(220)} = 5,105 \dots 5,486$
  - B420:  $\beta_{sys,C(420)} = 5,004 \dots 5,375$
  - B500:  $\beta_{sys,C(500)} = 4,967 \dots 5,339$

■ **Beobachtung:**

In Nutzungskategorie C wird das geforderte Zuverlässigkeitsniveau gemäß [DIN EN 1990 (2010)] für jede Beton-Betonstahl-Kombination eingehalten ( $\beta_{sys,C} > \beta_{Ziel} = 4,7$  (Bezug 1 Jahr)). Der Vergleich mit dem Zielniveau zeigt Systemreserven, weitere Reserven können bei Akzeptanz eines bestandsspezifisch geringeren Zielniveaus ausgenutzt werden.

## ■ Nutzungskategorie D

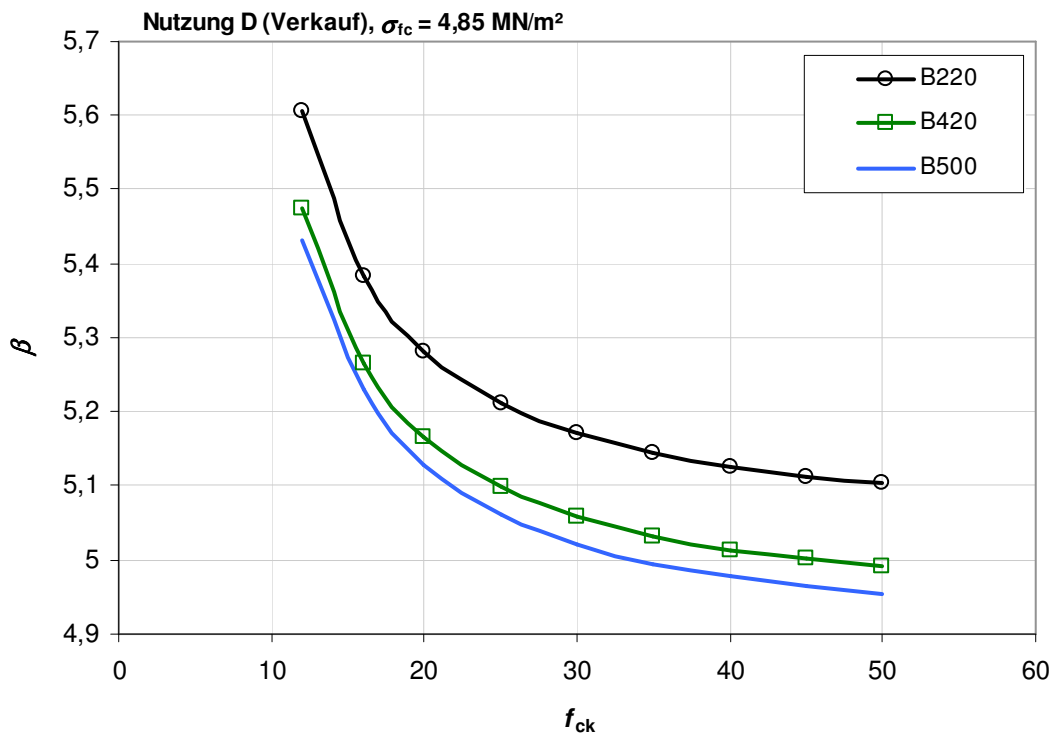


Abb. 7.4: Systemzuverlässigkeiten der Platte für Nutzung D (Verkauf) in Abhängigkeit von der Materialkombination (Betonqualität mit  $\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2$ )

## ■ Ausgangswerte:

- im Vergleich größter Mittelwert der Nutzlast unter Berücksichtigung eines Zuschlags für leichte Trennwände ( $\mu_{q,D} = 3,588 \text{ kN/m}^2$  aus  $q_{k,D} = 6,2 \text{ kN/m}^2$ )
- vergleichsweise kleine angenommene Gesamtstreuung der veränderlichen Last ( $v_{q,D} = 0,225$  aus Gaußschem Fehlerfortpflanzungsgesetz, s. Tabelle 6.8)
- höchste erforderliche Bewehrungsgrade im Vergleich der Nutzungskategorien (s. Tabellen 7.4, 7.5, 7.6)

## ■ Ergebnisse:

- operative Versagenswahrscheinlichkeiten  $p_{f,sys,D}$   
in Abhängigkeit von den verwendeten Betonstählen:
  - B220:  $p_{f,sys,D(220)} = 1,03 \cdot 10^{-8} \dots 1,66 \cdot 10^{-7}$
  - B420:  $p_{f,sys,D(420)} = 2,19 \cdot 10^{-8} \dots 2,99 \cdot 10^{-7}$
  - B500:  $p_{f,sys,D(500)} = 2,79 \cdot 10^{-8} \dots 3,63 \cdot 10^{-7}$
- äquivalente Systemzuverlässigkeiten  $\beta_{sys,D}$   
in Abhängigkeit von den verwendeten Betonstählen:
  - B220:  $\beta_{sys,D(220)} = 5,104 \dots 5,606$
  - B420:  $\beta_{sys,D(420)} = 4,992 \dots 5,475$
  - B500:  $\beta_{sys,D(500)} = 4,954 \dots 5,432$

## ■ Beobachtung:

In Nutzungskategorie D wird das geforderte Zuverlässigkeitsniveau für jede Materialkombination eingehalten ( $\beta_{sys,D} > \beta_{Ziel} = 4,7$  (Bezug 1 Jahr)). Der Vergleich mit dem Zielniveau zeigt für Nutzungskategorie D die größten Systemreserven. Es kann vermutet werden, dass diese Reserven für gewünschte Laststeigerungen bei Umnutzung bestehender Objekte ausgenutzt werden können; insbesondere, wenn das reduzierte Zielniveau für Bestandsbauten akzeptiert wird (Nachweis siehe Kapitel 9).

**Tabelle 7.10: nutzungsbedingte Systemzuverlässigkeiten im Vergleich der Betonstahlsorten**

<p><b>B220</b></p> <p><math>\beta_{\text{sys,A (220)}} = 4,645 \dots 4,912</math></p> <p><math>\beta_{\text{sys,B (220)}} = 5,088 \dots 5,440</math></p> <p><math>\beta_{\text{sys,C (220)}} = 5,105 \dots 5,486</math></p> <p><math>\beta_{\text{sys,D (220)}} = 5,104 \dots 5,606</math></p>	<p><b>B220, <math>\sigma_{\text{fc}} = 4,85 \text{ MN/m}^2</math></b></p>
<p><b>B420</b></p> <p><math>\beta_{\text{sys,A (420)}} = 4,562 \dots 4,821</math></p> <p><math>\beta_{\text{sys,B (420)}} = 5,036 \dots 5,365</math></p> <p><math>\beta_{\text{sys,C (420)}} = 5,004 \dots 5,375</math></p> <p><math>\beta_{\text{sys,D (420)}} = 4,992 \dots 5,475</math></p>	<p><b>B420, <math>\sigma_{\text{fc}} = 4,85 \text{ MN/m}^2</math></b></p>
<p><b>B500</b></p> <p><math>\beta_{\text{sys,A (500)}} = 4,532 \dots 4,784</math></p> <p><math>\beta_{\text{sys,B (500)}} = 5,003 \dots 5,328</math></p> <p><math>\beta_{\text{sys,C (500)}} = 4,967 \dots 5,339</math></p> <p><math>\beta_{\text{sys,D (500)}} = 4,954 \dots 5,432</math></p>	<p><b>B500, <math>\sigma_{\text{fc}} = 4,85 \text{ MN/m}^2</math></b></p>

### 7.2.2.2) Vergleichende Aussagen zu $\beta_{\text{sys}}$ als $f$ (Nutzung)

Aus den Bildern 7.1 bis 7.4 und Tabelle 7.10 wird deutlich, dass Unterschiede zwischen den Nutzungskategorien größer ausfallen als Unterschiede zwischen den Betonstahlsorten. Hieran ist bereits erkennbar, dass der Einfluss der Nutzlast größer ist als Einfluss der Streuung der Streckgrenze des Betonstahls. Die zugehörigen Sensitivitätsanalysen (Abschnitt 7.3) bestätigen diese Beobachtung.

Innerhalb einer Nutzungskategorie stellt sich die erreichte Systemzuverlässigkeit für niedrigere Stahlfestigkeiten höher ein ( $\beta_{\text{sys},220} > \beta_{\text{sys},420} > \beta_{\text{sys},500}$ ). Grund hierfür sind nicht etwa die Eigenschaften der Stähle selbst, sondern vielmehr die jeweils zu Grunde gelegten Bewehrungsgrade. Mit einer niedrigeren Stahlfestigkeit ergeben sich aus der deterministischen Vorberechnung auch höhere erforderliche Bewehrungsgrade ( $\rho_{\text{st},220} > \rho_{\text{st},420} > \rho_{\text{st},500}$ ). Ein um den Einfluss des Bewehrungsgrades bereinigter Vergleich erfolgt in Abschnitt 7.2.3.

Der direkte Vergleich der Nutzungskategorien für eine bestimmte Stahlsorte (Tabelle 7.10) zeigt, dass die Zuverlässigkeiten für Nutzung A stets deutlich unter den Niveaus der anderen Nutzungen liegen, teilweise wird der Zielwert der Zuverlässigkeit unterschritten. Die Ergebnisse für die Nutzungen B bis D bewegen sich in Abhängigkeit von der Betonfestigkeit etwa auf einem vergleichbaren Niveau. Für kleine Betonfestigkeiten gilt etwa, dass die Systemzuverlässigkeit mit der Nutzungskategorie ansteigt ( $\beta_{\text{sys},A} < \beta_{\text{sys},B} < \beta_{\text{sys},C} < \beta_{\text{sys},D}$ ). Auch hier gilt, dass nicht die Höhe oder Streuung der Nutzlast allein dieses Ergebnis bedingen, vielmehr spielt auch hier der Bewehrungsgrad eine entscheidende Rolle (s. Abschnitt 7.2.2.3). Für kleine Betonfestigkeiten wird der Zusammenhang direkt deutlich: mit Anstieg der Nutzlast ergeben sich auch höhere Bewehrungsgrade ( $\rho_{\text{st},A} > \rho_{\text{st},B} > \rho_{\text{st},C} > \rho_{\text{st},D}$ ).

Mit Anstieg der Druckfestigkeit wechselt in den Gruppen B bis D die Reihenfolge der erreichten Zuverlässigkeiten ab. Es wird deutlich, dass nicht der Bewehrungsgrad allein die Reihenfolge bestimmt. Aus der Beobachtung der Ergebnisse für Materialkombinationen mit besonders kleinen erforderlichen Bewehrungsgraden wird deutlich, dass die Reihenfolge der erreichten Zuverlässigkeiten der Sortierung der Nutzlaststreuungen entspricht. So gilt beispielsweise für die Materialkombination B500/C50 für die je Nutzung erreichten Systemzuverlässigkeiten  $\beta_{\text{sys},A} < \beta_{\text{sys},C} < \beta_{\text{sys},D} < \beta_{\text{sys},B}$  entsprechend der Größenordnung der Variationskoeffizienten der Nutzlast  $v_{q,A} > v_{q,C} > v_{q,D} > v_{q,B}$ .

Der Zusammenhang zwischen der erreichten Systemzuverlässigkeit und dem komplexen Zusammenspiel der Basisvariablen wird im Folgenden für ausgewählte Materialkombinationen etwas genauer diskutiert.

### 7.2.2.3) Zur Wechselwirkung Nutzlast - Bewehrungsgrad - Systemzuverlässigkeit bei nutzungsabhängigem Variationskoeffizienten $v_q$

Im Vergleich der Nutzungskategorien fällt auf, dass die Kategorie A mit der kleinsten mittleren Nutzlast das niedrigste Zuverlässigkeitsniveau erreicht, während sich die anderen Nutzungskategorien je nach den übrigen Randbedingungen etwa auf einem vergleichbaren Niveau bewegen. Dies erscheint zunächst verwirrend – ist doch allgemein bekannt, dass veränderliche Lasten den entscheidenden Einfluss auf das Zuverlässigkeitsniveau haben. Diverse Autoren berichten auch von einem Abfall des Zuverlässigkeitsniveaus mit wachsendem Nutzlastanteil an der Gesamtlast. So führt z. B. [Fischer, A. 2011] Bewertungen der Elementzuverlässigkeit unter Ansatz eines konstanten Variationskoeffizienten der Nutzlast  $v_q = 0,20$  durch und variiert das Lastverhältnis ständige zu veränderlicher Last. Dabei wird für sonst gleiche Randbedingungen ein niedrigerer Zuverlässigkeitswert erreicht, je höher der Nutzlastanteil ist. Eigene Komponentenuntersuchungen nach diesem Prinzip können diese Tendenz bestätigen.

Die hier vorgenommenen Systemuntersuchungen sind jedoch komplexerer Natur. Wenngleich sich in den Sensitivitätsanalysen (Abschnitt 7.3) die höheren Nutzlasten auch in größeren  $\alpha_i$  niederschlagen, so wird das Niveau der Zuverlässigkeit nicht allein von der Nutzlasthöhe beeinflusst. Ganz entscheidend für die Höhe des erreichten Zuverlässigkeitsniveaus ist der Anteil der Längsbewehrung, der sich in der deterministischen Vorberechnung mit zunehmender Nutzlasthöhe auch größer einstellt. Für geringere Längsbewehrungsgrade (= kleinere Systemzuverlässigkeiten) gewinnen auch mit der Bewehrung verbundene Basisvariable an Einfluss. So ist beispielsweise in Nutzungskategorie A (geringe Längsbewehrung, geringe Systemzuverlässigkeit) die Streuung der Nutzhöhe zur oberen Bewehrung von besonderer Bedeutung.

Besonders wichtig für die hier vorgenommenen Untersuchungen ist weiterhin, dass die Nutzlasten für jede Kategorie durch unterschiedliche Variationskoeffizienten charakterisiert sind. So ist zwar in Kategorie A der kleinste Mittelwert anzusetzen, gleichzeitig gilt jedoch die größte Streubreite innerhalb der untersuchten Nutzungsgruppen (s. Tabelle 6.8). In jedem Fall lässt sich kein einfacher, „linearer“ Zusammenhang herstellen zwischen der Nutzlasthöhe oder auch nur der Streubreite der Nutzlast und der erreichten Systemzuverlässigkeit, da komplexe Abhängigkeiten zwischen den einzelnen Größen bestehen. In den Systemuntersuchungen wird hier nicht für eine feststehende Situation das Lastniveau variiert, vielmehr erfolgt die Bewertung stets für aufeinander abgestimmte Randbedingungen, wie sie realistischen Verhältnissen entsprechen.

Unstrittig ist die Zunahme der Sensitivität der Nutzlast mit steigendem Nutzlastniveau über die vier Kategorien (siehe Sensitivitätsanalysen Abschnitt 7.3), dies deckt sich mit den Beobachtungen anderer Autoren (z. B. [Hansen 2004], [Fischer, A. 2011]).

Zur Verdeutlichung der Zusammenhänge werden hier zwei Materialkombinationen herausgegriffen und die Zuverlässigkeiten der Komponenten des Erstversagens (110, 120,130 und 140) sowie die Systemzuverlässigkeiten für die verschiedenen Nutzungskategorien nach der hier vorgenommenen Modellierung mit nutzungsabhängigem Variationskoeffizienten  $v_q$  gegenübergestellt. Dabei wird versucht, maßgebliche Einflüsse neben der Nutzlast mit darzustellen. Für das hier untersuchte System ist vor allem die Höhe des Bewehrungsgrades entscheidend.

Die Komponentenzuverlässigkeiten für das Erstversagen werden hier dargestellt, um Biege- und Querkraftversagen getrennt betrachten zu können. Hierüber kann auch der Einfluss der Längsbewehrung herausgearbeitet werden. Während die Längsbewehrung den Biegezugwiderstand klar bestimmt, spielt der Bewehrungsgrad für die Querkrafttragfähigkeit ohne Querkraftbewehrung  $V_{R,c}$  eine vergleichsweise geringe Rolle. Der Mindestquerkraftwiderstand  $V_{R,c,min}$  ist von der Längsbewehrung unabhängig. Es ist also zu vermuten, dass sich bei getrennter Betrachtung der Versagenselemente für die von der Längsbewehrung unabhängigen Versagensfälle ein deutlicherer Zusammenhang zwischen Zuverlässigkeitsniveau und Nutzlasthöhe herstellen lässt.

Die Auswahl der hier näher betrachteten Materialkombinationen erfolgt demgemäß anhand der maßgebenden Querkraftwiderstände. Aus der deterministischen Vorberechnung kann anhand des Längsbewehrungsgrades im Verhältnis zum Grenzbewehrungsgrad mit  $V_{R,c} = V_{R,c,min}$  bestimmt werden, welcher Widerstand für die jeweilige Materialkombination maßgebend wird. Die Ergebnisse sind in Tabelle 7.11 zusammengestellt. Es werden Kombinationen gewählt, bei denen über alle Nutzungskategorien entweder der Querkraftwiderstand  $V_{R,c}$  (B220/C12) oder der Mindestquerkraftwiderstand  $V_{R,c,min}$  (B500/C30) maßgebend ist.

**Tabelle 7.11: maßgebender Querkraftwiderstand für verschiedene Material- und Nutzlastkombinationen**

Stahl	Nutzung	C12	C16	C20	C25	C30	C35	C40	C45	C50
<b>B220</b>	<b>A</b>	$V_{R,c}$	Mix	Mix	Mix	Mix	Mix	$V_{R,c,min}$	$V_{R,c,min}$	$V_{R,c,min}$
	<b>B</b>	$V_{R,c}$	$V_{R,c}$	$V_{R,c}$	Mix	Mix	Mix	Mix	Mix	Mix
	<b>C</b>	$V_{R,c}$	$V_{R,c}$	$V_{R,c}$	$V_{R,c}$	$V_{R,c}$	Mix	Mix	Mix	Mix
	<b>D</b>	$V_{R,c}$	$V_{R,c}$	$V_{R,c}$	$V_{R,c}$	$V_{R,c}$	$V_{R,c}$	$V_{R,c}$	$V_{R,c}$	$V_{R,c}$
<b>B420</b>	<b>A</b>	$V_{R,c,min}$	$V_{R,c,min}$	$V_{R,c,min}$	$V_{R,c,min}$	$V_{R,c,min}$	$V_{R,c,min}$	$V_{R,c,min}$	$V_{R,c,min}$	$V_{R,c,min}$
	<b>B</b>	Mix	$V_{R,c,min}$	$V_{R,c,min}$	$V_{R,c,min}$	$V_{R,c,min}$	$V_{R,c,min}$	$V_{R,c,min}$	$V_{R,c,min}$	$V_{R,c,min}$
	<b>C</b>	Mix	Mix	Mix	$V_{R,c,min}$	$V_{R,c,min}$	$V_{R,c,min}$	$V_{R,c,min}$	$V_{R,c,min}$	$V_{R,c,min}$
	<b>D</b>	$V_{R,c}$	Mix	Mix	Mix	Mix	$V_{R,c,min}$	$V_{R,c,min}$	$V_{R,c,min}$	$V_{R,c,min}$
<b>B500</b>	<b>A</b>	$V_{R,c,min}$	$V_{R,c,min}$	$V_{R,c,min}$	$V_{R,c,min}$	$V_{R,c,min}$	$V_{R,c,min}$	$V_{R,c,min}$	$V_{R,c,min}$	$V_{R,c,min}$
	<b>B</b>	$V_{R,c,min}$	$V_{R,c,min}$	$V_{R,c,min}$	$V_{R,c,min}$	$V_{R,c,min}$	$V_{R,c,min}$	$V_{R,c,min}$	$V_{R,c,min}$	$V_{R,c,min}$
	<b>C</b>	Mix	$V_{R,c,min}$	$V_{R,c,min}$	$V_{R,c,min}$	$V_{R,c,min}$	$V_{R,c,min}$	$V_{R,c,min}$	$V_{R,c,min}$	$V_{R,c,min}$
	<b>D</b>	$V_{R,c}$	Mix	Mix	$V_{R,c,min}$	$V_{R,c,min}$	$V_{R,c,min}$	$V_{R,c,min}$	$V_{R,c,min}$	$V_{R,c,min}$

$V_{R,c}$  End- und Innenaufleger: Querkrafttragfähigkeit  $V_{R,c}$  maßgebend  
 Mix Endaufleger: Mindestquerkrafttragfähigkeit  $V_{R,c,min}$  maßgebend  
 Innenaufleger: Querkrafttragfähigkeit  $V_{R,c}$  maßgebend  
 $V_{R,c,min}$  End- und Innenaufleger: Mindestquerkrafttragfähigkeit  $V_{R,c,min}$  maßgebend

Tabelle 7.12: Zuverlässigkeiten der Elemente des Erstversagens für die Materialkombination B500/C30 und B220/C12: Komponentenzuverlässigkeit, Bewehrungsgrad und Variationskoeffizienten je Nutzlastkategorie

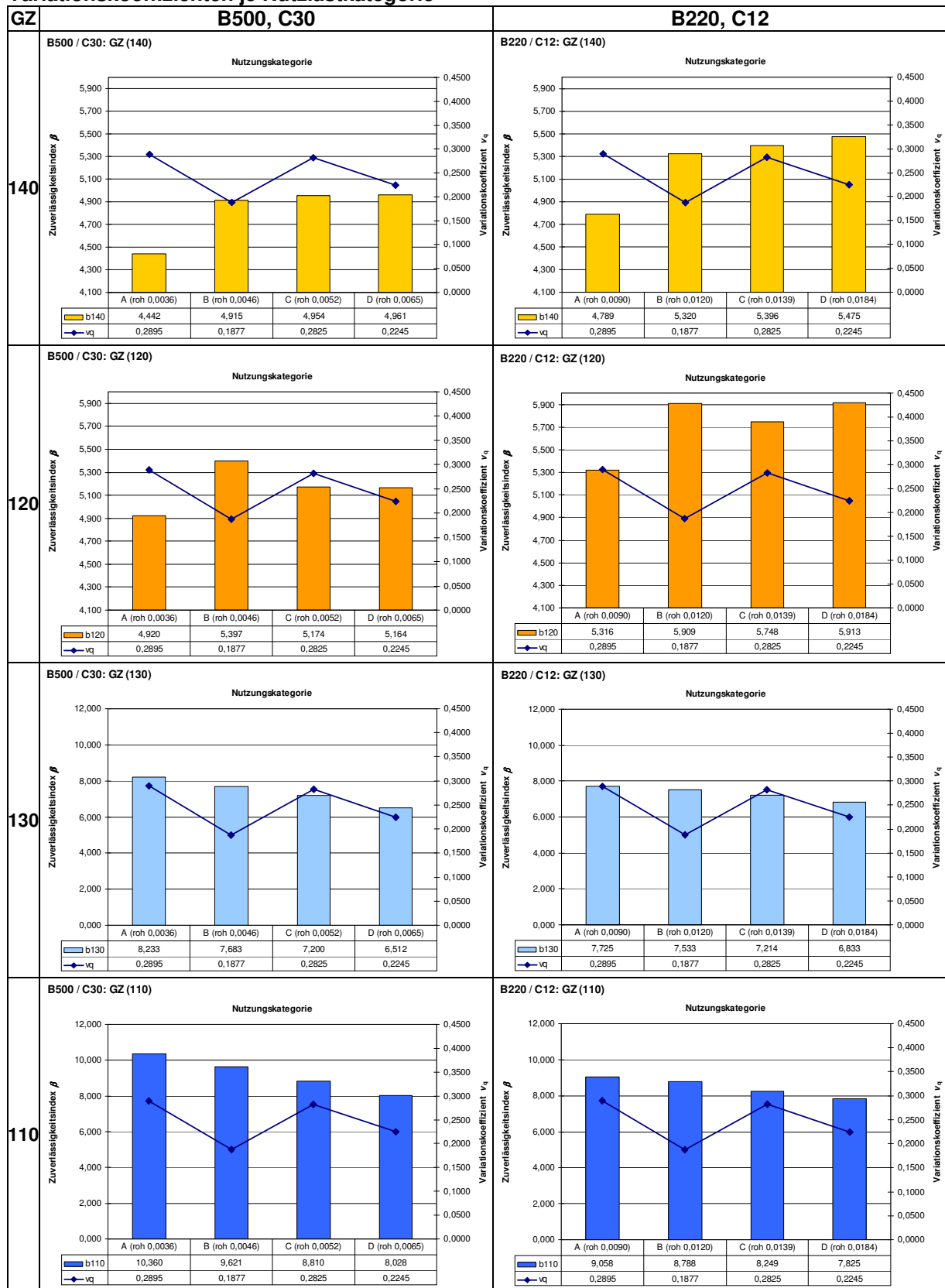


Tabelle 7.12 enthält eine Übersicht über die erreichten Komponentenzuverlässigkeiten in den vier Nutzungskategorien für die Grenzzustände des Erstversagens

- (140) Biegezugversagen am Innenaufleger
- (120) Biegezugversagen im Feld
- (130) Querkraftversagen am Innenaufleger
- (110) Querkraftversagen am Endaufleger

für die gewählten Materialkombinationen B500/C30 ( $V_{R,c,min}$ ) und B220/C12 ( $V_{R,c}$ ). Zusätzlich zur jeweils erreichten Komponentenzuverlässigkeit enthalten die Diagramme in Tabelle 7.12 auch den Verlauf des Variationskoeffizienten  $v_q$  über die vier Nutzungskategorien. Der Längsbewehrungsgrad  $\rho$  steigt von Nutzungsgruppe A bis D an und ist an der x-Achse mit angegeben.

Es wird deutlich, dass allein für die Querkraftelemente (130) und (110) die Zuverlässigkeit schrittweise mit der Höhe der Nutzlast sinkt (Einfluss  $\mu_q$ ). Besonders deutlich wird dies bei der Materialkombination B500/C30, für die der Mindestquerkraftwiderstand  $V_{R,c,min}$  maßgebend wird. So beträgt hier beispielsweise für das Element (110) (Querkraftversagen am Endaufleger) die Differenz der Zuverlässigkeitsniveaus zwischen Kategorie A ( $\beta_A = 10,360$  für  $\min\mu_q$ ) und Kategorie D ( $\beta_D = 8,028$  für  $\max\mu_q$ )  $\Delta\beta = 2,332$ . Für das gleiche Element (110) muss in der Materialkombination B220/C12 die Bewertung für den Querkraftwiderstand  $V_{R,c}$  erfolgen, in den auch der Längsbewehrungsgrad mit eingeht. Hier ergibt sich die Differenz zwischen Kategorie A ( $\beta_A = 9,058$  für  $\min\mu_q$ ) und Kategorie D ( $\beta_D = 7,825$  für  $\max\mu_q$ ) etwas geringer zu  $\Delta\beta = 1,233$ .

Für das Biegezugversagen an der Innenstütze (Element (140)) zeigt sich das bereits für das Systemversagen beobachtete Phänomen einer mit der Nutzungskategorie ansteigenden Zuverlässigkeit. Maßgeblich hierfür ist der mit der Nutzungskategorie ansteigende Längsbewehrungsgrad. Besonders deutlich wird das bei der Kombination B220/C12, für die sich gerade in Nutzungskategorie D sehr hohe Bewehrungsgrade ergeben. Die vergleichsweise geringe Zuverlässigkeit in Nutzungskategorie A hängt einerseits mit den deutlich geringeren erforderlichen Bewehrungsgraden zusammen. Besonders für die erste Innenstütze spielen andererseits auch die mit der Bewehrung direkt verknüpften Basisvariablen eine Rolle. Hier kommt die größere Streuung der Nutzhöhe zur oberen Bewehrung zum Tragen. Die Sensitivitätsanalysen zum Komponentensversagen zeigen aufgrund der Schlankheit der Konstruktion insbesondere bei Nutzungskategorie A einen maßgeblichen Einfluss der Streuung der Nutzhöhe  $d_{oben}$ . Diese Beobachtung gilt auch für die Systembetrachtung (s. Sensitivitätsanalysen in Abschnitt 7.3).

Insgesamt sind die Beobachtungen für das Element (140) auch für das Systemverhalten interessant. Aus den Sensitivitätsanalysen für den Anteil der Versagenselemente am Systemversagen in Abschnitt 7.4 wird der dominante Einfluss des Versagenselements (140) deutlich. Insofern können die Einzelbeobachtungen für das Biegezugversagen am Innenaufleger auch Hinweise für das Gesamtsystem liefern. Insgesamt stellen sich hier die Systemzuverlässigkeiten auch in der Nähe der Zuverlässigkeiten des maßgebenden Versagenselements ein, d. h.  $\beta_{sys}$  liegt etwa im Bereich der Zuverlässigkeit für das Biegezugversagen an der ersten Innenstütze  $\beta_{(140)}$  (siehe hierzu  $\beta_{sys}$  für die ausgewählten Materialkombinationen, Bild 7.5 und 7.6).

Das Biegezugversagen im Feld (Element (120)) ergibt sich mit der weniger streuenden Nutzhöhe  $d_f$  nicht mehr ausschließlich aus der Höhe des Bewehrungsgrades, hier ist eine Kombination der Einflüsse aus Nutzlast (Höhe und Variationskoeffizient) und Längsbewehrungsgrad erkennbar. Besonders augenfällig ist in Kombination B500/C30 die höchste Komponentenzuverlässigkeit  $\beta_{(120)}$  für Nutzungskategorie B, in der mit  $v_q = 0,1877$  der kleinste Variationskoeffizient der Nutzlast angesetzt wurde. In Kombination B220/C12 verschiebt sich das Maximum  $\beta_{(120)}$  wieder mehr in Richtung der Nutzung mit dem höchsten Bewehrungsgrad; durch die in dieser Kombination insgesamt höheren Bewehrungsgrade wird hier besonders der kombinierte Einfluss aus  $v_q$  und  $\rho$  deutlich.

Zusätzlich werden für die gewählten Kombinationen B500/C30 und B220/C12 noch einmal die Systemzuverlässigkeiten herausgegriffen und je Nutzungskategorie dargestellt. Die Diagramme enthalten neben den nutzungsabhängig erreichten Systemzuverlässigkeiten auch den Verlauf des Variationskoeffizienten der Nutzlast  $v_q$  je Kategorie sowie den je Gruppe erforderlichen Längsbewehrungsgrad über der Stütze. Ein Vergleich der Systemzuverlässigkeiten mit den in Tabelle 7.12 dargestellten Komponentenzuverlässigkeiten für das Biegezugversagen an der Innenstütze  $\beta_{(140)}$  lässt deutlich den auch in Abschnitt 7.4 identifizierten dominanten Einfluss des Versagenselements (140) erkennen.



B500 / C30,  $v_q = f(\text{Nutzung})$

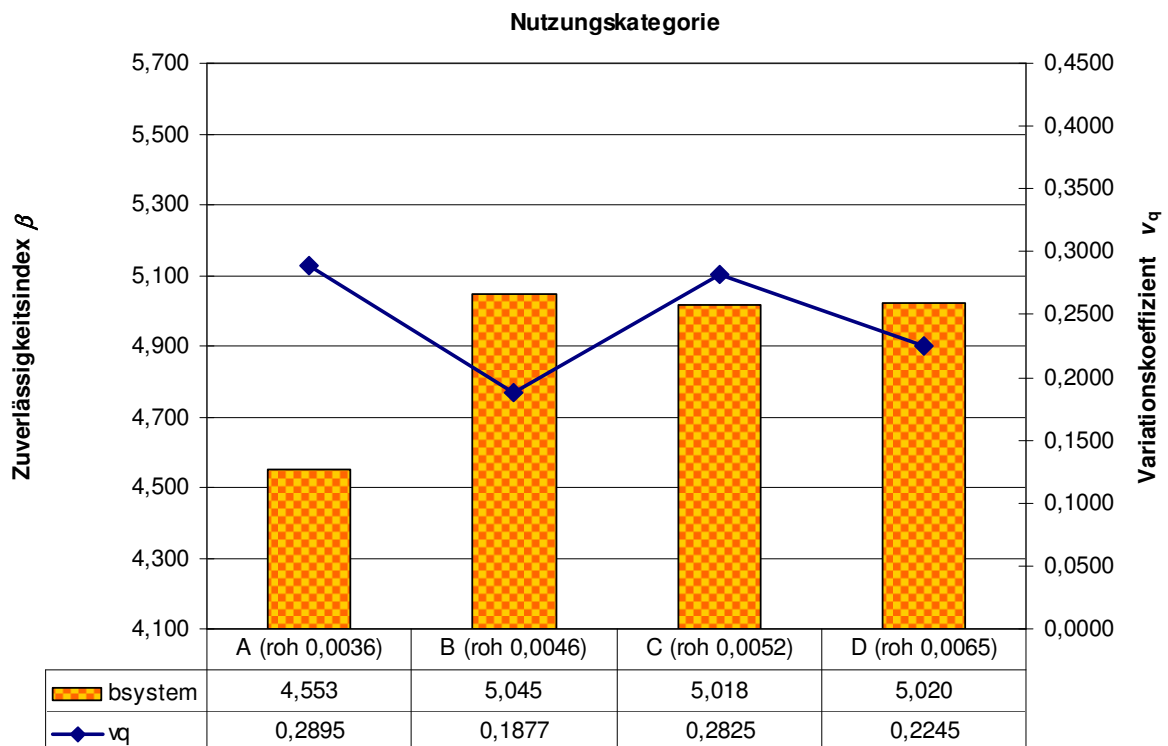


Abb. 7.5: Systemzuverlässigkeit  $\beta_{\text{sys}}$  für die Materialkombination B500/C30, Bewehrungsgrade und Variationskoeffizienten  $v_q$  je Nutzungskategorie

B220 / C12,  $v_q = f(\text{Nutzung})$ :

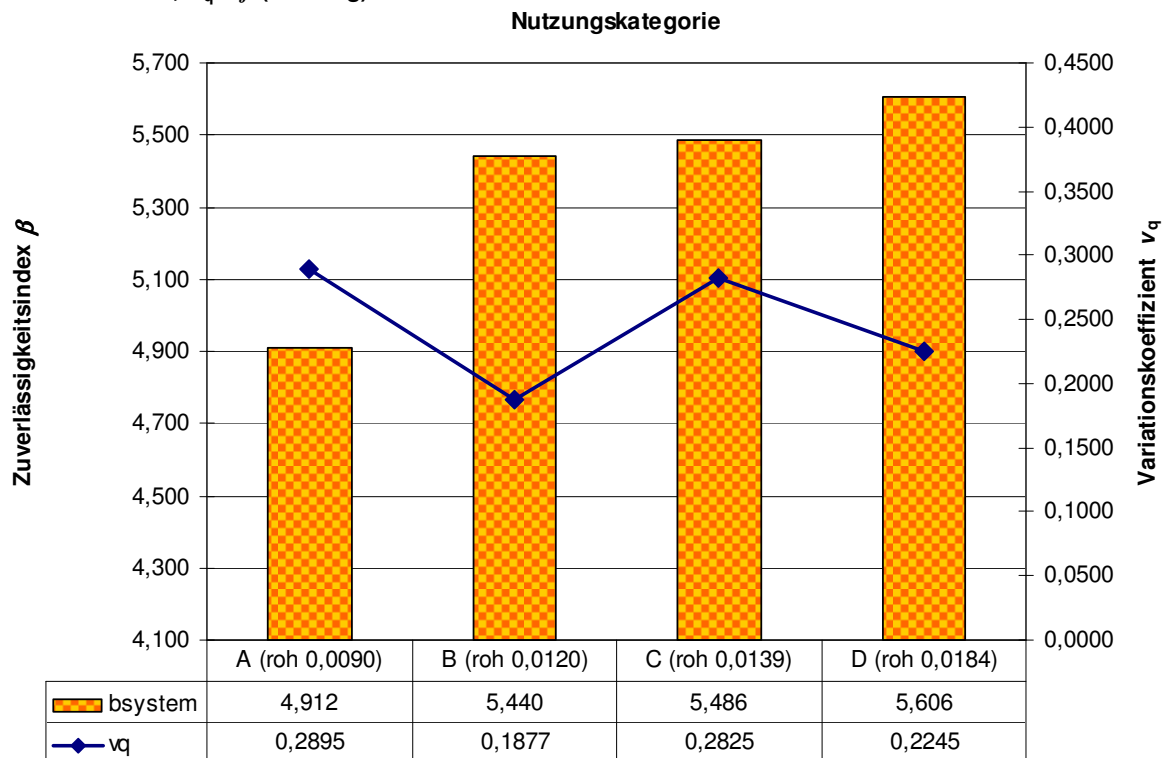


Abb. 7.6: Systemzuverlässigkeit  $\beta_{\text{sys}}$  für die Materialkombination B220/C12, Bewehrungsgrade und Variationskoeffizienten  $v_q$  je Nutzungskategorie

#### 7.2.2.4) Zum Einfluss der Nutzlast bei nutzungsunabhängig konstantem Variationskoeffizienten

Um den Zusammenhang zwischen Zuverlässigkeit und Nutzlast noch zu schärfen, werden die in Abschnitt 7.2.2.3 untersuchten Materialkombinationen noch einmal bewertet unter Ansatz eines konstanten Variationskoeffizienten  $v_q = 0,40$  über alle Nutzungskategorien. Dieser Wert ist hier völlig frei gewählt und entspricht nicht den tatsächlichen Verhältnissen für die gewählten Lastgruppen (siehe stochastische Modellierung in Abschnitt 6.2.1.2). Mit der Wahl  $v_q$  soll zunächst lediglich der Einfluss nutzungsabhängiger Variationskoeffizienten ausgeschaltet werden, zudem wird mit  $v_q = 0,40$  gleichzeitig eine vergleichsweise hohe Streubreite berücksichtigt. Dieser Wert liegt mehreren Untersuchungen mit Einfluss auf die bisherige Normung zu Grunde (z. B. [DAfStb-H. 307 (1979)], [Vrouwenvelder/Siemes 1987], [Östlund 1991], [Six 2003]).

Ausgehend von den charakteristischen Normwerten ist hierzu entsprechend der Vorgehensweise in Abschnitt 6.2.1.2 der Mittelwert für die probabilistischen Berechnungen neu zu bestimmen, die Ergebnisse sind in Tabelle 7.13 zusammengestellt. Die Nutzlasten der Gruppen B bis D enthalten dabei wieder einen Zuschlag zur Berücksichtigung leichter Trennwände.

**Tabelle 7.13: Mittelwerte und Standardabweichungen der Nutzlast bei Ansatz eines konstanten Variationskoeffizienten  $v_q$**

	$X_{0,98}$	$v_q$	$\mu_q$	$\sigma_q$
<b>Nutzung</b>	<b>[kN/m<sup>2</sup>]</b>	<b>[-]</b>	<b>[kN/m<sup>2</sup>]</b>	<b>[kN/m<sup>2</sup>]</b>
<b>A</b> Wohnen	1,5	0,40	0,736	0,295
<b>B</b> Büro + TW	3,2	0,40	1,571	0,628
<b>C</b> Schule + TW	4,2	0,40	2,062	0,825
<b>D</b> Verkauf + TW	6,2	0,40	3,044	1,218

Die Ergebnisse der Komponentenuntersuchungen für die Elemente des Erstversagens sind in Tabelle 7.14 zusammengestellt. Die Diagramme enthalten neben den erreichten Zuverlässigkeitsniveaus der Elemente auch den Verlauf des Längsbewehrungsgrades über die Nutzungskategorien, der Variationskoeffizient der Nutzlast ist mit  $v_q = 0,40$  nutzungsunabhängig.

Für die Querkraftelemente ist wie schon in Tabelle 7.12 ein klarer Abfall der Zuverlässigkeit mit der Höhe der Nutzlast zu erkennen, wobei die Differenz  $\Delta\beta$  zwischen Nutzungskategorie A und Nutzungskategorie D für die mit  $V_{Rc,min}$  vom Längsbewehrungsgrad unabhängige Materialkombination B500/C30 wieder größer ausfällt als die mit  $V_{Rc}$  bewertete Kombination B220/C12 (z. B.  $\Delta\beta$  für Element (130):  $\Delta\beta_{B500/C30} = 2,189 > \Delta\beta_{B220/C12} = 1,414$ ). Für die Biegeelemente ändert sich der  $\beta$ -Verlauf im Vergleich zu den Ergebnissen Tabelle 7.12. Der Einfluss des Bewehrungsgrades tritt gegenüber dem Einfluss der Nutzlast etwas zurück, ist jedoch nach wie vor erkennbar – insbesondere bei der Bewertung des Biegezugversagens über der Stütze.

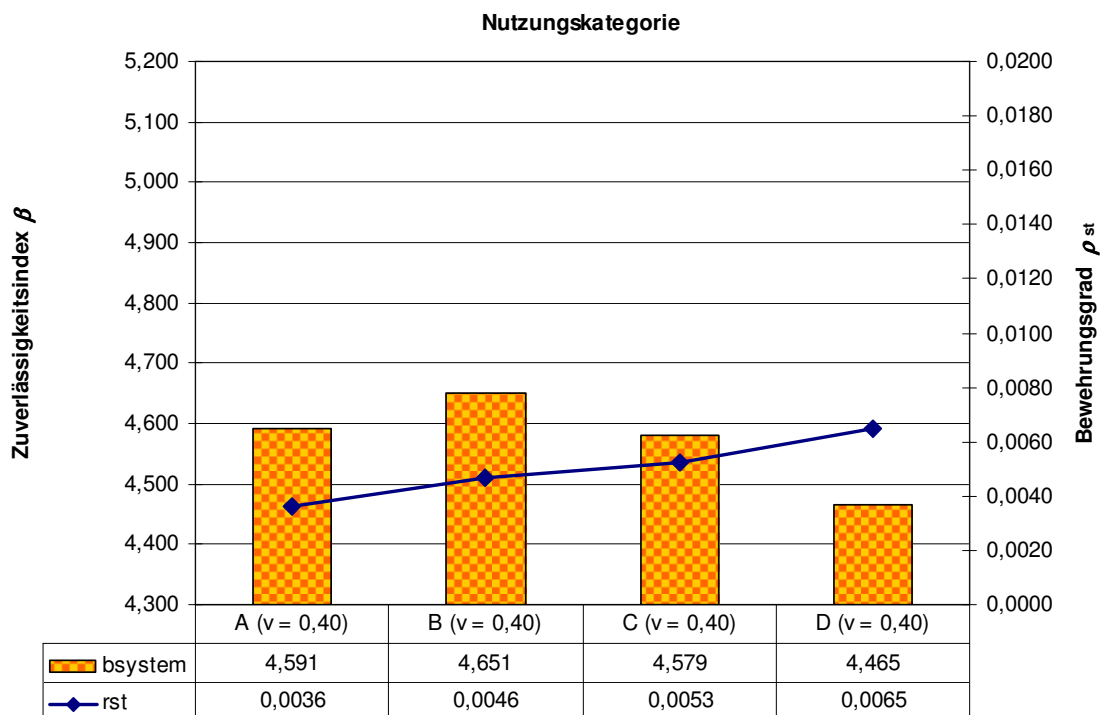
Beim Biegezugversagen an der Innenstütze (Element (140)) ist zwischen Nutzungsklasse B und D erwartungsgemäß ein Abfall der Zuverlässigkeit mit zunehmender Nutzlast zu beobachten. Für Nutzungsklasse A hingegen stellt sich hingegen trotz der kleinen Nutzlast wie im oben betrachteten Fall wieder eine deutlich kleinere Zuverlässigkeit ein. Hier schlägt sich wieder der Einfluss des geringen Längsbewehrungsgrades und der mit der Bewehrung verknüpften Basisvariablen nieder. Aus den zugehörigen Sensitivitätsanalysen wird ersichtlich, dass im Fall der Nutzungsklasse A abgesehen vom Einfluss der Modellunsicherheiten die Streuung der Nutzhöhe zur oberen Bewehrung die größte Sensitivität aufweist ( $\alpha_{max} = \alpha_{d,oben}$ ), während in den Nutzungsklassen B bis D dann jeweils die Streuung der Nutzlast bestimmend wird ( $\alpha_{max} = \alpha_q$ ). Für das Biegezugversagen im Feld (Element (120)) spielt wegen  $v_{d,unten} < v_{d,oben}$  die Streuung der Nutzhöhe eine deutlich geringere Rolle. Der Einfluss der Nutzlast bleibt bestimmend für das Versagen, somit sinkt die Zuverlässigkeit erwartungsgemäß mit steigender Nutzlast.

Zum Vergleich werden in den Bildern 7.7 und 7.8 für die gewählten Materialkombinationen auch die Systemzuverlässigkeiten für den fiktiven nutzungsunabhängig konstanten Variationskoeffizienten der Nutzlast  $v_q = 0,40$  dargestellt. Wie schon in den Bildern 7.5 und 7.6 für den nutzungsabhängig variablen Variationskoeffizienten zeigt sich der deutliche Zusammenhang zwischen Systemversagen und dem Biegezugversagen an der Innenstütze. Für beide Materialkombinationen entspricht der Verlauf der Systemzuverlässigkeit  $\beta_{sys}$  über die vier Nutzungsklassen qualitativ dem Verlauf der Elementzuverlässigkeit für das Biegezugversagen an der Innenstütze  $\beta_{(140)}$ . Hieran wird wieder die Dominanz des Versagenselements (140) für die Systemsicherheit deutlich.

Tabelle 7.14: Zuverlässigkeiten der Elemente des Erstversagens für die Materialkombination B500/C30 und B220/C12 bei Ansatz eines nutzungsunabhängig konstanten Variationskoeffizienten der Nutzlast  $v_q = 0,40$

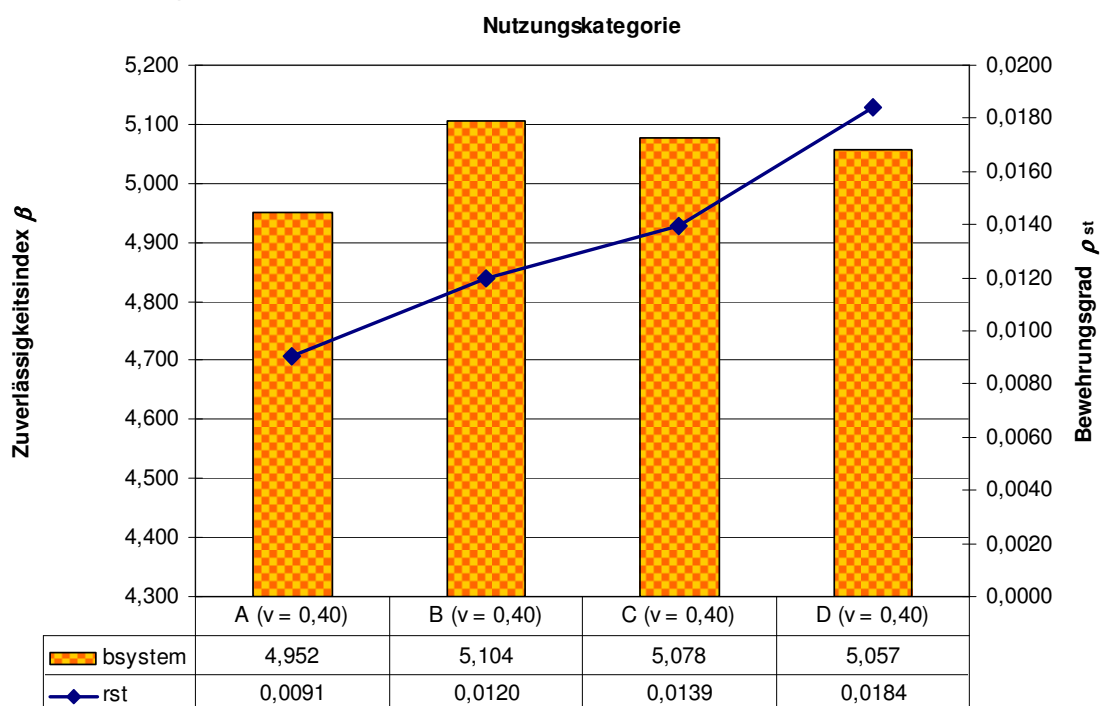
GZ	B500, C30	B220, C12																														
140	<p><b>B500 / C30, <math>v_q = 0,40</math> : GZ (140)</b></p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>Nutzungskategorie</th> <th>A (<math>v = 0,40</math>)</th> <th>B (<math>v = 0,40</math>)</th> <th>C (<math>v = 0,40</math>)</th> <th>D (<math>v = 0,40</math>)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>b140</td> <td>4,490</td> <td>4,631</td> <td>4,582</td> <td>4,482</td> </tr> <tr> <td>rho_st</td> <td>0,0036</td> <td>0,0046</td> <td>0,0053</td> <td>0,0065</td> </tr> </tbody> </table>	Nutzungskategorie	A ( $v = 0,40$ )	B ( $v = 0,40$ )	C ( $v = 0,40$ )	D ( $v = 0,40$ )	b140	4,490	4,631	4,582	4,482	rho_st	0,0036	0,0046	0,0053	0,0065	<p><b>B220 / C12, <math>v_q = 0,40</math> : GZ (140)</b></p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>Nutzungskategorie</th> <th>A (<math>v = 0,40</math>)</th> <th>B (<math>v = 0,40</math>)</th> <th>C (<math>v = 0,40</math>)</th> <th>D (<math>v = 0,40</math>)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>b140</td> <td>4,856</td> <td>5,057</td> <td>5,044</td> <td>5,017</td> </tr> <tr> <td>rho_st</td> <td>0,0091</td> <td>0,0120</td> <td>0,0139</td> <td>0,0184</td> </tr> </tbody> </table>	Nutzungskategorie	A ( $v = 0,40$ )	B ( $v = 0,40$ )	C ( $v = 0,40$ )	D ( $v = 0,40$ )	b140	4,856	5,057	5,044	5,017	rho_st	0,0091	0,0120	0,0139	0,0184
Nutzungskategorie	A ( $v = 0,40$ )	B ( $v = 0,40$ )	C ( $v = 0,40$ )	D ( $v = 0,40$ )																												
b140	4,490	4,631	4,582	4,482																												
rho_st	0,0036	0,0046	0,0053	0,0065																												
Nutzungskategorie	A ( $v = 0,40$ )	B ( $v = 0,40$ )	C ( $v = 0,40$ )	D ( $v = 0,40$ )																												
b140	4,856	5,057	5,044	5,017																												
rho_st	0,0091	0,0120	0,0139	0,0184																												
120	<p><b>B500 / C30, <math>v_q = 0,40</math> : GZ (120)</b></p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>Nutzungskategorie</th> <th>A (<math>v = 0,40</math>)</th> <th>B (<math>v = 0,40</math>)</th> <th>C (<math>v = 0,40</math>)</th> <th>D (<math>v = 0,40</math>)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>b120</td> <td>4,904</td> <td>4,763</td> <td>4,670</td> <td>4,551</td> </tr> <tr> <td>rho_st</td> <td>0,0036</td> <td>0,0046</td> <td>0,0053</td> <td>0,0065</td> </tr> </tbody> </table>	Nutzungskategorie	A ( $v = 0,40$ )	B ( $v = 0,40$ )	C ( $v = 0,40$ )	D ( $v = 0,40$ )	b120	4,904	4,763	4,670	4,551	rho_st	0,0036	0,0046	0,0053	0,0065	<p><b>B220 / C12, <math>v_q = 0,40</math> : GZ (120)</b></p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>Nutzungskategorie</th> <th>A (<math>v = 0,40</math>)</th> <th>B (<math>v = 0,40</math>)</th> <th>C (<math>v = 0,40</math>)</th> <th>D (<math>v = 0,40</math>)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>b120</td> <td>5,331</td> <td>5,287</td> <td>5,247</td> <td>5,260</td> </tr> <tr> <td>rho_st</td> <td>0,0091</td> <td>0,0120</td> <td>0,0139</td> <td>0,0184</td> </tr> </tbody> </table>	Nutzungskategorie	A ( $v = 0,40$ )	B ( $v = 0,40$ )	C ( $v = 0,40$ )	D ( $v = 0,40$ )	b120	5,331	5,287	5,247	5,260	rho_st	0,0091	0,0120	0,0139	0,0184
Nutzungskategorie	A ( $v = 0,40$ )	B ( $v = 0,40$ )	C ( $v = 0,40$ )	D ( $v = 0,40$ )																												
b120	4,904	4,763	4,670	4,551																												
rho_st	0,0036	0,0046	0,0053	0,0065																												
Nutzungskategorie	A ( $v = 0,40$ )	B ( $v = 0,40$ )	C ( $v = 0,40$ )	D ( $v = 0,40$ )																												
b120	5,331	5,287	5,247	5,260																												
rho_st	0,0091	0,0120	0,0139	0,0184																												
130	<p><b>B500 / C30, <math>v_q = 0,40</math> : GZ (130)</b></p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>Nutzungskategorie</th> <th>A (<math>v = 0,40</math>)</th> <th>B (<math>v = 0,40</math>)</th> <th>C (<math>v = 0,40</math>)</th> <th>D (<math>v = 0,40</math>)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>b130</td> <td>8,242</td> <td>7,308</td> <td>6,821</td> <td>6,053</td> </tr> <tr> <td>rho_st</td> <td>0,0036</td> <td>0,0046</td> <td>0,0053</td> <td>0,0065</td> </tr> </tbody> </table>	Nutzungskategorie	A ( $v = 0,40$ )	B ( $v = 0,40$ )	C ( $v = 0,40$ )	D ( $v = 0,40$ )	b130	8,242	7,308	6,821	6,053	rho_st	0,0036	0,0046	0,0053	0,0065	<p><b>B220 / C12, <math>v_q = 0,40</math> : GZ (130)</b></p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>Nutzungskategorie</th> <th>A (<math>v = 0,40</math>)</th> <th>B (<math>v = 0,40</math>)</th> <th>C (<math>v = 0,40</math>)</th> <th>D (<math>v = 0,40</math>)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>b130</td> <td>7,747</td> <td>7,156</td> <td>6,827</td> <td>6,333</td> </tr> <tr> <td>rho_st</td> <td>0,0091</td> <td>0,0120</td> <td>0,0139</td> <td>0,0184</td> </tr> </tbody> </table>	Nutzungskategorie	A ( $v = 0,40$ )	B ( $v = 0,40$ )	C ( $v = 0,40$ )	D ( $v = 0,40$ )	b130	7,747	7,156	6,827	6,333	rho_st	0,0091	0,0120	0,0139	0,0184
Nutzungskategorie	A ( $v = 0,40$ )	B ( $v = 0,40$ )	C ( $v = 0,40$ )	D ( $v = 0,40$ )																												
b130	8,242	7,308	6,821	6,053																												
rho_st	0,0036	0,0046	0,0053	0,0065																												
Nutzungskategorie	A ( $v = 0,40$ )	B ( $v = 0,40$ )	C ( $v = 0,40$ )	D ( $v = 0,40$ )																												
b130	7,747	7,156	6,827	6,333																												
rho_st	0,0091	0,0120	0,0139	0,0184																												
110	<p><b>B500 / C30, <math>v_q = 0,40</math> : GZ (110)</b></p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>Nutzungskategorie</th> <th>A (<math>v = 0,40</math>)</th> <th>B (<math>v = 0,40</math>)</th> <th>C (<math>v = 0,40</math>)</th> <th>D (<math>v = 0,40</math>)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>b110</td> <td>10,260</td> <td>8,873</td> <td>8,271</td> <td>7,367</td> </tr> <tr> <td>rho_st</td> <td>0,0036</td> <td>0,0046</td> <td>0,0053</td> <td>0,0065</td> </tr> </tbody> </table>	Nutzungskategorie	A ( $v = 0,40$ )	B ( $v = 0,40$ )	C ( $v = 0,40$ )	D ( $v = 0,40$ )	b110	10,260	8,873	8,271	7,367	rho_st	0,0036	0,0046	0,0053	0,0065	<p><b>B220 / C12, <math>v_q = 0,40</math> : GZ (110)</b></p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>Nutzungskategorie</th> <th>A (<math>v = 0,40</math>)</th> <th>B (<math>v = 0,40</math>)</th> <th>C (<math>v = 0,40</math>)</th> <th>D (<math>v = 0,40</math>)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>b110</td> <td>9,012</td> <td>8,140</td> <td>7,747</td> <td>7,188</td> </tr> <tr> <td>rho_st</td> <td>0,0091</td> <td>0,0120</td> <td>0,0139</td> <td>0,0184</td> </tr> </tbody> </table>	Nutzungskategorie	A ( $v = 0,40$ )	B ( $v = 0,40$ )	C ( $v = 0,40$ )	D ( $v = 0,40$ )	b110	9,012	8,140	7,747	7,188	rho_st	0,0091	0,0120	0,0139	0,0184
Nutzungskategorie	A ( $v = 0,40$ )	B ( $v = 0,40$ )	C ( $v = 0,40$ )	D ( $v = 0,40$ )																												
b110	10,260	8,873	8,271	7,367																												
rho_st	0,0036	0,0046	0,0053	0,0065																												
Nutzungskategorie	A ( $v = 0,40$ )	B ( $v = 0,40$ )	C ( $v = 0,40$ )	D ( $v = 0,40$ )																												
b110	9,012	8,140	7,747	7,188																												
rho_st	0,0091	0,0120	0,0139	0,0184																												

**B500 / C30,  $v_q = 0,40$  :**



**Abb. 7.7: Systemzuverlässigkeit  $\beta_{\text{sys}}$  für die Materialkombination B500/C30 und Bewehrungsgrade für konstanten Variationskoeffizienten  $v_q = 0,40$**

**B220 / C12,  $v_q = 0,40$ :**



**Abb. 7.8: Systemzuverlässigkeit  $\beta_{\text{sys}}$  für die Materialkombination B220/C12 und Bewehrungsgrade für konstanten Variationskoeffizienten  $v_q = 0,40$**

### 7.2.3) Bezug der Systemzuverlässigkeit auf den Bewehrungsgrad $\beta_{\text{sys}}/\rho$

In Abschnitt 7.2.2 wurde ausführlich der Einfluss des Bewehrungsgrades auf die berechnete Zuverlässigkeit diskutiert. Zur Bereinigung der Ergebnisse um den Einfluss des Längsbewehrungsgrades wird ein auf den Bewehrungsgrad  $\rho$  bezogener Vergleichswert  $\beta/\rho$  eingeführt. Der ausschließlich dem Größenvergleich dienende bezogene Wert  $\beta/\rho$  soll das Verhältnis der Zuverlässigkeiten in verschiedenen Material-Nutzungs-Kombinationen zueinander verdeutlichen. Für den bezogenen Vergleichswert wird zunächst für die in Abschnitt 7.2.2.3 untersuchten Materialkombinationen der Verlauf der Zuverlässigkeit über die Nutzungsklassen betrachtet (Bild 7.9 und 7.10, vgl. hierzu auch Bild 7.5 und 7.6). Hier zeigt sich nunmehr deutlich der erwartbare Abfall der Zuverlässigkeit mit wachsender Nutzlast.

In diesem Sinne wird nachfolgend je Nutzungskategorie auch der Verlauf der bezogenen Systemzuverlässigkeit für jede Materialkombination dargestellt (Tabelle 7.15). Ein Vergleich mit der Darstellung der Systemzuverlässigkeit in Abschnitt 7.2.2.1 (nicht bezogener Wert) zeigt neben dem Abfall der bezogenen Systemzuverlässigkeit mit der Höhe der Nutzlast auch, dass die um den Einfluss der Längsbewehrung bereinigte Zuverlässigkeit auch mit der Höhe der Festigkeit des Betonstahls steigt  $[(\beta_{\text{sys}}/\rho)_{220} < (\beta_{\text{sys}}/\rho)_{420} < (\beta_{\text{sys}}/\rho)_{500}]$ .

Tabelle 7.16 enthält den direkten Vergleich der nutzungsabhängigen bezogenen Werte in Abhängigkeit von der Betonstahlsorte. Die in Tabelle 7.10 noch zu beobachtenden Überschneidungen der Systemzuverlässigkeiten für die Nutzungskategorien B bis D entzerren sich nunmehr in der bezogenen Darstellung. Die um den Einfluss der Längsbewehrung bereinigte Zuverlässigkeit sinkt mit der Höhe der Nutzlast  $[(\beta_{\text{sys}}/\rho)_A > (\beta_{\text{sys}}/\rho)_B > (\beta_{\text{sys}}/\rho)_C > (\beta_{\text{sys}}/\rho)_D]$ .

#### $\beta_{\text{sys}}/\rho$ für B500/C30

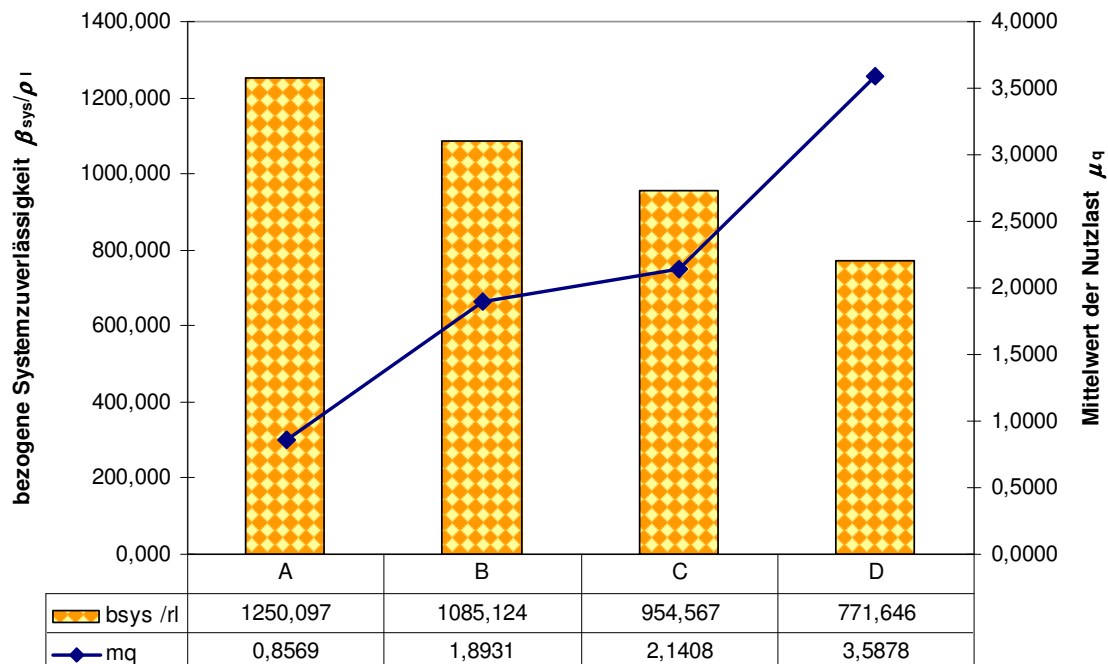


Abb. 7.9: auf den Bewehrungsgrad bezogene Systemzuverlässigkeit  $\beta_{\text{sys}}/\rho$  für die Materialkombination B500/C30

$\beta_{sys}/\rho_I$  für B220/C12

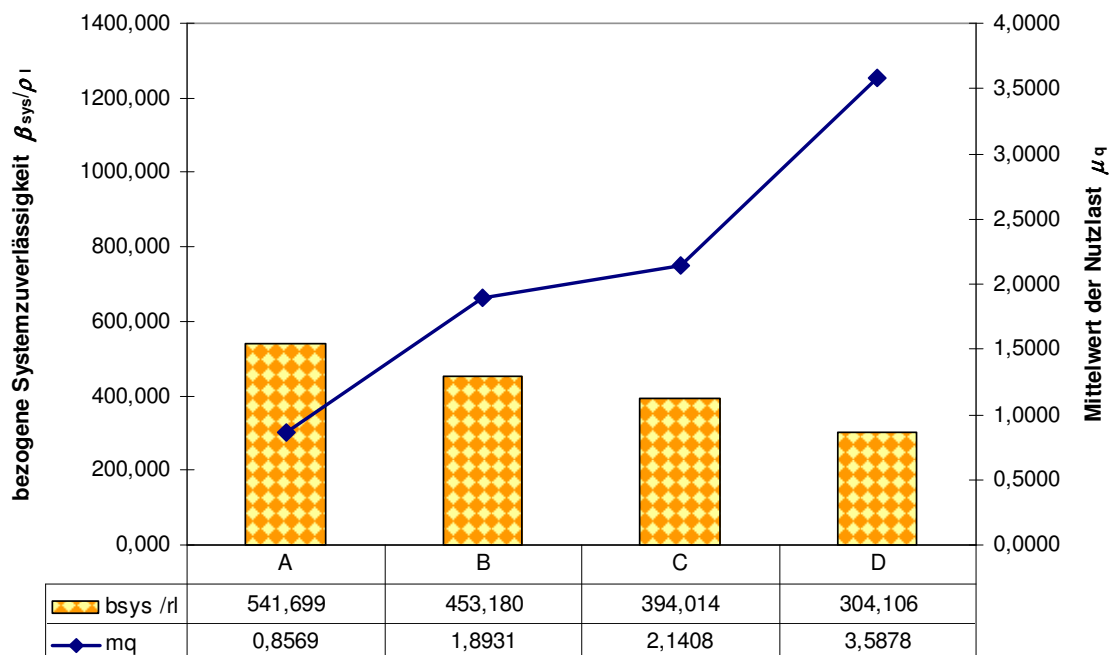


Abb. 7.10: auf den Bewehrungsgrad bezogene Systemzuverlässigkeit  $\beta_{sys}/\rho_I$  für die Materialkombination B220/C12

Tabelle 7.15: auf den Längsbewehrungsgrad bezogene Systemzuverlässigkeiten  $\beta_{sys}/\rho_I$  für jede Materialkombination und Nutzungskategorie

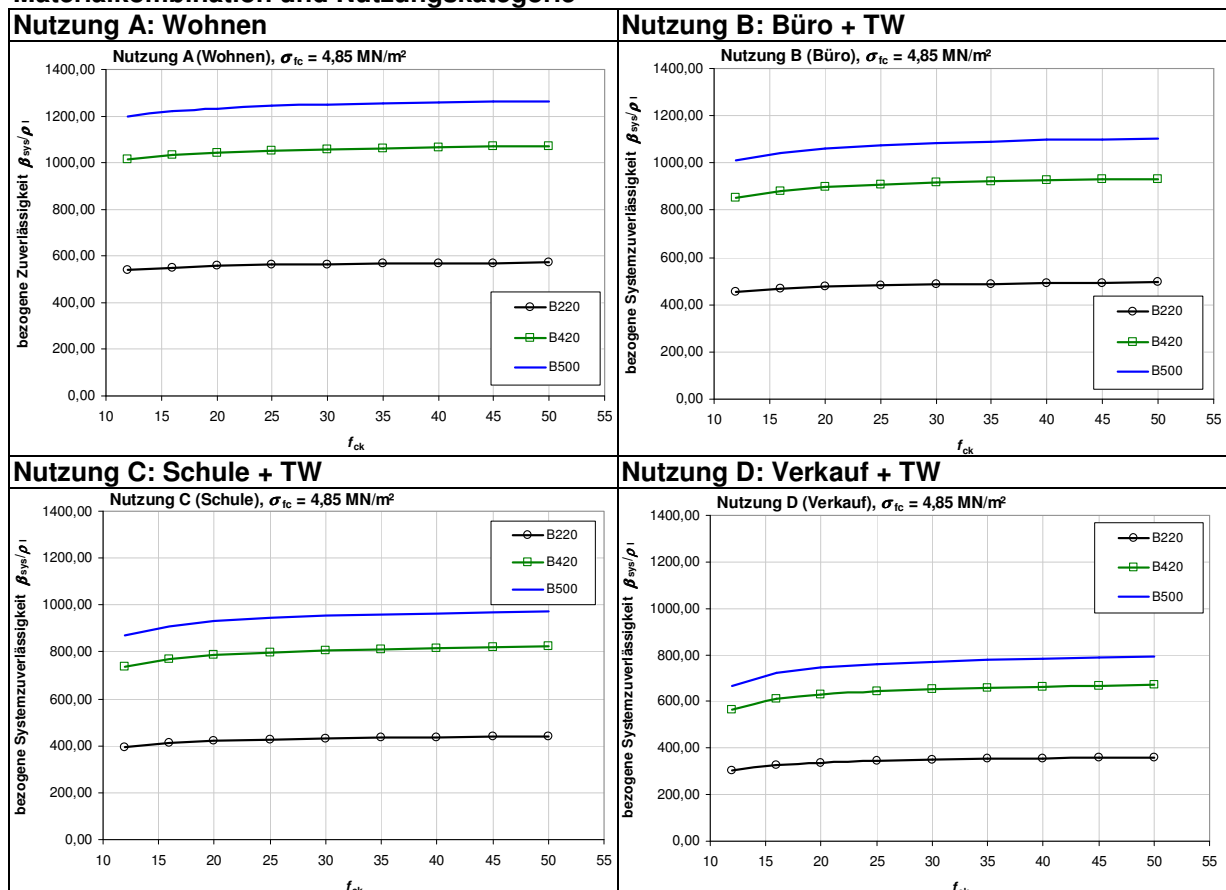


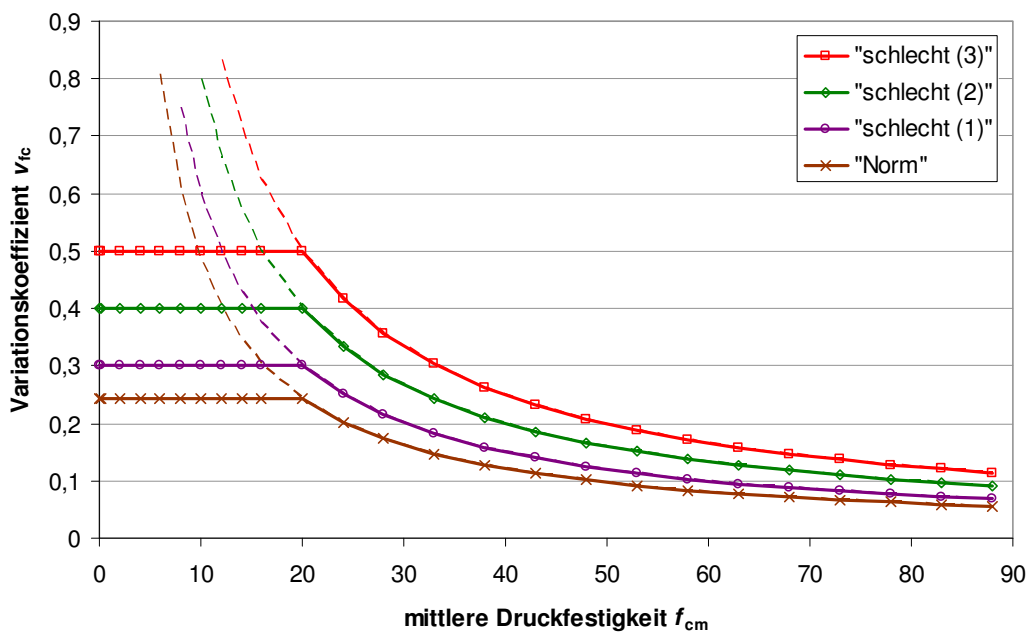
Tabelle 7.16: bezogene Systemzuverlässigkeiten  $\beta_{\text{sys}}/\rho_1$  je Nutzungskategorie und Betonstahl

<p><b>B220</b></p> <p><math>\beta_{\text{sys},A(220)} = 4,645 \dots 4,912</math>  <math>\beta_{\text{sys},A} / \rho_1 = 541,7 \dots 571,8</math></p> <p><math>\beta_{\text{sys},B(220)} = 5,088 \dots 5,440</math>  <math>\beta_{\text{sys},B} / \rho_1 = 453,2 \dots 493,2</math></p> <p><math>\beta_{\text{sys},C(220)} = 5,105 \dots 5,486</math>  <math>\beta_{\text{sys},C} / \rho_1 = 394,0 \dots 440,2</math></p> <p><math>\beta_{\text{sys},D(220)} = 5,104 \dots 5,606</math>  <math>\beta_{\text{sys},D} / \rho_1 = 304,1 \dots 358,8</math></p>	<p>B220, <math>\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2</math></p>
<p><b>B420</b></p> <p><math>\beta_{\text{sys},A(420)} = 4,562 \dots 4,821</math>  <math>\beta_{\text{sys},A} / \rho_1 = 1.015,0 \dots 1.071,9</math></p> <p><math>\beta_{\text{sys},B(420)} = 5,036 \dots 5,365</math>  <math>\beta_{\text{sys},B} / \rho_1 = 853,3 \dots 933,4</math></p> <p><math>\beta_{\text{sys},C(420)} = 5,004 \dots 5,375</math>  <math>\beta_{\text{sys},C} / \rho_1 = 737,0 \dots 823,7</math></p> <p><math>\beta_{\text{sys},D(420)} = 4,992 \dots 5,475</math>  <math>\beta_{\text{sys},D} / \rho_1 = 566,9 \dots 669,9</math></p>	<p>B420, <math>\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2</math></p>
<p><b>B500</b></p> <p><math>\beta_{\text{sys},A(500)} = 4,532 \dots 4,784</math>  <math>\beta_{\text{sys},A} / \rho_1 = 1.199,0 \dots 1.265,3</math></p> <p><math>\beta_{\text{sys},B(500)} = 5,003 \dots 5,328</math>  <math>\beta_{\text{sys},B} / \rho_1 = 1.008,8 \dots 1.103,9</math></p> <p><math>\beta_{\text{sys},C(500)} = 4,967 \dots 5,339</math>  <math>\beta_{\text{sys},C} / \rho_1 = 871,5 \dots 973,4</math></p> <p><math>\beta_{\text{sys},D(500)} = 4,954 \dots 5,432</math>  <math>\beta_{\text{sys},D} / \rho_1 = 669,6 \dots 791,5</math></p>	<p>B500, <math>\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2</math></p>

### 7.2.4) Systemzuverlässigkeit $\beta_{\text{sys}}$ in Abhängigkeit von der Betonqualität

Die in den Abschnitten 7.2.2 und 7.2.3 diskutierten Ergebnisse der Zuverlässigkeitsberechnungen beziehen sich alle auf eine etwa der aktuellen Norm entsprechende Betonqualität. Die Qualität des Betons wird hier über die Standardabweichung der Druckfestigkeit ausgedrückt, die o. g. Daten gelten für eine Standardabweichung  $\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2$ .

Dieser Wert lässt sich auf die Datenerhebungen zur Betonqualität in [Rüsch 1969] bzw. [DAfStb-H. 206 (1969)] zurückführen (s. Abschnitt 3.3.1, Bild 3.8), wo die festigkeitsunabhängige konstante Standardabweichung der Druckfestigkeit im Mittel zu  $5,00 \text{ MN/m}^2$  festgestellt wurde. Die konstante Standardabweichung gilt ab einer mittleren Festigkeit von etwa  $20 \text{ MN/m}^2$ . Dieser Wert entspricht der kleinsten hier untersuchten Festigkeit (entspricht bei  $\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2$  einer charakteristischen Festigkeit von  $f_{ck} = 12 \text{ MN/m}^2$ ). Im Bereich der konstanten Standardabweichung sinkt der Variationskoeffizient mit der Höhe der mittleren Festigkeit. Bei kleineren mittleren Festigkeiten kann der Variationskoeffizient der Druckfestigkeit konstant angenommen werden (Bild 7.11).



**Abb. 7.11: Variationskoeffizienten der Betondruckfestigkeit für die untersuchten Qualitätsstufen**

Je nach Baustellengröße, Intensität der Qualitätskontrollen beim Bau und Qualifikation der Bauausführenden wurden in [DAfStb-H. 206 (1969)] mögliche Standardabweichungen in einem Bereich von etwa  $\sigma_{fc} = 3,00 \text{ MN/m}^2$  bis  $10,00 \text{ MN/m}^2$  beobachtet, wobei grob die kleineren Streumaße eher gut überwachten Ingenieurbauwerken oder Fertigteilen zuzuordnen wären und die größeren Streumaße zu Baustellen mit deutlich schlechteren Qualitätskontrollen gehören (bspw. kleine Baustellen des üblichen Hochbaus, genau s. Abschnitt 3.3.1.1.2).

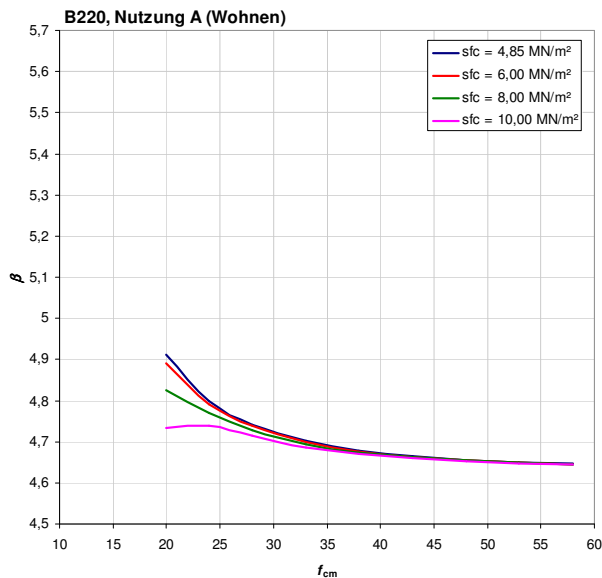
Um den Einfluss der Betonqualität auf die erreichte Systemzuverlässigkeit der Platte zu beurteilen, wurde die Berechnung jeder Material-Nutzungs-Kombination für vier verschiedene Qualitätsstufen wiederholt. Hierbei wird die Qualität der aktuellen Normung als höchste Qualitätsstufe angesetzt. Mögliche höhere Qualitäten mit  $\sigma_{fc} < 4,85 \text{ MN/m}^2$  werden hier für die Betrachtung bestehender Bauwerke vernachlässigt. Vom Normwert ausgehend wird in den Berechnungen die Qualität schrittweise verschlechtert bis zum größten in [DAfStb-H. 206 (1969)] angegebenen Streumaß. Im Einzelnen werden folgende Qualitätsstufen untersucht:

- „Norm“ mit  $\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2$
- „schlecht (1)“ mit  $\sigma_{fc} = 6,00 \text{ MN/m}^2$
- „schlecht (2)“ mit  $\sigma_{fc} = 8,00 \text{ MN/m}^2$
- „schlecht (3)“ mit  $\sigma_{fc} = 10,00 \text{ MN/m}^2$

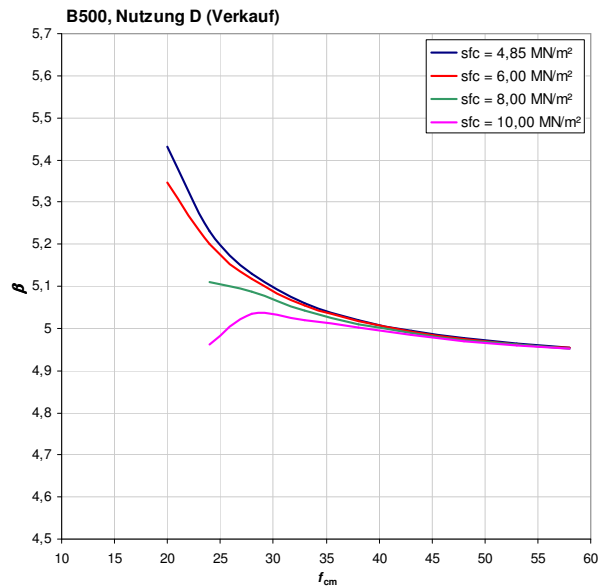
Tabelle 7.17 enthält eine Übersicht mit den erreichten Systemzuverlässigkeiten für jede Material-Nutzungs-Kombination unter Berücksichtigung der vier Qualitätsstufen. Zur Diskussion werden daraus beispielhaft zwei Kombinationen herausgegriffen, die gleichzeitig die Randwerte aller Ergebnisse markieren: Betonstahl B220 / Nutzung A (Bild 7.12) und Betonstahl B500 / Nutzung D (Bild 7.13).



Dargestellt ist jeweils der Verlauf der Systemzuverlässigkeit in Abhängigkeit von der Betonfestigkeit. Anders als in den Diagrammen der Abschnitte 7.2.1 bis 7.2.3 erfolgt hier jedoch der Bezug auf die mittlere Betonfestigkeit  $f_{cm}$ . Vom Mittelwert ausgehend ergäbe sich der charakteristische Wert um so kleiner, je größer die Streubreite des Betons ist. In den probabilistischen Berechnungen selbst sind stets die Mittelwerte der Basisvariablen anzusetzen. Hier wird für die Anwendung auf bestehende Bauwerke davon ausgegangen, dass Mittelwerte und Standardabweichungen am Objekt ermittelt werden können. In Abhängigkeit von den in der Bauaufnahme bestimmten Daten lassen sich qualitätsbezogene modifizierte Teilsicherheitsbeiwerte aus Kapitel 9 anwenden.



**Abb. 7.12: Einfluss der Betonqualität auf die Systemzuverlässigkeit (B220, Nutzung A)**



**Abb. 7.13: Einfluss der Betonqualität auf die Systemzuverlässigkeit (B500, Nutzung D)**

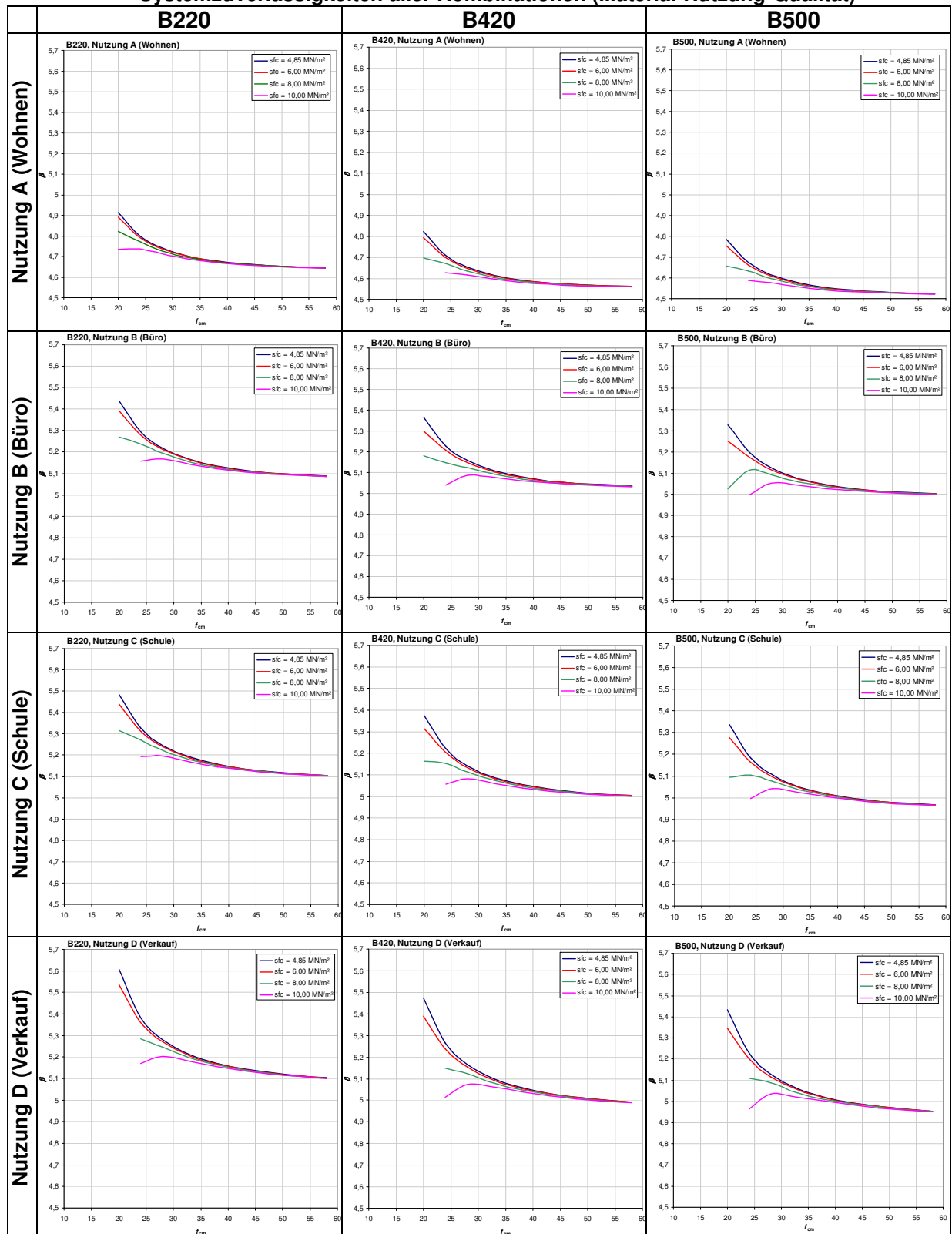
Bild 7.12 zeigt die Zuverlässigkeit der Platte in Abhängigkeit von der mittleren Betonfestigkeit beispielhaft für Betonstahl B220 und Nutzungskategorie A. Es wird deutlich, dass sich die Betonqualität im Bereich hoher mittlerer Druckfestigkeiten nicht mehr nennenswert auf das Zuverlässigkeitsniveau auswirkt. So können beispielsweise für eine mittlere Festigkeit von 58 MN/m<sup>2</sup> bei einer Steigerung der Standardabweichung der Betondruckfestigkeit von 4,85 bis zu 10,00 MN/m<sup>2</sup> Änderungen im Zuverlässigkeitsniveau  $\beta$  erst ab der vierten Nachkommastelle beobachtet werden. Diese Beobachtung gilt für alle hier untersuchten Stahlfestigkeiten und Nutzungskategorien (vgl. Übersicht Tabelle 7.17).

Anders sind die Auswirkungen bei Beton mit besonders niedrigen Festigkeiten (bis  $f_{cm} \approx 24$  MN/m<sup>2</sup>) zu werten. Hier zeigt sich für die gleiche Situation (= Kombination von Materialfestigkeiten, Nutzungskategorie und zugehörigem Bewehrungsgrad) ein deutlicher Abfall der Zuverlässigkeit bei Anstieg der Standardabweichung der Betondruckfestigkeit von 4,85 bis zu 10,00 MN/m<sup>2</sup>. Besonders deutlich wird das für die schlechteste Betonqualität ( $\sigma = 10,00$  MN/m<sup>2</sup>). Für den Mittelwert der Druckfestigkeit  $f_{cm} \approx 20$  MN/m<sup>2</sup> ( $f_{ck} < 12$  MN/m<sup>2</sup>) wird die numerische Bewertung derart instabil, dass eine Bewertung der Zuverlässigkeit für die Kombination  $\mu_{fc} = 20$  MN/m<sup>2</sup> und  $\sigma_{fc} = 10$  MN/m<sup>2</sup> nicht mehr möglich ist. In Bild 7.12 deutet sich das durch den deutlichen Abfall des  $\beta$ -Niveaus für  $f_{cm} = 20$  MN/m<sup>2</sup> bei  $\sigma = 10$  MN/m<sup>2</sup> an, der so bei der Kurve für  $\sigma = 8$  MN/m<sup>2</sup> noch nicht zu beobachten ist.

Dieser Effekt verstärkt sich noch deutlich für Kategorien mit höheren Nutzlasten und tritt für Kategorie D am deutlichsten in Erscheinung (Bild 7.13). Besonders kritisch wird die Bewertung bei hohen Nutzlasten und einer besonders großen Differenz zwischen Stahl- und Betonfestigkeit. Für Betonstahl B500 und mittlere Druckfestigkeiten bis 24 MN/m<sup>2</sup> ist eine sichere Bewertung der Zuverlässigkeit bei schlechten Betonqualitäten ( $\sigma \geq 8$  MN/m<sup>2</sup>) nicht mehr möglich. Daher brechen die Kurven für besonders schlechte Qualitäten in Bild 7.13) auch im Bereich kleiner Druckfestigkeiten ab (siehe auch Tabelle 7.17).

Bei der praktischen Auswertung in Kapitel 9 werden diesen Beobachtungen gemäß alle Kombinationen aus der Bewertung genommen, für die eine sichere Bewertung der Zuverlässigkeit nicht mehr möglich ist. Das betrifft Materialkombinationen, in denen Beton mit einer mittleren Festigkeit  $f_{cm} \leq 24$  MN/m<sup>2</sup> mit einer Standardabweichung  $\sigma_{fc} \geq 8$  MN/m<sup>2</sup> eingeht. Für die Kombination niedriger Betonfestigkeiten bei schlechter Betonqualität werden also keine modifizierten Teilsicherheitsbeiwerte hergeleitet (genauer s. Kapitel 9).

**Tabelle 7.17: Einfluss der Betonqualität: Systemzuverlässigkeiten aller Kombinationen (Material-Nutzung-Qualität)**



### 7.2.5) Systemzuverlässigkeit $\beta_{\text{sys}}$ in Abhängigkeit von der Betonstahlsorte

Die stochastische Modellierung der untersuchten Betonstahlsorten folgte dem Vorschlag in [JCSS 2001-03] (Abschnitt 3.3.2.2, Tabelle 3.29). Da hierbei für alle drei Festigkeiten die gleiche Standardabweichung  $\sigma_{fy} = 30 \text{ MN/m}^2$  angenommen wurde, ergibt sich die Streuung im Verhältnis zur Festigkeit bei den niedrigeren Festigkeiten etwas höher. Das Verhältnis der Variationskoeffizienten zueinander ergibt sich für die drei Stahlfestigkeiten mit  $v_{220} > v_{420} > v_{500}$ . Demgemäß müsste für die Materialkombinationen mit Betonstahl B220 der Einfluss der Streuung der Streckgrenze auf das Zuverlässigkeitsniveau auch größer ausfallen als bei Betonstahl B500. Aus den Analysen in Abschnitt 7.3 ergeben sich die Sensitivitäten der Streckgrenzen des Betonstahls schließlich auch im Verhältnis  $\alpha_{fy,220} > \alpha_{fy,420} > \alpha_{fy,500}$ .

**Tabelle 7.18: Stochastische Modellierung der untersuchten Stahlfestigkeiten**

LN-Verteilung	B220	B420	B500
$\mu_{fy}$	280 MN/m <sup>2</sup>	480 MN/m <sup>2</sup>	560 MN/m <sup>2</sup>
$\sigma_{fy}$	30 MN/m <sup>2</sup>	30 MN/m <sup>2</sup>	30 MN/m <sup>2</sup>
$v_{fy}$	10,7 %	6,25 %	5,36 %

Insgesamt tritt jedoch die Streuung der Stahlfestigkeit gegenüber anderen Einflüssen zurück. Der Vergleich der erreichten Systemzuverlässigkeiten für die verschiedenen Stahlsorten in Tabelle 7.10 zeigt, dass die Differenzen  $\Delta\beta$  zwischen den Stahlsorten deutlich kleiner ausfallen als die Unterschiede zwischen den verschiedenen Nutzungskategorien (Tabelle 7.19).

**Tabelle 7.19: Vergleich der Differenzen  $\Delta\beta$  zwischen Nutzungskategorien und Stahlsorten**

Differenz zwischen Nutzungskategorien $\Delta\beta(\text{Nutzung}) = \beta_{\text{max}} - \beta_{\text{min}}$		Differenz zwischen Stahlsorten $\Delta\beta(\text{Betonstahl}) = \beta_{\text{max}} - \beta_{\text{min}}$	
<b>B220</b>	0,4591 ... 0,6943	<b>A</b>	0,113 ... 0,128
		<b>B</b>	0,0085 ... 0,112
<b>B420</b>	0,4741 ... 0,6533	<b>C</b>	0,138 ... 0,147
		<b>D</b>	0,150 ... 0,174
<b>B500</b>	0,4798 ... 0,6480		

Aus Tabelle 7.10 ist erkennbar, dass in Materialkombinationen mit geringeren Stahlfestigkeiten höhere Zuverlässigkeitsniveaus erreicht werden [ $\beta_{\text{sys},220} > \beta_{\text{sys},420} > \beta_{\text{sys},500}$ ]. Der Grund dafür ist nicht in den stochastischen Eigenschaften des Betonstahls selbst zu suchen, vielmehr gehen für Betonstähle mit geringerer Festigkeit höhere Längsbewehrungsgrade in die Berechnung ein und sind letztlich maßgebend für die erreichte Zuverlässigkeit. Wie schon bei den in Abschnitt 7.2.2 besprochenen Zusammenhängen zwischen Nutzlast und Systemzuverlässigkeit wird auch hier die Höhe des Bewehrungsgrades ausschlaggebend. Zur Bereinigung der Ergebnisse um den Einfluss der Längsbewehrung wurde in Abschnitt 7.2.3 ein auf die Längsbewehrung bezogener Vergleichswert  $\beta_{\text{sys}}/\rho$  eingeführt, um die Größenordnungen der erreichten Zuverlässigkeiten zueinander besser einschätzen zu können. Aus Tabelle 7.16 mit der Darstellung der bezogenen Vergleichswerte wird nunmehr deutlich, dass bei geringerer prozentualer Streuung und größeren Mittelwerten der Stahlfestigkeit auch höhere bezogene Zuverlässigkeiten erreicht werden [ $(\beta_{\text{sys}}/\rho)_{220} < (\beta_{\text{sys}}/\rho)_{420} < (\beta_{\text{sys}}/\rho)_{500}$ ].

### 7.3) Einfluss der Basisvariablen auf die Versagenswahrscheinlichkeit

#### 7.3.1) Prozentuale Verteilung der Sensitivitäten

Die Tabellen 7.20, 7.21 und 7.22 enthalten eine Zusammenstellung der Einflüsse der einzelnen Basisvariablen auf das erreichte Zuverlässigkeitsniveau (prozentuale Darstellung als Quadrat der Sensitivitäten  $\alpha_i^2$ ). Für jede Betonstahl- Nutzungs-Kombination werden darin Sensitivitäten jeweils in Verbindung mit der kleinsten und der größten untersuchten Druckfestigkeit dargestellt. Der Vergleich der prozentualen Verteilung der  $\alpha_i^2$  über alle Druckfestigkeiten ist den Tabellen 7.24, 7.26 und 7.28 zu entnehmen. Die dargestellten Werte beziehen sich ausschließlich auf die insgesamt erreichte Systemzuverlässigkeit der Platte  $\beta_{\text{sys}}$ . Die Anteile der Basisvariablen am Versagen der einzelnen Komponenten können sich hiervon deutlich unterscheiden.

Gemäß der Modellierung in Kapitel 6 wurden zunächst alle verfügbaren Informationen zur Streuung der Basisvariablen in den Berechnungen berücksichtigt. An den Diagrammen der Tabellen 7.20, 7.21 und 7.22 wird jedoch schnell deutlich, dass die Sensitivitäten einiger Basisvariablen so klein sind, dass sie praktisch keinen Einfluss auf das erreichte Zuverlässigkeitsniveau haben. Derartige Basisvariable könnten also durchaus auch deterministisch angesetzt werden. In den Diagrammen erscheinen die Basisvariablen mit  $\alpha_i^2 < 0,5\%$  als  $\alpha_i^2 = 0$ .

Eine Basisvariable mit vernachlässigbarer Streuung wäre in diesem Sinne die Grenzdehnung des Betons  $\varepsilon_{c2}$ . Die Sensitivität  $\alpha_{\varepsilon_{c2}}$  ergibt in allen Kombinationen  $(\alpha_{\varepsilon_{c2}})^2 < 0,5\%$  - sowohl in der Systembewertung als auch in der Komponentenberechnung für Elemente des Biegeversagens. Ebenso ergäbe ein stochastischer Ansatz des Dauerstandsfaktors  $\alpha_{cc}$  vernachlässigbare Sensitivitäten  $\alpha_{\alpha_{cc}}$  sowohl bei der Komponenten- als auch bei der Systembewertung. In den hier vorgenommenen Berechnungen wurde  $\alpha_{cc} = 0,85$  deterministisch angesetzt (Abschnitt 6.2.1.5, Tabelle 6.12), punktuelle Vergleichsrechnung mit stochastischer Modellierung ergaben jeweils vernachlässigbar kleine Sensitivitäten  $\alpha_{\alpha_{cc}}$ .

Andere Basisvariable mit sehr kleinen Sensitivitäten  $\alpha_i^2 < 0,5\%$  bzw.  $\alpha_i^2 \leq 1,0\%$  in den Tabellen 7.20, 7.21 und 7.22 haben nur auf Systemebene einen so geringen Einfluss. Auf das Versagen der einzelnen Elemente können die gleichen Variablen durchaus nennenswerten Einfluss haben. Beispiele für solche Basisvariable sind die Nutzhöhe zur unteren Bewehrung  $d_{\text{unten}}$  sowie die Modellunsicherheiten von Querkraftwiderstand  $\theta_{Rv,c}$  und einwirkender Querkraft  $\theta_{Ev}$ . In der Systemauswertung erscheinen diese Größen in allen Kombinationen mit  $\alpha_i^2 \leq 1,0\%$ . Betrachtet man hingegen das Komponentenversagen für Elemente, in denen diese Basisvariablen enthalten sind, so ergibt sich die jeweilige Streuung als nicht zu vernachlässigende Größe (Anhang B: Tabellen B.1a-d und B.2a-d). Wenn hier also die Sensitivitäten der Basisvariablen für das Versagen einer schlanken Durchlaufplatte angegeben sind, so kann hieraus allein nicht auf die Bedeutung der Variablen für das Versagen der Elemente geschlossen werden. Rückschlüsse aus der Darstellung in den Tabellen 7.20, 7.21 und 7.22 sowie Tabellen 7.23 bis 7.28 sind also nur im Systemzusammenhang zulässig.

Im Anhang B: Tabellen B.1a-d und B2a-d zur Information die Sensitivitätsanalysen der einzelnen Versagenselemente aufgeführt – beispielhaft für die Elemente des Erstversagens (110) bis (140) für die in Abschnitt 7.2 näher beleuchteten Materialkombinationen B220/C12 und B500/C30. Bild 7.14 zeigt daraus herausgegriffen ein Querkraft- und ein Biegeelement der Kombination B500/C30 für Nutzungsklasse D.

Während beispielsweise auf Systemebene für die gleiche Material-Nutzungskombination die querkraftbezogenen Modellunsicherheiten praktisch keinen Einfluss auf das Systemversagen haben

$$(\alpha_{\theta RVc})^2_{sys} \leq 0,5 \text{ und } (\alpha_{\theta EV})^2_{sys} \leq 0,5 \quad (\text{Bild 7.15 und 7.16})$$

können sie auf Komponentenebene durchaus dominant sein

$$(\alpha_{\theta RVc})^2_{(130)} = 0,31 \text{ und } (\alpha_{\theta EV})^2_{(130)} = 0,15 \quad (\text{Bild 7.14}).$$

Für das Systemversagen wirkt sich in der dargestellten Kombination die Betonqualität kaum aus

$$(\alpha_{fc})^2_{sys} \leq 0,5 \quad (\text{Bild 7.15 und 7.16}),$$

während der Einfluss in der Komponentenbeurteilung noch deutlich erkennbar ist – insbesondere beim Querkraftversagen

$$(\alpha_{fc})^2_{(130)} = 0,10 \text{ und } (\alpha_{fc})^2_{(140)} = 0,02 \quad (\text{Bild 7.14}).$$

Bei der Komponentenbewertung haben die bewehrungsbezogenen Variablen wie Streuung der Stahlfestigkeit  $f_y$ , des Stahlquerschnitts  $A_s$  und der Nutzhöhe  $d_{oben}$  zusammen noch nennenswerten Einfluss

$$\begin{aligned} \text{einzeln: } & (\alpha_{f_y})^2_{(140)} = 0,09, (\alpha_{A_s})^2_{(140)} = 0,03, (\alpha_{d,oben})^2_{(140)} = 0,17; & (\text{Bild 7.14}) \\ \text{zusammen: } & (\alpha_{f_y})^2_{(140)} + (\alpha_{A_s})^2_{(140)} + (\alpha_{d,oben})^2_{(140)} = 0,29, \end{aligned}$$

der sich auf Systemebene deutlich reduziert

$$\begin{aligned} \text{einzeln: } & (\alpha_{f_y})^2_{sys} = 0,047, (\alpha_{A_s})^2_{sys} = 0,007, (\alpha_{d,oben})^2_{sys} = 0,082; & (\text{Bild 7.15 und 7.16}) \\ \text{zusammen: } & (\alpha_{f_y})^2_{sys} + (\alpha_{A_s})^2_{sys} + (\alpha_{d,oben})^2_{sys} = 0,136. \end{aligned}$$

Demgegenüber tritt der Einfluss der Nutzlast auf Systemebene deutlich in den Vordergrund

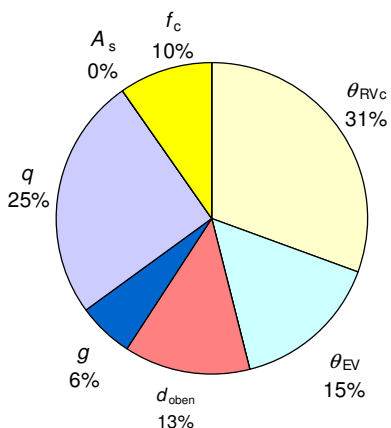
$$(\alpha_q)^2_{sys} = 0,54 \quad (\text{Bild 7.15 und 7.16})$$

und ist damit deutlich größer als bei isolierter Bewertung des Komponentenversagens

$$(\alpha_q)^2_{(130)} = 0,25 \text{ und } (\alpha_q)^2_{(140)} = 0,28 \quad (\text{Bild 7.14}).$$

Die Unterschiede auf System- und Komponentenebene resultieren aus dem Anteil, den die einzelnen Versagenselemente am Systemversagen haben (Abschnitt 7.4). Die Versagenswahrscheinlichkeiten einzelner Elemente können sich im Systemzusammenhang deutlich kleiner ergeben als die Wahrscheinlichkeiten einzelner dominanter Komponenten. Dies trifft für die schlanke Platte bspw. auf alle Querkraftelemente zu (Abschnitt 7.4).

B500/C30, Nutzung D (Verkauf); GZ (130)



B500/C30, Nutzung D (Verkauf); GZ (140)

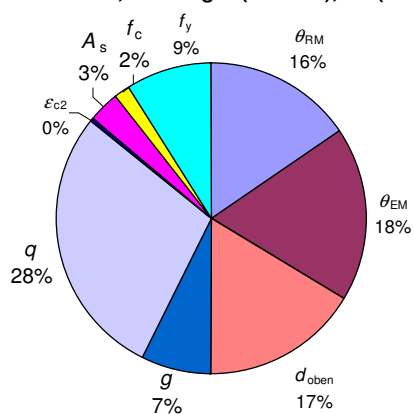
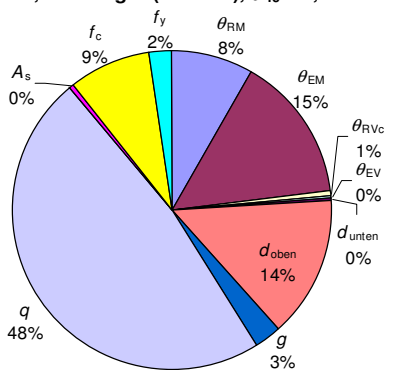


Abb. 7.14: Beispiele für Sensitivitäten der Basisvariablen in Bezug auf das Elementversagen, links: (130) Erstversagen Querkraft Innenaufleger, rechts: (140) Erstversagen Moment Innenstütze (Kombination B500/C30, Nutzung D, Betonqualität mit  $\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2$ )

B500/C12, Nutzung D (Verkauf),  $\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2$



B500/C50, Nutzung D (Verkauf),  $\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2$

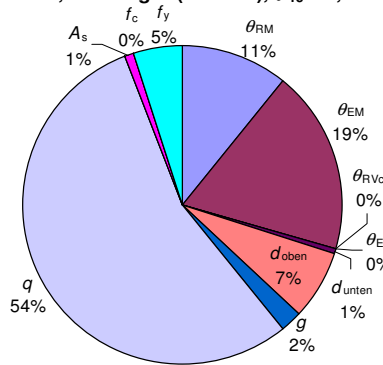


Abb. 7.15: Beispiele für Sensitivitäten der Basisvariablen in Bezug auf das Systemversagen: (Kombination B500/C12 und B500/C50, Nutzung D, Betonqualität mit  $\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2$ )

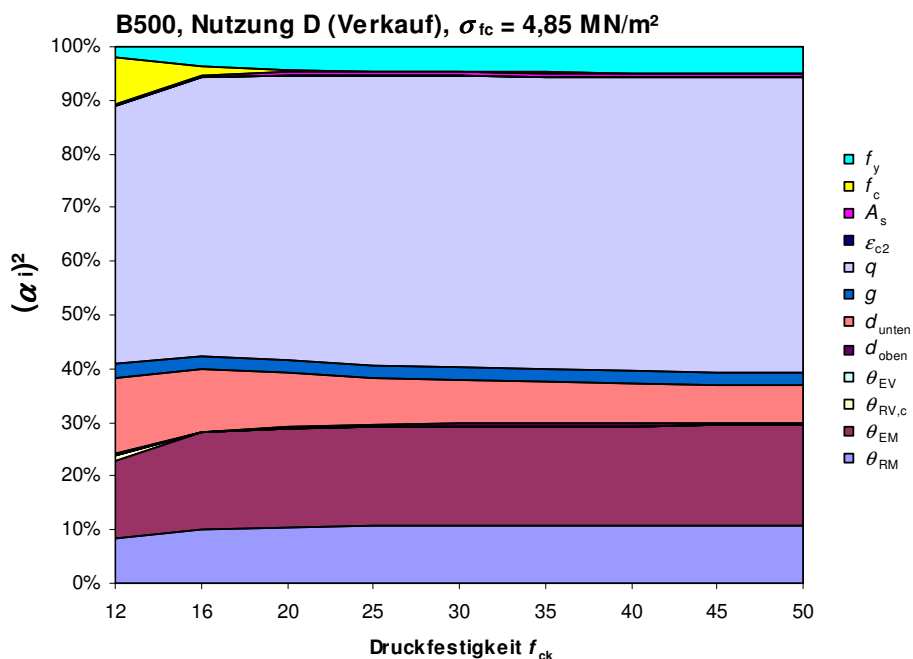


Abb. 7.16: Sensitivitäten der Basisvariablen in Bezug auf das Systemversagen: (Kombination B500, C12 – C50, Nutzung D, Betonqualität mit  $\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2$ )

Tabelle 7.20: Sensitivitäten der Basisvariablen  $\alpha_4^2$  in Bezug  $\beta_{\text{SYS}}$ , Betonstahl B220,  $\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2$

	B220/C12	B220/C50
A (Wohnen)	<p><b>B220/C12, Nutzung A (Wohnen), <math>\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2</math></b></p>	<p><b>B220/C50, Nutzung A (Wohnen), <math>\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2</math></b></p>
B (Büro)	<p><b>B220/C12, Nutzung B (Büro), <math>\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2</math></b></p>	<p><b>B220/C50, Nutzung B (Büro), <math>\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2</math></b></p>
C (Schule)	<p><b>B220/C12, Nutzung C (Schule), <math>\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2</math></b></p>	<p><b>B220/C50, Nutzung C (Schule), <math>\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2</math></b></p>
D (Verkauf)	<p><b>B220/C12, Nutzung D (Verkauf), <math>\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2</math></b></p>	<p><b>B220/C50, Nutzung D (Verkauf), <math>\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2</math></b></p>

Tabelle 7.21: Sensitivitäten der Basisvariablen  $\alpha_i^2$  in Bezug  $\beta_{sys}$ , Betonstahl B420,  $\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2$

	B420/C12	B420/C50
<b>A (Wohnen)</b>	<p><b>B420/C12, Nutzung A (Wohnen), <math>\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2</math></b></p>	<p><b>B420/C50, Nutzung A (Wohnen), <math>\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2</math></b></p>
<b>B (Büro)</b>	<p><b>B420/C12, Nutzung B (Büro), <math>\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2</math></b></p>	<p><b>B420/C50, Nutzung B (Büro), <math>\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2</math></b></p>
<b>C (Schule)</b>	<p><b>B420/C12, Nutzung C (Schule), <math>\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2</math></b></p>	<p><b>B420/C50, Nutzung C (Schule), <math>\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2</math></b></p>
<b>D (Verkauf)</b>	<p><b>B420/C12, Nutzung D (Verkauf), <math>\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2</math></b></p>	<p><b>B420/C50, Nutzung D (Verkauf), <math>\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2</math></b></p>

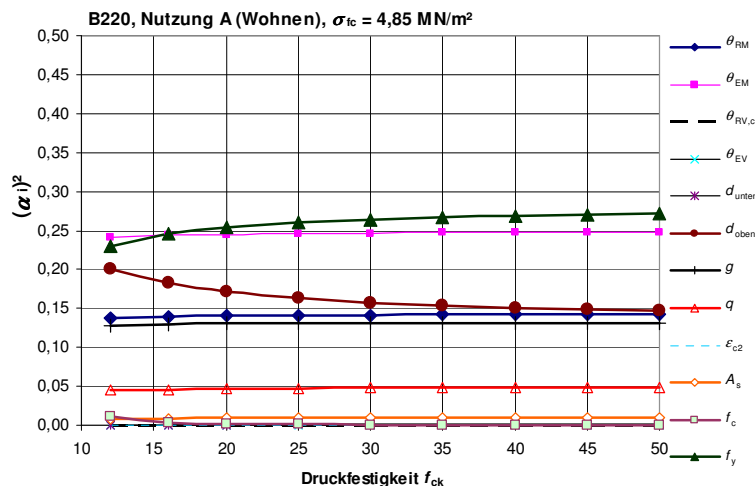


Tabelle 7.22: Sensitivitäten der Basisvariablen  $\alpha_i^2$  in Bezug  $\beta_{\text{SYS}}$ , Betonstahl B500,  $\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2$

	B500/C12	B500/C50																																																				
<b>A (Wohnen)</b>	<p><b>B500/C12, Nutzung A (Wohnen), <math>\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2</math></b></p> <table border="1"> <tr><th>Variable</th><th>Sensitivity (%)</th></tr> <tr><td><math>\theta_{EM}</math></td><td>28%</td></tr> <tr><td><math>d_{\text{oben}}</math></td><td>26%</td></tr> <tr><td><math>g</math></td><td>15%</td></tr> <tr><td><math>\theta_{RM}</math></td><td>16%</td></tr> <tr><td><math>f_y</math></td><td>7%</td></tr> <tr><td><math>f_c</math></td><td>2%</td></tr> <tr><td><math>q</math></td><td>5%</td></tr> <tr><td><math>A_s</math></td><td>2%</td></tr> <tr><td><math>\epsilon_{c2}</math></td><td>1%</td></tr> <tr><td><math>\theta_{RVC}</math></td><td>0%</td></tr> <tr><td><math>\theta_{EV}</math></td><td>0%</td></tr> <tr><td><math>d_{\text{unten}}</math></td><td>0%</td></tr> </table>	Variable	Sensitivity (%)	$\theta_{EM}$	28%	$d_{\text{oben}}$	26%	$g$	15%	$\theta_{RM}$	16%	$f_y$	7%	$f_c$	2%	$q$	5%	$A_s$	2%	$\epsilon_{c2}$	1%	$\theta_{RVC}$	0%	$\theta_{EV}$	0%	$d_{\text{unten}}$	0%	<p><b>B500/C50, Nutzung A (Wohnen), <math>\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2</math></b></p> <table border="1"> <tr><th>Variable</th><th>Sensitivity (%)</th></tr> <tr><td><math>\theta_{EM}</math></td><td>31%</td></tr> <tr><td><math>d_{\text{oben}}</math></td><td>20%</td></tr> <tr><td><math>g</math></td><td>16%</td></tr> <tr><td><math>\theta_{RM}</math></td><td>18%</td></tr> <tr><td><math>f_y</math></td><td>8%</td></tr> <tr><td><math>f_c</math></td><td>0%</td></tr> <tr><td><math>q</math></td><td>6%</td></tr> <tr><td><math>A_s</math></td><td>0%</td></tr> <tr><td><math>\epsilon_{c2}</math></td><td>1%</td></tr> <tr><td><math>\theta_{RVC}</math></td><td>0%</td></tr> <tr><td><math>\theta_{EV}</math></td><td>0%</td></tr> <tr><td><math>d_{\text{unten}}</math></td><td>0%</td></tr> </table>	Variable	Sensitivity (%)	$\theta_{EM}$	31%	$d_{\text{oben}}$	20%	$g$	16%	$\theta_{RM}$	18%	$f_y$	8%	$f_c$	0%	$q$	6%	$A_s$	0%	$\epsilon_{c2}$	1%	$\theta_{RVC}$	0%	$\theta_{EV}$	0%	$d_{\text{unten}}$	0%
Variable	Sensitivity (%)																																																					
$\theta_{EM}$	28%																																																					
$d_{\text{oben}}$	26%																																																					
$g$	15%																																																					
$\theta_{RM}$	16%																																																					
$f_y$	7%																																																					
$f_c$	2%																																																					
$q$	5%																																																					
$A_s$	2%																																																					
$\epsilon_{c2}$	1%																																																					
$\theta_{RVC}$	0%																																																					
$\theta_{EV}$	0%																																																					
$d_{\text{unten}}$	0%																																																					
Variable	Sensitivity (%)																																																					
$\theta_{EM}$	31%																																																					
$d_{\text{oben}}$	20%																																																					
$g$	16%																																																					
$\theta_{RM}$	18%																																																					
$f_y$	8%																																																					
$f_c$	0%																																																					
$q$	6%																																																					
$A_s$	0%																																																					
$\epsilon_{c2}$	1%																																																					
$\theta_{RVC}$	0%																																																					
$\theta_{EV}$	0%																																																					
$d_{\text{unten}}$	0%																																																					
<b>B (Büro)</b>	<p><b>B500/C12, Nutzung B (Büro), <math>\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2</math></b></p> <table border="1"> <tr><th>Variable</th><th>Sensitivity (%)</th></tr> <tr><td><math>\theta_{EM}</math></td><td>25%</td></tr> <tr><td><math>d_{\text{oben}}</math></td><td>28%</td></tr> <tr><td><math>g</math></td><td>10%</td></tr> <tr><td><math>\theta_{RM}</math></td><td>15%</td></tr> <tr><td><math>f_y</math></td><td>5%</td></tr> <tr><td><math>f_c</math></td><td>4%</td></tr> <tr><td><math>q</math></td><td>12%</td></tr> <tr><td><math>A_s</math></td><td>1%</td></tr> <tr><td><math>\epsilon_{c2}</math></td><td>0%</td></tr> <tr><td><math>\theta_{RVC}</math></td><td>0%</td></tr> <tr><td><math>\theta_{EV}</math></td><td>0%</td></tr> <tr><td><math>d_{\text{unten}}</math></td><td>0%</td></tr> </table>	Variable	Sensitivity (%)	$\theta_{EM}$	25%	$d_{\text{oben}}$	28%	$g$	10%	$\theta_{RM}$	15%	$f_y$	5%	$f_c$	4%	$q$	12%	$A_s$	1%	$\epsilon_{c2}$	0%	$\theta_{RVC}$	0%	$\theta_{EV}$	0%	$d_{\text{unten}}$	0%	<p><b>B500/C50, Nutzung B (Büro), <math>\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2</math></b></p> <table border="1"> <tr><th>Variable</th><th>Sensitivity (%)</th></tr> <tr><td><math>\theta_{EM}</math></td><td>28%</td></tr> <tr><td><math>d_{\text{oben}}</math></td><td>21%</td></tr> <tr><td><math>g</math></td><td>10%</td></tr> <tr><td><math>\theta_{RM}</math></td><td>17%</td></tr> <tr><td><math>f_y</math></td><td>8%</td></tr> <tr><td><math>f_c</math></td><td>0%</td></tr> <tr><td><math>q</math></td><td>15%</td></tr> <tr><td><math>A_s</math></td><td>0%</td></tr> <tr><td><math>\epsilon_{c2}</math></td><td>1%</td></tr> <tr><td><math>\theta_{RVC}</math></td><td>0%</td></tr> <tr><td><math>\theta_{EV}</math></td><td>0%</td></tr> <tr><td><math>d_{\text{unten}}</math></td><td>0%</td></tr> </table>	Variable	Sensitivity (%)	$\theta_{EM}$	28%	$d_{\text{oben}}$	21%	$g$	10%	$\theta_{RM}$	17%	$f_y$	8%	$f_c$	0%	$q$	15%	$A_s$	0%	$\epsilon_{c2}$	1%	$\theta_{RVC}$	0%	$\theta_{EV}$	0%	$d_{\text{unten}}$	0%
Variable	Sensitivity (%)																																																					
$\theta_{EM}$	25%																																																					
$d_{\text{oben}}$	28%																																																					
$g$	10%																																																					
$\theta_{RM}$	15%																																																					
$f_y$	5%																																																					
$f_c$	4%																																																					
$q$	12%																																																					
$A_s$	1%																																																					
$\epsilon_{c2}$	0%																																																					
$\theta_{RVC}$	0%																																																					
$\theta_{EV}$	0%																																																					
$d_{\text{unten}}$	0%																																																					
Variable	Sensitivity (%)																																																					
$\theta_{EM}$	28%																																																					
$d_{\text{oben}}$	21%																																																					
$g$	10%																																																					
$\theta_{RM}$	17%																																																					
$f_y$	8%																																																					
$f_c$	0%																																																					
$q$	15%																																																					
$A_s$	0%																																																					
$\epsilon_{c2}$	1%																																																					
$\theta_{RVC}$	0%																																																					
$\theta_{EV}$	0%																																																					
$d_{\text{unten}}$	0%																																																					
<b>C (Schule)</b>	<p><b>B500/C12, Nutzung C (Schule), <math>\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2</math></b></p> <table border="1"> <tr><th>Variable</th><th>Sensitivity (%)</th></tr> <tr><td><math>\theta_{EM}</math></td><td>19%</td></tr> <tr><td><math>d_{\text{oben}}</math></td><td>16%</td></tr> <tr><td><math>q</math></td><td>42%</td></tr> <tr><td><math>\theta_{RM}</math></td><td>11%</td></tr> <tr><td><math>f_y</math></td><td>4%</td></tr> <tr><td><math>f_c</math></td><td>3%</td></tr> <tr><td><math>g</math></td><td>4%</td></tr> <tr><td><math>A_s</math></td><td>1%</td></tr> <tr><td><math>\epsilon_{c2}</math></td><td>0%</td></tr> <tr><td><math>\theta_{RVC}</math></td><td>0%</td></tr> <tr><td><math>\theta_{EV}</math></td><td>0%</td></tr> <tr><td><math>d_{\text{unten}}</math></td><td>0%</td></tr> </table>	Variable	Sensitivity (%)	$\theta_{EM}$	19%	$d_{\text{oben}}$	16%	$q$	42%	$\theta_{RM}$	11%	$f_y$	4%	$f_c$	3%	$g$	4%	$A_s$	1%	$\epsilon_{c2}$	0%	$\theta_{RVC}$	0%	$\theta_{EV}$	0%	$d_{\text{unten}}$	0%	<p><b>B500/C50, Nutzung C (Schule), <math>\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2</math></b></p> <table border="1"> <tr><th>Variable</th><th>Sensitivity (%)</th></tr> <tr><td><math>\theta_{EM}</math></td><td>21%</td></tr> <tr><td><math>d_{\text{oben}}</math></td><td>9%</td></tr> <tr><td><math>q</math></td><td>47%</td></tr> <tr><td><math>\theta_{RM}</math></td><td>12%</td></tr> <tr><td><math>f_y</math></td><td>6%</td></tr> <tr><td><math>f_c</math></td><td>0%</td></tr> <tr><td><math>g</math></td><td>4%</td></tr> <tr><td><math>A_s</math></td><td>1%</td></tr> <tr><td><math>\epsilon_{c2}</math></td><td>0%</td></tr> <tr><td><math>\theta_{RVC}</math></td><td>0%</td></tr> <tr><td><math>\theta_{EV}</math></td><td>0%</td></tr> <tr><td><math>d_{\text{unten}}</math></td><td>0%</td></tr> </table>	Variable	Sensitivity (%)	$\theta_{EM}$	21%	$d_{\text{oben}}$	9%	$q$	47%	$\theta_{RM}$	12%	$f_y$	6%	$f_c$	0%	$g$	4%	$A_s$	1%	$\epsilon_{c2}$	0%	$\theta_{RVC}$	0%	$\theta_{EV}$	0%	$d_{\text{unten}}$	0%
Variable	Sensitivity (%)																																																					
$\theta_{EM}$	19%																																																					
$d_{\text{oben}}$	16%																																																					
$q$	42%																																																					
$\theta_{RM}$	11%																																																					
$f_y$	4%																																																					
$f_c$	3%																																																					
$g$	4%																																																					
$A_s$	1%																																																					
$\epsilon_{c2}$	0%																																																					
$\theta_{RVC}$	0%																																																					
$\theta_{EV}$	0%																																																					
$d_{\text{unten}}$	0%																																																					
Variable	Sensitivity (%)																																																					
$\theta_{EM}$	21%																																																					
$d_{\text{oben}}$	9%																																																					
$q$	47%																																																					
$\theta_{RM}$	12%																																																					
$f_y$	6%																																																					
$f_c$	0%																																																					
$g$	4%																																																					
$A_s$	1%																																																					
$\epsilon_{c2}$	0%																																																					
$\theta_{RVC}$	0%																																																					
$\theta_{EV}$	0%																																																					
$d_{\text{unten}}$	0%																																																					
<b>D (Verkauf)</b>	<p><b>B500/C12, Nutzung D (Verkauf), <math>\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2</math></b></p> <table border="1"> <tr><th>Variable</th><th>Sensitivity (%)</th></tr> <tr><td><math>\theta_{EM}</math></td><td>15%</td></tr> <tr><td><math>d_{\text{oben}}</math></td><td>14%</td></tr> <tr><td><math>q</math></td><td>48%</td></tr> <tr><td><math>\theta_{RM}</math></td><td>8%</td></tr> <tr><td><math>f_y</math></td><td>2%</td></tr> <tr><td><math>f_c</math></td><td>9%</td></tr> <tr><td><math>g</math></td><td>3%</td></tr> <tr><td><math>A_s</math></td><td>0%</td></tr> <tr><td><math>\epsilon_{c2}</math></td><td>0%</td></tr> <tr><td><math>\theta_{RVC}</math></td><td>1%</td></tr> <tr><td><math>\theta_{EV}</math></td><td>0%</td></tr> <tr><td><math>d_{\text{unten}}</math></td><td>0%</td></tr> </table>	Variable	Sensitivity (%)	$\theta_{EM}$	15%	$d_{\text{oben}}$	14%	$q$	48%	$\theta_{RM}$	8%	$f_y$	2%	$f_c$	9%	$g$	3%	$A_s$	0%	$\epsilon_{c2}$	0%	$\theta_{RVC}$	1%	$\theta_{EV}$	0%	$d_{\text{unten}}$	0%	<p><b>B500/C50, Nutzung D (Verkauf), <math>\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2</math></b></p> <table border="1"> <tr><th>Variable</th><th>Sensitivity (%)</th></tr> <tr><td><math>\theta_{EM}</math></td><td>19%</td></tr> <tr><td><math>d_{\text{oben}}</math></td><td>7%</td></tr> <tr><td><math>q</math></td><td>54%</td></tr> <tr><td><math>\theta_{RM}</math></td><td>11%</td></tr> <tr><td><math>f_y</math></td><td>5%</td></tr> <tr><td><math>f_c</math></td><td>0%</td></tr> <tr><td><math>g</math></td><td>2%</td></tr> <tr><td><math>A_s</math></td><td>1%</td></tr> <tr><td><math>\epsilon_{c2}</math></td><td>0%</td></tr> <tr><td><math>\theta_{RVC}</math></td><td>0%</td></tr> <tr><td><math>\theta_{EV}</math></td><td>0%</td></tr> <tr><td><math>d_{\text{unten}}</math></td><td>1%</td></tr> </table>	Variable	Sensitivity (%)	$\theta_{EM}$	19%	$d_{\text{oben}}$	7%	$q$	54%	$\theta_{RM}$	11%	$f_y$	5%	$f_c$	0%	$g$	2%	$A_s$	1%	$\epsilon_{c2}$	0%	$\theta_{RVC}$	0%	$\theta_{EV}$	0%	$d_{\text{unten}}$	1%
Variable	Sensitivity (%)																																																					
$\theta_{EM}$	15%																																																					
$d_{\text{oben}}$	14%																																																					
$q$	48%																																																					
$\theta_{RM}$	8%																																																					
$f_y$	2%																																																					
$f_c$	9%																																																					
$g$	3%																																																					
$A_s$	0%																																																					
$\epsilon_{c2}$	0%																																																					
$\theta_{RVC}$	1%																																																					
$\theta_{EV}$	0%																																																					
$d_{\text{unten}}$	0%																																																					
Variable	Sensitivity (%)																																																					
$\theta_{EM}$	19%																																																					
$d_{\text{oben}}$	7%																																																					
$q$	54%																																																					
$\theta_{RM}$	11%																																																					
$f_y$	5%																																																					
$f_c$	0%																																																					
$g$	2%																																																					
$A_s$	1%																																																					
$\epsilon_{c2}$	0%																																																					
$\theta_{RVC}$	0%																																																					
$\theta_{EV}$	0%																																																					
$d_{\text{unten}}$	1%																																																					

### 7.3.2 Sensitivitäten in Abhängigkeit von der Druckfestigkeit und Qualität des Betons

Zur Erläuterung der Änderung der Sensitivitäten in Abhängigkeit von der Druckfestigkeit wird beispielhaft eine Betonstahl-Nutzungs-Kombination herausgegriffen (B220, Nutzung A (Wohnen), Bild 7.17). Eine vergleichende Darstellung für alle Betonstahl-Nutzungs-Kombinationen erfolgt in den Tabellen 7.23 bis 7.28. Die Darstellungen zeigen qualitativ ähnliche Verläufe der Sensitivitäten bei Steigerung der Druckfestigkeit. Unterschiede zwischen den Betonstahl-Nutzungs-Kombinationen bestehen nur in der Höhe der prozentualen Anteile der  $\alpha_i^2$ . Insgesamt hat die Höhe der Druckfestigkeit gegenüber anderen Einflüssen wenig Einfluss auf die Verteilung der Sensitivitäten.



**Abb. 7.17: Verlauf der Sensitivitäten  $\alpha_i^2$  in Abhängigkeit von der Druckfestigkeit  $f_c$  (Bezug  $\beta_{sys}$ ) (Kombination B220, C12 – C50, Nutzung A, Betonqualität mit  $\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2$ )**

Aus Bild 7.17 sowie den Tabellen 7.23 bis 7.28 wird deutlich, dass sich die Sensitivitäten innerhalb einer bestimmten Kombination von Betonstahl, Nutzung und Betonqualität für verschiedene Betonfestigkeiten nur wenig ändern. Typisch ist, dass bei kleinen Betonfestigkeiten je nach Kombination die Druckfestigkeit  $f_c$  noch einen gewissen Einfluss auf das Zuverlässigkeitsniveau  $\beta_{sys}$  hat [ $(\alpha_{fc})^2_{sys} < 10\%$  bei guter Betonqualität]. Ab einer mittleren Druckfestigkeit  $f_{cm} \approx 28 \text{ MN/m}^2$  hingegen beträgt der Einfluss der Druckfestigkeit  $(\alpha_{fc})^2_{sys} \leq 1\%$ . Für mittlere und hohe Druckfestigkeiten erweist sich damit die Streuung der Druckfestigkeit von deutlich untergeordneter Bedeutung und könnte in den Zuverlässigkeitsbetrachtungen des Systems praktisch vernachlässigt werden.

Dieser Verlauf der Sensitivität der Druckfestigkeit entspricht auch den Beobachtungen zum Einfluss der Qualität des Betons auf die Druckfestigkeit. In Abschnitt 7.2.4, Tabelle 7.17 wurde deutlich, dass sich die Zuverlässigkeit bei Verschlechterung der Betonqualität im Bereich mittlerer und höherer Druckfestigkeiten nicht nennenswert ändert. Für Druckfestigkeiten  $f_{cm} \leq 24 \text{ MN/m}^2$  hingegen ist mit zunehmender Streubreite der Druckfestigkeit  $\sigma_{fc}$  eine deutliche Verschlechterung von  $\beta_{sys}$  zu beobachten. Insofern sind auch in Bild 7.17 und den Tabellen 7.23 bis 7.28 im Bereich der kritischen Druckfestigkeiten größere  $(\alpha_{fc})^2_{sys}$  zu beobachten. Demgegenüber lässt sich ein leichter Anstieg der Sensitivität der Streckgrenze des Betonstahls mit zunehmender Druckfestigkeit beobachten (in Bild 7.17  $(\alpha_{fy})^2 = 23 \dots 27\%$ ) und ein gleichzeitiger abnehmender Einfluss der streuenden Nutzhöhe zur oberen Bewehrung  $d_{oben}$  (in Bild 7.17  $(\alpha_{fy})^2 = 20 \dots 15\%$ ). Die Bedeutung der Nutzhöhe zur unteren Bewehrung  $d_{unten}$  kann mit wachsender Druckfestigkeit leicht zunehmen, insgesamt bleibt jedoch auf Systemebene stets  $(\alpha_{fy})^2 \leq 1\%$ . Die Streuung der Nutzhöhe  $d_{unten}$  ist also insgesamt kaum von Bedeutung – im Gegensatz zur Streuung von  $d_{oben}$ , die für das schlanke Bauteil erheblichen Einfluss haben kann.

Die Sensitivitäten aller anderen Variablen bleiben innerhalb einer Betonstahl-Nutzungs-Kombination im Verlauf der Druckfestigkeiten nahezu konstant. Über mehrere Druckfestigkeitsbereiche gültige Teilsicherheitsbeiwerte entsprechen also durchaus den zu beobachtenden Sensitivitätsverläufen. Für Beton und Stahl wären allenfalls im Bereich kleiner Druckfestigkeiten besondere Überlegungen notwendig, insbesondere für große Streuwerte der Druckfestigkeit. Je schlechter die Qualität des Betons (Anstieg der Streckgrenze  $\sigma_{fc}$ ), desto größer werden auch die zugehörigen Sensitivitäten  $\alpha_{fc}$ . Das gilt besonders im Bereich der kleinen Druckfestigkeiten, wo für große Standardabweichungen die Sensitivität der Druckfestigkeit  $(\alpha_{fc})^2$  deutlich über das hier dargestellte Niveau ansteigt. In der praktischen Auswertung in Kapitel 9 werden modifizierte Materialbeiwerte  $\gamma_c$  und  $\gamma_s$  in Abhängigkeit von der Betonqualität hergeleitet. Bei guter Betonqualität sind die modifizierten Beiwerte über alle Druckfestigkeitsbereiche gültig, während die Werte für schlechte Betonqualität erst ab einer mittleren Druckfestigkeit von  $f_{cm} = 28 \text{ MN/m}^2$  anwendbar sind.

Tabelle 7.23: Verlauf der Sensitivitäten  $\alpha^2$  über  $f_c$  (Bezug  $\beta_{sys}$ , B220,  $\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2$ )

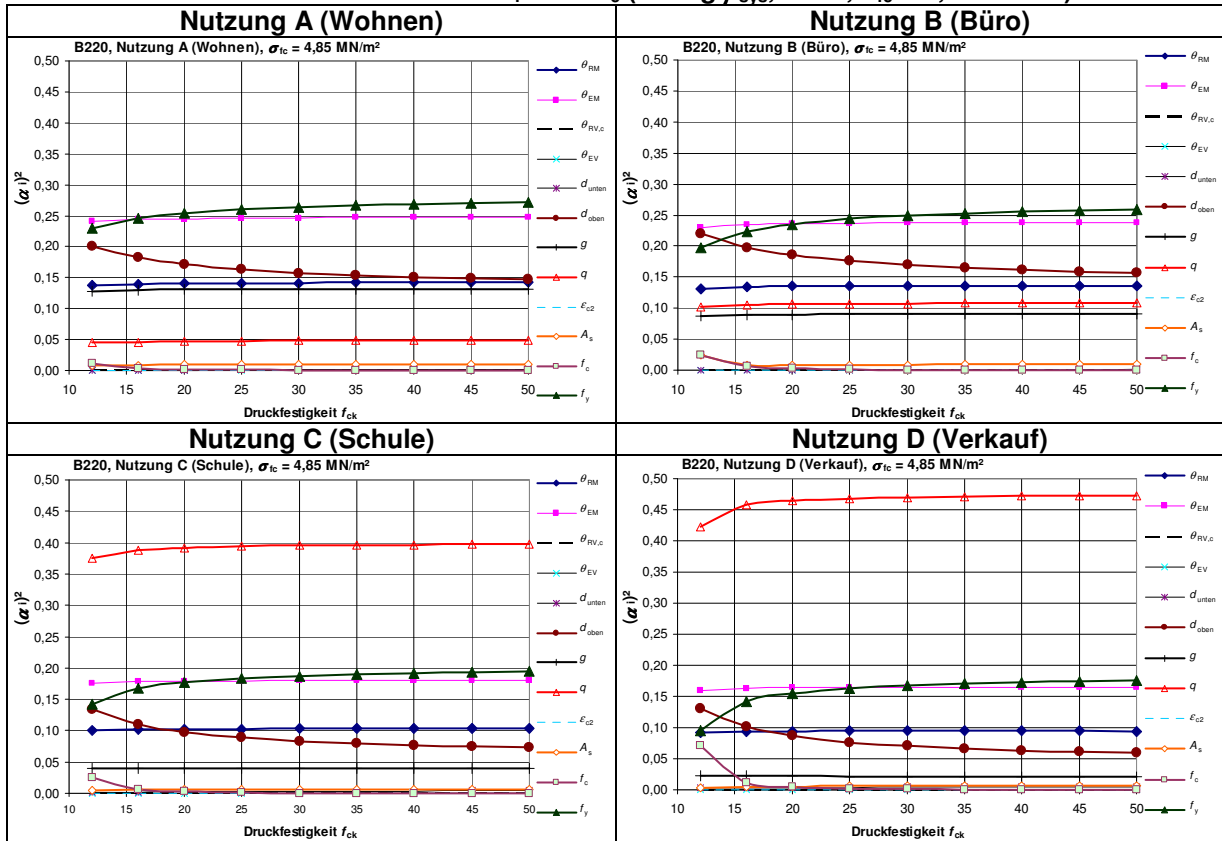


Tabelle 7.24: Prozentuale Verteilung der Sensitivitäten  $\alpha^2$  (Bezug  $\beta_{sys}$ , B220,  $\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2$ )

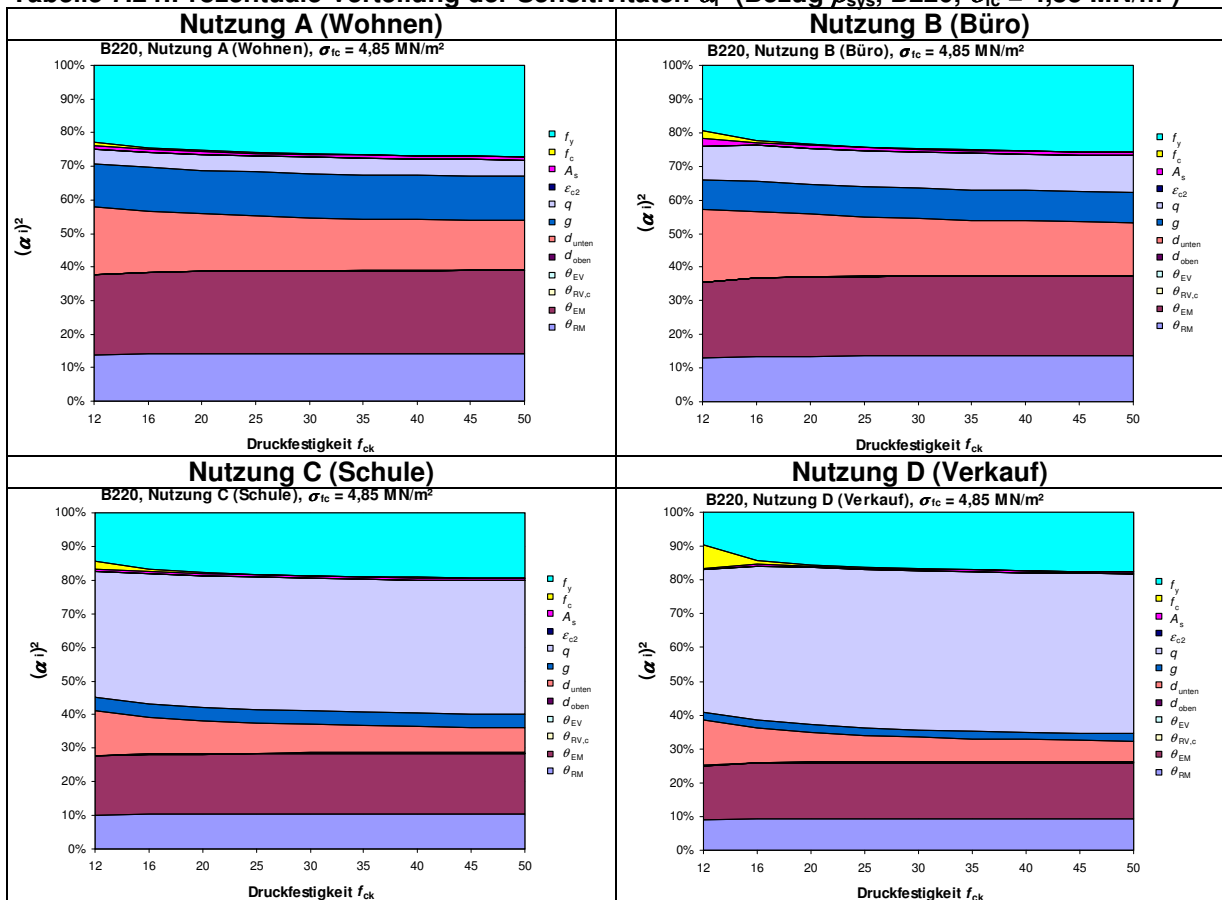


Tabelle 7.25: Verlauf der Sensitivitäten  $\alpha_i^2$  über  $f_{ck}$  (Bezug  $\beta_{SYS}$ , B420,  $\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2$ )

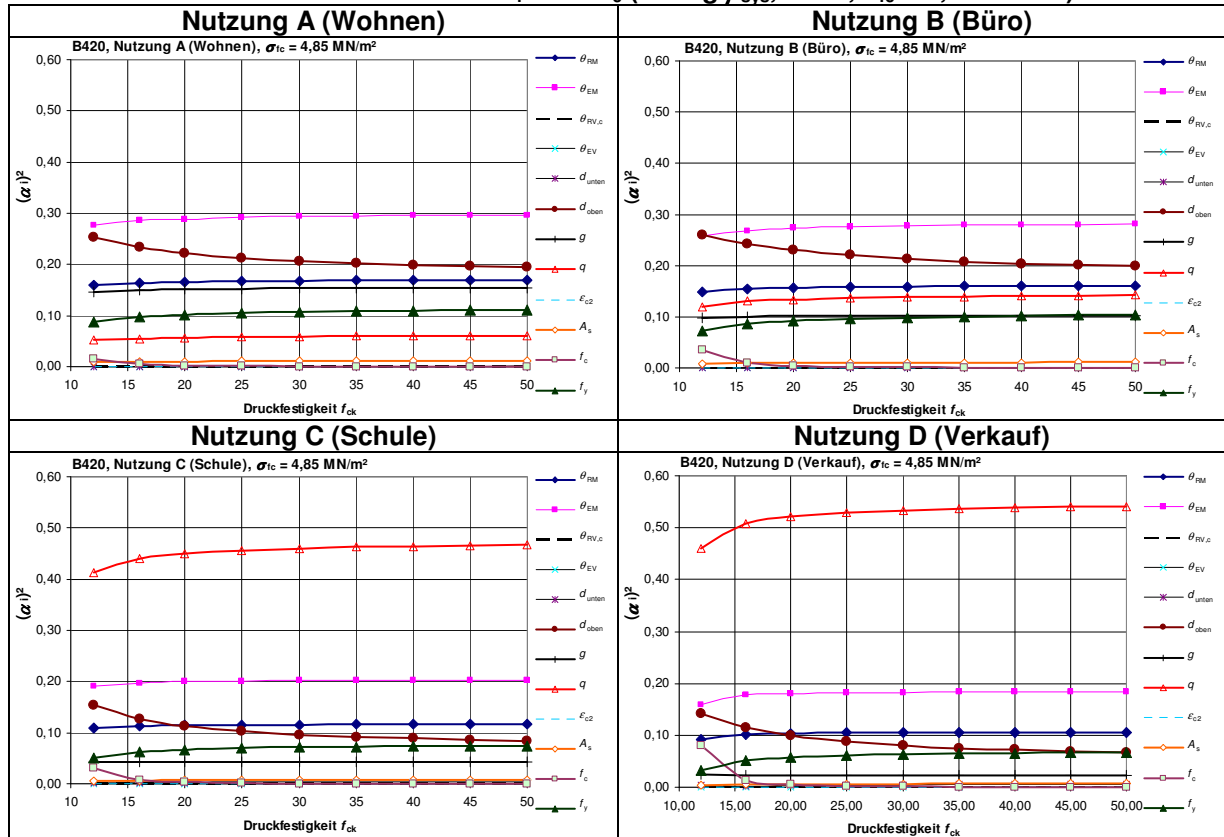


Tabelle 7.26: Prozentuale Verteilung der Sensitivitäten  $\alpha_i^2$  (Bezug  $\beta_{SYS}$ , B420,  $\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2$ )

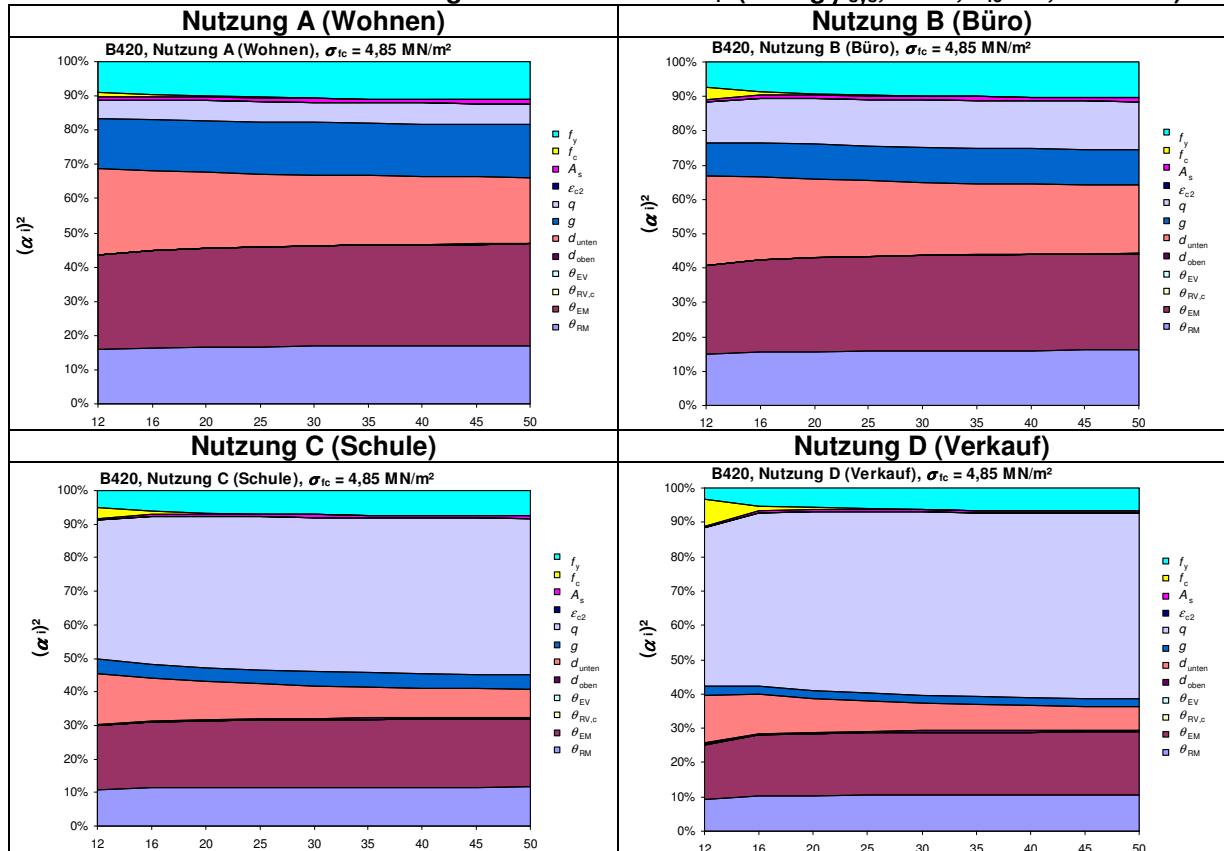


Tabelle 7.27: Verlauf der Sensitivitäten  $\alpha_i^2$  über  $f_c$  (Bezug  $\beta_{\text{SYS}}$ , B500,  $\sigma_{f_c} = 4,85 \text{ MN/m}^2$ )

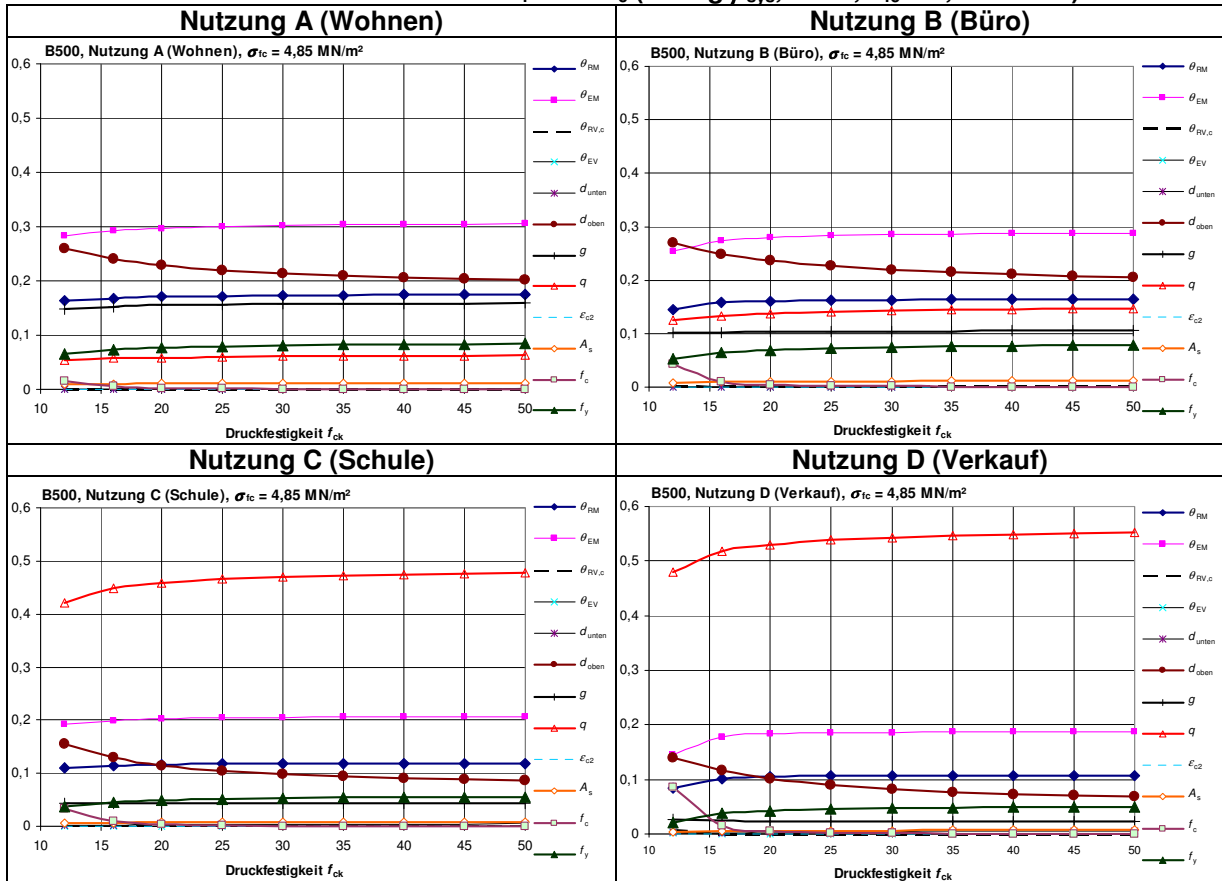
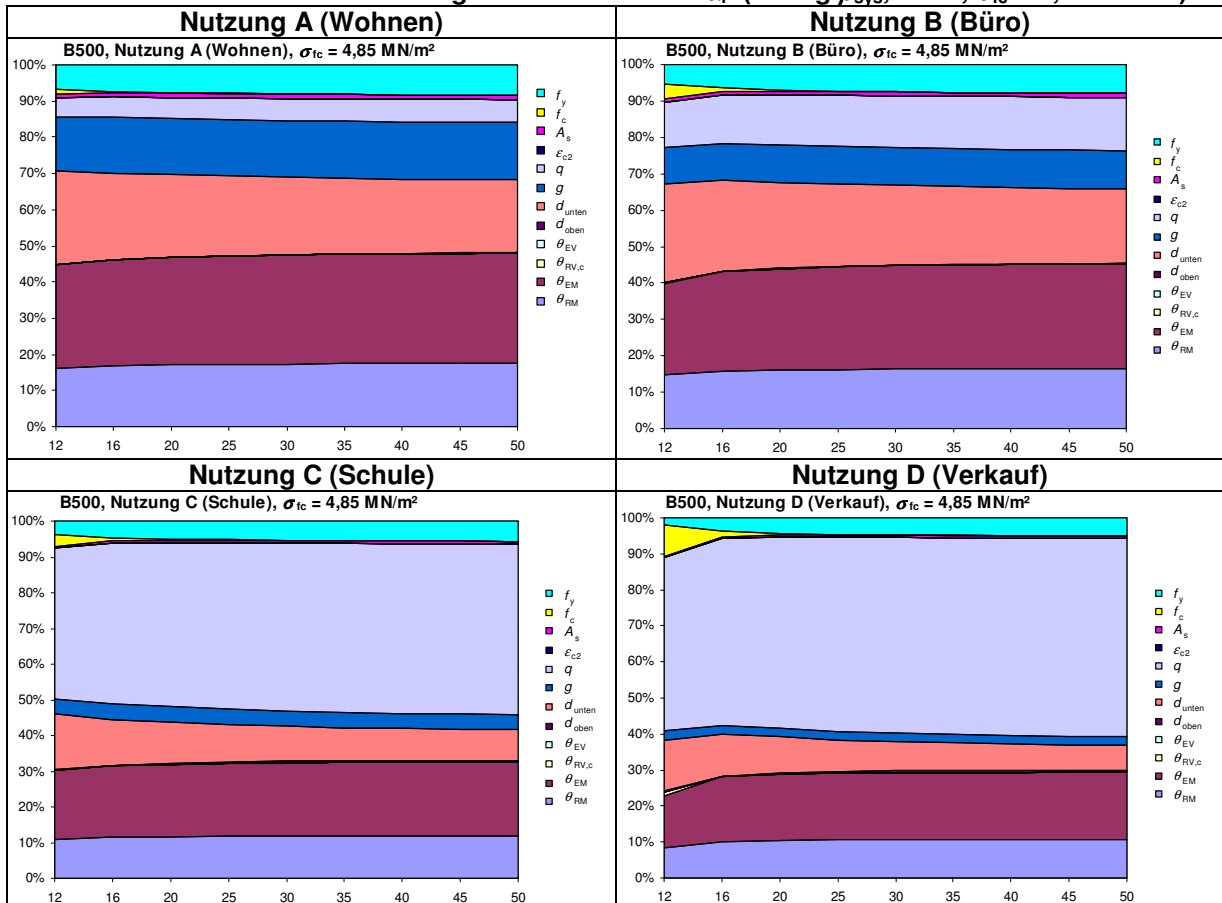


Tabelle 7.28: Prozentuale Verteilung der Sensitivitäten  $\alpha_i^2$  (Bezug  $\beta_{\text{SYS}}$ , B500,  $\sigma_{f_c} = 4,85 \text{ MN/m}^2$ )

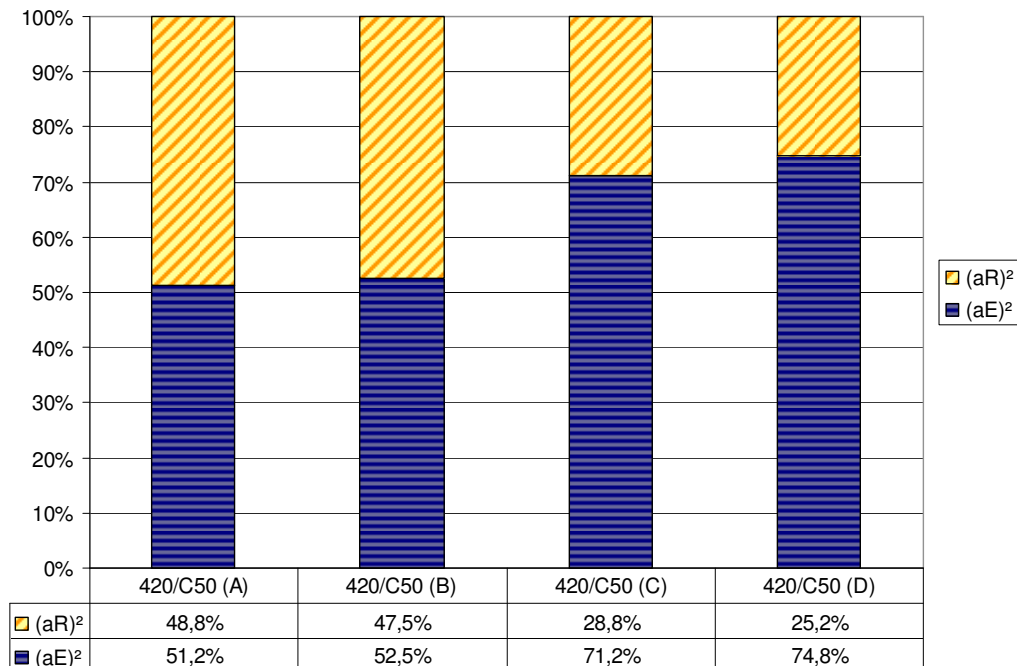


### 7.3.3 Sensitivitäten in Abhängigkeit von der Nutzungskategorie

Der Vergleich der Nutzungskategorien in den vorangegangenen Darstellungen zeigt einen deutlichen Anstieg der Sensitivitäten  $\alpha_q$  mit zunehmender Höhe der Nutzlast  $\mu_q$  von Kategorie A bis D. Im Zuge dessen treten die Einflüsse der anderen Basisvariablen in den Hintergrund. Während die Quadrate der Sensitivitäten  $(\alpha_q)^2$  je nach Materialkombination in Nutzungsklasse A mit  $(\alpha_q)^2 = 4 \dots 6 \%$  noch sehr gering ausfallen, wächst der Einfluss der Nutzlast deutlich mit deren Höhe. In Nutzungsklasse D bewegen sich die  $(\alpha_q)^2$  je nach Materialkombination zwischen  $(\alpha_q)^2 = 43 \dots 54 \%$ . Die Systemwerte liegen dabei deutlich über den Sensitivitäten der Komponentenbewertung (vgl. Abschnitt 7.3.1).

Das stochastische Modell der Nutzlast (Extremwertverteilung und hohe Variationskoeffizienten im Vergleich mit den anderen Basisvariablen) erklärt den Anstieg der Sensitivitäten mit der Höhe der Nutzlast. Dass sich die Höhe der Nutzlast nicht direkt auf das erreichte Zuverlässigkeitsniveau  $\beta_{sys}$  auswirkt, wurde in Abschnitt 7.2.2 ausführlich diskutiert. Der mit der Höhe der Nutzlast größer angesetzte Längsbewehrungsgrad wirkt sich hier entscheidend aus. Die um den Einfluss der Längsbewehrung bereinigte bezogene Darstellung  $\beta_{sys}/\rho_l$  in Abschnitt 7.2.3 zeigt jedoch, dass sich im Vergleich der Nutzungsklassen mit der Höhe der Nutzlast auch kleinere bezogene Zuverlässigkeiten  $\beta_{sys}/\rho_l$  einstellen. Ein Zusammenhang zwischen dem Anstieg der Sensitivitäten von Nutzung A bis D und dem Abfall des bezogenen Vergleichswertes  $\beta_{sys}/\rho_l$  wird deutlich.

Gleichzeitig geht im Vergleich der Nutzungskategorien der Einfluss der ständigen Lasten zurück, je nach Materialkombination sinken die  $(\alpha_g)^2$  von  $(\alpha_g)^2 = 13 \dots 16 \%$  in Klasse A auf  $(\alpha_g)^2 = 2 \dots 3 \%$  in Klasse D. Ebenso sinkt der Einfluss der Modellunsicherheiten der Biegetragfähigkeit und Momenteneinwirkung von  $(\alpha_{\theta RM})^2 = 13 \dots 18 \%$  und  $(\alpha_{\theta EM})^2 = 24 \dots 31 \%$  in Nutzungskategorie A auf  $(\alpha_{\theta RM})^2 = 8 \dots 11 \%$  und  $(\alpha_{\theta EM})^2 = 15 \dots 19 \%$  in Nutzung D. Der Einfluss des Stahlquerschnitts selbst bleibt nutzungsunabhängig auf niedrigem Niveau ( $(\alpha_{As})^2 = \leq 1 \dots 2 \%$ ), während der Anteil der streuenden Nutzhöhe  $d_{oben}$  ebenfalls nutzungsabhängig zurückgeht. Auch die Sensitivität der Streckgrenze sinkt im Verlauf der Nutzungsklassen zugunsten des Anstiegs der  $(\alpha_q)^2$ , jedoch sind hier die Differenzen der  $(\alpha_{fy})^2$  zwischen den Nutzungsklassen kleiner, als die Unterschiede zwischen den Stahlsorten.



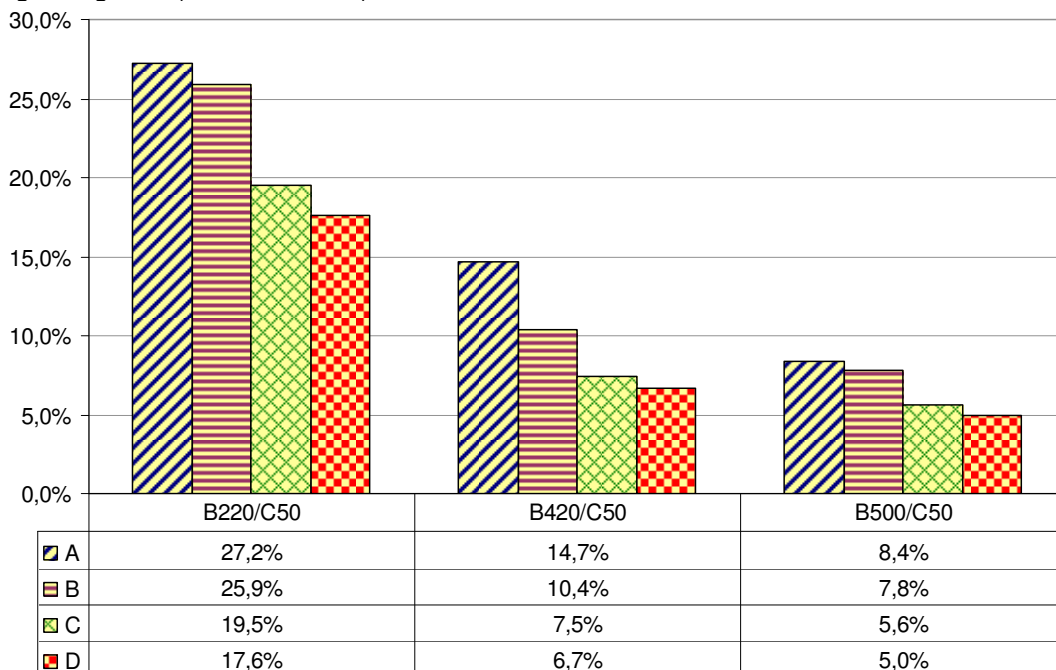
**Abb. 7.18: Zusammengefasste Wichtungsfaktoren  $(\alpha_E)^2$  und  $(\alpha_R)^2$  in Abhängigkeit von der Nutzungskategorie (Kombination B420/C50,  $\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2$ )**

Die Zusammenfassung der  $(\alpha_i)^2$  zu allgemeinen Wichtungsfaktoren für die Einwirkungsseite  $(\alpha_E)^2$  und die Widerstandsseite  $(\alpha_R)^2$  in Bild 7.18 ermöglicht einen einfachen Vergleich, welchen Einfluss Einwirkungs- und Widerstandsparameter auf das Zuverlässigkeitsniveau in Abhängigkeit von der Nutzung haben. Beispielhaft ist der Vergleich der Klassen A bis D für die Materialkombination B420/C50 dargestellt (Betonqualität mit  $\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2$ ), qualitativ gilt die Darstellung auch für alle anderen Kombinationen. Aus Bild 7.18 wird der zunehmende Einfluss der einwirkungsseitigen Parameter mit Anstieg der veränderlichen Last erkennbar, während der Einfluss der Widerstandsparameter zurückgeht.

Dem wachsenden Einfluss der Nutzlast über die Nutzungsklassen könnte durch nutzungsabhängige Teilsicherheitsbeiwerte der veränderlichen Last  $\gamma_Q$  Rechnung getragen werden. Allerdings wird ein solcher Ansatz hier nicht weiter verfolgt. Einerseits sind viele differenzierte Teilsicherheitsbeiwerte für die praktische Anwendung wenig geeignet und von den Normengremien in diesem Sinne auch nicht erwünscht. Andererseits sind die Einwirkungs-faktoren in [DIN EN 1990 (2010)] bauartübergreifend festgelegt. Entsprechend dem Ansatz in [Fischer, A. 2011] werden hier ebenfalls nur die materialseitigen Teilsicherheitsbeiwerte modifiziert, die einwirkungsseitigen Faktoren werden gemäß [DIN EN 1990 (2010)] beibehalten (Kapitel 9).

### 7.3.4) Sensitivitäten in Abhängigkeit von Stahlorte

Durch die hier vorgenommene stochastische Modellierung des Betonsstahls mit konstanter Standardabweichung  $\sigma_{fy} = 30 \text{ MN/m}^2$  ergibt sich für kleinere Stahlfestigkeiten eine größere prozentuale Streuung (Verhältnis der Variationskoeffizienten  $v_{220} > v_{420} > v_{500}$ ). Demgemäß sind für Materialkombinationen mit Betonstahl B220 auch größere Sensitivitäten der Streckgrenze des Betonstahls zu beobachten als für Betonstahl B500. Zwischen Betonstahl B500 und B220 ist ein Anstieg der  $(\alpha_{fy})^2$  um etwa den Faktor 3 zu beobachten. In Nutzungskategorie A ergeben sich je nach Betonfestigkeit die  $(\alpha_{fy})^2$  zwischen 7 und 8 % für Betonstahl 500, während sie für B220 zwischen 23 und 27 % liegen. In Nutzungsklasse D ergibt sich der Unterschied im vergleichbaren Verhältnis der Betonstahlsorten zueinander zu  $(\alpha_{fy})^2 = 2 \dots 5\%$  für Betonstahl B500 und  $(\alpha_{fy})^2 = 10 \dots 18\%$  für B220. Die Auswirkung auf die Zuverlässigkeit ist vor allem in der bezogenen Darstellung in Abschnitt 7.2.3 erkennbar. Für alle anderen Basisvariablen liegen die  $\alpha^2$  im Vergleich der Betonstahlsorten in vergleichbaren Größenordnungen, hier ergeben sich größere Unterschiede im Vergleich der Nutzungskategorien (Abschnitt 7.3.3).



**Abb. 7.19: Einfluss der Streckgrenze des Betonstahls  $(\alpha_{fy})^2$  für verschiedene Stahlorte und Nutzungskategorien (Kombinationen mit Beton C50,  $\sigma_{fc} = 4.85 \text{ MN/m}^2$ )**

Aus der Beobachtung eines größeren Einflusses der streuenden Streckgrenze auf die Zuverlässigkeit bei niedrigeren Stahlfestigkeiten ließe sich schließen, dass zwischen den Betonstahlsorten auch unterschiedliche Teilsicherheitsbeiwerte  $\gamma_S$  angebracht wären. Jedoch entspräche auch das nicht dem praktischen Bestreben nach möglichst wenigen verschiedenen Teilsicherheitsbeiwerten. In der praktischen Auswertung in Kapitel 9 ergeben sich in einer Optimierungsrechnung dann auch innerhalb einer Nutzung für alle drei untersuchten Betonstahlklassen die gleichen Teilsicherheitsbeiwerte. Die Unterschiede zwischen den Betonstahlsorten wirken sich in der Optimierungsrechnung wenig aus, größer sind demgegenüber die Differenzen zwischen den Nutzungskategorien.

#### 7.4) Einfluss der einzelnen Versagenselemente auf die Zuverlässigkeit $\beta_{\text{sys}}$

Aus der probabilistischen Berechnung des Systems ergeben sich auch die Sensitivitäten der Komponenten. Ähnlich wie die Sensitivitäten der Basisvariablen drücken sie den Einfluss eines bestimmten Versagenselements auf die Zuverlässigkeit des Systems aus. Im Bestand können sie einen Hinweis darauf liefern, an welchen Stellen die Überwachung des Bauzustands besonders wichtig ist. Im Zuge der Zuverlässigkeitsberechnung der durchlaufenden Platte wurden für jede Material-Nutzungs-Kombination auch die Sensitivitäten der Versagenselemente ermittelt. Hierüber lassen sich kritische Elemente identifizieren. Für die betrachtete Platte ergibt sich eindeutig ein dominanter Einfluss des Biegezugversagens. Querkraftversagen tritt demgegenüber deutlich in den Hintergrund.

Das lässt sich bereits an einer isolierten Betrachtung der Elementzuverlässigkeiten erkennen. Für den Querkraftwiderstand von Bauteilen ohne Querkraftbewehrung  $V_{R,c}$  bzw.  $V_{Rc,min}$  ergeben sich im Vergleich zum Biegezugwiderstand deutlich geringere Versagenswahrscheinlichkeiten und damit höhere Elementzuverlässigkeiten. Die geringste Elementzuverlässigkeit ergibt sich in der Einzelbetrachtung der Elemente des Erstversagens stets für das Biegezugversagen über der Stütze (Grenzzustand (140), s. Abschnitt 7.2.2.3, Tabelle 7.12), gefolgt vom Biegezugversagen im Feld (Grenzzustand (120)). Die Zuverlässigkeiten der Querkraftelemente (130) und (110) fallen deutlich höher aus. Eine entsprechende Bewertung der Versagenselemente ergibt sich auch im Systemzusammenhang.

Tabelle 7.29 zeigt die Sensitivitäten der Versagenselemente im Systemzusammenhang für Materialkombinationen mit Betonstahl B220 für alle vier Nutzungskategorien. Dargestellt sind die prozentualen Anteile der Quadrate der Komponentensensitivitäten  $(\alpha_{(GZ)})^2$  jeweils für eine Kombination mit der niedrigsten und der höchsten betrachteten Betonfestigkeit. Im Verlauf der Druckfestigkeiten ist eine stetige Entwicklung zwischen diesen beiden Randwerten erkennbar. In den Darstellungen erscheinen Elemente mit Sensitivitäten  $(\alpha_{(GZ)})^2 < 1\%$  mit dem Wert Null, andere Elemente mit Sensitivitäten  $(\alpha_{(GZ)})^2 \approx 0$  werden in den Diagrammen nicht aufgeführt.

Erkennbar ist der maßgebliche Einfluss des Versagenselements (140) für das Erstversagen der Biegetragfähigkeit an der Innenstütze, gefolgt von Versagenselement (242) für das Zweitversagen der Biegetragfähigkeit im Feld. In Materialkombinationen mit der niedrigsten Druckfestigkeit haben andere Versagenselemente kaum nennenswerten Einfluss. Je nach Nutzungsklasse ergeben sich für das Biegeversagen im Feld (Grenzzustand (120)) gefolgt vom Biegeversagen an der Stütze (Grenzzustand (224)) oder im Nachbarfeld (Grenzzustand 226) Sensitivitäten im Bereich  $(\alpha_{(GZ)})^2 = 0 \dots 1\%$ . Je nach Nutzungsklasse kann der Einfluss der letztgenannten Elemente mit Anstieg der Druckfestigkeit zunehmen. So wächst beispielsweise in Nutzungsklasse D der Einfluss des Erstversagens (120) von  $(\alpha_{(120)})^2 = 1\%$  für C12 auf  $(\alpha_{(120)})^2 = 11\%$  für C50. Entsprechend steigt im Verlauf der Druckfestigkeit auch der Einfluss des zugehörigen Zweitversagens (224) von  $(\alpha_{(224)})^2 = 0\%$  auf  $(\alpha_{(224)})^2 = 7\%$ . Im gleichen Maße geht der Einfluss der Elemente (140) und (242) im Verlauf der Druckfestigkeiten zurück. Prinzipiell ähnlich ist der Wechsel der Einflüsse  $(\alpha_{(GZ)})^2$  im Verlauf der Druckfestigkeiten für Nutzungsklasse C zu werten, während für die Nutzungen A und B stets die Elemente (140) und (242) dominieren. Die  $(\alpha_{(GZ)})^2$  liegen je nach Kombination mit  $(\alpha_{(140)})^2 = 56 \dots 59\%$  und  $(\alpha_{(242)})^2 = 41 \dots 42\%$  stets in der gleichen Größenordnung.

Die Zusammenstellung in Tabelle 7.29 bezieht sich ausschließlich auf Kombinationen mit Betonstahl B220. Ein Vergleich der Sensitivitäten  $(\alpha_{(GZ)})^2$  bei Ansatz verschiedener Betonstahlsorten ergibt keine nennenswerten Unterschiede. Die der Tabelle 7.29 entsprechenden Ergebnisse für Betonstahl B420 und B500 sind zur Vollständigkeit im Anhang aufgeführt (Anhang B, Tabellen B.3 und B.4). Für die höchste Nutzlastkategorie kann sich bei niedrigen Betonfestigkeiten ein gewisser Einfluss des Querkraftversagens ergeben – insbesondere für schlechtere Betonqualitäten. Mit  $(\alpha_{(130)})^2 \leq 1\%$  bleibt der Einfluss im Ganzen jedoch vernachlässigbar klein.

Insgesamt ergibt sich also über alle Material-Nutzungs-Kombinationen hinweg das Biegezugversagen als dominant – insbesondere das Biegezugversagen über der ersten Innenstütze. Hieran wird der Zusammenhang zur Beobachtung in Abschnitt 7.2 deutlich, wo die Höhe des vorhandenen Bewehrungsgrades  $\rho$  als maßgeblich für die Höhe des erreichten Zuverlässigkeitsniveaus identifiziert wurde. Die Kenntnis um die Dominanz des Biegezugversagens und den Einfluss der Längsbewehrung auf  $\beta_{\text{sys}}$  stützt den in Kapitel 9 verfolgten Ansatz zur Ermittlung modifizierter Teilsicherheitsbeiwerte. Dort werden am Zielniveau der Zuverlässigkeit  $\beta_{\text{Ziel}}$  ausgerichtete optimale Längsbewehrungsgrade  $\rho_{\text{Ziel}}$  ermittelt, für die in einer Optimierungsrechnung ein passender Vektor materialeitiger Teilsicherheitsbeiwerte  $\gamma_C$  und  $\gamma_S$  bestimmt wird. Bei einer Bemessung mit den so ermittelten Beiwerten würde sich ein Bewehrungsgrad ergeben, der knapp über dem an  $\beta_{\text{Ziel}}$  ausgerichteten Wert  $\rho_{\text{Ziel}}$  liegt. In der probabilistischen Bewertung entspräche das einer knapp über dem Zielwert liegenden Systemzuverlässigkeit  $\beta_{\text{sys}}$ .



Tabelle 7.29: Sensitivitäten  $(\alpha_{(GZ)})^2$  der Versagenselemente (B220,  $\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2$ )

	B220/C12	B220/C50
<b>A (Wohnen)</b>	<p>B220/C12, Nutzung A (Wohnen), <math>\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2</math></p> <p>(120) 0%</p> <p>(242) 41%</p> <p>(140) 58%</p> <p>(226) 0%</p>	<p>B220/C50, Nutzung A (Wohnen), <math>\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2</math></p> <p>(120) 1%</p> <p>(242) 42%</p> <p>(140) 56%</p> <p>(226) 1%</p>
<b>B (Büro)</b>	<p>B220/C12, Nutzung B (Büro), <math>\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2</math></p> <p>(120) 0%</p> <p>(242) 41%</p> <p>(140) 59%</p> <p>(224) 0%</p>	<p>B220/C50, Nutzung B (Büro), <math>\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2</math></p> <p>(120) 1%</p> <p>(242) 42%</p> <p>(140) 57%</p> <p>(224) 1%</p>
<b>C (Schule)</b>	<p>B220/C12, Nutzung C (Schule), <math>\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2</math></p> <p>(120) 1%</p> <p>(242) 42%</p> <p>(140) 56%</p> <p>(224) 1%</p>	<p>B220/C50, Nutzung C (Schule), <math>\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2</math></p> <p>(120) 8%</p> <p>(242) 38%</p> <p>(140) 48%</p> <p>(224) 5%</p>
<b>D (Verkauf)</b>	<p>B220/C12, Nutzung D (Verkauf), <math>\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2</math></p> <p>(120) 1%</p> <p>(242) 43%</p> <p>(140) 56%</p> <p>(224) 0%</p>	<p>B220/C50, Nutzung D (Verkauf), <math>\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2</math></p> <p>(120) 11%</p> <p>(242) 37%</p> <p>(140) 45%</p> <p>(226) 0%</p> <p>(224) 7%</p>

### 7.5) Zusammenfassung

In diesem Abschnitt werden die Beobachtungen des Kapitels 7 noch einmal zusammengefasst und erste Schlüsse gezogen. Eine praktische Auswertung der Erkenntnisse erfolgt dann in Kapitel 9:

- Höhe und Streuung *Nutzlast* tragen entscheidend zur erreichten Zuverlässigkeit bei.
- Für Nutzungskategorie A kann für alle Stahlsorten und Betonqualitäten das geforderte Zuverlässigkeitsniveau unterschritten werden. Bemessung bzw. Nachweis mit den Teilsicherheitsbeiwerten der Eurocodes garantieren hier also nicht die geforderte Sicherheit nach [DIN EN 1990 (2010)]. Hier wäre eine Erhöhung der Teilsicherheitsbeiwerte erforderlich (Kapitel 9).
- Für Nutzungskategorie B, C und D liegen in allen Material-Nutzungs-Kombinationen die Systemzuverlässigkeiten über dem geforderten Niveau. Es bestehen also Reserven, die in der Nachrechnung durch geänderte Teilsicherheitsbeiwerte berücksichtigt werden könnten (Kapitel 9). Die Zuverlässigkeitsreserven lassen sich auch bei Laststeigerung aus Umnutzung bestehender Objekte ausnutzen (Kapitel 9).
- Die *Qualität des Betons* hat im Bereich mittlerer und hoher Festigkeiten nur geringen Einfluss auf die erreichte Zuverlässigkeit, wirkt sich jedoch ganz entscheidend im Bereich kleiner Druckfestigkeiten aus. Für mittlere Festigkeiten  $f_{cm} \leq 24 \text{ MN/m}^2$  mit einer Streuung von  $\sigma_{fc} \geq 8 \text{ MN/m}^2$  ist entweder ein deutlicher Abfall des Zuverlässigkeitsniveaus zu beobachten oder aber die sichere Bewertung nicht mehr möglich.
- Die verwendete *Stahlsorte* beeinflusst zwar das erreichte Zuverlässigkeitsniveau, im Vergleich zu anderen Basisvariablen fällt der Einfluss der Stahlsorte selbst eher gering aus. Zwischen den Stahlsorten bestehen eher geringe Zuverlässigkeitsdifferenzen.
- Insgesamt ist das *Biegezugversagen* über der Stütze ein entscheidendes Versagenselement des Systems, die Querkraftelemente haben nur einen sehr geringen bis vernachlässigbaren Einfluss auf die Systemzuverlässigkeit.
- Als entscheidende Größe für den Verlauf der Systemzuverlässigkeit erweist sich der *Längsbewehrungsgrad*. Die Sicherheit des Systems lässt sich also auch über den Grad der Längsbewehrung steuern.
- Den größten Einfluss auf die Systemzuverlässigkeit haben die Elemente des *Biegezugversagens* - insbesondere die Wahrscheinlichkeit für das Versagen der Biegebewehrung über der Innenstütze. Querkraftversagen spielt für die Platte eine deutlich untergeordnete Rolle.
- Das *Identifizieren von Systemreserven* kann über den Bewehrungsgrad erfolgen, indem der vorhandene Bewehrungsgrad einer Platte mit dem zuverlässigkeitstheoretisch optimalen Bewehrungsgrad verglichen wird. Hieraus lassen sich an der Zielgröße optimierte Teilsicherheitsbeiwerte entwickeln. Hierüber ließe sich die Nachweisführung bestehender Objekte besser am Zielniveau ausrichten, vorhandene Systemreserven könnten für evtl. gewünschte Nutzlaststeigerungen ausgenutzt werden (Kapitel 9).

## **Kapitel 8) Systemzuverlässigkeit des Balkens**

### **8.1) Festlegungen zur probabilistischen Berechnung**

#### **8.1.1) Zur Festlegung der Querschnittswerte**

Die Vorgehensweise zur Bestimmung der Systemzuverlässigkeit wurde bereits in Kapitel 7 anhand der untersuchten Platte erläutert. Dieses Kapitel enthält ergänzend die Ergebnisse für den Modellbalken, bezüglich der Hintergründe erfolgen Querverweise auf die Darstellungen in Kapitel 7.

#### ***Deterministische Vorberechnung***

Für die probabilistische Bewertung der Systemzuverlässigkeit sind zunächst Festlegungen zur Größe sämtlicher verwendeter Basiswerte nötig. Entsprechend der in Kapitel 7 für die Platte beschriebenen Vorgehensweise werden auch für den Balken in einer deterministischen Vorberechnung Querschnittswerte für die erste probabilistische Bewertung bestimmt. Die Festlegung der erforderlichen Querschnittswerte erfolgt auf Grundlage von [DIN EN 1992-1-1 (2011)] für jede Material- und Nutzungskombination. Diese Vorberechnung soll realistische Größenverhältnisse der Versagenselemente zueinander innerhalb des Systems sicherstellen.

Mit den deterministisch bestimmten Ausgangswerten wird zu Anfang ein einheitlicher Bewertungsmaßstab für das grundsätzliche Systemverhalten geschaffen. Hiermit werden zunächst nur die mit den derzeitigen Bemessungsregeln unter Ansatz der stochastischen Modelle nach Kapitel 6 erreichten Systemzuverlässigkeiten bewertet und Vergleiche zwischen den Material-Nutzungs-Qualitäts-Kombinationen ermöglicht. Wie bei der Platte werden aus den auf dieser Grundlage vorgenommenen probabilistischen Bewertungen für den Balken Modifikationen der derzeitigen Bemessung entwickelt, die sich am zu erreichenden Zielwert der Zuverlässigkeit ausrichten. Dem Ansatz in Kapitel 7 entsprechend werden in der Erstbewertung die Differenzen zwischen durch die Vorberechnung festgelegten Bewehrungsgraden und den im Bestand tatsächlich vorhandenen im Rahmen der praktischen Auswertung in Kapitel 9 ausgeglichen.

#### ***Zur Festlegung der Abmessungen***

Im Gegensatz zur Platte erfolgt keine Festlegung der Abmessungen anhand eines Schlankheitskriteriums. Wichtig war das Schaffen einheitlicher Randbedingungen als Vergleichsmaßstab für alle Material-Nutzungs-Kombinationen. Die Balkenhöhe ergab sich vor allem aus Vorberechnungen zum Vergleichswert der erforderlichen Längsbewehrung. Die Vorberechnung erfolgt für volle Querschnittsauslastung gemäß Nachweisführung nach [DIN EN 1992-1-1 (2011)] bei gleichen Rahmenbedingungen auf der Einwirkungsseite (Stützweiten, Eigen- und Nutzlasten, Verhältnismerte der Lasten). Materialkombinationen mit besonders geringen Festigkeiten (z. B. Extremfall: B220/C12) erforderten unter der Bedingung, dass keine Druckbewehrung angeordnet werden soll, insbesondere in den höheren Nutzlastkategorien sehr große Nutzhöhen und hohe Bewehrungsgrade. Die Festlegung der Balkenhöhe ergab sich also aus den Erfordernissen der schlechtesten Materialkombination in der höchsten Nutzlastkategorie, so dass die Bemessung des Querschnitts noch ohne Druckbewehrung möglich war (s. Bild 8.1).

Aus den konstant gehaltenen äußeren Randbedingungen ergeben sich hier große Differenzen der erforderlichen Bewehrungsgrade zwischen Materialkombinationen mit geringen Festigkeiten und den höherwertigen Kombinationen. Kombinationen niedriger Festigkeiten gehen mit vergleichsweise hohen Bewehrungsgraden in die probabilistische Berechnung ein. Das hat erkennbaren Einfluss auf die Ergebnisse (s. Diskussion in Abschnitt 8.2.2; vgl. dazu Abschnitt 7.2.2 zur Bedeutung der Längsbewehrung für die Zuverlässigkeit der Platte). Ziel der deterministischen Vorberechnungen ist nicht das Imaginieren „realer“ Bewehrungsgrade, sondern die Festlegung einheitlicher Maßstäbe für die Erstbewertung (Erfassen wesentlicher Einflüsse auf die Systemzuverlässigkeit, Ermitteln der Sensitivitäten, Erkennen der maßgeblichen Versagenszustände etc.). Eine Anpassung an die realen Verhältnisse erfolgt durch die praktische Auswertung in Kapitel 9 im Rahmen der Bestimmung optimierter Teilsicherheitsbeiwerte. Die äußeren Bedingungen des Balkens werden bewusst gleich gehalten, da das Ziel der Untersuchung letztlich Auswertungen im Hinblick auf eine gewünschte Steigerung der Nutzlast unter gegebenen Randbedingungen eines bestehenden Gebäudes sind.

#### ***Zur Berücksichtigung von Vouten***

Vereinfachend wurde der Balken mit gleichen Nutzhöhen in Feld- und Stützbereich modelliert, um eine einfache Kopplung der Bewehrungsgrade an verschiedenen Stellen des Trägers an die jeweiligen Schnittkraftverhältnisse zu ermöglichen. Diese Modellierung mit konstanter Nutzhöhe vernachlässigt zwar die im Bestand auch anzutreffende Ausführung mit Vouten, jedoch werden die Ergebnisse der probabilistischen Berechnung hierdurch nicht verfälscht.

Entscheidend für die Systemzuverlässigkeit erweist sich bei Modellierung mit konstanter Nutzhöhe das Zugstrebenversagen in Abhängigkeit vom Querkraftbewehrungsgrad  $\rho_{sw}$ . Biegeversagen wird nur maßgebend, wenn sich mit sehr kleinen Längsbewehrungsgraden höhere Versagenswahrscheinlichkeiten als für die Querkraftelemente ergäben. Eine Modellierung mit unterschiedlichen Nutzhöhen  $d_{feld} < d_{stütz}$  ergibt in der deterministischen Vorberechnung das Verhältnis der Längsbewehrungsgrade  $\rho_t > \rho_{st}$ . Damit ergibt sich in der probabilistischen Berechnung die Wahrscheinlichkeit für das Biegeversagen im Feld kleiner als an der Stütze. Die Wahrscheinlichkeit des Biegeversagens an der Stütze ist wiederum kleiner als die Wahrscheinlichkeit eines Zugstrebenversagens. Damit entsprechen die Relationen der Elementzuverlässigkeiten exakt den Verhältnissen bei Modellierung mit gleicher Nutzhöhe.

Eine punktuelle Berechnung der Zuverlässigkeiten bei Modellierung mit unterschiedlichen Nutzhöhen ergab auf Grundlage der zugehörigen deterministischen Vorberechnung keine nennenswerten Unterschiede zur Berechnung mit konstanter Nutzhöhe. Die hier vorgestellten Ergebnisse sind also auch auf Systeme mit Vouten übertragbar.

### 8.1.2) Deterministische Bemessung des Balkens gemäß EC2

#### Abmessungen

Die probabilistische Bewertung wird für einen Balken mit Rechteckquerschnitt ohne Druckbewehrung durchgeführt. Die Systemmaße und Betonquerschnittswerte wurden wie folgt festgelegt:

- Querschnitt: Rechteck
- Stützweite  $l = 6,00 \text{ m}$   $l/d = 8$
- Balkenhöhe  $h = 80 \text{ cm}$  Nutzhöhe  $d = 75 \text{ cm}$  (Innenraum)
- Stegbreite  $b = 40 \text{ cm}$
- Gurt  $b = 40 \text{ cm}$  (Rechteckbalken)

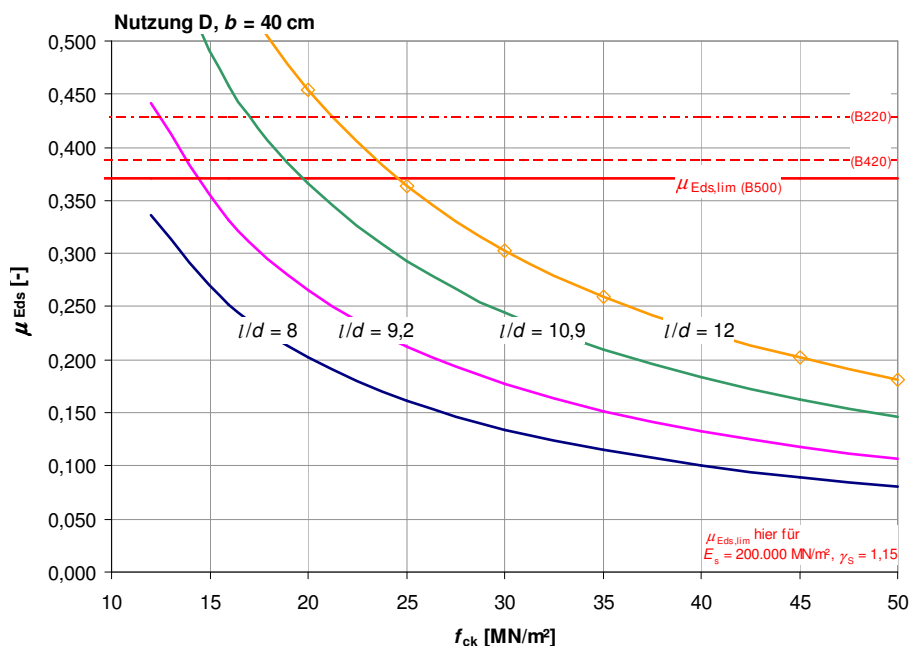


Abb. 8.1: Bezogenes Moment  $\mu_{Eds}$  für verschiedene Balkenabmessungen in Abhängigkeit von der Druckfestigkeit  $f_{ck}$  und Schlankheit  $l/d$  (Nutzung D, Druckzonenbreite  $b = 40 \text{ cm}$ )

#### Ständige Lasten

Für den Ansatz der ständigen Lasten sind Annahmen zur Balkenauflast zu treffen. Hierzu wird eine Beanspruchung aus einer durchlaufenden Platte gemäß Kapitel 6 bzw. 7 unterstellt. Aus Platteneigen- und Ausbaulast ergibt sich mit der unterstellten Plattenstützweite der ständige Anteil der Auflast  $g_{k,Auflast}$ . Die Eigenlast des Balkens ergibt sich aus den gewählten Abmessungen des Balkens zu  $g_{k,Balken}$ . Alle ständigen Lastanteile werden zu einem Lastwert  $g_k$  zusammengefasst. In der probabilistischen Berechnung wird der unterschiedlichen Charakteristik von Eigen- und Ausbaulasten durch einen an der Ausbaulast ausgerichteten höheren Variationskoeffizienten Rechnung getragen.

- ständiger Lastanteil Auflast  $g_{k,Auflast} = 34,45 \text{ kN/m}$
- Eigenlast des Balkens  $g_{k,Balken} = 8,00 \text{ kN/m}$
- ständige Last Gesamt  $g_k = 42,45 \text{ kN/m}$

### Veränderliche Lasten

Die Bewertung soll erneut für die vier Nutzungsklassen A bis D mit nutzungsabhängigen Variationskoeffizienten erfolgen. Hierzu wird eine Beanspruchung des Balkens durch eine durchlaufende Platte gemäß Kapitel 7 mit den dort verwendeten Plattennutzlasten unterstellt. In den Klassen B bis D sind dabei wieder Anteile aus leichten Trennwänden auf der Platte enthalten: Bei der stochastischen Modellierung der Balkennutzlast muss wieder mittels Gaußscher Fehlerfortpflanzung ein gemeinsamer Variationskoeffizient aus Nutzlastanteilen und Trennwandzuschlag berücksichtigt werden (s. Abschnitt 6.2.2.2). Umgerechnet auf den Balken ergeben sich die in Tabelle 8.1 zusammengestellten Nutzlasten für die deterministische Vorberechnung.

**Tabelle 8.1: Nutzlasten der deterministischen Vorberechnung des Balkens (charakteristisch)**

Nutzungskategorien gemäß [DIN EN 1991-1-1 (2010)]			Nutzlast-Anteil	TW-Anteil	veränderliche Last gesamt	Lastverhältnis	
			$q_{k,Auflast}$	$\Delta q_{k,Auflast}$	$q_k$	$\frac{g_k}{g_k + q_k}$	$\frac{g_d}{g_d + q_d}$ <sup>1)</sup>
<b>A</b>	Wohn- und Aufenthaltsräume	A2	9,19 kN/m	--	9,19 kN/m	0,973	0,950
<b>B</b>	Büroflächen	B1	12,25 kN/m	7,35 kN/m	19,60 kN/m	0,785	0,755
<b>C</b>	Versammlungsräume (hier: Schule)	C1	18,38 kN/m	7,35 kN/m	25,73 kN/m	0,705	0,673
<b>D</b>	Verkaufsräume	D2	30,62 kN/m	7,35 kN/m	37,97 kN/m	0,586	0,554
						<sup>1)</sup> mit $\gamma_G = 1,35$ und $\gamma_Q = 1,50$	

### Momenten- und Querkraftverhältnisse

Das Verhältnis zwischen Feld- und Stützmoment wird wie bei der Platte über den Verhältniswert  $M_{Verh}$  ausgedrückt, der in der probabilistischen Berechnung gleichzeitig das Verhältnis zwischen Feld- und Stützbewehrung steuert. Es wird unterstellt, dass das Verhältnis der Längsbewehrungsgrade  $\rho_{feld} : \rho_{stütz}$  dem Verhältnis der Bemessungsmomente  $M_{Verh} = M_{feld} : M_{stütz}$  entspricht. Die für den Balken gültigen Verhältniswerte  $M_{Verh}$  sind in Tabelle 8.2 zusammengestellt. Vereinfachend werden darin die Momentenverhältnisse gemäß linear elastischer Schnittkraftermittlung ohne weitere Abminderung (Ausrundung oder Anschnittmomente) angesetzt (vgl. Abschnitt 7.1.1).

**Tabelle 8.2: Verhältniswerte der Stütz- und Feldmomente (Bemessungswerte,  $\gamma_G = 1,35$ ,  $\gamma_Q = 1,50$ )**

ständige Last $g_k = 42,45$ kN/m		Nutzlast $q_k$	Verhältnis der Bemessungsmomente	
Nutzung			$M_{stütz} : M_{feld}$	$M_{feld} : M_{stütz}$
<b>A</b>	Wohn- und Aufenthaltsräume	9,19 kN/m	1,666	0,600
<b>B</b>	Büroflächen	19,60 kN/m	1,586	0,630
<b>C</b>	Versammlungsräume (hier: Schule)	25,73 kN/m	1,553	0,644
<b>D</b>	Verkaufsräume	37,97 kN/m	1,507	0,664

In Anlehnung an den Verhältniswert  $M_{Verh}$  wird für den Balken zusätzlich ein analoger Vergleichswert  $V_{Verh}$  eingeführt, der die Relation der Querkräfte bzw. Querkraftbewehrungsgrade zwischen End- und Innenaufleger ausdrückt. In der deterministischen Vorberechnung genügt damit die Ermittlung der Bewehrung am Innenaufleger. Der Verhältniswert ist insbesondere bei der Querkraftbewehrung vorteilhaft, da so schneller die Auswirkungen verschiedener Varianten zur Bewertung der Querkrafttragfähigkeit untersucht werden können. Die Verhältniswerte der Bemessungsquerkräfte an End- und Innenaufleger  $V_{Verh} = V_a : V_b$  sind in Tabelle 8.3 für jede Nutzungskategorie aufgeführt. Der Ermittlung liegen die einwirkungsseitigen Teilsicherheitsbeiwerte gemäß [DIN EN 1990 (2010)]  $\gamma_G = 1,35$  und  $\gamma_Q = 1,50$  zugrunde. Vereinfachend wird für die Bewertung der Zugstreben tragfähigkeit die Querkraft in der theoretischen Auflagerlinie verwendet. Der Verzicht auf die Reduktion auf den Wert im Abstand  $d$  vom Lagerrand erlaubt hier eine lagerungsunabhängige Bewertung der Systemzuverlässigkeit.

**Tabelle 8.3: Verhältniswerte der Querkräfte an Innen- und Endauflager (Bemessungswerte,  $\gamma_G = 1,35$ ,  $\gamma_Q = 1,50$ , Bezug theoretische Auflagerlinie)**

ständige Last $g_k = 42,45$ kN/m		Nutzlast $q_k$	Verhältnis der Bemessungsquerkräfte	
Nutzung			$V_b : V_a$	$V_a : V_b$
<b>A</b>	Wohn- und Aufenthaltsräume	9,19 kN/m	1,614	0,620
<b>B</b>	Büroflächen	19,60 kN/m	1,577	0,634
<b>C</b>	Versammlungsräume (hier: Schule)	25,73 kN/m	1,561	0,641
<b>D</b>	Verkaufsräume	37,97 kN/m	1,538	0,650

**Längsbewehrungsgrade  $\rho_{l,stütz}$**

Die Erstbewertung der erreichten Systemzuverlässigkeit erfolgt anhand der in den Tabelle 8.4 bis 8.6 je Material-Nutzungs-Kombination zusammengestellten Bewehrungsgrade. Die Berechnung erfolgte gemäß [DIN EN 1992-1-1 (2011)] nach dem derzeit gültigen Sicherheitskonzept. Die Zuordnung charakteristischer Festigkeiten zu früheren Betonstahlsorten folgt dem Vorschlag in [DBV 2008-02]. Die angegebenen Werte dienen ausschließlich als Vergleichswerte für die Erstbewertung der Zuverlässigkeit. Eine praktische Anpassung erfolgt mit den in Kapitel 9 entwickelten Verfahren.

**Tabelle 8.4: Längsbewehrungsgrade über der Innenstütze  $\rho_{l,stütz}$  für Betonstahl mit  $f_{yk} = 220 \text{ MN/m}^2$  (mit  $\gamma_G = 1,35, \gamma_Q = 1,50, \gamma_c = 1,50, \gamma_s = 1,15$ )**

<b>B220</b>		$f_{ck} \text{ [MN/m}^2\text{]}$								
<b>Nutzung</b>		<b>12</b>	<b>16</b>	<b>20</b>	<b>25</b>	<b>30</b>	<b>35</b>	<b>40</b>	<b>45</b>	<b>50</b>
<b>A</b>	<b>Wohnen</b>	8,47E-03	8,15E-03	7,99E-03	7,86E-03	7,79E-03	7,74E-03	7,70E-03	7,67E-03	7,65E-03
<b>B</b>	<b>Büro + TW</b>	1,07E-02	1,02E-02	9,92E-03	9,72E-03	9,60E-03	9,52E-03	9,46E-03	9,42E-03	9,38E-03
<b>C</b>	<b>Schule + TW</b>	1,22E-02	1,14E-02	1,11E-02	1,08E-02	1,07E-02	1,06E-02	1,05E-02	1,05E-02	1,04E-02
<b>D</b>	<b>Verkauf + TW</b>	1,54E-02	1,41E-02	1,35E-02	1,31E-02	1,29E-02	1,28E-02	1,26E-02	1,26E-02	1,25E-02

**Tabelle 8.5: Längsbewehrungsgrade über der Innenstütze  $\rho_{l,stütz}$  für Betonstahl mit  $f_{yk} = 420 \text{ MN/m}^2$  (mit  $\gamma_G = 1,35, \gamma_Q = 1,50, \gamma_c = 1,50, \gamma_s = 1,15$ )**

<b>B420</b>		$f_{ck} \text{ [MN/m}^2\text{]}$								
<b>Nutzung</b>		<b>12</b>	<b>16</b>	<b>20</b>	<b>25</b>	<b>30</b>	<b>35</b>	<b>40</b>	<b>45</b>	<b>50</b>
<b>A</b>	<b>Wohnen</b>	4,44E-03	4,27E-03	4,18E-03	4,12E-03	4,08E-03	4,05E-03	4,03E-03	4,02E-03	4,01E-03
<b>B</b>	<b>Büro + TW</b>	5,62E-03	5,34E-03	5,20E-03	5,09E-03	5,03E-03	4,98E-03	4,96E-03	4,93E-03	4,92E-03
<b>C</b>	<b>Schule + TW</b>	6,37E-03	6,00E-03	5,81E-03	5,68E-03	5,60E-03	5,54E-03	5,50E-03	5,48E-03	5,45E-03
<b>D</b>	<b>Verkauf + TW</b>	8,04E-03	7,39E-03	7,09E-03	6,89E-03	6,76E-03	6,68E-03	6,62E-03	6,58E-03	6,54E-03

**Tabelle 8.6: Längsbewehrungsgrade über der Innenstütze  $\rho_{l,stütz}$  für Betonstahl mit  $f_{yk} = 500 \text{ MN/m}^2$  (mit  $\gamma_G = 1,35, \gamma_Q = 1,50, \gamma_c = 1,50, \gamma_s = 1,15$ )**

<b>B500</b>		$f_{ck} \text{ [MN/m}^2\text{]}$								
<b>Nutzung</b>		<b>12</b>	<b>16</b>	<b>20</b>	<b>25</b>	<b>30</b>	<b>35</b>	<b>40</b>	<b>45</b>	<b>50</b>
<b>A</b>	<b>Wohnen</b>	3,73E-03	3,59E-03	3,51E-03	3,46E-03	3,43E-03	3,40E-03	3,39E-03	3,38E-03	3,37E-03
<b>B</b>	<b>Büro + TW</b>	4,72E-03	4,48E-03	4,36E-03	4,28E-03	4,22E-03	4,19E-03	4,16E-03	4,14E-03	4,13E-03
<b>C</b>	<b>Schule + TW</b>	5,35E-03	5,04E-03	4,88E-03	4,77E-03	4,70E-03	4,66E-03	4,62E-03	4,60E-03	4,58E-03
<b>D</b>	<b>Verkauf + TW</b>	6,76E-03	6,21E-03	5,96E-03	5,78E-03	5,68E-03	5,61E-03	5,56E-03	5,52E-03	5,50E-03

**Querkraftbewehrungsgrade  $\rho_{sw,stütz}$**

Die erforderliche Querkraftbewehrung des Balkens wurde ebenfalls auf Grundlage des aktuellen Sicherheitskonzepts mit [DIN EN 1992-1-1 (2011)] vorab deterministisch bestimmt. Die so berechneten Werte dienen als Grundlage für die Erstbewertung und entsprechen nicht zwangsläufig Bewehrungsgraden einer realen Konstruktion. Mit den vorberechneten Bewehrungsgraden lässt sich beurteilen, welche Systemzuverlässigkeit bei einer fiktiven Bemessung nach aktuellen Vorschriften erreicht würde. In Kapitel 9 erfolgt auf dieser Grundlage eine praktische Anpassung der Nachweise für bestehende Konstruktionen.

Für die Berechnungen sind Annahmen zur Querkraftbewehrung zu treffen. Die Beurteilung der Querkrafttragfähigkeit nach [DIN EN 1992-1-1 (2011)] ist abhängig von der Art der Querkraftbewehrung und den Annahmen zur Größe des Druckstrebenneigungswinkels  $\theta$ . Als Eckwerte der Untersuchung könnten unterschieden werden

- geneigte Querkraftbewehrung / Druckstrebenneigung berechnet mit  $\alpha = 45^\circ$  mit  $\cot\theta = f(V_{Rd,cc}, V_{Ed}, \sigma_{cd})$
- geneigte Querkraftbewehrung / Druckstrebenneigung genähert mit  $\alpha = 45^\circ$  mit  $\cot\theta = 1,2$
- lotrechte Querkraftbewehrung / Druckstrebenneigung berechnet mit  $\alpha = 90^\circ$  mit  $\cot\theta = f(V_{Rd,cc}, V_{Ed}, \sigma_{cd})$
- lotrechte Querkraftbewehrung / Druckstrebenneigung genähert mit  $\alpha = 90^\circ$  mit  $\cot\theta = 1,2$

Für diese vier Kombinationen wurde die erforderliche Querkraftbewehrung des Modellbalkens für jede Material-Nutzungs-Kombinationen ermittelt und daraus eine Auswahl für die probabilistische Untersuchung getroffen. Gewählt wird hier der Ansatz einer geneigten Querkraftbewehrung, wie es der früher üblichen Bauweise entspricht. Weiter wird allgemein von einem Neigungswinkel der Querkraftbewehrung  $\alpha = 45^\circ$  ausgegangen. Andere Neigungswinkel ergäben zwar deterministisch andere Bewehrungsgrade, die probabilistische Beurteilung der so ermittelten Bewehrung ergibt jedoch keine abweichenden Versagenswahrscheinlichkeiten. Insofern kann mit  $\alpha = 45^\circ$  repräsentativ auch für andere Neigungswinkel gearbeitet werden. Der Druckstrebenneigungswinkel  $\theta$  wird für die betrachtete Biegebeanspruchung näherungsweise mit  $\cot \theta = 1,2$  berücksichtigt. Nach [Braml 2010] ergäbe sich aus der genauen Berechnung der Druckstrebenneigung unter Berücksichtigung der einwirkenden Querkraft kein nennenswerter Unterschied bei der Bewertung der Zuverlässigkeit des Querkraftversagens.

Die im Folgenden dargestellten Ergebnisse der probabilistischen Berechnungen basieren auf der Modellierung der Grenzzustände mit  $\alpha = 45^\circ$  und  $\cot \theta = 1,2$ . Eine punktuelle Überprüfung für einzelne Kombinationen mit anderen Neigungswinkeln ergab keine nennenswert abweichenden Zuverlässigkeitsmaße. Die Ergebnisse sind auf andere Situationen übertragbar, sie gelten auch für Systeme mit lotrechter Bügelbewehrung. Die erforderliche Querkraftbewehrung je Material-Nutzungs-Kombination für den Fall  $\alpha = 45^\circ$  und  $\cot \theta = 1,2$  ist in Tabelle 8.7 zusammengefasst. Die erforderlichen Werte gelten für die Innenstütze des Modellbalkens. Die Bewehrung am Endauflager ergibt sich dann über den Verhältniswert  $V_{\text{verh}}$ .

**Tabelle 8.7: Querkraftbewehrungsgrade an der Innenstütze  $\rho_{\text{sw}}$  für  $\alpha = 45^\circ$ ,  $\cot \theta = 1,2$  (mit  $\gamma_G = 1,35$ ,  $\gamma_Q = 1,50$ ,  $\gamma_C = 1,50$ ,  $\gamma_S = 1,15$ )**

$\rho_{\text{sw}}$	$f_{\text{yk}} \text{ [MN/m}^2\text{]}$		
	220	420	500
<b>A Wohnen</b>	0,00322	0,00174	0,00146
<b>B Büro + TW</b>	0,00405	0,00212	0,00178
<b>C Schule + TW</b>	0,00448	0,00234	0,00197
<b>D Verkauf + TW</b>	0,00533	0,00279	0,00235

### 8.1.3) Bewertung der Systemzuverlässigkeit

Der Balken wird für die gleichen Materialkombinationen berechnet wie die Platte (Kapitel 7). Bewertet werden Betonfestigkeiten in einer Spanne von  $f_{\text{ck}} = 12 \dots 50 \text{ MN/m}^2$  in Kombination mit den Betonstahlsorten I, III und IV. Zusätzlich wird bezüglich der Druckfestigkeit des Betons wieder in vier Qualitätsstufen differenziert – je nach Standardabweichung der Druckfestigkeit  $\sigma_{\text{fc}}$ .

Jede Material-Nutzungs-Qualitätskombination erfordert in der probabilistischen Beurteilung des Systems die Eingabe der kombinationsspezifischen Werte der Basisvariablen mit den zugehörigen stochastischen Modellen. Weiter sind für jede Kombination passend die jeweiligen deterministisch berechneten Längs- und Querkraftbewehrungsgrade einzugeben. Es ergeben sich also wie bei der Platte  $9 \times 3 \times 4 \times 4 = 432$  einzelne Versuchsaufbauten und Programmläufe (vgl. Abschnitt 7.1.3). Auf die Berechnung mit bezogenen Größen wurde bewusst verzichtet. Ergänzende Berechnungen der Versagenswahrscheinlichkeit einzelner Elemente werden durchgeführt zur Überprüfung und Einordnung bestimmter Rechenschritte der Systembeurteilung.

Bei der Systembetrachtung ergeben sich die Schranken der Zuverlässigkeit nach [Ditlevsen 1979-1] aufgrund der kleinen Versagenswahrscheinlichkeiten im Prinzip gleich ( $\beta_{\text{sys,unten}} \approx \beta_{\text{sys,oben}}$ , s. Abschnitt 6.5). Mithin wird im Folgenden wie schon bei der Platte für jede Kombination nur ein Zuverlässigkeitswert  $\beta_{\text{sys}}$  angegeben.

Im Folgenden werden aus den probabilistischen Berechnungen des Balkens folgende Ergebnisse näher erläutert

- Systemversagenswahrscheinlichkeit  $p_{\text{f,sys}}$  bzw. Systemzuverlässigkeit  $\beta_{\text{sys}}$
- Sensitivitäten der einzelnen Basisvariablen der Grenzzustandsfunktionen  $\alpha_i$
- Sensitivitäten der einzelnen Versagenselemente des Systems  $\alpha_{\text{joint,GZ}}$

Die beobachteten Zusammenhänge dienen der Herleitung angepasster Nachweise für bestehende Konstruktionen in Kapitel 9.

## 8.2) Erreichte Systemzuverlässigkeiten

### 8.2.1) Systemzuverlässigkeiten für verschiedene Material- / Nutzungskombinationen

Im Folgenden werden die erreichten Zuverlässigkeitsniveaus des Balkens für jede Material-Nutzungs-Kombination zusammengestellt. Dargestellt wird der Verlauf der Zuverlässigkeit  $\beta_{\text{sys}}$  in Abhängigkeit von der Druckfestigkeit des Betons jeweils getrennt für die Betonstahlsorten und Nutzungskategorien. Die Ergebnisse beruhen auf der Modellierung der Betonqualität mit  $\sigma_{\text{fc}} = 4,85 \text{ MN/m}^2$  (zum Einfluss der Betonqualität siehe Abschnitt 8.2.4).

Die Zuverlässigkeitsuntersuchungen der Platte zeigten eine starke Abhängigkeit der Ergebnisse vom Längsbewehrungsgrad. Im Gegensatz dazu kann eine solche starke Abhängigkeit für den Balken nicht bestätigt werden. Die nachfolgenden Diagramme enthalten neben der erreichten Zuverlässigkeit auch den je Material-Nutzungskombination angesetzten Längsbewehrungsgrad aus der deterministischen Vorberechnung. Während sich bei der Platte die erreichte Systemzuverlässigkeit mit steigender Druckfestigkeit und damit einhergehend geringerem Längsbewehrungsgrad verkleinerte, ändert sich das Zuverlässigkeitsniveaus des Balkens im Verlauf der Festigkeitsklassen nur sehr wenig. Je nach Nutzungsklasse kann das Niveau im Verlauf der Festigkeitsklassen nahezu konstant bleiben.

Insgesamt ergibt sich die Systemzuverlässigkeit des Balkens vorrangig aus der Versagenswahrscheinlichkeit der Querkraftelemente. Bestimmend wird das Versagen der Zugstrebe (Abschnitt 8.4), mithin wird die erreichte Zuverlässigkeit stärker vom unterstellten Querkraftbewehrungsgrad beeinflusst. Die erforderliche Querkraftbewehrung ergibt sich innerhalb einer Betonstahl-Nutzungs-Kombination unabhängig von der Druckfestigkeit des Betons. Der im Verlauf der Druckfestigkeit nahezu konstante Verlauf der Systemzuverlässigkeit passt zu dem gleich bleibenden Querkraftbewehrungsgrad.

Wie schon bei der Platte fällt auf, dass in den Nutzungskategorien mit geringeren Nutzlasten kleinere Systemzuverlässigkeiten erreicht werden als in den höheren Nutzungsklassen. Erwartungsgemäß wäre ein Abfall der Zuverlässigkeit mit dem Anstieg der Nutzlast. Hier kommt der bereits in Abschnitt 7.2.2 für die Platte diskutierte komplexe Zusammenhang zwischen vorberechneten Querschnittswerten und stochastischer Modellierung der Nutzlasten zum Tragen. In der deterministischen Vorberechnung wurden Lasthöhe und Bewehrungsgrad aufeinander abgestimmt. Die Dominanz des maßgeblichen Bewehrungsgrades (hier Querkraftbewehrung) bewirkt, dass sich das Zuverlässigkeitsniveau für kleinere Bewehrungsgrade, wie sie sich für kleinere Nutzlasten ergeben, auch niedriger einstellt. Eine ausführliche Diskussion der Zusammenhänge erfolgt in Abschnitt 8.2.2.

**Tabelle 8.8: Systemzuverlässigkeiten Balken, Kombinationen mit Betonstahl B220 ( $\sigma_{\text{fc}} = 4,85 \text{ MN/m}^2$ )**

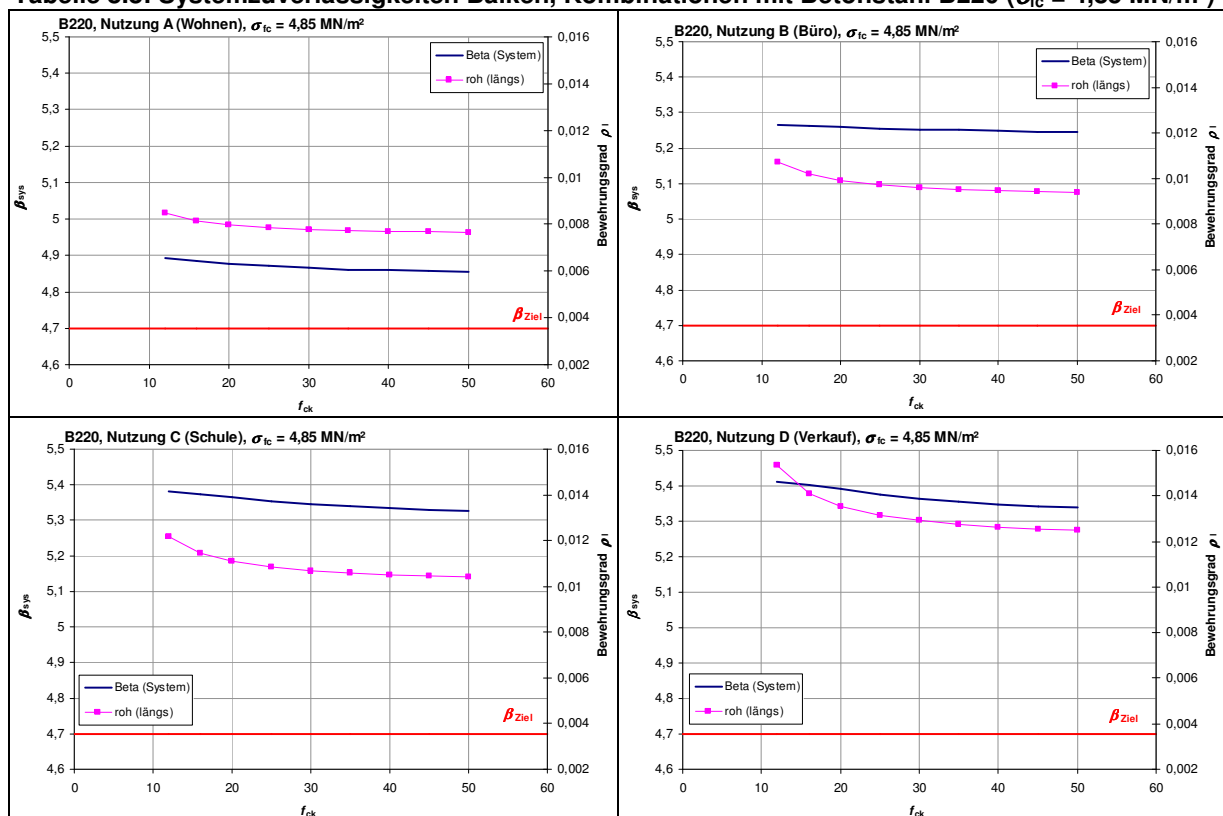




Tabelle 8.9: Systemzuverlässigkeiten Balken, Kombinationen mit Betonstahl B420 ( $\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2$ )

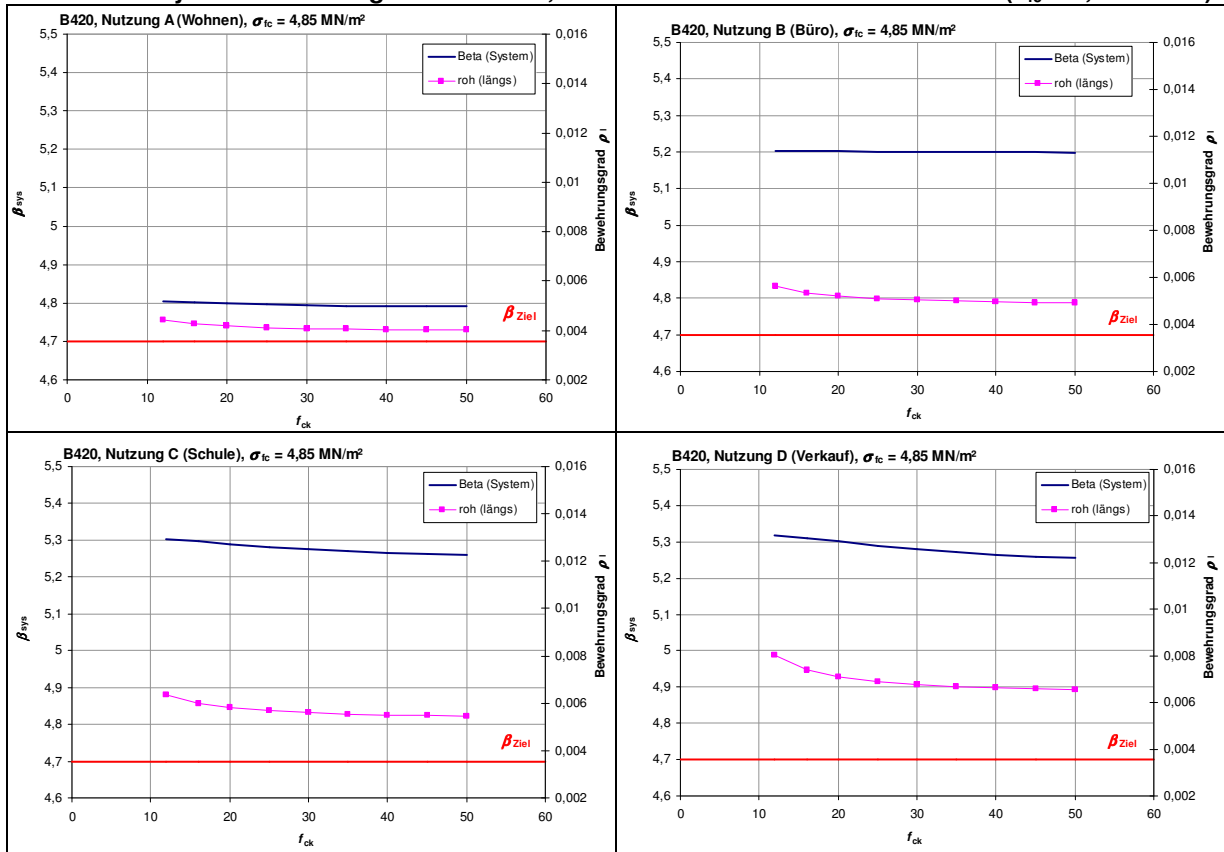
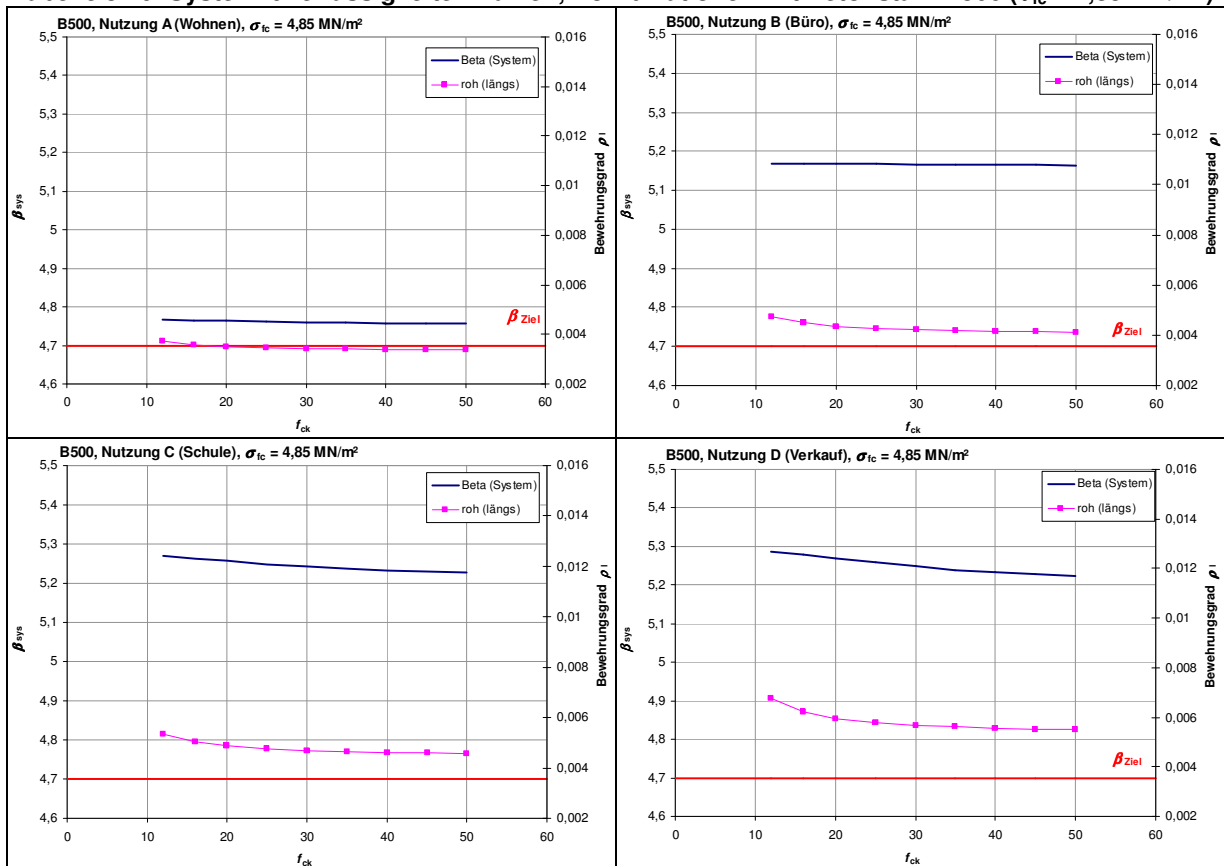


Tabelle 8.10: Systemzuverlässigkeiten Balken, Kombinationen mit Betonstahl B500 ( $\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2$ )

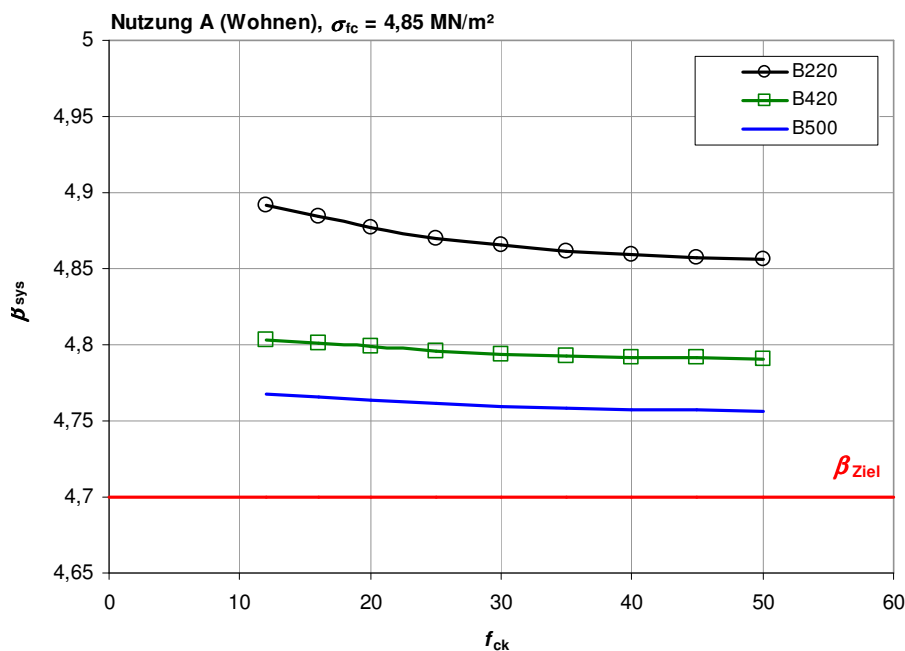


## 8.2.2) Zum Einfluss der Nutzungskategorie

### 8.2.2.1) Zusammenstellung $\beta_{\text{sys}}$ als $f$ (Nutzung)

Zunächst erfolgt für jede Nutzungskategorie eine Zusammenstellung der ermittelten Versagenswahrscheinlichkeiten bzw. Zuverlässigkeitsniveaus des durchlaufenden Balkens. Wesentliche Randbedingungen und Beobachtungen werden für jede Nutzungsklasse kurz skizziert. Eine ausführliche Diskussion der Ergebnisse erfolgt in den nachfolgenden Abschnitten 8.2.2.2 und 8.2.2.3. Am Ende dieses Abschnitts ermöglicht Tabelle 8.11 einen direkten Vergleich der Ergebnisse je Nutzungsklasse in Abhängigkeit von der Betonstahlsorte.

#### ■ Nutzungskategorie A



**Abb. 8.2: Systemzuverlässigkeiten des Balkens für Nutzung A (Wohnen) in Abhängigkeit von der Materialkombination (Betonqualität mit  $\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2$ )**

#### ■ Ausgangswerte:

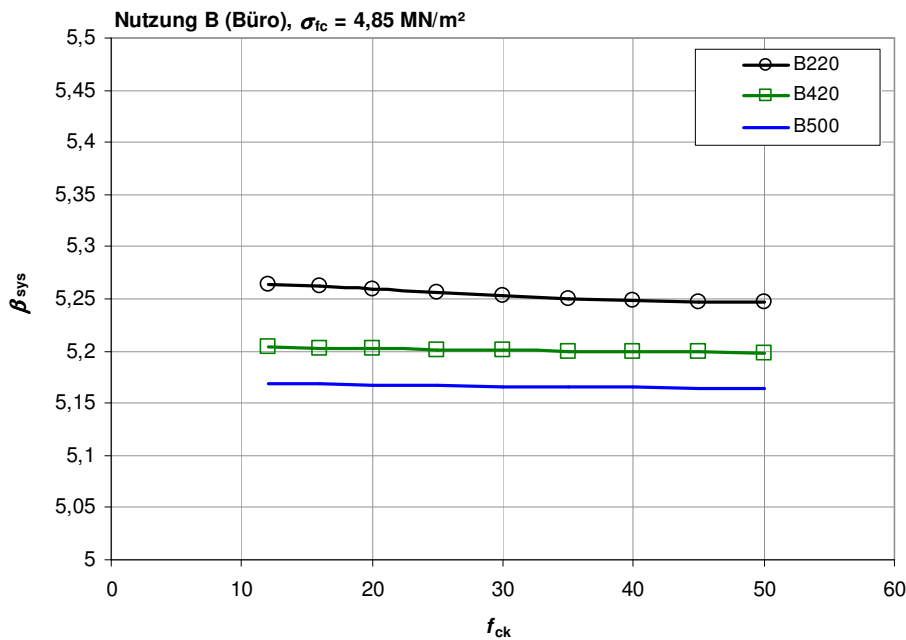
- kleinster Mittelwert der Nutzlast ( $\mu_{q,A} = 5,249 \text{ kN/m}$  aus  $q_{k,A} = 9,19 \text{ kN/m}$ )
- im Vergleich größte angenommene Streuung der Nutzlast ( $v_{q,A} = 0,29$ )
- geringste erforderliche Längs- und Querbewehrungsgrade im Vergleich der Nutzungskategorien

#### ■ Ergebnisse:

- operative Versagenswahrscheinlichkeiten  $p_{f,\text{sys},A}$  in Abhängigkeit vom verwendeten Betonstahl:
  - B220:  $p_{f,\text{sys},A(220)} = 5,00 \cdot 10^{-7} \dots 5,98 \cdot 10^{-7}$
  - B420:  $p_{f,\text{sys},A(420)} = 7,79 \cdot 10^{-7} \dots 8,31 \cdot 10^{-7}$
  - B500:  $p_{f,\text{sys},A(500)} = 9,30 \cdot 10^{-7} \dots 9,84 \cdot 10^{-7}$
- äquivalente Systemzuverlässigkeiten  $\beta_{\text{sys},A}$  in Abhängigkeit vom verwendeten Betonstahl:
  - B220:  $\beta_{\text{sys},A(220)} = 4,8564 \dots 4,8915$
  - B420:  $\beta_{\text{sys},A(420)} = 4,7907 \dots 4,8036$
  - B500:  $\beta_{\text{sys},A(500)} = 4,7567 \dots 4,7681$

#### ■ Beobachtung:

In Nutzungskategorie A wird für alle drei untersuchten Betonstahlsorten das geforderte Zuverlässigkeitsniveau gemäß [DIN EN 1990 (2010)] eingehalten ( $\beta_{\text{sys},A} > \beta_{\text{Ziel}} = 4,7$  (Bezug 1 Jahr)). Insgesamt ist eine geringe Überschreitung des Zielwertes in Abhängigkeit von der untersuchten Stahlsorte zu beobachten. In Bezug auf das Neubau-Niveau sind also keine Defizite auszumachen, jedoch bestehen auch nur sehr geringe Systemreserven. Reserven können nur bei Orientierung an einem reduzierten Zielniveau für bestehende Bauwerke  $\beta_{\text{Ziel}} = 4,2$  ausgemacht werden.

**■ Nutzungskategorie B**


**Abb. 8.3: Systemzuverlässigkeiten des Balkens für Nutzung B (Büro) in Abhängigkeit von der Materialkombination (Betonqualität mit  $\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2$ )**

**■ Ausgangswerte:**

- Mittelwert der veränderlichen Last ( $\mu_{q,B} = 11,6 \text{ kN/m}$  aus  $q_{k,B} = 19,6 \text{ kN/m}$ )
- im Vergleich der Nutzungskategorien kleinste angenommene Gesamtstreuung der veränderlichen Last ( $v_{q,B} = 0,188$ ; zusammengesetzt aus Nutzlastanteilen der Platte und Trennwandzuschlägen s. Tabelle 6.13)
- erforderliche Längs- und Querbewehrungsgrade im Vergleich der Nutzungskategorien gering (s. Tabellen 8.4, 8.5, 8.6, 8.7)

**■ Ergebnisse:**

- operative Versagenswahrscheinlichkeiten  $p_{f,sys,B}$  in Abhängigkeit vom verwendeten Betonstahl:
  - B220:  $p_{f,sys,B(220)} = 7,04 \cdot 10^{-8} \dots 7,76 \cdot 10^{-8}$
  - B420:  $p_{f,sys,B(420)} = 9,77 \cdot 10^{-8} \dots 1,00 \cdot 10^{-7}$
  - B500:  $p_{f,sys,B(500)} = 1,18 \cdot 10^{-7} \dots 1,21 \cdot 10^{-7}$
- äquivalente Systemzuverlässigkeiten  $\beta_{sys,B}$  in Abhängigkeit vom verwendeten Betonstahl:
  - B220:  $\beta_{sys,B(220)} = 5,2463 \dots 5,2642$
  - B420:  $\beta_{sys,B(420)} = 5,1983 \dots 5,2036$
  - B500:  $\beta_{sys,B(500)} = 5,1643 \dots 5,1689$

**■ Beobachtung:**

In Nutzungskategorie B wird die in [DIN EN 1990 (2010)] geforderte Zuverlässigkeit in allen Kombinationen eingehalten ( $\beta_{sys,A} > \beta_{Ziel} = 4,7$  (Bezug 1 Jahr)). Gewisse Reserven sind bereits bei Orientierung am Zielniveau für Neubauten auszumachen. Bei Akzeptanz eines geringeren Zielniveaus für bereits bestehende Bauwerke  $\beta_{Ziel} = 4,2$  ergeben sich zusätzliche Reserven.

■ Nutzungskategorie C

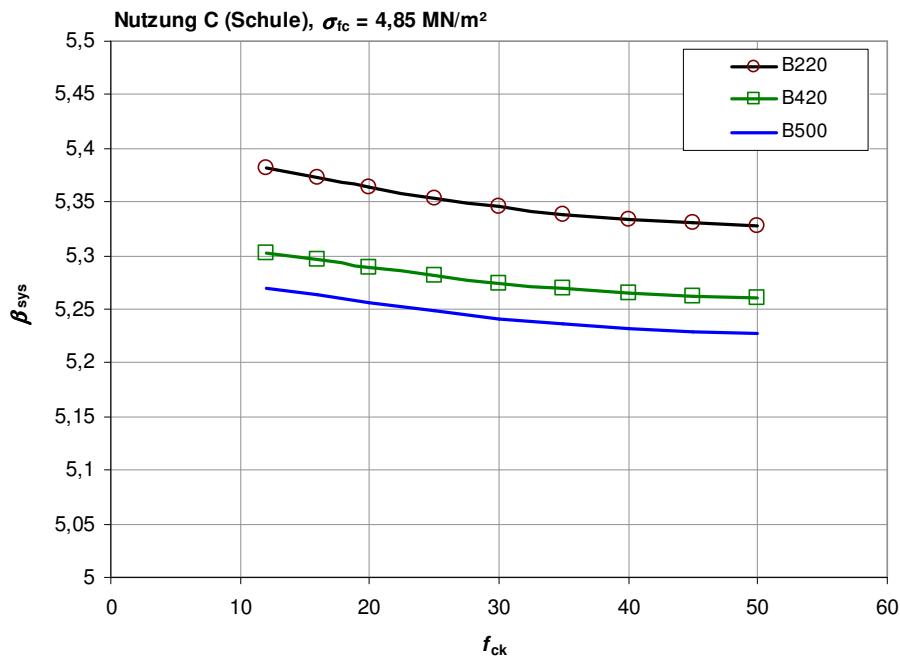


Abb. 8.4: Systemzuverlässigkeiten des Balkens für Nutzung C (Schule) in Abhängigkeit von der Materialkombination (Betonqualität mit  $\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2$ )

■ Ausgangswerte:

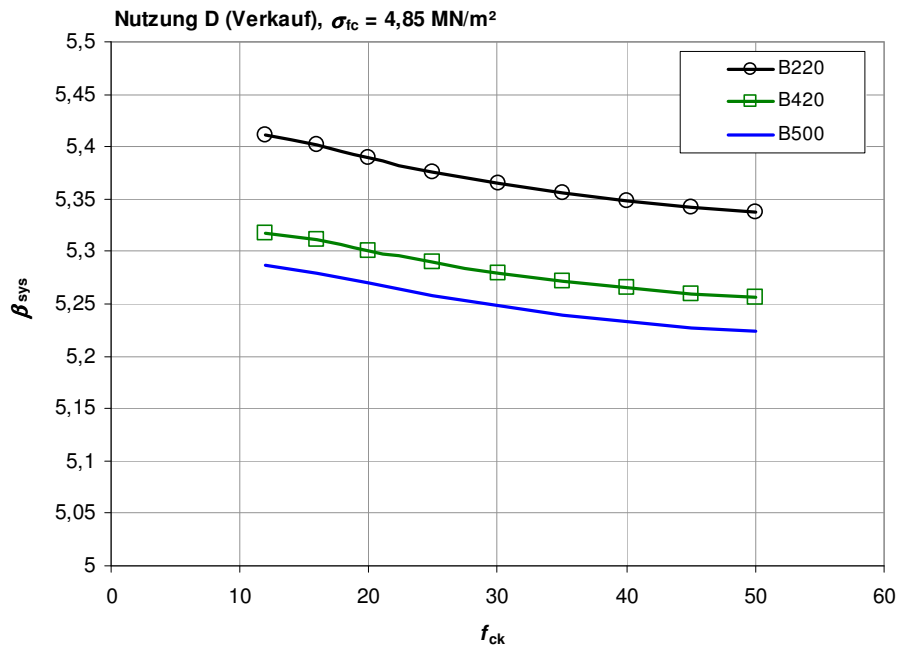
- Mittelwert der veränderlichen Last ( $\mu_{q,C} = 13,11 \text{ kN/m}$  aus  $q_{k,C} = 25,73 \text{ kN/m}$ )
- vergleichsweise große angenommene Gesamtstreuung der veränderlichen Last ( $v_{q,C} = 0,282$  zusammengesetzt aus Nutzlastanteilen der Platte und Trennwandzuschlägen, s. Tabelle 6.13)
- im Vergleich der Nutzungskategorien höhere erforderliche Längs- und Querbewehrungsgrade (s. Tabellen 8.4, 8.5, 8.6, 8.7)

■ Ergebnisse:

- operative Versagenswahrscheinlichkeiten  $p_{f,sys,C}$  in Abhängigkeit vom verwendeten Betonstahl:
  - B220:  $p_{f,sys,C(220)} = 3,69 \cdot 10^{-8} \dots 5,00 \cdot 10^{-8}$
  - B420:  $p_{f,sys,C(420)} = 5,71 \cdot 10^{-8} \dots 7,21 \cdot 10^{-8}$
  - B500:  $p_{f,sys,C(500)} = 6,85 \cdot 10^{-8} \dots 8,61 \cdot 10^{-8}$
- äquivalente Systemzuverlässigkeiten  $\beta_{sys,C}$  in Abhängigkeit vom verwendeten Betonstahl:
  - B220:  $\beta_{sys,C(220)} = 5,3273 \dots 5,3816$
  - B420:  $\beta_{sys,C(420)} = 5,2599 \dots 5,3025$
  - B500:  $\beta_{sys,C(500)} = 5,2271 \dots 5,2692$

■ Beobachtung:

In Nutzungskategorie C wird die in [DIN EN 1990 (2010)] geforderte Zuverlässigkeit in allen Kombinationen überschritten ( $\beta_{sys,A} > \beta_{Ziel} = 4,7$  (Bezug 1 Jahr)). Reserven ergeben sich sowohl in Bezug auf das Neubauniveau, als auch bei Orientierung am abgesenkten Zielwert für bestehende Objekte. Im Vergleich mit Nutzungsklasse B ergeben sich größere Reserven.

**■ Nutzungskategorie D**


**Abb. 8.5: Systemzuverlässigkeiten des Balkens für Nutzung D (Verkauf) in Abhängigkeit von der Materialkombination (Betonqualität mit  $\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2$ )**

**■ Ausgangswerte:**

- im Vergleich größter Mittelwert der veränderlichen Last ( $\mu_{q,D} = 21,975 \text{ kN/m}$  aus  $q_{k,D} = 37,97 \text{ kN/m}$ )
- vergleichsweise kleine angenommene Gesamtstreuung der veränderlichen Last ( $v_{q,D} = 0,225$  aus Nutzlastanteilen der Platte und Trennwandzuschlägen, s. Tabelle 6.13)
- höchste erforderliche Längs- und Querbewehrungsgrade im Vergleich der Nutzungen

**■ Ergebnisse:**

- operative Versagenswahrscheinlichkeiten  $p_{f,sys,D}$  in Abhängigkeit vom verwendeten Betonstahl:
  - B220:  $p_{f,sys,D(220)} = 3,14 \cdot 10^{-8} \dots 4,70 \cdot 10^{-8}$
  - B420:  $p_{f,sys,D(420)} = 5,25 \cdot 10^{-8} \dots 7,38 \cdot 10^{-8}$
  - B500:  $p_{f,sys,D(500)} = 6,23 \cdot 10^{-8} \dots 8,77 \cdot 10^{-8}$
- äquivalente Systemzuverlässigkeiten  $\beta_{sys,D}$  in Abhängigkeit vom verwendeten Betonstahl:
  - B220:  $\beta_{sys,D(220)} = 5,3380 \dots 5,4109$
  - B420:  $\beta_{sys,D(420)} = 5,2256 \dots 5,3179$
  - B500:  $\beta_{sys,D(500)} = 5,2237 \dots 5,2865$

**■ Beobachtung:**

In Nutzungskategorie D wird die Zielzuverlässigkeit stets überschritten ( $\beta_{sys,A} > \beta_{Ziel} = 4,7$  (Bezug 1 Jahr)). Reserven ergeben sich sowohl in Bezug auf das Neubauniveau, als auch bei Orientierung am abgesenkten Zielwert für bestehende Objekte. Die Reserven entsprechen etwa den in Nutzungsklasse C zu beobachtenden Größenordnungen. Es kann vermutet werden, dass die vorhandenen Reserven Laststeigerungen im Zuge der Umnutzung bestehender Objekte ermöglichen – insbesondere bei Orientierung am reduzierten Zielwert  $\beta_{Ziel} = 4,2$  (s. Kapitel 9).

Tabelle 8.11: nutzungsbedingte Systemzuverlässigkeiten im Vergleich der Betonstahlsorten

<p><b>B220</b></p> <p><math>\beta_{\text{sys,A}}(220) = 4,8564 \dots 4,8915</math></p> <p><math>\beta_{\text{sys,B}}(220) = 5,2463 \dots 5,2642</math></p> <p><math>\beta_{\text{sys,C}}(220) = 5,3273 \dots 5,3816</math></p> <p><math>\beta_{\text{sys,D}}(220) = 5,3380 \dots 5,4109</math></p>	<p><b>B220, <math>\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2</math></b></p>
<p><b>B420</b></p> <p><math>\beta_{\text{sys,A}}(420) = 4,7907 \dots 4,8036</math></p> <p><math>\beta_{\text{sys,B}}(420) = 5,1983 \dots 5,2036</math></p> <p><math>\beta_{\text{sys,C}}(420) = 5,2599 \dots 5,3025</math></p> <p><math>\beta_{\text{sys,D}}(420) = 5,2256 \dots 5,3179</math></p>	<p><b>B420, <math>\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2</math></b></p>
<p><b>B500</b></p> <p><math>\beta_{\text{sys,A}}(500) = 4,7567 \dots 4,7681</math></p> <p><math>\beta_{\text{sys,B}}(500) = 5,1643 \dots 5,1689</math></p> <p><math>\beta_{\text{sys,C}}(500) = 5,2271 \dots 5,2692</math></p> <p><math>\beta_{\text{sys,D}}(500) = 5,2237 \dots 5,2865</math></p>	<p><b>B500, <math>\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2</math></b></p>

**8.2.2.2) Vergleichende Aussagen zu  $\beta_{\text{sys}}$  als  $f$  (Nutzung)**

Der Zusammenhang zwischen Systemzuverlässigkeit und Nutzungskategorie ergibt sich für den Balken ähnlich wie für die Platte (Kapitel 7).

Zwischen den einzelnen Nutzungsklassen stellen sich größere Differenzen der erreichten Zuverlässigkeiten ein, als sie innerhalb einer bestimmten Nutzungsklasse für verschiedene Betonstähle zu beobachten sind. Die Sensitivitätsanalysen in Abschnitt 8.3 unterstreichen dementsprechend, dass der Einfluss der Nutzlast auf die Systemzuverlässigkeit größer ist als der Einfluss der streuenden Streckgrenze.

Erneut kann innerhalb einer bestimmten Nutzungsklasse eine höhere Zuverlässigkeit bei kleinerer Streckgrenze beobachtet werden ( $\beta_{\text{sys},220} > \beta_{\text{sys},420} > \beta_{\text{sys},500}$ ). Grund hierfür ist der je Kombination angesetzte Bewehrungsgrad, wie er sich aus der deterministischen Vorberechnung ergibt. Im Unterschied zur Platte wird die Systemzuverlässigkeit des Balkens jedoch maßgeblich von der Höhe der angesetzten Querkraftbewehrung beeinflusst (s. auch Sensitivitätsanalysen in Abschnitt 8.4, die einen maßgeblichen Einfluss des Zugstrebenversagens auf das Systemverhalten verdeutlichen). Aus der Vorberechnung ergeben sich für kleinere Betonstahlfestigkeiten größere Querkraftbewehrungsgrade  $\rho_{\text{sw}}$  und mithin auch größere Zuverlässigkeiten. Eine Bereinigung der Zuverlässigkeiten um den Einfluss des Querkraftbewehrungsgrades in Anlehnung an die Vorgehensweise in Abschnitt 7.2.3 zeigt einen Anstieg der bezogenen Vergleichswerte ( $\beta_{\text{sys}}/\rho_{\text{sw}}$ ) mit der Höhe der Stahlfestigkeit.

Wie bei der Platte ergibt sich für eine bestimmte Stahlsorte stets die kleinste Zuverlässigkeit für die Nutzungsklasse A. Im Gegensatz zu den Ergebnissen in Kapitel 7 wird jedoch beim Balken mit der hier vorgenommenen Modellierung das Zielniveau an keiner Stelle unterschritten. Die Abhängigkeit der Ergebnisse von der Qualität der Modellierung – insbesondere vom Ansatz der Modellunsicherheit des Querkraftwiderstands – wurde bereits in Abschnitt 6.2.2.3 angesprochen. Während sich bei der Platte die Zuverlässigkeiten der übrigen Nutzungsklassen etwa auf dem gleichen Niveau bewegen, ergibt sich für den Balken in Nutzungsklasse B stets eine etwas kleinere Zuverlässigkeit, als in den Klassen C und D, in denen wieder etwa gleiche Systemwerte berechnet werden. Für kleine Druckfestigkeiten ergibt sich wieder deutlich ein Anstieg der Zuverlässigkeit mit der Nutzungskategorie, während die Relation zwischen den Klassen C und D bei höheren Druckfestigkeiten abwechseln kann.

Wie bei der Platte zeigt sich, dass sich die Systemzuverlässigkeit der verschiedenen Kombinationen nicht einfach in Abhängigkeit von einer bestimmten Basisvariablen ergibt. Die komplexen Zusammenhänge zwischen den einzelnen Basisvariablen und dem erreichten Zuverlässigkeitsniveau werden nachfolgend anhand ausgewählter Materialkombinationen genauer betrachtet.

**8.2.2.3) Zur Wechselwirkung Nutzlast - Bewehrungsgrad - Systemzuverlässigkeit bei nutzungsabhängigem Variationskoeffizienten  $v_q$** 

Die berechneten Zuverlässigkeitswerte  $\beta_{\text{sys}}$  des Balkens bestätigen die Beobachtungen bei den Plattenberechnungen. Entgegen der allgemeinen Erwartung eines mit der Höhe der Nutzlast sinkenden Zuverlässigkeitsniveaus ergibt sich in Nutzungsklasse A für alle Materialkombinationen stets die geringste Zuverlässigkeit. Wenngleich die Sensitivität der Nutzlast von Klasse A bis D deutlich ansteigt (s. Abschnitt 8.3), sinkt die erreichte Zuverlässigkeit in den höheren Nutzungskategorien ab.

Zwischen den erreichten Zuverlässigkeiten und den verwendeten Basisvariablen bestehen komplexe Zusammenhänge (vgl. Abschnitt 7.2.2.3). Über die deterministische Vorberechnung wurden Querschnittswerte und Tragfähigkeiten in jeder Nutzungsklasse genau aufeinander abgestimmt. Hieraus ergeben sich geringere Längs- und Querbewehrungsgrade bei kleineren Nutzlasten und höheren Materialfestigkeiten. Da die Höhe der berechneten Zuverlässigkeit stark mit der Menge der angesetzten Bewehrung zusammenhängt, ergeben sich in Kombinationen mit geringeren Bewehrungsgraden auch kleinere Zuverlässigkeitswerte. Im Gegensatz zur Platte ist für den Balken jedoch die Menge der Querkraftbewehrung ausschlaggebend.

Gemeinsam mit der Bewehrungsmenge bestimmen die mit der Bewehrung verbundenen Basisvariablen wie Streuung der Bewehrungsmenge und Nutzhöhe das Ergebnis. Im Gegensatz zur Platte hat jedoch die Streuung der Nutzhöhe deutlich geringeren Einfluss, da sich Lageabweichungen bei größeren Bauteilhöhen deutlich geringer auswirken. Weiterhin spielt die Höhe des Variationskoeffizienten der Nutzlast eine wichtige Rolle. Wenngleich in Kategorie A für Wohnen der kleinste Mittelwert gilt, so wurde in dieser Klasse gemäß Modellierung in Abschnitt 6.2.2.2 gleichzeitig der höchste Variationskoeffizient angesetzt.

Zur Klärung der Abhängigkeiten zwischen den einzelnen Basisvariablen werden wieder die Elemente des Erstversagens für zwei ausgewählte Materialkombinationen getrennt voneinander betrachtet. Zunächst erfolgt die Untersuchung mit nutzungsabhängig variablem Variationskoeffizienten  $v_q$  – entsprechend der Modellierung für die Systembetrachtungen. Die Betrachtung der Elementzuverlässigkeiten gestattet eine getrennte Beurteilung der verschiedenen Versagensarten. Die Abhängigkeiten des Elementversagens von einzelnen Größen der Grenzzustandsgleichung lassen sich so besser erkennen.

Von Interesse ist der Zusammenhang zwischen Höhe und Streuung der Nutzlast  $\mu_q$  und  $v_q$ , den Bewehrungsgraden  $\rho_l$  und  $\rho_{sw}$  und der erreichten Elementzuverlässigkeit  $\beta_{(GZ)}$ . Die einzelnen Versagenselemente werden von unterschiedlichen Einflussgrößen bestimmt. Beispielsweise spielt der Längsbewehrungsgrad in den Grenzzustandsfunktionen der Querkraftelemente keine Rolle, der Querkraftbewehrungsgrad wiederum hat keinen Einfluss auf Biege- oder Druckstrebenversagen (Tabelle 8.12). Lediglich die einwirkungsseitigen Parameter Stützweite, ständige und veränderliche Last sind in allen Grenzzustandsgleichungen enthalten.

**Tabelle 8.12: Elemente des Erstversagens Balken**

GZ	Versagen	Widerstand	Parameter des Widerstands
1101	Druckstrebe Endauflager	$V_{R,max}$	- Ansatz: $\cot\theta$ und $\alpha$ - Zufallsgrößen: $f_c, b, d, \theta_{RV,max}$
1102	Zugstrebe Endauflager	$V_{R,s}$	- Ansatz: $\rho_{sw}, \cot\theta, \alpha$ - Zufallsgrößen: $f_y, d, a_{sw,0}, \theta_{RV,s}$
120	Biegung Feld	$M_R$	- Ansatz: $\rho_l$ - Zufallsgrößen: $f_y, f_c, b, d, A_{s,0}, \theta_{RM}$
1301	Druckstrebe Zwischenauflager	$V_{R,max}$	- Ansatz: $\cot\theta$ und $\alpha$ - Zufallsgrößen: $f_c, b, d, \theta_{RV,max}$
1302	Zugstrebe Zwischenauflager	$V_{R,s}$	- Ansatz: $\rho_{sw}, \cot\theta, \alpha$ - Zufallsgrößen: $f_y, d, a_{sw,0}, \theta_{RV,s}$
140	Biegung Stütze	$M_R$	- Ansatz: $\rho_l$ - Zufallsgrößen: $f_y, f_c, b, d, A_{s,0}, \theta_{RM}$

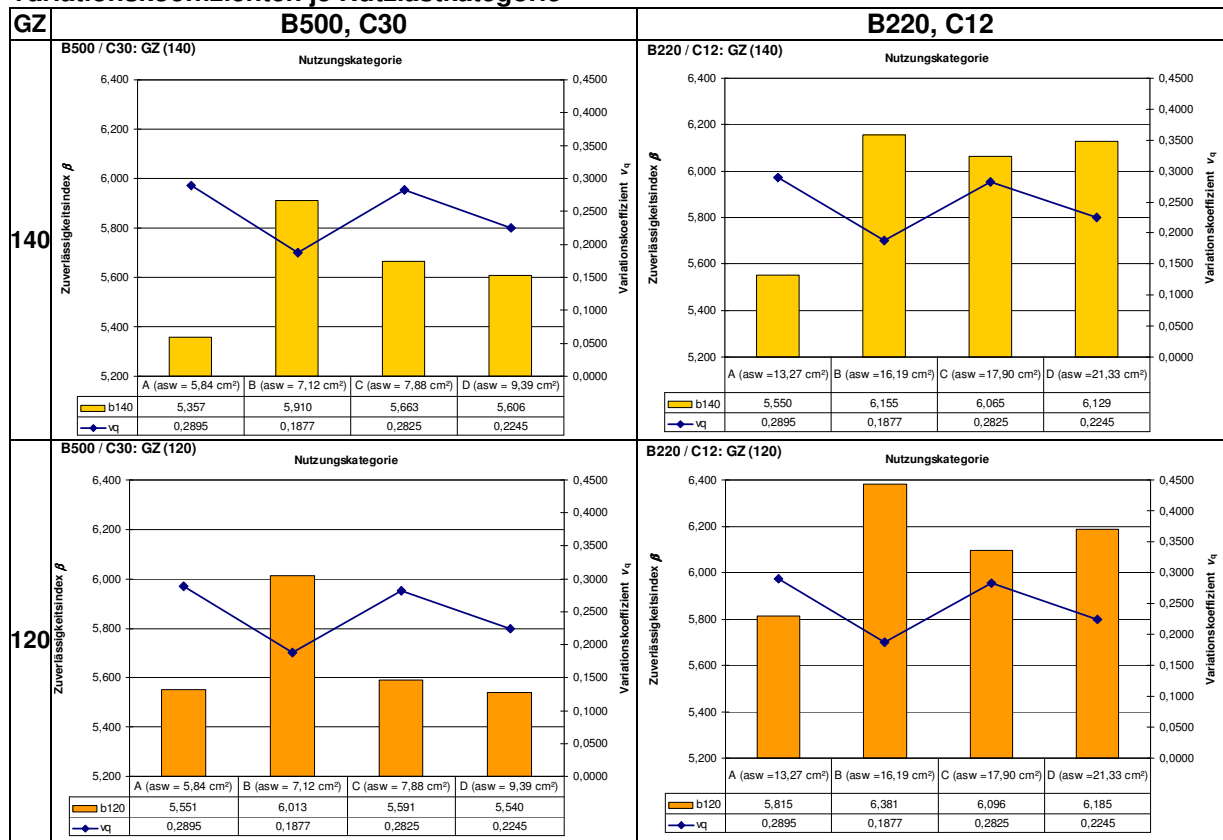
Aus den Sensitivitätsuntersuchungen in Abschnitt 8.4 ergibt sich, welche Versagenselemente den größten Einfluss auf die erreichte Systemzuverlässigkeit haben. Die in den dominanten Versagenselementen maßgeblichen Einflüsse haben dann auch besondere Bedeutung im Hinblick auf die Systemzuverlässigkeit. Für den Balken ergibt sich eine eindeutige Dominanz des Zugstrebenversagens. Da sich aus dem spröden Versagen in der vorgenommenen Modellierung keine weiteren Systemreserven ergeben, hängt die Systemzuverlässigkeit direkt von der Wahrscheinlichkeit des ersten Zugstrebenversagens ab. Mithin ist der für den Zugstrebenwiderstand maßgebliche Querkraftbewehrungsgrad auch für die Systemzuverlässigkeit von entscheidender Bedeutung.

Stellvertretend erfolgt die Bewertung der Elementzuverlässigkeiten für zwei Materialkombinationen. Gewählt werden die bereits in Abschnitt 7.2.2.3 für die Platte bewerteten Kombinationen B220/C12 und B500/C30.

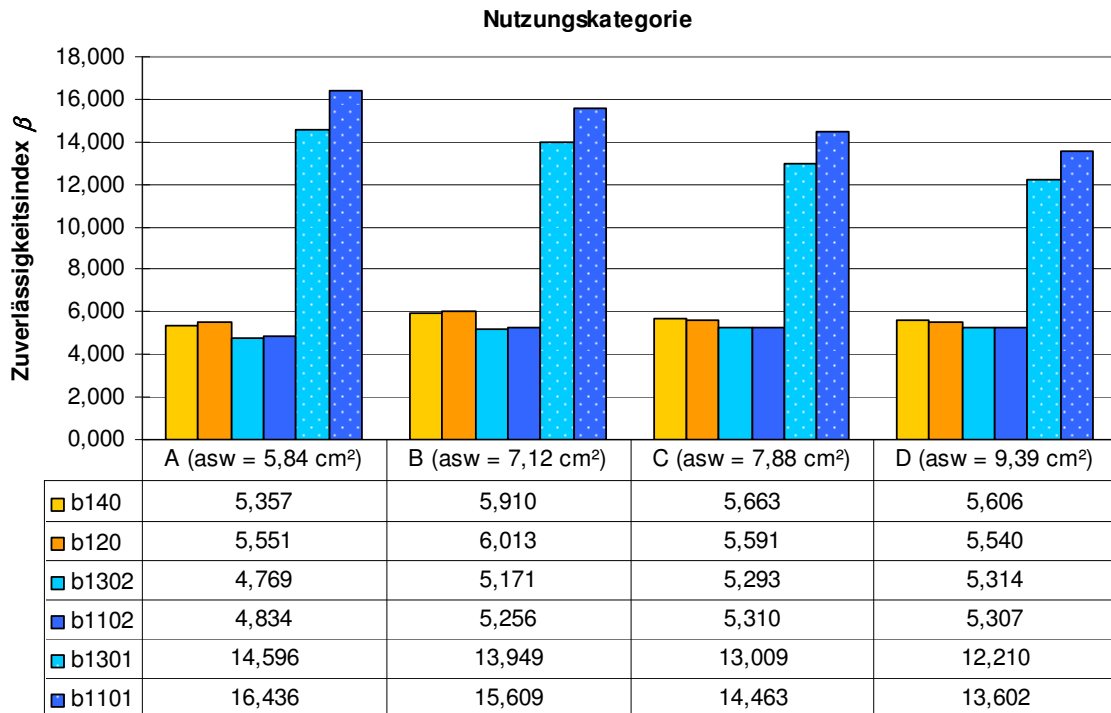
Die erreichten Komponentenzuverlässigkeiten für die Elemente des Erstversagens des Balkens sind in den Tabellen 8.13 (Biegezugversagen) und 8.14 (Querkraftversagen) zusammengestellt. Neben den je Nutzungsklasse erreichten Zuverlässigkeiten ist auch der Variationskoeffizient der Nutzlast je Kategorie dargestellt. Die jeweils erforderlichen Längs- und Querkraftbewehrungsgrade sind mit aufgeführt. Sie steigen mit dem Mittelwert der Nutzlast von Nutzungsklasse A bis D an. Einen Direktvergleich der ermittelten Werte zeigt Bild 8.6 stellvertretend für die Materialkombination B500/C30.



**Tabelle 8.13: Komponentenzuverlässigkeiten der Biegeelemente des Balkens (Erstversagen) für B500/C30 und B220/C12: Komponentenzuverlässigkeit, Bewehrungsgrad und Variationskoeffizienten je Nutzlastkategorie**

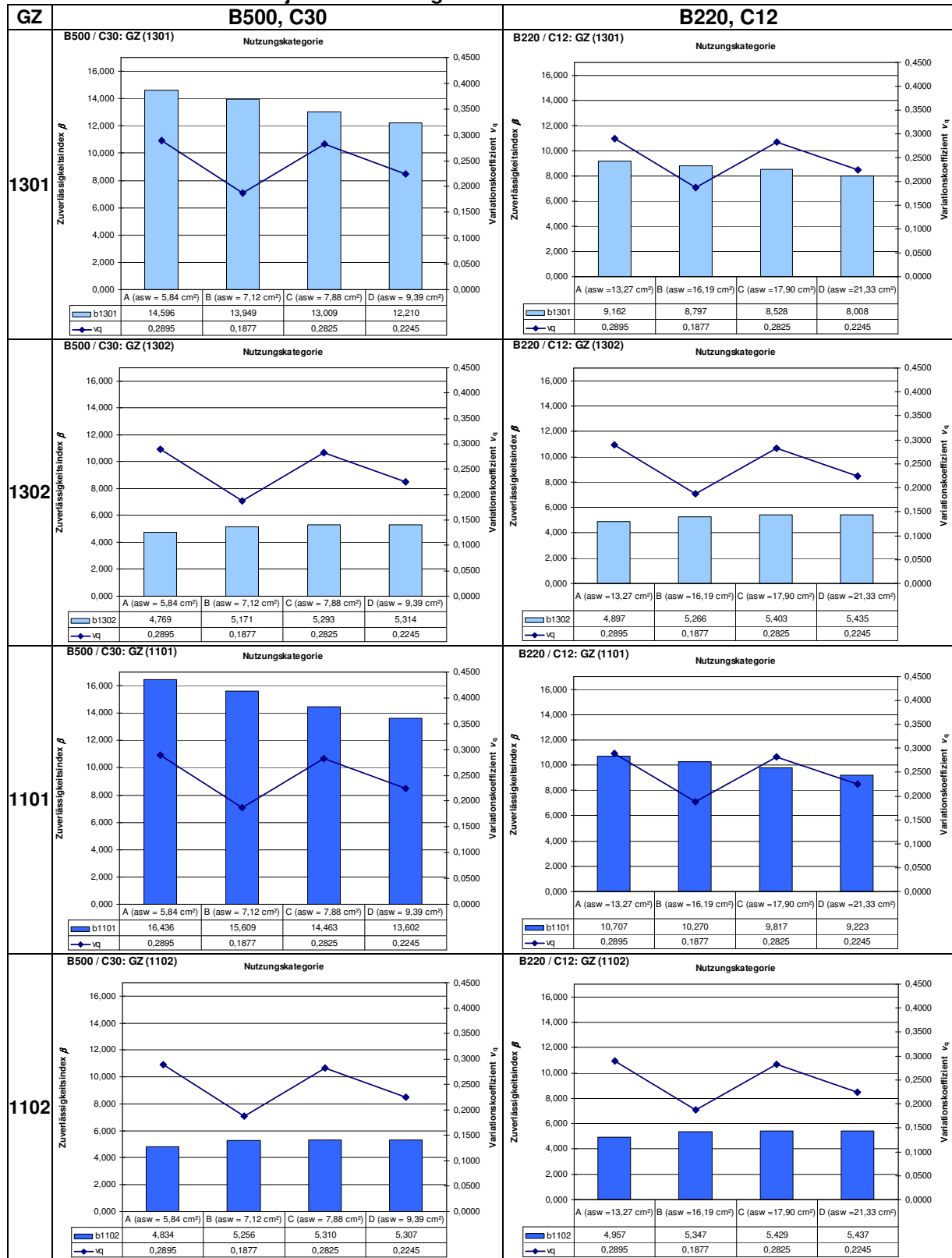


**B500 / C30**



**Abb. 8.6: Direktvergleich Komponentenzuverlässigkeiten der Elemente des Erstversagens (Balken, Materialkombination B500/C30)**

**Tabelle 8.14: Komponentenzuverlässigkeiten der Querkraftelemente des Balkens (Erstversagen) für B500/C30 und B220/C12: Komponentenzuverlässigkeit, Bewehrungsgrad und Variationskoeffizienten je Nutzlastkategorie**



Ein schrittweises Absinken der Komponentenzuverlässigkeit mit der Höhe der Nutzlast ist nur bei den Elementen des Druckstrebenversagens (1301) und (1101) zu beobachten (Tabelle 8.14). Beide Elemente sind gänzlich unabhängig vom Grad der Längs- oder Querkraftbewehrung. Die Unterschiede zwischen den Nutzungskategorien ergeben sich also nur aus den einwirkungsseitigen Parametern – genauer aus den unterschiedlichen Nutzlasten. Bei gegenüber den anderen Elementen deutlich höheren Zuverlässigkeitswerten (Bild 8.6) fallen im Vergleich der beiden Materialkombinationen auch die höheren Zuverlässigkeiten für die Kombination mit höheren Materialfestigkeiten B500/C30 auf.

Während bei den Biegeelementen der Platte insbesondere über der Innenstütze noch eine klare Abhängigkeit zwischen Längsbewehrungsgrad  $\rho$  und Komponentenzuverlässigkeit zu beobachten war, ergibt sich nunmehr für die in Tabelle 8.13 betrachteten Biegeelemente (140) und (120) kein direkter Anstieg von  $\beta_{(GZ)}$  mit dem Bewehrungsgrad mehr. Vielmehr stellt sich die höchste Komponentenzuverlässigkeit jeweils in der Nutzungsklasse B mit dem kleinsten Variationskoeffizienten  $v_q$  ein. In Nutzung A mit dem höchsten Variationskoeffizienten  $v_q$  hingegen ergibt sich jeweils die kleinste Elementzuverlässigkeit. Insgesamt ist ein kombinierter Einfluss der Streuung der Nutzlast  $v_q$  und der Höhe des Längsbewehrungsgrades erkennbar. Im Vergleich weisen die Biegeelemente stets höhere Zuverlässigkeiten auf als die Elemente des Zugstrebenversagens (s. Bild 8.6).

Im Hinblick auf das Systemverhalten sind besonders die Zugstrebenelemente (1302) und (1102) von Interesse. Im Vergleich haben diese Elemente die höchste Versagenswahrscheinlichkeit. Dementsprechend ergeben die Sensitivitätsanalysen für das System in Abschnitt 8.4 auch die höchsten Wichtungsfaktoren für die beiden Elemente. Aus der Modellierung der Grenzzustände am Ersatzsystem verbleiben im System nach einem ersten Querkraftversagen keine weiteren Reserven (sprödes Versagen). Die Komponentenergebnisse für die Elemente (1302) und (1102) bestimmen also auch die Systemzuverlässigkeit. Tatsächlich ergeben sich in beiden Materialkombinationen die Zuverlässigkeiten entsprechend der Versagenswahrscheinlichkeit des Einzelements (1302), wobei sich die Systemzuverlässigkeit geringfügig kleiner einstellt als die Elementzuverlässigkeit (Bilder 8.7 und 8.8).

In beiden Zugstrebenelementen ergibt sich ein eindeutiger Anstieg der Zuverlässigkeit im Verlauf der Nutzungskategorien, der mit dem gleichzeitigen Anstieg des angesetzten Querkraftbewehrungsgrades zu erklären ist. Da das Zugstrebenversagen das Systemverhalten bestimmt, wird also auch die Systemzuverlässigkeit des Balkens maßgeblich von der Höhe des Querkraftbewehrungsgrades beeinflusst. Im Gegensatz hierzu ergab sich bei der Platte der Längsbewehrungsgrad als bestimmende Größe. Für die praktische Auswertung in Kapitel 9 bedeutet dies, dass eine Modifikation des Nachweises bzw. der Teilsicherheitsbeiwerte für den Balken anhand des Querkraftbewehrungsgrades erfolgen kann, für den die geforderte Zuverlässigkeit gerade erreicht wird. Bei der Platte hingegen wird die Anpassung am optimalen Längsbewehrungsgrad ausgerichtet.

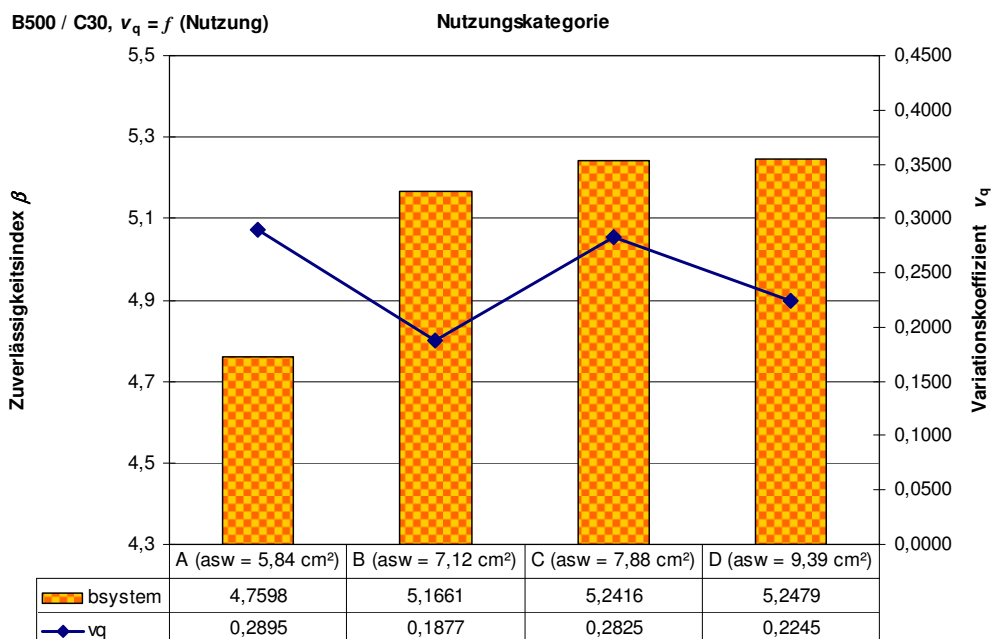
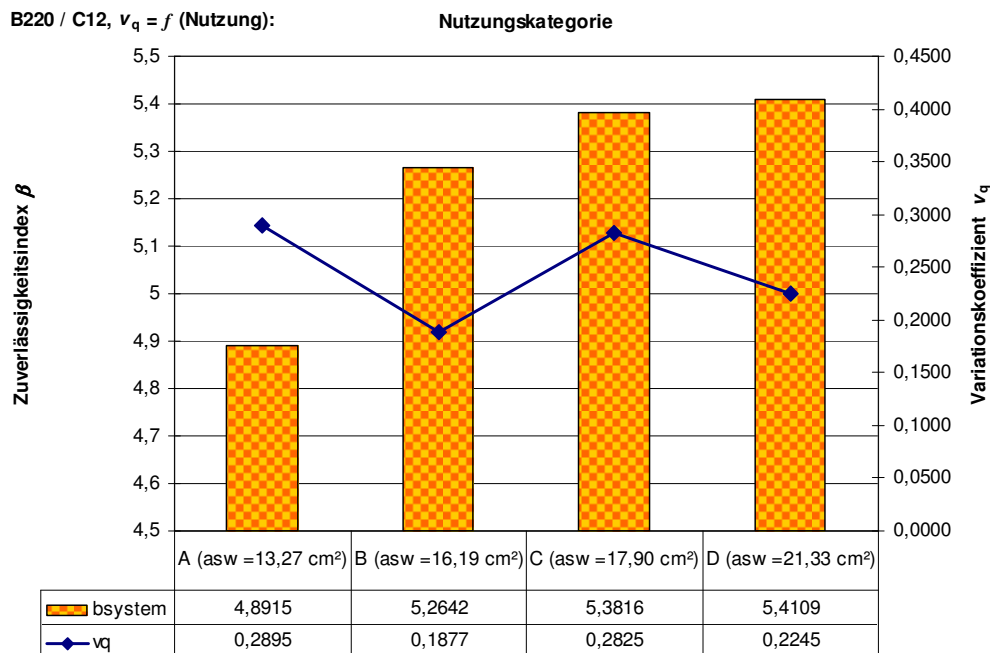


Abb. 8.7: Systemzuverlässigkeit des Balkens  $\beta_{\text{sys}}$  für die Materialkombination B500/C30, Bewehrungsgrade und Variationskoeffizienten  $v_q$  je Nutzungskategorie



**Abb. 8.8: Systemzuverlässigkeit des Balkens  $\beta_{\text{sys}}$  für die Materialkombination B220/C12, Bewehrungsgrade und Variationskoeffizienten  $v_q$  je Nutzungskategorie**

**8.2.2.4) Zum Einfluss der Nutzlast bei nutzungsunabhängig konstantem Variationskoeffizienten**  
 Entsprechend der Vorgehensweise in Abschnitt 7.2.2.4 erfolgt in diesem Abschnitt eine erneute Bewertung der Komponentenzuverlässigkeit für die Elemente des Erstversagens mit nutzungsunabhängig konstantem Variationskoeffizienten. Hierüber soll der Zusammenhang zwischen Nutzlast und Zuverlässigkeit noch geschärft werden. Gewählt wird entsprechend dem Ansatz in Abschnitt 7.2.2.4 ein vergleichsweise hoher Variationskoeffizient  $v_q = 0,40$  für alle vier Nutzungsklassen (fiktiver Wert, vgl. Abschnitt 7.2.2.4).

Hierzu sind zunächst ausgehend von den charakteristischen Werten die in der probabilistischen Berechnung anzusetzenden Mittelwerte zu ermitteln. Dies geschieht unter Ansatz der Gumbel-Verteilung und  $v_q = 0,40$  nach Gleichung (6.2). Die Ergebnisse sind in Tabelle 8.15 zusammengestellt.

**Tabelle 8.15: Mittelwerte und Standardabweichungen der Nutzlast des Balkens bei Ansatz eines konstanten Variationskoeffizienten  $v_q$**

	$X_{0,98}$	$v_q$	$\mu_q$	$\sigma_q$
Nutzung	[kN/m]	[-]	[kN/m]	[kN/m]
<b>A</b> Wohnen	9,19	0,40	4,512	1,805
<b>B</b> Büro + TW	19,60	0,40	9,622	3,849
<b>C</b> Schule + TW	25,73	0,40	12,632	5,053
<b>D</b> Verkauf + TW	37,97	0,40	18,641	7,456

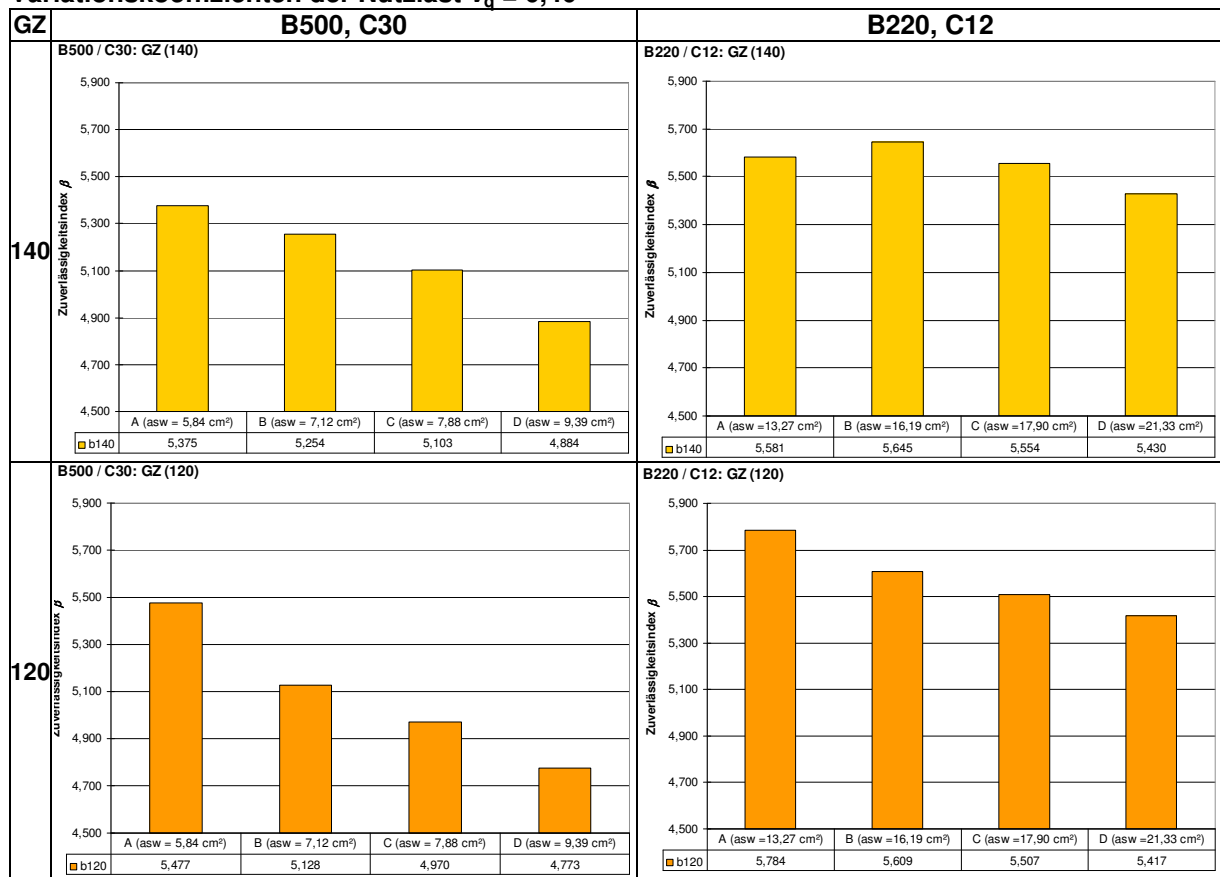
Die Tabellen 8.16 und 8.17 enthalten die Komponentenzuverlässigkeiten für Biege- und Querkraftversagen des Balkens (Erstversagen) unter Ansatz des fiktiven nutzungsunabhängigen Variationskoeffizienten  $v_q = 0,40$ . Gegenüber der Darstellung in den Tabellen 8.13 und 8.14 mit nutzungsabhängigem Variationskoeffizienten ist nunmehr in den meisten Fällen ein Abfall der Elementzuverlässigkeit mit dem Anstieg der Nutzlast zu erkennen.

Eine Ausnahme hiervon bilden die Zugstrebelemente (1102) und (1302), bei denen sich in Nutzungskategorie A jeweils die kleinste Zuverlässigkeit einstellt. In diesem Fall überwiegt wieder der Einfluss des geringen Querkraftbewehrungsgrades, während in den anderen Nutzungsklassen der Einfluss der ansteigenden Nutzlast dominiert. Hierin sind die Elemente (1102) und (1302) des Balkens dem Biegeelement (140) der Platte vergleichbar (s. Abschnitt 7.2.2.4), bei dem ein kombinierter Einfluss aus Längsbewehrungsgrad und Nutzlast zu beobachten war. Sowohl die Elemente (1102) und (1302) des Balkens als auch Biegeelement (140) der Platte erweisen sich letztlich maßgebend für die Zuverlässigkeit des jeweiligen Systems.

Eine weitere Ausnahme bildet das Biegeversagen an der Innenstütze in Materialkombination B220/C12. Für Element (140) stellt sich die kleinste Zuverlässigkeit wieder in Kategorie A ein, während in den folgenden Kategorien B bis D die Zuverlässigkeit mit dem Anstieg der Nutzlast schrittweise sinkt. Hierin unterscheidet sich der Verlauf der Zuverlässigkeit von Materialkombination B500/C30. Aus den zugehörigen Sensitivitätsanalysen konnte ermittelt werden, dass in Kombination B220/C12 in Nutzungsklasse A noch die Streuung der Streckgrenze des Betonstahls den größten Einfluss auf die Zuverlässigkeit  $\beta_{(140)}$  hat ( $\alpha_{\max} = \alpha_{fy}$ ). In den folgenden Nutzungsklassen haben dann die Einwirkungen den größten Einfluss auf die Zuverlässigkeit  $\beta_{(140)}$ . In Kombination B500/C30 hingegen haben die Einwirkungen in allen Nutzungsklassen die größte Wichtung. Für Nutzungsklasse A mit kleinem erforderlichem Bewehrungsgrad wirkt sich also die geringere Stahlfestigkeit bzw. die größere prozentuale Streuung der Streckgrenze in Kombination B220/C12 auf die Sicherheit aus.

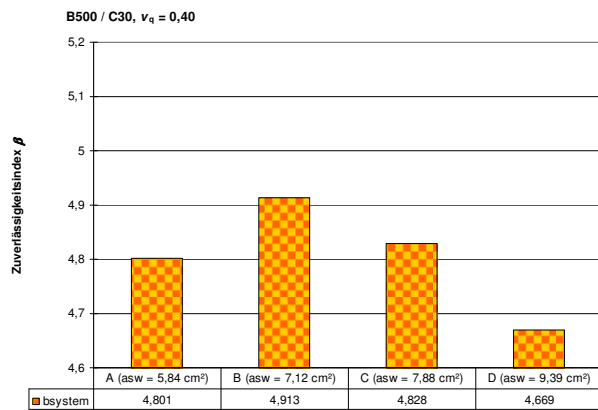
Der systembestimmende Einfluss des Zugstrebenversagens wird auch im Fall des nutzungsunabhängigen Variationskoeffizienten  $v_q$  deutlich aus dem Vergleich des Elementversagens (1302) in Tabelle 8.17 mit den Systemzuverlässigkeiten der Materialkombinationen B500/C30 und B220/C12 mit  $v_q = 0,40$  in den Bildern 8.9 und 8.10. Die Systemzuverlässigkeit spiegelt etwa das Zugstrebenversagen an der Innenstütze wider, wobei sich die Systemzuverlässigkeit  $\beta_{\text{sys}}$  geringfügig kleiner ergibt, als die Elementzuverlässigkeit  $\beta_{(1302)}$ .

**Tabelle 8.16: Komponentenzuverlässigkeiten der Biegeelemente des Balkens (Erstversagen) für B500/C30 und B220/C12 bei Ansatz eines nutzungsunabhängig konstanten Variationskoeffizienten der Nutzlast  $v_q = 0,40$**

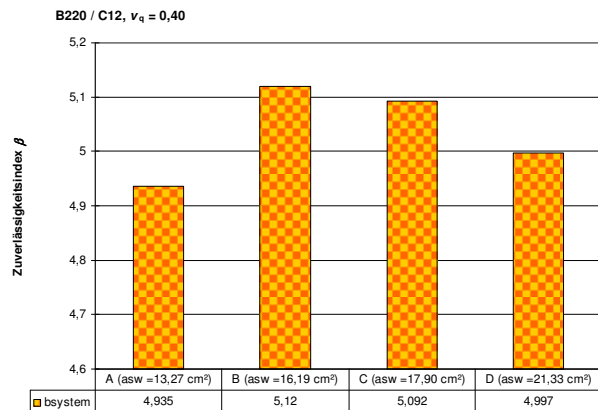


**Tabelle 8.17: Komponentenzuverlässigkeiten der Querkraftelemente des Balkens (Erstversagen) für B500/C30 und B220/C12 bei Ansatz eines nutzungsunabhängig konstanten Variationskoeffizienten der Nutzlast  $v_q = 0,40$**

GZ	B500, C30	B220, C12																
1301	<p><b>B500 / C30: GZ (1301)</b></p> <table border="1"> <tr> <td>A (asw = 5,84 cm<sup>2</sup>)</td> <td>B (asw = 7,12 cm<sup>2</sup>)</td> <td>C (asw = 7,88 cm<sup>2</sup>)</td> <td>D (asw = 9,39 cm<sup>2</sup>)</td> </tr> <tr> <td>14,483</td> <td>13,018</td> <td>12,350</td> <td>11,331</td> </tr> </table>	A (asw = 5,84 cm <sup>2</sup> )	B (asw = 7,12 cm <sup>2</sup> )	C (asw = 7,88 cm <sup>2</sup> )	D (asw = 9,39 cm <sup>2</sup> )	14,483	13,018	12,350	11,331	<p><b>B220 / C12: GZ (1301)</b></p> <table border="1"> <tr> <td>A (asw = 13,27 cm<sup>2</sup>)</td> <td>B (asw = 16,19 cm<sup>2</sup>)</td> <td>C (asw = 17,90 cm<sup>2</sup>)</td> <td>D (asw = 21,33 cm<sup>2</sup>)</td> </tr> <tr> <td>9,185</td> <td>8,626</td> <td>8,261</td> <td>7,635</td> </tr> </table>	A (asw = 13,27 cm <sup>2</sup> )	B (asw = 16,19 cm <sup>2</sup> )	C (asw = 17,90 cm <sup>2</sup> )	D (asw = 21,33 cm <sup>2</sup> )	9,185	8,626	8,261	7,635
	A (asw = 5,84 cm <sup>2</sup> )	B (asw = 7,12 cm <sup>2</sup> )	C (asw = 7,88 cm <sup>2</sup> )	D (asw = 9,39 cm <sup>2</sup> )														
14,483	13,018	12,350	11,331															
A (asw = 13,27 cm <sup>2</sup> )	B (asw = 16,19 cm <sup>2</sup> )	C (asw = 17,90 cm <sup>2</sup> )	D (asw = 21,33 cm <sup>2</sup> )															
9,185	8,626	8,261	7,635															
1302	<p><b>B500 / C30: GZ (1302)</b></p> <table border="1"> <tr> <td>A (asw = 5,84 cm<sup>2</sup>)</td> <td>B (asw = 7,12 cm<sup>2</sup>)</td> <td>C (asw = 7,88 cm<sup>2</sup>)</td> <td>D (asw = 9,39 cm<sup>2</sup>)</td> </tr> <tr> <td>4,815</td> <td>5,025</td> <td>4,998</td> <td>4,894</td> </tr> </table>	A (asw = 5,84 cm <sup>2</sup> )	B (asw = 7,12 cm <sup>2</sup> )	C (asw = 7,88 cm <sup>2</sup> )	D (asw = 9,39 cm <sup>2</sup> )	4,815	5,025	4,998	4,894	<p><b>B220 / C12: GZ (1302)</b></p> <table border="1"> <tr> <td>A (asw = 13,27 cm<sup>2</sup>)</td> <td>B (asw = 16,19 cm<sup>2</sup>)</td> <td>C (asw = 17,90 cm<sup>2</sup>)</td> <td>D (asw = 21,33 cm<sup>2</sup>)</td> </tr> <tr> <td>4,941</td> <td>5,164</td> <td>5,150</td> <td>5,063</td> </tr> </table>	A (asw = 13,27 cm <sup>2</sup> )	B (asw = 16,19 cm <sup>2</sup> )	C (asw = 17,90 cm <sup>2</sup> )	D (asw = 21,33 cm <sup>2</sup> )	4,941	5,164	5,150	5,063
	A (asw = 5,84 cm <sup>2</sup> )	B (asw = 7,12 cm <sup>2</sup> )	C (asw = 7,88 cm <sup>2</sup> )	D (asw = 9,39 cm <sup>2</sup> )														
4,815	5,025	4,998	4,894															
A (asw = 13,27 cm <sup>2</sup> )	B (asw = 16,19 cm <sup>2</sup> )	C (asw = 17,90 cm <sup>2</sup> )	D (asw = 21,33 cm <sup>2</sup> )															
4,941	5,164	5,150	5,063															
1101	<p><b>B500 / C30: GZ (1101)</b></p> <table border="1"> <tr> <td>A (asw = 5,84 cm<sup>2</sup>)</td> <td>B (asw = 7,12 cm<sup>2</sup>)</td> <td>C (asw = 7,88 cm<sup>2</sup>)</td> <td>D (asw = 9,39 cm<sup>2</sup>)</td> </tr> <tr> <td>16,213</td> <td>14,453</td> <td>13,717</td> <td>12,621</td> </tr> </table>	A (asw = 5,84 cm <sup>2</sup> )	B (asw = 7,12 cm <sup>2</sup> )	C (asw = 7,88 cm <sup>2</sup> )	D (asw = 9,39 cm <sup>2</sup> )	16,213	14,453	13,717	12,621	<p><b>B220 / C12: GZ (1101)</b></p> <table border="1"> <tr> <td>A (asw = 13,27 cm<sup>2</sup>)</td> <td>B (asw = 16,19 cm<sup>2</sup>)</td> <td>C (asw = 17,90 cm<sup>2</sup>)</td> <td>D (asw = 21,33 cm<sup>2</sup>)</td> </tr> <tr> <td>10,712</td> <td>9,888</td> <td>9,439</td> <td>6,720</td> </tr> </table>	A (asw = 13,27 cm <sup>2</sup> )	B (asw = 16,19 cm <sup>2</sup> )	C (asw = 17,90 cm <sup>2</sup> )	D (asw = 21,33 cm <sup>2</sup> )	10,712	9,888	9,439	6,720
	A (asw = 5,84 cm <sup>2</sup> )	B (asw = 7,12 cm <sup>2</sup> )	C (asw = 7,88 cm <sup>2</sup> )	D (asw = 9,39 cm <sup>2</sup> )														
16,213	14,453	13,717	12,621															
A (asw = 13,27 cm <sup>2</sup> )	B (asw = 16,19 cm <sup>2</sup> )	C (asw = 17,90 cm <sup>2</sup> )	D (asw = 21,33 cm <sup>2</sup> )															
10,712	9,888	9,439	6,720															
1102	<p><b>B500 / C30: GZ (1102)</b></p> <table border="1"> <tr> <td>A (asw = 5,84 cm<sup>2</sup>)</td> <td>B (asw = 7,12 cm<sup>2</sup>)</td> <td>C (asw = 7,88 cm<sup>2</sup>)</td> <td>D (asw = 9,39 cm<sup>2</sup>)</td> </tr> <tr> <td>4,879</td> <td>5,015</td> <td>4,962</td> <td>4,843</td> </tr> </table>	A (asw = 5,84 cm <sup>2</sup> )	B (asw = 7,12 cm <sup>2</sup> )	C (asw = 7,88 cm <sup>2</sup> )	D (asw = 9,39 cm <sup>2</sup> )	4,879	5,015	4,962	4,843	<p><b>B220 / C12: GZ (1102)</b></p> <table border="1"> <tr> <td>A (asw = 13,27 cm<sup>2</sup>)</td> <td>B (asw = 16,19 cm<sup>2</sup>)</td> <td>C (asw = 17,90 cm<sup>2</sup>)</td> <td>D (asw = 21,33 cm<sup>2</sup>)</td> </tr> <tr> <td>5,001</td> <td>5,164</td> <td>5,122</td> <td>5,018</td> </tr> </table>	A (asw = 13,27 cm <sup>2</sup> )	B (asw = 16,19 cm <sup>2</sup> )	C (asw = 17,90 cm <sup>2</sup> )	D (asw = 21,33 cm <sup>2</sup> )	5,001	5,164	5,122	5,018
	A (asw = 5,84 cm <sup>2</sup> )	B (asw = 7,12 cm <sup>2</sup> )	C (asw = 7,88 cm <sup>2</sup> )	D (asw = 9,39 cm <sup>2</sup> )														
4,879	5,015	4,962	4,843															
A (asw = 13,27 cm <sup>2</sup> )	B (asw = 16,19 cm <sup>2</sup> )	C (asw = 17,90 cm <sup>2</sup> )	D (asw = 21,33 cm <sup>2</sup> )															
5,001	5,164	5,122	5,018															



**Abb. 8.9: Systemzuverlässigkeit  $\beta_{\text{sys}}$  bei konstantem Variationskoeffizienten  $v_q = 0,40$ , Materialkombination B500/C30**



**Abb. 8.10: Systemzuverlässigkeit  $\beta_{\text{sys}}$  bei konstantem Variationskoeffizienten  $v_q = 0,40$ , Materialkombination B220/C12**

### 8.2.3) Bezug der Systemzuverlässigkeit auf den Querkraftbewehrungsgrad $\beta_{\text{sys}}/\rho_{\text{sw}}$

In Anlehnung an das Vorgehen in Abschnitt 7.2.3 wird für den Balken ein auf den Bewehrungsgrad bezogener Vergleichswert eingeführt. Hierdurch soll das Ergebnis der probabilistischen Berechnung um den Einfluss des Bewehrungsgrades bereinigt werden, um die Relationen der erreichten Zuverlässigkeiten zwischen den verschiedenen Material-Nutzungs-Kombinationen zu verdeutlichen.

Bei Bezug der Systemzuverlässigkeit  $\beta_{\text{sys}}$  auf den zuverlässigkeitsbestimmenden Bewehrungsgrad müsste sich wie bei der Platte ein klarer Abfall des bezogenen Vergleichswertes mit dem Anstieg der Nutzlast ergeben. Ebenso müssten sich für höhere Stahlfestigkeiten höhere bezogene Zuverlässigkeitswerte einstellen (vgl. Abschnitt 7.2.3).

Die Tragfähigkeit des Balkens wird vom Längsbewehrungsgrad  $\rho$  und vom Querkraftbewehrungsgrad  $\rho_{\text{sw}}$  beeinflusst. Für das in Kapitel 9 verwendete Verfahren zur Herleitung modifizierter Teilsicherheitsbeiwerte ist es entscheidend, welcher der beiden Bewehrungsgrade den maßgebenden Einfluss auf das erreichte Zuverlässigkeitsniveau hat. Für den Balken konnte in Abschnitt 8.2.2 bereits ein dominanter Einfluss des Querkraftbewehrungsgrades  $\rho_{\text{sw}}$  festgestellt werden.

Tabelle 8.18 zeigt für die Materialkombinationen B500/C30 und B220/C12 den Verlauf der bezogenen Zuverlässigkeiten über die Nutzungskategorien. Dargestellt ist ein auf den Längsbewehrungsgrad  $\rho$  bezogener Wert ( $\beta_{\text{sys}}/\rho$ ) sowie der Bezug auf den Querkraftbewehrungsgrad  $\rho_{\text{sw}}$  mit dem Vergleichswert ( $\beta_{\text{sys}}/\rho_{\text{sw}}$ ). Der prognostizierte Abfall des Vergleichswertes mit der Höhe der Nutzlast ist darin eindeutig nur bei Bezug auf den Querkraftbewehrungsgrad zu beobachten. Insbesondere in Kombination B500/C30 wird deutlich, dass bei Bezug auf den Längsbewehrungsgrad der Vergleichswert ( $\beta_{\text{sys}}/\rho$ ) nicht immer mit der Nutzlasthöhe sinkt. So zeigt der Vergleich der Nutzungsklasse C und D einen etwa gleichen Bezugswert  $(\beta_{\text{sys}}/\rho)_C \leq (\beta_{\text{sys}}/\rho)_D$ . Die auf den Querkraftbewehrungsgrad bezogenen Vergleichswerte ( $\beta_{\text{sys}}/\rho_{\text{sw}}$ ) hingegen sinken eindeutig mit der Höhe der Nutzlast.

Für den Balken erweist sich somit einmal mehr der Querkraftbewehrungsgrad als bestimmende Größe. Der Vergleich der je Nutzungsklassen bzw. Betonstahlsorte erreichten Zuverlässigkeiten erfolgt sinnvoll anhand des Bezugswertes ( $\beta_{\text{sys}}/\rho_{\text{sw}}$ ) (Tabellen 8.19 und 8.20).

Tabelle 8.19 zeigt je Nutzungskategorie den Verlauf der auf den Querkraftbewehrungsgrad bezogenen Zuverlässigkeit ( $\beta_{\text{sys}}/\rho_{\text{sw}}$ ) für jede Materialkombination. Im Vergleich mit den nicht bezogenen Zuverlässigkeiten  $\beta_{\text{sys}}$  in Abschnitt 8.2.1 zeigt sich neben dem Absinken der Vergleichswerte mit wachsender Nutzlast auch ein Anstieg der bezogenen Zuverlässigkeit mit der Betonstahlfestigkeit [ $(\beta_{\text{sys}}/\rho_{\text{sw}})_{220} < (\beta_{\text{sys}}/\rho_{\text{sw}})_{420} < (\beta_{\text{sys}}/\rho_{\text{sw}})_{500}$ ]. Dies bestätigt die entsprechende Beobachtung für den Bezugswert ( $\beta_{\text{sys}}/\rho$ ) bei der Platte.

Eine Gegenüberstellung der bezogenen Vergleichswerte je Stahlsorte ist Tabelle 8.20 zu entnehmen. Im Vergleich zur Darstellung der nicht bezogenen Systemzuverlässigkeiten in Tabelle 8.11 zeigen sich nunmehr deutlich höhere Bezugswerte ( $\beta_{\text{sys}}/\rho_{\text{sw}}$ ) für kleinere Nutzlasten [ $(\beta_{\text{sys}}/\rho_{\text{sw}})_A > (\beta_{\text{sys}}/\rho_{\text{sw}})_B > (\beta_{\text{sys}}/\rho_{\text{sw}})_C > (\beta_{\text{sys}}/\rho_{\text{sw}})_D$ ]. Zudem ist keine Überschneidung der Ergebnisse verschiedener Nutzungskategorien mehr zu beobachten, wie es in Tabelle 8.11 mit  $\beta_{\text{sys},C} \approx \beta_{\text{sys},D}$  noch der Fall ist. Auch hierin besteht Übereinstimmung mit den Ergebnissen für den Bezugswert ( $\beta_{\text{sys}}/\rho$ ) der Platte.

Tabelle 8.18: bezogene Systemzuverlässigkeiten ( $\beta_{sys}/\rho$ ) und ( $\beta_{sys}/\rho_{sw}$ ) in Abhängigkeit von der Nutzung (Materialkombinationen B500/C30 und B220/C12)

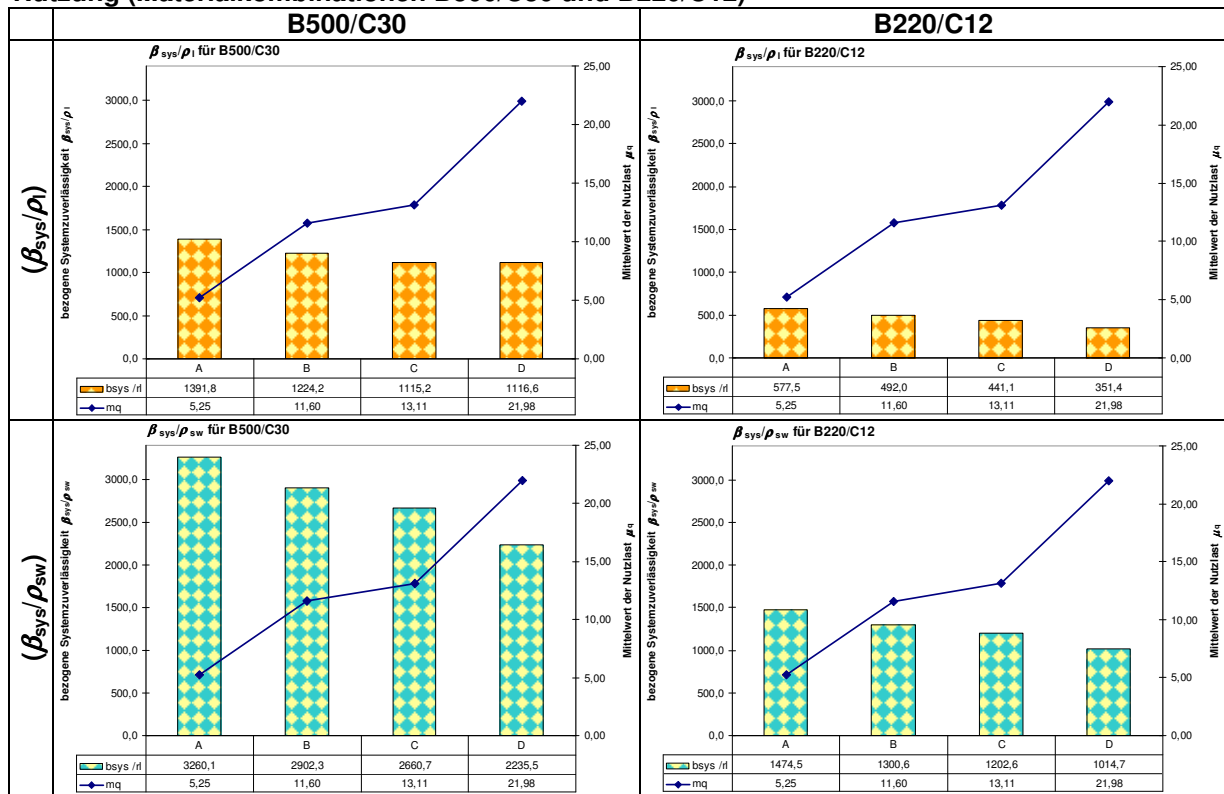


Tabelle 8.19: bezogene Systemzuverlässigkeiten ( $\beta_{sys}/\rho_{sw}$ ) je Material-Nutzungs-Kombination

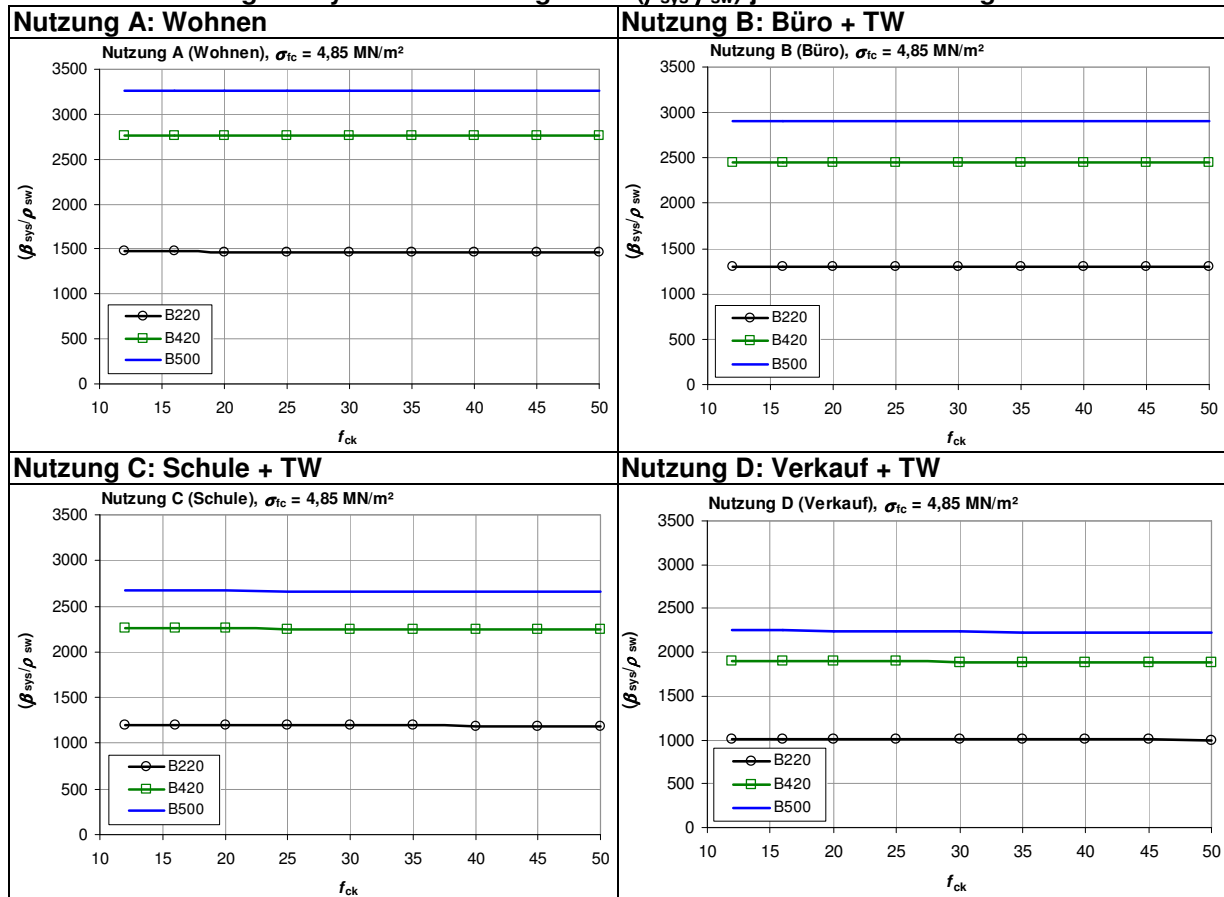




Tabelle 8.20: bezogene Systemzuverlässigkeiten ( $\beta_{\text{sys}}/\rho_{\text{sw}}$ ) je Nutzungskategorie und Betonstahl

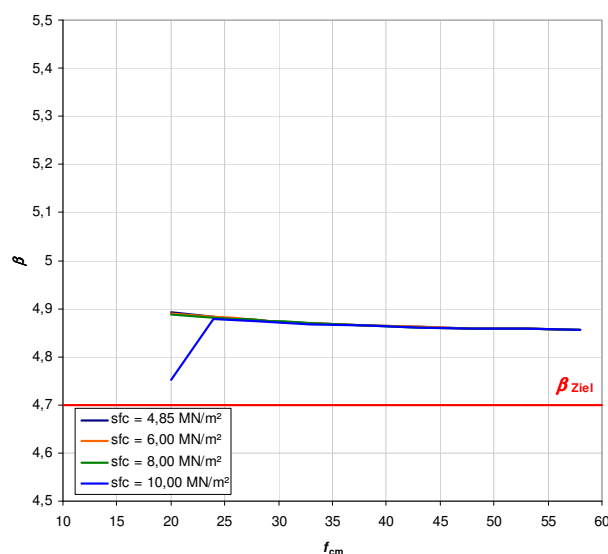
<p><b>B220</b></p> <p><math>\beta_{\text{sys},A(220)} = 4,8564 \dots 4,8915</math>  <math>\beta_{\text{sys},A} / \rho = 1464 \dots 1474</math></p> <p><math>\beta_{\text{sys},B(220)} = 5,2463 \dots 5,2642</math>  <math>\beta_{\text{sys},B} / \rho = 1296 \dots 1301</math></p> <p><math>\beta_{\text{sys},C(220)} = 5,3273 \dots 5,3816</math>  <math>\beta_{\text{sys},C} / \rho = 1190 \dots 1203</math></p> <p><math>\beta_{\text{sys},D(220)} = 5,3380 \dots 5,4109</math>  <math>\beta_{\text{sys},D} / \rho = 1101 \dots 1115</math></p>	<p><b>B220, <math>\sigma_{\text{fc}} = 4,85 \text{ MN/m}^2</math></b></p>
<p><b>B420</b></p> <p><math>\beta_{\text{sys},A(420)} = 4,7907 \dots 4,8036</math>  <math>\beta_{\text{sys},A} / \rho = 2757 \dots 2765</math></p> <p><math>\beta_{\text{sys},B(420)} = 5,1983 \dots 5,2036</math>  <math>\beta_{\text{sys},B} / \rho = 2452 \dots 2454</math></p> <p><math>\beta_{\text{sys},C(420)} = 5,2599 \dots 5,3025</math>  <math>\beta_{\text{sys},C} / \rho = 2243 \dots 2261</math></p> <p><math>\beta_{\text{sys},D(420)} = 5,2256 \dots 5,3179</math>  <math>\beta_{\text{sys},D} / \rho = 1882 \dots 1904</math></p>	<p><b>B420, <math>\sigma_{\text{fc}} = 4,85 \text{ MN/m}^2</math></b></p>
<p><b>B500</b></p> <p><math>\beta_{\text{sys},A(500)} = 4,7567 \dots 4,7681</math>  <math>\beta_{\text{sys},A} / \rho = 3258 \dots 3266</math></p> <p><math>\beta_{\text{sys},B(500)} = 5,1643 \dots 5,1689</math>  <math>\beta_{\text{sys},B} / \rho = 2901 \dots 2904</math></p> <p><math>\beta_{\text{sys},C(500)} = 5,2271 \dots 5,2692</math>  <math>\beta_{\text{sys},C} / \rho = 2653 \dots 2675</math></p> <p><math>\beta_{\text{sys},D(500)} = 5,2237 \dots 5,2865</math>  <math>\beta_{\text{sys},D} / \rho = 2225 \dots 2252</math></p>	<p><b>B500, <math>\sigma_{\text{fc}} = 4,85 \text{ MN/m}^2</math></b></p>

### 8.2.4) Systemzuverlässigkeit $\beta_{\text{sys}}$ in Abhängigkeit von der Betonqualität

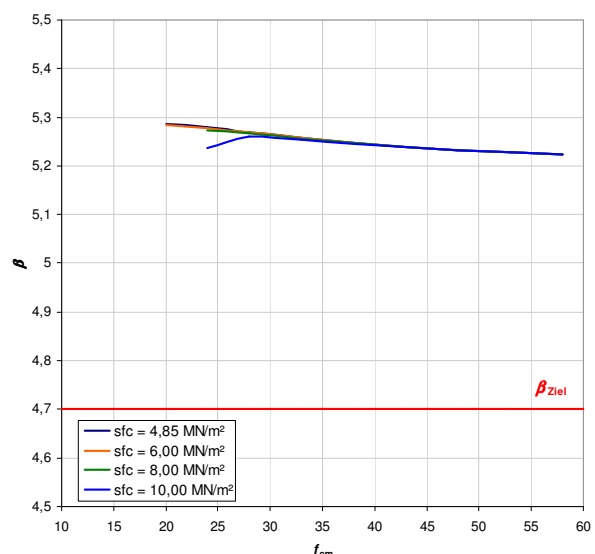
Die in den Abschnitten 8.2.1 bis 8.2.3 besprochenen Systemzuverlässigkeiten des Balkens wurden sämtlich für eine der Norm entsprechende Betonqualität ermittelt, d. h., die stochastische Modellierung der Druckfestigkeit erfolgte mit einer Standardabweichung von  $\sigma_{f_c} = 4,85 \text{ MN/m}^2$ . In diesem Abschnitt soll nunmehr der Einfluss abweichender Betonqualitäten untersucht werden (vgl. Abschnitt 7.2.4, Einfluss der Betonqualität auf die Systemzuverlässigkeit der Platte).

Wie bei der Platte wird die Qualität des Betons über die Standardabweichung bzw. den Variationskoeffizienten des Betons in vier Stufen gestaffelt (Bild 7.11). Die probabilistischen Berechnungen werden für jede Kombination mit der stochastischen Modellierung des Betons gemäß Bild 7.11 wiederholt. Die Qualität wird in einem Bereich  $\sigma_{f_c} = 4,85 \dots 10 \text{ MN/m}^2$  abgestuft, wobei für die punktuelle Berechnung für mittlere Druckfestigkeiten  $f_{cm} \leq 20 \text{ MN/m}^2$  mit einem konstanten Variationskoeffizienten gemäß (Bild 7.11) gearbeitet wird. Höhere Qualitäten mit  $\sigma_{f_c} < 4,85 \text{ MN/m}^2$  werden hier bei der Betrachtung von Bestandsbauwerken nicht berücksichtigt.

Tabelle 8.21 fasst die je Material-Nutzungs-Qualitäts-Kombination des Balkens ermittelten Ergebnisse in einer Übersicht zusammen. Darin sind die Verläufe der Systemzuverlässigkeit  $\beta_{\text{sys}}$  in Abhängigkeit von der *mittleren* Druckfestigkeit  $f_{cm}$  dargestellt. Die mittlere Druckfestigkeit wird als Ergebnis der Bauaufnahme erfasst, der charakteristische Wert wird daraus umso kleiner ermittelt, je größer  $\sigma_{f_c}$  ist. Die modifizierten Teilsicherheitsbeiwerte nach Kapitel 9 sind in Abhängigkeit von den Ergebnissen der Bauaufnahme anwendbar (Mittelwert und Standardabweichung der Druckfestigkeit  $\mu_{f_c}, \sigma_{f_c}$ ). Mit den Untersuchungen zur Abhängigkeit der Systemzuverlässigkeit von der Betonqualität lassen sich nach Tabelle 8.21 die zulässigen Anwendungsbereiche eingrenzen. Aus der Übersicht werden mit den Bildern 8.11 und 8.12 die Kombinationen (B220 / Nutzung A) und (B500 / Nutzung D) als Eckwerte für die nähere Betrachtung ausgewählt.



**Abb. 8.11: Einfluss der Betonqualität auf die Systemzuverlässigkeit (B220, Nutzung A)**



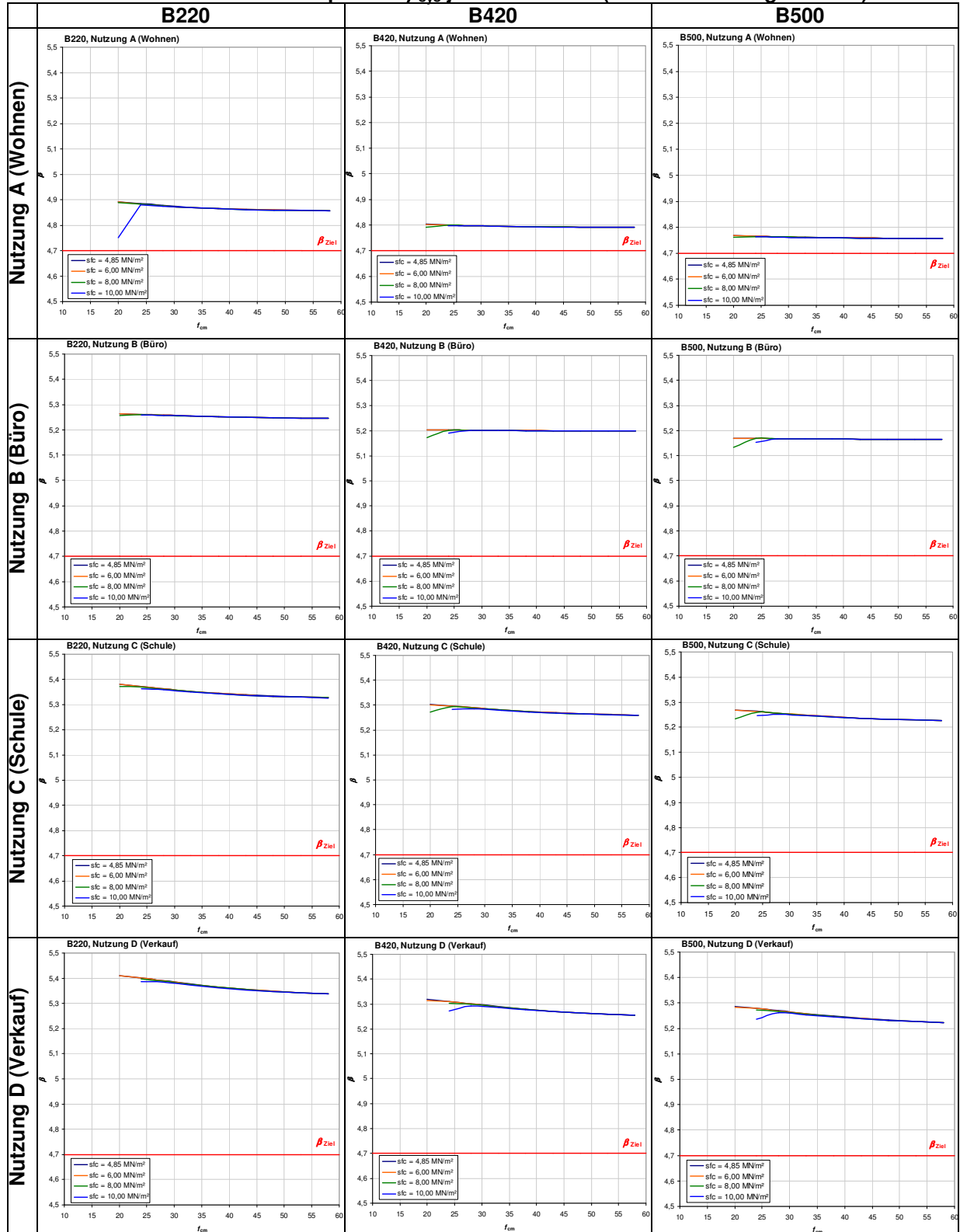
**Abb. 8.12: Einfluss der Betonqualität auf die Systemzuverlässigkeit (B500, Nutzung D)**

Bild 8.11 zeigt den Verlauf der Systemzuverlässigkeit des Balkens für Betonstahl 220 und Wohnnutzung. Ähnlich wie bei der Platte (s. Abschnitt 7.2.4) sind für mittlere und hohe Druckfestigkeiten  $f_{cm}$  keine nennenswerten Unterschiede zwischen den Qualitätsstufen feststellbar. Für mittlere und hohe Druckfestigkeiten ergeben sich unabhängig von  $\sigma_{f_c}$  weitgehend gleiche Systemzuverlässigkeiten. Hierin stimmt die gewählte Kombination (B220 / Nutzung A) mit allen anderen Betonstahl-Nutzungs-Kombinationen überein.

Deutlich unterschiedliche Systemzuverlässigkeiten für verschiedene Betonqualitäten ergeben sich hingegen im Bereich kleiner Druckfestigkeiten bis  $f_{cm} \approx 24 \text{ MN/m}^2$ . Wie schon bei der Platte erweist sich die Bewertung der Zuverlässigkeit im Bereich bis  $f_{cm} \leq 24 \text{ MN/m}^2$  bei Anstieg der Standardabweichung der Druckfestigkeit von  $\sigma_{f_c} = 4,85$  bis  $10 \text{ MN/m}^2$  als äußerst instabil. In den Bildern 8.11 und 8.12 bzw. Tabelle 8.21 ist in diesem Bereich ein Auffächern der Kurvenschar zu erkennen. Entweder ergibt sich in diesem Bereich bei hohen Standardabweichungen ein sehr deutlicher Abfall der Systemzuverlässigkeit (Bild 8.11, Kurve  $\sigma_{f_c} = 10 \text{ MN/m}^2$ ) oder die Berechnung muss für Kombinationen mit  $f_{cm} \leq 24 \text{ MN/m}^2$  ganz abgebrochen werden (Bild 8.12, Kurven  $\sigma_{f_c} = 8,0$  und  $10 \text{ MN/m}^2$ ).

In Kombinationen mit hohen Nutzlasten ist dieser Effekt besonders deutlich. Insbesondere bei der Kombination hoher Stahlfestigkeiten mit kleinen Druckfestigkeiten und hohen Nutzlasten ist die Bewertung kritisch (Bild 8.12). In Tabelle 8.21 brechen also für viele Kombinationen die Kurven der Qualitätsstufen  $\sigma_{fc} = 10 \text{ MN/m}^2$  und/oder  $8 \text{ MN/m}^2$  bei Druckfestigkeiten  $f_{cm} \leq 24 \text{ MN/m}^2$  ab. Somit können hier für kleine Betonfestigkeiten mit hohen Streuwerten keine modifizierten Teilsicherheitsbeiwerte hergeleitet werden. Die Auswertung in Kapitel 9 erfolgt für Betonqualitäten mit  $\sigma_{fc} < 8 \text{ MN/m}^2$  über den kompletten betrachteten Druckfestigkeitsbereich. Für Standardabweichungen  $\sigma_{fc} \geq 8 \text{ MN/m}^2$  haben die modifizierten Werte erst ab einer mittleren Druckfestigkeit  $f_{cm} \geq 28 \text{ MN/m}^2$  Gültigkeit (vgl. Abschnitt 7.2.4).

Tabelle 8.21: Einfluss der Betonqualität:  $\beta_{sys}$  je Kombination (Material-Nutzungs-Qualität)



### 8.2.5) Systemzuverlässigkeit $\beta_{\text{sys}}$ in Abhängigkeit von der Betonstahlsorte

Die stochastische Modellierung des Betonstahls gemäß [JCSS 2001-03] mit konstanter Standardabweichung  $\sigma_{fy}$  führt je Betonstahlsorte zu unterschiedlichen Variationskoeffizienten  $v_{fy}$  (Tabelle 7.18), Abschnitt 7.2.5). Im Vergleich der Betonstahlsorten ergibt sich also für die kleinste Festigkeit der größte Variationskoeffizient ( $v_{220} > v_{420} > v_{500}$ ). Die Sensitivitätsanalysen in Abschnitt 8.3 ergeben demgemäß auch größere Wichtungsfaktoren  $\alpha_{fy}$  für Betonstähle geringerer Festigkeit  $\alpha_{fy,220} > \alpha_{fy,420} > \alpha_{fy,500}$  (vgl. Abschnitt 7.2.5).

Der Vergleich der erreichten Systemzuverlässigkeiten in Abhängigkeit von der Betonstahlsorte zeigt jedoch, dass die Unterschiede  $\Delta\beta_{(\text{Betonstahl})}$  zwischen den verwendeten Stahlsorten vergleichsweise gering ausfallen. Innerhalb einer bestimmten Stahlsorte stellen sich die Differenzen zwischen den verschiedenen Nutzungskategorien  $\Delta\beta_{(\text{Nutzung})}$  demgegenüber deutlich größer ein (Tabelle 8.22). Der Einfluss verschiedener Nutzungen auf das erreichte Zuverlässigkeitsniveau ist größer als der Einfluss verschiedener Betonstahlsorten. Hierin bestätigen die Ergebnisse des Balkens die Beobachtungen für die Platte.

**Tabelle 8.22: Vergleich der Differenzen  $\Delta\beta$  zwischen Nutzungskategorien und Stahlsorten**

Differenz zwischen Nutzungskategorien $\Delta\beta_{(\text{Nutzung})} = \beta_{\text{max}} - \beta_{\text{min}}$		Differenz zwischen Stahlsorten $\Delta\beta_{(\text{Betonstahl})} = \beta_{\text{max}} - \beta_{\text{min}}$	
<b>B220</b>	0,4816 ... 0,5194	<b>A</b>	0,0997 ... 0,1234
		<b>B</b>	0,0820 ... 0,0953
<b>B420</b>	0,4692 ... 0,5143	<b>C</b>	0,0328 ... 0,1124
<b>B500</b>	0,4704 ... 0,5184	<b>D</b>	0,1143 ... 0,1244

Wie bei der Platte ergeben sich auch beim Balken höhere Zuverlässigkeiten für Kombinationen mit niedrigeren Stahlfestigkeiten (Tabelle 8.11, [ $\beta_{\text{sys},220} > \beta_{\text{sys},420} > \beta_{\text{sys},500}$ ]). Aus der deterministischen Vorberechnung wurden in der probabilistischen Berechnung für kleinere Stahlfestigkeiten höhere Bewehrungsgrade angesetzt. Im Gegensatz zur Platte entscheidet beim Balken der Querkraftbewehrungsgrad  $\rho_{\text{sw}}$  über das ermittelte Zuverlässigkeitsniveau. Aufgrund des Ansatzes der Bewehrungsgrade mit  $\rho_{\text{sw},220} > \rho_{\text{sw},420} > \rho_{\text{sw},500}$  werden für kleinere Stahlfestigkeiten die größeren Zuverlässigkeiten erreicht. Der Zusammenhang zwischen Systemzuverlässigkeit und Querkraftbewehrungsgrad wurde bereits in Abschnitt 8.2.2 in Verbindung mit der Nutzlast diskutiert.

Erfolgt der Vergleich der Betonstahlsorten mit dem in Abschnitt 8.2.4 eingeführten bezogenen Vergleichswert  $(\beta_{\text{sys}}/\rho_{\text{sw}})$ , so ergibt sich, dass für die höheren Stahlfestigkeiten  $\mu_{fy}$  mit kleineren Variationskoeffizienten  $v_{fy}$  höhere bezogene Zuverlässigkeiten ermittelt werden (Tabelle 8.20,  $(\beta_{\text{sys}}/\rho_{\text{sw}})_{220} < (\beta_{\text{sys}}/\rho_{\text{sw}})_{420} < (\beta_{\text{sys}}/\rho_{\text{sw}})_{500}$ ). Insgesamt ist die Abhängigkeit der Systemzuverlässigkeit des Balkens von der verwendeten Betonstahlsorte den Zusammenhängen bei der Platte vergleichbar (Abschnitt 7.2.5).

### 8.3) Einfluss der Basisvariablen auf die Versagenswahrscheinlichkeit

#### 8.3.1) Prozentuale Verteilung der Sensitivitäten

Aus Sensitivitätsanalysen ergeben sich die Wichtungsfaktoren  $(\alpha_i)^2$ , die ausdrücken, welchen Einfluss die Basisvariablen in den Grenzzustandsfunktionen auf die Zuverlässigkeit des ganzen Systems  $\beta_{\text{sys}}$  haben. Nachfolgend sind in den Tabellen 8.25, 8.26 und 8.27 die Wichtungen der einzelnen Basisvariablen als prozentuale Faktoren  $(\alpha_i)^2$  dargestellt. Die Tabellen enthalten für jede Betonstahl-Nutzungs-Kombination jeweils die Verteilung der  $(\alpha_i)^2$  für die kleinste und größte Druckfestigkeit  $f_c$ . Ergänzend sind in den Tabellen 8.30, 8.32 und 8.34 die prozentualen Verteilungen der  $(\alpha_i)^2$  im Verlauf der Druckfestigkeit zusammengefasst. Die genannten Werte stellen ausschließlich den Einfluss der Basisvariablen auf das Systemverhalten des Balkens dar, in Bezug auf das Versagen einzelner Elemente können sich abweichende Sensitivitäten ergeben.

Zunächst fällt auf, dass einzelne Basisvariable, die gemäß Kapitel 6 streuend modelliert wurden, keinen nennenswerten Einfluss auf die Systemzuverlässigkeit haben. Genau wie bei der Platte erweist sich die Grenzdehnung des Betons  $\varepsilon_{c2}$  als deterministisch ansetzbare Größe. Sie beeinflusst nur die Elemente des Biegeversagens und ergibt sowohl auf Systemebene als auch bei der Komponentenbewertung der Biegeelemente Wichtungen  $(\alpha_{\varepsilon c2})^2 \approx 0$ . Werte  $(\alpha_i)^2 \leq 0,5\%$  werden in den nachfolgenden Diagrammen mit  $(\alpha_i)^2 = 0$  dargestellt. Ebenso wurde punktuell ein streuender Ansatz des Dauerstandsfaktors  $\alpha_{cc}$  geprüft. Hieraus ergeben sich ebenfalls vernachlässigbar kleine Sensitivitäten  $(\alpha_{\alpha cc})^2$ , so dass der hier vorgenommene deterministische Ansatz von  $\alpha_{cc} = 0,85$  gerechtfertigt ist (vgl. Abschnitt 7.3.1, Sensitivitäten der Platte).

Für andere Basisvariable mit System-Sensitivitäten  $(\alpha_i)^2 \approx 0$  ergibt sich hingegen nicht zwangsläufig die Möglichkeit eines deterministischen Ansatzes. Die Wichtungsfaktoren  $(\alpha_i)^2$  des Systems stellen sich nach den maßgebenden Versagenselementen ein. Auf das System bezogen ergeben sich die Wichtungsfaktoren abweichend von der Einzelbetrachtung der Komponentenzuverlässigkeiten. Während einzelne Basisvariable in Bezug auf das Systemverhalten kaum eine Rolle spielen, können sie gleichzeitig für einzelne Versagenselemente sehr wichtig sein. Wenn diese Werte auf Systemebene sich dann als vernachlässigbare Größen erweisen, so liegt das an den im Systemvergleich geringen Versagenswahrscheinlichkeiten der Elemente, die von der betreffenden Variablen beeinflusst werden (s. auch Sensitivitätsanalysen der Versagenselemente, Abschnitt 8.4). Aus den Sensitivitäten der Basisvariablen in Bezug auf den durchlaufenden Balken ist also nicht auf die Bedeutung für das Elementversagen zu schließen. Aussagen auf Grundlagen der Darstellungen in Tabellen 8.25, 8.26 und 8.27 sowie 8.30, 8.32 und 8.34 sind also nur im Systemzusammenhang möglich.

Ein typisches Beispiel für Basisvariable mit geringem Einfluss auf das Systemverhalten und großem Einfluss auf das Versagen von Elementen des Systems sind einzelne Modellunsicherheiten. In den Sensitivitätsanalysen des Systems erscheinen die Modellunsicherheiten der maßgebenden Versagenselemente (Abschnitt 8.4) mit nennenswertem Einfluss, während sich die Modellunsicherheiten der Elemente mit geringeren Versagenswahrscheinlichkeiten auf Systemebene als unbedeutend erweisen. Für den Balken bestimmt das Zugstrebenversagen die Zuverlässigkeit des Systems – mithin erscheinen auch die Modellunsicherheiten  $\theta_{RV,s}$  und  $\theta_{EV}$  in den Systemanalysen aller Kombinationen mit großen Wichtungen  $(\alpha_i)^2$ . Die Modellunsicherheiten der Druckstreben- und Biegeelemente  $\theta_{RV,max}$ ,  $\theta_{RM}$  und  $\theta_{EM}$  erscheinen hingegen nur in den Einzelberechnungen zur Komponentenzuverlässigkeit.

Zum Vergleich sind in Tabelle 8.24 die Sensitivitäten in Bezug auf das Elementversagen des Balkens dargestellt. Stellvertretend wurden die Materialkombination B500/C30 und Nutzung D ausgewählt. Die Darstellung beschränkt sich auf die Elemente des Erstversagens. Tabelle 8.23 enthält den Direktvergleich der Sensitivitäten bezüglich Element- und Systemversagen für diese Kombination.

**Tabelle 8.23: Vergleich der Sensitivitäten der Basisvariablen bei Bewertung der System- und Komponententragfähigkeit (Bsp. B500 / Nutzung D, Betonqualität mit  $\alpha_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2$ )**

	$X_i$	Systembezug (B500/C12...C50, Nutzung D) $(\alpha_i)^2_{\text{sys}}$ für $\beta_{\text{sys}}$		Komponentenbezug (B500/C30, Nutzung D) $(\alpha_i)^2_{(\text{GZ})}$ für $\beta_{(\text{GZ})}$
Modellunsicherheiten	$\theta_{\text{RM}}$	$(\alpha_{\theta_{\text{RM}}})^2_{\text{sys}} = 0$	=	$(\alpha_{\theta_{\text{RM}}})^2_{(\text{Druckstrebe})} = (\alpha_{\theta_{\text{RM}}})^2_{(\text{Zugstrebe})} = 0$ < $(\alpha_{\theta_{\text{RM}}})^2_{(\text{Biegung})} = 0,16$
	$\theta_{\text{EM}}$	$(\alpha_{\theta_{\text{EM}}})^2_{\text{sys}} = 0$	=	$(\alpha_{\theta_{\text{EM}}})^2_{(\text{Druckstrebe})} = (\alpha_{\theta_{\text{EM}}})^2_{(\text{Zugstrebe})} = 0$ < $(\alpha_{\theta_{\text{EM}}})^2_{(\text{Biegung})} = 0,16$
	$\theta_{\text{RV,max}}$	$(\alpha_{\theta_{\text{RV,max}}})^2_{\text{sys}} = 0$	<	$(\alpha_{\theta_{\text{RV,max}}})^2_{(\text{Druckstrebe})} = 0,24$ = $(\alpha_{\theta_{\text{RV,max}}})^2_{(\text{Zugstrebe})} = (\alpha_{\theta_{\text{RV,max}}})^2_{(\text{Biegung})} = 0$
	$\theta_{\text{RV,s}}$	$(\alpha_{\theta_{\text{RV,s}}})^2_{\text{sys}} = 0,24 \dots 0,29$	>	$(\alpha_{\theta_{\text{RV,s}}})^2_{(\text{Druckstrebe})} = (\alpha_{\theta_{\text{RV,s}}})^2_{(\text{Biegung})} = 0$ $\approx (\alpha_{\theta_{\text{RV,s}}})^2_{(\text{Zugstrebe})} = 0,24 \dots 0,25$
	$\theta_{\text{EV}}$	$(\alpha_{\theta_{\text{EV}}})^2_{\text{sys}} = 0,20 \dots 0,24$	$\geq$	$(\alpha_{\theta_{\text{EV}}})^2_{(\text{Druckstrebe})} = 0,20$ $\approx (\alpha_{\theta_{\text{EV}}})^2_{(\text{Zugstrebe})} = 0,22 \dots 0,23$ > $(\alpha_{\theta_{\text{EV}}})^2_{(\text{Biegung})} = 0$
Beton	$f_c$	$(\alpha_{f_c})^2_{\text{sys}} = 0$	<	$(\alpha_{f_c})^2_{(\text{Druckstrebe})} = 0,21$ = $(\alpha_{f_c})^2_{(\text{Zugstrebe})} = 0$ < $(\alpha_{f_c})^2_{(\text{Biegung})} = 0,01$
Bewehrung	$f_y, A_s$ $a_{\text{sw}}, d$	$(\alpha_{\text{Bewehrung}})^2_{\text{sys}}$ $= (\alpha_{f_y})^2_{\text{sys}} + (\alpha_{A_s})^2_{\text{sys}} + (\alpha_{a_{\text{sw}}})^2_{\text{sys}} + (\alpha_d)^2_{\text{sys}}$ $= 0,07 \dots 0,08$	>	$(\alpha_{\text{Bewehrung}})^2_{(\text{Druckstrebe})} = 0$ < $(\alpha_{\text{Bewehrung}})^2_{(\text{Zugstrebe})} = 0,18$ < $(\alpha_{\text{Bewehrung}})^2_{(\text{Biegung})} = 0,21$
Maße	$b$	$(\alpha_b)^2_{\text{sys}} = 0$	<	$(\alpha_b)^2_{(\text{Druckstrebe})} = 0,02$ = $(\alpha_b)^2_{(\text{Zugstrebe})} = 0$ $\approx (\alpha_b)^2_{(\text{Biegung})} \approx 0$
Einwirkung	$q$	$(\alpha_q)^2_{\text{sys}} = 0,37 \dots 0,45$	>	$(\alpha_q)^2_{(\text{Druckstrebe})} = 0,26 \dots 0,27$ > $(\alpha_q)^2_{(\text{Zugstrebe})} = 0,25 \dots 0,28$ > $(\alpha_q)^2_{(\text{Biegung})} = 0,37 \dots 0,39$
	$g$	$(\alpha_g)^2_{\text{sys}} = 0,03$	$\approx$	$(\alpha_g)^2_{(\text{Druckstrebe})} = 0,03 \dots 0,04$ < $(\alpha_g)^2_{(\text{Zugstrebe})} = 0,08 \dots 0,09$ < $(\alpha_g)^2_{(\text{Biegung})} = 0,07 \dots 0,08$

Neben der angesprochenen unterschiedlichen Bedeutung der Modellunsicherheiten wirken sich auch die Betonfestigkeit sowie die bewehrungsbezogenen Größen Stahlfestigkeit, Stahlquerschnitt und Nutzhöhe auf System- und Komponentenebene unterschiedlich aus. Die Betonfestigkeit beeinflusst vornehmlich das Druckstrebenversagen und hat bei mittleren Druckfestigkeiten kaum nennenswerten Einfluss auf das Biegezugversagen. In Bezug auf die Systemzuverlässigkeit hat die Druckfestigkeit in der ausgewählten Kombination keinen wesentlichen Einfluss, es ergibt sich  $(\alpha_{f_c})^2_{\text{sys}} = 0$ . Werden alle bewehrungsbezogenen Variablen zu einem Wichtungsfaktor  $(\alpha_{\text{Bewehrung}})^2_{\text{sys}}$  zusammengefasst, so ergibt sich der Einfluss der Bewehrung auf Systemebene kleiner als bezüglich des einzelnen Zugstreben- oder Biegezugversagens.

Der Einfluss streuender Abmessungen könnte sowohl auf System- als auch auf Elementebene vernachlässigt werden. Mögliche Abweichungen der Stegbreite beeinflussen geringfügig die Druckstreben­tragfähigkeit, Streuungen der Druckzonenbreite wirken sich kaum nennenswert auf die Biegetragfähigkeit aus.

Deutliche Unterschiede zwischen System- und Einzelbewertung ergeben sich im Hinblick auf die Einwirkungen. In der Systembewertung erscheint die Nutzlast mit einer deutlich größeren Wichtung als in jeder Komponentenanalyse. Die Wichtung der ständigen Last ergibt sich gegenüber der veränderlichen Last deutlich kleiner. In Bezug auf die Systemzuverlässigkeit ergibt sich in der gewählten Kombination eine geringere Wichtung für das System als für die einzelnen Versagenselemente.

Tabelle. 8.24: Sensitivitäten der Basisvariablen in Bezug auf das Elementversagen  
(Bsp. B500/C30; Nutzung D, Betonqualität mit  $\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2$ , Erstversagen)

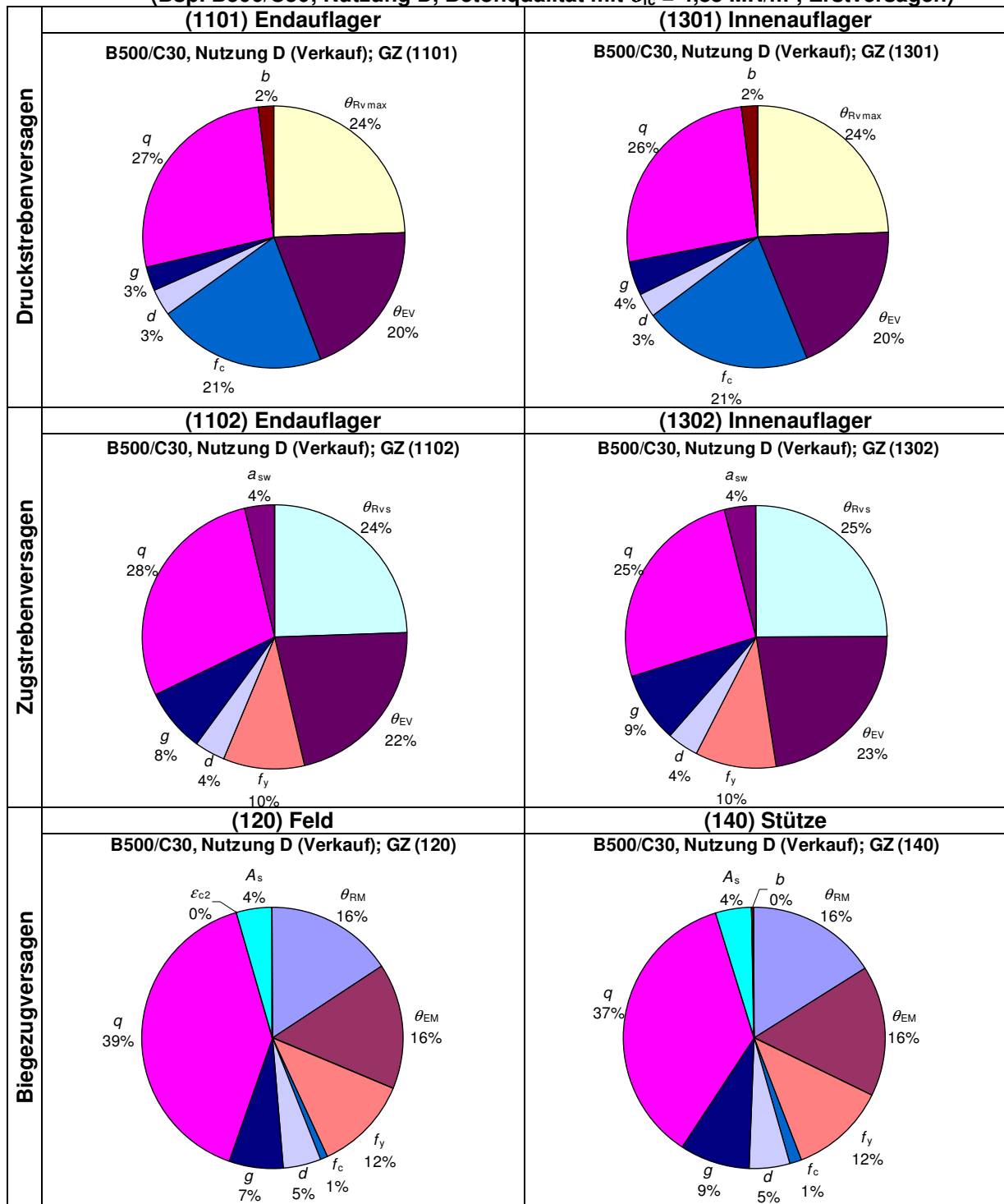


Tabelle 8.25: Sensitivitäten der Basisvariablen  $\alpha_i^2$  in Bezug  $\beta_{\text{sys}}$ , Betonstahl B220,  $\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2$

	B220/C12	B220/C50
A (Wohnen)	<p><b>B220/C12, Nutzung A (Wohnen), <math>\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2</math></b></p>	<p><b>B220/C50, Nutzung A (Wohnen), <math>\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2</math></b></p>
	<p><b>B220/C12, Nutzung B (Büro), <math>\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2</math></b></p>	<p><b>B220/C50, Nutzung B (Büro), <math>\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2</math></b></p>
	<p><b>B220/C12, Nutzung C (Schule), <math>\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2</math></b></p>	<p><b>B220/C50, Nutzung C (Schule), <math>\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2</math></b></p>
	<p><b>B220/C12, Nutzung D (Verkauf), <math>\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2</math></b></p>	<p><b>B220/C50, Nutzung D (Verkauf), <math>\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2</math></b></p>



Tabelle 8.26: Sensitivitäten der Basisvariablen  $\alpha_4^2$  in Bezug  $\beta_{\text{SYS}}$ , Betonstahl B420,  $\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2$

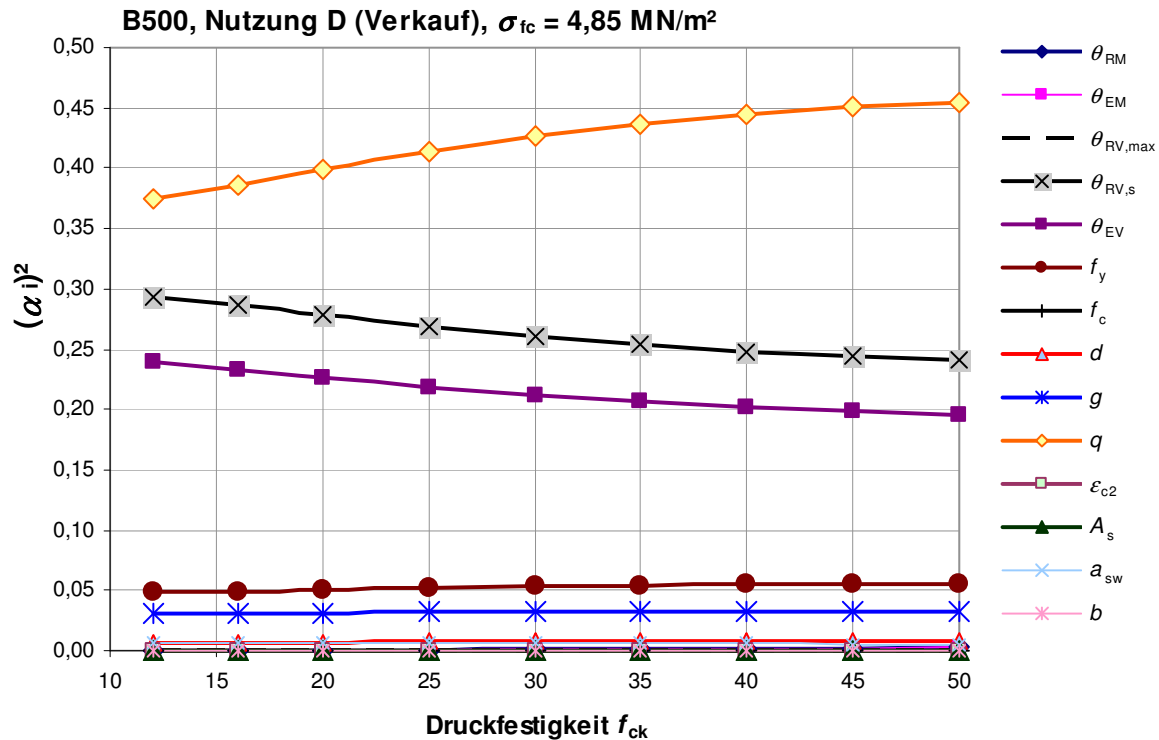
	B420/C12	B420/C50
<b>A (Wohnen)</b>	<p><b>B420/C12, Nutzung A (Wohnen), <math>\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2</math></b></p>	<p><b>B420/C50, Nutzung A (Wohnen), <math>\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2</math></b></p>
<b>B (Büro)</b>	<p><b>B420/C12, Nutzung B (Büro), <math>\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2</math></b></p>	<p><b>B420/C50, Nutzung B (Büro), <math>\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2</math></b></p>
<b>C (Schule)</b>	<p><b>B420/C12, Nutzung C (Schule), <math>\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2</math></b></p>	<p><b>B420/C50, Nutzung C (Schule), <math>\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2</math></b></p>
<b>D (Verkauf)</b>	<p><b>B420/C12, Nutzung D (Verkauf), <math>\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2</math></b></p>	<p><b>B420/C50, Nutzung D (Verkauf), <math>\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2</math></b></p>

Tabelle 8.27: Sensitivitäten der Basisvariablen  $\alpha_i^2$  in Bezug  $\beta_{\text{sys}}$ , Betonstahl B500,  $\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2$

	B500/C12	B500/C50
<b>A (Wohnen)</b>	<p><b>B500/C12, Nutzung A (Wohnen), <math>\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2</math></b></p>	<p><b>B500/C50, Nutzung A (Wohnen), <math>\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2</math></b></p>
<b>B (Büro)</b>	<p><b>B500/C12, Nutzung B (Büro), <math>\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2</math></b></p>	<p><b>B500/C50, Nutzung B (Büro), <math>\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2</math></b></p>
<b>C (Schule)</b>	<p><b>B500/C12, Nutzung C (Schule), <math>\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2</math></b></p>	<p><b>B500/C50, Nutzung C (Schule), <math>\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2</math></b></p>
<b>D (Verkauf)</b>	<p><b>B500/C12, Nutzung D (Verkauf), <math>\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2</math></b></p>	<p><b>B500/C50, Nutzung D (Verkauf), <math>\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2</math></b></p>

### 8.3.2) Sensitivitäten in Abhängigkeit von der Druckfestigkeit und Qualität des Betons

In diesem Abschnitt wird die Änderung der Sensitivitäten  $(\alpha_i)^2$  im Verlauf der Druckfestigkeit betrachtet. Beispielhaft ist hierzu mit Bild 8.13 die Kombination (B500/Nutzung D) herausgegriffen, eine vergleichende Darstellung über alle Material-Nutzungs-Kombinationen ist den Tabellen 8.29, 8.31 und 8.33 zu entnehmen.



**Abb. 8.13: Verlauf der Sensitivitäten  $\alpha_i^2$  in Abhängigkeit von der Druckfestigkeit  $f_c$  (Bezug  $\beta_{sys}$ ) (Kombination B500, C12 – C50, Nutzung D, Betonqualität mit  $\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2$ )**

Im Vergleich mit den Ergebnissen für die Platte in Abschnitt 7.3.2 fällt auf, dass sich die Verläufe der  $(\alpha_i)^2$  des Balkens zwischen den Nutzungsklassen unterscheiden. Je nach Nutzungsklasse sind im Verlauf der Druckfestigkeit nur geringfügige Änderungen der Wichtungsfaktoren zu beobachten. In den Nutzungsklassen A und insbesondere B verlaufen die  $(\alpha_i)^2$  nahezu konstant. In den Kategorien C und D hingegen (Bild 8.13) ist im Verlauf der Druckfestigkeit ein zunehmender Einfluss der Nutzlast  $(\alpha_q)^2$  zu beobachten. Ein leichter Zuwachs ist je nach Stahlsorte auch bei der Wichtung des Betonstahls  $(\alpha_{fy})^2$  möglich – insbesondere für Betonstahl B220. Im Zuge dieser Steigerungen nimmt der Einfluss der einwirkungs- und widerstandsseitigen Modellunsicherheiten der Zugstreben tragfähigkeit ab. Alle übrigen Sensitivitäten bleiben auch in den Klassen C und D weitgehend konstant.

Insgesamt bleiben die Änderungen  $\Delta(\alpha_i)^2$  im Verlauf der Druckfestigkeit jedoch relativ klein. Tabelle 8.28 fasst in einer Übersicht die wesentlichen Änderungen  $\Delta(\alpha_i)^2$  im Verlauf  $f_c = 12 \dots 50 \text{ MN/m}^2$  zusammen. Darin werden vereinfachend verschiedene Sensitivitäten  $\Delta(\alpha_i)^2$  in einem Wert vereint. Im Einzelnen sind dies

- Einfluss der Einwirkungen  $\Delta(\alpha_{\text{Einwirkung}})^2 = \Delta(\alpha_g)^2 + \Delta(\alpha_q)^2$
- Einfluss der Bewehrung  $\Delta(\alpha_{\text{Bewehrung}})^2 = \Delta(\alpha_{fy})^2 + \Delta(\alpha_{asw})^2 + \Delta(\alpha_d)^2$
- Einfluss der Modellunsicherheiten  $\Delta(\alpha_{\text{Modell}})^2 = \Delta(\alpha_{\theta_{RV,s}})^2 + \Delta(\alpha_{\theta_{EV}})^2$

Die Sensitivitäten aller übrigen Basisvariablen bleiben im Verlauf der Druckfestigkeit etwa konstant.

**Tabelle 8.28: Änderung der Sensitivitäten  $\Delta(\alpha_i)^2$  im Verlauf der Druckfestigkeit  $f_c = 12 \dots 50 \text{ MN/m}^2$** 

Nutzung	B220	B420	B500
<b>A Wohnen</b>	$\Delta(\alpha_{\text{Einwirkung}})^2 = + 3\%$ $\Delta(\alpha_{\text{Bewehrung}})^2 = + 2\%$ $\Delta(\alpha_{\text{Modell}})^2 = - 5\%$	$\Delta(\alpha_{\text{Einwirkung}})^2 = + 1\%$ $\Delta(\alpha_{\text{Bewehrung}})^2 \approx \text{const.}$ $\Delta(\alpha_{\text{Modell}})^2 = - 1\%$	$\Delta(\alpha_{\text{Einwirkung}})^2 = + 1\%$ $\Delta(\alpha_{\text{Bewehrung}})^2 \approx \text{const.}$ $\Delta(\alpha_{\text{Modell}})^2 = - 1\%$
<b>B Büro</b>	$\Delta(\alpha_{\text{Einwirkung}})^2 = + 1\%$ $\Delta(\alpha_{\text{Bewehrung}})^2 = + 2\%$ $\Delta(\alpha_{\text{Modell}})^2 = - 3\%$	$\Delta(\alpha_{\text{Einwirkung}})^2 = + 1\%$ $\Delta(\alpha_{\text{Bewehrung}})^2 \approx \text{const}$ $\Delta(\alpha_{\text{Modell}})^2 = - 1\%$	$\Delta(\alpha_{\text{Einwirkung}})^2 = \approx \text{const}$ $\Delta(\alpha_{\text{Bewehrung}})^2 \approx \text{const}$ $\Delta(\alpha_{\text{Modell}})^2 = \pm 0\%$
<b>C Schule</b>	$\Delta(\alpha_{\text{Einwirkung}})^2 = + 5\%$ $\Delta(\alpha_{\text{Bewehrung}})^2 = + 2\%$ $\Delta(\alpha_{\text{Modell}})^2 = - 7\%$	$\Delta(\alpha_{\text{Einwirkung}})^2 = + 5\%$ $\Delta(\alpha_{\text{Bewehrung}})^2 = + 1\%$ $\Delta(\alpha_{\text{Modell}})^2 = - 6\%$	$\Delta(\alpha_{\text{Einwirkung}})^2 = + 5\%$ $\Delta(\alpha_{\text{Bewehrung}})^2 = + 1\%$ $\Delta(\alpha_{\text{Modell}})^2 = - 6\%$
<b>D Verkauf</b>	$\Delta(\alpha_{\text{Einwirkung}})^2 = + 9\%$ $\Delta(\alpha_{\text{Bewehrung}})^2 = + 2\%$ $\Delta(\alpha_{\text{Modell}})^2 = - 11\%$	$\Delta(\alpha_{\text{Einwirkung}})^2 = + 8\%$ $\Delta(\alpha_{\text{Bewehrung}})^2 = + 1\%$ $\Delta(\alpha_{\text{Modell}})^2 = - 9\%$	$\Delta(\alpha_{\text{Einwirkung}})^2 = + 8\%$ $\Delta(\alpha_{\text{Bewehrung}})^2 = + 1\%$ $\Delta(\alpha_{\text{Modell}})^2 = - 9\%$

Ein Vergleich der Verläufe der Sensitivitäten  $(\alpha_i)^2$  in den Tabellen 8.29, 8.31 und 8.33 mit dem Verlauf der Systemzuverlässigkeit  $\beta_{\text{sys}}$  in den entsprechenden Betonstahl-Nutzungs-Kombinationen (Tabelle 8.11) lässt Zusammenhänge erkennen. In Nutzungskategorie A und B bleibt die Systemzuverlässigkeit im Verlauf der Druckfestigkeit nahezu konstant. Hierin entspricht der Verlauf  $\beta_{\text{sys}}$  dem annähernd konstanten Verlauf der Sensitivitäten  $(\alpha_i)^2$  in diesen Kategorien.

In den Nutzungskategorien C und D hingegen ist ein leichter Abfall der Zuverlässigkeit im Verlauf der Druckfestigkeit zu beobachten. Dazu passt der Anstieg der einwirkungsseitigen Sensitivitäten im Verlauf der Druckfestigkeiten – insbesondere der Sensitivität der Nutzlast  $(\alpha_q)^2$ .

Im Gegensatz zur Platte bleibt im Verlauf der Druckfestigkeiten auch die Sensitivität der Druckfestigkeit konstant mit  $(\alpha_{f_c})^2 \approx 0$ . Maßgebend für das Systemversagen ist bei normaler Betonqualität das Versagen der Zugstrebe, bei dem die Druckfestigkeit selbst keine Rolle spielt. Mithin ergibt sich auf Systemebene auch die Sensitivität der Druckfestigkeit zu Null. Die Platte hingegen zeigte im Bereich kleiner Druckfestigkeiten noch eine gewisse Abhängigkeit der Zuverlässigkeit von  $(\alpha_{f_c})^2$ , das entsprach auch dem Verlauf der Systemzuverlässigkeiten für verschiedene Betonqualitäten (Tabelle 7.17). Der Vergleich der Verläufe der Systemzuverlässigkeiten der Platte und des Balkens in Abhängigkeit von der Betonqualität (Tabellen 7.17 und 8.21) zeigt jedoch in beiden Fällen, dass die Zuverlässigkeit des Systems bei schlechter Betonqualität mit  $\sigma_{f_c} \geq 8 \text{ MN/m}^2$  für kleine Druckfestigkeiten mit  $f_{\text{cm}} \leq 24 \text{ MN/m}^2$  nicht mehr sicher bewertet werden kann.

Beim Balken verschiebt sich im Bereich  $f_{\text{cm}} \leq 24 \text{ MN/m}^2$  bei Verschlechterung der Betonqualität der maßgebende Versagenszustand zunehmend weg vom Zugstrebenversagen hin zu druckfestigkeitsabhängigen Versagenselementen. Im Extremfall kann sich dann für  $\mu_{f_c} = 20 \text{ MN/m}^2$  und  $\sigma_{f_c} = 8 \dots 10 \text{ MN/m}^2$  die Sensitivität der Druckfestigkeit mit  $(\alpha_{f_c})^2 > 80\%$  als maßgeblich für das Systemverhalten ergeben. Praktisch ist ein Nachweis ausreichender Zuverlässigkeit in diesen Festigkeits-Qualitäts-Konstellationen nicht mehr möglich. Demzufolge werden in der Auswertung in Kapitel 9 in Abhängigkeit von Höhe und Streuung der Druckfestigkeit des Betons Gültigkeitsbereiche für die hergeleiteten modifizierten Teilsicherheitsbeiwerte  $\gamma_s$  und  $\gamma_c$  ausgewiesen.

Tabelle 8.29: Verlauf der Sensitivitäten  $\alpha_i^2$  über  $f_{ck}$  (Bezug  $\beta_{SYS1}$ , B220,  $\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2$ )

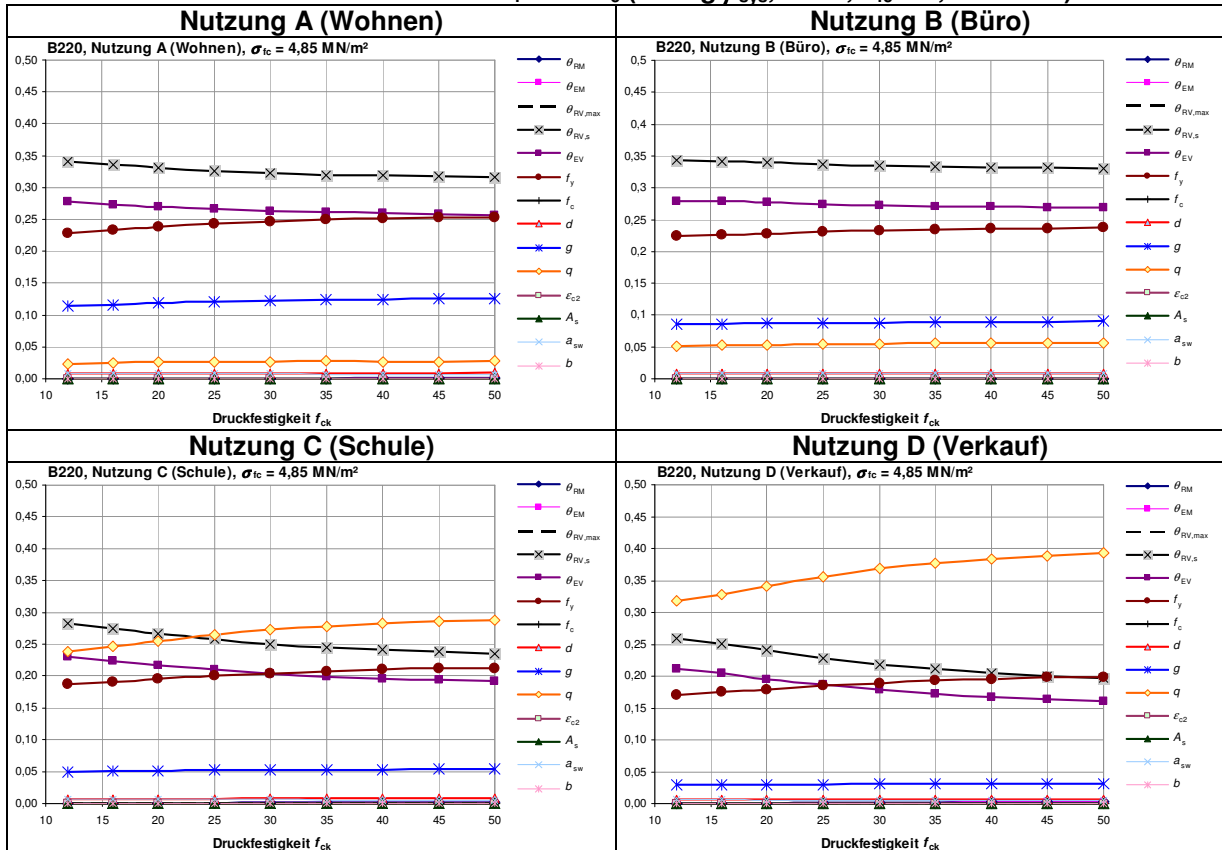


Tabelle 8.30: Prozentuale Verteilung der Sensitivitäten  $\alpha_i^2$  (Bezug  $\beta_{SYS1}$ , B220,  $\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2$ )

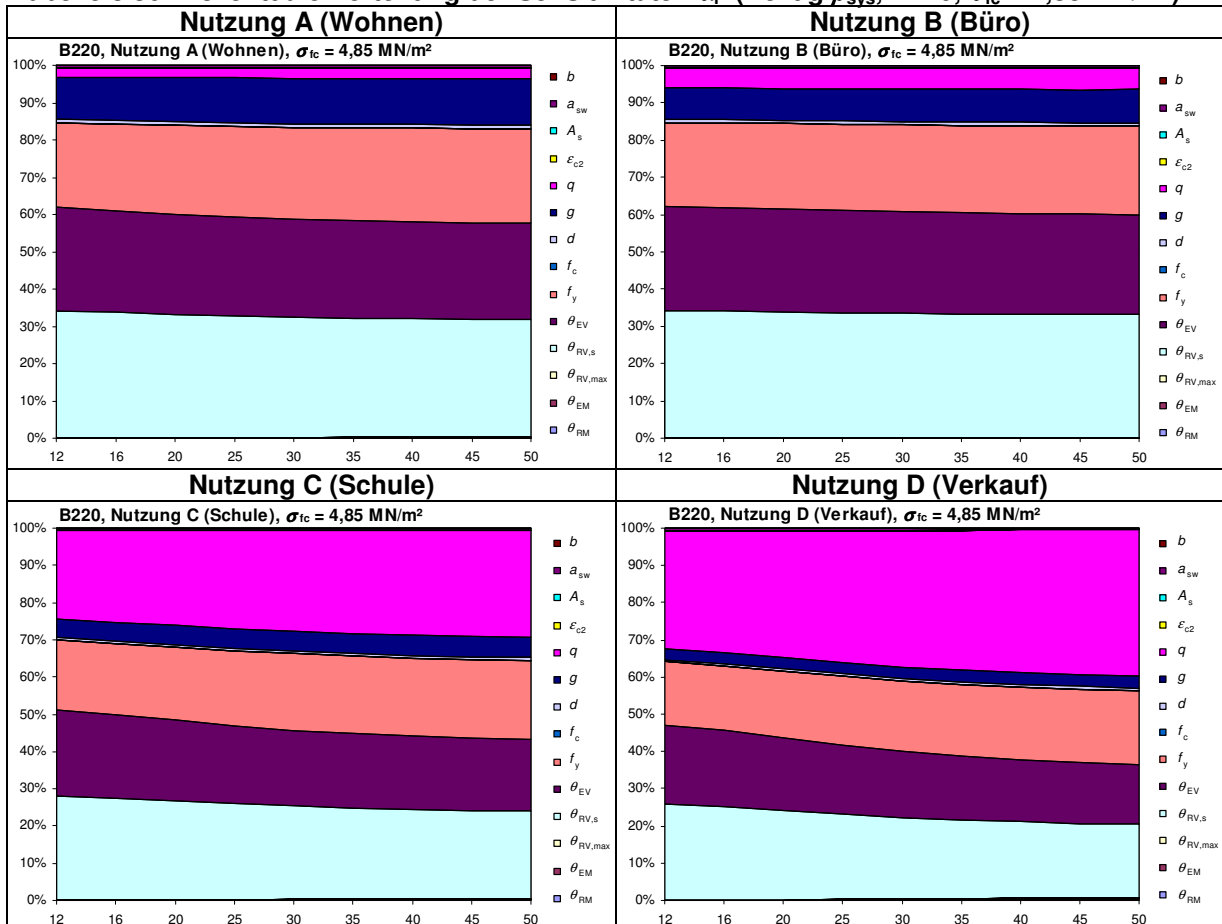


Tabelle 8.31: Verlauf der Sensitivitäten  $\alpha_i^2$  über  $f_c$  (Bezug  $\beta_{SYS}$ , B420,  $\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2$ )

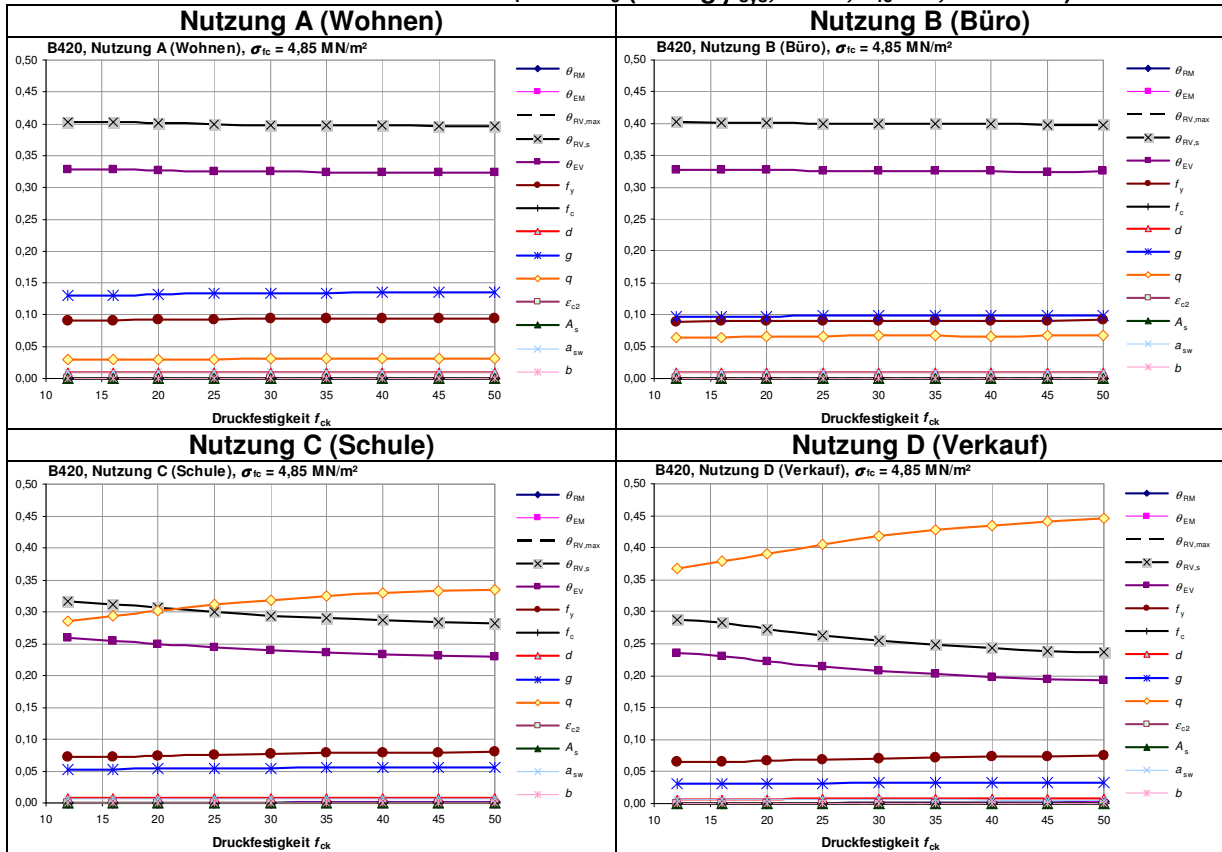


Tabelle 8.32: Prozentuale Verteilung der Sensitivitäten  $\alpha_i^2$  (Bezug  $\beta_{SYS}$ , B420,  $\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2$ )

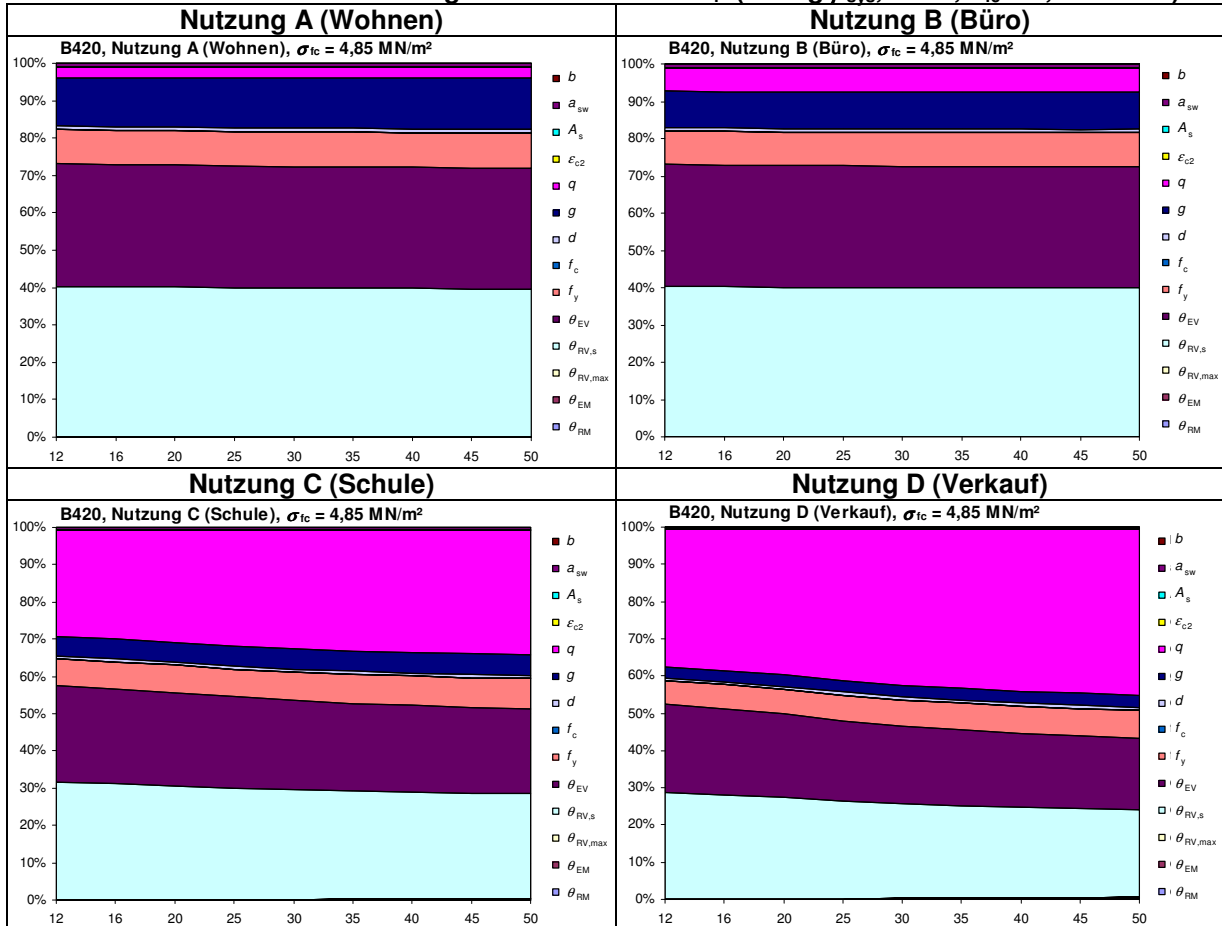


Tabelle 8.33: Verlauf der Sensitivitäten  $\alpha_i^2$  über  $f_c$  (Bezug  $\beta_{SYS}$ , B500,  $\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2$ )

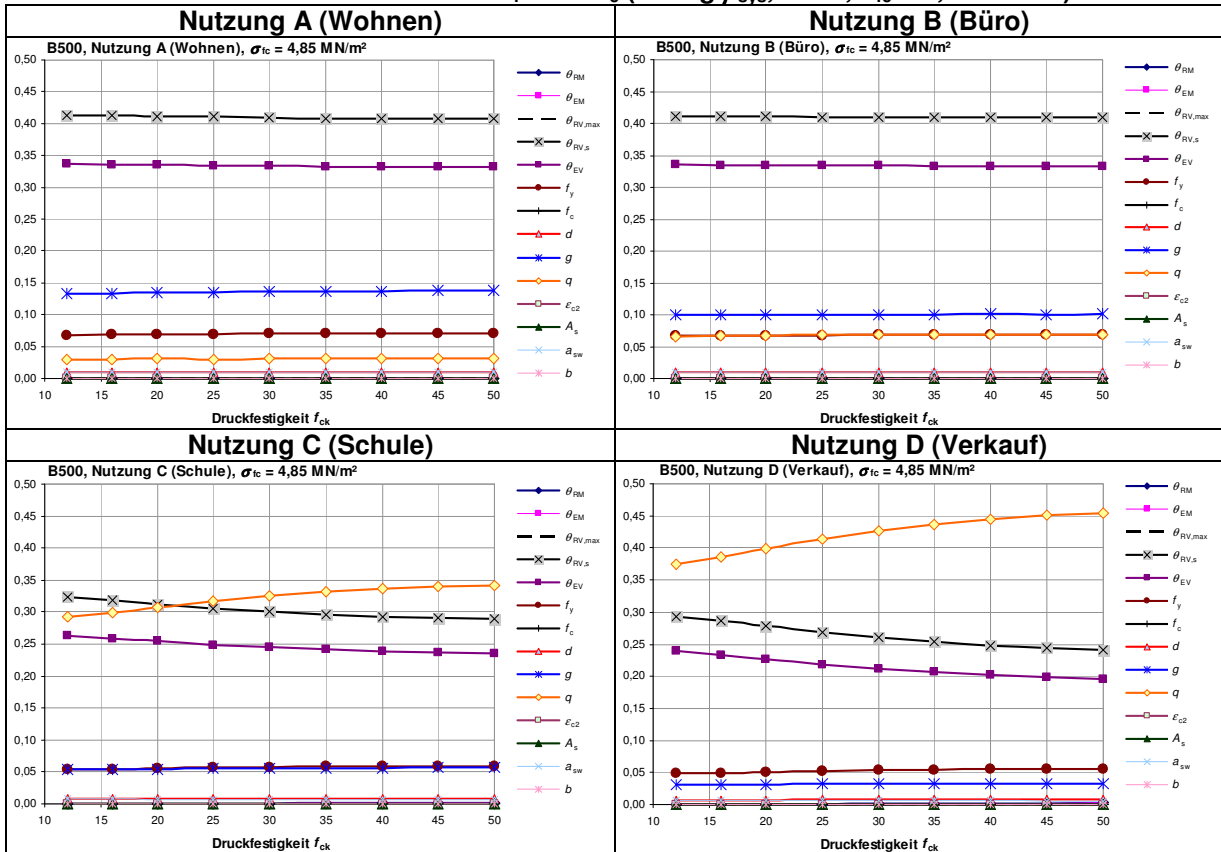
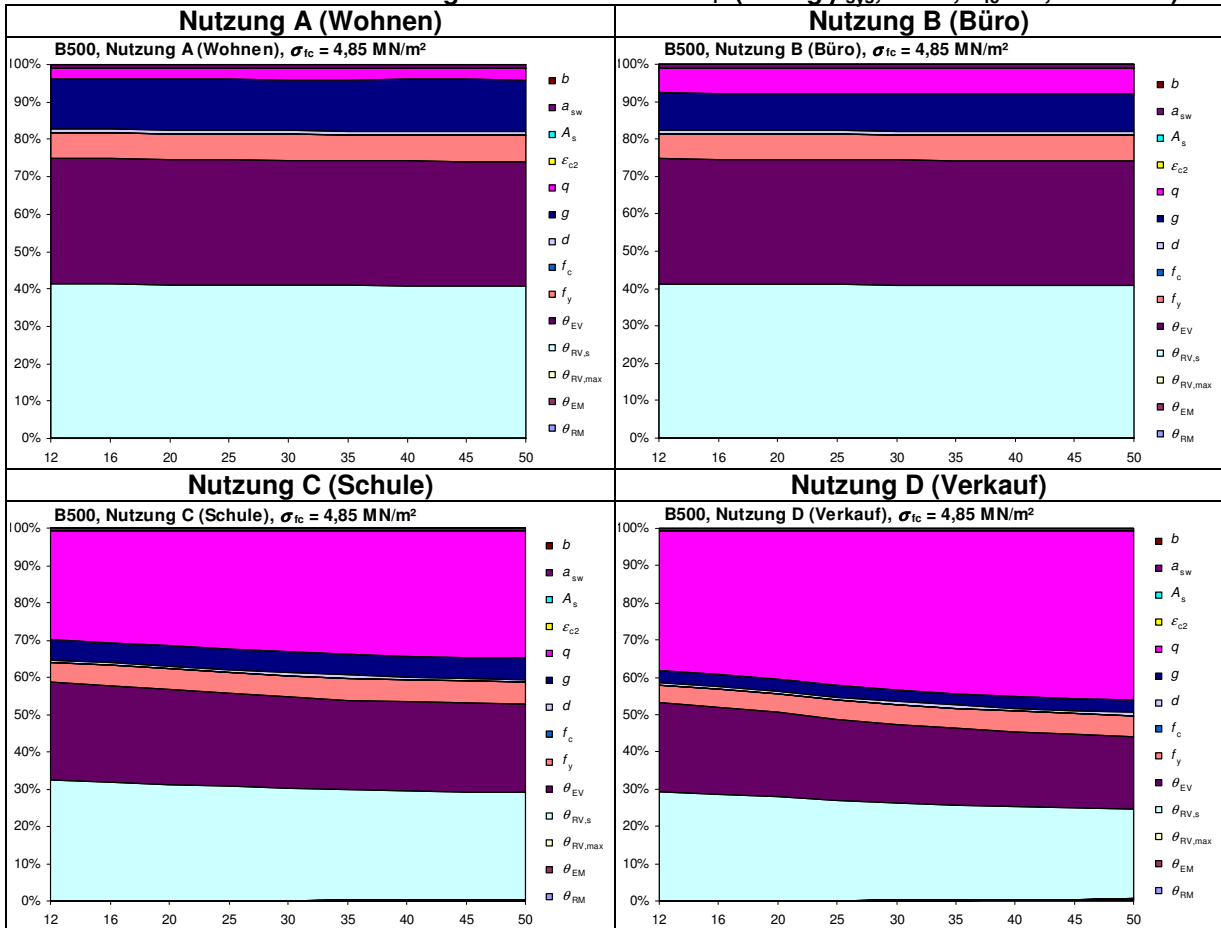


Tabelle 8.34: Prozentuale Verteilung der Sensitivitäten  $\alpha_i^2$  (Bezug  $\beta_{SYS}$ , B500,  $\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2$ )



### 8.3.3) Sensitivitäten in Abhängigkeit von der Nutzungskategorie

Im Vergleich der Nutzungskategorien fällt vor allem die mit der zunehmenden Nutzlast wachsende Sensitivität  $\alpha_q$  auf (Tabelle 8.35). Gleichzeitig nimmt der Einfluss der ständigen Lasten auf die Systemzuverlässigkeit deutlich ab. In Bezug auf das Systemverhalten hat die Nutzlast in den höheren Nutzungskategorien einen höheren Einfluss als auf das einzelne Elementversagen. Die mit der Nutzlast wachsende Sensitivität  $\alpha_q$  schlägt sich hier nicht direkt in einem abnehmenden Zuverlässigkeitsniveau nieder. Das ist der Modellierung mit vorberechneten Bewehrungsgraden geschuldet (s. Diskussion in Abschnitt 8.2.2). Die Bereinigung der berechneten Zuverlässigkeit um den Einfluss des Bewehrungsgrades in Abschnitt 8.2.3 zeigt einen Anstieg des bezogenen Vergleichswertes ( $\beta_{sys}/\rho_{sw}$ ) mit Anstieg der Nutzlast. Die Beobachtungen stimmen mit den Ergebnissen für die Platte überein (vgl. Abschnitt 7.3.3).

**Tabelle 8.35: Einfluss der Einwirkungen je Nutzung (über alle Materialkombinationen)**

Nutzung	Einfluss der veränderlichen Last $(\alpha_q)^2$	Einfluss der ständigen Last $(\alpha_g)^2$
<b>A Wohnen</b>	$(\alpha_q)^2 = 2 \dots 3\%$	$(\alpha_g)^2 = 11 \dots 14\%$
<b>B Büro</b>	$(\alpha_q)^2 = 5 \dots 7\%$	$(\alpha_g)^2 = 9 \dots 10\%$
<b>C Schule</b>	$(\alpha_q)^2 = 24 \dots 33\%$	$(\alpha_g)^2 = 5 \dots 6\%$
<b>D Verkauf</b>	$(\alpha_q)^2 = 31 \dots 45\%$	$(\alpha_g)^2 \approx 3\%$

Im Zuge der wachsenden Sensitivität  $\alpha_q$  im Verlauf der Nutzungsklassen geht der Einfluss anderer Basisvariablen auf die Systemzuverlässigkeit zurück. Neben der Sensitivität  $\alpha_g$  der ständigen Last sinkt auch der Einfluss der Modellunsicherheiten (Tabelle 8.36). In den Nutzungskategorien A und B bleiben die Sensitivitäten der Modellunsicherheiten noch etwa gleich und sinken dann mit weiterem Anstieg der Nutzlast in den Klassen C und D.

Ähnlich verhält sich der Einfluss der Bewehrung im Verlauf der Nutzungsklassen (Tabelle 8.37). In den Klassen A und B bleiben die bewehrungsbezogenen Sensitivitäten etwa gleich, in den Klassen C und D ist dann ein leichtes Absinken der Sensitivität  $\alpha_{fv}$  zu beobachten. Insgesamt ändert sich der Einfluss der Bewehrung im Verlauf der Nutzungsklassen jedoch sehr wenig. Die einwirkungsbezogenen Sensitivitäten zeigen deutlich größere Veränderungen. Auch hierin besteht Übereinstimmung mit den Beobachtungen für die Platte (vgl. Abschnitt 7.3.3).

**Tabelle 8.36: Einfluss der Modellunsicherheiten je Nutzung (über alle Materialkombinationen)**

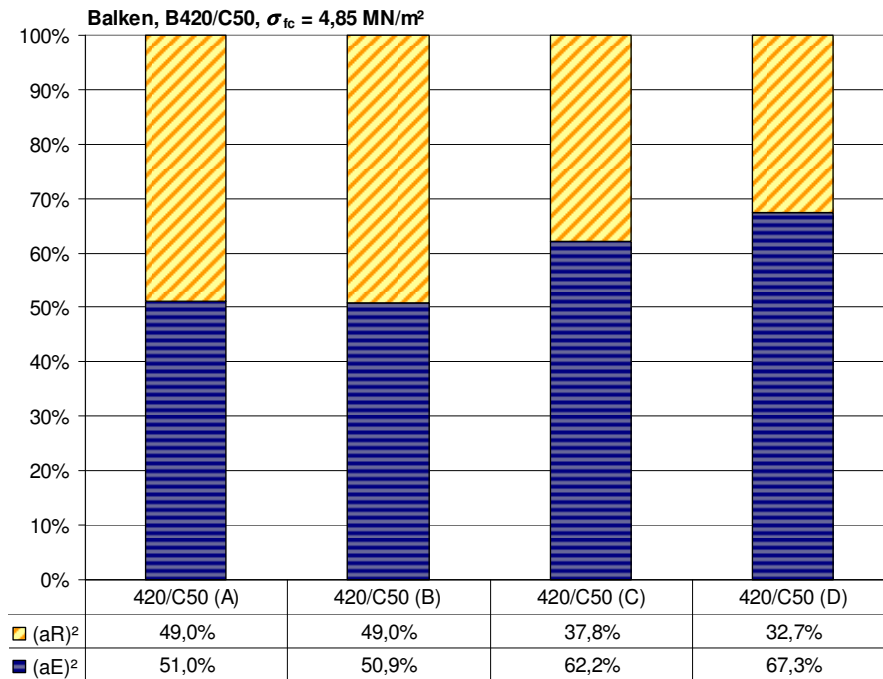
Nutzung	Einfluss der Modellunsicherheit <i>R</i> $(\alpha_{fRV,s})^2$	Einfluss der Modellunsicherheit <i>E</i> $(\alpha_{fEV})^2$
<b>A Wohnen</b>	$(\alpha_{fRV,s})^2 = 31 \dots 41\%$	$(\alpha_{fEV})^2 = 26 \dots 34\%$
<b>B Büro</b>	$(\alpha_{fRV,s})^2 = 32 \dots 41\%$	$(\alpha_{fEV})^2 = 27 \dots 34\%$
<b>C Schule</b>	$(\alpha_{fRV,s})^2 = 24 \dots 33\%$	$(\alpha_{fEV})^2 = 19 \dots 26\%$
<b>D Verkauf</b>	$(\alpha_{fRV,s})^2 = 20 \dots 29\%$	$(\alpha_{fEV})^2 = 16 \dots 24\%$

**Tabelle 8.37: Einfluss der Bewehrung je Nutzung (über alle Materialkombinationen)**

Nutzung	Einfluss des Betonstahls $(\alpha_{fv})^2$	Einfluss der Stahlfläche $(\alpha_{asw})^2$	Einfluss der Nutzhöhe $(\alpha_d)^2$
<b>A Wohnen</b>	$(\alpha_{fv})^2 = 7 \dots 25\%$	$(\alpha_{asw})^2 = 1\%$	$(\alpha_d)^2 = 1\%$
<b>B Büro</b>	$(\alpha_{fv})^2 = 7 \dots 24\%$	$(\alpha_{asw})^2 = 1\%$	$(\alpha_d)^2 = 1\%$
<b>C Schule</b>	$(\alpha_{fv})^2 = 5 \dots 21\%$	$(\alpha_{asw})^2 = 1\%$	$(\alpha_d)^2 = 1\%$
<b>D Verkauf</b>	$(\alpha_{fv})^2 = 5 \dots 20\%$	$(\alpha_{asw})^2 \approx 0\%$	$(\alpha_d)^2 = 1\%$

Die Zusammenfassung aller Sensitivitäten zu einwirkungs- und widerstandsbezogenen Wichtungsfaktoren  $\alpha_E$  und  $\alpha_R$  lässt besonders deutlich den zunehmenden Einfluss der Einwirkungsseite im Verlauf der Nutzungsklassen erkennen. Bild 8.14 zeigt beispielhaft die Entwicklung für die Materialkombination B420/C50. Die dargestellte Entwicklung ist qualitativ mit den anderen Materialkombinationen vergleichbar. Der Vergleich mit der Platte (Abschnitt 7.3.3, Bild 7.18) zeigt jedoch, dass der Einfluss der Einwirkungen beim Balken etwas weniger ansteigt als bei dem schlanken Bauteil mit geringerem Anteil der ständigen Last an der Gesamtlast (s. Lastverhältnisse in den Tabellen 7.2 und 8.1).

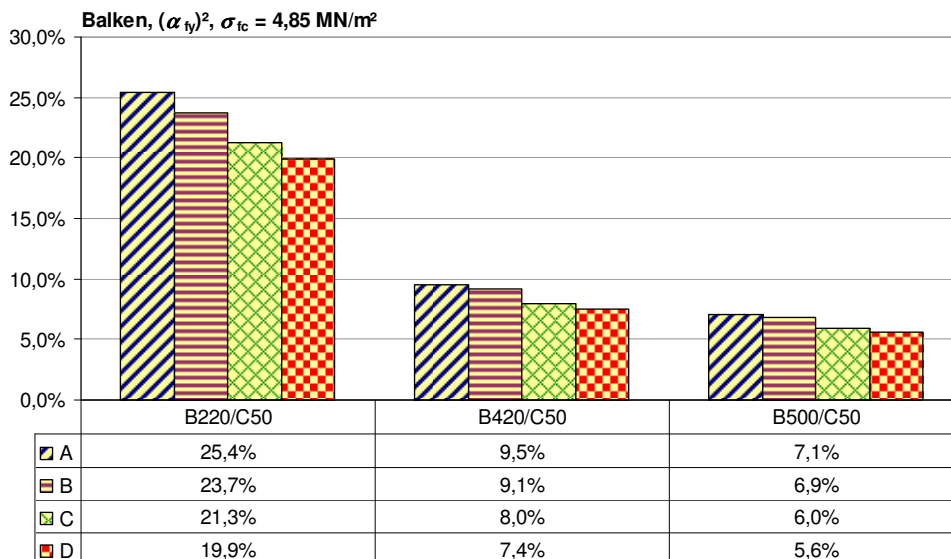




**Abb. 8.14: Zusammengefasste Wichtungsfaktoren  $(\alpha_E)^2$  und  $(\alpha_R)^2$  in Abhängigkeit von der Nutzungskategorie (Kombination B420/C50,  $\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2$ )**

### 8.3.4) Sensitivitäten in Abhängigkeit von der Betonstahlsorte

Im Vergleich der Betonstahlsorten fällt auf, dass sich im Wesentlichen nur die Sensitivität der Streckgrenze des Betonstahls  $\alpha_y$  nennenswert ändert. Die Änderung dieser Sensitivität zwischen den Stahlsorten geht mit der gegengerichteten Veränderung des Einflusses der Modellunsicherheiten einher. Alle übrigen Basisvariablen ändern im Vergleich der Stahlsorten ihren Einfluss auf die Systemzuverlässigkeit nicht. Die Unterschiede zwischen den Nutzungsklassen fallen deutlich größer aus. Bild 8.15 zeigt die Veränderung des Einflusses der Streckgrenze im Vergleich der Betonstahlsorten. Wie bei der Platte ergibt sich auch beim Balken die Sensitivität  $\alpha_y$  am größten in Kombinationen mit Betonstahl B220. Das entspricht der hier vorgenommenen stochastischen Modellierung des Betonstahls mit konstanter Standardabweichung. Für Betonstahl B220 ergab sich hieraus gegenüber den anderen Stahlsorten ein größerer Variationskoeffizient, was sich in einer größeren Gewichtung dieses Streuwertes für die Systemzuverlässigkeit niederschlägt. Die Wichtung des Betonstahls ist bei Ansatz von Betonstahl B220 mehr als dreimal größer als für Betonstahl B500. Im Vergleich der Platte mit dem Balken zeigt sich ein ähnliches Verhalten (Abschnitt 7.3.4), wobei die Unterschiede zwischen den Betonstählen B500 und B220 etwas größer ausfallen als bei der Platte.



**Abb. 8.15: Einfluss der Streckgrenze des Betonstahls  $(\alpha_y)^2$  für verschiedene Stahlsorten und Nutzungskategorien (Kombinationen mit Beton C50,  $\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2$ )**

#### 8.4) Einfluss der einzelnen Versagenselemente auf die Zuverlässigkeit $\beta_{\text{sys}}$

Für den Balken ergeben sich die Sensitivitäten der Versagenselemente deutlich anders als bei der Platte. Bei der Platte hatte sich eindeutig das Biegezugversagen über der Stütze als maßgebliches Erstversagen herausgestellt, gefolgt vom Biegeversagen im Feld. Bei hohen Nutzlasten konnte sich das Erstversagen zwischen Stütze und Feld und Stütze umkehren, insgesamt blieb jedoch stets das Biegeversagen maßgebend für die Zuverlässigkeit des Systems (Abschnitt 7.4). Mithin konnte auch der Längsbewehrungsgrad als Querschnittswert identifiziert werden, über den im Kapitel 9 die Optimierung der Teilsicherheitsbeiwerte erfolgen kann. Querkraftversagen spielte bei der Platte keine Rolle.

Für den Balken ergibt sich ein grundsätzlich anderes Bild. Tabelle 8.38 enthält eine Zusammenstellung der Wichtungsfaktoren  $(\alpha_{\text{GZ}})^2$  einzelner Versagenselemente für Kombinationen mit Betonstahl B220. Dargestellt ist für jede Nutzungsklasse jeweils die Verteilung der  $(\alpha_{\text{GZ}})^2$  für die kleinste und größte betrachtete Betonfestigkeit. Die Faktoren drücken den Anteil der einzelnen Versagenselemente am gesamten Systemversagen aus. Tabelle 8.38 enthält nur die Kombinationen mit Betonstahl B220. Die Zusammenstellung für die anderen Betonstähle sind im Anhang aufgeführt (Anhang C, Tabellen C.1 und C.2). Insgesamt ergeben sich im Hinblick auf die  $(\alpha_{\text{GZ}})^2$  zwischen den Materialkombinationen kaum nennenswerte Unterschiede, weder im Verlauf der Druckfestigkeiten noch im Vergleich der Stahlsorten. Unterschiede sind vor allem zwischen den Nutzungskategorien zu beobachten.

Deutlich wird für den Balken eine klare Dominanz des Zugstrebenversagens. Während bei den Sensitivitätsanalysen noch deutlich wurde, dass sich die Systemzuverlässigkeit aus einem ersten und zweiten Versagenszustand ergibt, bleibt beim Balken das Erstversagen maßgebend. Das entspricht der Systemmodellierung für sprödes Systemverhalten infolge Querkraftversagen. Aus der Kraftumlagerung nach dem ersten Versagen verbleiben am Ersatzsystem keine nennenswerten Reserven. Beim Balken ergibt sich mit  $\geq 80\%$  das Erstversagen als maßgebend für die Zuverlässigkeit des gesamten Systems.<sup>1</sup>

Die Diagramme Tabelle 8.38 zeigen dabei zwei Möglichkeiten für das Erstversagen. Je nach Nutzungsklasse versagt entweder die Zugstrebe am Endauflager oder am Innenaflager. Eine klare Dominanz des Versagens am Innenaflager wie bei der Platte ist hier nicht zu beobachten. Welches der beiden Auflager letztlich maßgebend wird ergibt sich daraus, für welche Komponente die Versagenswahrscheinlichkeit höher ist. Bild 8.6 in Abschnitt 8.2.2.3 mit dem Vergleich der Komponentenzuverlässigkeiten der Elemente des Erstversagens gibt hierzu bereits Hinweise. Zusammengenommen beeinflusst das Erstversagen der Zugstrebe je nach Kombination zu etwa 79...84% das Systemverhalten. Die übrigen Anteile verteilen sich auf das dem Zugstrebenversagen folgende Zweitversagen, wobei auch dabei wieder die Zugstrebenelemente dominant sind. Je nach Kombination kann sich auch ein gewisser Einfluss der Biegeelemente ergeben – insbesondere in den höheren Nutzungsklassen. Insgesamt bleibt der Biegeeinfluss dann jedoch kleiner als 10%.

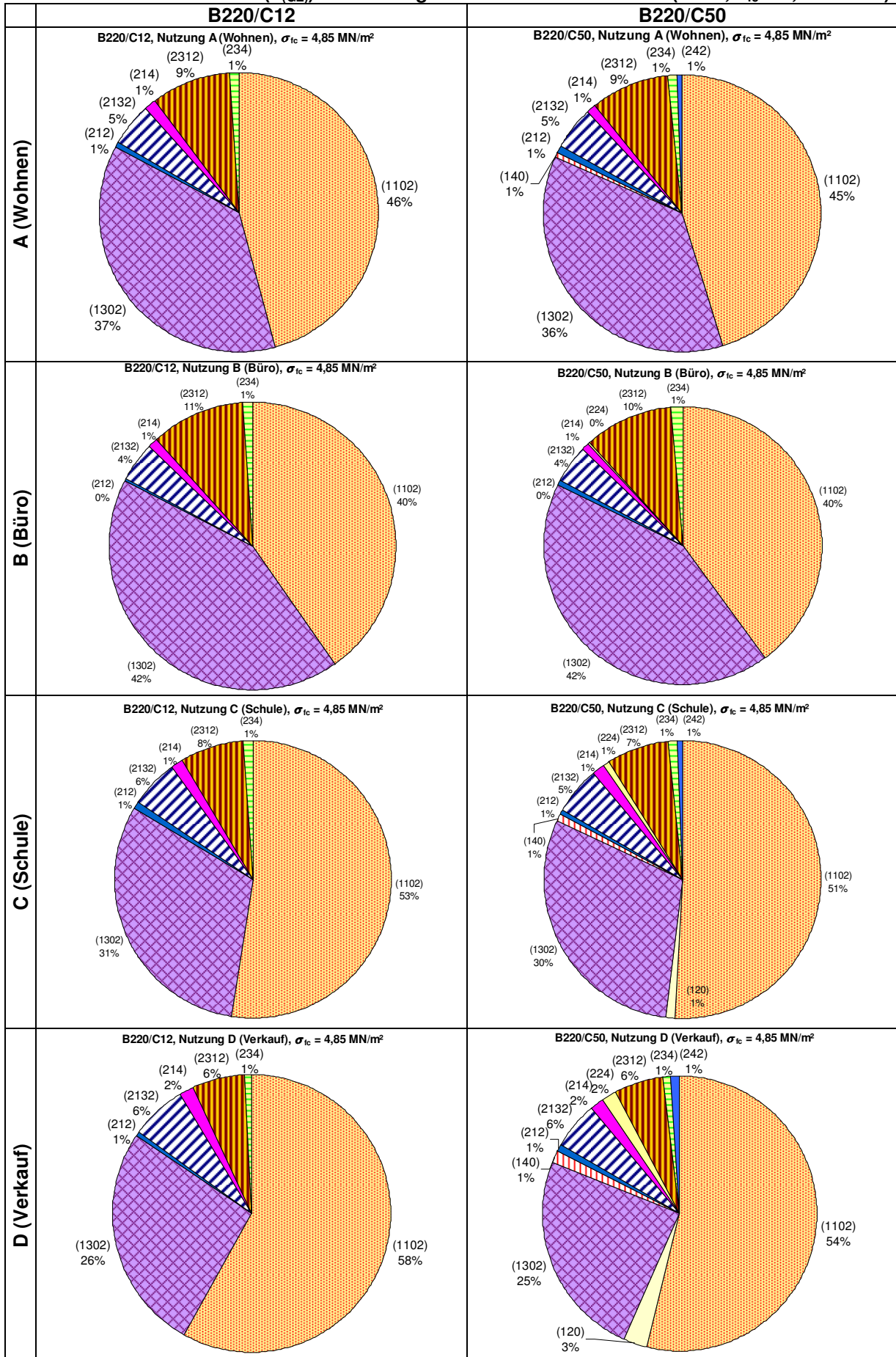
Deutlich wird, dass das Versagen der Druckstrebe keinerlei Einfluss auf das Systemverhalten hat. In den Diagrammen Tabelle 8.38 ergeben sich alle Sensitivitäten der Druckstrebenelemente zu Null. Ein Blick auf die Elementzuverlässigkeiten für das Erstversagen (Bild 8.6, Abschnitt 8.2.2.3) verdeutlicht schnell, dass die Zuverlässigkeit der Druckstrebenelemente deutlich über denen des Biege- oder Druckstrebenversagens liegt. Die deutlich geringeren Versagenswahrscheinlichkeiten führen dazu, dass die Systemzuverlässigkeit nicht von den Druckstrebenelementen beeinflusst wird.

Die deutliche Dominanz der Zugstrebenelemente auf die Systemzuverlässigkeit des Balkens unterstreicht die Bedeutung der Querkraftbewehrung für das Systemverhalten. Bei der Auswertung in Kapitel 9 wird demgemäß für den Balken in einem ersten Optimierungsschritt  $\rho_{\text{sw}}$  als maßgebender Querschnittswert verwendet. Da hierüber nur der Beiwert  $\gamma_{\text{s}}$  optimiert werden kann, ist eine erweiterte Betrachtung unter Berücksichtigung des Biegeversagens erforderlich (Optimierung  $\gamma_{\text{c}}$ , s. Abschnitt 9.4). Die Optimierung der Teilsicherheitsbeiwerte erfolgt so, dass bei Bemessung mit modifizierten  $\gamma_{\text{c}}$  und  $\gamma_{\text{s}}$  Abweichungen vom Zuverlässigkeitsziel minimal werden. Beim Nachweis bestehender Konstruktionen mit derart modifizierten Teilsicherheitsbeiwerten ergeben sich Reserven. Da beim Balken mit der hier vorgenommenen Modellierung die geforderte Zuverlässigkeit bei keiner Kombination unterschritten wurde, ergeben sich keine höheren Teilsicherheitsbeiwerte als nach [DIN EN 1992-1-1 (2011)]. Es bestehen also grundsätzlich gewisse Reserven, deren Höhe zwischen den Nutzungsklassen variiert.

---

<sup>1</sup> Bei höheren Querkraftbewehrungsgraden  $\rho_{\text{sw}}$  gemäß früheren Bemessungsregeln würden sich tatsächlich geringere Wahrscheinlichkeiten für das Zugstrebenversagen ergeben. Bei hohen Querkraftbewehrungsgraden  $\rho_{\text{sw}}$  würden sich dann auch kleinere Wichtungen  $(\alpha_{\text{GZ}})^2$  für das Zugstrebenversagen ergeben. Die Analysen dieses Abschnitts beziehen sich auf  $\rho_{\text{sw}}$  gemäß EC 2, Unterschiede zu abweichenden Bewehrungsgraden werden bei der Auswertung in Kapitel 9 berücksichtigt.

Tabelle 8.38: Sensitivitäten  $(\alpha_{GZ})^2$  der Versagenselemente des Balkens (B220,  $\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2$ )



### 8.5) Zusammenfassung: Systemzuverlässigkeit des Balkens

Nachfolgend werden die Beobachtungen des Kapitels 8 zur Systemzuverlässigkeit des Balkens zusammengefasst:

- Die Systemzuverlässigkeit wird entscheidend von Höhe und Streuung der *Nutzlast* beeinflusst.
- In allen Nutzungsklassen und Materialkombinationen wird in der hier vorgenommenen Modellierung das *geforderte Zuverlässigkeitsniveau* nach [DIN EN 1990 (2010)] eingehalten. Bemessung bzw. Nachweis mit den üblichen Teilsicherheitsbeiwerten nach [DIN EN 1990 (2010)] und [DIN EN 1992-1-1 (2011)] garantieren also beim Balken stets die geforderte Sicherheit.
- Je nach Nutzungsklasse wird das geforderte Zuverlässigkeitsniveau überschritten. Es bestehen also grundsätzlich gewisse *Reserven*, die für die Nutzungskategorie A jedoch am geringsten ausfallen.
- Die *Betonstahlsorte* hat nur wenig Einfluss auf die Höhe der erreichten Systemzuverlässigkeit. Die Differenzen  $\Delta\beta_{\text{sys}}$  zwischen den Betonstählen fallen deutlich kleiner aus als die Unterschiede zwischen den Nutzungskategorien.
- Die Zuverlässigkeit ändert sich im Verlauf der *Druckfestigkeit des Betons* vergleichsweise wenig. In den Nutzungsklassen A und B bleibt das Zuverlässigkeitsniveau  $\beta_{\text{sys}}$  nahezu konstant, in den Klassen C und D ist ein stärkerer Abfall zu beobachten. Insgesamt sind die Differenzen  $\Delta\beta_{\text{sys}}$  zwischen der kleinsten und größten Druckfestigkeit jedoch auch in den Nutzungsklassen C und D sehr gering.
- Die *Qualität des Betons* hat bei mittleren Druckfestigkeiten  $f_{\text{cm}} \geq 28 \text{ MN/m}^2$  keinen nennenswerten Einfluss auf die erreichte Zuverlässigkeit. Bei Steigerung der Streuung der Druckfestigkeit in einem Bereich  $\sigma_{\text{fc}} = 4,85 \dots 10 \text{ MN/m}^2$  wird für  $f_{\text{cm}} \geq 28 \text{ MN/m}^2$  stets das etwa gleiche Zuverlässigkeitsniveau  $\beta_{\text{sys}}$  erreicht. Für kleinere Druckfestigkeiten  $f_{\text{cm}} \leq 24 \text{ MN/m}^2$  hingegen ist für Betonqualitäten mit  $\sigma_{\text{fc}} \geq 8 \text{ MN/m}^2$  eine sichere Bewertung der erreichten Zuverlässigkeit nicht mehr möglich. Demzufolge werden in Kapitel 9 für die modifizierten Teilsicherheitsbeiwerte Gültigkeitsbereiche in Abhängigkeit von der Streuung der Druckfestigkeit ausgewiesen.
- Das *Zugstrebenversagen* ist maßgebend für die Zuverlässigkeit des Systems. Sowohl Innen- als auch Endauflager können hierfür maßgebend sein. Biegeversagen ist deutlich untergeordnet, das Druckstrebenversagen wirkt sich auf das Systemverhalten praktisch nicht aus. Mit mehr als 80 % wird die Systemzuverlässigkeit damit vom Versagen des ersten Querkraftelements beeinflusst.
- Mit der Dominanz des Querkraftversagens ergibt sich ein sprödes Systemverhalten. Nach dem ersten Elementversagen verbleiben keine nennenswerten Systemreserven infolge der Kraftumlagerung am Ersatzsystem. Die Zuverlässigkeit des Systems entspricht daher etwa der Komponentenzuverlässigkeit für das erste Zugstrebenversagen  $\beta_{\text{sys}} \approx \beta_{(\text{Zugstrebe})}$ .
- Maßgebende Querschnittsgröße für die Zuverlässigkeit des Systems ist die Menge der Querkraftbewehrung. Die Sicherheit kann also über den *Querkraftbewehrungsgrad*  $\rho_{\text{sw}}$  gesteuert werden.
- Mögliche *Tragreserven* lassen sich über einen am Zielniveau der Zuverlässigkeit  $\beta_{\text{Ziel}}$  ausgerichteten angepassten Querkraftbewehrungsgrad  $\rho_{\text{sw,Ziel}}$  identifizieren. Reserven ergeben sich aus dem Vergleich des vorhandenen Bewehrungsgrades mit dem zuverlässigkeitstheoretisch optimalen Zielwert. Gleichzeitig lassen sich aus dem Zielbewehrungsgrad optimale Teilsicherheitsbeiwerte entwickeln, mit denen sich bei der Bemessung der Abstand zwischen berechnetem Bewehrungsgrad und Zielwert minimal ergibt. Der Nachweis bestehender Objekte mit derart modifizierten Teilsicherheitsbeiwerten ist näher an der geforderten Zielzuverlässigkeit ausgerichtet. Hieraus ergeben sich Tragreserven für eventuelle Laststeigerungen.

## Kapitel 9) Schlussfolgerungen

### 9.1) Reserven und Defizite im Hinblick auf mögliche Steigerungen der Nutzlast

#### 9.1.1) Zuverlässigkeitstheoretisch begründete Reserven und Defizite

In den Kapiteln 7 und 8 konnten je nach Material-Nutzungs-Kombination sowohl für die Platte als auch den Balken ein Überschreiten der Zielzuverlässigkeit gemäß [DIN EN 1990 (2010)] festgestellt werden. Darüber hinaus war bei der Platte auch ein Unterschreiten des Zielwertes möglich. Die Höhe der Differenz  $\Delta\beta$  zwischen Zielniveau und Istwert ist von der betrachteten Nutzungskategorie und der Materialkombination abhängig. Die Nutzungskategorie hat dabei einen größeren Einfluss auf die Höhe der Differenz  $\Delta\beta$  als die Materialkombination.

Tabelle 9.1 fasst die ermittelten Differenzen zwischen Ist- und Sollwert der Zuverlässigkeit zusammen. Als Vergleichswert dient der Zielwert nach [DIN EN 1990 (2010)]  $\beta_{\text{Ziel}} = 4,7$  (Klasse CC2, Bezug 1 Jahr, s. Tabelle 2.4 in Abschnitt 2.3.1). Darüber hinaus wird mit dem bestandsspezifischen Zielwert gemäß [JCSS 2001-04] verglichen ( $\beta_{\text{Ziel, Bestand}} = 4,2$ , s. Tabelle 2.8, Abschnitt 2.3.2). Je Betonstahl-Nutzungs-Kombination sind zwei Differenzwerte angegeben. Hierbei handelt es sich um den unteren und oberen Grenzwert möglicher Differenzen  $\Delta\beta$  in Abhängigkeit von der Druckfestigkeit des Betons.

**Tabelle 9.1: Differenzen der Systemzuverlässigkeiten zum Zielniveau ( $\sigma_{\text{fc}} = 4,85 \text{ MN/m}^2$ )**

$\Delta\beta = \beta_{\text{Ist}} - \beta_{\text{Ziel}}$		Durchlauf-Platte			Durchlauf-Balken		
		B220	B420	B500	B220	B420	B500
$\beta_{\text{Ziel}} = 4,7$	A Wohnen	- 0,055	- 0,138	- 0,168	+ 0,1564	+ 0,0907	+ 0,0567
		...	...	...	...	...	...
	B Büro+TW	+ 0,212	+ 0,121	+ 0,084	+ 0,1915	+ 0,1036	+ 0,0681
		...	...	...	...	...	...
	C Schule+TW	+ 0,388	+ 0,336	+ 0,303	+ 0,5463	+ 0,4983	+ 0,4643
		...	...	...	...	...	...
	D Verkauf+TW	+ 0,740	+ 0,665	+ 0,628	+ 0,5642	+ 0,5036	+ 0,4689
		...	...	...	...	...	...
$\beta_{\text{Ziel, Bestand}} = 4,2$	A Wohnen	+ 0,405	+ 0,304	+ 0,267	+ 0,6273	+ 0,5599	+ 0,5271
		...	...	...	...	...	...
	B Büro+TW	+ 0,786	+ 0,675	+ 0,639	+ 0,6816	+ 0,6025	+ 0,5692
		...	...	...	...	...	...
	C Schule+TW	+ 0,404	+ 0,292	+ 0,254	+ 0,6380	+ 0,5256	+ 0,5237
		...	...	...	...	...	...
	D Verkauf+TW	+ 0,906	+ 0,775	+ 0,732	+ 0,7109	+ 0,6179	+ 0,5865
		...	...	...	...	...	...
A Wohnen	+ 0,445	+ 0,362	+ 0,332	+ 0,6564	+ 0,5907	+ 0,5567	
	...	...	...	...	...	...	
B Büro+TW	+ 0,712	+ 0,621	+ 0,584	+ 0,6915	+ 0,6036	+ 0,5681	
	...	...	...	...	...	...	
C Schule+TW	+ 0,888	+ 0,836	+ 0,803	+ 1,0463	+ 0,9983	+ 0,9643	
	...	...	...	...	...	...	
D Verkauf+TW	+ 1,240	+ 1,165	+ 1,128	+ 1,0642	+ 1,0036	+ 0,9689	
	...	...	...	...	...	...	
A Wohnen	+ 0,905	+ 0,804	+ 0,767	+ 1,1273	+ 1,0599	+ 1,0271	
	...	...	...	...	...	...	
B Büro+TW	+ 1,286	+ 1,175	+ 1,139	+ 1,1816	+ 1,1025	+ 1,0692	
	...	...	...	...	...	...	
C Schule+TW	+ 0,904	+ 0,792	+ 0,754	+ 1,1380	+ 1,0256	+ 1,0237	
	...	...	...	...	...	...	
D Verkauf+TW	+ 1,405	+ 1,275	+ 1,232	+ 1,2109	+ 1,1179	+ 1,0865	
	...	...	...	...	...	...	

Das Abweichen vom Zielwert verweist auf mögliche oder notwendige Veränderungen der Nachweisverfahren. Bei Überschreiten des Zielwertes bestehen bei Nachweis nach [DIN EN 1992-1-1 (2011)] Tragreserven. Bei einer Bemessung mit den Verfahren bzw. Teilsicherheitsbeiwerten nach aktuellen Eurocodes ergeben sich dann größere Querschnittswerte, als bei einer Orientierung an der akzeptierten Versagenswahrscheinlichkeit tatsächlich notwendig wäre. Beim Nachweis bestehender Tragwerke mit den genannten Normen würde die vorhandene Tragfähigkeit unterschätzt.

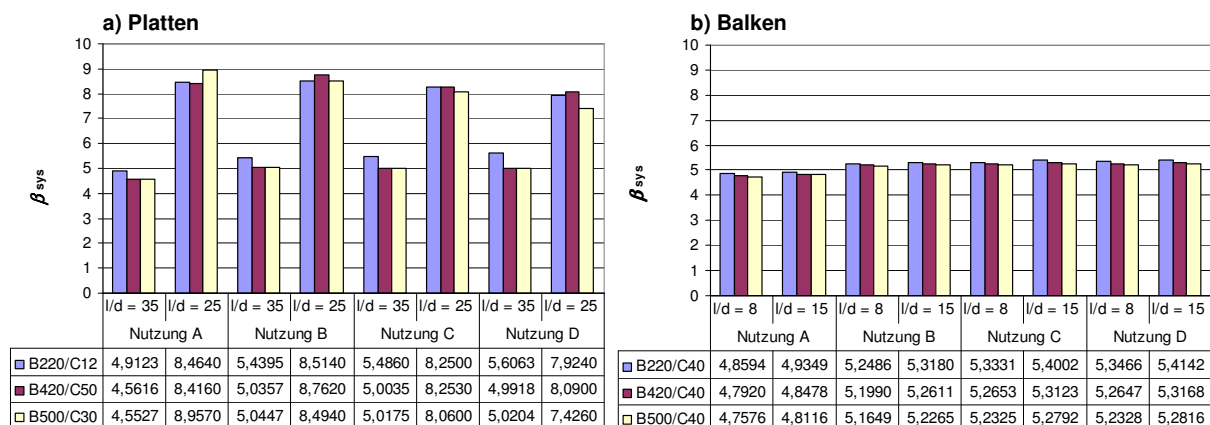
Die Kenntnis um solche Tragreserven kann im Bestand genutzt werden, um Lasterhöhungen aus Nutzungsänderung zu ermöglichen, für die nach [DIN EN 1992-1-1 (2011)] ein Nachweis ausreichender Sicherheit nicht mehr möglich ist. In diesem Sinne ließen sich bei Überschreiten der Zielzuverlässigkeit abgesenkte Teilsicherheitsbeiwerte herleiten, mit denen sich entweder bei der Bemessung kleinere Querschnittswerte ergäben oder aber beim Nachweis im Bestand Reserven gegenüber dem Nachweis nach [DIN EN 1992-1-1 (2011)] ausgenutzt werden können.

Unterschreiten des Zielwertes verweist auf Defizite der Nachweisführung nach [DIN EN 1992-1-1 (2011)]. Orientiert an der akzeptierten Versagenswahrscheinlichkeit ergäbe eine Bemessung mit den aktuellen Teilsicherheitsbeiwerten zu kleine Querschnittswerte. Ein Nachweis bestehender Objekte würde die tatsächliche Tragfähigkeit überschätzen. In Kombinationen, bei denen die geforderte Zuverlässigkeit nicht nachgewiesen werden kann, ist eine Erhöhung der Teilsicherheitsbeiwerte erforderlich.

Die in Tabelle 9.1 dargestellten Reserven und Defizite der Platte ergaben sich für eine Schlankheit von  $l/d = 35$ . Dieser Wert entspricht der seit 1932 zulässigen Grenzschlankheit für Platten (s. Tabelle 7.1), der Ansatz sollte die Beurteilung möglichst ungünstiger Verhältnisse ermöglichen (vgl. Abschnitt 7.1.1). Balken wurden zunächst für  $l/d = 8$  bewertet. In Vergleichsrechnungen wurde auch untersucht, welche Auswirkungen andere Schlankheitsgrade auf die Reserven und Defizite nach Tabelle 9.1 haben.

Die Verringerung der Plattenschlankheit beeinflusst zunächst vorteilhaft das Verhältnis ständiger und veränderlicher Lastanteile. Der Anteil der ständigen Last an der Gesamtlast steigt. Der gegenüber der Nutzlast kleinere Variationskoeffizient der ständigen Last wirkt sich dabei günstig auf das Zuverlässigkeitsniveau aus. Daneben ist vor allem die verminderte Streubreite der statischen Nutzhöhe von Bedeutung. Wird bei Beibehaltung der Stützweite die absolute Bauteilhöhe vergrößert, so verringert sich der Variationskoeffizient der Nutzhöhe (s. Bilder 6.6 und 6.7). Da bei der schlanken Platte die Streuung der Nutzhöhe  $d_{oben}$  großen Einfluss auf die erreichte Zuverlässigkeit hat (Abschnitt 7.3), führt die Minderung des Variationskoeffizienten  $v_d$  zu nennenswerten Zuverlässigkeitssteigerungen.

Bild 9.1a zeigt ausgewählte Ergebnisse der Vergleichsrechnung für Plattenschlankheiten  $l/d = 35$  und  $l/d = 25$ . Erkennbar erfolgt die Bewertung mit höherer Schlankheit  $l/d = 35$  für die ungünstigsten Verhältnisse. Für kleinere Schlankheiten werden höhere Zuverlässigkeiten und damit größere Reserven gegenüber dem Zielniveau erreicht. Bild 9.1a zeigt dies für ausgewählte Material-Nutzungs-Kombinationen. Für andere Kombinationen gilt der Zusammenhang sinngemäß. Damit liegen die für die Schlankheit  $l/d = 35$  entwickelten Teilsicherheitsbeiwerte für geringere Schlankheiten auf der sicheren Seite. Für Balken zeigt sich nach Prüfung mit Schlankheiten  $l/d = 8$  bis 15 eine weitgehende Unabhängigkeit der Systemzuverlässigkeit von der zu Grunde gelegten Schlankheit. Mit Erhöhung von  $l/d$  und den damit einhergehenden höheren Bewehrungsgraden ergeben sich sogar geringfügig höhere Zuverlässigkeiten (Bild 9.1b). Systembestimmend bleibt unabhängig von  $l/d$  das Zugstrebenversagen. Im Gegensatz zur Platte wirkt sich die Streuung der Nutzhöhe des Balkens bei Erhöhung  $l/d$  nicht nennenswert auf die Zuverlässigkeit aus.



**Abb. 9.1: Vergleich der Zuverlässigkeiten für verschiedene Schlankheitsgrade**  
a) Platten b) Balken

### 9.1.2) Reserven und Defizite aus früheren Bemessungsverfahren

Über die Entwicklungszeit der Normung im Stahlbetonbau seit 1904 bis heute wurde die Tragfähigkeit einer Konstruktion mit unterschiedlichen Nachweisverfahren und Sicherheitskonzepten bewertet. In [Voigt 2009] wurde untersucht, inwieweit die zeitlich verschiedenen Bemessungsverfahren Reserven oder Defizite in Bezug auf die aktuelle Nachweisführung bedingen. Die Höhe möglicher Reserven oder Defizite ergab sich darin mit deterministischen Parametern aus dem Abstand der Tragfähigkeiten nach früheren und aktuellen Widerstandsmodellen unter Berücksichtigung der unterschiedlichen Sicherheitskonzepte und Materialeigenschaften.

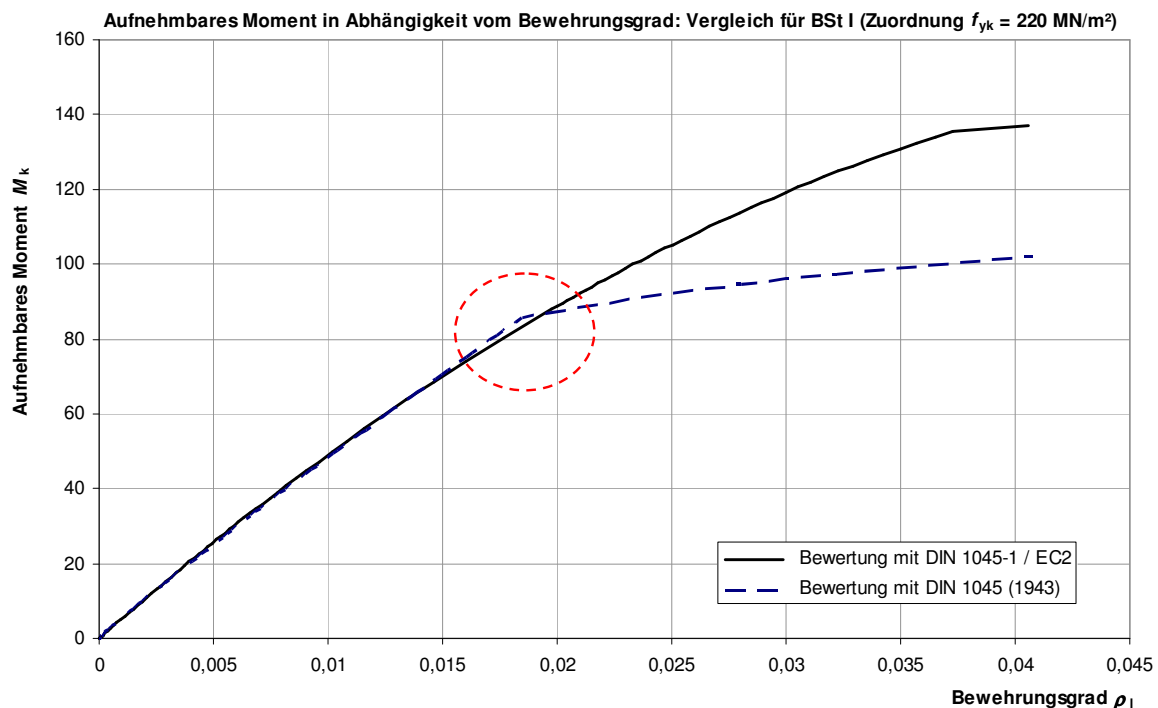
Die Höhe der Differenzen ist abhängig von Bauzeit, Baustoffen und untersuchtem Widerstand. Wird unterstellt, dass die in einer bestehenden Konstruktion vorhandene Bewehrung mindestens der erforderlichen Menge gemäß der zur Bauzeit gültigen Norm entspricht, so gibt die Betrachtung der Differenzen zwischen früheren und aktuellen Nachweisverfahren auch einen Hinweis auf tatsächlich vorhandene Reserven bzw. Defizite gegenüber der Bemessung nach [DIN EN 1992-1-1 (2011)]. Die Verknüpfung der Differenzen zwischen den Bemessungsverfahren mit den zuverlässigkeitstheoretisch bedingten Reserven bzw. Defiziten in den Beispielen in Abschnitt 9.7 kann die Abschätzung insgesamt vorhandener Potentiale unterstützen.

### 9.1.2.1) Biegung

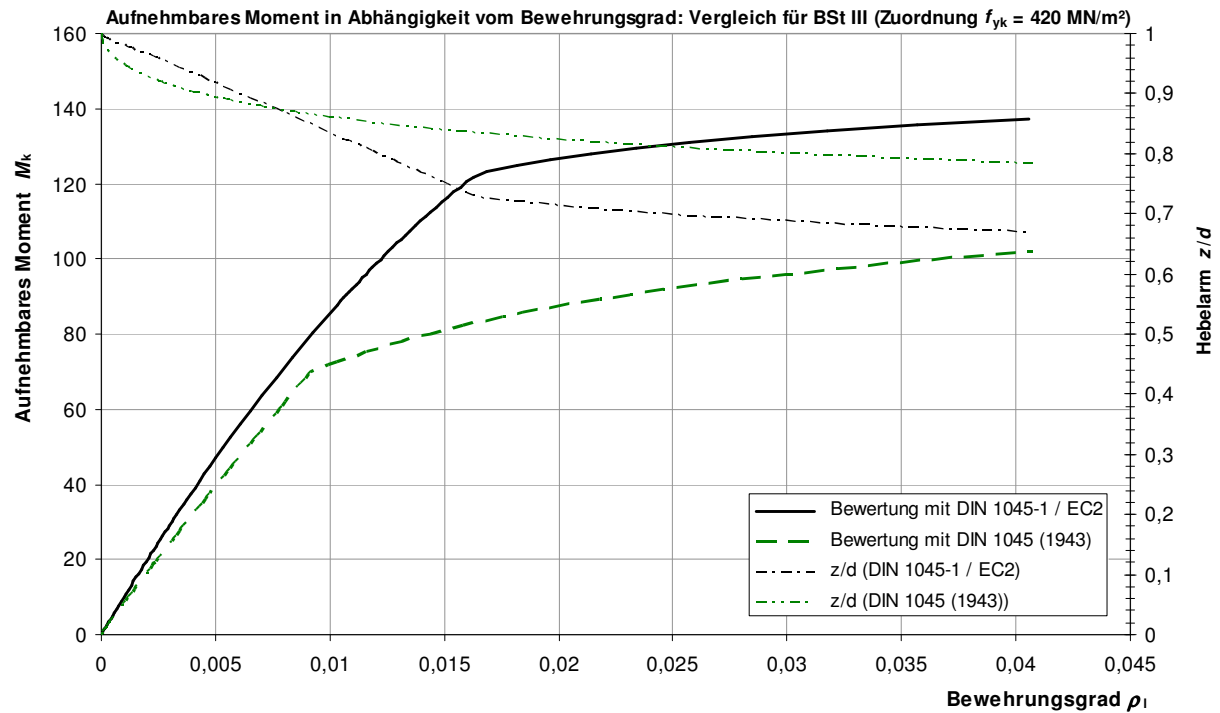
Wesentliche Differenzen bei der Bewertung der Biegetragfähigkeit ergeben sich unter Berücksichtigung verschiedener Sicherheitskonzepte einerseits aus den Unterschieden zwischen  $n$ -gebundener und  $n$ -freier Bemessung vor und nach 1972 und andererseits aus der ungleichen Bewertung der Tragfähigkeit der Betonstähle. So wurde bspw. für BSt III und IV in [DIN 1045 (1943)] über die zulässigen Spannungen eine deutlich geringere Auslastung zugelassen, als dies unter Voraussetzung ausreichender Verankerung beim Nachweis mit [DIN EN 1991-1-1 (2010)] unter Zuordnung äquivalenter charakteristischer Festigkeiten möglich wäre.

Als Beispiel für die unterschiedliche Bewertung der Biegetragfähigkeit sind in den Bildern 9.2 bis 9.4 aus [Voigt 2009-2] die nach verschiedenen Verfahren berechneten aufnehmbaren Momente in Abhängigkeit vom Längsbewehrungsgrad dargestellt. Verglichen werden die mit  $n$ -Verfahren auf Grundlage von [DIN 1045 (1943)] ermittelten Tragfähigkeiten mit den Widerständen nach aktuellen Vorschriften. Untersucht werden Platten der Bauzeit 1943-1972, die nach der Normengeneration [DIN 1045 (1943)] bemessen wurden. Mit einem mittleren einwirkungsseitigen Sicherheitsbeiwert  $\gamma = 1,425$  wurden darin die Bemessungswerte auf charakteristische  $M_k$  umgerechnet. Die Bilder 9.2 bis 9.4 beziehen sich auf Platten mit einer Nutzhöhe  $d = 20$  cm. Der Vergleich erfolgt für einen Beton B300, dem nach [DBV 2008-02] etwa eine charakteristische Druckfestigkeit von  $f_{ck} = 20$  MN/m<sup>2</sup> zuzuordnen ist. Die Zuordnung der charakteristischen Stahlfestigkeiten zu den bewerteten Betonstahlsorten BSt I, III und IV erfolgt ebenfalls gemäß [DBV 2008-02].

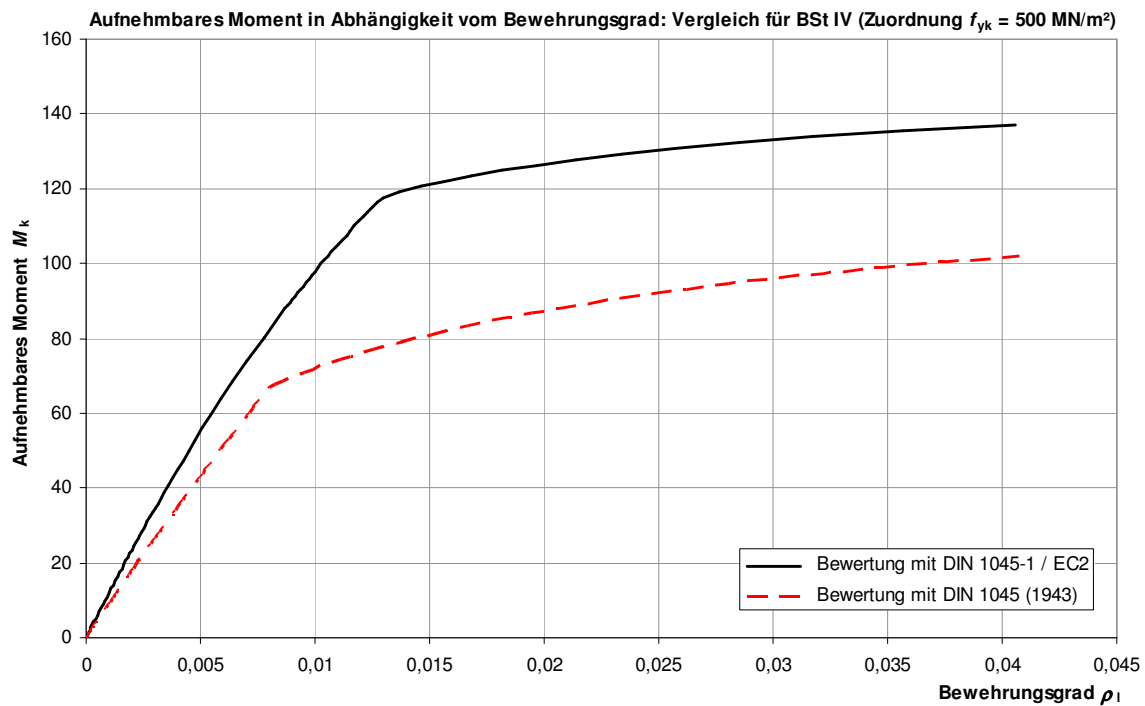
Die Höhe der Differenzen zwischen den Berechnungsverfahren ergibt sich in Abhängigkeit von der Stahlsorte und der ausgenutzten Stahlspannung unterschiedlich. Der Vergleich erfolgt an der Stelle, für die die zulässige Stahlspannung nach [DIN 1045 (1943)] erreicht wird (Knick in der Kurve aufnehmbares Moment). Für Betonstahl BSt I verlaufen die Kurven bis zum Erreichen der nach [DIN 1045 (1943)] zulässigen Stahlspannung etwa gleich, für die zulässige Spannung selbst ergibt sich gegenüber [DIN EN 1992-1-1 (2011)] sogar ein leichtes Defizit. Die Unterschiede fallen insgesamt jedoch sehr klein aus. Für Betonstahl III und IV hingegen sind am Vergleichspunkt deutliche Reserven erkennbar.



**Abb. 9.2:** Aufnehmbares Moment  $M_k$  in Abhängigkeit von Bewehrungsgrad und Bemessungsverfahren, Betonstahl I  $f_{yk} = 220$  MN/m<sup>2</sup>, Beton  $f_{ck} = 20$  MN/m<sup>2</sup>,  $d = 20$  cm,  $N = 0$  (aus [Voigt 2009-2])



**Abb. 9.3:** Aufnehmbares Moment  $M_k$  in Abhängigkeit von Bewehrungsgrad und Bemessungsverfahren, Betonstahl III  $f_{yk} = 420 \text{ MN/m}^2$ , Beton  $f_{ck} = 20 \text{ MN/m}^2$ ,  $d = 20 \text{ cm}$ ,  $N = 0$  (aus [Voigt 2009-2])



**Abb. 9.4:** Aufnehmbares Moment  $M_k$  in Abhängigkeit von Bewehrungsgrad und Bemessungsverfahren, Betonstahl IV  $f_{yk} = 500 \text{ MN/m}^2$ , Beton  $f_{ck} = 20 \text{ MN/m}^2$ ,  $d = 20 \text{ cm}$ ,  $N = 0$  (aus [Voigt 2009-2])



**9.1.2.2) Querkraft**

Aus der Erweiterung der klassischen Fachwerkanalogie von Mörsch hin zur heute üblichen Praxis des Nachweises von Druck- und Zugstrebe mit variabler Druckstrebenneigung ergibt sich heute allgemein weniger erforderliche Querkraftbewehrung als mit früheren Bemessungsmodellen. Tabelle 9.2 aus [Voigt 2009-1] zeigt zusammenfassend, wie sich die Nachweispraxis in Bezug auf Querkraft seit Beginn der Normung im Stahlbetonbau verändert hat. Die Bilder 9.5 und 9.6 enthalten die nach verschiedenen Normen erforderlichen Schubbewehrungsgrade in Abhängigkeit von der einwirkenden Querkraft. Die Einwirkungen werden unter Berücksichtigung eines mittleren Einwirkungsfaktors  $\gamma = 1,425$  als charakteristische Werte betrachtet (zu weiteren Randbedingungen s. Anhang D, Tabellen D.1 und D.2).

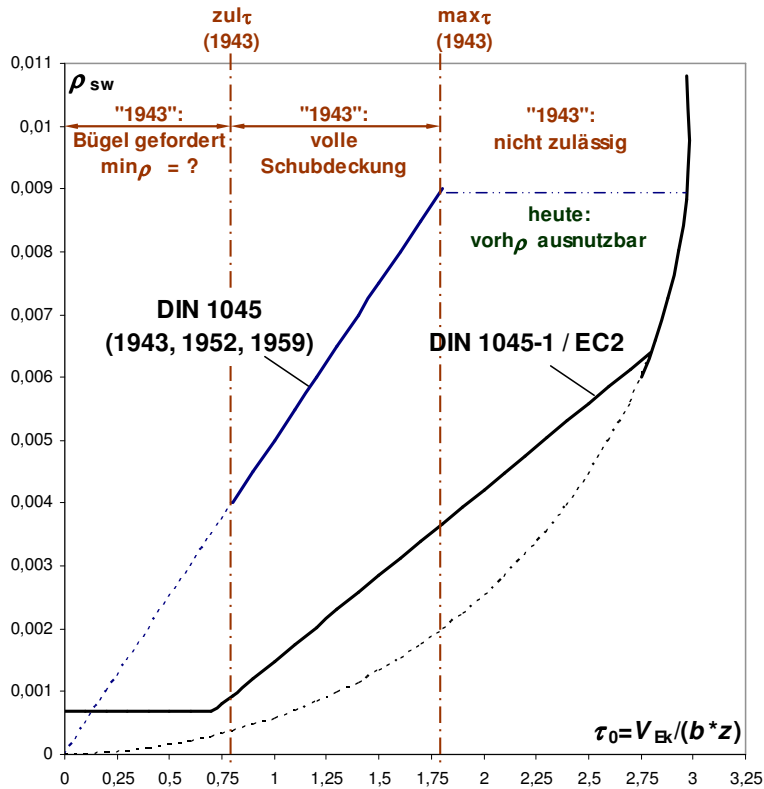
Sowohl für vor 1972 errichtete Bauwerke als auch für Objekte mit einer Bauzeit zwischen 1972 und 2001 ergaben sich höhere Querkraftbewehrungsgrade als nach aktuellen Normen. Die Differenzen resultieren im Wesentlichen aus der heute geringeren Druckstrebenneigung. Hinzu kommt je nach Bauzeit eine abweichende nutzbare Stahlspannung. Kritisch sind Bereiche geringer Querkraftbeanspruchung, für die nach Normengeneration DIN 1045 (1972 - 2001) die erforderliche Bewehrung unter der heute erforderlichen Mindestschubbewehrung liegt. Für die Normen DIN 1945 (1943-1972) ist für kleine Schubspannungen die Querkraftbewehrung nicht sicher abzuschätzen, da hierfür nur allgemein Bügelbewehrung vorgeschrieben war ohne exakte Definition der Mindestbewehrung. Deutliche Reserven bestehen jedoch bei Einwirkungen, wie sie für Bauteile mit Querkraftbewehrung üblich sind.

**Tabelle 9.2: Vergleich der Querkraftnachweise früherer Stahlbetonnormen (aus [Voigt 2009-1])**

Schubbemessung	vor 1972	1972-2001	seit 2001
<b>■ Berücksichtigung der Einflüsse auf die Querkraft-Tragfähigkeit</b>			
daraus folgt...	nur indirekt berücksichtigt (Spannungs-Grenzwerte)		Einflüsse werden bei der Ermittlung der Bemessungswiderstände genauer berücksichtigt → exaktere rechnerische Bestimmung der Grenzwerte
<b>■ mechanisches Modell: Fachwerkanalogie</b>			
<b>Neigung der Druckstrebe</b>	$\theta = 45^\circ$	Schubbereich 1: $\theta = 22^\circ$ Schubbereich 2: $\theta < 45^\circ$ Schubbereich 3: $\theta = 45^\circ$	variable Neigung in den Grenzen $3 \geq \cot \theta \geq 0,58$ ( $\approx 18^\circ \leq \theta \leq 60^\circ$ )
abhängig von ...	--	Grundwert der Schubspannung $\tau_0 \rightarrow$ ergibt Schubbereich und Bemessungswert $\tau \rightarrow$ in Schubbereich 2: $\tau < \tau_0$ (d. h. $\theta < 45^\circ$ )	Betonfestigkeit, Beanspruchung, Abmessungen
daraus folgt...	→ mehr Schubbewehrung erforderlich, „volle Schubdeckung“	→ in Grenzen geringere Schubdeckung möglich	→ insgesamt weniger Schubbewehrung erforderlich
<b>Neigung der Zugstrebe</b>	$\alpha = 45^\circ \dots 90^\circ$	$\alpha = 45^\circ \dots 90^\circ$	$\alpha = 45^\circ \dots 90^\circ$
praktisch ...	allg. bevorzugt: $45^\circ$ (Einfluss: Materialkosten !)	→	allg. bevorzugt: $90^\circ$ (Einfluss: Lohnkosten!)
daraus folgt...	→ weniger Schubbewehrung (aber: bei höherem Bemessungswert)	→	→ mehr Schubbewehrung (aber: bei kleinerem Bemessungswert)
<b>■ Eingangswerte der Bemessung</b>			
<b>Grundwert der Bemessung</b>	Schubspannung in NL-Lage im Zustand II: $\tau_0 = V / (b \cdot z)$ (allgemein)		Bemessungsquerkraft $V_{Ed}$
		je nach Beanspruchung auch maximale Hauptzugspannung im Zustand I	Vergleich der Bemessungsquerkraft mit Grenzwerten der Tragfähigkeit
<b>maßgebende Querkraft</b>	... in Auflagerlinie	... im Abstand (0,5-Nutzhöhe) vom Auflagerrand (direkte Stützung) bzw. ... am Auflagerrand (indirekte Stützung) (konstante Höhe, gleichmäßig verteilte Last)	... im Abstand (1,0-Nutzhöhe) vom Auflagerrand (direkte Stützung) bzw. ... am Auflagerrand (indirekte Stützung) (konstante Höhe, gleichmäßig verteilte Last)
daraus folgt...	größter Bemessungswert	→	kleinster Bemessungswert
<b>■ Bemessung / Nachweis</b>			
<b>Schubbewehrung erforderlich?</b>	bei Überschreiten eines unteren Grenzwertes		
	$\tau_0 > \text{zul } \tau$	$\tau_0 > \tau_{01}$	$V_{Ed} > V_{Rd,c}$
<b>Tragfähigkeit der Zugstrebe</b>	Bemessung $a_{sw}$ für $\tau_0$ mit $a_{sw} = \frac{b \cdot \tau_0}{\text{zul } \sigma_e} \cdot \frac{1}{\cos \alpha + \sin \alpha}$ (oft graphische Lösung)	Bemessung $a_{sw}$ für $\tau \leq \tau_0$ mit $a_{sw} = \frac{b \cdot \tau}{\beta_s / 1,75 \cdot \cos \alpha + \sin \alpha}$ mit $\text{zul } \sigma_s = \beta_s / 1,75 \leq 240 \text{ N/mm}^2$	Bemessung $a_{sw}$ für $V_{Rd,s} \geq V_{Ed}$ $a_{sw} = \frac{V_{Ed}}{f_{yd} \cdot z} \cdot \frac{1}{(\cot \theta + \cot \alpha) \cdot \sin \alpha}$
<b>Tragfähigkeit der Druckstrebe</b>	wird nicht direkt nachgewiesen indirekt gesichert durch $\tau \leq \max \tau$	wird nicht direkt nachgewiesen indirekt gesichert durch $\tau \leq \tau_{03}$	Nachw. Bemessungswiderstand $V_{Rd,max} \geq V_{Ed}$

**Vergleich DIN 1045 (1943) - DIN 1045-1 (Biegung, N=0)**

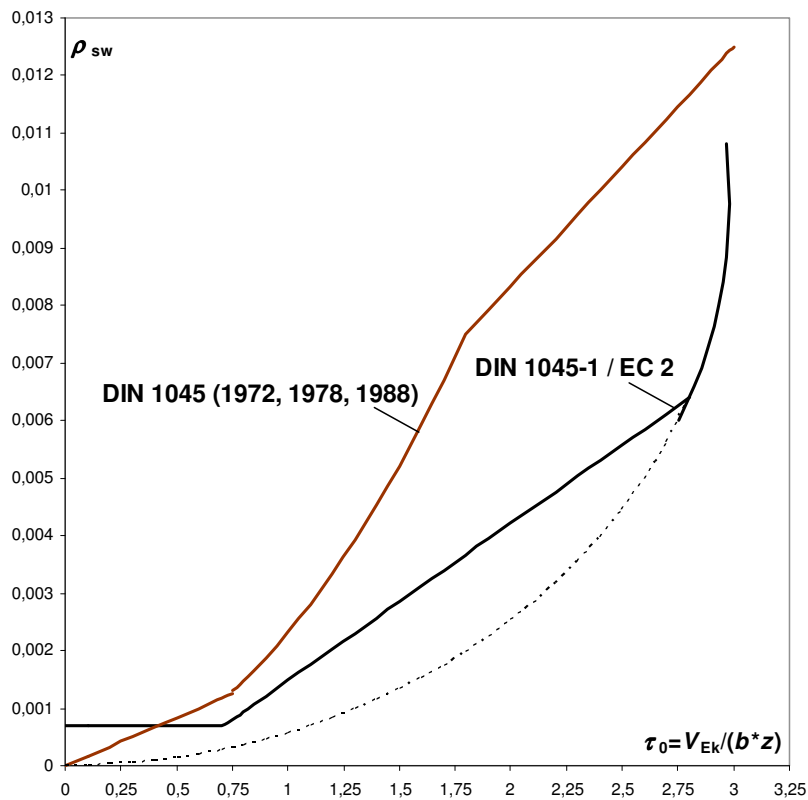
Balken, B300 ( $f_{ck}=20 \text{ N/mm}^2$ ), BSt IV ( $f_{yk} = 500 \text{ N/mm}^2$ ), lotrechte Schubbewehrung



**Abb. 9.5: Erforderliche Querkraftbewehrung  $\rho_{sw}$ : Vergleich Bemessung DIN 1045 (1943-1972) mit DIN 1045-1 bzw. EC2 (aus [Voigt 2009-2])**

**Vergleich DIN 1045 (1972) - DIN 1045-1 (Biegung, N=0)**

Balken, B 25 ( $f_{ck}=20 \text{ N/mm}^2$ ), BSt 500 ( $f_{yk} = 500 \text{ N/mm}^2$ ), lotrechte Schubbewehrung



**Abb. 9.6: Erforderliche Querkraftbewehrung  $\rho_{sw}$ : Vergleich Bemessung DIN 1045 (1972-2001) mit DIN 1045-1 bzw. EC2 (aus [Voigt 2009-2])**

## 9.2) Verfahren zur Modifikation von Teilsicherheitsbeiwerten

### 9.2.1) Grundidee

#### *Zur Herleitung von Teilsicherheitsbeiwerten*

In Abschnitt 4.3.3 wurde die Methode zur Herleitung von Teilsicherheitsbeiwerten aus der Lage des Bemessungspunkts vorgestellt. [DIN EN 1990 (2010)] erlaubt die Bestimmung der Bemessungswerte anhand dieser Methode auf Grundlage der Zuverlässigkeitsmethode erster Ordnung FORM. Aus den ermittelten Sensitivitäten  $\alpha_i$  kann mit Hilfe der bekannten stochastischen Modelle für jede Basisvariable ein Sicherheitsbeiwert ermittelt werden. Für die Herleitung praktikabler Teilsicherheitsbeiwerte bietet dieses Verfahren jedoch Nachteile, wie z. B. in [Melchers 1999], [Spaethe 1992] u. a. aufgeführt wird.

Zum einen führt die Berechnung der Sicherheitsabstände aus dem Bemessungspunkt für verschiedene Bemessungssituationen zu unterschiedlichen Teilsicherheitsbeiwerten. So sind bspw. die einwirkungs- und widerstandsseitigen Beiwerte im Verlauf verschiedener Lastverhältnisse nicht konstant. Praktisch werden jedoch über verschiedene Bemessungssituationen konstante Teilsicherheitsbeiwerte angestrebt. Konstante Beiwerte können in einem Optimierungsprozess gefunden werden, indem für verschiedene Situationen die Abweichung zwischen Ziel- und Istwert der Zuverlässigkeit minimiert wird. Die Auswahl passender Beiwerte beinhaltet immer auch ein subjektives Urteil [Melchers 1999].

Die Berechnung von Teilsicherheitsbeiwerten aus dem Bemessungspunkt ordnet zum anderen allen streuenden Basisvariablen der Grenzzustandsgleichung einen Sicherheitsabstand zu. Auch das widerspricht der praktischen Forderung nach einfachen Nachweisformaten mit möglichst wenigen Teilsicherheitsbeiwerten. Allein aus den Vereinfachungen beim Aufstellen der Grenzzustandsgleichung ergeben sich schon Abweichungen der probabilistischen Berechnungsergebnisse zu den tatsächlichen operativen Versagenswahrscheinlichkeiten und Sensitivitäten. Abweichungen vom Zielniveau sind praktisch unvermeidbar. Ziel sollte die Festlegung praktikabler Teilsicherheitsbeiwerte sein, mit denen die Abweichungen vom Zielwert möglichst klein ausfallen. Die Aufgabe lässt sich mathematisch als Optimierungsproblem formulieren, wobei die Optimierung von Teilsicherheitsbeiwerten nicht verwechselt werden darf mit der Optimierung der Konstruktion selbst [Spaethe 1992].

Statt der Herleitung aus dem Bemessungspunkt mit Hilfe der in Abschnitt 7.3 und 8.3 berechneten Sensitivitäten wird hier die rechnerische Optimierung zur Herleitung modifizierter Teilsicherheitsbeiwerte angewandt. Dabei wird ein Satz von Teilsicherheitsbeiwerten bestimmt, mit dem die Abweichungen vom Zielniveau der Zuverlässigkeit möglichst klein werden. Hieraus sollen sich möglichst wenige Beiwerte ergeben, die für mehrere Kombinationen anwendbar sind. Es wird also nicht jeder streuenden Basisvariablen ein Teilsicherheitsbeiwert zugeordnet, vielmehr erfolgt eine Zusammenfassung der Einwirkungs- und Widerstandsbeiwerte gemäß der derzeit üblichen Vorgehensweise nach [DIN EN 1990 (2010)] und [DIN EN 1992-1-1 (2011)]. Im Sinne von [Spaethe 1983] u. a. sollten die Beiwerte nicht zu viele Nachkommastellen haben und möglichst nur in Teilschritten  $\Delta = 0,05$  variieren. Die Teilsicherheitsbeiwerte der aktuellen Eurocodes entsprechen diesen Forderungen. Dementsprechend sollten auch die modifizierten Beiwerte diese Ansprüche erfüllen.

#### *Zur Formulierung des Optimierungsproblems*

Die Optimierungsaufgabe besteht allgemein in der Minimierung der Abweichungen vom Zuverlässigkeitsziel. Gesucht werden die Teilsicherheitsbeiwerte, mit denen dieses Ziel erreicht wird. Mathematisch kann die Optimierungsaufgabe unterschiedlich formuliert werden. Eine ausführliche Behandlung mit Wertung der verschiedenen Varianten erfolgt in [Spaethe 1983]. Dort werden vier Arten von Zielfunktionen gebildet, die dann je nach Betrachtungsweise verschiedentlich modifiziert werden. Die Formulierung der Zielfunktion richtet sich nach der betrachteten Zielgröße (Tabelle 9.3).

Ganz allgemein werden im ersten Fall akzeptierte und berechnete Versagenswahrscheinlichkeit miteinander verglichen. Im zweiten Fall werden die Logarithmen der Wahrscheinlichkeiten gegenübergestellt. Aufgrund der sehr kleinen Werte der Versagenswahrscheinlichkeit wird dieser Weg als numerisch vorteilhafter erachtet. Im dritten Fall werden die zu einer bestimmten Versagenswahrscheinlichkeit gehörenden äquivalenten Sicherheitsindizes  $\beta_{\text{Ist}}$  und  $\beta_{\text{Ziel}}$  miteinander verglichen. Der vierte Fall ermöglicht eine Entkopplung der probabilistischen Berechnung und der Optimierungsrechnung durch Gegenüberstellung von mit Teilsicherheitsbeiwerten berechneten Querschnittswerten mit probabilistisch für eine Zuverlässigkeit  $\beta_{\text{Ziel}}$  bemessenen Querschnittswerten.

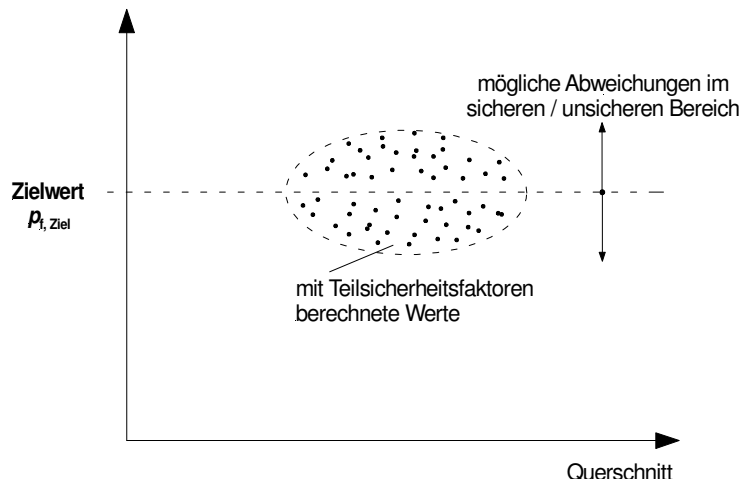
Die Zielfunktionen werden so formuliert, dass die Quadrate der Abweichungen minimal werden. Hierzu wird über den Geltungsbereich der Norm integriert bzw. die Summe der Quadrate gebildet. Zur Berücksichtigung unterschiedlicher Wichtungen einzelner Nachweissituationen innerhalb der Norm kann ein Wichtungsfaktor in die Zielfunktion einbezogen werden.

**Tabelle 9.3: Zielfunktionen und Zusatzbedingungen zur Optimierung der Teilsicherheitsbeiwerte**

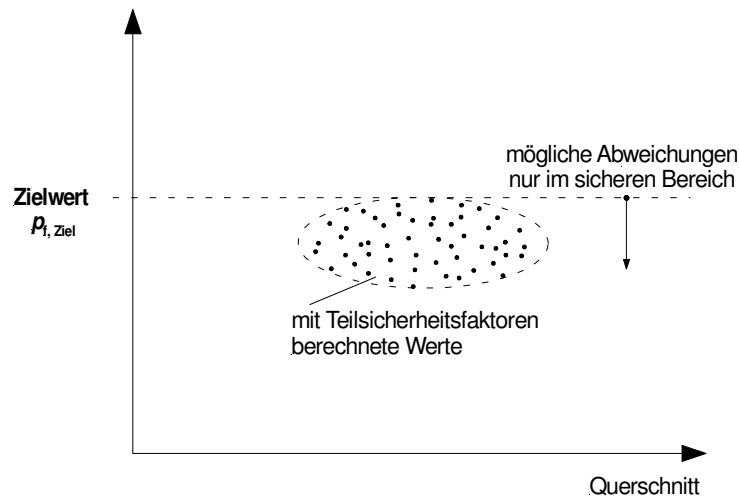
	Zielfunktion (Zielgröße = mittlerer Zielwert, Bild 9.7)		Zusatzbedingung (Zielgröße = zulässiger Grenzwert, Bild 9.8)	
1	$\int \omega(u) \cdot (p_{f,Ziel} - p_f(\bar{\gamma}_j, u))^2 du \rightarrow \min$	(9.1)	$p_{f,Ziel} - p_f(\bar{\gamma}_j, u) \geq 0$	(9.2)
	$\sum_{j=1}^n w_j \cdot (p_{f,Ziel} - p_{f,j})^2 \rightarrow \min$	(9.3)	$p_{f,Ziel} - p_{f,j} \geq 0$	(9.4)
2	$\int \omega(u) \cdot (\log(p_{f,Ziel}) - \log(p_f(\bar{\gamma}_j, u)))^2 du \rightarrow \min$	(9.5)	$\log(p_{f,Ziel}) - \log(p_f(\bar{\gamma}_j, u)) \geq 0$	(9.6)
	$\sum_{j=1}^n w_j \cdot (\log(p_{f,Ziel}) - \log(p_{f,j}))^2 \rightarrow \min$	(9.7)	$\log(p_{f,Ziel}) - \log(p_{f,j}) \geq 0$	(9.8)
3	$\int \omega(u) \cdot (\beta(\bar{\gamma}_j, u) - \beta_{Ziel})^2 du \rightarrow \min$	(9.9)	$\beta(\bar{\gamma}_j, u) - \beta_{Ziel} \geq 0$	(9.10)
	$\sum_{j=1}^n w_j \cdot (\beta_j - \beta_{Ziel})^2 \rightarrow \min$	(9.11)	$\beta_j - \beta_{Ziel} \geq 0$	(9.12)
4	$\int \omega(u) \cdot (A(\bar{\gamma}_j, u) - A_{Ziel})^2 du \rightarrow \min$	(9.13)	$A(\bar{\gamma}_j, u) - A_{Ziel} \geq 0$	(9.14)
	$\sum_{j=1}^n w_j \cdot (A_j - A_{Ziel})^2 \rightarrow \min$	(9.15)	$A_j - A_{Ziel} \geq 0$	(9.16)

mit:  $p_{f,Ziel}$  akzeptierte Versagenswahrscheinlichkeit  
 $p_f(\bar{\gamma}_j, u)$  bzw.  $p_{f,j}$  berechnete Versagenswahrscheinlichkeit bei Bemessung mit Beiwerten  $\bar{\gamma}_j$   
 $\bar{\gamma}_j$  Vektor von Teilsicherheitsbeiwerten  
 $\omega(u)$  bzw.  $w_j$  Wichtungsfunktion zur Berücksichtigung der ungleichmäßigen Verteilung der Bemessungsfälle innerhalb der Norm  
 $u$  Parameter des Tragwerks (quantitative Beschreibung)  
 $\beta_{Ziel}$  Zielwert der äquivalenten Zuverlässigkeit mit  $\beta_{Ziel} = -\Phi^{-1}(p_{f,Ziel})$   
 $\beta(\bar{\gamma}_j, u)$  bzw.  $\beta_j$  berechnetes Zuverlässigkeitsniveau bei Bemessung mit Beiwerten  $\bar{\gamma}_j$   
 $A_{Ziel}$  Zielgröße des Querschnitts bei probabilistischer Bemessung für den Zielwert der Zuverlässigkeit  $\beta_{Ziel}$   
 $A(\bar{\gamma}_j, u)$  bzw.  $A_j$  berechneter Querschnittswert bei Bemessung mit Beiwerten  $\bar{\gamma}_j$

In der allgemeinen Formulierung garantieren die Zielfunktionen lediglich einen minimalen Abstand des Rechenwertes vom Zielwert. Damit ist noch keine Aussage zur Richtung der Abweichung getroffen. Theoretisch wäre eine Abweichung nach beiden Seiten des Zielwertes möglich (Bild 9.7), was jedoch dem Sicherheitsverständnis mit einem maximal zulässigen Grenzwert der Versagenswahrscheinlichkeit widerspricht. Um eine einseitige Abweichung vom zulässigen Grenzwert zu garantieren (Bild 9.8), sind die Zielfunktionen um Zusatzbedingungen zu ergänzen (Tabelle 9.3). So darf die berechnete Versagenswahrscheinlichkeit nie größer werden als der akzeptierte Wert; die berechnete Zuverlässigkeit bzw. die bemessenen Querschnittswerte dürfen nie kleiner werden als die jeweiligen Zielgrößen.



**Abb. 9.7: Optimierung mit Zielgröße als mittlerer Zielwert und möglicher beidseitiger Abweichung (nach [Spaethe 1983] und [Spaethe 1992], verändert)**



**Abb. 9.8: Optimierung mit Zielgröße als zulässiger Grenzwert und möglicher einseitiger Abweichung im sicheren Bereich (nach [Spaethe 1983] und [Spaethe 1992], verändert)**

### Zur Anwendung von Wichtungsfaktoren

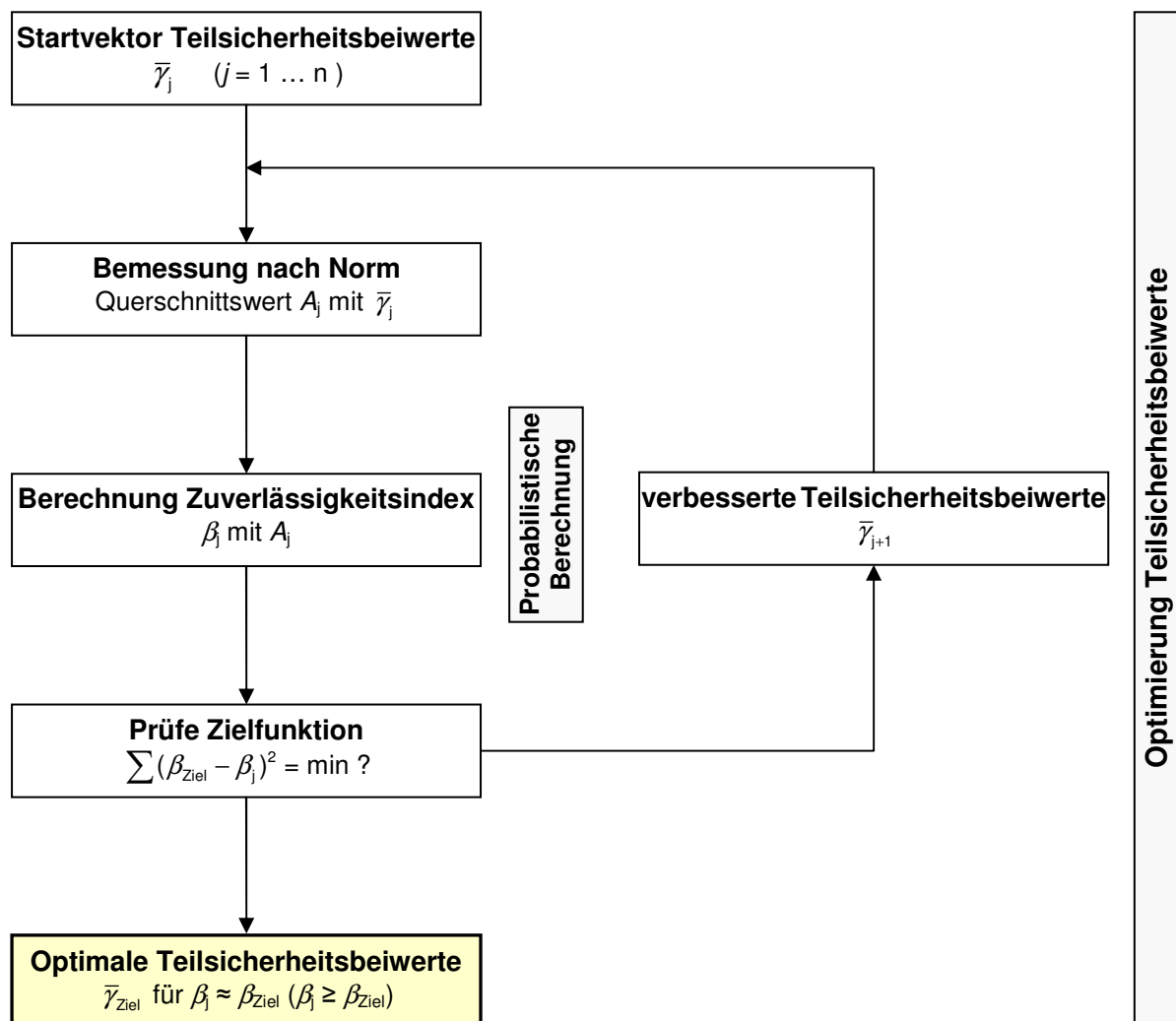
Die Diskussion erfolgt in [Spaethe 1983] und [Spaethe 1992] über den Nachweisumfang einer Norm. Über den gesamten Geltungsbereich einer Norm betrachtet sind einzelne Bemessungsfälle nicht gleichmäßig verteilt. Zum Ausgleich der unterschiedlichen Gewichtung einzelner Nachweise innerhalb des Normenumfanges werden Wichtungsfaktoren bzw. -funktionen eingeführt. Die Zielfunktionen in Tabelle 9.3 enthalten also stets auch eine Wichtungsfunktion  $\alpha(u)$  bzw. einen Wichtungsfaktor  $\alpha_j$ . Mit diesen Ausdrücken kann die unterschiedliche Bedeutung verschiedener Bemessungsfälle innerhalb des Normenspektrums berücksichtigt werden. Nach [Spaethe 1983] kann auf den Ansatz einer solchen Wichtung verzichtet werden, wenn die unterschiedliche Bedeutung direkt in der Modellierung berücksichtigt wird. In der hier durchgeführten Optimierung gemäß Abschnitt 9.2.2 entfällt eine solche Wichtung, da nicht Teilsicherheitsbeiwerte für sämtliche Nachweise der Norm, sondern nur für einen abgegrenzten Bereich des Normenspektrums gesucht werden.

Die hier betrachteten Systeme werden ausschließlich aus Biege- und Querkraftelementen ohne Längskraftbeanspruchung gebildet, deren Grenzzustandsfunktionen auf der Basis der Nachweise in [DIN EN 1992-1-1 (2011)] formuliert werden. Die Biegeelemente werden zudem ausschließlich mit Zugbewehrung formuliert. Eine Optimierung erfolgt hier über den Bereich der untersuchten Material-Nutzungs-Kombinationen. Dies führt zu Teilsicherheitsbeiwerten, die für die untersuchten Situationen anwendbar sind (durchlaufende / einfeldrige Platte / Balken) und darüber hinaus keine Gültigkeit haben. Das Bestreben der Untersuchungen hier ist nicht eine Modifikation der Teilsicherheitsbeiwerte für bestehende Objekte für sämtliche Nachweise nach [DIN EN 1992-1-1 (2011)], sondern die rechnerische Identifikation von Tragreserven für die genannten Bauteile. Sofern ein Nachweis nach [DIN EN 1992-1-1 (2011)] mit den üblichen Teilsicherheitsbeiwerten nicht gelingt, können die nachfolgend vorgeschlagen modifizierten Beiwerte angewandt werden, um durch schärfere Ausrichtung der Berechnung am Zielniveau der Zuverlässigkeit den Nachweis dennoch zu ermöglichen.

Die nachfolgenden Modifikationen zielen speziell auf Situationen, in denen die genannten Bauteile höhere Lasten aus Nutzungsänderung abtragen sollen. Für Biegebauteile Platte und Balken werden durch modifizierte Teilsicherheitsbeiwerte Möglichkeiten für Nutzlaststeigerungen aufgezeigt, ohne dass für diese Bauteile Ertüchtigungsmaßnahmen erforderlich werden. Die Lastweiterleitung in weitere tragende Bauteile wie Stützen und Wände wurde hier nicht untersucht. Durch die Beschränkung auf einen kleinen Bereich des Normenspektrums erübrigt sich der Ansatz einer Wichtung innerhalb der Zielfunktion. Die in die Optimierung eingehenden Kombinationen werden gleichwertig betrachtet.

### Zur Lösung der Zielfunktion

Die in Tabelle 9.3 aufgeführten Zielfunktionen sind unterschiedlich zu lösen. Beim Vergleich der Versagenswahrscheinlichkeiten bzw. der äquivalenten Zuverlässigkeitsindizes mit den jeweiligen Grenzwerten (Funktionen 1 bis 3, Gleichungen (9.1) bis (9.12)) wird zunächst mit einem Startvektor von Teilsicherheitsbeiwerten eine normgemäße deterministische Bemessung durchgeführt. Im zweiten Schritt wird probabilistisch die damit erreichte Versagenswahrscheinlichkeit  $p_{i,j}$  bzw. Zuverlässigkeit  $\beta_j$  ermittelt. Nachfolgend wird über die Zielfunktion die Abweichung des Bemessungsergebnisses von der Zielgröße  $\rho_{i, \text{Ziel}}$  bzw.  $\beta_{\text{Ziel}}$  überprüft. Ist die minimale Abweichung erreicht, so entspricht der Startvektor dem gesuchten optimalen Ergebnis. Ist das Minimum nicht erreicht, so wird die Berechnung mit einem verbesserten Vektor so lange wiederholt, bis die Zielfunktion erfüllt ist (Bild 9.9).



**Abb. 9.9: Ablauf der Optimierung bei Orientierung an Versagenswahrscheinlichkeiten bzw. Zuverlässigkeitsindizes (Zuverlässigkeitstheorie als Bestandteil der Optimierung) (nach [Spaethe 1992], verändert)**

Die probabilistische Berechnung ist bei dieser Vorgehensweise Bestandteil der Optimierungsrechnung. In der praktischen Umsetzung erweist sich dieses Verfahren als sehr aufwendig, da deterministische Bemessung und Optimierungsrechnung auf der einen Seite sowie die probabilistische Bewertung auf der anderen Seite in unterschiedlichen Programmen erfolgen. Die Verschachtelung der Berechnungen gemäß Bild 9.9 erweist sich als sehr umständlich und wird hier nicht weiter verfolgt.

Zur Vereinfachung wird in [Spaethe 1983] und [Spaethe 1992] die Optimierung nach der vierten Zielfunktionen in Tabelle 9.3 vorgeschlagen. Hierbei wird zunächst eine probabilistische Bemessung durchgeführt, bei der die Querschnittswerte  $A_{Ziel}$  des Tragwerks bestimmt werden, für die die zulässige Versagenswahrscheinlichkeit  $p_{f,Ziel}$  bzw. das geforderte Zuverlässigkeitsniveau  $\beta_{Ziel}$  genau erreicht sind. Anschließend wird wieder mit einem Startvektor von Teilsicherheitsbeiwerten die normgemäße deterministische Bemessung der Querschnittswerte  $A_j$  durchgeführt. In der Zielfunktion erfolgt nunmehr die Bewertung der Abweichung der Bemessungsergebnisse vom Zielwert. Die Berechnung der Querschnittswerte  $A_j$  wird mit verbesserten Teilsicherheitsbeiwerten so lange wiederholt, bis die kleinstmögliche Abweichung gefunden wurde (Bild 9.10).

Bei dem Verfahren nach Bild 9.10 sind die probabilistischen Berechnungen und die Optimierung vollständig voneinander getrennt. Das hat praktische Vorteile gegenüber dem Vorgehen nach Bild 9.9. Die probabilistische Bemessung erfolgt hier iterativ in Form einer Parameterstudie. Bei der Zuverlässigkeitsberechnung wird der gesuchte Querschnittswert so lange verändert, bis der Zielwert der Zuverlässigkeit erreicht ist. Die Ergebnisse der probabilistischen Iteration werden dann extern in der Optimierungsrechnung weiter verarbeitet. Wenngleich der Aufwand der probabilistischen Iteration immer noch recht hoch ist, kann durch die vollständige Trennung der probabilistisch und deterministisch arbeitenden Programme der Gesamtaufwand deutlich reduziert werden.

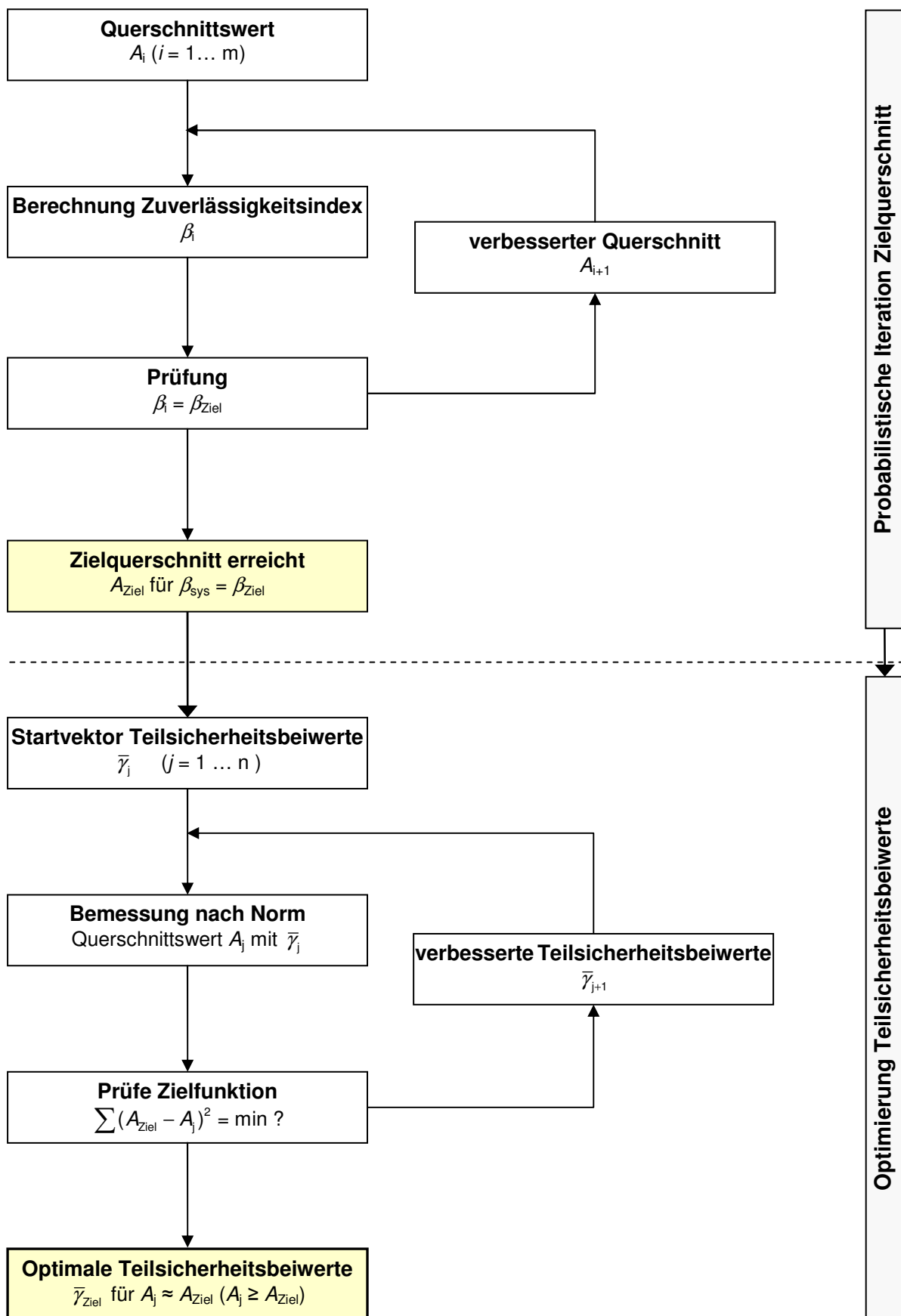


Abb. 9.10: Ablauf der Optimierungsrechnung bei Orientierung an Querschnittswerten (Entkopplung von Zuverlässigkeitstheorie und Optimierung) (nach [Spaethe 1992], verändert)

### 9.2.2) Umsetzung des Optimierungsverfahrens

Ziel der Optimierung ist das Auffinden eines Vektors modifizierter Teilsicherheitsbeiwerte, mit dem bei einer normgemäßen Bemessung die Abweichungen vom Zuverlässigkeitsziel möglichst klein sind.

Dem Vorschlag von [Fischer, A. 2011] folgend werden für die untersuchten Systeme nur die widerstandsseitigen Teilsicherheitsbeiwerte  $\gamma_C$  und  $\gamma_S$  verändert. Die einwirkungsseitigen Beiwerte sind bauartübergreifend festgelegt und werden dementsprechend hier gemäß [DIN EN 1990 (2010)] beibehalten mit  $\gamma_G = 1,35$  und  $\gamma_Q = 1,5$ .

Im Gegensatz zu [Fischer, A. 2011] erfolgt hier jedoch die Kalibrierung der Beiwerte an der Systemzuverlässigkeit und eine *rechnerische* Optimierung am Zielniveau. In [Fischer, A. 2011] wurde das einzelne Komponentenversagen betrachtet, wobei die maßgebenden Versagenszustände eigenständig festzulegen waren. Zur Bestimmung modifizierter Teilsicherheitsbeiwerte wurden Diagramme aufgestellt, die Kurven mit den für verschiedene Kombinationen von Materialbeiwerten erreichten Zuverlässigkeiten enthalten. Grundlage für den Vorschlag modifizierter Beiwerte für den Komponentennachweis ist die Ablesung aus diesen Diagrammen. Die vorgeschlagenen Beiwerte galten ausschließlich für Büro- und Wohnnutzung. Hier erfolgt eine rechnerische Optimierung der Materialbeiwerte im Hinblick auf das Systemverhalten für verschiedene Nutzlastgruppen.

#### Zur Wahl der Zielfunktion

Aus den Zielfunktionen nach Tabelle 9.3 wird hier die Optimierung nach einem probabilistisch bemessenen Zielquerschnitt ausgewählt. Die probabilistische Iteration erfolgt mit dem Programm [Sysrel]. Die Iterationsergebnisse werden extern gesammelt und in einem mit Excel erstellten Optimierungsmodul weiterverarbeitet.

Für dieses Vorgehen muss ein Querschnittswert bestimmt werden, nach dem die Optimierung erfolgen kann. In Kapitel 7 und 8 konnten die jeweils maßgebenden Querschnittswerte identifiziert werden. Bei der Platte bestimmt die Höhe des Längsbewehrungsgrades  $\rho_l$  die Zuverlässigkeit  $\beta_{sys}$ , während beim Balken der Querkraftbewehrungsgrad  $\rho_{sw}$  dominiert. Beide Werte sind als konstante Parameter in die Grenzzustandsfunktionen integriert, die stochastischen Eigenschaften werden über die Kopplung an eine stochastische Trägervariable gemäß Gleichung (6.34) berücksichtigt. In [Sysrel] können Parameterstudien für einen konstanten Parameter innerhalb der Grenzzustandsgleichungen durchgeführt werden. Die Bewehrungsgrade können durch die Variablentrennung nach Gleichung (6.34) schrittweise geändert werden, ohne dass jedes Mal die stochastischen Größen mit geändert werden müssen. Die Bewehrungsgrade werden so lange geändert, bis die Zielwerte der Zuverlässigkeit erreicht sind (Abschnitte 9.3.2 und 9.4.2). Die zugehörigen Zielbewehrungsgrade werden extern gespeichert und in der eigentlichen Optimierungsrechnung deterministisch weiterverarbeitet.

#### Zur Ermittlung des Optimums

Für das zu bewertende System wird eine Bemessung des erforderlichen Bewehrungsgrades nach [DIN EN 1992-1-1 (2011)] durchgeführt. Als Teilsicherheitsbeiwerte werden auf Einwirkungsseite die Werte gemäß [DIN EN 1990 (2010)]  $\gamma_G = 1,35$  und  $\gamma_Q = 1,5$  angesetzt. Auf Widerstandsseite werden die Beiwerte  $\gamma_C$  und  $\gamma_S$  schrittweise variiert, bis die Zielfunktion erfüllt ist. Der Teilsicherheitsbeiwert für den Beton  $\gamma_C$  wird in  $i$  Schritten zwischen 1,0 und 1,8 verändert, der Stahlbeiwert  $\gamma_S$  variiert über  $j$  Schritte zwischen 1,0 und 1,3. Die gesuchten Beiwerte sollen nicht kleiner werden als 1,0. Außerdem sollten im Hinblick auf die praktische Anwendung die endgültig ausgewählten Beiwerte nur in Schritten  $\Delta = 0,05$  gerundet werden (s. auch [Spaethe 1983]). In der Berechnung der Teilschritte erfolgt die Untersuchung hier zunächst noch mit einer Schrittweite  $\Delta_i$  bzw.  $\Delta_j = 0,01$ . Die Teilergebnisse werden dann am Ende mit der Bedingung  $\Delta = 0,05$  zu praktikablen Beiwerten vereinheitlicht.

Zunächst wird für jede Material-Nutungs-Kombination einzeln der optimale Vektor von Materialbeiwerten bestimmt. Hierzu ist je Nutzungsklasse, Beton- und Stahlfestigkeit für jede  $(i,j)$ -Kombination von Materialbeiwerten  $\gamma_{C,i}$  und  $\gamma_{S,j}$  der erforderliche Bewehrungsgrad  $\rho_{i,j}$  zu berechnen. Unter der Bedingung, dass der berechnete Bewehrungsgrad  $\rho_{i,j}$  nicht kleiner sein darf als der zuvor probabilistisch iterierte Zielbewehrungsgrad  $\rho_{Ziel}$ , wird die Abweichung vom Zielwert berechnet und das Minimum der Abweichung über alle  $(i,j)$ -Kombinationen gesucht. Innerhalb einer bestimmten Druckfestigkeit wird hierüber ein lokales Optimum für die spezielle Material-Nutungs-Kombination gefunden. Der Abstand der Systemzuverlässigkeit zum Zielwert wird damit innerhalb der Kombination minimal. Auf diese Weise ergibt sich für jede Material-Nutungs-Kombination ein anderes Optimum. Zur Vereinheitlichung wird ein globales Optimum über alle Druckfestigkeiten gebildet, indem die Quadrate der Abweichungen über alle Festigkeitsklassen summiert werden. Das globale Optimum über alle Druckfestigkeiten ergibt sich für das Minimum der Summe der quadrierten Abweichungen.



Die Zielfunktion der Optimierung über alle Druckfestigkeiten ist dabei entsprechend Gleichung (9.15) in Tabelle 9.3

$$\sum_{f_c} (\rho_{ij} - \rho_{Ziel})^2 \rightarrow \min \quad (9.17)$$

unter der Nebenbedingung

$$\rho_{ij} - \rho_{Ziel} \geq 0 \quad (9.18).$$

Ein Wichtungsfaktor ist in der Zielfunktion nicht erforderlich. Über die Nebenbedingung soll das Einhalten eines zulässigen Grenzwertes garantiert werden. Abweichungen sind damit nur zur sicheren Seite hin möglich (Bild 9.8). Kombinationen von Teilsicherheitsbeiwerten, für die die Nebenbedingung (9.18) nicht erfüllt ist, werden in der Berechnung automatisch als unzulässig gekennzeichnet. Das Prinzip der Optimierung ist in Bild 9.11 dargestellt.

Die Bildung des globalen Optimums über alle Druckfestigkeiten bewirkt, dass für verschiedene Material-Nutzungs-Kombinationen nicht exakt das gleiche Zuverlässigkeitsniveau  $\beta_{sys}$  erreicht wird. Es ergeben sich geringfügige Abweichungen zwischen den Kombinationen. Entscheidend ist, dass die Summe der Abweichungen vom Zielniveau über alle Klassen minimal bleibt. Die globale Optimierung nach Gleichung (9.17) ergibt Materialbeiwerte, die aufgrund der gewählten Berechnungsschrittweite  $\Delta = 0,01$  noch nicht der Forderung aus [Spaethe 1983] nach einer Abstufung der Beiwerte mit einer Schrittweite  $\Delta = 0,05$  entspricht. In einem weiteren Schritt wird auf Grundlage des Ergebnisses nach Gleichung (9.17) ein Satz von Sicherheitsbeiwerten innerhalb des insgesamt über alle Druckfestigkeitsklassen zulässigen Bereichs gewählt, der der Bedingung nach [Spaethe 1983] genügt (Bild 9.12). Bei der Auswahl wird gleichzeitig eine mögliche Vereinheitlichung der Ergebnisse über die verschiedenen Betonstahlsorten überprüft, um die Anzahl der verschiedenen Beiwerte möglichst gering zu halten.

Ergebnis der Optimierung ist ein Satz modifizierter Materialbeiwerte  $\gamma_c$  und  $\gamma_s$  für eine bestimmte Betonstahl-Nutzungs-Qualitätskombination. Die Anwendung der Beiwerte richtet sich dann nach den Parametern

- Art des Bauteils  
(Platte / Balken, Einfeldträger / Durchlaufträger)
- geplante Nutzung des Objekts  
(Nutzungskategorie A bis D)
- Art der Bewehrung  
(Betonstahl B220, B420, B500)
- Qualität des Betons, ausgedrückt über Streuung der Druckfestigkeit  
( $\sigma_{fc} = 4,85 \dots 10 \text{ MN/m}^2$ )

In Abhängigkeit von diesen Randwerten werden in den Abschnitten 9.3, 9.4 und 9.5 Teilsicherheitsbeiwerte ermittelt, wobei im Sinne der praktischen Anwendbarkeit eine mögliche Vereinheitlichung der Beiwerte über mehrere Kombinationen verfolgt wird.

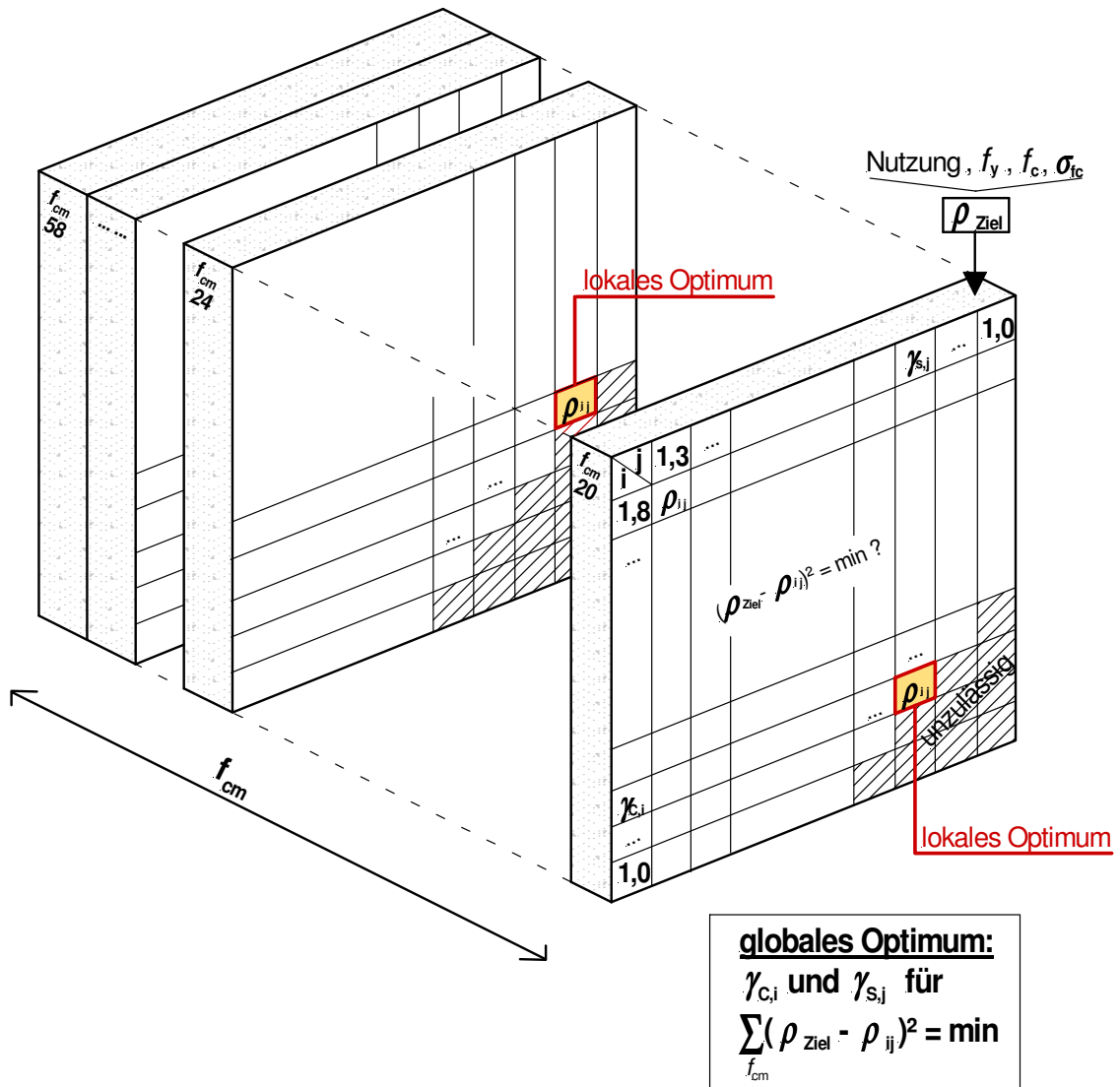


Abb. 9.11: Prinzip der Optimierung der Materialbeiwerte  $\gamma_c$  und  $\gamma_s$

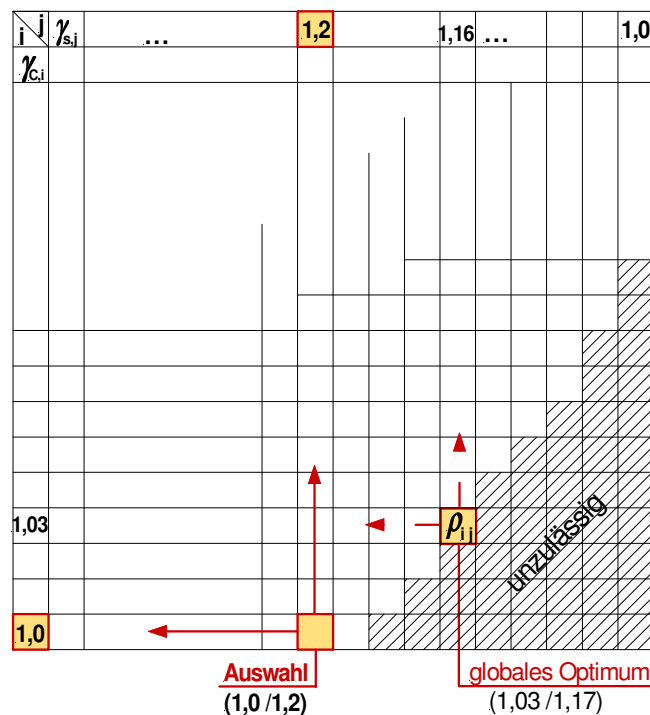


Abb. 9.12: Prinzip Auswahl  $\gamma_c$  und  $\gamma_s$  aus berechnetem globalem Optimum

### 9.3) Durchlaufträger: Platte

#### 9.3.1) Maßgebender Querschnittswert für die Optimierung

In den Sensitivitätsanalysen Abschnitt 7.3 konnte eindeutig das Biegezugversagen als maßgebendes Versagenselement im Hinblick auf das Systemverhalten identifiziert werden. Den größten Einfluss auf die Systemzuverlässigkeit  $\beta_{\text{sys}}$  hatte das erste Biegezugversagen über der Stütze (Grenzzustand (140)), gefolgt vom zweiten Biegezugversagen im Feld (Grenzzustand (242)). In höheren Nutzlastkategorien konnten die Sensitivitäten des ersten Biegezugversagens im Feld und des zweiten Biegezugversagens an der Stütze zunehmen (Grenzzustände (120) und (224)). Insgesamt blieb jedoch in allen Material-Nutzungs-Kombinationen das Biegezugversagen maßgebend. Querkraftversagen hatte keinen nennenswerten Einfluss auf das Systemverhalten.

Maßgebender Querschnittswert für das Biegezugversagen ist der Längsbewehrungsgrad  $\rho$  (siehe Kapitel 7). In Material-Nutzungs-Kombinationen mit besonders hohen Längsbewehrungsgraden ergaben sich die größten Zuverlässigkeiten  $\beta_{\text{sys}}$ . Differenzen zum Zielwert (Tabelle 9.1) ergeben sich also auch mit der Höhe des Bewehrungsgrades.

In den probabilistischen Berechnungen des Kapitels 7 wurde der Bewehrungsgrad als konstanter Parameter angesetzt. Die Höhe des je Material-Nutzungs-Kombination berücksichtigten Wertes  $\rho$  ergab sich aus einer deterministischen Vorberechnung gemäß [DIN EN 1992-1-1 (2011)] auf Grundlage des Sicherheitskonzeptes nach [DIN EN 1990 (2010)]. Schwankungen des Betonstahlquerschnitts wurden berücksichtigt, indem der deterministische Bewehrungsgrad gemäß Gleichung (6.34) mit einer Variablen  $A_{s0}$  verknüpft wurde, welche die stochastischen Eigenschaften der Bewehrungsmenge enthält (Abschnitt 6.3). Durch die Verknüpfung der Variablen über Gleichung (6.34) können in Parameterstudien einfache Änderungen der Höhe des Bewehrungsgrades vorgenommen werden, ohne dass die stochastischen Informationen innerhalb der Grenzzustandsgleichung verloren gehen.

Die Optimierung der Teilsicherheitsbeiwerte soll hier über probabilistisch bemessene Querschnittswerte erfolgen. Dabei werden iterativ die Querschnittswerte ermittelt, für die das Zuverlässigkeitsziel gerade erreicht wird. In einem zweiten Schritt erfolgt eine Optimierungsrechnung. Hierbei wird ein Vektor von Teilsicherheitsbeiwerten bestimmt, mit dem die Querschnittswerte deterministisch berechnet werden können. Als optimal gelten die Teilsicherheitsbeiwerte, für die die Differenz zwischen probabilistisch bestimmtem Zielwert und deterministisch berechnetem Istwert minimal ist (s. Abschnitt 9.2).

#### 9.3.2) Probabilistische Iteration von Zielbewehrungsgraden $\rho_{\text{Ziel}}$

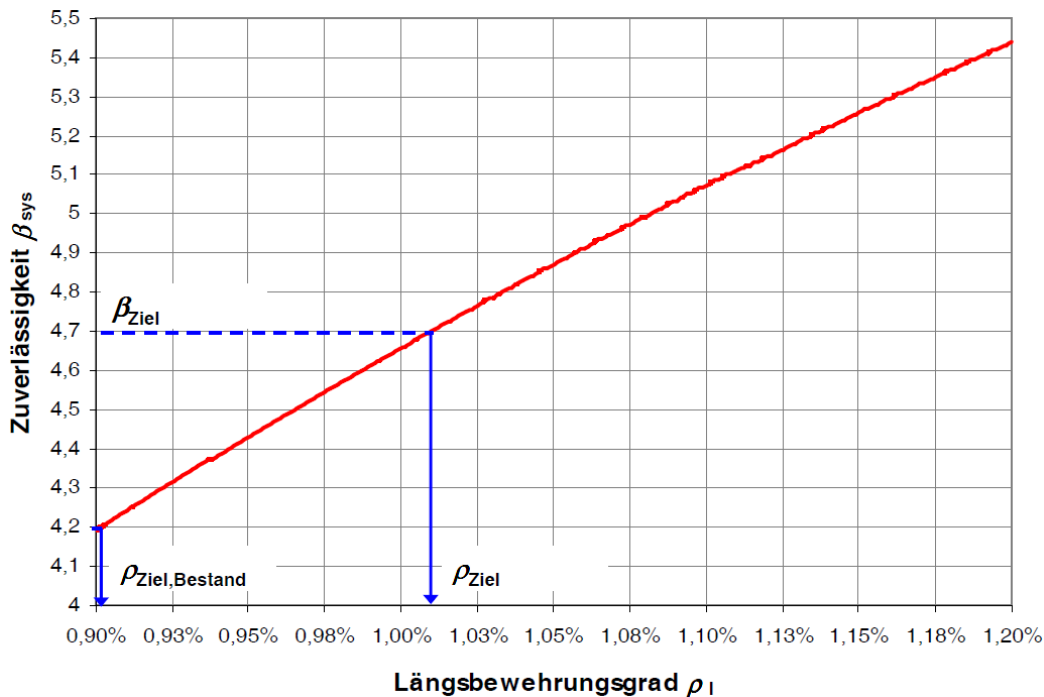
Gemäß den vorangegangenen Überlegungen wird der Längsbewehrungsgrad der Platte  $\rho$  als probabilistisch zu optimierender Querschnittswert ausgewählt. Hierüber lassen sich alle Biegelemente gleichzeitig steuern. In den Berechnungen wird jeweils nur der Bewehrungsgrad über der Innenstütze betrachtet, der Bewehrungsgrad im Feld ist über den Verhältniswert  $M_{\text{Verh}}$  mit der Stützbewehrung  $\rho$  verknüpft (Abschnitt 7.1.2). Eine Änderung des Wertes  $\rho$  in der probabilistischen Berechnung hat also automatisch eine Veränderung des Bewehrungsgrades im Feld zur Folge.

Auf Grundlage der Modellierung nach Kapitel 6 werden für die Platte probabilistische Parameterstudien durchgeführt, bei denen der Längsbewehrungsgrad  $\rho$  schrittweise variiert wird, bis die Systemzuverlässigkeit  $\beta_{\text{sys}}$  dem Zielniveau entspricht (Bild 9.13). Auf diese Weise werden iterativ zwei Zielbewehrungsgrade bestimmt, die sich an unterschiedlichen Sicherheitsniveaus orientieren:

$$\begin{array}{llll} \rho_{\text{Ziel}} & \text{für } \beta_{\text{Ziel}} & = 4,7 & \text{gemäß [DIN EN 1990 (2010)] (s. Abschnitt 2.3.1),} \\ \rho_{\text{Ziel,Bestand}} & \text{für } \beta_{\text{Ziel,Bestand}} & = 4,2 & \text{gemäß [JCSS 2001-04] (s. Abschnitt 2.3.2).} \end{array}$$

Für diese beiden Bewehrungsgrade werden durch Optimierung in Abschnitt 9.3.3 auch zwei Vektoren von Teilsicherheitsbeiwerten bestimmt, die jeweils eines der Zuverlässigkeitsziele garantieren.

Tabelle 9.1 zeigt je Material-Nutzungs-Kombination die Zuverlässigkeitsdifferenzen zum Zielwert  $\beta_{\text{Ziel}}$ . In den meisten Fällen wurde das Zielniveau überschritten. Für diese Kombinationen müssen sich in der probabilistischen Iteration kleinere Zielbewehrungsgrade  $\rho_{\text{Ziel}}$  ergeben als bei der Bemessung nach [DIN EN 1992-1-1 (2011)]. Die zugehörigen Teilsicherheitsbeiwerte aus der Optimierung in Abschnitt 9.3.3 müssen dann ebenfalls kleiner werden. Bei Unterschreiten des Zielniveaus hingegen, wie es in Nutzungskategorie A möglich ist, müssen sich größere Zielbewehrungsgrade  $\rho_{\text{Ziel}}$  einstellen. Die geforderte Zuverlässigkeit  $\beta_{\text{Ziel}}$  kann dann nur mit erhöhten Teilsicherheitsbeiwerten garantiert werden.



**Abb. 9.13: Zielbewehrungsgrade:  $\rho_{Ziel}$  für  $\beta_{sys} = \beta_{Ziel}$  und  $\rho_{Ziel, Bestand}$  für  $\beta_{sys} = \beta_{Ziel, Bestand}$  (Bsp. B220/C12, Nutzung B,  $\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2$ )**

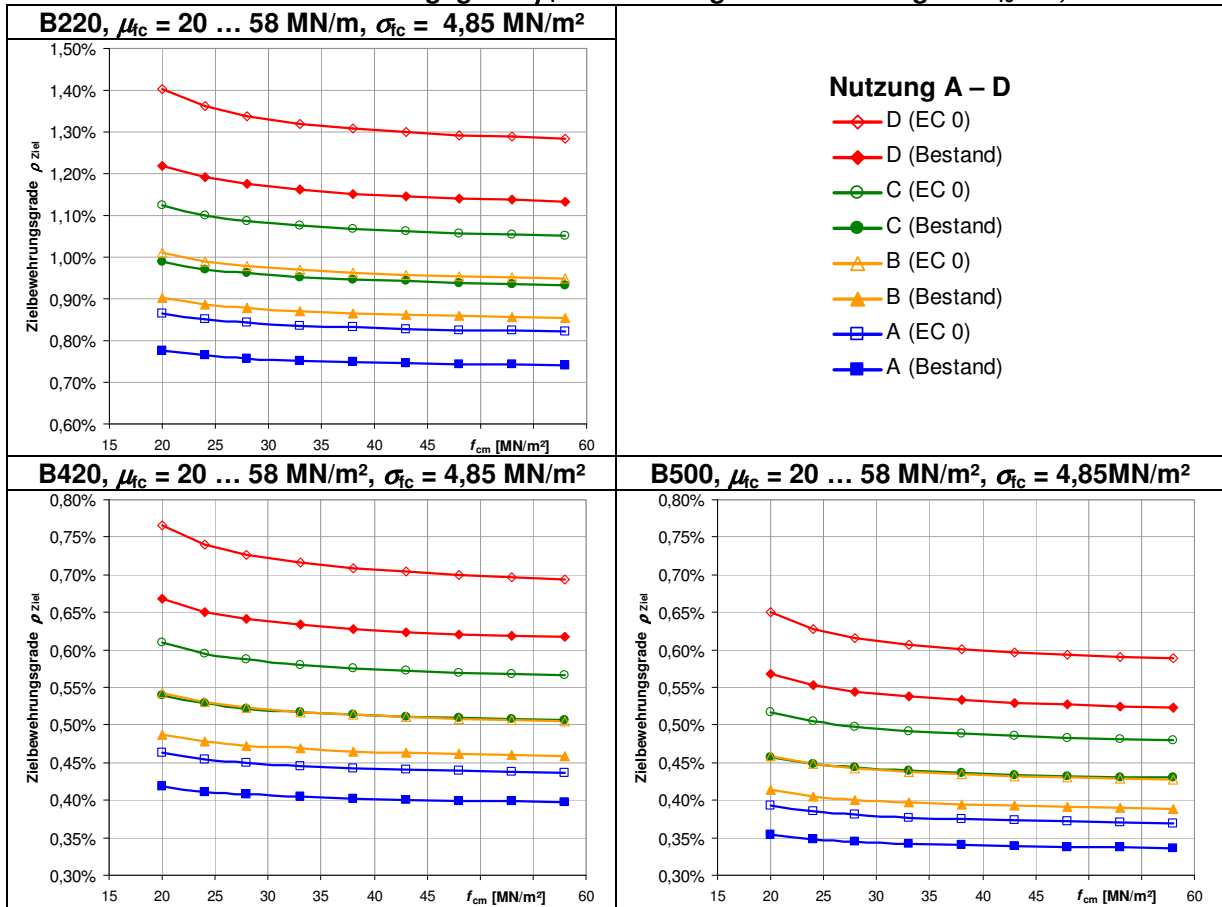
Die Iteration erfolgt mit dem Programm [Sysrel] für alle 432 Material-Nutzungs-Qualitäts-Kombinationen. In jeder Kombination erfolgt eine zweifache Iteration. Der Bewehrungsgrad über der Stütze wird so lange verändert, bis entweder die Zielzuverlässigkeit für Neubauten bzw. die reduzierte Zuverlässigkeit für bestehende Objekte erreicht ist. Die zugehörigen Bewehrungsgrade  $\rho_{l, Ziel}$  und  $\rho_{l, Ziel, Bestand}$  werden in einer externen Datenbasis zusammengeführt. Die Optimierung in Abschnitt 9.3.3 erfolgt dann auf Grundlage dieser probabilistisch erstellten Datenbasis.

Die je Kombination ermittelten Zielbewehrungsgrade sind im Anhang D in den Tabellen D.3 bis D.6 aufgeführt. Tabelle 9.4 zeigt die Zielbewehrungsgrade je Material-Nutzungs-Kombination bei einer Streuung  $\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2$ . Die Differenz zwischen dem am Neubauniveau ausgerichteten Zielwert  $\rho_{l, Ziel}$  und dem bestandspezifischen Wert  $\rho_{l, Ziel, Bestand}$  erscheint darin als Toleranzband. Das Neubauniveau  $\beta_{Ziel}$  wird bei über dem Toleranzband liegenden Bewehrungsgraden in jedem Fall erreicht. Kleinere Bewehrungsgrade innerhalb des Toleranzbandes mit  $\rho_{l, Ziel} > \rho \geq \rho_{l, Ziel, Bestand}$  führen mindestens zum reduzierten Zielniveau  $\beta_{Ziel, Bestand}$ , bedürfen aber einer Einigung auf eine höhere akzeptierte Versagenswahrscheinlichkeit gemäß den Überlegungen [JCSS 2001-04] (s. Abschnitt 2.3.2).

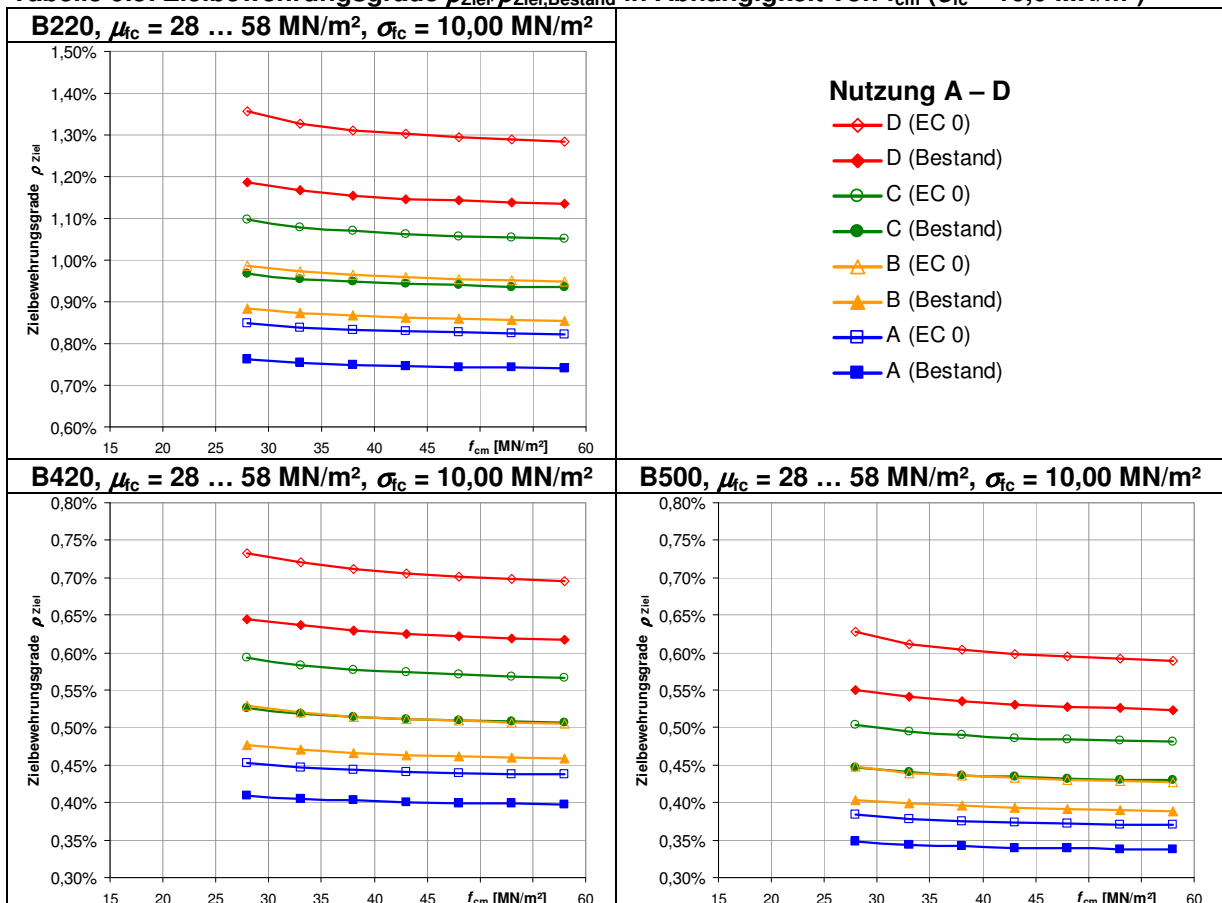
Zur Ermittlung der Zielbewehrungsgrade wurden innerhalb der probabilistischen Iteration verschiedene Betonqualitäten berücksichtigt über die Variation der Standardabweichung der Druckfestigkeit in einem Bereich  $\sigma_{fc} = 4,85 \dots 10 \text{ MN/m}^2$ . Abschnitt 7.2.4 behandelt den Zusammenhang zwischen Systemzuverlässigkeit und Betonqualität. Darin wird festgestellt, dass im Bereich kleiner mittlerer Druckfestigkeiten  $f_{cm} \leq 24 \text{ MN/m}^2$  bei großen Standardabweichungen der Druckfestigkeit  $\sigma_{fc} \geq 8 \text{ MN/m}^2$  eine sichere Bewertung der Zuverlässigkeit nicht mehr möglich ist (Tabelle 7.17). Gleiches gilt in diesem Fall für die Iteration des Bewehrungsgrades. Dementsprechend sind in Kombinationen mit schlechten Betonqualitäten  $\sigma_{fc} \geq 8 \text{ MN/m}^2$  erst ab einer mittleren Druckfestigkeit  $f_{cm} \geq 28 \text{ MN/m}^2$  Zielbewehrungsgrade aufgeführt. Für kleinere Druckfestigkeiten können bei so großen Standardabweichungen  $\sigma_{fc}$  keine Aussagen getroffen werden.

Zum Vergleich mit Tabelle 9.4 enthält Tabelle 9.5 eine zusammenfassende Übersicht der Zielbewehrungsgrade aller Material-Nutzungs-Kombinationen mit der schlechtesten Betonqualität. Ergebnisse für weitere Qualitätsstufen sind dem Anhang D zu entnehmen. Im Verlauf der Druckfestigkeiten  $f_{cm}$  von 28 bis 58  $\text{MN/m}^2$  sind für  $\sigma_{fc} = 10 \text{ MN/m}^2$  nur geringfügig abweichende Zielbewehrungsgrade gegenüber den Berechnungen für höhere Betonqualitäten erkennbar.

**Tabelle 9.4: Platte: Zielbewehrungsgrade  $\rho$  bei Streuung der Druckfestigkeit  $\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2$**



**Tabelle 9.5: Zielbewehrungsgrade  $\rho_{Ziel}/\rho_{Ziel, Bestand}$  in Abhängigkeit von  $f_{cm}$  ( $\sigma_{fc} = 10,0 \text{ MN/m}^2$ )**



### 9.3.3) Ermittlung optimierter Teilsicherheitsbeiwerte $\gamma_c$ und $\gamma_s$

Dieser Abschnitt behandelt in Verbindung mit Anhang D die Ermittlung modifizierter Teilsicherheitsbeiwerte für den Nachweis schlanker Platten. Die Ermittlung der Beiwerte setzt sich aus der rechnerischen Optimierung gemäß Abschnitt 9.2.2 und einer darauf aufbauenden Auswahl gerundeter Beiwerte zusammen. Ziel der Auswahl ist es, möglichst wenige unterschiedliche Beiwerte für den Nachweis zu erhalten. Die Teilergebnisse sind in Anhang D aufgeführt, die zusammenfassende Auswahl ist am Ende dieses Abschnitts in Tabelle 9.6 zusammengestellt.

Die Ermittlung optimaler Teilsicherheitsbeiwerte  $\gamma_c$  und  $\gamma_s$  erfolgt als Optimierungsrechnung gemäß Gleichung (9.17) mit Zusatzbedingung (9.18). Die Optimierung wird an den Zielbewehrungsgraden  $\rho_{i,Ziel}$  bzw.  $\rho_{i,Ziel,Bestand}$  gemäß Abschnitt 9.3.2 ausgerichtet. Hierüber werden je Situation zwei Sätze modifizierter Materialbeiwerte bestimmt. Der erste Satz richtet sich über  $\rho_{i,Ziel}$  am Neubaustandard gemäß [DIN EN 1990 (2010)] mit  $\beta_{Ziel} = 4,7$  aus. Der zweite Satz bezieht sich auf das reduzierte Zuverlässigkeitsniveau für Bestandsbauwerke gemäß Diskussion [JCSS 2001-04] (s. Abschnitt 2.3.2). Letztere bedürfen einer Einigung auf das reduzierte Zuverlässigkeitsniveau.

Die Optimierung erfolgt anhand des in Abschnitt 9.2.2 erläuterten Ablaufs (Bild 9.11). Die Berechnung wird mit einem in Excel erstellten Optimierungsmodul durchgeführt. Das Programm ermittelt für jede Material-Nutzungs-Kombination den nach [DIN EN 1992-1-1 (2011)] erforderlichen Bewehrungsgrad bei veränderten Materialbeiwerten, gleicht den ermittelten Bewehrungsgrad mit dem Zielbewehrungsgrad ab und ermittelt die Lage der lokalen und globalen Optima.

Die einwirkungsseitigen Teilsicherheitsbeiwerte werden gemäß [DIN EN 1990 (2010)] mit  $\gamma_G = 1,35$  und  $\gamma_Q = 1,50$  beibehalten. Die Materialbeiwerte werden schrittweise verändert in den Bereichen  $\gamma_{c,i} = 1,8 \dots 1,0$  und  $\gamma_{s,j} = 1,30 \dots 1,0$ . Das Programm berechnet unter automatischem Zugriff auf das allgemeine Bemessungsdiagramm die je  $(\gamma_{c,i}, \gamma_{s,j})$ -Kombination erforderliche Bewehrungsmenge  $\rho_{ij}$  und gleicht diese sofort mit den implementierten Zielbewehrungsgraden gemäß Abschnitt 9.3.2 ab. Bewehrungsgrade  $\rho_{ij}$ , welche die Nebenbedingung (9.18) nicht erfüllen werden automatisch als unzulässig gekennzeichnet und in der weiteren Berechnung nicht mehr berücksichtigt.

Mit der Zielfunktion (9.17) wird zunächst je Betonklasse das lokale Optimum gesucht und gleichzeitig das globale Optimum über alle Betonklassen berechnet. Hierbei wird nach Qualität des Betons differenziert. Für Beton einer großen Standardabweichung der Druckfestigkeit  $\sigma_{fc} \geq 8 \text{ MN/m}^2$  beginnt die Optimierung erst ab einer mittleren Druckfestigkeit  $f_{cm} \geq 28 \text{ MN/m}^2$  gemäß den Beobachtungen zum Zusammenhang zwischen Zuverlässigkeit und Betonqualität in Abschnitt 7.2.4. Bei Beton höherer Qualität mit  $\sigma_{fc} \leq 6 \text{ MN/m}^2$  werden auch die kleineren Druckfestigkeiten in die Optimierung einbezogen. Für die lokalen und globalen Optima gibt das Programm automatisch die zugehörigen modifizierten Materialbeiwerte  $(\gamma_{c,i}, \gamma_{s,j})$  aus.

Die berechneten lokalen und globalen Optima je Material-Nutzungs-Qualitäts-Kombination und Zielwert der Zuverlässigkeit sind im Anhang D in den Tabellen D.9 bis D.20 zusammengestellt. Die in Anhang D nachfolgenden Tabellen D.21 bis D.24 fassen nur die globalen Optima zusammen. Gleichzeitig enthalten sie die gemäß der Vorgehensweise (Bild 9.12) ausgewählten Werte. Ziel ist ein möglichst einfacher Satz von Teilsicherheitsbeiwerten, die nur in Schritten  $\Delta = 0,05$  gerundet werden und nach Möglichkeit für mehrere Kombinationen gültig sind.

Zwangsläufig entstehen durch die Auswahl der Teilsicherheitsbeiwerte wieder geringfügige Abweichungen vom rechnerischen Optimalwert. Die Auswahl der Beiwerte erfolgt nach der sicheren Seite, so dass die Systemzuverlässigkeiten leicht über dem Zielniveau liegen. Die größten Abweichungen ergeben sich dabei für die Kombinationen mit Betonstahl B220. In einigen Fällen ließe sich mit einer anderen  $(\gamma_{c,i}, \gamma_{s,j})$ -Auswahl eine genauere Ausrichtung am Zielniveau erreichen. Im Sinne der gewünschten Vereinfachung wurden also Kompromisse geschlossen. Für Kombinationen mit B220 bedeutet dies eine versteckte zusätzliche Sicherheit. Insgesamt sind die Abweichungen vom Optimum sehr gering. Eine Bemessung mit den ausgewählten Teilsicherheitsbeiwerten führt zu Systemsicherheiten, die nur knapp über dem Zielniveau liegen oder diesem genau entsprechen und damit von den Ergebnissen nach Abschnitt 7.2 abweichen.

Die Tabellen 9.6 a und b zeigen die endgültige Auswahl modifizierter Teilsicherheitsbeiwerte  $\gamma_{c,mod}$  und  $\gamma_{s,mod}$  für den Nachweis schlanker Platten in Abhängigkeit von Material- Nutzungs-Kombination, Streubreite der Druckfestigkeit und Zielniveau der Zuverlässigkeit. Die qualitätsbezogenen modifizierten Teilsicherheitsbeiwerte der Tabellen 9.6 a und b sind die Synthese der in Anhang D dargestellten Teilschritte.

Mit dem Ziel einer möglichst einfachen Handhabung der Beiwerte wurden die Auswahlwerte der Tabellen 9.6 a und b in nurmehr zwei Qualitätsstufen „gut“ ( $\sigma_{fc} \leq 6 \text{ MN/m}^2$ ) und „schlecht“ ( $\sigma_{fc} \geq 6 \text{ MN/m}^2$ ) vereinheitlicht. Beim Nachweis sind die Beiwerte gemäß den genannten Streuwerten der Druckfestigkeit auszuwählen, wie sie in der Bauaufnahme festgestellt wurden. Für Vorberechnungen und Machbarkeitsstudien kann bei fehlenden Daten ggf. eine Abschätzung zur Betonqualität aus Art und Größe des Bauobjekts gemäß [DAfStb-H. 206 (1969)] erfolgen. Einen Hinweis hierfür gibt Tabelle 3.10.

Bei der Einschätzung „schlecht“ werden auf der sicheren Seite liegend die für besonders schlechte Betonqualität erforderlichen Sicherheitsbeiwerte über den Bereich  $\sigma_{fc} = 8 \text{ MN/m}^2$  bis zum Streumaß  $\sigma_{fc} = 6,00 \text{ MN/m}^2$  ausgeweitet. Beton mit einer Standardabweichung der Druckfestigkeit  $\sigma_{fc} \leq 6,00 \text{ MN/m}^2$  wird dem Bereich „gut“ zugeordnet. Auf der sicheren Seite liegend orientieren sich die Teilsicherheitsbeiwerte an den Ergebnissen für eine Standardabweichung  $\sigma_{fc} = 6,00 \text{ MN/m}^2$ , die bis auf eine Ausnahme den Ergebnissen für  $\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2$  entsprechen (s. Anhang D).

Bei kleinen Druckfestigkeiten ist die Anwendung der Beiwerte an Grenzen der mittleren Druckfestigkeit geknüpft. Gemäß den Beobachtungen in Abschnitt 7.2.4 gilt als Anwendungsbedingung:

- Qualitätsstufe „gut“ ( $\sigma_{fc} \leq 6,0 \text{ MN/m}^2$ )  $f_{cm} \geq 20 \text{ MN/m}^2$
- Qualitätsstufe „schlecht“ ( $\sigma_{fc} > 6,0 \text{ MN/m}^2$ )  $f_{cm} \geq 28 \text{ MN/m}^2$

Mit den gegenüber [DIN EN 1992-1-1 (2011)] reduzierten Teilsicherheitsbeiwerten der Nutzungsklassen B bis D wird die Tragfähigkeit der schlanken Platte günstiger bewertet. Diese Reserven lassen sich für Laststeigungen bei Umnutzung bestehender Objekte ausnutzen. Abschnitt 9.7 enthält hierzu Beispiele.

**Tabelle 9.6a: Modifizierte Teilsicherheitsbeiwerte für den Nachweis schlanker Platten (Zuverlässigkeit für Neubaustandard  $\beta_{Ziel} = 4,7$  gemäß [DIN EN 1990 (2010)])**

Qualität des Betons		$\beta_{Ziel} = 4,7 \text{ (EC 0)}$					
		B 220		B 420		B 500	
		„gut“ $\sigma_{fc} \leq 6,00 \text{ MN/m}^2$	„schlecht“ $\sigma_{fc} > 6,00 \text{ MN/m}^2$	„gut“ $\sigma_{fc} \leq 6,00 \text{ MN/m}^2$	„schlecht“ $\sigma_{fc} > 6,00 \text{ MN/m}^2$	„gut“ $\sigma_{fc} \leq 6,00 \text{ MN/m}^2$	„schlecht“ $\sigma_{fc} > 6,00 \text{ MN/m}^2$
Nutzung	TSF						
A Wohnen	$\gamma_c$	1,00	1,00	1,00	1,30	1,10	1,30
	$\gamma_s$	1,20	1,20	1,20	1,20	1,20	1,20
B Büro+TW	$\gamma_c$	1,00	1,00	1,00	1,25	1,00	1,25
	$\gamma_s$	1,10	1,10	1,10	1,10	1,10	1,10
C Schule+TW	$\gamma_c$	1,00	1,00	1,00	1,20	1,00	1,20
	$\gamma_s$	1,10	1,10	1,10	1,10	1,10	1,10
D Verkauf+TW	$\gamma_c$	1,00	1,00	1,00	1,10	1,00	1,10
	$\gamma_s$	1,10	1,10	1,10	1,10	1,10	1,10

**Tabelle 9.6b: Modifizierte Teilsicherheitsbeiwerte für den Nachweis schlanker Platten (Zuverlässigkeit für Bestandsbauten  $\beta_{Ziel, Bestand} = 4,2$  gemäß [JCSS 2001-04])**

Qualität des Betons		$\beta_{Ziel} = 4,2 \text{ (Bestand)}$					
		B 220		B 420		B 500	
		„gut“ $\sigma_{fc} \leq 6,00 \text{ MN/m}^2$	„schlecht“ $\sigma_{fc} > 6,00 \text{ MN/m}^2$	„gut“ $\sigma_{fc} \leq 6,00 \text{ MN/m}^2$	„schlecht“ $\sigma_{fc} > 6,00 \text{ MN/m}^2$	„gut“ $\sigma_{fc} \leq 6,00 \text{ MN/m}^2$	„schlecht“ $\sigma_{fc} > 6,00 \text{ MN/m}^2$
Nutzung	TSF						
A Wohnen	$\gamma_c$	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,10
	$\gamma_s$	1,10	1,20	1,10	1,10	1,10	1,10
B Büro+TW	$\gamma_c$	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,05
	$\gamma_s$	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
C Schule+TW	$\gamma_c$	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
	$\gamma_s$	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
D Verkauf+TW	$\gamma_c$	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
	$\gamma_s$	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00

### 9.3.4) Systemzuverlässigkeit der Platte mit modifizierten Teilsicherheitsbeiwerten

Abschließend wird überprüft, welche Systemzuverlässigkeiten bei Ansatz der modifizierten Teilsicherheitsbeiwerte nach Tabelle 9.6 a und b erreicht werden. Die Prüfung erfolgt punktuell für ausgewählte Materialkombinationen. Alle vier Nutzungskategorien werden dabei für zwei Betonqualitäten überprüft ( $\sigma_{fc} = 4,85$  und  $10,0$  MN/m<sup>2</sup>).

Gemäß den Randbedingungen nach Abschnitt 7.1.2 wird zunächst eine deterministische Vorberechnung durchgeführt. Die Bemessungswerte der Einwirkungen werden mit den einwirkungsseitigen Teilsicherheitsbeiwerten gemäß [DIN EN 1990 (2010)] ermittelt. Die Widerstände werden nach [DIN EN 1992-1-1 (2011)] unter Ansatz der modifizierten Materialbeiwerte nach Tabelle 9.6 a und b bestimmt. Es ergeben sich neue Vergleichswerte für den Längsbewehrungsgrad über der Stütze, die in den Tabellen 9.7 und 9.8 zusammengestellt sind. Mit diesen Vergleichswerten ist in der nachfolgenden probabilistischen Berechnung die zugehörige Systemzuverlässigkeit zu bestimmen. Werden dabei in jeder Kombination die beiden Zielwerte  $\beta_{Ziel} = 4,7$  bzw.  $\beta_{Ziel, Bestand} = 4,2$  mindestens erreicht, so ist garantiert, dass beim Nachweis bestehender Objekte mit den modifizierten Beiwerten nach Tabelle 9.6 a und b das jeweilige Zielniveau nicht unterschritten wird.

**Tabelle 9.7: Längsbewehrungsgrad über der Innenstütze  $\rho$ ,  $\sigma_{fc} \leq 6.00$  MN/m<sup>2</sup> („gut“)**  
 $\gamma_G = 1,35$ ,  $\gamma_Q = 1,5$ ,  $\gamma_c$  und  $\gamma_s$  gemäß Tabelle 9.6 a und b

Durchlaufträger Platte	mit $\gamma_{mod}$ für $\beta_{Ziel} = 4,7$ (EC 0)			mit $\gamma_{mod}$ für $\beta_{Ziel} = 4,2$ (Bestand)		
	B220/C12	B420/C50	B500/C30	B220/C12	B420/C50	B500/C30
<b>A</b> Wohnen	0,896%	0,440%	0,375%	0,822%	0,404%	0,343%
<b>B</b> Büro+TW	1,063%	0,510%	0,435%	0,966%	0,464%	0,396%
<b>C</b> Schule+TW	1,212%	0,574%	0,490%	1,102%	0,522%	0,446%
<b>D</b> Verkauf+TW	1,529%	0,701%	0,602%	1,390%	0,637%	0,548%

**Tabelle 9.8: Längsbewehrungsgrad über der Innenstütze  $\rho$ ,  $\sigma_{fc} > 6.00$  MN/m<sup>2</sup> („schlecht“)**  
 $\gamma_G = 1,35$ ,  $\gamma_Q = 1,5$ ,  $\gamma_c$  und  $\gamma_s$  gemäß Tabelle 9.6 a und b

Durchlaufträger Platte	mit $\gamma_{mod}$ für $\beta_{Ziel} = 4,7$ (EC 0)			mit $\gamma_{mod}$ für $\beta_{Ziel} = 4,2$ (Bestand)		
	B220/C12	B420/C50	B500/C30	B220/C12	B420/C50	B500/C30
<b>A</b> Wohnen	--	0,443%	0,378%	--	0,404%	0,344%
<b>B</b> Büro+TW	--	0,513%	0,440%	--	0,464%	0,396%
<b>C</b> Schule+TW	--	0,576%	0,495%	--	0,522%	0,446%
<b>D</b> Verkauf+TW	--	0,703%	0,606%	--	0,637%	0,548%

Die Ergebnisse der probabilistischen Bewertung sind in Tabelle 9.9 aufgeführt. Zum Vergleich ist die Zuverlässigkeit angegeben, wie sie sich bei einer Vorberechnung mit den Materialbeiwerten gemäß [DIN EN 1992-1-1 (2011)] ergibt (s. Abschnitt 7.2). Es zeigt sich, dass beide Zielwerte  $\beta_{Ziel}$  und  $\beta_{Ziel, Bestand}$  bei Ansatz der jeweils zugehörigen Beiwerte erreicht werden. Das Zielniveau wird mindestens erreicht bzw. leicht überschritten. Für Nutzungsklasse A werden mit den gegenüber [DIN EN 1992-1-1 (2011)] erhöhten Materialbeiwerten die in Tabelle 9.1 aufgeführten Defizite ausgeglichen, in allen anderen Nutzungskategorien können mit reduzierten Materialbeiwerten rechnerische Reserven aktiviert werden. Ein Nachweis bestehender Platten mit den modifizierten Teilsicherheitsbeiwerten der Tabelle 9.6 a und b garantiert also die geforderte Zuverlässigkeit. In den Klassen B bis D können die rechnerischen Reserven ggf. für Laststeigerungen genutzt werden.

Beachtet werden muss, dass bei größeren Eingriffen in bestehende Konstruktionen auch bei gleich bleibender Nutzung der Bestandsschutz aufgehoben ist. Die zugehörigen Nachweise wären dann nach [DIN EN 1992-1-1 (2011)] zu führen. Da hiermit für Nutzungsgruppe A der Zielwert  $\beta_{Ziel}$  unterschritten wird, sollten die Nachweise dann mit den erhöhten Teilsicherheitsbeiwerten nach Tabelle 9.6a geführt werden, sofern eine strenge Ausrichtung am Zielniveau gemäß [DIN EN 1990 (2010)] gefordert wird. Wird hingegen im Sinne [JCSS 2001-04] für bestehende Objekte eine etwas höhere Versagenswahrscheinlichkeit akzeptiert, so genügt der Nachweis nach [DIN EN 1992-1-1 (2011)]. Bei Akzeptanz des bestandsspezifischen Zielwertes  $\beta_{Ziel, Bestand}$  könnten die Teilsicherheitsbeiwerte sogar weiter abgesenkt werden (Tabelle 9.6b).



**Tabelle 9.9: Systemzuverlässigkeiten der Platte bei Ansatz modifizierter  $\gamma_c$  und  $\gamma_s$  gemäß Tabelle 9.6 a und b (B220/ C12 , B420/C50 , B500/ C30)**

			B220/C12		B420/C50		B500/C30	
			$\sigma_{fc} = 4,85$ MN/m <sup>2</sup>	$\sigma_{fc} = 10,0$ MN/m <sup>2</sup>	$\sigma_{fc} = 4,85$ MN/m <sup>2</sup>	$\sigma_{fc} = 10,0$ MN/m <sup>2</sup>	$\sigma_{fc} = 4,85$ MN/m <sup>2</sup>	$\sigma_{fc} = 10,0$ MN/m <sup>2</sup>
<b>A Wohnen</b>	$\beta_{Ziel} = 4,7$	$\gamma_{c,mod,EC0}$ $\gamma_{s,mod,EC0}$	4,861	--	4,743	4,765	4,709	4,730
	$\beta_{Ziel} = 4,2$	$\gamma_{c,mod,Bestand}$ $\gamma_{s,mod,Bestand}$	4,469	--	4,284	4,282	4,336	4,252
	EC 2	$\gamma_c = 1,5$ $\gamma_s = 1,15$	4,912	--	4,562	4,559	4,553	4,542
<b>B Büro+TW</b>	$\beta_{Ziel} = 4,7$	$\gamma_{c,mod,EC0}$ $\gamma_{s,mod,EC0}$	4,922	--	4,752	4,776	4,709	4,747
	$\beta_{Ziel} = 4,2$	$\gamma_{c,mod,Bestand}$ $\gamma_{s,mod,Bestand}$	4,502	--	4,257	4,255	4,218	4,217
	EC 2	$\gamma_c = 1,5$ $\gamma_s = 1,15$	5,440	--	5,036	5,032	5,045	5,028
<b>C Schule+TW</b>	$\beta_{Ziel} = 4,7$	$\gamma_{c,mod,EC0}$ $\gamma_{s,mod,EC0}$	4,982	--	4,755	4,774	4,718	4,747
	$\beta_{Ziel} = 4,2$	$\gamma_{c,mod,Bestand}$ $\gamma_{s,mod,Bestand}$	4,662	--	4,333	4,331	4,300	4,290
	EC 2	$\gamma_c = 1,5$ $\gamma_s = 1,15$	5,586	--	5,004	5,001	5,018	5,004
<b>D Verkauf+TW</b>	$\beta_{Ziel} = 4,7$	$\gamma_{c,mod,EC0}$ $\gamma_{s,mod,EC0}$	4,997	--	4,741	4,751	4,708	4,718
	$\beta_{Ziel} = 4,2$	$\gamma_{c,mod,Bestand}$ $\gamma_{s,mod,Bestand}$	4,670	--	4,341	4,339	4,314	4,301
	EC 2	$\gamma_c = 1,5$ $\gamma_s = 1,15$	5,606	--	4,992	4,988	5,020	5,001

Ergänzend zeigen Tabelle 9.10 und Bild 9.14 für eine ausgewählte Kombination, wie sich Bewehrungsgrad und Systemzuverlässigkeit der Platte bei Anwendung anderer  $\gamma_c$ - $\gamma_s$ -Kombinationen einstellen würden. Mit den ausgewählten Teilsicherheitsbeiwerten nach Tabelle 9.6 wird der geforderte Zielwert mindestens erreicht bzw. durch die Bildung des globalen Optimums über alle Druckfestigkeiten überschritten. Eine Erhöhung des Stahlbeiwerts  $\gamma_s$  hat einen größeren Einfluss auf Bewehrungsgrad und Zuverlässigkeit als eine Änderung des Betonbeiwerts  $\gamma_c$ . Tabelle 9.10 zeigt, dass alternativ mit deutlich erhöhten  $\gamma_c$  und reduzierten  $\gamma_s$  vergleichbare  $\beta$ -Werte erreicht werden können (s. z. B.  $\beta$  für ( $\gamma_c$ ;  $\gamma_s$ )-Kombinationen (1,0 ; 1,1) und (1,6 ; 1,0)). Die Auswahlwerte in Tabelle 9.6 entsprechen mit  $\gamma_c < \gamma_s$  dem beobachteten Verhältnis der Sensitivitäten ( $\alpha_{fc} < \alpha_{fy}$ , s. Abschnitt 7.3),  $\gamma_c = 1,0$  entspricht zudem der Unempfindlichkeit des Biegezugversagens ( $\epsilon_s \geq f_{yk}/E_s$ ) gegenüber den Streuungen der Druckfestigkeit ( $\alpha_{fc} \approx 0$  für  $\mu_{fc} \geq 24$  MN/m<sup>2</sup>, s. Abschnitt 7.3).

**Tabelle 9.10: Bewehrungsgrade und Systemzuverlässigkeit verschiedener  $\gamma_c$ - $\gamma_s$ -Kombinationen (Beispiel Platte, B220/C12, Nutzung B,  $\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2$ )**

$\gamma_{ci}$ \ $\gamma_{sj}$	1,30	1,25	1,20	1,15	1,10	1,05	1,00
1,80	$\rho_{ij} = 1,439\%$ $\beta_{ij} = 6,182$	$\rho_{ij} = 1,384\%$ $\beta_{ij} = 6,023$	$\rho_{ij} = 1,329\%$ $\beta_{ij} = 5,858$	$\rho_{ij} = 1,273\%$ $\beta_{ij} = 5,684$	$\rho_{ij} = 1,218\%$ $\beta_{ij} = 5,500$	$\rho_{ij} = 1,163\%$ $\beta_{ij} = 5,305$	$\rho_{ij} = 1,107\%$ $\beta_{ij} = 5,098$
1,70	$\rho_{ij} = 1,409\%$ $\beta_{ij} = 6,097$	$\rho_{ij} = 1,355\%$ $\beta_{ij} = 5,938$	$\rho_{ij} = 1,301\%$ $\beta_{ij} = 5,772$	$\rho_{ij} = 1,247\%$ $\beta_{ij} = 5,597$	$\rho_{ij} = 1,192\%$ $\beta_{ij} = 5,412$	$\rho_{ij} = 1,138\%$ $\beta_{ij} = 5,216$	$\rho_{ij} = 1,084\%$ $\beta_{ij} = 5,008$
1,60	$\rho_{ij} = 1,382\%$ $\beta_{ij} = 6,017$	$\rho_{ij} = 1,329\%$ $\beta_{ij} = 5,858$	$\rho_{ij} = 1,276\%$ $\beta_{ij} = 5,692$	$\rho_{ij} = 1,222\%$ $\beta_{ij} = 5,516$	$\rho_{ij} = 1,169\%$ $\beta_{ij} = 5,330$	$\rho_{ij} = 1,116\%$ $\beta_{ij} = 5,133$	$\rho_{ij} = 1,063\%$ $\beta_{ij} = 4,924$
1,50	$\rho_{ij} = 1,357\%$ $\beta_{ij} = 5,943$	$\rho_{ij} = 1,305\%$ $\beta_{ij} = 5,784$	$\rho_{ij} = 1,252\%$ $\beta_{ij} = 5,616$	<b><math>\rho_{ij} = 1,200\%</math></b> <b><math>\beta_{ij} = 5,440</math></b>	$\rho_{ij} = 1,148\%$ $\beta_{ij} = 5,253$	$\rho_{ij} = 1,096\%$ $\beta_{ij} = 5,055$	$\rho_{ij} = 1,044\%$ $\beta_{ij} = 4,844$
1,40	$\rho_{ij} = 1,334\%$ $\beta_{ij} = 5,874$	$\rho_{ij} = 1,283\%$ $\beta_{ij} = 5,714$	$\rho_{ij} = 1,231\%$ $\beta_{ij} = 5,546$	$\rho_{ij} = 1,180\%$ $\beta_{ij} = 5,368$	$\rho_{ij} = 1,129\%$ $\beta_{ij} = 5,180$	$\rho_{ij} = 1,077\%$ $\beta_{ij} = 4,981$	$\rho_{ij} = 1,026\%$ $\beta_{ij} = 4,770$
1,30	$\rho_{ij} = 1,312\%$ $\beta_{ij} = 5,808$	$\rho_{ij} = 1,262\%$ $\beta_{ij} = 5,647$	$\rho_{ij} = 1,211\%$ $\beta_{ij} = 5,478$	$\rho_{ij} = 1,161\%$ $\beta_{ij} = 5,300$	$\rho_{ij} = 1,110\%$ $\beta_{ij} = 5,111$	$\rho_{ij} = 1,060\%$ $\beta_{ij} = 4,911$	$\rho_{ij} = 1,010\%$ $\beta_{ij} = 4,699$
1,20	$\rho_{ij} = 1,292\%$ $\beta_{ij} = 5,745$	$\rho_{ij} = 1,243\%$ $\beta_{ij} = 5,584$	$\rho_{ij} = 1,193\%$ $\beta_{ij} = 5,414$	$\rho_{ij} = 1,143\%$ $\beta_{ij} = 5,235$	$\rho_{ij} = 1,094\%$ $\beta_{ij} = 5,045$	$\rho_{ij} = 1,044\%$ $\beta_{ij} = 4,845$	$\rho_{ij} = 0,994\%$ $\beta_{ij} = 4,632$
1,10	$\rho_{ij} = 1,274\%$ $\beta_{ij} = 5,685$	$\rho_{ij} = 1,225\%$ $\beta_{ij} = 5,523$	$\rho_{ij} = 1,176\%$ $\beta_{ij} = 5,352$	$\rho_{ij} = 1,127\%$ $\beta_{ij} = 5,173$	$\rho_{ij} = 1,078\%$ $\beta_{ij} = 4,982$	$\rho_{ij} = 1,029\%$ $\beta_{ij} = 4,781$	$\rho_{ij} = 0,980\%$ $\beta_{ij} = 4,567$
1,00	$\rho_{ij} = 1,256\%$ $\beta_{ij} = 5,627$	$\rho_{ij} = 1,208\%$ $\beta_{ij} = 5,465$	$\rho_{ij} = 1,159\%$ $\beta_{ij} = 5,294$	$\rho_{ij} = 1,111\%$ $\beta_{ij} = 5,113$	<b><math>\rho_{ij} = 1,063\%</math></b> <b><math>\beta_{ij} = 4,922</math></b>	$\rho_{ij} = 1,014\%$ $\beta_{ij} = 4,720$	<b><math>\rho_{ij} = 0,966\%</math></b> <b><math>\beta_{ij} = 4,506</math></b>

$\gamma_{c,mod} = 1,0$   
 $\gamma_{s,mod} = 1,1$   
 $\beta_{Ziel} = 4,7$

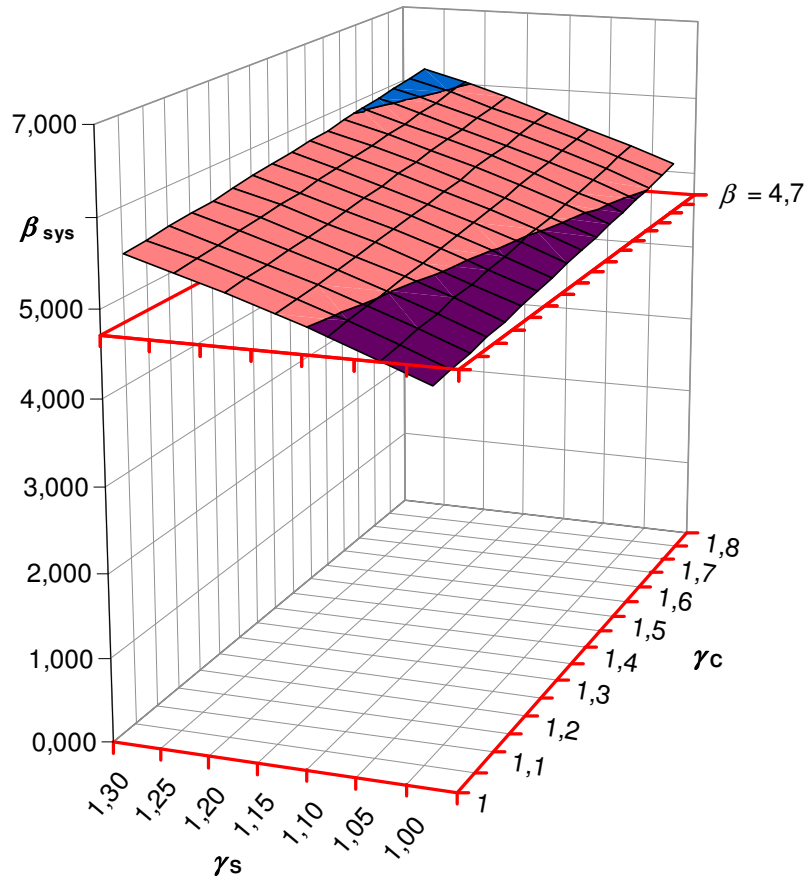
$\gamma_{c,mod} = 1,0$   
 $\gamma_{s,mod} = 1,0$   
 $\beta_{Ziel} = 4,2$

Beispiel:  
 B220 / C12  
 Nutzlast Büro  
 $\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2$

$\gamma_C = 1,5$  ;  $\gamma_S = 1,15$   
 $\rightarrow \beta_{sys} = 5,440$

$\gamma_{C,mod} = 1,0$  ;  $\gamma_{S,mod} = 1,10$   
 $\rightarrow \beta_{sys} = 4,992 > 4,7$

$\gamma_{C,mod} = 1,0$  ;  $\gamma_{S,mod} = 1,0$   
 $\rightarrow \beta_{sys} = 4,506 > 4,2$



**Abb. 9.14: Systemzuverlässigkeit in Abhängigkeit von der Kombination der Beiwerte  $\gamma_c$  und  $\gamma_s$  (Beispiel Platte, B220/C12, Nutzung B,  $\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2$ )**

In den Zuverlässigkeitsberechnungen wird die Streuungen des Hebelarms der inneren Kräfte  $z$  über die Formulierung der probabilistischen Gleichungen für das Biegezugversagen berücksichtigt. In der deterministischen Rechnung mit modifizierten Teilsicherheitsbeiwerten zeigt sich, dass im zulässigen Anwendungsbereich die Hebelarme für reduzierte  $\gamma_c$  nur wenig ändern (Bild 9.15, Bezug auf  $\mu_{Eds}/\gamma_c$ ). Auf die erforderliche Biegezugbewehrung bzw. die Zuverlässigkeit hat der Beiwert  $\gamma_s$  einen deutlich größeren Einfluss (Bild 9.14). Bild 9.16 zeigt die Auswirkungen verschiedener modifizierter  $\gamma_c$  auf  $z/d$  an Beispielplatten, denen aufgrund der Bauaufnahme eine charakteristische Festigkeit von  $f_{ck} = 30 \text{ MN/m}^2$  zugeordnet wurde (verschiedene Mittel- und Streuwerte). Während die deterministische Rechnung mit dem Normbeiwert  $\gamma_c = 1,5$  für deutlich verschiedene  $\sigma_{fc}$  zu gleichen  $z/d$  führt, werden durch die  $\gamma_{c,mod}$  unterschiedliche streuende Druckfestigkeiten genauer berücksichtigt. Die Auswirkungen auf  $z/d$  sind gering (Bild 9.16, Bezug auf  $M/(b \cdot d^2)$ ).

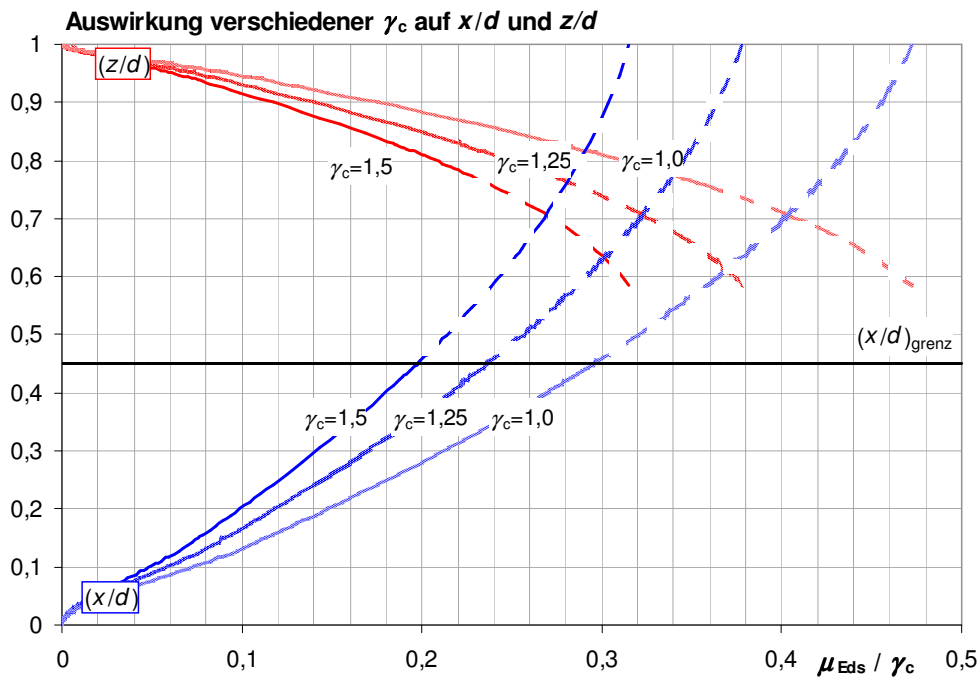


Abb. 9.15: Biegezugversagen: Hebelarm  $z/d$  und Druckzonenhöhe  $x/d$  für verschiedene  $\gamma_{c,mod}$

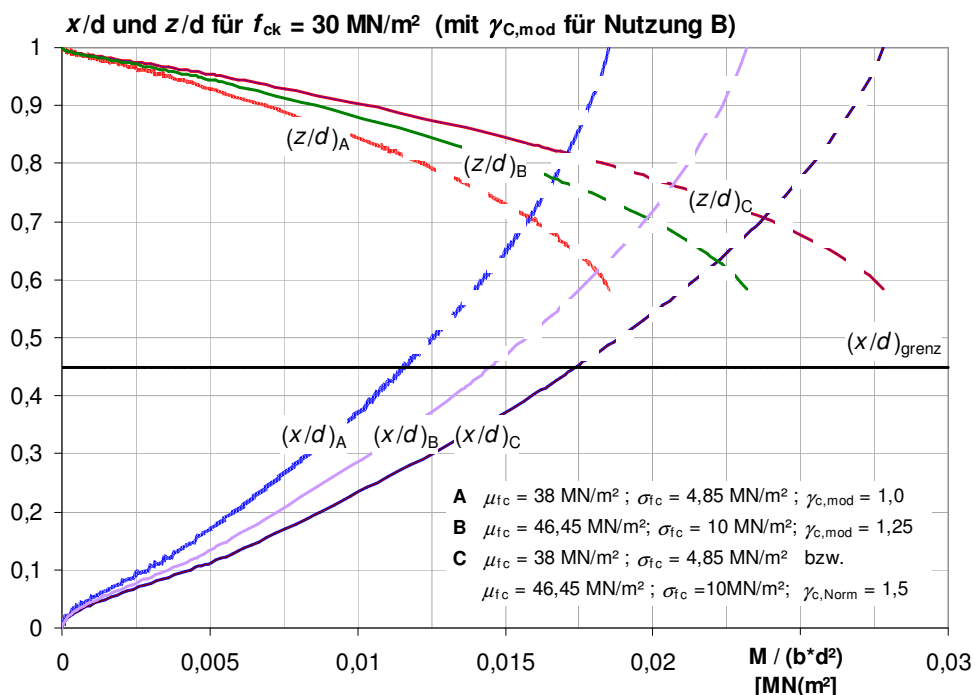


Abb. 9.16: Hebelarm  $z/d$  und Druckzonenhöhe  $x/d$  für Beton mit  $f_{ck} = 30 \text{ MN/m}^2$  (Zuordnung  $f_{ck}$  nach Bauaufnahme, Beispiel mit  $\gamma_{c,mod}$  nach Tabelle 9.30, Nutzung B)

## 9.4) Durchlaufträger: Balken

### 9.4.1) Maßgebendes Versagenselement und Abwandlung des Optimierungsverfahrens

In Abschnitt 8.4 wurde die Abhängigkeit der Systemzuverlässigkeit des Balkens vom Zustand der Zugstrebenelemente nachgewiesen (Tabellen 8.38, C.1 und C.2). Im Vergleich der Elemente des Erstversagens wird deutlich, dass die Zugstrebenelemente die kleinste Komponentenzuverlässigkeit erreichen. Die Zuverlässigkeit der Biegeelemente ist etwas größer als die der Zugstrebenelemente. Die Druckstrebenelemente haben wegen der vergleichsweise geringen Versagenswahrscheinlichkeit keine Bedeutung für das Systemverhalten (s. Abschnitt 8.2.2.3, Bild 8.6, Tabellen 8.13 und 8.14). Je nach Material-Nutzungs-Kombination können sowohl das Endauflager (Element (1102)) als auch das Zwischenauflager (Element (1302)) maßgebend werden.

Aus dem Querkraftversagen ergibt sich ein sprödes Systemverhalten. Nach dem Querkraftversagen sind entsprechend der hier vorgenommenen Modellierung keine weiteren Systemreserven vorhanden. Hierin unterscheidet sich der Balken grundlegend von der Platte. Die Systemzuverlässigkeit des Balkens hängt von der Wahrscheinlichkeit des ersten Versagens ab.

Maßgebender Querschnittswert für das Zugstrebenversagen und damit auch für das Systemversagen ist der Querkraftbewehrungsgrad  $\rho_{sw}$ . In Kapitel 8 konnte dessen dominanter Einfluss auf die Systemzuverlässigkeit des Balkens nachgewiesen werden. Die größten Werte  $\beta_{sys}$  wurden in Material-Nutzungs-Kombinationen erreicht, für die aus der deterministischen Vorberechnung hohe  $\rho_{sw}$  angesetzt wurden. Dementsprechend ergaben sich auch die Differenzen zur Zielzuverlässigkeit (Tabelle 9.1). Die Dominanz des Bewehrungsgrades  $\rho_{sw}$  legt zunächst die Optimierung der Teilsicherheitsbeiwerte nach einem Zielbewehrungsgrad  $\rho_{sw,Ziel}$  nahe. Es ist davon auszugehen, dass ein optimaler Querkraftbewehrungsgrad existiert, für den das geforderte Zuverlässigkeitsniveau gerade erreicht ist. In Abschnitt 9.4.2 werden in diesem Sinne iterativ optimale Querkraftbewehrungsgrade bestimmt. Allerdings lassen sich hierüber allein noch nicht die passenden Materialbeiwerte  $\gamma_c$  und  $\gamma_s$  für die Einzelnachweise (Biegung / Querkraft) vergleichbarer Systeme herleiten.

In den Querkraftbewehrungsgrad geht ausschließlich der Stahlbeiwert  $\gamma_s$  ein. Aufgrund der Trennung des Querkraftnachweises nach Zug- und Druckstrebenwiderstand spielt der Betonbeiwert  $\gamma_c$  hier keine Rolle. Der je probabilistisch ermittelten Zielbewehrungsgrad passende Teilsicherheitsbeiwert  $\gamma_s$  kann direkt durch Umstellen der Bemessungsgleichung berechnet werden. Das Optimierungsmodul nach Abschnitt 9.2.2 ist hierzu nicht erforderlich. Ein so über  $\rho_{sw,Ziel}$  entwickelter modifizierter Stahlbeiwert  $\gamma_s$  garantiert lediglich, dass die Zielzuverlässigkeit der Zugstrebenelemente erreicht wird. Sofern auch mit dem modifizierten Stahlbeiwert die Zugstrebenelemente maßgebend bleiben, ist damit auch die Zielzuverlässigkeit für das System garantiert. Allein aus der Berechnung des modifizierten Stahlbeiwerts ist jedoch nicht bekannt, ob sich entgegen der Darstellung in Abschnitt 8.2.2.3 (Bild 8.6, Tabellen 8.13 und 8.14) die Reihenfolge des Erstversagens nicht verändert, wenn die Biegenachweise mit dem nach  $\rho_{sw}$  entwickelten Beiwert geführt werden. Zudem ist bis dahin keine Aussage über den Betonbeiwert  $\gamma_c$  getroffen. Für die Entwicklung modifizierter Nachweise zur Ausnutzung von Sicherheitsreserven ist die alleinige Entwicklung über den Querkraftbewehrungsgrad also unbrauchbar.

Zur Lösung werden kurz die Vor- und Nachteile verschiedener Ansätze diskutiert.

#### ▪ Variante 1: Kombination $\gamma_s$ aus $\rho_{sw,Ziel}$ mit Materialbeiwerten $\gamma_s$ und $\gamma_c$ gemäß EC2

Eine erste und sehr einfache Möglichkeit wäre ein getrennter Ansatz von Teilsicherheitsbeiwerten für die verschiedenen Einzelnachweise des Systems:

- Ansatz des modifizierten  $\gamma_s$  beim Zugstrebenachweis  
→ ergibt Reserven im Hinblick auf Querkraftbewehrung
- Biegenachweis mit den Materialbeiwerten  $\gamma_s$  und  $\gamma_c$  nach [DIN EN 1992-1-1 (2011)]  
→ Biegeelemente können im Systemzusammenhang weiterhin nicht maßgebend werden, Zugstrebenelemente bleiben dominant, die Zielzuverlässigkeit des Systems bleibt garantiert
- Druckstrebenachweis mit Betonbeiwert  $\gamma_c$  nach [DIN EN 1992-1-1 (2011)]  
→ Druckstrebenelemente bleiben im System nachrangig, Zielzuverlässigkeit  $\beta_{sys}$  bleibt garantiert

Vorteil dieser Variante ist, dass nach wie vor die Systemzuverlässigkeit ausschließlich von den Zugstrebenelementen bestimmt wird und entsprechend der Darstellung in Bild 8.6 die Bedeutung der anderen Versagenselemente in den Hintergrund tritt. Die geforderte Systemzuverlässigkeit wäre in jedem Fall garantiert. Ein großer Nachteil ist, dass die Optimierung nur im Hinblick auf den Querkraftnachweis erfolgt. Möglicherweise vorhandene Reserven der Biegebewehrung können hiermit nicht aktiviert werden. Im Sinne der gewünschten Nutzlaststeigerung ist die erste Möglichkeit also eine denkbar schlechte Variante und wird daher nicht weiter verfolgt.

▪ **Variante 2: Kombination  $\gamma_s$  aus  $\rho_{sw,Ziel}$  mit Materialbeiwerten  $\gamma_s$  und  $\gamma_c$  gemäß Abschnitt 9.3.3**

Da in Variante 1 vor allem die vorhandenen zuverlässigkeitstheoretischen Reserven der Biegeelemente nicht genutzt werden, müssen für die Biegenachweise eigene modifizierte Beiwerte gefunden werden. In Abschnitt 9.3.3 wurden bereits modifizierte Teilsicherheitsbeiwerte  $\gamma_s$  und  $\gamma_c$  hergeleitet, die sich an den Biegeelementen des Durchlaufsystems orientierten.

Eine Übernahme der dort entwickelten Beiwerte für die Biegenachweise des Balkens ist jedoch nicht möglich. Die Beiwerte in Abschnitt 9.3.3 wurden für die schlanke Platte und die zugehörige Modellierung entwickelt. Für den Balken mit Dominanz des Querkraftversagens haben diese Beiwerte keine Gültigkeit. Die Kombination nach Variante 2 würde völlig verschiedene Sachverhalte miteinander verknüpfen. Variante 2 scheidet daher ebenfalls aus.

▪ **Variante 3: Kombination Stahlbeiwert  $\gamma_s$  aus  $\rho_{sw,Ziel}$  mit Betonbeiwert  $\gamma_c$  gemäß EC2**

Eine dritte Möglichkeit wäre die Übernahme des modifizierten Stahlbeiwerts auch für den Biegenachweis unter Beibehaltung des Betonbeiwerts gemäß [DIN EN 1992-1-1 (2011)]:

- Ansatz des modifizierten  $\gamma_s$  beim Zugstrebenachweis  
→ ergibt Reserven im Hinblick auf Querkraftbewehrung
- Biegenachweis mit dem modifizierten Stahlbeiwert  $\gamma_s$   
sowie dem Betonbeiwert  $\gamma_c$  nach [DIN EN 1992-1-1 (2011)]  
→ ergibt Reserven im Hinblick auf die Längsbewehrung
- Druckstrebenachweis mit Betonbeiwert  $\gamma_c$  nach [DIN EN 1992-1-1 (2011)]  
→ Druckstrebenelemente bleiben im System weiterhin nachrangig

Vorteil dieser Variante ist, dass sowohl für Querkraft- als auch Biegenachweise Reserven aktiviert werden können. Sofern die Zugstrebenelemente das Systemverhalten dominieren, wäre die Systemzuverlässigkeit weiterhin garantiert. Allerdings besteht für Letzteres keine Garantie. Mit abgesenktem Stahlbeiwert und damit reduziertem Längsbewehrungsgrad könnte sich abweichend von Abschnitt 8.2.2.3 (Bild 8.6, Tabellen 8.13 und 8.14) für die Biegeelemente eine größere Versagenswahrscheinlichkeit einstellen als für die Zugstrebenelemente. Diese Unsicherheit ist ein klarer Nachteil des Verfahrens, der nur durch weitere Überlegungen ausgeräumt werden kann.

▪ **Variante 4: Kombination von System- und Elementbetrachtung**

In Kapitel 8 wurde nachgewiesen, dass Zugstrebenversagen eindeutig das Systemverhalten bestimmt; die Versagenswahrscheinlichkeit der Zugstrebenelemente war stets größer als die der Biegeelemente. Werden jetzt durch herabgesetzte Teilsicherheitsbeiwerte die Biegeelemente verändert, so dass deren Versagenswahrscheinlichkeit wächst, dann könnte die Bedeutung des Querkraftversagens in den Hintergrund treten. In diesem Fall stellte sich ein Versagensmechanismus wie bei der Platte ein. Nach dem ersten Biegezugversagen bestünden weitere Systemreserven, so dass die Versagenswahrscheinlichkeit des Systems gegenüber der Wahrscheinlichkeit des ersten Biegezugversagens nur kleiner werden kann (Operation  $p_{fi} \cap p_{fj}$ ).

Bei Modifikation der Elementnachweise durch veränderte Teilsicherheitsbeiwerte wäre also auch das Verhältnis der Versagenswahrscheinlichkeiten der einzelnen Elemente zu überprüfen. Aus den Systembetrachtungen allein lässt sich mit den hier angewandten Verfahren keine Lösung finden.

Ein Ansatz wäre eine getrennte Betrachtung der Elemente des Erstversagens, um festzustellen, inwieweit das Zugstrebenversagen dominant bleibt. Maßgebend bliebe das Zugstrebenversagen für das System, wenn für die Zuverlässigkeitsindizes der Versagenselemente gilt

$$\beta_{(\text{Zugstrebe})} < \beta_{(\text{Biegung})}$$

Auf der sicheren Seite liegend wird hier auch im Fall gleicher Zuverlässigkeiten der beiden Elemente das Zugstrebenversagen als systembestimmend betrachtet. Im Falle des Biegezugversagens bestünden weitere Reserven, wodurch die Systemzuverlässigkeit gegenüber dem Erstversagen insgesamt größer werden kann. Im Falle des Querkraftversagens bestehen diese Systemreserven nicht, so dass die Systemzuverlässigkeit sich aus dem Versagen des ersten Elements ergibt. Nach diesem Modell wäre also das Zugstrebenversagen maßgebend, wenn gilt

$$\beta_{(\text{Zugstrebe})} \leq \beta_{(\text{Biegung})}$$

▪ **Zur Bestimmung der Teilsicherheitsbeiwerte wird also folgender Weg beschritten:**

- Zunächst wird der Stahlbeiwert  $\gamma_s$  aus den Systembetrachtungen festgehalten. Damit ist erst zu Anfang eine Systemzuverlässigkeit gemäß Zielwert garantiert:

$$\beta_{\text{sys}} = \beta_{(\text{Zugstrebe})} = \beta_{\text{Ziel}}$$

- Zur Herleitung der Beiwerte für den Biegenachweis bzw. zur Überprüfung wird nachfolgend das Erstversagen der Biegeelemente einzeln bewertet. Hierzu wird gefordert, dass

$$\beta_{(\text{Biegung})} \geq \beta_{\text{Ziel}}$$

Damit ist auch die Forderung erfüllt, dass

$$\beta_{(\text{Zugstrebe})} \leq \beta_{(\text{Biegung})}$$

- Isoliert für die Biegeelemente des Erstversagens wird daraus ein Zielbewehrungsgrad  $\rho_{1,\text{Ziel},(\text{Element})}$  bestimmt, bei dem die Zielzuverlässigkeit für das Biegeelement gerade erreicht ist:

$$\beta_{(\text{Biegung})} = \beta_{\text{Ziel}}$$

- Für den Zielbewehrungsgrad  $\rho_{1,\text{Ziel},(\text{Element})}$  kann mit dem Optimierungsmodul aus Abschnitt 9.2 eine zugehörige Kombination  $(\gamma_c; \gamma_s)$  für das Elementversagen bestimmt werden.
- Unter Beibehaltung des Betonbeiwerts  $\gamma_c$  aus dieser Elementbetrachtung werden die Stahlbeiwerte der System- und Elementbetrachtung miteinander verglichen. Maßgebend wäre dann der größere der beiden Beiwerte.
- Mit den so bestimmten Beiwerten erfolgt nun eine deterministische Bestimmung der erforderlichen Bewehrungsmengen  $a_{\text{sw}}$  und  $A_s$  mit anschließender Überprüfung der erreichten Zuverlässigkeiten (System und Element) für ausgewählte Kombinationen. Wird die Zielzuverlässigkeit mindestens erreicht, so können die Beiwerte beibehalten werden.

Die parallele Betrachtung des Element- und Systemverhaltens zur Herleitung modifizierter Teilsicherheitsbeiwerte für den durchlaufenden Balken bedingt gegenüber der Platte einen deutlich höheren Rechenaufwand. Da jedoch für mittlere Druckfestigkeiten  $f_{\text{cm}} \geq 28 \text{ MN/m}^2$  eine relative Unempfindlichkeit des Systems gegenüber Schwankungen der Druckfestigkeit gegeben ist (siehe Abschnitt 8.2.4), müssen die Berechnungen nicht wie bei der Platte für alle vier Qualitätsstufen durchgeführt werden. Die nachfolgenden Berechnungen erfolgten zunächst nur für die beste und schlechteste Betonqualität ( $\sigma_{\text{fc}} = 4,85$  und  $10,0 \text{ MN/m}^2$ ). Ein Vergleich der Ergebnisse zeigte nur geringfügige Abweichungen in einigen Zwischenschritten, von denen jedoch die endgültig ausgewählten Werte unberührt bleiben. Die ausgewählten Teilsicherheitsbeiwerte gelten also für alle untersuchten Qualitätsstufen  $\sigma_{\text{fc}} = 4,85$  bis  $10,0 \text{ MN/m}^2$  unter der Voraussetzung, dass sie bei Streuungen  $\sigma_{\text{fc}} \geq 6,0 \text{ MN/m}^2$  erst ab einer mittleren Druckfestigkeit  $f_{\text{cm}} \geq 28 \text{ MN/m}^2$  angewandt werden.

**9.4.2) Probabilistische Iteration von Zielbewehrungsgraden  $\rho_{\text{Ziel}}$**

Entsprechend der Vorgehensweise bei der Platte werden Zielbewehrungsgrade  $\rho_{\text{Ziel}}$  ermittelt, für die das geforderte Zuverlässigkeitsniveau gerade erreicht wird (Abschnitt 9.3.2). Hierbei wird wieder differenziert nach dem in [DIN EN 1990 (2010)] geforderten Zuverlässigkeitsniveau  $\beta_{\text{Ziel}} = 4,7$  und dem reduzierten Zuverlässigkeitsindex für bestehende Objekte  $\beta_{\text{Ziel, Bestand}} = 4,2$  entsprechend der Diskussion in [JCSS 2001-04]. Die Zielbewehrungsgrade werden iterativ über Parameterstudien mit den Programmen zur Ermittlung der System- und Elementzuverlässigkeit ermittelt.

Gemäß den Überlegungen in Abschnitt 9.4.1 sind durch die Iterationen zwei verschiedene Bewehrungsgrade zu bestimmen:

- Iteration am System zur Bestimmung  $\rho_{\text{sw,Ziel}}$

$$\rho_{\text{sw,Ziel}} \quad \text{für} \quad \beta_{\text{sys}} = \beta_{\text{Ziel}} = 4,7 \quad \text{gemäß [DIN EN 1990 (2010)]}$$

$$\rho_{\text{sw,Ziel, Bestand}} \quad \text{für} \quad \beta_{\text{sys}} = \beta_{\text{Ziel, Bestand}} = 4,2 \quad \text{gemäß [JCSS 2001-04]}$$

- Iteration für die Biegeelemente (120) und (140) (Erstversagen) zur Bestimmung  $\rho_{1,\text{Ziel}}$

$$\rho_{1,\text{Ziel} (120)}, \rho_{1,\text{Ziel} (140)} \quad \text{für} \quad \beta_{\text{sys}} = \beta_{\text{Ziel}} = 4,7 \quad \text{gemäß [DIN EN 1990 (2010)]}$$

$$\rho_{\text{sw,Ziel, Bestand} (120)}, \rho_{\text{sw,Ziel, Bestand} (140)} \quad \text{für} \quad \beta_{\text{sys}} = \beta_{\text{Ziel, Bestand}} = 4,2 \quad \text{gemäß [JCSS 2001-04].}$$

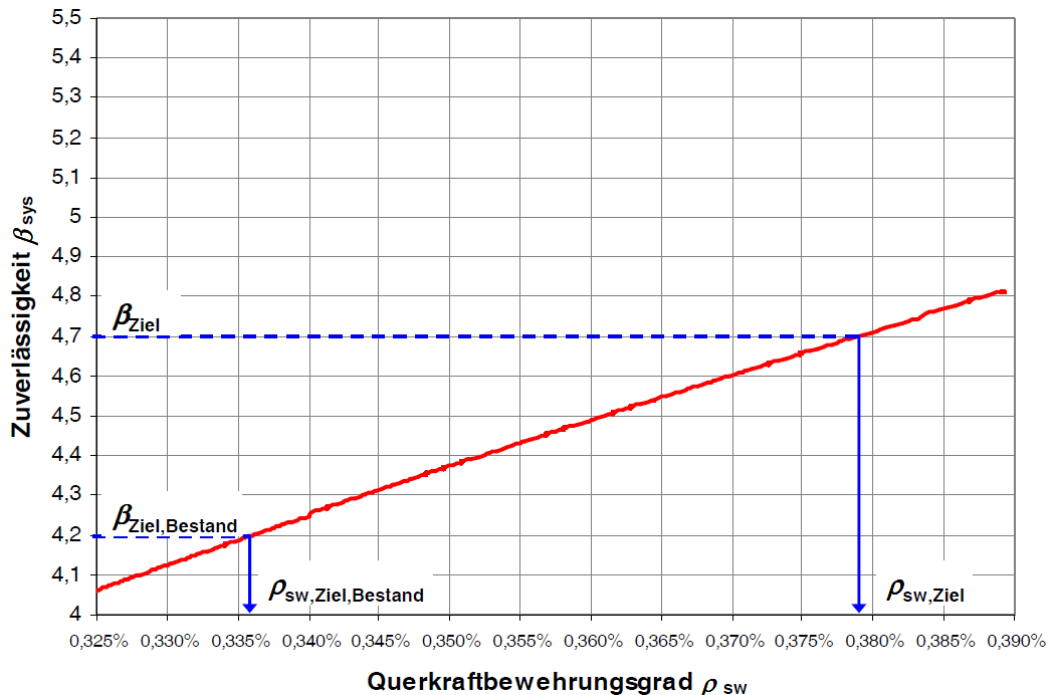
**9.4.2.1) Querkraftbewehrungsgrade  $\rho_{sw,Ziel}$  aus Iteration am System**

Die erste Iteration erfolgt am Gesamtsystem zur Ermittlung des optimalen Querkraftbewehrungsgrades  $\rho_{sw}$ . Das Vorgehen ist der Iteration für  $\rho_l$  in Abschnitt 9.3.2 (Platte) vergleichbar. Der Querkraftbewehrungsgrad geht als deterministischer Parameter in die Grenzzustandsgleichungen ein. Die tatsächlichen stochastischen Eigenschaften der Querkraftbewehrung werden über die Verknüpfung mit der Variablen  $a_{s0}$  nach Gleichung (6.34) berücksichtigt. Die Variable enthält das stochastische Modell der streuenden Bewehrungsmenge  $a_{sw}$  (Abschnitt 6.3.1.1).

In Parameterstudien werden für alle Kombinationen die Querkraftbewehrungsgrade an der Innenstütze schrittweise verändert und die zugehörige Systemzuverlässigkeit berechnet. Durch die Verknüpfung mit dem Verhältniswert  $V_{Verh}$  in den Grenzzustandsgleichungen wird automatisch der Querkraftbewehrungsgrad am Endauflager schrittweise verändert. Der Bewehrungsgrad wird je Kombination so lange verändert, bis die Zielzuverlässigkeit nach [DIN EN 1990 (2010)]  $\beta_{Ziel} = 4,7$  erreicht ist. Eine weitere Absenkung des Bewehrungsgrades bis zur reduzierten Zielzuverlässigkeit  $\beta_{Ziel, Bestand} = 4,2$  liefert den Zielbewehrungsgrad für Bestandsbauwerke. Die Zielwerte orientieren sich an der mittleren Schadensfolgekategorie CC2 gemäß [DIN EN 1990 (2010)].

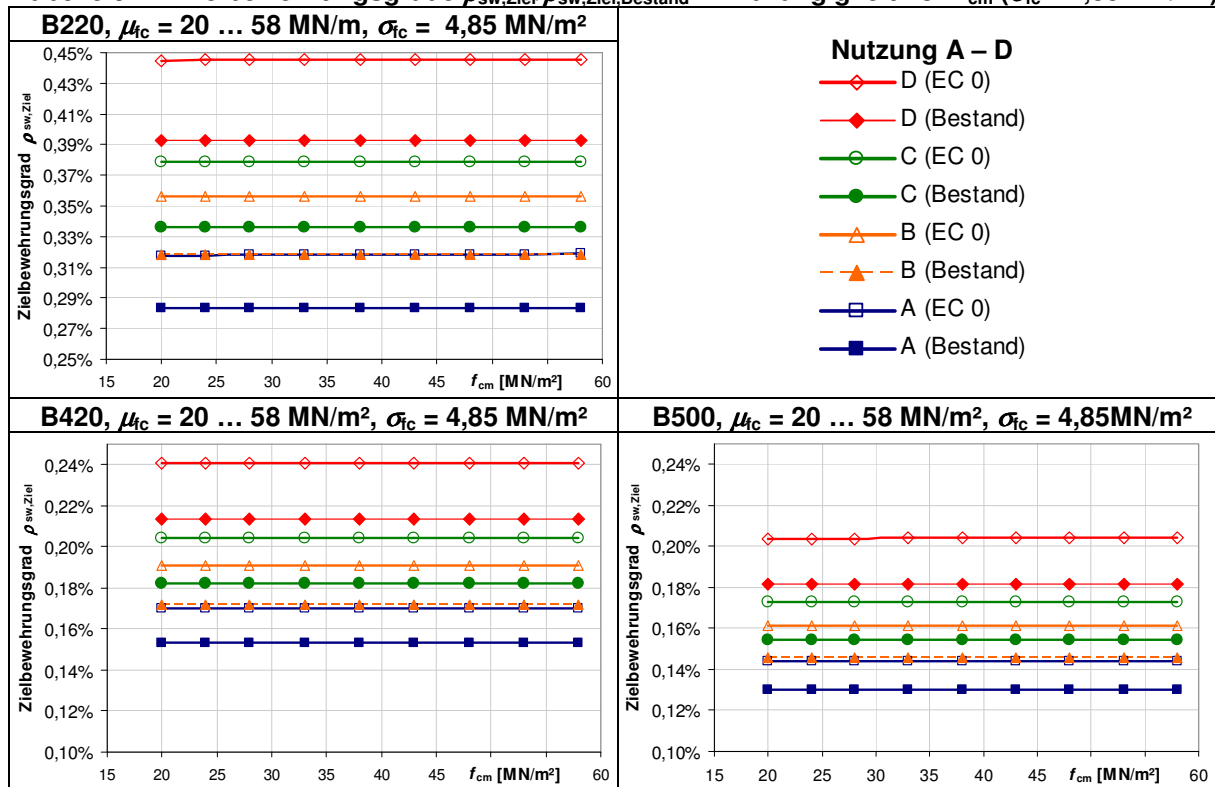
In Tabelle 9.11 sind die Zielbewehrungsgrade für jede Material-Nutzungs-Kombination dargestellt. In der deterministischen Berechnung ergäbe sich für jede Druckfestigkeit der gleiche Querkraftbewehrungsgrad  $\rho_{sw}$ , da die Druckfestigkeit selbst nicht in den Zugstrebenwiderstand eingeht. Aus der probabilistischen Iteration sind im Verlauf der Druckfestigkeit kaum nennenswerte Änderungen des Zielbewehrungsgrades  $\rho_{sw,Ziel}$  auszumachen.

Die Differenz zwischen  $\rho_{sw,Ziel}$  und  $\rho_{sw,Ziel, Bestand}$  kennzeichnet einen Toleranzbereich zwischen den Zielzuverlässigkeiten nach [DIN EN 1990 (2010)] und dem bestandspezifischen Zielwert gemäß [JCSS 2001-04]. Die Diagramme in Tabelle 9.11 wurden für eine Standardabweichung  $\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2$  aufgestellt. Bei Steigerung der Streuung bis  $\sigma_{fc} = 10,0 \text{ MN/m}^2$  ändern sich ab einer mittleren Druckfestigkeit die  $f_{cm} = 28 \text{ MN/m}^2$  die Zielbewehrungsgrade demgegenüber nicht mehr. Für Standardabweichungen  $\sigma_{fc} > 6,0 \text{ MN/m}^2$  und mittlere Druckfestigkeiten  $f_{cm} \geq 28 \text{ MN/m}^2$  gelten also ebenfalls die Zielbewehrungsgrade der Tabelle 9.11. Der über die Druckfestigkeit nahezu konstante Verlauf der Zielbewehrungsgrade sowie die Unabhängigkeit der Ergebnisse von der Streuung der Druckfestigkeit unterstreicht einmal mehr die Abhängigkeit des Systemverhaltens vom Zugstrebenversagen, bei dem die Betonfestigkeit keine Rolle spielt.



**Abb. 9.17: Zielbewehrungsgrade:  $\rho_{sw,Ziel}$  für  $\beta_{sys} = \beta_{Ziel}$  und  $\rho_{sw,Ziel, Bestand}$  für  $\beta_{sys} = \beta_{Ziel, Bestand}$  (Bsp. B220/C12, Nutzung C,  $\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2$ )**

**Tabelle 9.11: Zielbewehrungsgrade  $\rho_{sw,Ziel}/\rho_{sw,Ziel,Bestand}$  in Abhängigkeit von  $f_{cm}$  ( $\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2$ )**



**9.4.2.2) Längsbewehrungsgrade  $\rho_{l,Ziel}$  aus Iteration für die Biegeelemente**

Die zweite Iteration erfolgt getrennt für die Biegeelemente an der Stütze (Grenzzustand (140)) und im Feld (Grenzzustand (120)). Es wird nur das erste Elementversagen innerhalb des Systems betrachtet. Bestimmt wird der Zielbewehrungsgrad über der Stütze, der in der Grenzzustandsgleichung für Element (120) mit dem Verhältniswert  $M_{Verh}$  dem Feld entsprechend abgemindert wird.

Die Iteration erfolgt durch Parameterstudien, bei denen der Bewehrungsgrad über der Stütze schrittweise verändert wird, bis das jeweilige Zuverlässigkeitsziel erreicht ist. Die Berechnung ist dem Vorgehen in Abschnitt 9.3.2 (Zielbewehrungsgrad der Platte) vergleichbar. Im Unterschied zu Abschnitt 9.3.2 wird der Systemzusammenhang vernachlässigt. Die Parameterstudien werden für die Biegeelemente getrennt mit dem Programm [COMREL] zur Ermittlung der Komponentenzuverlässigkeit durchgeführt.

Da in Abhängigkeit von der Material-Nutzungs-Kombination entweder das Biegezugversagen im Feld (120) oder das Versagen an der Stütze (140) mit höherer Wahrscheinlichkeit auftreten könnte, sind die Iterationen für beide Versagenselemente durchzuführen. In den meisten Fällen wird die Iteration über Element (140) maßgebend. In den höheren Nutzungsklassen und bei höheren Druckfestigkeiten ergibt sich der Zielbewehrungsgrad jedoch aus der Iteration für Element (120). Das entspricht den Beobachtungen für die Sensitivitäten der einzelnen Versagenszustände in Abschnitt 8.4 (Tabelle 8.38). Für die Optimierung der Teilsicherheitsbeiwerte maßgebend wird der größere der beiden Bewehrungsgrade aus Element (140) und (120):

$$\rho_{l,Ziel,Element} = \max \left\{ \begin{array}{l} \rho_{l,Ziel,(120)} \\ \rho_{l,Ziel,(140)} \end{array} \right.$$

und

$$\rho_{l,Ziel,Bestand,Element} = \max \left\{ \begin{array}{l} \rho_{l,Ziel,Bestand(120)} \\ \rho_{l,Ziel,Bestand(140)} \end{array} \right.$$

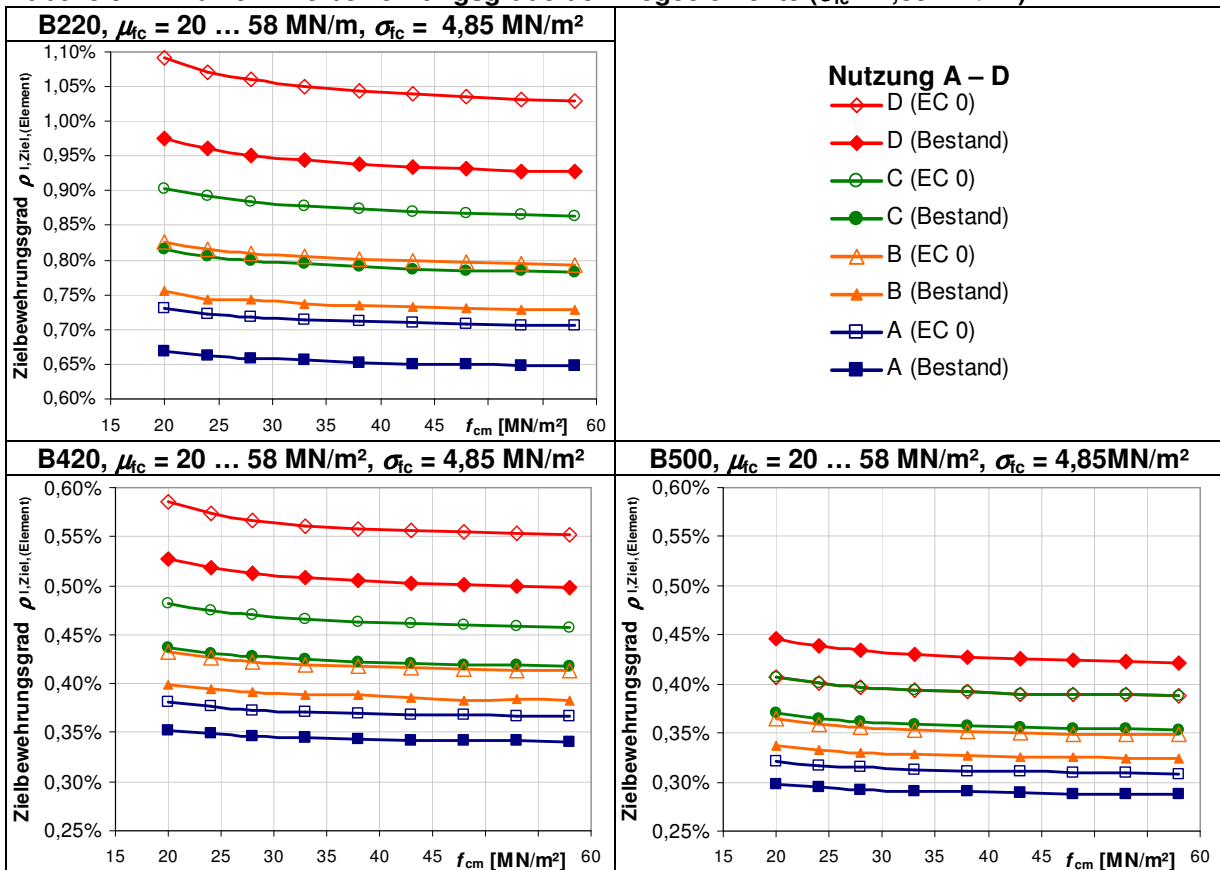


Aus dem Vergleich werden die maßgebenden Zielbewehrungsgrade ausgewählt und in einer externen Datenbasis zusammengeführt. Mit dem Optimierungsmodul nach Abschnitt 9.2.2 werden unter Zugriff auf diese Datenbasis modifizierte Teilsicherheitsbeiwerte  $\gamma_c$  und  $\gamma_s$  berechnet, die zunächst nur für die Biegeelemente gelten. In einem letzten Schritt werden durch einen Vergleich der Stahlbeiwerte aus System- und Elementbetrachtung die endgültigen Teilsicherheitsbeiwerte bestimmt (Abschnitt 9.4.3.3).

In Tabelle 9.12 sind zusammenfassend die Zielbewehrungsgrade der Biegeelemente im Verlauf der Druckfestigkeit dargestellt. Im Gegensatz zur Iteration für die Querkraftelemente haben Höhe und Streuung der Druckfestigkeit einen gewissen Einfluss auf die Zielwerte. Die Diagramme in Tabelle 9.12 gelten für eine Standardabweichung der Druckfestigkeit  $\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2$ .

Parallel wurden für mittlere Druckfestigkeiten  $f_{cm} \geq 28 \text{ MN/m}^2$  Zielbewehrungsgrade für die deutlich größere Streuung  $\sigma_{fc} = 10,0 \text{ MN/m}^2$  ermittelt. Es ergeben sich geringfügig höhere Zielbewehrungsgrade. Aus der anschließenden Ermittlung der zugehörigen Teilsicherheitsbeiwerte für die Biegeelemente mit dem Optimierungsmodul sind keine nennenswerten Unterschiede zu den Ergebnissen für Betonqualität mit  $\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2$  feststellbar. Kleinere Unterschiede bestehen in den berechneten lokalen Optima, die Auswahl der globalen Optima hingegen kann für beide Qualitätsstufen gleich erfolgen. Hiermit werden die Beobachtungen aus Abschnitt 8.2.4 zum Zusammenhang zwischen Systemzuverlässigkeit des Balkens und Betonqualität bestätigt (Tabelle 8.21). Im Gegensatz zur Platte ist also eine weitere Ermittlung von Zielbewehrungsgraden für alle hier betrachteten Qualitätsstufen nicht erforderlich. Wie zuvor gelten die berechneten Beiwerte bei Standardabweichungen der Druckfestigkeit  $\sigma_{fc} > 6,0 \text{ MN/m}^2$  erst ab einer mittleren Druckfestigkeit  $f_{cm} \geq 28 \text{ MN/m}^2$ .

**Tabelle 9.12: Balken: Zielbewehrungsgrade der Biegeelemente ( $\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2$ )**



### 9.4.3) Ermittlung optimierter Teilsicherheitsbeiwerte $\gamma_c$ und $\gamma_s$

Die modifizierten Teilsicherheitsbeiwerte für Nachweise durchlaufender Balken werden entsprechend Variante 4 in Abschnitt 9.4.1 aus einer Kombination von System- und Elementberechnung ermittelt.

#### 9.4.3.1) Teilergebnisse aus Systembetrachtung

Aus den Zielbewehrungsgraden  $\rho_{sw,Ziel}$  nach Abschnitt 9.4.2 können direkt durch Umstellen der Widerstandsgleichung die modifizierten Stahlbeiwerte  $\gamma_s$  berechnet werden. Danach ergeben sich die modifizierten Teilsicherheitsbeiwerte je Material-Nutzungs-Kombination zu

$$\gamma_{S,mod} = \frac{f_{yk}}{V_{Ed}} \cdot 0,9 \cdot d \cdot (\cot \theta + \cot \alpha) \cdot \sin \alpha \cdot b_w \cdot \rho_{sw,Ziel} \quad (9.19)$$

bzw.

$$\gamma_{S,mod,Bestand} = \frac{f_{yk}}{V_{Ed}} \cdot 0,9 \cdot d \cdot (\cot \theta + \cot \alpha) \cdot \sin \alpha \cdot b_w \cdot \rho_{sw,Ziel,Bestand} \quad (9.20)$$

mit dem Bemessungswert der einwirkenden Querkraft  $V_{Ed}$ , der sich aus den Einwirkungen je Nutzungsklasse mit den einwirkungsseitigen Teilsicherheitsbeiwerten  $\gamma_G = 1,35$  und  $\gamma_Q = 1,5$  gemäß [DIN EN 1990 (2010)] ergibt. Entsprechend der Modellierung in Kapitel 6 wurden der Neigungswinkel der Druckstrebe mit  $\cot \theta = 1,2$  genähert und die Neigung der Querkraftbewehrung mit  $\alpha = 45^\circ$  angenommen.

Da sich die Zielbewehrungsgrade im Verlauf der Druckfestigkeiten nahezu konstant ergeben, stellen sich mit steigender Druckfestigkeit auch nur sehr geringfügige Änderungen der lokalen  $\gamma_{S,mod}$  ein. Die Auswahl des globalen Wertes aus den lokalen Werten kann damit einfach über Aufrunden in Schritten  $\Delta = 0,05$  erfolgen. Die Ergebnisse nach Gleichung (9.19) und (9.20) sind in den Tabellen 9.13 bis 9.15 zusammengestellt. Am Ende der Tabellen ist je Nutzungsklasse ein Auswahlwert über alle Druckfestigkeiten aufgeführt. Als Mindestwert wird grundsätzlich  $\gamma_s = 1,0$  gewählt, alle höheren Werte ergeben sich in Schritten  $\Delta = 0,05$ .

In Tabelle 9.14 für Betonstahl B420 fällt dabei auf, dass in Nutzungskategorie D der Wert  $\gamma_{S,mod} = 1,05$  gewählt wurde, obwohl alle lokalen Werte kleiner 1,0 berechnet wurden und damit die Auswahl  $\gamma_s = 1,0$  möglich wäre. Ein lokaler Wert  $\gamma < 1$  verweist darauf, dass der zuverlässigkeitstheoretisch bestimmte Bemessungswert der Materialeigenschaft größer ist als der charakteristische Wert, die normative Festlegung des charakteristischen Wertes gegenüber dem Mittelwert also bereits eine mehr als ausreichende Zuverlässigkeit garantiert. Teilsicherheitsbeiwerte kleiner 1 werden hier in der Auswahl jedoch nicht zugelassen. Die Auswahl  $\gamma_{S,mod} = 1,05$  erfolgte, nachdem mit dem ursprünglich gewählten Wert  $\gamma_s = 1,0$  bei der Überprüfung der erreichten Zuverlässigkeiten in Abschnitt 9.4.4 der geforderte Zielwert der Zuverlässigkeit knapp verfehlt wurde. In allen anderen Fällen wurden mit den gewählten Beiwerten die Zielwerte erreicht bzw. leicht überschritten.

**Tabelle 9.13: modifizierte Stahlbeiwerte  $\gamma_s$  aus Systemberechnung des Balkens (Betonstahl B220)**

B220		Betonqualität: Norm ( $\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2$ ), $\beta_{Ziel(System)} = 4,70$										
Nutzung		TSF	lokales Optimum								Auswahlwert	
			C12	C16	C20	C25	C30	C35	C40	C45		C50
A	Wohnen	$\gamma_s$	1,1005	1,1013	1,1019	1,1027	1,1033	1,1038	1,1040	1,1043	1,1045	1,15
B	Büro+TW	$\gamma_s$	1,0127	1,0127	1,0127	1,0127	1,0128	1,0128	1,0129	1,0129	1,0129	1,05
C	Schule+TW	$\gamma_s$	0,9733	0,9733	0,9735	0,9735	0,9736	0,9736	0,9736	0,9737	0,9737	1,00
D	Verkauf+TW	$\gamma_s$	0,9595	0,9596	0,9596	0,9596	0,9597	0,9598	0,9599	0,9599	0,9599	1,00
B220		Betonqualität: Norm ( $\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2$ ), $\beta_{Ziel(System)} = 4,20$ (Bestand)										
Nutzung		TSF	lokales Optimum								Auswahlwert	
			C12	C16	C20	C25	C30	C35	C40	C45		C50
A	Wohnen	$\gamma_s$	0,9825	0,9825	0,9826	0,9826	0,9827	0,9827	0,9828	0,9828	0,9828	1,00
B	Büro+TW	$\gamma_s$	0,9047	0,9047	0,9047	0,9047	0,9047	0,9047	0,9047	0,9047	0,9047	1,00
C	Schule+TW	$\gamma_s$	0,8632	0,8632	0,8632	0,8632	0,8632	0,8632	0,8632	0,8632	0,8632	1,00
D	Verkauf+TW	$\gamma_s$	0,8473	0,8474	0,8474	0,8474	0,8474	0,8474	0,8474	0,8474	0,8474	1,00

Tabelle 9.14: modifizierte Stahlbeiwerte  $\gamma_s$  aus Systemberechnung des Balkens (Betonstahl B420)

B420		Betonqualität: Norm ( $\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2$ ), $\beta_{\text{Ziel(System)}} = 4,70$										
Nutzung		lokales Optimum									Auswahlwert	
		C12	C16	C20	C25	C30	C35	C40	C45	C50		
A	Wohnen	$\gamma_s$	1,1251	1,1254	1,1257	1,1262	1,1265	1,1267	1,1269	1,1269	1,1270	1,15
B	Büro+TW	$\gamma_s$	1,0357	1,0357	1,0355	1,0357	1,0357	1,0357	1,0357	1,0357	1,0357	1,05
C	Schule+TW	$\gamma_s$	1,0012	1,0012	1,0013	1,0014	1,0016	1,0016	1,0017	1,0017	1,0017	1,05
D	Verkauf+TW	$\gamma_s$	0,9899	0,9900	0,9902	0,9903	0,9904	0,9906	0,9907	0,9907	0,9908	1,05
B420		Betonqualität: Norm ( $\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2$ ), $\beta_{\text{Ziel(System)}} = 4,20$ (Bestand)										
Nutzung		lokales Optimum									Auswahlwert	
		C12	C16	C20	C25	C30	C35	C40	C45	C50		
A	Wohnen	$\gamma_s$	1,0136	1,0136	1,0136	1,0137	1,0137	1,0137	1,0137	1,0137	1,0137	1,05
B	Büro+TW	$\gamma_s$	0,9331	0,9331	0,9333	0,9333	0,9333	0,9333	0,9334	0,9333	0,9331	1,00
C	Schule+TW	$\gamma_s$	0,8944	0,8944	0,8944	0,8944	0,8944	0,8944	0,8944	0,8944	0,8944	1,00
D	Verkauf+TW	$\gamma_s$	0,8800	0,8800	0,8800	0,8800	0,8800	0,8801	0,8801	0,8801	0,8801	1,00

Tabelle 9.15: modifizierte Stahlbeiwerte  $\gamma_s$  aus Systemberechnung des Balkens (Betonstahl B500)

B500		Betonqualität: Norm ( $\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2$ ), $\beta_{\text{Ziel(System)}} = 4,70$										
Nutzung		lokales Optimum									Auswahlwert	
		C12	C16	C20	C25	C30	C35	C40	C45	C50		
A	Wohnen	$\gamma_s$	1,1340	1,1343	1,1347	1,1353	1,1355	1,1357	1,1359	1,1359	1,1361	1,15
B	Büro+TW	$\gamma_s$	1,0439	1,0439	1,0439	1,0439	1,0439	1,0439	1,0440	1,0439	1,0440	1,05
C	Schule+TW	$\gamma_s$	1,0101	1,0103	1,0103	1,0104	1,0106	1,0106	1,0107	1,0109	1,0107	1,05
D	Verkauf+TW	$\gamma_s$	0,9994	0,9994	0,9995	0,9996	0,9999	1,0000	1,0001	1,0002	1,0002	1,05
B500		Betonqualität: Norm ( $\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2$ ), $\beta_{\text{Ziel(System)}} = 4,20$ (Bestand)										
Nutzung		lokales Optimum									Auswahlwert	
		C12	C16	C20	C25	C30	C35	C40	C45	C50		
A	Wohnen	$\gamma_s$	1,0229	1,0229	1,0231	1,0231	1,0231	1,0231	1,0231	1,0231	1,0231	1,05
B	Büro+TW	$\gamma_s$	0,9418	0,9418	0,9418	0,9418	0,9418	0,9418	0,9418	0,9418	0,9418	1,00
C	Schule+TW	$\gamma_s$	0,9033	0,9033	0,9033	0,9033	0,9033	0,9033	0,9034	0,9034	0,9034	1,00
D	Verkauf+TW	$\gamma_s$	0,8891	0,8891	0,8891	0,8891	0,8892	0,8892	0,8892	0,8892	0,8892	1,00

### 9.4.3.2) Teilergebnisse aus Elementbetrachtung

Ausgehend von den maßgebenden Zielbewehrungsgraden der Biegeelemente können mit dem Verfahren nach Abschnitt 9.2.2 die optimalen Teilsicherheitsbeiwerte für die Biegenachweise bestimmt werden. Hierzu wird das eigens erstellte Optimierungsmodul verwendet. Die Vorgehensweise wurde in Abschnitt 9.3.3 bereits für die Platte erläutert. Für die Biegeelemente des Balkens erfolgt die Berechnung sinngemäß.

Dabei wurden zunächst nur für die Qualitätsstufen  $\sigma_{fc} = 4,85$  und  $10,0 \text{ MN/m}^2$  betrachtet. Da sich hieraus nur in den lokalen Optima kleinere Differenzen einstellen, die bei der Auswahl der globalen Optima gänzlich ausgeglichen wurden, ist eine weitere Differenzierung der Teilsicherheitsbeiwerte nach der Betonqualität nicht erforderlich. Für Standardabweichungen  $\sigma_{fc} > 6,0 \text{ MN/m}^2$  ist lediglich die Mindestfestigkeit  $f_{cm} = 28 \text{ MN/m}^2$  zu beachten (vgl. oben).

### 9.4.3.3) Auswahl der modifizierten Teilsicherheitsbeiwerte

Der Teilsicherheitsbeiwert für die Betonfestigkeit  $\gamma_c$  wird aus der Optimierung für die Biegeelemente übernommen. Für den Stahlbeiwert  $\gamma_s$  sind die Ergebnisse der Systemberechnung (Abschnitt 9.4.3.1) und der Elementberechnung (Abschnitt 9.4.3.2) zu vergleichen. Maßgebend für die Auswahl ist der größere der beiden Werte, wobei die ausgewählten Beiwerte in Schritten  $\Delta = 0,05$  abgestuft sein sollen.

Für die Auswahl wurde grundsätzlich der Stahlbeiwert aus der Systembetrachtung nach Abschnitt 9.4.3.1 maßgebend. Der Teilsicherheitsbeiwert wird also weiterhin durch das Versagen der Zugstrebe bestimmt. Die Zuverlässigkeit der Zugstrebelemente bleibt bei dieser Auswahl des Stahlbeiwerts stets größer als die Zuverlässigkeit der Zugstrebelemente.

Für die sich ergebende ( $\gamma_c, \gamma_s$ )-Kombination ist abschließend die Zulässigkeit gemäß Zusatzbedingung (9.18) zu prüfen (Bild 9.12). Bei Beibehaltung des Betonbeiwerts aus der Optimierung für die Biegeelemente führt eine Erhöhung des Stahlbeiwerts zu größeren Längsbewehrungsgraden. Damit wird die Bedingung (9.18) stets eingehalten, die Ergebnisse der Biegebemessung liegen im zulässigen Bereich.

Zusammenfassend enthält Tabelle 9.16 die globalen Optima der Biegeelemente für alle Betonstahl-Nutzungs-Kombinationen – ausgerichtet an den beiden Zielwerten  $\beta_{Ziel} = 4,7$  und  $\beta_{Ziel, Bestand} = 4,2$ . Zum Vergleich sind die Stahlbeiwerte aus der Systembetrachtung mit aufgeführt. Gleichzeitig enthält Tabelle 9.16 die zugehörige Auswahl der modifizierten Teilsicherheitsbeiwerte für den durchlaufenden Balken.

**Tabelle 9.16: Balken: modifizierte Teilsicherheitsbeiwerte aus Element- und Systembetrachtung**

Betonqualität: Norm ( $\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2$ )		B220			B420			B500			
		Auswahl System-rechnung	Auswahl Element-rechnung	$\gamma_{mod}$	Auswahl System-rechnung	Auswahl Element-rechnung	$\gamma_{mod}$	Auswahl System-rechnung	Auswahl Element-rechnung	$\gamma_{mod}$	
A Wohnen	$\gamma_c$	--	1,00	<b>1,00</b>	--	1,00	<b>1,00</b>	--	1,00	<b>1,00</b>	$\beta_{Ziel} = 4,7 \text{ (EC 0)}$
	$\gamma_s$	1,15	1,07	<b>1,15</b>	1,15	1,06	<b>1,15</b>	1,15	1,07	<b>1,15</b>	
B Büro+TW	$\gamma_c$	--	1,00	<b>1,00</b>	--	1,00	<b>1,00</b>	--	1,00	<b>1,00</b>	
	$\gamma_s$	1,05	1,00	<b>1,05</b>	1,05	1,00	<b>1,05</b>	1,05	1,00	<b>1,05</b>	
C Schule+TW	$\gamma_c$	--	1,00	<b>1,00</b>	--	1,00	<b>1,00</b>	--	1,00	<b>1,00</b>	
	$\gamma_s$	1,00	1,00	<b>1,00</b>	1,05	1,00	<b>1,05</b>	1,05	1,00	<b>1,05</b>	
D Verkauf+TW	$\gamma_c$	--	1,00	<b>1,00</b>	--	1,00	<b>1,00</b>	--	1,00	<b>1,00</b>	
	$\gamma_s$	1,00	1,00	<b>1,00</b>	1,05	1,00	<b>1,05</b>	1,05	1,00	<b>1,05</b>	
Betonqualität: Norm ( $\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2$ )		B220			B420			B500			
		Auswahl System-rechnung	Auswahl Element-rechnung	$\gamma_{mod}$	Auswahl System-rechnung	Auswahl Element-rechnung	$\gamma_{mod}$	Auswahl System-rechnung	Auswahl Element-rechnung	$\gamma_{mod}$	
A Wohnen	$\gamma_c$	--	1,00	<b>1,00</b>	--	1,00	<b>1,00</b>	--	1,00	<b>1,00</b>	$\beta_{Ziel} = 4,2 \text{ (Bestand)}$
	$\gamma_s$	1,00	1,00	<b>1,00</b>	1,05	1,00	<b>1,05</b>	1,05	1,00	<b>1,05</b>	
B Büro+TW	$\gamma_c$	--	1,00	<b>1,00</b>	--	1,00	<b>1,00</b>	--	1,00	<b>1,00</b>	
	$\gamma_s$	1,00	1,00	<b>1,00</b>	1,00	1,00	<b>1,00</b>	1,00	1,00	<b>1,00</b>	
C Schule+TW	$\gamma_c$	--	1,00	<b>1,00</b>	--	1,00	<b>1,00</b>	--	1,00	<b>1,00</b>	
	$\gamma_s$	1,00	1,00	<b>1,00</b>	1,00	1,00	<b>1,00</b>	1,00	1,00	<b>1,00</b>	
D Verkauf+TW	$\gamma_c$	--	1,00	<b>1,00</b>	--	1,00	<b>1,00</b>	--	1,00	<b>1,00</b>	
	$\gamma_s$	1,00	1,00	<b>1,00</b>	1,00	1,00	<b>1,00</b>	1,00	1,00	<b>1,00</b>	

Die Tabelle 9.16 ergibt sich für eine Standardabweichung der Betondruckfestigkeit  $\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2$ . Da sich auch bei höheren Schwankungen der Druckfestigkeit bis  $\sigma_{fc} = 10,0 \text{ MN/m}^2$  keine andere ( $\gamma_c, \gamma_s$ )-Auswahl ergibt, ist beim Balken insgesamt im Gegensatz zu Abschnitt 9.3.3 (Teilsicherheitsbeiwerte der Platte) keine größere Differenzierung nach Qualitätsstufen erforderlich. Nachfolgende Tabelle 9.17 enthält die modifizierten Teilsicherheitsbeiwerte für den Nachweis durchlaufender Balken für alle untersuchten Material-Nutzungs-Kombinationen und Qualitätsstufen.

**Tabelle 9.17: modifizierte Teilsicherheitsbeiwerte für den Nachweis durchlaufender Balken**

Durchlaufträger Balken		$\beta_{Ziel} = 4,7 \text{ (EC 0)}$			$\beta_{Ziel} = 4,2 \text{ (Bestand)}$		
		B220	B420	B500	B220	B420	B500
A Wohnen	$\gamma_c$	1,0	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
	$\gamma_s$	1,15	1,15	1,15	1,00	1,05	1,05
B Büro+TW	$\gamma_c$	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
	$\gamma_s$	1,05	1,05	1,05	1,00	1,00	1,00
C Schule+TW	$\gamma_c$	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
	$\gamma_s$	1,00	1,05	1,05	1,00	1,00	1,00
D Verkauf+TW	$\gamma_c$	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
	$\gamma_s$	1,00	1,05	1,05	1,00	1,00	1,00
<b>Anwendungs- Bedingung</b>		nach Standardabweichung der Druckfestigkeit aus Bauwerksprüfung					
		o Qualitätsstufe „gut“ ( $\sigma_{fc} \leq 6,0 \text{ MN/m}^2$ ) :		$f_{cm} \geq 20 \text{ MN/m}^2$			
		o Qualitätsstufe „schlecht“ ( $\sigma_{fc} > 6,0 \text{ MN/m}^2$ ) :		$f_{cm} \geq 28 \text{ MN/m}^2$			

#### 9.4.4) Systemzuverlässigkeiten mit modifizierten Teilsicherheitsbeiwerten $\gamma_c$ und $\gamma_s$

Abschließend wird in einer Rückrechnung für alle Nutzungskategorien überprüft, ob mit den modifizierten Teilsicherheitsbeiwerten nach Tabelle 9.17 tatsächlich das jeweilige Zielniveau  $\beta_{Ziel} = 4,7$  bzw.  $\beta_{Ziel, Bestand} = 4,2$  erreicht wird. Die Überprüfung erfolgt punktuell für drei ausgewählte Materialkombinationen unter Berücksichtigung der Betonqualitäten mit  $\sigma_{fc} = 4,85$  und  $10,0 \text{ MN/m}^2$ . Die Ergebnisse werden zuletzt mit den Zuverlässigkeitsniveaus verglichen, wie sie sich bei einer Bemessung mit den Materialbeiwerten nach [DIN EN 1992-1-1 (2011)] ergeben (s. Abschnitt 8.2).

Zunächst ist eine deterministische Vorberechnung durchzuführen (vgl. Abschnitt 8.1.2). Die Bemessungswerte der Einwirkungen werden dabei mit den einwirkungsseitigen Teilsicherheitsbeiwerten gemäß [DIN EN 1990 (2010)] bestimmt. Die Ermittlung der erforderlichen Längs- und Querkraftbewehrung erfolgt nach den Regeln in [DIN EN 1992-1-1 (2011)], jedoch unter Ansatz der modifizierten Materialbeiwerte  $\gamma_c$  und  $\gamma_s$  nach Tabelle 9.17. Unter Beibehaltung der sonstigen Randbedingungen gemäß Abschnitt 8.1.2 ergeben sich damit die in den Tabellen 9.18 und 9.19 zusammengestellten Bewehrungsgrade.

**Tabelle 9.18: Längsbewehrung über der Innenstütze  $A_s$  [ $\text{cm}^2$ ],  
 $\gamma_c = 1,35$ ,  $\gamma_s = 1,5$ ,  $\gamma_c$  und  $\gamma_s$  gemäß Tabelle 9.17**

Nutzung	mit $\gamma_{mod}$ für $\beta_{Ziel} = 4,7$ (EC 0)			mit $\gamma_{mod}$ für $\beta_{Ziel} = 4,2$ (Bestand)		
	B220/C12	B420/C50	B500/C30	B220/C12	B420/C50	B500/C30
<b>A Wohnen</b>	24,17	11,94	10,13	21,02	10,90	9,25
<b>B Büro+TW</b>	27,49	13,33	11,35	26,18	12,70	10,81
<b>C Schule+TW</b>	29,33	14,78	12,60	29,33	14,07	12,00
<b>D Verkauf+TW</b>	35,94	17,68	15,13	35,94	16,84	14,41

**Tabelle 9.19: Querkraftbewehrung an der Innenstütze  $a_{sw}$  [ $\text{cm}^2/\text{m}$ ] ( $\cot\theta = 1,2$ ,  $\alpha = 45^\circ$ )  
 $\gamma_c = 1,35$ ,  $\gamma_s = 1,5$ ,  $\gamma_c$  und  $\gamma_s$  gemäß Tabelle 9.17**

Nutzung	mit $\gamma_{mod}$ für $\beta_{Ziel} = 4,7$ (EC 0)			mit $\gamma_{mod}$ für $\beta_{Ziel} = 4,2$ (Bestand)		
	B220/C12	B420/C50	B500/C30	B220/C12	B420/C50	B500/C30
<b>A Wohnen</b>	13,27	6,95	5,84	11,54	6,35	5,33
<b>B Büro+TW</b>	14,78	7,74	6,50	14,08	7,37	6,19
<b>C Schule+TW</b>	15,57	8,56	7,19	15,57	8,15	6,85
<b>D Verkauf+TW</b>	18,55	10,20	8,57	18,55	9,72	8,16

Die Systemzuverlässigkeit  $\beta_{sys}$  des Balkens wurde jeweils für  $\gamma_{mod}$  und  $\gamma_{mod, Bestand}$  berechnet. Die Ergebnisse sind in Tabelle 9.20 zusammengestellt. Die Bewertung der erreichten Zuverlässigkeit erfolgt für  $\sigma_{fc} = 4,85$  und  $10,0 \text{ MN/m}^2$ . Entsprechend der Anwendungsbedingung Tabelle 9.17 sind in der Materialkombination B220/C12 für  $\sigma_{fc} = 10,0 \text{ MN/m}^2$  keine Zuverlässigkeitswerte angegeben.

Sowohl für die Ausrichtung am Neubauniveau nach [DIN EN 1990 (2010)] als auch bei Orientierung an einer höheren akzeptierten Versagenswahrscheinlichkeit für bestehende Bauwerke wird mit den modifizierten Beiwerten nach Tabelle 9.17 die geforderte Zuverlässigkeit erreicht bzw. leicht überschritten. Der Vergleich mit den Systemzuverlässigkeiten bei Ansatz der Teilsicherheitsbeiwerte nach [DIN EN 1992-1-1 (2011)] zeigt die bessere Angleichung ans Zielniveau. Die in Tabelle 9.1 zusammengestellten Differenzen zum Zielniveau werden deutlich reduziert. Beim Nachweis einer bestehenden Konstruktion mit den modifizierten Beiwerten nach Tabelle 9.17 lassen sich also rechnerische Reserven gegenüber dem Nachweis nach [DIN EN 1992-1-1 (2011)] generieren, ohne dass dabei das geforderte Zuverlässigkeitsniveau unterschritten wird.

**Tabelle 9.20: Systemzuverlässigkeiten des Balkens bei Ansatz modifizierter  $\gamma_c$  und  $\gamma_s$  gemäß Tabelle 9.17 (B220/ C12 , B420/C50 , B500/ C30)**

			B220/C12		B420/C50		B500/C30	
			$\sigma_{fc} = 4,85$ MN/m <sup>2</sup>	$\sigma_{fc} = 10,0$ MN/m <sup>2</sup>	$\sigma_{fc} = 4,85$ MN/m <sup>2</sup>	$\sigma_{fc} = 10,0$ MN/m <sup>2</sup>	$\sigma_{fc} = 4,85$ MN/m <sup>2</sup>	$\sigma_{fc} = 10,0$ MN/m <sup>2</sup>
<b>A Wohnen</b>	$\beta_{Ziel} = 4,7$	$\gamma_{c,mod,EC0}$ $\gamma_{s,mod,EC0}$	<b>4,871</b>	--	<b>4,786</b>	<b>4,786</b>	<b>4,753</b>	<b>4,752</b>
	$\beta_{Ziel} = 4,2$	$\gamma_{c,mod,Bestand}$ $\gamma_{s,mod,Bestand}$	4,201	--	4,316	4,315	4,325	4,325
	<b>EC 2</b> $\beta_{Ziel} = 4,7$	$\gamma_c = 1,5$ $\gamma_s = 1,15$	4,892	--	4,791	4,791	4,760	4,759
<b>B Büro+TW</b>	$\beta_{Ziel} = 4,7$	$\gamma_{c,mod,EC0}$ $\gamma_{s,mod,EC0}$	<b>4,841</b>	--	<b>4,742</b>	<b>4,742</b>	<b>4,707</b>	<b>4,706</b>
	$\beta_{Ziel} = 4,2$	$\gamma_{c,mod,Bestand}$ $\gamma_{s,mod,Bestand}$	4,616	--	4,490	4,490	4,455	4,453
	<b>EC 2</b> $\beta_{Ziel} = 4,7$	$\gamma_c = 1,5$ $\gamma_s = 1,15$	5,264	--	5,198	5,198	5,166	5,166
<b>C Schule+TW</b>	$\beta_{Ziel} = 4,7$	$\gamma_{c,mod,EC0}$ $\gamma_{s,mod,EC0}$	<b>4,764</b>	--	<b>4,824</b>	<b>4,823</b>	<b>4,795</b>	<b>4,792</b>
	$\beta_{Ziel} = 4,2$	$\gamma_{c,mod,Bestand}$ $\gamma_{s,mod,Bestand}$	4,764	--	4,591	4,590	4,563	4,560
	<b>EC 2</b> $\beta_{Ziel} = 4,7$	$\gamma_c = 1,5$ $\gamma_s = 1,15$	5,382	--	5,260	5,260	5,242	5,240
<b>D Verkauf+TW</b>	$\beta_{Ziel} = 4,7$	$\gamma_{c,mod,EC0}$ $\gamma_{s,mod,EC0}$	<b>4,815</b>	--	<b>4,831</b>	<b>4,830</b>	<b>4,808</b>	<b>4,803</b>
	$\beta_{Ziel} = 4,2$	$\gamma_{c,mod,Bestand}$ $\gamma_{s,mod,Bestand}$	4,815	--	4,611	4,610	4,586	4,581
	<b>EC 2</b> $\beta_{Ziel} = 4,7$	$\gamma_c = 1,5$ $\gamma_s = 1,15$	5,411	--	5,256	5,255	5,248	5,245

## 9.5) Einfeldträger

Zum Vergleich mit den Ergebnissen für Durchlaufträger werden Teilsicherheitsbeiwerte für Einfeldträger hergeleitet. Als statisch bestimmtes System verfügt der Einfeldträger über keinerlei Systemreserven. Systemversagen ergibt sich direkt aus dem Element mit der höchsten Versagenswahrscheinlichkeit. Zur Ermittlung der Versagenswahrscheinlichkeit genügt die Berechnung für ein Elementversagen. Aus den Teilergebnissen der vorangegangenen Berechnungen kann bereits vermutet werden, welche Versagenselemente hierfür maßgebend sind (Platte: Biegezugversagen, Balken: Querkraftversagen). Die Elementbetrachtung am Einfeldträger bestätigt letztlich diese Vermutungen.

### 9.5.1) Platte

Maßgebend für die Zuverlässigkeit der statisch bestimmt gelagerten Platte wird entweder die Biegetragfähigkeit im Feld oder der Querkraftwiderstand  $V_{R,c}$  bzw.  $V_{R,c,min}$ . Die Versagenswahrscheinlichkeiten werden für Biege- und Querkraftelemente getrennt bestimmt und miteinander verglichen. Maßgebend ist das Element mit der größeren Versagenswahrscheinlichkeit.

Die Platte wird als Einfeldträger modelliert. Die übrigen Randwerte wie Abmessungen, stochastische Modelle usw. entsprechen der Darstellung in Kapitel 6. Entsprechend dieser Modellierung ergibt sich für die Platte stets die größere Wahrscheinlichkeit für das Biegezugversagen. Hierin besteht qualitativ Übereinstimmung mit den Teilergebnissen der durchlaufenden Platte.

Die Grenzzustandsgleichungen können entsprechend Abschnitt 6.3.1 formuliert werden. Für das neue System ist jeweils die Einwirkungsseite der Gleichungen zu verändern. Die Querkraftwiderstände  $V_{R,c}$  bzw.  $V_{R,c,min}$  folgen der Formulierung für das Element (110), der Biegezugwiderstand entspricht Element (120). Die Widerstände werden ohne Verhältniswerte direkt mit dem Feldbewehrungsgrad  $\rho$  aufgestellt. In der probabilistischen Formulierung ergeben sich

der Biegezugwiderstand der Platte  $M_{R,PI}$

$$M_{R,PI} = \theta_{RM} \cdot \frac{A_{s0}}{d_{0,unten}} \cdot \rho_f \cdot b \cdot d^2 \cdot f_y \cdot \left( 1 - \frac{A_{s0}}{d_{0,unten}} \cdot \rho_f \cdot \frac{k_a}{\alpha_v} \cdot \frac{f_y}{\alpha_{cc} \cdot f_c} \right) \quad (9.21),$$

die Querkrafttragfähigkeit ohne Schubbewehrung

$$V_{R,c,a} = \theta_{RV,c} \cdot C_{R,c} \cdot 2 \cdot (100 \cdot A_{s0} / d_{0,unten} \cdot \rho_f \cdot f_c)^{1/3} \cdot b \cdot d \cdot d_{0,unten} \quad (9.22)$$

bzw. der Mindestquerkraftwiderstand

$$V_{R,c,min,a} = \theta_{RV,c} \cdot C_{R,c,min} \cdot \sqrt{2^3 \cdot f_c} \cdot b \cdot d \cdot d_{0,unten} \quad (9.23) .$$

Tabelle 9.21 enthält die zugehörigen Grenzzustandsgleichungen für die Einfeldplatte.

**Tabelle 9.21: Grenzzustandsgleichungen Einfeldplatte**

Nr.	Grenzzustandsgleichung	
(110)	$0 = \max \left\{ \begin{matrix} V_{R,c,a} \\ V_{R,c,min,a} \end{matrix} \right\} - \theta_{EV} \cdot 0,5 \cdot (g_0 \cdot g + q) \cdot l$	(9.24)
(120)	$0 = M_{R,PI} - \theta_{EM} \cdot 0,125 \cdot (g_0 \cdot g + q) \cdot l^2$	(9.25)

Ein wesentlicher Unterschied zur durchlaufenden Platte ist neben den fehlenden Systemreserven die abweichende Streuung der Nutzhöhe. Beim Einfeldträger beziehen sich alle Widerstände auf die Nutzhöhe zur unteren Bewehrung  $d_{unten}$ . Beim Durchlaufträger hingegen wurde zusätzlich eine größere Streuung der Nutzhöhe zur oberen Bewehrung  $d_{oben}$  berücksichtigt. Ein Vergleich der Teilergebnisse der Elemente des Erstversagens für die durchlaufende Platte zeigt, dass je nach Material-Nutzungs-Kombination in den meisten Fällen die Versagenswahrscheinlichkeit für das Element (140) (Biegezugversagen über der Stütze) größer war als für Element (120) (Biegezugversagen im Feld). Hierauf hatte aufgrund der geringen Bauteilabmessungen die größere Streuung der Nutzhöhe  $d_{oben}$  nennenswerten Einfluss. Die Wahrscheinlichkeit des Biegeversagens muss sich wegen der kleineren Streuung der Nutzhöhe  $d_{unten}$  beim Einfeldträger kleiner einstellen als beim maßgebenden Biegeelement der durchlaufenden Platte. Die Untersuchung am Einfeldträger soll klären, wie sich die gegenüber Kapitel 7 abweichenden Randbedingungen auf die modifizierten Teilsicherheitsbeiwerte auswirken.

Aus dem Vergleich der Zuverlässigkeiten der Querkraft- und Biegeelemente ergibt sich mit deterministisch vorbestimmten Bewehrungsgraden, dass die Versagenswahrscheinlichkeit der Biegeelemente stets größer ist als die der Querkraftelemente. Die weitere Betrachtung kann sich also auf die Biegeelemente beschränken.

Für die statisch bestimmt gelagerte Platte sind im Vergleich mit der durchlaufenden Platte drei Szenarien denkbar:

- a) *geringere Zuverlässigkeit des Einfeldbalkens*  
 aus  $\beta_{\text{sys}} = \beta_{\text{(Element)}}$  folgt  
 → keine Reserven aus System  
 → Teilsicherheitsbeiwerte müssten größer werden gegenüber Tabelle 9.6 a und b
- b) *höhere Zuverlässigkeit des Einfeldbalkens*  
 für  $\beta_{\text{sys}} = \beta_{\text{(Element)}} = \beta_{(120)}$   
 mit  $\beta_{(120)} = f(d_{\text{unten}})$  und  $\beta_{(140)} = f(d_{\text{oben}})$  und  $\sigma_{d,\text{unten}} < \sigma_{d,\text{oben}}$  folgt  $\beta_{(120)} > \beta_{(140)}$   
 → größere Zuverlässigkeit im Hinblick auf das entscheidende Biegezugversagen  
 → Teilsicherheitsbeiwerte müssten kleiner werden gegenüber Tabelle 9.6 a und b
- c) *etwa gleiche Zuverlässigkeit des Einfeldbalkens*  
 Einflüsse a) und b) heben sich gegenseitig auf  
 → Teilsicherheitsbeiwerte ergeben sich entsprechend Tabelle 9.6 a und b.

Entsprechend der Vorgehensweise in Abschnitt 9.3 werden unter Berücksichtigung verschiedener Betonqualitäten über den Längsbewehrungsgrad optimierte Teilsicherheitsbeiwerte  $\gamma_s$  und  $\gamma_c$  bestimmt und mit den Werten in Tabelle 9.6 verglichen.

Die Zielbewehrungsgrade  $\rho_{i,\text{Ziel}}$  bzw.  $\rho_{i,\text{Ziel, Bestand}}$  werden je Material-Nutzungs-Kombination entsprechend Abschnitt 9.3.2 iterativ bestimmt. Die Betonqualität wird über die Streuung der Druckfestigkeit variiert, dabei erfolgt zunächst nur die Berechnung für die beiden Randwerte  $\sigma_{fc} = 4,85$  und  $10,0 \text{ MN/m}^2$ . Die zugehörigen Teilsicherheitsbeiwerte  $\gamma_s$  und  $\gamma_c$  werden mit dem Optimierungsmodul nach Abschnitt 9.2.2 aus den Zielbewehrungsgraden berechnet.

Im Hinblick auf die untersuchten Qualitätsstufen ergeben sich lediglich bei den berechneten Optima Differenzen. Nach Auswahl der Teilsicherheitsbeiwerte auf Grundlage der berechneten globalen Optima zeigt sich, dass die Auswahlwerte für  $\sigma_{fc} = 4,85$  und  $10,0 \text{ MN/m}^2$  gleich sind. Eine weitere Differenzierung der Betonqualität ist nicht erforderlich. Damit sind im Gegensatz zur Durchlaufplatte die modifizierten Teilsicherheitsbeiwerte der Einfeldplatte für alle Betonqualitäten anwendbar. Für Standardabweichungen der Druckfestigkeit  $\sigma_{fc} > 6,0 \text{ MN/m}^2$  ist lediglich der Mindestwert der mittleren Druckfestigkeit  $f_{cm} = 28 \text{ MN/m}^2$  zu beachten. Die Ergebnisse sind in Tabelle 9.22 zusammengefasst.

**Tabelle 9.22: modifizierte Teilsicherheitsbeiwerte für den Nachweis von Einfeld-Platten**

Einfeldträger Platte		$\beta_{\text{Ziel}} = 4,7 \text{ (EC 0)}$			$\beta_{\text{Ziel}} = 4,2 \text{ (Bestand)}$		
		B220	B420	B500	B220	B420	B500
A Wohnen	$\gamma_c$	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
	$\gamma_s$	1,15	1,15	1,15	1,05	1,05	1,05
B Büro+TW	$\gamma_c$	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
	$\gamma_s$	1,05	1,05	1,05	1,00	1,00	1,00
C Schule+TW	$\gamma_c$	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
	$\gamma_s$	1,05	1,05	1,05	1,00	1,00	1,00
D Verkauf+TW	$\gamma_c$	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
	$\gamma_s$	1,05	1,05	1,05	1,00	1,00	1,00
<b>Anwendungs- Bedingung</b>		nach Standardabweichung der Druckfestigkeit aus Bauwerksprüfung					
		○ Qualitätsstufe „gut“ ( $\sigma_{fc} \leq 6,0 \text{ MN/m}^2$ ) : $f_{cm} \geq 20 \text{ MN/m}^2$					
		○ Qualitätsstufe „schlecht“ ( $\sigma_{fc} > 6,0 \text{ MN/m}^2$ ) : $f_{cm} \geq 28 \text{ MN/m}^2$					

Ein Vergleich der Teilsicherheitsbeiwerte in Tabelle 9.22 mit den Ergebnissen für die Durchlaufplatte in Tabelle 9.6 a und b zeigt, dass beim Nachweis der Einfeldplatte kleinere Teilsicherheitsbeiwerte angewandt werden können. Würden diese Werte aus der Komponentenbetrachtung auf das Durchlaufsystem übertragen, so würde die geforderte Zielzuverlässigkeit unterschritten. Hier wirkt sich die stärkere Streuung der Nutzhöhe  $d_{\text{oben}}$  aus (Variante b). Die ausschließliche Elementbetrachtung würde dieses Phänomen vernachlässigen und lieferte auf der unsicheren Seite liegende Ergebnisse.

Die unterschiedliche Streuung der Nutzhöhe ist jedoch nur für den hier bewusst ungünstig modellierten Fall der schlanken Platte maßgebend. Mit zunehmender Bauteilgröße sinkt der Einfluss von Maßabweichungen (s. Bilder 6.6 und 6.7, Abschnitt 6.2.1.4. In diesem Fall lieferte die Elementbetrachtung auf der sicheren Seite liegende Ergebnisse (Variante a).



### 9.5.2) Balken

Maßgebend für die Zuverlässigkeit des Einfeldbalkens ist entweder die Querkrafttragfähigkeit am Auflager (Elemente (1101) oder (1102)) oder die Biegezugtragfähigkeit im Feld (Element (120)). Entscheidend wird das Element mit der höheren Versagenswahrscheinlichkeit.

In Kapitel 8 konnte für den Durchlaufträger eindeutig die Dominanz des Zugstrebenversagens nachgewiesen werden. Hieraus ergaben sich keine weiteren Systemreserven. Im Hinblick auf weitere Tragreserven nach dem ersten Versagen verhält sich der Durchlaufträger in diesem Fall wie ein statisch bestimmtes System, bei dem sich die Systemzuverlässigkeit auch aus der Zuverlässigkeit des schwächsten Elements ergibt. Die Berechnungen am Durchlaufträger nehmen damit etwa die Überlegungen für einen statisch bestimmt gelagerten Balken vorweg.

Die optimalen Teilsicherheitsbeiwerte des durchlaufenden Balkens wurden aus den Zugstreben-elementen entwickelt unter paralleler Berücksichtigung der Biegeelemente. Diese getrennte Betrachtung der Versagenselemente entsprach bereits der Vorgehensweise für den Einfeldbalken. Da in der hier vorgenommenen Modellierung das Druckstrebenversagen keine Rolle spielt, erfolgte die Entwicklung der Teilsicherheitsbeiwerte lediglich aus Zugstreben- und Biegeelement.

Die für den Durchlaufträger entwickelten Teilsicherheitsbeiwerte wären auch für den Einfeldbalken anwendbar, wenn sich die Versagenswahrscheinlichkeiten der einzelnen Elemente zueinander vergleichbar einstellen ( $\rho_{f,(Zugstrebe)} > \rho_{f,(Biegung)} > \rho_{f,(Druckstrebe)}$ ) und die zuverlässigkeitstheoretischen Reserven in vergleichbarer Größenordnung liegen. In diesem Sinne wurde hier überprüft, inwieweit sich die Teilsicherheitsbeiwerte für den statisch bestimmt gelagerten Balken ändern können.

Für das neue System sind die Einwirkungen in den Grenzzustandsgleichungen neu zu formulieren. Die Widerstände der Grenzzustandsgleichungen ergeben sich in Anlehnung an Abschnitt 6.3.2:

Biegezugtragfähigkeit

$$M_{R,B} = \theta_{RM} \cdot \frac{A_{s0}}{b_0 \cdot d_0} \cdot \rho_f \cdot b_{\text{eff,field}} \cdot d^2 \cdot f_y \cdot \left( 1 - \frac{A_{s0}}{b_0 \cdot d_0} \cdot \rho_f \cdot \frac{k_a}{\alpha_v} \cdot \frac{f_y}{\alpha_{cc} \cdot f_c} \right) \quad (9.26),$$

Druckstrebentragfähigkeit ( $\alpha = 45^\circ$  und  $\cot\theta = 1,2$ )

$$V_{R,\max,45} = \theta_{RV,\max} \cdot v_1 \cdot \alpha_{cc} \cdot f_c \cdot b_0 \cdot b_w \cdot d_0 \cdot d \cdot 1,98 / 2,44 \quad (9.27),$$

Zugstrebentragfähigkeit ( $\alpha = 45^\circ$  und  $\cot\theta = 1,2$ )

$$V_{R,s,45,a} = \theta_{RV,s} \cdot a_{sw,0} \cdot a_{sw,a} \cdot f_y \cdot d_0 \cdot d \cdot 1,98 / \sqrt{2} \quad (9.28).$$

Die zugehörigen Grenzzustandsgleichungen sind in Tabelle 9.23 zusammengestellt.

**Tabelle 9.23: Grenzzustandsgleichungen des Einfeld-Balkens**

Nr.	Grenzzustandsgleichung	
(1101)	$0 = V_{R,\max} - \theta_{EV} \cdot 0,5 \cdot (g_0 \cdot g + q) \cdot l$	(9.29)
(1102)	$0 = V_{R,s,a} - \theta_{EV} \cdot 0,5 \cdot (g_0 \cdot g + q) \cdot l$	(9.30)
(120)	$0 = M_{R,B} - \theta_{EM} \cdot 0,125 \cdot (g_0 \cdot g + q) \cdot l^2$	(9.31)

Mit diesen Grenzzustandsgleichungen wurden auf Basis der Modellierung nach Kapitel 6 die Zielbewehrungsgrade  $\rho_{sw}$  und  $\rho_l$  bestimmt, die zugehörigen Teilsicherheitsbeiwerte berechnet und entsprechend den hier gewählten Randbedingungen ausgewählt. Das Vorgehen entspricht der Darstellung in den Abschnitten 9.4 und 9.5. Dabei konnte auch für den Einfeldträger die Dominanz des Zugstrebenversagens gegenüber dem Biegezugversagen bestätigt werden. Die Zielbewehrungsgrade  $\rho_{sw}$  und  $\rho_l$  stellten sich den Werten in Abschnitt 9.4.2 vergleichbar ein. Die Querkraftbewehrungsgrade  $\rho_{sw,Ziel}$  ergeben sich nunmehr gänzlich unabhängig von der Druckfestigkeit, die Längsbewehrungsgrade weichen nur sehr geringfügig von den Werten in Abschnitt 9.4.3.2 ab. Die Berechnung und Auswahl der Teilsicherheitsbeiwerte führt letztlich zu den bereits in Tabelle 9.17 vorgestellten Endergebnissen.

Damit erübrigt sich für den Balken eine weitere Betrachtung des Einfeldträgers. Bei Anwendung der Beiwerte nach Tabelle 9.17 kann auf eine Differenzierung nach statisch bestimmten und unbestimmten Systemen verzichtet werden.

### 9.6) Vergleich mit Teilsicherheitsbeiwerten aus dem Bemessungspunkt (Beispiele)

Die modifizierten Teilsicherheitsbeiwerte (Tabelle 9.30) werden nachfolgend in kurzen Beispielen für ausgewählte Kombinationen mit Teilsicherheitsbeiwerten verglichen, die gemäß [DIN EN 1990 (2010)] aus dem Bemessungspunkt ermittelt wurden (s. Tabelle 4.5). Nach einer deterministischen Bemessung mit normgemäßen Teilsicherheitsbeiwerten wird probabilistisch der Bemessungspunkt bestimmt. Aus den Bemessungswerten der Basisvariablen lassen sich mit Tabelle 4.5 die Teilsicherheitsbeiwerte jeder streuenden Variablen bestimmen. Für einen groben Vergleich mit den Normwerten erfolgt eine Zusammenfassung wesentlicher Teilwerte gemäß Bild 2.5. Stellvertretend werden das Systemverhalten der durchlaufenden Platte in Kombination B220 - C30 - Nutzung D und das Elementversagen eines Einfeldbalkens in Kombination B420 - C20 - Nutzung C betrachtet.

Wie schon die Herleitung von Teilsicherheitsbeiwerten in den vorangegangenen Abschnitten zeigt der Vergleich mit den aus dem Bemessungspunkt bestimmten Werten, dass zur Bewertung der Biegezug- und Querkrafttragfähigkeit von Platten und Balken der Beiwert  $\gamma_C$  deutlich reduziert werden kann. Die Reduktion entspricht den Sensitivitätsanalysen (s. Abschnitte 7.3 und 8.3), die einen sehr geringen Einfluss der Streuung der Druckfestigkeit auf das Systemversagen ergaben (Platte:  $\alpha_{fc} \approx 0$  bei Druckfestigkeiten  $\mu_{fc} \geq 24 \text{ MN/m}^2$  und  $\alpha_{fc} \approx 1 \dots 9\%$  bei  $\mu_{fc} < 24 \text{ MN/m}^2$ ; Balken:  $\alpha_{fc} = 0$ ).

#### 9.6.1) Systemversagen Platte: Beispiel B 220 / C 30 / Nutzung D

**Beispiel:** Durchlaufträger Platte,  $l = 4,90 \text{ m}$ ,  $d = 0,14 \text{ m}$   
 Material B220 / C30 ( $\sigma_{fc} < 6,0 \text{ MN/m}^2$ ), Nutzung D:  $g_k = 5,625 \text{ kN/m}^2$ ,  $q_k = 6,2 \text{ kN/m}^2$

#### Bemessung und Zuverlässigkeit mit Teilsicherheitsbeiwerten nach Norm

Teilsicherheitsbeiwerte:  $\gamma_C = 1,50$ ;  $\gamma_S = 1,15$ ;  $\gamma_G = 1,35$ ;  $\gamma_Q = 1,50$   
 erforderliche Bewehrung:  $\mu_{Eds} = 0,152$ ,  $\text{erf}\rho = 0,01479$   
 Zuverlässigkeit mit  $\text{vorh}\rho = \text{erf}\rho$ :  $\beta = 5,364 > 4,7$

Tabelle 9.24: Bemessungswerte  $X_i^*$  und Teilsicherheitsbeiwerte  $\gamma$  nach Normbemessung (Beispiel)

$X_i$	$F(X)$	$\mu$	$\sigma$	$v$	$\alpha_i$	$X^*$	$X_k$	$\gamma$
$\theta_{RM}$	LN	1,15	0,087	0,076	0,30270	1,033	1,150	1,114
$\theta_{EM}$	LN	1,00	0,100	0,100	-0,39970	1,207	1,000	1,207
$\theta_{RV,c}$	LN	1,00	0,200	0,200	0,00000	1,000	1,000	1,000
$\theta_{EV}$	LN	1,00	0,100	0,100	0,00000	1,000	1,000	1,000
$d_{0,unten}$	N	1,00	0,051	0,051	0,09073	0,978	1,000	1,022
$d_{0,oben}$	N	1,00	0,074	0,074	0,21890	0,924	1,000	1,082
$g_0$	N	1,00	0,100	0,100	-0,14360	1,067	1,000	1,067
$q$	Gumbel	0,0030 MN/m <sup>2</sup>	0,0008 MN/m <sup>2</sup>	0,257	-0,70820	0,007 MN/m <sup>2</sup>	0,0062 MN/m <sup>2</sup>	1,178
$A_{s0}$	N	1,00	0,020	0,020	0,07635	0,993	1,000	1,007
$f_c$	LN	38,0 MN/m <sup>2</sup>	4,85 MN/m <sup>2</sup>	0,128	0,02792	37,4 MN/m <sup>2</sup>	30,0 MN/m <sup>2</sup>	0,803
$f_y$	LN	280 MN/m <sup>2</sup>	30 MN/m <sup>2</sup>	0,107	0,40450	228,4 MN/m <sup>2</sup>	220,0 MN/m <sup>2</sup>	0,963

- Variable  $X_i$  und Streuwerte gemäß Modell Tabelle 6.12
- Sensitivitäten  $\alpha_i$  und Zuverlässigkeit  $\beta$  aus probabilistischer Rechnung
- Bemessungswerte  $X^*$  und Teilsicherheitsbeiwerte  $\gamma$  gemäß Tabelle 4.5

#### Zusammenfassung der $\gamma$ zu Beiwerten $\gamma_S, \gamma_C, \gamma_G, \gamma_Q$

(hier vereinfacht unter Vernachlässigung der Einflüsse von  $d_0, A_{s0}$ )

$$\gamma_S = \gamma_{i_y} \cdot \frac{\gamma_{\theta_{RM}}}{\theta_{RM,k}} = 0,963 \cdot \frac{1,114}{1,15} = 0,933 < 1 \rightarrow 1,0 < 1,15$$

$$\gamma_C = \gamma_{i_c} \cdot \frac{\gamma_{\theta_{RM}}}{\theta_{RM,k}} = 0,803 \cdot \frac{1,114}{1,15} = 0,778 < 1 \rightarrow 1,0 < 1,5$$

$$\gamma_G = \gamma_{g_0} \cdot \gamma_{\theta_{EM}} \cdot \theta_{EM,k} = 1,067 \cdot 1,0 \cdot 1,207 = 1,288 < 1,35$$

$$\gamma_Q = \gamma_{q} \cdot \gamma_{\theta_{EM}} \cdot \theta_{EM,k} = 1,178 \cdot 1,0 \cdot 1,207 = 1,422 < 1,5$$

#### Bemessung und Zuverlässigkeit mit modifizierten Teilsicherheitsbeiwerten

Teilsicherheitsbeiwerte:  $\gamma_{C,mod} = 1,0$ ;  $\gamma_{S,mod} = 1,10$ ;  $\gamma_G = 1,35$ ;  $\gamma_Q = 1,50$   
 erforderliche Bewehrung:  $\mu_{Eds} = 0,1014$ ,  $\text{erf}\rho = 0,01369$   
 Zuverlässigkeit mit  $\text{vorh}\rho = \text{erf}\rho$ :  $\beta = 5,074 > 4,7$

**Tabelle 9.25: Bemessungswerte  $X_i^*$  und Teilsicherheitsbeiwerte  $\gamma$  nach modifizierter Bemessung**

$X_i$	$F(X)$	$\mu$	$\sigma$	$\nu$	$\alpha_i$	$X^*$	$X_k$	$\gamma$
$\theta_{RM}$	LN	1,15	0,087	0,076	0,30480	1,032	1,150	1,114
$\theta_{EM}$	LN	1,00	0,100	0,100	-0,40250	1,208	1,000	1,208
$\theta_{RV,c}$	LN	1,00	0,200	0,200	0,00000	1,000	1,000	1,000
$\theta_{EV}$	LN	1,00	0,100	0,100	0,00000	1,000	1,000	1,000
$d_{0,unten}$	N	1,00	0,051	0,051	0,09021	0,979	1,000	1,022
$d_{0,oben}$	N	1,00	0,074	0,074	0,21820	0,924	1,000	1,082
$g_0$	N	1,00	0,100	0,100	-0,15090	1,071	1,000	1,071
$q$	Gumbel	0,0030 MN/m <sup>2</sup>	0,0008 MN/m <sup>2</sup>	0,257	-0,70180	0,007 MN/m <sup>2</sup>	0,0062 MN/m <sup>2</sup>	1,168
$A_{s0}$	N	1,00	0,020	0,020	0,07721	0,993	1,000	1,007
$f_c$	LN	38,0 MN/m <sup>2</sup>	4,85 MN/m <sup>2</sup>	0,128	0,02593	37,4 MN/m <sup>2</sup>	30,0 MN/m <sup>2</sup>	0,802
$f_y$	LN	280 MN/m <sup>2</sup>	30 MN/m <sup>2</sup>	0,107	0,40920	227,9 MN/m <sup>2</sup>	220,0 MN/m <sup>2</sup>	0,966

- Variable  $X_i$  und Streuwerte gemäß Modell Tabelle 6.12  
 - Sensitivitäten  $\alpha_i$  und Zuverlässigkeit  $\beta$  aus probabilistischer Rechnung  
 - Bemessungswerte  $X^*$  und Teilsicherheitsbeiwerte  $\gamma$  gemäß Tabelle 4.5

**Zusammenfassung der  $\gamma$  zu Beiwerten  $\gamma_s, \gamma_c, \gamma_G, \gamma_Q$  (Einflüsse  $d_0, A_{s0}$  vernachlässigt)**

$$\gamma_s = \gamma_{f_y} \cdot \frac{\gamma_{\theta_{RM}}}{\theta_{RM,k}} = 0,966 \cdot \frac{1,114}{1,15} = 0,936 < 1 \rightarrow 1,0 < 1,15$$

$$\gamma_c = \gamma_{f_c} \cdot \frac{\gamma_{\theta_{RM}}}{\theta_{RM,k}} = 0,802 \cdot \frac{1,114}{1,15} = 0,777 < 1 \rightarrow 1,0 < 1,5$$

$$\gamma_G = \gamma_{g_0} \cdot \gamma_{\theta_{EM}} \cdot \theta_{EM,k} = 1,071 \cdot 1,0 \cdot 1,208 = 1,294 < 1,35$$

$$\gamma_Q = \gamma_q \cdot \gamma_{\theta_{EM}} \cdot \theta_{EM,k} = 1,168 \cdot 1,0 \cdot 1,208 = 1,411 < 1,5$$

**Tabelle 9.26: Vergleich der Teilsicherheitsbeiwerte (Beispiel Platte)**

	TSF im Bemessungspunkt		TSF nach Norm	modifizierte TSF
	Ausgangswerte Normbemessung	Ausgangswerte modifizierte TSF	EC 2 $\rightarrow \gamma_s, \gamma_c$ EC 0 $\rightarrow \gamma_G, \gamma_Q$	Tabelle 9.30 $\rightarrow \gamma_s, \gamma_c$ EC 0 $\rightarrow \gamma_G, \gamma_Q$
$\gamma_s$	(0,933) 1,0	(0,936) 1,0	1,15	1,10
$\gamma_c$	(0,778) 1,0	(0,777) 1,0	1,50	1,00
$\gamma_G$	1,288	1,294	1,35	1,35
$\gamma_Q$	1,422	1,411	1,50	1,50

**9.6.2) Elementversagen Balken: Beispiel B 420 / C 20 / Nutzung C**

**Beispiel:** Einfeldträger Balken, Bewertung des Biegezugversagens,  $l = 6,00$  m,  $d = 0,75$  m  
 Material B420 / C20 ( $\sigma_{tc} < 6,0$  MN/m<sup>2</sup>), Nutzung C,  $g_k = 42,45$  kN/m,  $q_k = 25,72$  kN/m

**Bemessung und Zuverlässigkeit mit Teilsicherheitsbeiwerten nach Norm**

Teilsicherheitsbeiwerte:  $\gamma_c = 1,50$ ;  $\gamma_s = 1,15$ ;  $\gamma_G = 1,35$ ;  $\gamma_Q = 1,50$

erforderliche Bewehrung:  $\mu_{Eds} = 0,1692$ ,  $erf\rho = 0,00581$

Zuverlässigkeit mit  $vorh\rho = erf\rho$ :  $\beta = 5,790 > 4,7$

**Tabelle 9.27: Bemessungswerte  $X_i^*$  und Teilsicherheitsbeiwerte  $\gamma$  nach Normbemessung (Beispiel Balken, Biegezugversagen)**

$X_i$	$F(X)$	$\mu$	$\sigma$	$\nu$	$\alpha_i$	$X^*$	$X_k$	$\gamma$
$\theta_{RM}$	LN	1,1	0,077	0,070	0,3711	0,974	1,100	1,130
$\theta_{EM}$	LN	1,0	0,070	0,070	-0,3711	1,130	1,000	1,130
$f_y$	LN	480 MN/m <sup>2</sup>	30,0 MN/m <sup>2</sup>	0,0625	0,3111	438,1 MN/m <sup>2</sup>	420 MN/m <sup>2</sup>	0,959
$f_c$	LN	28 MN/m <sup>2</sup>	4,85 MN/m <sup>2</sup>	0,1732	0,0559	26,8 MN/m <sup>2</sup>	20 MN/m <sup>2</sup>	0,748
$g_0$	N	1,0	0,100	0,100	0,1142	1,114	1,000	1,114
$q$	Gumbel	0,0131 MN/m	0,0037 MN/m	0,282	-0,2420	0,0352 MN/m	0,0257 MN/m	1,369
$d_0$	N	1,0	0,020	0,020	-0,7369	0,989	1,000	1,011
$A_{s0}$	N	1,0	0,020	0,020	0,1008	0,905	1,000	1,105
$b_0$	N	1,0	0,0125	0,0125	0,0041	1,000	1,000	1,000

- Variable  $X_i$  und Streuwerte gemäß Modell Tabelle 6.15  
 - Sensitivitäten  $\alpha_i$  und Zuverlässigkeit  $\beta$  aus probabilistischer Rechnung  
 - Bemessungswerte  $X^*$  und Teilsicherheitsbeiwerte  $\gamma$  gemäß Tabelle 4.5

**Zusammenfassung der  $\gamma$  zu Beiwerten  $\gamma_s, \gamma_c, \gamma_G, \gamma_Q$**

(hier vereinfacht unter Vernachlässigung der Einflüsse von  $d_0, A_{s0}, b_0$ , mit  $\gamma \approx 1,0$ )

$$\gamma_s = \gamma_{i_y} \cdot \frac{\gamma_{\theta_{RM}}}{\theta_{RM,k}} = 0,959 \cdot \frac{1,130}{1,1} = 0,985 < 1 \rightarrow 1,0 < 1,15$$

$$\gamma_c = \gamma_{i_c} \cdot \frac{\gamma_{\theta_{RM}}}{\theta_{RM,k}} = 0,748 \cdot \frac{1,130}{1,1} = 0,768 < 1 \rightarrow 1,0 < 1,5$$

$$\gamma_G = \gamma_{g_0} \cdot \gamma_{\theta_{EM}} \cdot \theta_{EM,k} = 1,114 \cdot 1,0 \cdot 1,130 = 1,259 < 1,35$$

$$\gamma_Q = \gamma_q \cdot \gamma_{\theta_{EM}} \cdot \theta_{EM,k} = 1,369 \cdot 1,0 \cdot 1,130 = 1,547 > 1,5$$

**Bemessung und Zuverlässigkeit mit modifizierten Teilsicherheitsbeiwerten**

Teilsicherheitsbeiwerte:  $\gamma_{c,mod} = 1,0$ ;  $\gamma_{s,mod} = 1,05$ ;  $\gamma_G = 1,35$ ;  $\gamma_Q = 1,50$

erforderliche Bewehrung:  $\mu_{Eds} = 0,1128$ ,  $erf\rho = 0,00511$

Zuverlässigkeit mit  $vorh\rho = erf\rho$ :  $\beta = 5,141 > 4,7$

**Tabelle 9.28: Bemessungswerte  $X_i^*$  und Teilsicherheitsbeiwerte  $\gamma$  nach modifizierter Bemessung (Beispiel Balken, Biegezugversagen)**

$X_i$	$F(X)$	$\mu$	$\sigma$	$v$	$\alpha_i$	$X^*$	$X_k$	$\gamma$
$\theta_{RM}$	LN	1,1	0,077	0,07	0,3794	0,971	1,100	1,133
$\theta_{EM}$	LN	1,0	0,070	0,07	-0,3794	1,133	1,000	1,133
$f_y$	LN	480 MN/m <sup>2</sup>	30,0 MN/m <sup>2</sup>	0,0625	0,3207	436,8 MN/m <sup>2</sup>	420 MN/m <sup>2</sup>	0,961
$f_c$	LN	28 MN/m <sup>2</sup>	4,85 MN/m <sup>2</sup>	0,1732	0,0498	26,9 MN/m <sup>2</sup>	20 MN/m <sup>2</sup>	0,744
$g_0$	N	1,0	0,100	0,100	-0,2684	1,126	1,000	1,126
$q$	Gumbel	0,0131 MN/m	0,0037 MN/m	0,282	-0,7146	0,0341 MN/m	0,0257 MN/m	1,326
$d_0$	N	1,0	0,020	0,020	0,1157	0,989	1,000	1,011
$A_{s0}$	N	1,0	0,020	0,020	0,1038	0,902	1,000	1,108
$b_0$	N	1,0	0,0125	0,0125	0,0036	1,000	1,000	1,000

- Variable  $X_i$  und Streuwerte gemäß Modell Tabelle 6.15  
 - Sensitivitäten  $\alpha_i$  und Zuverlässigkeit  $\beta$  aus probabilistischer Rechnung  
 - Bemessungswerte  $X^*$  und Teilsicherheitsbeiwerte  $\gamma$  gemäß Tabelle 4.5

**Zusammenfassung der  $\gamma$  zu Beiwerten  $\gamma_s, \gamma_c, \gamma_G, \gamma_Q$**

(hier vereinfacht unter Vernachlässigung der Einflüsse von  $d_0, A_{s0}, b_0$ , mit  $\gamma \approx 1,0$ )

$$\gamma_s = \gamma_{i_y} \cdot \frac{\gamma_{\theta_{RM}}}{\theta_{RM,k}} = 0,961 \cdot \frac{1,133}{1,1} = 0,990 < 1 \rightarrow 1,0 < 1,15$$

$$\gamma_c = \gamma_{i_c} \cdot \frac{\gamma_{\theta_{RM}}}{\theta_{RM,k}} = 0,744 \cdot \frac{1,133}{1,1} = 0,766 < 1 \rightarrow 1,0 < 1,5$$

$$\gamma_G = \gamma_{g_0} \cdot \gamma_{\theta_{EM}} \cdot \theta_{EM,k} = 1,126 \cdot 1,0 \cdot 1,133 = 1,276 < 1,35$$

$$\gamma_Q = \gamma_q \cdot \gamma_{\theta_{EM}} \cdot \theta_{EM,k} = 1,326 \cdot 1,0 \cdot 1,133 = 1,502 > 1,5$$

**Tabelle 9.29: Vergleich der Teilsicherheitsbeiwerte (Beispiel Balken)**

	TSF im Bemessungspunkt		TSF nach Norm EC 2 $\rightarrow \gamma_s, \gamma_c$ EC 0 $\rightarrow \gamma_G, \gamma_Q$	modifizierte TSF Tabelle 9.30 $\rightarrow \gamma_s, \gamma_c$ EC 0 $\rightarrow \gamma_G, \gamma_Q$
	Ausgangswerte Normbemessung	Ausgangswerte modifizierte TSF		
$\gamma_s$	(0,985) 1,0	(0,990) 1,0	1,15	1,05
$\gamma_c$	(0,768) 1,0	(0,766) 1,0	1,50	1,00
$\gamma_G$	1,259	1,276	1,35	1,35
$\gamma_Q$	1,547	1,502	1,50	1,50

## 9.7) Tragfähigkeitsreserven und -defizite in Beispielen

### 9.7.1) Prinzip

Anhand ausgewählter Beispiele wird nachfolgend demonstriert, wie sich zuverlässigkeitstheoretische Reserven und Defizite in Verbindung mit den Reserven und Defiziten aus Bemessungsergebnissen nach früheren Normen auswirken können. Die hier aufgezeigten Reserven sollen der Abschätzung in einem frühen Stadium der Nachweisführung dienen. Die Modellierung nach Kapitel 6 enthält entsprechende Vereinfachungen. Weitere Reserven wären unter Berücksichtigung der tatsächlichen Verhältnisse bei Umlagerung der Schnittkräfte sowie bei plastischer oder nichtlinearer Berechnung auffindbar. Die Zusammenstellung dient der Erläuterung und erhebt keinen Anspruch auf Vollständigkeit. Möglichen Reserven bzw. Defizite einer bestehenden Konstruktion werden hier nur für ausgewählte Elementnachweise demonstriert. Dabei werden die aus dem Systemzusammenhang hergeleiteten modifizierten Teilsicherheitsbeiwerte angewandt.

Reserven oder Defizite werden in den Beispielen ausgedrückt durch das Verhältnis der vorhandenen zur erforderlichen Bewehrung

$$R = \rho_{\text{vorh}} / \rho_{\text{erf}} \quad (9.32).$$

Vereinfachend wird nachfolgend allgemein von „Reserve“  $R$  gesprochen, tatsächlich gilt:

$$\begin{array}{ll} R < 1 & \text{Defizit,} \\ R > 1 & \text{Reserve.} \end{array}$$

Die vorhandene Bewehrung  $\rho_{\text{vorh}}$  ergibt sich aus der Bauaufnahme. In den Beispielen wird unterstellt, dass im bestehenden Bauteil die nach den Bemessungsvorschriften der Bauzeit erforderliche Bewehrungsmenge mindestens vorhanden ist (Bsp.  $\rho_{\text{vorh}} = \rho_{\text{n-Verf}}$  bei Bemessung mit  $n$ -Verfahren). Die erforderliche Bewehrung  $\rho_{\text{erf}}$  ergibt sich aus dem Bemessungsziel und wird differenziert in

$$\begin{array}{ll} \rho_{\text{erf}} = \rho_{\text{EC}} & \text{bei Bemessung nach Eurocodes} & \text{bzw.} \\ \rho_{\text{erf}} = \rho_{\text{mod}} & \text{bei Bemessung mit modifizierten Teilsicherheitsbeiwerten.} \end{array}$$

Die mit modifizierten Teilsicherheitsbeiwerten bemessene Bewehrung  $\rho_{\text{mod}}$  wird weiter nach dem jeweiligen Zuverlässigkeitsziel differenziert

$$\begin{array}{ll} \rho_{\text{mod,EC0}} & \text{bei Zuverlässigkeitsziel } \beta = 4,7 \text{ nach [DIN EN 1990 (2010)]} \\ & \text{(Teilsicherheitsbeiwerte z.B. Tabelle 9.6a)} \\ \rho_{\text{mod,Bestand}} & \text{bei Zuverlässigkeitsziel } \beta = 4,2 \text{ nach [JCSS 2001-04]} \\ & \text{für Bestandsbauwerke (Teilsicherheitsbeiwerte z.B. Tabelle 9.6b).} \end{array}$$

Der Verhältniswert  $R$  setzt sich aus zwei Anteilen zusammen:

- **Bemessungsanteil**      Verhältnis der Bewehrung nach früheren Bemessungsverfahren zur Bewehrung bei Bemessung nach Eurocode
 
$$R_1 = \rho_{\text{vorh}} / \rho_{\text{EC}} \quad (9.33)$$
 (z.B. bei  $\rho_{\text{vorh}} = \rho_{\text{n-Verf}}$  aus Bemessung mit  $n$ -Verfahren  $R_1 = \rho_{\text{n-Verf}} / \rho_{\text{EC}}$ ),
- **Zuverlässigkeitsanteil**      Verhältnis der Bewehrung bei Bemessung nach Eurocode zur Bewehrung bei Bemessung mit modifizierten Teilsicherheitsbeiwerten
 
$$R_2 = \rho_{\text{EC}} / \rho_{\text{mod}} \quad (9.34)$$
 mit Differenzierung von  $R_2$  nach dem Zuverlässigkeitsziel
 
$$R_{2,a} = \rho_{\text{EC}} / \rho_{\text{mod,EC0}} \quad \text{bei Zuverlässigkeitsziel } \beta = 4,7 \quad \text{bzw.}$$

$$R_{2,b} = \rho_{\text{EC}} / \rho_{\text{mod,Bestand}} \quad \text{bei Zuverlässigkeitsziel } \beta = 4,2 .$$

Zur Verdeutlichung der Anteile von Bemessungs- und Zuverlässigkeitsreserve wird in den Beispielen die Gesamtreserve aus der Multiplikation der beiden Anteile  $R_1$  und  $R_2$  gebildet:

$$\text{▪ Gesamt} \quad R = \frac{\rho_{\text{vorh}}}{\rho_{\text{erf}}} = \frac{\rho_{\text{n-Verf}}}{\rho_{\text{mod}}} = \frac{\rho_{\text{n-Verf}}}{\rho_{\text{EC}}} \cdot \frac{\rho_{\text{EC}}}{\rho_{\text{mod}}} = R_1 \cdot R_2 \quad (9.35).$$

**9.7.2) Platte**
**9.7.1.1) Beispiel 1: B420 Nutzung A, Nachweis wegen Verlust des Bestandsschutzes**

<b>Objekt</b>	Wohngebäude, Bauzeit $\approx$ 1965 → Norm zur Bauzeit: [DIN 1045 (1959)], Normengeneration DIN 1945 (1943-1972)
<b>Planung</b>	Umbau des Wohnhauses mit wesentlichen Eingriffen (Bestandsschutz aufgehoben) geplante Nutzung: Wohnen
<b>Material</b>	(aus Bauaufnahme) Betonstahl III („B420“) $f_{yk} = 420 \text{ MN/m}^2$ Beton $f_{ck} = 20 \text{ MN/m}^2$ , $\sigma_{fc} \approx 6,0 \text{ MN/m}^2$
<b>Einwirkungen</b>	ständige Last $g_k = 5,625 \text{ kN/m}^2$ veränderliche Last $q_k = 1,5 \text{ kN/m}^2$
<b>Nachweis</b>	Deckenplatte gemäß Randbedingungen Kapitel 6, Nachweis der Längsbewehrung $\rho_{st}$

vorhandene Bewehrung aus Bauaufnahme	erforderliche Bewehrung gemäß Planungsziel	Reserve / Defizit
$\rho_{\text{vorh}} \geq \rho_{\text{n-Verf}}$ gemäß [DIN 1045 (1959)]	$\rho_{\text{erf}} = \rho_{\text{EC}}$ gemäß [DIN EN 1992-1-1 (2011)]	
zulässige Spannungen zul $\sigma_b = 10 \text{ MN/m}^2$ zul $\sigma_e = 240 \text{ MN/m}^2$	Teilsicherheitsbeiwerte $\gamma_G = 1,35$ ; $\gamma_Q = 1,5$ (EC 0) $\gamma_C = 1,5$ ; $\gamma_S = 1,15$ (EC 2)	Bemessungsanteil $R_1 = \frac{\rho_{\text{n-Verf}}}{\rho_{\text{EC}}}$
Bewehrung nach n-Verfahren $F_{e,n\text{-Verf}} = 6,91 \text{ cm}^2/\text{m}$ $\rho_{\text{n-Verf}} = 0,004936 = \rho_{\text{vorh}}$	erforderliche Bewehrung $A_{s,EC} = 6,24 \text{ cm}^2/\text{m}$ $\rho_{\text{EC}} = 0,004456 < \rho_{\text{n-Verf}}$	$R_1 = \frac{0,004936}{0,004456}$ <b><math>R_1 = 1,108 &gt; 1</math></b>
		<b>→ Reserve</b>

**modifizierter Nachweis** unter Ansatz modifizierter Teilsicherheitsbeiwerte nach Tabelle 9.6

	$\rho_{\text{erf}} = \rho_{\text{mod,EC0}}$ mit modifizierten TSF nach Tabelle 9.6a ( $\beta_{\text{Ziel}} = 4,7$ )	Reserve / Defizit
	Teilsicherheitsbeiwerte $\gamma_G = 1,35$ ; $\gamma_Q = 1,5$ (EC 0) $\gamma_{C,\text{mod}} = 1,0$ ; $\gamma_{S,\text{mod}} = 1,20$ (Tab. 9.6a)	Zuverlässigkeitsanteil $R_{2,a} = \frac{\rho_{\text{EC}}}{\rho_{\text{mod,EC0}}}$
	erforderliche Bewehrung $A_{s,\text{mod,EC0}} = 6,33 \text{ cm}^2/\text{m}$ $\rho_{\text{mod,EC0}} = 0,004524 > \rho_{\text{EC}}$	$R_{2,a} = \frac{0,004456}{0,004524}$ <b><math>R_{2,a} = 0,985 &lt; 1</math></b>
		<b>→ Defizit</b>

	$\rho_{\text{erf}} = \rho_{\text{mod,Bestand}}$ mit modifizierten TSF nach Tabelle 9.6b ( $\beta_{\text{Ziel,Bestand}} = 4,2$ )	Reserve / Defizit
	Teilsicherheitsbeiwerte $\gamma_G = 1,35$ ; $\gamma_Q = 1,5$ (EC 0) $\gamma_{C,\text{mod}} = 1,0$ ; $\gamma_{S,\text{mod}} = 1,10$ (Tab. 9.6b)	Zuverlässigkeitsanteil $R_{2,b} = \frac{\rho_{\text{EC}}}{\rho_{\text{mod,Bestand}}}$
	erforderliche Bewehrung $A_{s,\text{mod,Bestand}} = 5,81 \text{ cm}^2/\text{m}$ $\rho_{\text{mod,Bestand}} = 0,004147 < \rho_{\text{EC}}$	$R_{2,b} = \frac{0,004456}{0,004147}$ <b><math>R_{2,b} = 1,075</math></b>
		<b>→ Reserve</b>

**Gesamt**

Zielniveau	Reserve / Defizit gesamt	Kommentar
$\beta_{\text{Ziel}} = 4,7$	$R = R_1 \cdot R_{2,a} = 1,108 \cdot 0,985 = 1,091 > 1$	Ausgleich der $\beta$ - Defizite durch vorhandene Bewehrung
$\beta_{\text{Ziel,Bestand}} = 4,2$	$R = R_1 \cdot R_{2,b} = 1,108 \cdot 1,075 = 1,191 > 1$	zusätzliche Reserven bei Akzeptanz $\beta_{\text{Ziel,Bestand}} = 4,2$

**9.7.1.2) Beispiel 2: Objekt aus Beispiel 1, Umnutzung zu Nutzung B**

**Objekt** Wohngebäude, Bauzeit ≈ 1965  
 → Norm zur Bauzeit: [DIN 1045 (1959)], Normengeneration DIN 1945 (1943-1972)

**Planung** Umnutzung Kategorie A → B  
 geplante Nutzung: Büro

**Material** (aus Bauaufnahme)  
 Betonstahl III („B420“)  $f_{yk} = 420 \text{ MN/m}^2$   
 Beton  $f_{ck} = 20 \text{ MN/m}^2$ ,  $\sigma_{fc} \approx 6,0 \text{ MN/m}^2$

**Einwirkungen** ständige Last  $g_k = 5,625 \text{ kN/m}^2$   
 veränderliche Last  $q_k = 3,2 \text{ kN/m}^2$

**Nachweis** Deckenplatte gemäß Randbedingungen Kapitel 6, Nachweis der Längsbewehrung  $\rho_{st}$

vorhandene Bewehrung aus Bauaufnahme	erforderliche Bewehrung gemäß Planungsziel	Reserve / Defizit
$\rho_{\text{vorh}} \geq \rho_{\text{n-Verf}}$ gemäß [DIN 1045 (1959)]	$\rho_{\text{erf}} = \rho_{\text{EC}}$ gemäß [DIN EN 1992-1-1 (2011)]	
zulässige Spannungen zul $\sigma_b = 10 \text{ MN/m}^2$ zul $\sigma_e = 240 \text{ MN/m}^2$	Teilsicherheitsbeiwerte $\gamma_G = 1,35$ ; $\gamma_Q = 1,5$ (EC 0) $\gamma_C = 1,5$ ; $\gamma_S = 1,15$ (EC 2)	Bemessungsanteil $R_1 = \frac{\rho_{\text{n-Verf}}}{\rho_{\text{EC}}}$
Bewehrung nach n-Verfahren $F_{e,n\text{-Verf}} = 6,91 \text{ cm}^2/\text{m}$ $\rho_{\text{n-Verf}} = 0,004936 = \rho_{\text{vorh}}$	erforderliche Bewehrung $A_{s,EC} = 8,04 \text{ cm}^2/\text{m}$ $\rho_{\text{EC}} = 0,005742 > \rho_{\text{n-Verf}}$	$R_1 = \frac{0,004936}{0,005742}$ <b><math>R_1 = 0,860 &lt; 1</math></b> → Defizit

**modifizierter Nachweis** unter Ansatz modifizierter Teilsicherheitsbeiwerte nach Tabelle 9.6

	$\rho_{\text{erf}} = \rho_{\text{mod,EC0}}$ mit modifizierten TSF nach Tabelle 9.6a ( $\beta_{\text{Ziel}} = 4,7$ )	Reserve / Defizit
	Teilsicherheitsbeiwerte $\gamma_G = 1,35$ ; $\gamma_Q = 1,5$ (EC 0) $\gamma_{C,\text{mod}} = 1,0$ ; $\gamma_{S,\text{mod}} = 1,1$ (Tab. 9.6a)	Zuverlässigkeitsanteil $R_{2,a} = \frac{\rho_{\text{EC}}}{\rho_{\text{mod,EC0}}}$
	erforderliche Bewehrung $A_{s,\text{mod,EC0}} = 7,41 \text{ cm}^2/\text{m}$ $\rho_{\text{mod,EC0}} = 0,005294 < \rho_{\text{EC}}$	$R_{2,a} = \frac{0,005742}{0,005294}$ <b><math>R_{2,a} = 1,085 &gt; 1</math></b> → Reserve

	$\rho_{\text{erf}} = \rho_{\text{mod,Bestand}}$ mit modifizierten TSF nach Tabelle 9.6b ( $\beta_{\text{Ziel,Bestand}} = 4,2$ )	Reserve / Defizit
	Teilsicherheitsbeiwerte $\gamma_G = 1,35$ ; $\gamma_Q = 1,5$ (EC 0) $\gamma_{C,\text{mod}} = 1,0$ ; $\gamma_{S,\text{mod}} = 1,0$ (Tab. 9.6b)	Zuverlässigkeitsanteil $R_{2,b} = \frac{\rho_{\text{EC}}}{\rho_{\text{mod,Bestand}}}$
	erforderliche Bewehrung $A_{s,\text{mod,Bestand}} = 6,74 \text{ cm}^2/\text{m}$ $\rho_{\text{mod,Bestand}} = 0,004813 < \rho_{\text{EC}}$	$R_{2,b} = \frac{0,005742}{0,004813}$ <b><math>R_{2,b} = 1,193 &gt; 1</math></b> → Reserve

**Gesamt**

Zielniveau	Reserve / Defizit gesamt	Kommentar
$\beta_{\text{Ziel}} = 4,7$	$R = R_1 \cdot R_{2,a} = 0,860 \cdot 1,085 = 0,932 < 1$	Defizit, Lasterhöhung nicht möglich bei $\beta_{\text{Ziel}} = 4,7$
$\beta_{\text{Ziel,Bestand}} = 4,2$	$R = R_1 \cdot R_{2,b} = 0,860 \cdot 1,193 = 1,026 > 1$	Umnutzung möglich bei Akzeptanz $\beta_{\text{Ziel,Bestand}} = 4,2$

**9.7.1.3) Beispiel 3: B220 Nutzung A, Nachweis wegen Verlust des Bestandsschutzes**

<b>Objekt</b>	Wohngebäude, Bauzeit $\approx$ 1965 → Norm zur Bauzeit: [DIN 1045 (1959)], Normengeneration DIN 1945 (1943-1972)	
<b>Planung</b>	Umbau des Wohnhauses mit wesentlichen Eingriffen (Bestandsschutz aufgehoben) geplante Nutzung: Wohnen	
<b>Material</b>	(aus Bauaufnahme)	
	Betonstahl I („B220“)	$f_{yk} = 220 \text{ MN/m}^2$
	Beton	$f_{ck} = 20 \text{ MN/m}^2$ , $\sigma_{fc} \approx 6,0 \text{ MN/m}^2$
<b>Einwirkungen</b>	ständige Last	$g_k = 5,625 \text{ kN/m}^2$
	veränderliche Last	$q_k = 1,5 \text{ kN/m}^2$
<b>Nachweis</b>	Deckenplatte gemäß Randbedingungen Kapitel 6, Nachweis der Längsbewehrung $\rho_{st}$	

vorhandene Bewehrung aus Bauaufnahme	erforderliche Bewehrung gemäß Planungsziel	Reserve / Defizit
$\rho_{\text{vorh}} \geq \rho_{\text{n-Verf}}$ gemäß [DIN 1045 (1959)]	$\rho_{\text{erf}} = \rho_{\text{EC}}$ gemäß [DIN EN 1992-1-1 (2011)]	
zulässige Spannungen zul $\sigma_b = 10 \text{ MN/m}^2$ zul $\sigma_e = 140 \text{ MN/m}^2$	Teilsicherheitsbeiwerte $\gamma_G = 1,35$ ; $\gamma_Q = 1,5$ (EC 0) $\gamma_C = 1,5$ ; $\gamma_S = 1,15$ (EC 2)	Bemessungsanteil $R_1 = \frac{\rho_{\text{n-Verf}}}{\rho_{\text{EC}}}$
Bewehrung nach n-Verfahren $F_{e,\text{n-Verf}} = 11,85 \text{ cm}^2/\text{m}$ $\rho_{\text{n-Verf}} = 0,008461 = \rho_{\text{vorh}}$	erforderliche Bewehrung $A_{s,\text{EC}} = 11,91 \text{ cm}^2/\text{m}$ $\rho_{\text{EC}} = 0,008507 > \rho_{\text{n-Verf}}$	$R_1 = \frac{0,008461}{0,008507}$ <b><math>R_1 = 0,995 &lt; 1</math></b> → Defizit

**modifizierter Nachweis** unter Ansatz modifizierter Teilsicherheitsbeiwerte nach Tabelle 9.6

	$\rho_{\text{erf}} = \rho_{\text{mod,EC0}}$ mit modifizierten TSF nach Tabelle 9.6a ( $\beta_{\text{Ziel}} = 4,7$ )	Reserve / Defizit
	Teilsicherheitsbeiwerte $\gamma_G = 1,35$ ; $\gamma_Q = 1,5$ (EC 0) $\gamma_{C,\text{mod}} = 1,0$ ; $\gamma_{S,\text{mod}} = 1,20$ (Tab. 9.6a)	Zuverlässigkeitsanteil $R_{2,a} = \frac{\rho_{\text{EC}}}{\rho_{\text{mod,EC0}}}$
	erforderliche Bewehrung $A_{s,\text{mod,EC0}} = 12,09 \text{ cm}^2/\text{m}$ $\rho_{\text{mod,EC0}} = 0,008637 > \rho_{\text{EC}}$	$R_{2,a} = \frac{0,008507}{0,008637}$ <b><math>R_{2,a} = 0,985 &lt; 1</math></b> → Defizit

	$\rho_{\text{erf}} = \rho_{\text{mod,Bestand}}$ mit modifizierten TSF nach Tabelle 9.6b ( $\beta_{\text{Ziel,Bestand}} = 4,2$ )	Reserve / Defizit
	Teilsicherheitsbeiwerte $\gamma_G = 1,35$ ; $\gamma_Q = 1,5$ (EC 0) $\gamma_{C,\text{mod}} = 1,0$ ; $\gamma_{S,\text{mod}} = 1,1$ (Tab. 9.6b)	Zuverlässigkeitsanteil $R_{2,b} = \frac{\rho_{\text{EC}}}{\rho_{\text{mod,Bestand}}}$
	erforderliche Bewehrung $A_{s,\text{mod,Bestand}} = 11,08 \text{ cm}^2/\text{m}$ $\rho_{\text{mod,Bestand}} = 0,007917 < \rho_{\text{EC}}$	$R_{2,b} = \frac{0,008507}{0,007917}$ <b><math>R_{2,b} = 1,075 &gt; 1</math></b> → Reserve

**Gesamt**

Zielniveau	Reserve / Defizite gesamt	Kommentar
$\beta_{\text{Ziel}} = 4,7$	$R = R_1 \cdot R_{2,a} = 0,995 \cdot 0,985 = 0,980 < 1$	bei strenger Ausrichtung an $\beta_{\text{Ziel}} = 4,7$ Nachweis nicht möglich
$\beta_{\text{Ziel,Bestand}} = 4,2$	$R = R_1 \cdot R_{2,b} = 0,995 \cdot 1,075 = 1,069 > 1$	Nachweis noch möglich bei Akzeptanz $\beta_{\text{Ziel,Bestand}} = 4,2$



**9.7.1.4) Beispiel 4: Objekt aus Beispiel 3, Umnutzung zu Nutzung B**

**Objekt** Wohngebäude, Bauzeit ≈ 1965  
 → Norm zur Bauzeit: [DIN 1045 (1959)], Normengeneration DIN 1945 (1943-1972)

**Planung** Umnutzung Kategorie A → B  
 geplante Nutzung: Büro

**Material** (aus Bauaufnahme)  
 Betonstahl I („B220“)  $f_{yk} = 220 \text{ MN/m}^2$   
 Beton  $f_{ck} = 20 \text{ MN/m}^2$ ,  $\sigma_{fc} \approx 6,0 \text{ MN/m}^2$

**Einwirkungen** ständige Last  $g_k = 5,625 \text{ kN/m}^2$   
 veränderliche Last  $q_k = 3,2 \text{ kN/m}^2$

**Nachweis** Deckenplatte gemäß Randbedingungen Kapitel 6, Nachweis der Längsbewehrung  $\rho_{st}$

vorhandene Bewehrung aus Bauaufnahme	erforderliche Bewehrung gemäß Planungsziel	Reserve / Defizit
$\rho_{\text{vorh}} \geq \rho_{\text{n-Verf}}$ gemäß [DIN 1045 (1959)]	$\rho_{\text{erf}} = \rho_{\text{EC}}$ gemäß [DIN EN 1992-1-1 (2011)]	
zulässige Spannungen zul $\sigma_b = 10 \text{ MN/m}^2$ zul $\sigma_e = 140 \text{ MN/m}^2$	Teilsicherheitsbeiwerte $\gamma_G = 1,35$ ; $\gamma_Q = 1,5$ (EC 0) $\gamma_C = 1,5$ ; $\gamma_S = 1,15$ (EC 2)	Bemessungsanteil $R_1 = \frac{\rho_{\text{n-Verf}}}{\rho_{\text{EC}}}$
Bewehrung nach n-Verfahren $\rho_{\text{n-Verf}} = 0,008461 = \rho_{\text{vorh}}$	erforderliche Bewehrung $\rho_{\text{EC}} = 0,010963 > \rho_{\text{n-Verf}}$	$R_1 = \frac{0,008461}{0,010963}$ <b><math>R_1 = 0,772 &lt; 1</math></b> → Defizit

**modifizierter Nachweis** unter Ansatz modifizierter Teilsicherheitsbeiwerte nach Tabelle 9.6

	$\rho_{\text{erf}} = \rho_{\text{mod,EC0}}$ mit modifizierten TSF nach Tabelle 9.6a ( $\beta_{\text{Ziel}} = 4,7$ )	Reserve / Defizit
	Teilsicherheitsbeiwerte $\gamma_G = 1,35$ ; $\gamma_Q = 1,5$ (EC 0) $\gamma_{C,\text{mod}} = 1,0$ ; $\gamma_{S,\text{mod}} = 1,10$ (Tab. 9.6a)	Zuverlässigkeitsanteil $R_{2,a} = \frac{\rho_{\text{EC}}}{\rho_{\text{mod,EC0}}}$
	erforderliche Bewehrung $\rho_{\text{mod,EC0}} = 0,010106 < \rho_{\text{EC}}$	$R_{2,a} = \frac{0,010963}{0,010106}$ <b><math>R_{2,a} = 1,085 &gt; 1</math></b> → Reserve

	$\rho_{\text{erf}} = \rho_{\text{mod,Bestand}}$ mit modifizierten TSF nach Tabelle 9.6b ( $\beta_{\text{Ziel,Bestand}} = 4,2$ )	Reserve / Defizit
	Teilsicherheitsbeiwerte $\gamma_G = 1,35$ ; $\gamma_Q = 1,5$ (EC 0) $\gamma_{C,\text{mod}} = 1,0$ ; $\gamma_{S,\text{mod}} = 1,0$ (Tab. 9.6b)	Zuverlässigkeitsanteil $R_{2,b} = \frac{\rho_{\text{EC}}}{\rho_{\text{mod,Bestand}}}$
	erforderliche Bewehrung $\rho_{\text{mod,Bestand}} = 0,009188 < \rho_{\text{EC}}$	$R_{2,a} = \frac{0,010963}{0,009188}$ <b><math>R_{2,b} = 1,193 &gt; 1</math></b> → Reserve

**Gesamt-Reserven / -Defizite bei Berechnung mit modifizierten Teilsicherheitsbeiwerten**

Zielniveau	Reserve / Defizit gesamt	Kommentar
$\beta_{\text{Ziel}} = 4,7$	$R = R_1 \cdot R_{2,a} = 0,772 \cdot 1,085 = 0,837 < 1$	Nachweis für Laststeigerung
$\beta_{\text{Ziel,Bestand}} = 4,2$	$R = R_1 \cdot R_{2,b} = 0,772 \cdot 1,193 = 0,921 < 1$	nicht möglich

**Gesamt-Reserven / Defizite bei direktem Vergleich mit Zielbewehrungsgraden**

Vergleich  $\rho_{\text{vorh}}$  mit probabilistisch bestimmten Zielbewehrungsgraden  $\rho_{\text{Ziel}}$  (Anhang D, Tabelle D.4)

Zielniveau	Direkter Vergleich $\rho_{\text{vorh}}$ mit $\rho_{\text{Ziel}}$	Kommentar
$\beta_{\text{Ziel}} = 4,7$	$\rho_{\text{Ziel}} = 0,009785 > \rho_{\text{vorh}} = 0,008461$	Nachweis für Laststeigerung
$\beta_{\text{Ziel,Bestand}} = 4,2$	$\rho_{\text{Ziel,Bestand}} = 0,008784 > \rho_{\text{vorh}} = 0,008461$	nicht möglich

**9.7.1.5) Beispiel 5: B420, Umnutzung von Nutzung C zu Nutzung D**

**Objekt** Schulgebäude, Bauzeit ≈ 1965  
 → Norm zur Bauzeit: [DIN 1045 (1959)], Normengeneration DIN 1945 (1943-1972)

**Planung** Umnutzung Kategorie C → D

**Material** (aus Bauaufnahme)  
 Betonstahl III („B420“)  $f_{yk} = 420 \text{ MN/m}^2$   
 Beton  $f_{ck} = 20 \text{ MN/m}^2$ ,  $\sigma_{fc} \approx 6,0 \text{ MN/m}^2$

**Einwirkungen** ständige Last  $g_k = 5,625 \text{ kN/m}^2$   
 veränderliche Last  $q_k = 6,2 \text{ kN/m}^2$

**Nachweis** Deckenplatte gemäß Randbedingungen Kapitel 6, Nachweis der Längsbewehrung  $\rho_{st}$

vorhandene Bewehrung aus Bauaufnahme	erforderliche Bewehrung gemäß Planungsziel	Reserve / Defizit
$\rho_{vorh} \geq \rho_{n-Verf}$ gemäß [DIN 1045 (1959)]	$\rho_{erf} = \rho_{EC}$ gemäß [DIN EN 1992-1-1 (2011)]	
zulässige Spannungen zul $\sigma_b = 10 \text{ MN/m}^2$ zul $\sigma_e = 240 \text{ MN/m}^2$	Teilsicherheitsbeiwerte $\gamma_G = 1,35$ ; $\gamma_Q = 1,5$ (EC 0) $\gamma_C = 1,5$ ; $\gamma_S = 1,15$ (EC 2)	Bemessungsanteil $R_1 = \frac{\rho_{n-Verf}}{\rho_{EC}}$
Bewehrung nach n-Verfahren $\rho_{n-Verf} = 0,007068 = \rho_{vorh}$	erforderliche Bewehrung $\rho_{EC} = 0,008195 > \rho_{n-Verf}$	$R_1 = \frac{0,007068}{0,008195}$ <b><math>R_1 = 0,862 &lt; 1</math></b> → Defizit

**modifizierter Nachweis** unter Ansatz modifizierter Teilsicherheitsbeiwerte nach Tabelle 9.6

	$\rho_{erf} = \rho_{mod,EC0}$ mit modifizierten TSF nach Tabelle 9.6a ( $\beta_{Ziel} = 4,7$ )	Reserve / Defizit
	Teilsicherheitsbeiwerte $\gamma_G = 1,35$ ; $\gamma_Q = 1,5$ (EC 0) <b><math>\gamma_{C,mod} = 1,0</math>; <math>\gamma_{S,mod} = 1,1</math></b> (Tab. 9.6a)	Zuverlässigkeitsanteil $R_{2,a} = \frac{\rho_{EC}}{\rho_{mod,EC0}}$
	erforderliche Bewehrung $\rho_{mod,EC0} = 0,007409 < \rho_{EC}$	$R_{2,a} = \frac{0,008195}{0,007409}$ <b><math>R_{2,a} = 1,106 &gt; 1</math></b> → Reserve

	$\rho_{erf} = \rho_{mod,Bestand}$ mit modifizierten TSF nach Tabelle 9.6b ( $\beta_{Ziel,Bestand} = 4,2$ )	Reserve / Defizit
	Teilsicherheitsbeiwerte $\gamma_G = 1,35$ ; $\gamma_Q = 1,5$ (EC 0) <b><math>\gamma_{C,mod} = 1,0</math>; <math>\gamma_{S,mod} = 1,0</math></b> (Tab. 9.6b)	Zuverlässigkeitsanteil $R_{2,b} = \frac{\rho_{EC}}{\rho_{mod,Bestand}}$
	erforderliche Bewehrung $\rho_{mod,Bestand} = 0,006735 < \rho_{EC}$	$R_{2,b} = \frac{0,008195}{0,006735}$ <b><math>R_{2,b} = 1,217 &gt; 1</math></b> → Reserve

**Gesamt**

Zielniveau	Reserve / Defizit gesamt	Kommentar
$\beta_{Ziel} = 4,7$	$R = R_1 \cdot R_{2,a} = 0,862 \cdot 1,106 = 0,954 < 1$	bei strenger Ausrichtung an $\beta_{Ziel} = 4,7$ Nachweis nicht möglich
$\beta_{Ziel,Bestand} = 4,2$	$R = R_1 \cdot R_{2,b} = 0,862 \cdot 1,217 = 1,049 > 1$	Nachweis noch möglich bei Akzeptanz $\beta_{Ziel,Bestand} = 4,2$

**9.7.3) Balken**
**9.7.3.1) Beispiel 1: B420 Nutzung A, Nachweis wegen Verlust des Bestandsschutzes**

<b>Objekt</b>	Wohngebäude, Bauzeit $\approx$ 1965, Balken gemäß Randbedingungen Kapitel 6 → Norm zur Bauzeit: [DIN 1045 (1959)], Normengeneration DIN 1945 (1943-1972)
<b>Planung</b>	Umbau des Wohnhauses mit wesentlichen Eingriffen (Bestandsschutz aufgehoben) geplante Nutzung: Wohnen
<b>Material</b>	(aus Bauaufnahme) Betonstahl III („B420“) $f_{yk} = 420 \text{ MN/m}^2$ Beton $f_{ck} = 20 \text{ MN/m}^2$ , $\sigma_{fc} \approx 6,0 \text{ MN/m}^2$
<b>Einwirkungen</b>	ständige Last $g_k = 42,45 \text{ kN/m}$ veränderliche Last $q_k = 9,19 \text{ kN/m}$

**Nachweis der Längsbewehrung  $\rho_{st}$** 

vorhandene Bewehrung aus Bauaufnahme	erforderliche Bewehrung gemäß Planungsziel	Reserve / Defizit
$\rho_{vorh} \geq \rho_{n-Verf}$ gemäß [DIN 1045 (1959)]	$\rho_{erf} = \rho_{EC}$ gemäß [DIN EN 1992-1-1 (2011)]	
zulässige Spannungen zul $\sigma_b = 10 \text{ MN/m}^2$ zul $\sigma_e = 200 \text{ MN/m}^2$ (Balken)	Teilsicherheitsbeiwerte $\gamma_G = 1,35$ ; $\gamma_Q = 1,5$ (EC 0) $\gamma_C = 1,5$ ; $\gamma_S = 1,15$ (EC 2)	Bemessungsanteil $R_1 = \frac{\rho_{n-Verf}}{\rho_{EC}}$
Bewehrung nach n-Verfahren $F_{e,n-Verf} = 16,74 \text{ cm}^2$ (Stütze) $\rho_{n-Verf} = 0,005579 \leq \rho_{vorh}$	erforderliche Bewehrung $A_{s,EC} = 12,55 \text{ cm}^2$ $\rho_{EC} = 0,004183 < \rho_{n-Verf}$	$R_1 = \frac{0,005579}{0,004183}$ <b><math>R_1 = 1,334 &gt; 1</math></b> → Reserve

**modifizierter Nachweis** unter Ansatz modifizierter Teilsicherheitsbeiwerte nach Tabelle 9.17

	$\rho_{erf} = \rho_{mod,EC0}$ mit modifizierten TSF nach Tabelle 9.17 ( $\beta_{Ziel} = 4,7$ )	Reserve / Defizit
	Teilsicherheitsbeiwerte $\gamma_G = 1,35$ ; $\gamma_Q = 1,5$ (EC 0) $\gamma_{C,mod} = 1,0$ ; $\gamma_{S,mod} = 1,15$ (Tab. 9.17)	Zuverlässigkeitsanteil $R_{2,a} = \frac{\rho_{EC}}{\rho_{mod,EC0}}$
	erforderliche Bewehrung $A_{s,mod,EC0} = 12,24 \text{ cm}^2$ $\rho_{mod,EC0} = 0,004078 < \rho_{EC}$	$R_{2,a} = \frac{0,004183}{0,004078}$ <b><math>R_{2,a} = 1,026 &gt; 1</math></b> → Reserve

	$\rho_{erf} = \rho_{mod,Bestand}$ mit modifizierten TSF nach Tabelle 9.17 ( $\beta_{Ziel,Bestand} = 4,2$ )	Reserve / Defizit
	Teilsicherheitsbeiwerte $\gamma_G = 1,35$ ; $\gamma_Q = 1,5$ (EC 0) $\gamma_{C,mod} = 1,0$ ; $\gamma_{S,mod} = 1,05$ (Tab. 9.17)	Zuverlässigkeitsanteil $R_{2,b} = \frac{\rho_{EC}}{\rho_{mod,Bestand}}$
	erforderliche Bewehrung $A_{s,mod,Bestand} = 11,17 \text{ cm}^2$ $\rho_{mod,Bestand} = 0,003724 < \rho_{EC}$	$R_{2,b} = \frac{0,004183}{0,003724}$ <b><math>R_{2,b} = 1,123 &gt; 1</math></b> → Reserve

**Gesamt (Längsbewehrung  $\rho_{st}$ )**

Zielniveau	Reserve / Defizit gesamt	Kommentar
$\beta_{Ziel} = 4,7$	$R = R_1 \cdot R_{2,a} = 1,334 \cdot 1,026 = 1,368 > 1$	deutliche Reserven bereits bei Neubauziel $\beta_{Ziel} = 4,7$
$\beta_{Ziel,Bestand} = 4,2$	$R = R_1 \cdot R_{2,b} = 1,334 \cdot 1,123 = 1,498 > 1$	zusätzliche Reserven bei Akzeptanz $\beta_{Ziel,Bestand} = 4,2$

**Nachweis der Querkraftbewehrung  $\rho_{sw}$  (Innenaufleger)**

vorhandene Bewehrung aus Bauaufnahme	erforderliche Bewehrung gemäß Planungsziel	Reserve / Defizit
$\rho_{sw,vorh}$ gemäß [DIN 1045 (1959)]	$\rho_{sw,erf} = \rho_{sw,EC}$ gemäß [DIN EN 1992-1-1 (2011)]	
zulässige Spannungen zul $\sigma_b = 10$ MN/m <sup>2</sup> zul $\sigma_e = 200$ MN/m <sup>2</sup> (Balken)	Teilsicherheitsbeiwerte $\gamma_G = 1,35$ ; $\gamma_Q = 1,5$ (EC 0) $\gamma_c = 1,5$ ; $\gamma_s = 1,15$ (EC 2)	Bemessungsanteil $R_1 = \frac{\rho_{sw,vorh}}{\rho_{sw,EC}}$
vorhandene Bewehrung 45°-Aufbiegung 4Ø16: $F_{e,S} \cdot \sqrt{2} = 15,7$ cm <sup>2</sup> Bügel Ø10-10 $F_{e,b} = 15,7$ cm <sup>2</sup> Gesamt $F_\tau = F_{e,S} \cdot \sqrt{2} + F_{e,b} \geq F_{e,Feld} + F_{e,Stütz}$ $F_\tau = 27,07$ cm <sup>2</sup> > (9,66+16,74) $\rho_{sw,vorh} = 0,006768$	erforderliche Bewehrung vereinfacht: Bemessung in theoretischer Auflagerlinie mit $\alpha = 45^\circ$ und $\cot\theta = 1,2$ $a_{sw,EC} = 6,95$ cm <sup>2</sup> /m $\rho_{sw,EC} = 0,001738$ << $\rho_{sw,vorh}$	$R_1 = \frac{0,006768}{0,001738}$ <b><math>R_1 = 3,894 \gg 1</math></b>
		<b>→ Reserve</b>

**modifizierter Nachweis** unter Ansatz modifizierter Teilsicherheitsbeiwerte nach Tabelle 9.17

	$\rho_{perf} = \rho_{mod,EC0}$ mit modifizierten TSF nach Tabelle 9.17 ( $\beta_{Ziel} = 4,7$ )	Reserve / Defizit
	Teilsicherheitsbeiwerte $\gamma_G = 1,35$ ; $\gamma_Q = 1,5$ (EC 0) <b><math>\gamma_{c,mod} = 1,0</math> ; <math>\gamma_{s,mod} = 1,15</math></b> (Tab. 9.17)	$R_{2,a} = \frac{\rho_{sw,EC}}{\rho_{mod,EC0}}$
	erforderliche Bewehrung $a_{sw,mod} = a_{sw,EC} = 6,95$ cm <sup>2</sup> /m $\rho_{sw,mod} = 0,001738 = \rho_{sw,EC}$	$R_{2,a} = \frac{0,001738}{0,001738}$ <b><math>R_{2,a} = 1,0 = 1</math></b>
		<b>keine Änderung gegenüber EC2</b>

	$\rho_{perf} = \rho_{mod,EC0}$ mit modifizierten TSF nach Tabelle 9.17 ( $\beta_{Ziel} = 4,2$ )	Reserve / Defizit
	Teilsicherheitsbeiwerte $\gamma_G = 1,35$ ; $\gamma_Q = 1,5$ (EC 0) <b><math>\gamma_{c,mod} = 1,0</math> ; <math>\gamma_{s,mod} = 1,05</math></b> (Tab. 9.17)	$R_{2,b} = \frac{\rho_{sw,EC}}{\rho_{mod,Bestand}}$
	erforderliche Bewehrung $a_{sw,mod} = 6,35$ cm <sup>2</sup> /m $\rho_{sw,mod} = 0,001587 < \rho_{sw,EC}$	$R_{2,b} = \frac{0,001738}{0,001587}$ <b><math>R_{2,b} = 1,095 &gt; 1</math></b>
		<b>→ Reserve</b>

**Gesamt (Querkraftbewehrung  $\rho_{sw}$ )<sup>1</sup>**

Zielniveau	Reserve / Defizit gesamt	Kommentar
$\beta_{Ziel} = 4,7$	$R = R_1 \cdot R_{2,a} = 3,894 \cdot 1,000 = 3,894 \gg 1$	deutliche Reserven allein aus Konzept Querkraftbemessung
$\beta_{Ziel,Bestand} = 4,2$	$R = R_1 \cdot R_{2,b} = 3,894 \cdot 1,095 = 4,264 \gg 1$	zusätzliche Reserven bei Akzeptanz $\beta_{Ziel,Bestand} = 4,2$

<sup>1</sup> Anmerkung zum Querkraftnachweis:

Die Querkraftbemessung entsprechend [DIN 1045 (1959)] erfolgte hier mit einem vereinfachten Verfahren gemäß [BK 1966 – T1] (Herleitung aus erforderlicher Längsbewehrung in Feld- und Stützbereich), es ergibt sich ein vergleichsweise hoher Bewehrungsgrad. Bei Ermittlung mit dem Ansatz [Mörsch 1950] (Schubdiagramm) ergäbe sich etwas weniger Querkraftbewehrung, die insgesamt jedoch noch deutlich über den erforderlichen Werten nach [DIN EN 1992-1-1 (2011)] liegt. Die deutlichen Reserven  $R_1$  aus den unterschiedlichen Bemessungskonzepten ergeben sich hier aus Annahmen zur Bemessung, die nach [DIN EN 1992-1-1 (2011)] konstruktiv tatsächlich wirksame Querkraftbewehrung kann hiervon abweichen (Bsp. Art und Verankerung der Bügel, Bügelabstände in Längs- und Querrichtung, Art der Aufbiegung und Schubzulagen). Bemessungsreserven sind abhängig von der tatsächlichen Konstruktion und können nur aus der Bauaufnahme am Objekt bestimmt werden. Zuverlässigkeitsreserven mit den Beiwerten nach Tabelle 9.17 sind hier in Nutzung A nur bei Ausrichtung am bestandsspezifischen Zielwert  $\beta_{Ziel,Bestand} = 4,2$  nutzbar, in allen anderen Nutzungsklassen bestehen beim Querkraftnachweis mit  $\gamma_{s,mod} < 1,15$  nach Tabelle 9.17 grundsätzlich Zuverlässigkeitsreserven.

**9.7.3.2) Beispiel 2: Objekt aus Beispiel 1, Umnutzung zu Nutzung B**

**Objekt** Wohngebäude, Bauzeit ≈ 1965, Balken gemäß Randbedingungen Kapitel 6  
 → Norm zur Bauzeit: [DIN 1045 (1959)], Normengeneration DIN 1945 (1943-1972)

**Planung** Umnutzung Kategorie A → B  
 geplante Nutzung: Büro

**Material** (aus Bauaufnahme)  
 Betonstahl III („B420“)  $f_{yk} = 420 \text{ MN/m}^2$   
 Beton  $f_{ck} = 20 \text{ MN/m}^2$ ,  $\sigma_{fc} \approx 6,0 \text{ MN/m}^2$

**Einwirkungen** ständige Last  $g_k = 42,45 \text{ kN/m}$   
 veränderliche Last  $q_k = 19,6 \text{ kN/m}$

**Nachweis der Längsbewehrung  $\rho_{st}$**

vorhandene Bewehrung aus Bauaufnahme	erforderliche Bewehrung gemäß Planungsziel	Reserve / Defizit
$\rho_{vorh} \geq \rho_{n-Verf}$ gemäß [DIN 1045 (1959)]	$\rho_{erf} = \rho_{EC}$ gemäß [DIN EN 1992-1-1 (2011)]	
zulässige Spannungen zul $\sigma_b = 10 \text{ MN/m}^2$ zul $\sigma_e = 200 \text{ MN/m}^2$ (Balken)	Teilsicherheitsbeiwerte $\gamma_G = 1,35$ ; $\gamma_Q = 1,5$ (EC 0) $\gamma_C = 1,5$ ; $\gamma_S = 1,15$ (EC 2)	Bemessungsanteil $R_1 = \frac{\rho_{n-Verf}}{\rho_{EC}}$
Bewehrung nach n-Verfahren $F_{e,n-Verf} = 16,74 \text{ cm}^2$ (Stütze) $\rho_{n-Verf} = 0,005579 \leq \rho_{vorh}$	erforderliche Bewehrung $A_{s,EC} = 15,59 \text{ cm}^2$ $\rho_{EC} = 0,005196 < \rho_{n-Verf}$	$R_1 = \frac{0,005579}{0,005196}$ <b><math>R_1 = 1,074 &gt; 1</math></b> → Reserve

**modifizierter Nachweis** unter Ansatz modifizierter Teilsicherheitsbeiwerte nach Tabelle 9.17

	$\rho_{erf} = \rho_{mod,EC0}$ mit modifizierten TSF nach Tabelle 9.17 ( $\beta_{Ziel} = 4,7$ )	Reserve / Defizit
	Teilsicherheitsbeiwerte $\gamma_G = 1,35$ ; $\gamma_Q = 1,5$ (EC 0) $\gamma_{C,mod} = 1,0$ ; $\gamma_{S,mod} = 1,05$ (Tab. 9.17)	Zuverlässigkeitsanteil $R_{2,a} = \frac{\rho_{EC}}{\rho_{mod,EC0}}$
	erforderliche Bewehrung $A_{s,mod,EC0} = 13,77 \text{ cm}^2$ $\rho_{mod,EC0} = 0,004590 < \rho_{EC}$	$R_{2,a} = \frac{0,005196}{0,004590}$ <b><math>R_{2,a} = 1,132 &gt; 1</math></b> → Reserve

	$\rho_{erf} = \rho_{mod,Bestand}$ mit modifizierten TSF nach Tabelle 9.17 ( $\beta_{Ziel,Bestand} = 4,2$ )	Reserve / Defizit
	Teilsicherheitsbeiwerte $\gamma_G = 1,35$ ; $\gamma_Q = 1,5$ (EC 0) $\gamma_{C,mod} = 1,0$ ; $\gamma_{S,mod} = 1,0$ (Tab. 9.17)	Zuverlässigkeitsanteil $R_{2,b} = \frac{\rho_{EC}}{\rho_{mod,Bestand}}$
	erforderliche Bewehrung $A_{s,mod,Bestand} = 13,11 \text{ cm}^2$ $\rho_{mod,Bestand} = 0,004372 < \rho_{EC}$	$R_{2,b} = \frac{0,005196}{0,004372}$ <b><math>R_{2,b} = 1,188 &gt; 1</math></b> → Reserve

**Gesamt (Längsbewehrung  $\rho_{st}$ )**

Zielniveau	Reserve / Defizit gesamt	Kommentar
$\beta_{Ziel} = 4,7$	$R = R_1 \cdot R_{2,a} = 1,074 \cdot 1,132 = 1,216 > 1$	Reserven aus Bemessungs- und Zuverlässigkeitsanteil
$\beta_{Ziel,Bestand} = 4,2$	$R = R_1 \cdot R_{2,b} = 1,074 \cdot 1,188 = 1,276 > 1$	zusätzliche Reserven bei Akzeptanz $\beta_{Ziel,Bestand} = 4,2$

**Nachweis der Querkraftbewehrung  $\rho_{sw}$  (Innenaufleger)**

vorhandene Bewehrung aus Bauaufnahme	erforderliche Bewehrung gemäß Planungsziel	Reserve / Defizit
$\rho_{sw,vorh}$ gemäß [DIN 1045 (1959)]	$\rho_{sw,erf} = \rho_{sw,EC}$ gemäß [DIN EN 1992-1-1 (2011)]	
zulässige Spannungen zul $\sigma_b = 10$ MN/m <sup>2</sup> zul $\sigma_e = 200$ MN/m <sup>2</sup> (Balken)	Teilsicherheitsbeiwerte $\gamma_G = 1,35$ ; $\gamma_Q = 1,5$ (EC 0) $\gamma_c = 1,5$ ; $\gamma_s = 1,15$ (EC 2)	Bemessungsanteil $R_1 = \frac{\rho_{sw,vorh}}{\rho_{sw,EC}}$
vorhandene Bewehrung 45°-Aufbiegung 4Ø16: $F_{e,s} \cdot \sqrt{2} = 15,7$ cm <sup>2</sup> Bügel Ø10-10 $F_{e,b} = 15,7$ cm <sup>2</sup> Gesamt $F_\tau = F_{e,s} \cdot \sqrt{2} + F_{e,b} \geq F_{e,Feld} + F_{e,Stütz}$ $F_\tau = 27,07$ cm <sup>2</sup> > (9,66+16,74) $\rho_{sw,vorh} = 0,006768$	erforderliche Bewehrung vereinfacht: Bemessung in theoretischer Auflagerlinie mit $\alpha = 45^\circ$ und $\cot \theta = 1,2$ $a_{sw,EC} = 8,48$ cm <sup>2</sup> /m $\rho_{sw,EC} = 0,002120$ << $\rho_{sw,vorh}$	$R_1 = \frac{0,006768}{0,002120}$ <b><math>R_1 = 3,192 &gt;&gt; 1</math></b>
		<b>→ Reserve</b>

**modifizierter Nachweis** unter Ansatz modifizierter Teilsicherheitsbeiwerte nach Tabelle 9.17

	$\rho_{erf} = \rho_{mod,EC0}$ mit modifizierten TSF nach Tabelle 9.17 ( $\beta_{Ziel} = 4,7$ )	Reserve / Defizit
	Teilsicherheitsbeiwerte $\gamma_G = 1,35$ ; $\gamma_Q = 1,5$ (EC 0) <b><math>\gamma_{c,mod} = 1,0</math> ; <math>\gamma_{s,mod} = 1,05</math></b> (Tab. 9.17)	$R_{2,a} = \frac{\rho_{sw,EC}}{\rho_{mod,EC0}}$
	erforderliche Bewehrung $a_{sw,mod} = 7,74$ cm <sup>2</sup> /m $\rho_{sw,mod} = 0,001935$ < $\rho_{sw,EC}$	$R_{2,a} = \frac{0,002120}{0,001935}$ <b><math>R_{2,a} = 1,096 &gt; 1</math></b>
		<b>→ Reserve</b>

	$\rho_{erf} = \rho_{mod,EC0}$ mit modifizierten TSF nach Tabelle 9.17 ( $\beta_{Ziel} = 4,2$ )	Reserve / Defizit
	Teilsicherheitsbeiwerte $\gamma_G = 1,35$ ; $\gamma_Q = 1,5$ (EC 0) <b><math>\gamma_{c,mod} = 1,0</math> ; <math>\gamma_{s,mod} = 1,0</math></b> (Tab. 9.17)	$R_{2,b} = \frac{\rho_{sw,EC}}{\rho_{mod,Bestand}}$
	erforderliche Bewehrung $a_{sw,mod} = 7,37$ cm <sup>2</sup> /m $\rho_{sw,mod} = 0,001843$ < $\rho_{sw,EC}$	$R_{2,b} = \frac{0,002120}{0,001843}$ <b><math>R_{2,b} = 1,150 &gt; 1</math></b>
		<b>→ Reserve</b>

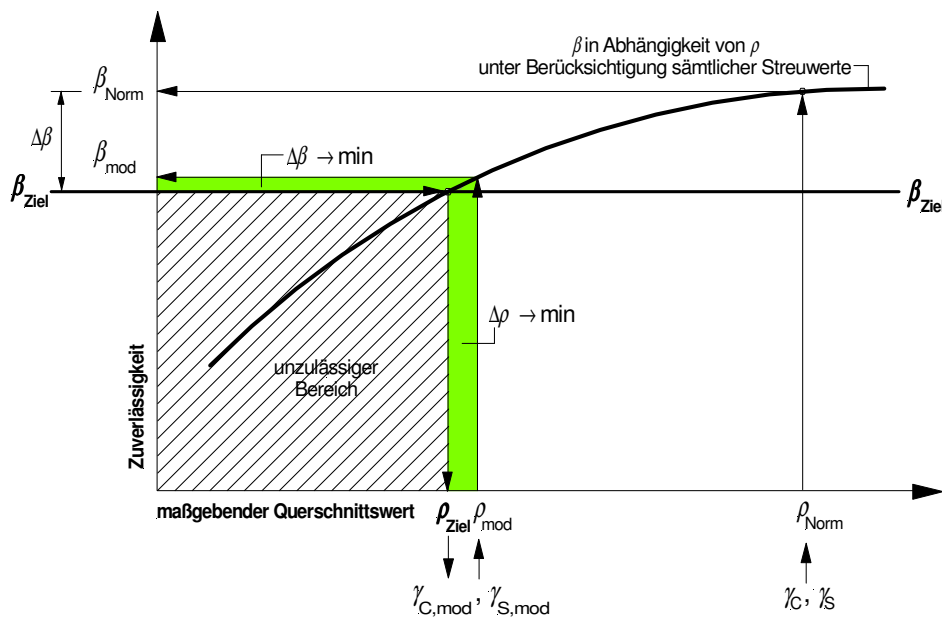
**Gesamt (Querkraftbewehrung  $\rho_{sw}$ )<sup>2</sup>**

Zielniveau	Reserve / Defizit gesamt	Kommentar
$\beta_{Ziel} = 4,7$	$R = R_1 \cdot R_{2,a} = 3,192 \cdot 1,096 = 3,498 >> 1$	Reserven Querkraftbemessung und Zuverlässigkeitsanteil
$\beta_{Ziel,Bestand} = 4,2$	$R = R_1 \cdot R_{2,b} = 3,192 \cdot 1,150 = 3,671 >> 1$	zusätzliche Reserven bei Akzeptanz $\beta_{Ziel,Bestand} = 4,2$

<sup>2</sup> s. Anmerkung in 9.7.3.1

## 9.8) Zusammenfassung

- Zur Reduktion von Differenzen zum Zuverlässigkeitsziel werden aus dem Systemzusammenhang modifizierte Teilsicherheitsbeiwerte hergeleitet, die beim Elementnachweis angewandt die geforderte Systemzuverlässigkeit gewährleisten. Es werden nur die Widerstandsbeiwerte  $\gamma_C$  und  $\gamma_S$  verändert, die Einwirkungsbeiwerte  $\gamma_G$  und  $\gamma_Q$  werden entsprechend [DIN EN 1990 (2010)] beibehalten.
- Die zugrunde liegende Systemmodellierung verknüpft Versagensfälle infolge Querkraft und Biegung. Dabei werden in der probabilistischen Formulierung der Biege- und Querkraftwiderstände ausschließlich Versagensfälle bewertet, bei denen die Fließdehnung des Betonstahls erreicht wird ( $\epsilon_s \geq f_{yk}/E_s$ ). Biegedruckversagen ohne Erreichen der Streckgrenze der Zugbewehrung wurde nicht untersucht. Ferner wurden nur Systeme ohne Längskräfte und ohne Druckbewehrung betrachtet. Bei Anwendung der modifizierten Beiwerte ist die Bedingung  $x/d \leq 0,45$  in [DIN EN 1992-1-1/NA (2013)] (NCI zu 5.4) zu berücksichtigen. Es wurden Ein- und Zweifeldsysteme berechnet, eine Prüfung der Übertragbarkeit auf Systeme mit mehr Feldern steht aus. Die Ergebnisse gelten für Platten mit Biegeschlankheiten  $l/d \leq 35$  und Balken mit  $l/d = 8 \dots 15$  (s. jedoch Anmerkungen zu Tabelle 9.30). Es werden weitgehend schadensfreie Konstruktionen unterstellt.
- Die modifizierten Teilsicherheitsbeiwerte werden in einem Optimierungsverfahren bestimmt. Differenzen zum Zuverlässigkeitsziel werden bei Bemessung mit den modifizierten Faktoren minimal. Nachweise bestehender Konstruktionen mit den modifizierten Beiwerten können Zuverlässigkeitsdefizite ausgleichen oder Zuverlässigkeitsreserven aktivieren.
- Grundlage der Optimierung ist die Systemzuverlässigkeit unter Berücksichtigung sämtlicher Streuwerte (Prinzip Bild 9.18). Bei Modifikation der Beiwerte  $\gamma_C$  und  $\gamma_S$  werden somit alle Unsicherheiten berücksichtigt.



**Abb. 9.18: Prinzip Herleitung modifizierter Teilsicherheitsbeiwerte  $\gamma_C$  und  $\gamma_S$  (Beispiel: Entwicklung über Längsbewehrungsgrad  $\rho$ )**

- Entsprechend der Relation der Sensitivitäten  $\alpha_{f_c} < \alpha_{f_y}$  werden aus dem Optimierungsverfahren zumeist  $\gamma_{C,mod} \leq \gamma_{S,mod}$  gewählt (abweichend: große Streuungen der Druckfestigkeit, s. Tabelle 9.30). Aufgrund der geringen Sensitivität der Systemzuverlässigkeit gegenüber Streuungen der Druckfestigkeit ist vielfach eine deutliche Absenkung des Beiwerts  $\gamma_C$  möglich. Die Streuung  $\sigma_{f_c}$  wirkt sich nur geringfügig auf den Hebelarm der inneren Kräfte aus (s. S.307).
- Die modifizierten Teilsicherheitsbeiwerte sind in Abhängigkeit von statischem System, Bauteil, Baumaterial, Nutzung und Streuung der Betondruckfestigkeit aus nachfolgender Tabelle 9.30 abzulesen. Dabei wird nach den Zuverlässigkeitszielen  $\beta_{Ziel} = 4,7$  und  $\beta_{Ziel, Bestand} = 4,2$  differenziert.
- Die Streuung der Betondruckfestigkeit  $\sigma_{f_c}$  ist in der Bauaufnahme zu ermitteln, sie bestimmt die Auswahl der Teilsicherheitsbeiwerte. Für  $\sigma_{f_c} \leq 6 \text{ MN/m}^2$  können für alle Kombinationen modifizierte Beiwerte angegeben werden, die Anwendung ist auch bei kleinen Druckfestigkeiten möglich. Für größere Streuwerte  $\sigma_{f_c} > 6 \text{ MN/m}^2$  wird die Anwendung der modifizierten Beiwerte erst ab einer mittleren Druckfestigkeit  $\mu_{f_c} \geq 28 \text{ MN/m}^2$  empfohlen. Für Druckfestigkeiten  $\mu_{f_c} < 28 \text{ MN/m}^2$  mit  $\sigma_{f_c} > 6 \text{ MN/m}^2$  wären objektbezogene Sicherheitsuntersuchungen erforderlich.

**Tabelle 9.30: Zusammenfassung der hergeleiteten Teilsicherheitsbeiwerte  $\gamma_{c,mod}$  und  $\gamma_{s,mod}$**   
**a) Platten**

Platte		$\beta_{Ziel} = 4,7$ (EC 0)						$\beta_{Ziel} = 4,2$ (Bestand)						
		B220		B420		B500		B220		B420		B500		
$\sigma_{fc}$ [MN/m <sup>2</sup> ]		$\leq 6,00$	$> 6,00$	$\leq 6,00$	$> 6,00$	$\leq 6,00$	$> 6,00$	$\leq 6,00$	$> 6,00$	$\leq 6,00$	$> 6,00$	$\leq 6,00$	$> 6,00$	
A	Wohnen	$\gamma_c$	1,00	1,00	1,00	1,30	1,10	1,30	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,10
		$\gamma_s$	1,20	1,20	1,20	1,20	1,20	1,20	1,10	1,20	1,10	1,10	1,10	1,10
B	Büro	$\gamma_c$	1,00	1,00	1,00	1,25	1,00	1,25	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,05
		$\gamma_s$	1,10	1,10	1,10	1,10	1,10	1,10	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
C	Schule	$\gamma_c$	1,00	1,00	1,00	1,20	1,00	1,20	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
		$\gamma_s$	1,10	1,10	1,10	1,10	1,10	1,10	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
D	Verkauf	$\gamma_c$	1,00	1,00	1,00	1,10	1,00	1,10	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
		$\gamma_s$	1,10	1,10	1,10	1,10	1,10	1,10	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00

Platte		$\beta_{Ziel} = 4,7$ (EC 0)			$\beta_{Ziel} = 4,2$ (Bestand)			
		B220	B420	B500	B220	B420	B500	
$\sigma_{fc}$ [MN/m <sup>2</sup> ]		$\leq 10,00$	$\leq 10,00$	$\leq 10,00$	$\leq 10,00$	$\leq 10,00$	$\leq 10,00$	
A	Wohnen	$\gamma_c$	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
		$\gamma_s$	1,15	1,15	1,15	1,05	1,05	1,05
B	Büro	$\gamma_c$	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
		$\gamma_s$	1,05	1,05	1,05	1,00	1,00	1,00
C	Schule	$\gamma_c$	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
		$\gamma_s$	1,05	1,05	1,05	1,00	1,00	1,00
D	Verkauf	$\gamma_c$	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
		$\gamma_s$	1,05	1,05	1,05	1,00	1,00	1,00

**Anwendungsbedingungen**

<b>System und Belastung</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>○ Ein- und Zweifeldträger mit gleichförmig verteilten Lasten (ständige Lasten, eine veränderliche Last)</li> <li>○ Nutzlasten</li> <li>○ Schnittgrößenermittlung</li> <li>○ Normalkraft</li> <li>○ Versagen</li> </ul>	<p><b>allgemeiner Hochbau</b> [DIN EN 1991-1-1 (2010)]</p> <p><b>linear elastisch</b></p> <p><b>N = 0</b></p> <p><b>Biegezugversagen / Querkraftversagen</b> (Widerstände gemäß [DIN EN 1992-1-1 (2011)])</p>
<b>Anwendungsgrenzen nach Bauaufnahme <sup>1)</sup></b>	
<b>Bauwerkszustand</b>	<b>weitgehend schadenfreie Konstruktion</b>
<b>Standardabweichung der Druckfestigkeit</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>○ Anwendungsbereich allgemein</li> <li>○ Mindestwert der mittleren Druckfestigkeit bei Qualitätsstufe „gut“</li> <li>○ Qualitätsstufe „schlecht“</li> </ul>	<p><math>\sigma_{fc} \leq 10,0</math> MN/m<sup>2</sup></p> <p><math>\sigma_{fc} \leq 6,0</math> MN/m<sup>2</sup> : <math>f_{cm} \geq 20</math> MN/m<sup>2</sup></p> <p><math>\sigma_{fc} &gt; 6,0</math> MN/m<sup>2</sup> : <math>f_{cm} \geq 28</math> MN/m<sup>2</sup></p>
<b>Standardabweichung der Streckgrenze des Betonstahls</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>○ für <math>f_{yk} \sim 220 \dots 500</math> MN/m<sup>2</sup></li> </ul>	$\sigma_{fy} \leq 30,0$ MN/m <sup>2</sup>
<b>Streuung der Nutzhöhe der Längsbewehrung</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>○ Platten</li> </ul>	$V_{d,unten} \leq 0,051, V_{d,oben} \leq 0,074$
<b>Maße</b>	
<b>Betonabmessungen</b>	$h \leq 30$ cm
<b>Schlankheitskriterium <math>l/d</math> <sup>2)</sup></b>	$l/d \leq 35$
<b>Bewehrung</b>	
<b>Längsbewehrung</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>○ Zugbewehrung</li> <li>○ keine Druckbewehrung</li> </ul>	<p><math>A_{s1} &gt; 0</math></p> <p><math>A_{s2} = 0</math></p>
<b>Querkraftbewehrung</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>○ Platten ohne Querkraftbewehrung</li> </ul>	$a_{sw,Platte} = 0$
<b>Biegezugversagen</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>○ Dehnung der Zugbewehrung</li> <li>○ Druckzone</li> </ul>	<p><math>\epsilon_{s1} \geq f_{yk}/E_s</math></p> <p><math>x/d \leq 0,45</math></p>

**Anmerkungen:**

- 1) Weitere Angaben zu den der Herleitung zugrunde liegenden stochastischen Modellen sind in Tabelle 6.12 zusammengefasst. Bei wesentlich abweichenden neuen Erkenntnissen zu Streuwerten (insbesondere Modellunsicherheiten und Nutzlasten) sind die hier vorgestellten Ergebnisse zu überprüfen.
- 2) Die Systemberechnungen erfolgten im Wesentlichen für eine Schlankheit  $l/d = 35$ , die Übertragbarkeit für andere  $l/d$  wurde in ergänzenden Beispielen überprüft. Ergebnisse mit  $l/d < 35$  liegen auf der sicheren Seite, da der Einfluss der streuenden Nutzhöhe abnimmt. Weitere Untersuchungen zur Stützung dieser Aussage werden empfohlen.



Tabelle 9.30: Zusammenfassung der hergeleiteten Teilsicherheitsbeiwerte  $\gamma_{c,mod}$  und  $\gamma_{s,mod}$   
b) Balken

Balken		$\beta_{Ziel} = 4,7$ (EC 0)			$\beta_{Ziel} = 4,2$ (Bestand)		
		B220	B420	B500	B220	B420	B500
$\sigma_{fc}$ [MN/m <sup>2</sup> ]		≤ 10,00	≤ 10,00	≤ 10,00	≤ 10,00	≤ 10,00	≤ 10,00
A	Wohnen	$\gamma_c$	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
		$\gamma_s$	1,15	1,15	1,15	1,00	1,05
B	Büro	$\gamma_c$	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
		$\gamma_s$	1,05	1,05	1,05	1,00	1,00
C	Schule	$\gamma_c$	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
		$\gamma_s$	1,00	1,05	1,05	1,00	1,00
D	Verkauf	$\gamma_c$	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
		$\gamma_s$	1,00	1,05	1,05	1,00	1,00

**Anwendungsbedingungen**

**System und Belastung**

- o Ein- und Zweifeldträger mit gleichförmig verteilten Lasten (ständige Lasten, eine veränderliche Last)
- o Nutzlasten **allgemeiner Hochbau** [DIN EN 1991-1-1 (2010)]
- o Schnittgrößenermittlung **linear elastisch**
- o Normalkraft **N = 0**
- o Versagen **Biegezugversagen / Querkraftversagen**  
(Widerstände gemäß [DIN EN 1992-1-1 (2011)])

**Anwendungsgrenzen nach Bauaufnahme <sup>3)</sup>**

**Bauwerkszustand** weitgehend schadenfreie Konstruktion

**Standardabweichung der Druckfestigkeit**

- o Anwendungsbereich allgemein  $\sigma_{fc} \leq 10,0 \text{ MN/m}^2$
- o Mindestwert der mittleren Druckfestigkeit bei  
Qualitätsstufe „gut“  $\sigma_{fc} \leq 6,0 \text{ MN/m}^2$  :  $f_{cm} \geq 20 \text{ MN/m}^2$
- Qualitätsstufe „schlecht“  $\sigma_{fc} > 6,0 \text{ MN/m}^2$  :  $f_{cm} \geq 28 \text{ MN/m}^2$

**Standardabweichung der Streckgrenze des Betonstahls**

- o für  $f_{yk} \sim 220 \dots 500 \text{ MN/m}^2$   $\sigma_{fy} \leq 30,0 \text{ MN/m}^2$

**Streuung der Nutzhöhe der Längsbewehrung**

- o Balken  $V_{d,unten} \leq 0,02$  ,  $V_{d,oben} \leq 0,02$

**Maße**

**Betonabmessungen**  $h \geq 30 \text{ cm}$  ,  $b \geq 30 \text{ cm}$

**Schlankheitskriterium  $l/d$  <sup>4)</sup>**  $l/d = 8$

**Bewehrung**

**Längsbewehrung**

- o Zugbewehrung  $A_{s1} > 0$
- o keine Druckbewehrung  $A_{s2} = 0$

**Querkraftbewehrung**

- o Balken mit Querkraftbewehrung  $a_{sw,Balken} > 0$

**Biegezugversagen**

- o Dehnung der Zugbewehrung  $\epsilon_{s1} \geq f_{yk}/E_s$
- o Druckzone  $x/d \leq 0,45$

**Anmerkungen:**

- 3) Weitere Angaben zu den der Herleitung zugrunde liegenden stochastischen Modellen sind in Tabelle 6.15 zusammengefasst. Bei wesentlich abweichenden neuen Erkenntnissen zu Streuwerten (insbesondere Modellunsicherheiten und Nutzlasten) sind die hier vorgestellten Ergebnisse zu überprüfen.
- 4) Die Systemberechnungen erfolgten im Wesentlichen für eine Schlankheit  $l/d = 8$ , die Übertragbarkeit für andere  $l/d$  wurde in ergänzenden Beispielen überprüft. Die Systemzuverlässigkeit des Balkens erweist sich als weitgehend unabhängig von der Biegeschlankheit; das Querkraftversagen (Zugstrebe) bleibt maßgebend. Weitere Untersuchungen zur Stützung dieser Aussage werden empfohlen.

## **Kapitel 10) Zusammenfassung und Ausblick**

### **10.1) Zusammenfassung**

Diese Arbeit behandelt probabilistisch begründete Tragfähigkeitsreserven und -defizite bestehender Hochbauwerke aus Stahlbeton im Hinblick auf mögliche Umnutzung. Bei der Tragwerksplanung im Bestand lassen sich Defizite der vorhandenen Konstruktion gegenüber dem Planungsziel ausgleichen und gegebenenfalls vorhandene Tragfähigkeitsreserven für Laststeigerungen ausnutzen. Reserven können sich zum Beispiel aus gegenüber der Planungszeit veränderten Bemessungsverfahren oder aus über dem Zielniveau liegenden Zuverlässigkeiten ergeben. Darüber hinausgehende Potentiale aus verfeinerter Schnittkraftermittlung werden in dieser Arbeit nicht betrachtet.

Zuverlässigkeitsziele werden für den Neubau im Eurocode [DIN EN 1990 (2010)] definiert, darüber hinaus existieren Vorschläge zur Reduktion des Zielniveaus für bestehende Bauwerke. Die Zielwerte gelten jeweils für ein System als Ganzes. Differenzen zum Zuverlässigkeitsziel werden unter Berücksichtigung der streuenden Eigenschaften der Einwirkungs- und Widerstandsparameter mit Hilfe probabilistischer Verfahren ermittelt. Zum Ausgleich möglicher Reserven und Defizite können hieraus angepasste Teilsicherheitsbeiwerte für den semi-probabilistischen Nachweis hergeleitet werden. Probabilistisch begründete Vorschläge für modifizierte Teilsicherheitsbeiwerte zum Nachweis bestehender Stahlbetonbauteile wurden jüngst von [Fischer, A. 2011] vorgelegt. Die Beiwerte wurden dort für einzelne Elementnachweise hergeleitet und gelten für Wohn- und Bürogebäude.

Die reine Elementbetrachtung vernachlässigt, dass bei Systemen mit mehreren möglichen Versagensmechanismen eine höhere Elementzuverlässigkeit erforderlich sein kann, um das Zuverlässigkeitsziel für das System als Ganzes einzuhalten. Unter Berücksichtigung des Systemzusammenhangs wurden in dieser Arbeit modifizierte Teilsicherheitsbeiwerte hergeleitet, die wie gewohnt beim Elementnachweis eingesetzt werden können. Die Kalibrierung über die Systemzuverlässigkeit garantiert, dass die einzelnen Elemente des Systems ausreichend zuverlässig dimensioniert werden. Die Herleitung der Beiwerte fußt auf Verfahren zur Ermittlung der Systemzuverlässigkeit.

Zu diesem Zweck wurden durchlaufende Platten und Balken des allgemeinen Hochbaus modelliert unter Berücksichtigung verschiedener Betonstahlsorten, Betonfestigkeiten, Nutzungsarten und Ausführungsqualitäten. Dabei wurde insbesondere die Spezifik verschiedener Nutzungskategorien des Hochbaus berücksichtigt. Die Betrachtungen gehen zunächst von schadensfreien Konstruktionen aus, eventuelle Schädigungen wären in weiterführenden Betrachtungen in die Modellierung zu integrieren. Die Systeme wurden probabilistisch im Hinblick auf mögliche Differenzen zur Zielzuverlässigkeit analysiert und insbesondere die Einflüsse einzelner Parameter und Versagensfälle auf die Zuverlässigkeit des Systems als Ganzes identifiziert.

Hierzu war eine Überführung des statischen Systems in ein zuverlässigkeitstheoretisches System notwendig, bei dem die verschiedenen Möglichkeiten des Elementversagens in einem logischen Netz verknüpft werden. Logisches System und statisches System unterscheiden sich voneinander. Die Systemzuverlässigkeit ergibt sich in Abhängigkeit von den stochastischen Modellen der Basisparameter, der logischen Verknüpfung im Zuverlässigkeitssystem und der Reihenfolge der Versagensfälle. Verfahren zur Ermittlung der Element- und Systemzuverlässigkeit wurden vorgestellt. Die Berechnung der Systemzuverlässigkeit erfolgte hier auf Grundlage der Zuverlässigkeitsverfahren FORM und SORM (Levell-II-Methoden) in Verbindung mit genaueren Wahrscheinlichkeitsschranken.

Bei den untersuchten Systemen bestanden in den meisten Material-Nutzungs-Qualitäts-Kombinationen Reserven gegenüber dem Zuverlässigkeitsziel gemäß Eurocode, allerdings waren auch Unterschreitungen des Zielniveaus möglich. Letztere erfordern Teilsicherheitsbeiwerte, die gegenüber der aktuellen Normung zu höheren Querschnittswerten führen. Bei Überschreitung des Zielwerts war eine Reduktion der Teilsicherheitsbeiwerte möglich. Das reduzierte Zuverlässigkeitsziel für Bestandsbauwerke wurde in allen Kombinationen eingehalten, so dass bei Akzeptanz des bestandsspezifischen Zielwerts prinzipiell eine Absenkung der Teilsicherheitsbeiwerte möglich wäre.

Die modifizierten Teilsicherheitsbeiwerte wurden in einem Optimierungsverfahren so bestimmt, dass Differenzen zum Zuverlässigkeitsziel minimal werden. Hierzu waren in probabilistischen Systemanalysen zunächst die Querschnittswerte zu identifizieren, die das Zuverlässigkeitsniveau maßgeblich beeinflussen. Bei Platten ist der Längsbewehrungsgrad maßgebend, bei Balken mit Querkraftbewehrung entscheidet insbesondere der Querkraftbewehrungsgrad. Für die maßgebenden Querschnittswerte wurde schließlich eine probabilistische Bemessung durchgeführt. Dabei wurden iterativ die Bewehrungsgrade ermittelt, mit denen das Zuverlässigkeitsziel genau erreicht wird. In einem eigens erstellten Optimierungsprogramm wurden aus den Zielquerschnitten optimale Kombinationen von Teilsicherheitsbeiwerten bestimmt, welche die Differenzen zum Zuverlässigkeitsziel ausgleichen.

Auf diese Weise wurde ein Vorschlag modifizierter Teilsicherheitsbeiwerte für die Querkraft- und Biegenachweise durchlaufender Platten und Balken erarbeitet und deren Anwendbarkeit auch für statisch bestimmte Systeme überprüft. Anwendung der modifizierten Beiwerte bei Bemessung bzw. Nachweis führt zu einem Ausgleich der Zuverlässigkeitsdifferenzen. Insbesondere bei Überschreitung des Zuverlässigkeitsziels können durch die modifizierten Beiwerte Reserven für Laststeigerungen bei Umnutzung bestehender Objekte aktiviert werden. In Beispielen wird gezeigt, wie sich die Anwendung der hergeleiteten Teilsicherheitsbeiwerte in Verbindung mit Reserven aus Weiterentwicklung der Bemessungsverfahren auf den Nachweis auswirken kann. Die Beispiele konzentrieren sich auf Bauwerke, die nach der Normengeneration [DIN 1045 (1943, 1952, 1959)] errichtet wurden, da diese einen großen Teil der vorhandenen Bausubstanz in Deutschland ausmachen. Je nach Situation können nennenswerte Reserven für Laststeigerungen identifiziert werden. Mit Bemessungsreserven lassen sich eventuelle Zuverlässigkeitsdefizite ausgleichen.

## 10.2) Ausblick

Ergebnisse probabilistischer Berechnungen sind hochgradig abhängig von der Qualität der stochastischen Modellierung. Kleine Änderungen im stochastischen Modell können sich nennenswert auf die berechneten Zuverlässigkeiten auswirken. Die Berechnungen dieser Arbeit gründen auf einer umfangreichen Sammlung stochastischer Modelle, aus der begründete Ansätze für die eigene Berechnung auszuwählen waren. Die Qualität der vorgeschlagenen Beiwerte ist von dieser Auswahl abhängig.

Zur breiteren Anwendung probabilistischer Verfahren in der Ingenieurpraxis bedarf es neben der Entwicklung praktikabler Software einer normativen Einigung auf stochastische Modelle für wesentliche Einwirkungs- und Widerstandsgrößen. Aufwendige Datensammlung und subjektiv wertende Auswahl der Modelle lassen sich hierüber vermeiden. Dieses Ziel wird zwar mit dem probabilistischen Model Code [JCSS 2001] verfolgt, allerdings können mit den dort zur Verfügung gestellten Daten nicht alle Fragen beantwortet werden. Hier bedarf es einer weiteren Vereinheitlichung. Forschungsbedarf ist u. a. bei den Modellunsicherheiten für die Nachweise der Eurocodes auszumachen, insbesondere im Hinblick auf die Querkraftnachweise.

Darüber hinaus sollten wegen des großen Einflusses auf die Zuverlässigkeit die stochastischen Modelle der Nutzlasten überprüft werden. Das gilt auch für die charakteristischen Nutzlasten gemäß [DIN EN 1991-1-1 (2010)], deren Bezug zu den verschiedenen Datenmodellen nicht eindeutig nachvollziehbar ist. Aus der Literaturlauswertung ist kein einheitliches Bild bezüglich der stochastischen Modelle der Nutzlasten herzustellen. Die Erhebung neuerer Nutzlastdaten sowie eine Vereinheitlichung der Modelle wären hier sinnvoll im Hinblick auf die praktische Anwendung von Zuverlässigkeitsmethoden und insbesondere für die Festlegung von Normwerten.

Ferner ist für eine fundierte Beurteilung bestehender Konstruktionen die Bereitstellung weiterer Daten wünschenswert. Notwendig erscheint hier vor allem die konzentrierte Erfassung und Bereitstellung bestandspezifischer Daten aus Baumaßnahmen im Bestand. Hierzu gehören typische Streuwerte der Beton- und Stahlfestigkeiten in Verbindung mit Bauzeit und Bauart, um eine fundierte Datenbasis für bauzeitspezifische Aussagen zu erhalten.

Durch Einbeziehen typischer Schäden ließen sich die vorgeschlagenen Modelle erweitern. Ansätze zur stochastischen Modellierung von Korrosionsschäden enthält [Braml 2010]. Ferner ist eine Ausweitung des Modells auf andere statische Systeme sinnvoll, um Beiwerte für typische Planungssituationen zur Verfügung stellen zu können. Ein Ziel könnte die Zusammenstellung von Auswahltafeln mit modifizierten Beiwerten für Bestandsbauwerke sein, welche frühere Konstruktionsformen und typische Schäden einbeziehen und einen Bezug zur Bauzeit herstellen. Hiermit können in frühen Planungsphasen Aussagen über mögliche Umnutzungen unterstützt werden.

Die nachgewiesenen Zuverlässigkeitsreserven und -defizite gelten nicht nur für bestehende Objekte. Insofern wären die normgemäßen Teilsicherheitsbeiwerte auch für zukünftige Normen zu überprüfen. Das gilt insbesondere für die Fälle, in denen Defizite nachgewiesen werden konnten. Die gegenüber der Entwicklungszeit der genormten Beiwerte weiter entwickelte Rechentechnik sowie erweiterte Zuverlässigkeitsverfahren und stochastische Modelle sollten dabei zu ausgewogeneren Ergebnissen führen. Darüber hinaus ist die Aufnahme von Regeln für den Umgang mit bestehenden Konstruktionen in die Normen erforderlich. Dabei ist insbesondere der Umgang mit abweichenden Konstruktionsformen zu klären.

## Literatur

- [Allen 1981] Allen, D.E.: Criteria for Design Safety Factors and Quality Assurance Expenditure, in: T. Moan / M. Shinozuka (Ed.): Structural Safety and Reliability. Proceedings of ICOSSAR '81. 3<sup>rd</sup> Conference on Structural Safety and Reliability, Trondheim 1981, Amsterdam / Oxford / New York: Elsevier, 1981, S. 667-678
- [ARGEBAU 2006] Fachkommission Bautechnik der Bauministerkonferenz (ARGEBAU): Hinweise für die Überprüfung der Standsicherheit von baulichen Anlagen durch den Eigentümer / Verfügungsberechtigten, Fassung September 2006
- [ARGEBAU 2008] Fachkommission Bautechnik der Bauministerkonferenz (ARGEBAU): Hinweise und Beispiele zum Vorgehen beim Nachweis der Standsicherheit beim Bauen im Bestand, Stand 7.4.2008
- [ASB-ING 2008] Richtlinien für die Erhaltung von Ingenieurbauwerken (RI-ERH-ING): Anweisung Straßeninformationsdatenbank: Teilsystem Bauwerksdaten (ASB-ING), Hrsg. Bundesministerium für Verkehr, Bau und Stadtentwicklung (BMVBS), Stand März 2008
- [Augusti et al. 1984] Augusti, G. / Baratta, A. / Casciati, F.: Probabilistic Methods in Structural Engineering, London/New York: Chapman&Hall, 1984
- [Bach 1992] Bach, T.: Tragfähigkeitsnachweise von Stahlbetonquerschnitten bei Biegebeanspruchung mit und ohne Längskraft auf Grundlage der Zuverlässigkeitstheorie der Stufe II, Dissertation, Dresden: Technische Universität, 1992
- [Bargmann 2013] Bargmann, H.: Historische Bautabellen: Normen und Konstruktionshinweise 1870 bis 1960, 5. Auflage, Köln: Werner, 2013
- [Bartlett/MacGregor 1996] Bartlett, M. / MacGregor, J.: Statistical Analysis of the Compressive Strength of Concrete Structures, in: ACI Materials Journal 93, March-April 1996, S. 158-168
- [Bartsch 2007] Bartsch, H. J.: Taschenbuch mathematischer Formeln, 21. Auflage, München: Fachbuchverlag Leipzig im Carl-Hanser-Verlag, 2007
- [BBSR 2012] Bundesinstitut für Bau-, Stadt- und Raumforschung (BBSR): Bericht zur Lage und Perspektive der Bauwirtschaft 2012, BBSR-Analyse Kompakt 13/2012, Berlin: BBSR, 2012
- [BE 95-1347/R9 (2000)] The European Union – Brite EuRam III: Visser, Jeanette: Statistical Quantification of the Variables in the Limit State Functions (Contract BRPR-CT95-0132, Project BE95-1347, Document BE95-1347/R9), DuraCrete. Probabilistic Performance based Durability Design of Concrete Structures, Jan. 2000
- [BE 95-1347/R15 (2000)] The European Union - Brite EuRam III: Engelund, S. / Evardsen, C. / Mohr, L.: General Guidelines for Durability Design and Redesign (Contract BRPR-CT95\_0132, Project BE95-1347, Document BE95-1347/R15), DuraCrete. Probabilistic Performance based Durability Design of Concrete Structures, Feb. 2000
- [Bennett/Snounou 1982] Bennett, E. W. / Snounou, I. G.: Bond-Slip Characteristics of Plain Reinforcing Bars under Varying Stress, in: Bond in Concrete: Proceedings of the International Conference on Bond in Concrete, Paisley College of Technology Scotland 14.-16.06.1982, Ed. P. Bartos, London: Advanced Science Publishers, 1982, S. 140-150
- [Bergmeister/Santa 2004] Bergmeister, Konrad / Santa, Ulrich: Brückeninspektion und -überwachung, in: Beton-Kalender 2004: Brücken, Parkhäuser. Bd. 1, Berlin: Ernst&Sohn, 2004, S. 409-581
- [Bergmeister et al. 2007] Bergmeister, K. / Santa, K. / Strauss, A.: Überwachung und Analyse der Lebensdauer von Tunnelbauwerken, in: Beton- und Stahlbetonbau 102, Heft 1/2007, S. 24-32
- [Bierbrauer 2008] Bierbrauer, Kerstin: Ein Beitrag zur Bestimmung der Biegetragfähigkeit bestehender Stahlbetonbauteile, Dissertation, München: Universität der Bundeswehr, 2008
- [Bindseil/Schmitt 2002] Bindseil, Peter / Schmitt, Mirco O.A.: Betonstähle vom Beginn des Stahlbetonbaus bis zur Gegenwart, Berlin: Verlag Bauwesen, 2002
- [BK 1966 – T1] Beton-Kalender 1966 (55. Jg.) – Teil 1; Berlin: Ernst&Sohn, 1966
- [Blaut 1982] Blaut, H.: Gedanken zum Sicherheitskonzept im Bauwesen, in: Beton- und Stahlbetonbau 9/1982, S. 235-239

- [BMV 2011] Bundesministerium für Verkehr, Bau und Straßenentwicklung: Richtlinie zur Nachrechnung von Straßenbrücken im Bestand (Nachrechnungsrichtlinie), Ausgabe 05/2011
- [Bolotin 1981] Bolotin, Vladimir: Wahrscheinlichkeitsmethoden zur Berechnung von Konstruktionen, Berlin: Verlag für Bauwesen, 1981
- [Bourgund/Ammann 1991] Bourgund, U. / Ammann, W.: Ein Bemessungskonzept für Befestigungselemente im Beton auf der Basis von Teilsicherheitsbeiwerten, in: Bauingenieur 66 (1991), S. 401-411
- [Braml et al. 2009] Braml, T./ Fischer, A./ Keuser, M./ Schnell, J.: Beurteilung der Zuverlässigkeit von Bestandsbauwerken hinsichtlich einer Querkraftbeanspruchung, in: Beton- und Stahlbetonbau 104, Heft 12/2009, S. 798-812
- [Braml 2010] Braml, Thomas: Zur Beurteilung der Zuverlässigkeit von Massivbrücken auf der Grundlage der Ergebnisse von Überprüfungen am Bauwerk, Düsseldorf: VDI, 2010
- [Brehm et al. 2008] Brehm, E. / Schmidt, H. / Graubner, C.: Model Uncertainties for Shear Capacity Prediction of Reinforced Concrete Members, in: Graubner / Schmidt / Proske (Ed.): Proceedings of the 6<sup>th</sup> International Probabilistic Workshop, Darmstadt: Technische Universität, 2008
- [Breitung 1984] Breitung, K.: Asymptotic Approximations for Multinormal Integrals, in: Journal of Engineering Mechanics 110, No.3/1984, S. 357-366
- [Brockmann 2001] Brockmann, T.: Ringversuch zur Ermittlung des statischen Elastizitätsmoduls. Abschlußbericht, Stuttgart: Fraunhofer IRB, 2001
- [Burkhardt/Will 2004] Burkhardt, J./ Will, N.: Verankerungen und Übergreifungsstöße nach DIN 1045-1, in: Beton- und Stahlbetonbau 99, Heft 12/2004, S. 1005-1012
- [Casas/Sobrinho 1993] Casas, J.R. / Sobrinho, J.A.: Probabilistic Response of Reinforced and Prestressed Bridge Cross-Sections, in: Remaining structural capacity. IABSE Colloquium Copenhagen 1993, Zürich: IABSE, 1993, S. 241-248
- [Casciati et al. 1991] Casciati, F. / Negri, I. / Rackwitz, R.: Geometrical Variability in Structural Members and Systems. A Critical Review of Available Data on Buildings, JCSS Working Document, Zürich: ETH, 1991
- [CEB Bulletin 112 (1976)] JCSS: First order Reliability Concepts for Design Codes, CEB Bulletin d'Information No. 112, Paris: CEB 1976
- [CEB Bulletin 116 (1976)] Einheitliche Regeln für verschiedene Bauarten und Baustoffe, 3. Entwurf, CEB Bulletin d'Information No. 116-D, Paris: CEB, 1976
- [CEB Bulletin 191 (1988)] Mathieu, H. / Ostlund, L.: General Principles on Reliability for Structures. A Commentary on ISO 2394; CEB Bulletin d'Information No. 191, Lausanne: CEB, 1988
- [CEB Bulletin 202 (1991)] Reliability of Concrete Structures. Final report of Permanent Commission I, Lausanne: CEB, 1991
- [Chalk/Corotis 1980] Chalk, P. / Corotis, R.: Probability Model for Design Live Loads, in: Journal of the Structural Division, Vol. 106, No. St10, 1980. S. 2017-2032
- [Christophe 1905] Christophe, P.: Der Eisenbeton und seine Anwendung im Bauwesen, Berlin: Verlag Tonindustrie-Zeitung, 1905
- [Ciampoli/Napoli 1993] Ciampoli, M. / Napoli, P.: Upgrading Reliability Assessment of Degraded Structures, in: Remaining structural capacity. IABSE Colloquium Copenhagen 1993, Zürich: IABSE, 1993, S. 69-76
- [CIB 115 (1989)] CIB Report: Actions on Structures: Self-Weight Loads, CIB Publication 115; Rotterdam: International Council for Building Research, Studies and Documentation, 1989
- [CIB 116 (1989)] CIB Report: Actions on Structures: Live Loads in Buildings, CIB Publication 116; Rotterdam: International Council for Building Research, Studies and Documentation, 1989
- [CIB 141 (1991)] CIB Report: Actions on Structures: Snow Loads, CIB Publication 141; Rotterdam: International Council for Building Research, Studies and Documentation, 1991
- [CONTECVET 2000] CONTECVET IN309021. A validated Users Manual for assessing the residual service life of concrete structures. Manual for assessing corrosion-affected concrete structures, EC Innovation Programme IN 309021, 2000
- [Cordon 1957] Cordon, W. A.: Recommended Practice for Evaluation of Compression Test Results of Field Concrete (ACI 214-57), in: Journal of the American Concrete Institute, V. 29, No.1, July 1957, S. 1-19

- [Cornell 1967] Cornell, C.A.: Bounds on the Reliability of Structural Systems, in: Journal of the Structural Division 93, No. ST1/1967, S. 171-200
- [DAfEb-Bestimmungen (1916)] Bestimmungen für Ausführungen von Bauwerken aus Beton und Eisenbeton, Deutscher Ausschuss für Eisenbeton, 01/1916
- [DAfEb-A (1925)] Bestimmungen des Deutschen Ausschusses für Eisenbeton 1925 – Teil A: Bestimmungen für Ausführung von Bauwerken aus Eisenbeton, 09/1925
- [DAfEb-A (1932)] Bestimmungen des Deutschen Ausschusses für Eisenbeton 1932 – Teil A: Bestimmungen für Ausführung von Bauwerken aus Eisenbeton, 05/1932
- [DAfEb-A (1937)] Bestimmungen des Deutschen Ausschusses für Eisenbeton 1937 – Teil A: Bestimmungen für Ausführung von Bauwerken aus Eisenbeton, 05/1937
- [DAfStb-H. 206 (1969)] Deutscher Ausschuss für Stahlbeton. Heft 206: Rüschi, H./ Sell, R./ Rackwitz, R.: Statistische Analyse der Betonfestigkeit, Berlin: Ernst&Sohn, 1969
- [DAfStb-H. 220 (1972)] Deutscher Ausschuss für Stahlbeton Heft 220: Bemessung von Beton- und Stahlbetonbauteilen nach DIN 1045, Ausgabe Januar 1972, Berlin: Ernst&Sohn, 1972
- [DAfStb-H. 220 (1979)] Deutscher Ausschuss für Stahlbeton Heft 220: Bemessung von Beton- und Stahlbetonbauteilen nach DIN 1045. Ausgabe Dezember 1978; 2. Auflage, Berlin: Ernst&Sohn, 1979
- [DAfStb-H. 228 (1973)] Deutscher Ausschuss für Stahlbeton. Heft 228: Martin, H.: Zusammenhang zwischen Oberflächenbeschaffenheit, Verbund und Sprengwirkung von Bewehrungsstählen unter Kurzzeitbelastung, Berlin: Ernst&Sohn, 1973
- [DAfStb-H. 260 (1976)] Deutscher Ausschuss für Stahlbeton. Heft 260: Eibl, J./ Ivány, G.: Studie zum Trag- und Verformungsverhalten von Stahlbeton, Berlin: Ernst&Sohn, 1976
- [DAfStb-H. 300 (1979)] Deutscher Ausschuss für Stahlbeton. Heft 300: Bertram, D./ Deutschmann, H.: Hinweise zur DIN 1045 Ausgabe Dezember 1978, Berlin: Ernst&Sohn, 1979
- [DAfStb-H. 301 (1979)] Deutscher Ausschuss für Stahlbeton. Heft 301: Elgehausen, R.: Übergreifungsstöße zugbeanspruchter Rippenstäbe mit geraden Stabenden, Berlin: Ernst&Sohn, 1979
- [DAfStb-H. 307 (1979)] Deutscher Ausschuss für Stahlbeton. Heft 307: Moosecker, W.: Zur Bemessung der Schubbewehrung von Stahlbetonbalken mit möglichst gleichmäßiger Zuverlässigkeit, Berlin: Ernst&Sohn, 1979
- [DAfStb-H. 400 (1989)] Deutscher Ausschuss für Stahlbeton. Heft 400: Erläuterungen zu DIN 1045 Beton- und Stahlbeton, Ausgabe 07.88, Berlin/Köln: Beuth, 1988
- [DAfStb-H.467 (1996)] Deutscher Ausschuss für Stahlbeton Heft 467: Verstärken von Betonbauteilen – Sachstandsbericht, Berlin: Beuth, 1996
- [DAfStb-H. 510 (2000)] Deutscher Ausschuss für Stahlbeton. Heft 510: Gehlen, C.: Probabilistische Lebensdauerbemessung von Stahlbetonbauwerken. Zuverlässigkeitsbetrachtungen zur wirksamen Vermeidung von Bewehrungskorrosion, Berlin: Beuth, 2000
- [DAfStb-H. 525.2 (2010)] Deutscher Ausschuss für Stahlbeton. Heft 525: Erläuterungen zu DIN 1045-1; 2. überarbeitete Auflage 2010, Berlin: Beuth, 2010
- [DAfStb-H. 597 (2012)] Deutscher Ausschuss für Stahlbeton. Heft 597: Reineck, K.-H./ Kuchma, D./ Fitik, B.: Erweiterte Datenbanken zur Überprüfung der Querkraftbemessung für Konstruktionsbetonbauteile mit und ohne Bügel, Berlin: Beuth, 2012
- [DAfStb-H. 600 (2012)] Deutscher Ausschuss für Stahlbeton. Heft 600: Erläuterungen zu DIN EN 1992-1-1 und DIN EN 1992-1-1/NA (Eurocode 2); Berlin: Beuth, 2012
- [DAfStb-Ri. 2000] Deutscher Ausschuss für Stahlbeton: Richtlinie Belastungsversuche an Betonbauwerken - Ausgabe September 2000, Berlin/Köln: Beuth, 2000
- [DAfStb-Ri. 2001] Deutscher Ausschuss für Stahlbeton: Richtlinie für Schutz und Instandsetzung von Betonbauteilen – Ausgabe Oktober 2001, Berlin/Köln: Beuth, 2001
- [DAfStb 2007] Gebaute Visionen : 100 Jahre Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, 1907 - 2007 / Hrsg.: Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Berlin / Wien / Zürich : Beuth, 2007
- [Dahl et al. 1972] Dahl, J. / Beyer, W. / Riße, J. : Materialfestigkeit und Zuverlässigkeit von Bauwerken, Bauforschung – Technik und Organisation 51, Berlin: Bauinformation, 1972
- [Dartsch 1990] Dartsch, B. / Maniecki, G.: Bauen heute in alter Substanz. Aktuelle Hinweise und historische Baubestimmungen, Köln: Müller, 1990

- [DB-Ri. 805] Richtlinie Tragsicherheit bestehender Eisenbahnbrücken. (Modulfamilie 805) der Deutschen Bahn AG, Frankfurt/M.: DB Netz, 2002
- [DBV 1926] Graf, O. / Mörsch, E. / Rüth, G. / Petry, W.: Entwurf und Berechnung von Eisenbetonbauten. Band I, Hrsg. Deutscher Betonverein, Stuttgart: Wittwer, 1926
- [DBV 2007] DBV-Merkblatt: Bauwerksbuch: Empfehlungen zur Standsicherheit und Erhaltung von Gebäuden, Hrsg.: Deutscher Beton- und Bautechnik-Verein e.V., Berlin: DBV, Juni 2007
- [DBV 2008-01] DBV-Merkblatt Bauen im Bestand: Leitfaden, Hrsg.: Deutscher Beton- und Bautechnik-Verein e.V., Berlin: DBV, Januar 2008
- [DBV 2008-02] DBV-Merkblatt: Bauen im Bestand. Beton und Betonstahl, Hrsg. Deutscher Beton- und Bautechnikverein e.V., Fassung Januar 2008, Berlin: DBV, 2008
- [DBV 2008-03] DBV-Merkblatt: Bauen im Bestand. Brandschutz, Hrsg. Deutscher Beton- und Bautechnikverein e.V., Fassung Januar 2008, Berlin: DBV, 2008
- [DBV 2011] DBV-Merkblatt: Betondeckung und Bewehren nach Eurocode 2, Hrsg. Deutscher Beton- und Bautechnikverein e.V., Fassung Januar 2011, Berlin: DBV, 2011
- [DBV 2013] DBV-Merkblatt: Modifizierte Teilsicherheitsbeiwerte für Stahlbetonbauteile, Hrsg. Deutscher Beton- und Bautechnikverein e.V., Fassung März 2013, Berlin: DBV, 2013
- [Dehn/König 2006] Dehn, F. / König, A.: Einfluss der Überwachung und Prüfung auf die Betonqualität, in: Beton- und Stahlbetonbau 101, Heft 12/2006, S. 1016-1022
- [Dehn et al. 2007] Dehn, F. / Holschemacher, K./ Tue, N. V. (Hrsg.): Sanierung und Verstärkung von Massivbauten, Berlin: Bauwerk, 2007
- [Der Kiureghian/Liu 1986] Der Kiureghian, A. / Liu, P.: Structural Reliability under incomplete Probability Information, in: Journal of Engineering Mechanics 112, No. 1/1986, S. 85-104
- [Dey/Mahedevan 1998] Dey, A. / Mahedevan, S.: Ductile structural system reliability analysis using adaptive importance sampling, in: Structural Safety 20 (1998), pp. 137-154
- [Diamantidis 1999] Diamantidis, D.: Koordination und Entwicklung eines probabilistischen Sicherheitskonzepts für neue und bestehende Tragwerke, Stuttgart: Fraunhofer IRB, 1999
- [Diamantidis et al. 2007] Diamantidis, D. / Holický, M. / Jung, K.: Assessment of existing structures – On the applicability of the JCSS recommendations, in: Aspects of Structural Reliability, Hrsg. M. Faber / T. Vrouwenvelder / K. Zilch, München: Utz, 2007, S. 15-26
- [Dillmann 1990] Dillmann, R.: Toleranzen der Betondeckung, Bauforschungsbericht BI5-80 01 89-7, Stuttgart: IRB, 1990
- [DIN 1045 (1943)] DIN 1045: Bestimmungen für die Ausführung von Bauwerken aus Stahlbeton, Ausgabe 03/1943
- [DIN 1045 (1952)] DIN 1045: Bestimmungen für die Ausführung von Bauwerken aus Stahlbeton, Ausgabe 07/1952
- [DIN 1045 (1959)] DIN 1045: Bestimmungen für die Ausführung von Bauwerken aus Stahlbeton, Ausgabe 11/1959
- [DIN 1045 (1972)] DIN 1045: Beton- und Stahlbetonbau – Bemessung und Ausführung, Ausgabe 01/1972
- [DIN 1045 (1978)] DIN 1045: Beton- und Stahlbetonbau – Bemessung und Ausführung, Ausgabe 12/1978
- [DIN 1045 (1988)] DIN 1045: Beton- und Stahlbetonbau – Bemessung und Ausführung, Ausgabe 07/1988
- [DIN 1045-1 (2001)] DIN 1045-1: Tragwerke aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton – Teil 1: Bemessung und Konstruktion, Ausgabe 07/2001
- [DIN 1045-1 (2008)] DIN 1045-1: Tragwerke aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton – Teil 1: Bemessung und Konstruktion, Ausgabe 08/2008
- [DIN 1055-100 (2001)] DIN 1055: Einwirkungen auf Tragwerke – Teil 100: Grundlagen der Tragwerksplanung, Sicherheitskonzept und Bemessungsregeln, Ausgabe 03/2001
- [DIN 1076 (1999)] DIN 1076: Ingenieurbauwerke im Zuge von Straßen und Wegen: Überwachung und Prüfung, Ausgabe 11/1999
- [DIN 4178 (2005)] DIN 4178: Glockentürme, Ausgabe 04/2005

## Verzeichnisse: Literatur

---

- [DIN EN 1504] Produkte und Systeme für den Schutz und die Instandsetzung von Betontragwerken, Teile 1 bis 10, 2013
- [DIN EN 1990 (2010)] Eurocode: Grundlagen der Tragwerksplanung, Deutsche Fassung EN 1990:2010, Fassung Dezember 2010
- [DIN EN 1990/NA (2010)] Nationaler Anhang, National festgelegte Parameter zu DIN EN 1990, 12/2010
- [DIN EN 1991-1-1 (2010)] Eurocode 1: Einwirkungen auf Tragwerke – Teil 1-1: Allgemeine Einwirkungen auf Tragwerke – Wichten, Eigengewicht und Nutzlasten im Hochbau, 10/2010
- [DIN EN 1991-1-1/NA (2010)] Nationaler Anhang, National festgelegte Parameter zu DIN EN 1991-1-1, 12/2010
- [DIN EN 1992-1-1 (2011)] Eurocode 2: Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken – Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau, 01/2011
- [DIN EN 1992-1-1/NA (2013)] Nationaler Anhang, National festgelegte Parameter zu DIN EN 1992-1-1, 04/2013
- [DIN EN 1995-1-1 (2010)] Eurocode 5: Bemessung und Konstruktion von Holzbauten – Teil 1-1: Allgemeine Regeln und Regeln für den Hochbau, 12/2010
- [DIN EN 1995-1-1/NA (2010)] Nationaler Anhang, National festgelegte Parameter zu DIN EN 1995-1-1, 12/2010
- [DIN EN 1998-3 (2010)] Eurocode 8: Auslegung von Bauwerken gegen Erdbeben - Teil 3: Beurteilung und Ertüchtigung von Gebäuden, Ausgabe 12/2010
- [DIN ISO 8930 (1991)] DIN ISO 8930: Allgemeine Grundsätze für die Zuverlässigkeit von Tragwerken, Ausgabe 03/1991
- [Ditlevsen 1979-1] Ditlevsen, O.: Narrow Reliability Bounds for Structural Systems, in: Journal of Structural Mechanics 7, No. 4/1979, S. 453-472
- [Ditlevsen 1979-2] Ditlevsen, O.: Generalized Second Moment Reliability Index, in.: Journal of Structural Mechanics 7, No. 4/1979, S. 435-451
- [Ditlevsen 1982-1] Ditlevsen, O.: Model Uncertainty in Structural Safety, in: Structural Safety, 1(1982), S. 73-86
- [Ditlevsen 1982-2] Ditlevsen, O.: System Reliability Bounding by Conditioning, in: Journal of the Engineering Mechanics Division 108, No. EM5/1982, S. 708-718
- [Ditlevsen 1997] Ditlevsen, O.: Structural reliability codes for probabilistic design – a debate paper based on elementary reliability and decision analysis concepts, in: Structural Safety 19, No. 3/1997, S. 253-270
- [DIW 2011] Forschungsprogramm Zukunft Bau: Strukturdaten zur Produktion und Beschäftigung im Baugewerbe – Berechnungen für das Jahr 2011. Endbericht, Berlin: Deutsches Institut für Wirtschaftsforschung DIW, 2012
- [Dobbelmann et al. 1996] Dobbelmann, H. / Franke, J. / Holler, S.: Einhaltung der Mindestbetondeckung – Empfehlungen für Bauplanung und Bauausführung, in: Beton- und Stahlbetonbau 91, Heft 8/1996, S. 176-182
- [Donath 1986] Donath, D.: 100 Jahre Biegebemessung im Stahlbetonbau – Zur Geschichte des Stahlbetons in Deutschland, in : Beton- und Stahlbetonbau 81, Heft 11/1986, S. 281-282
- [Eichinger/Bergmeister 2001] Eichinger, E. M. / Bergmeister, K.: A Probability Based Approach to Fastening in Cracked Concrete, in: Safety, Risk and Reliability – Trends in Engineering. Int. Conference Malta 21.-23.03.2001, Zürich: IABSE, 2001, S. 71-76
- [Eligehausen et al. 1983] Eligehausen, R./ Popov, E. P. / Vertero, V. V.: Local Bond Stress-Slip Relationships of Deformed Bars Under Generalized Excitations. Experimental Results and Analytic Model
- [Ellingwood 1978] Ellingwood, B.: Reliability Basis of Load and Resistance Factors for Reinforced Concrete Design, US National Bureau of Standards, NBS Building Science Series 110, Washington DC: US Government Printing Office, 1978
- [Ellingwood 1996] Ellingwood, B. R.: Reliability-based condition assessment and LFRD for existing structures, in: Structural Safety (17), No. 2, 3/1996; S. 67-80
- [Ellingwood 2001] Ellingwood, B.: Acceptable risk bases for design of structures, in: Progress in structural engineering and materials, No 3/2001, S. 170-179
- [Erntroy 1960] Erntroy, H. C.: The variation of work test cubes, London: Cement and Concrete Association, 1960
- [Faber 2012] Faber, M. H.: Statistics and Probability Theory. In Pursuit of Engineering Decision Support, Dordrecht: Springer, Netherlands 2012



- [fib 3 (1999)] Structural Concrete. Textbook on Behaviour, Design and Performance. Updated Knowledge of the CEB/FIP Model Code 1990. Volume 3 (fib-Bulletin 3); Lausanne: fib, 1999
- [fib 10 (2000)] Bond of reinforcement in concrete (fib-Bulletin 10), Lausanne: fib, 2000
- [fib 17 (2002)] Management, maintenance and strengthening of concrete structures. Technical Report (fib-Bulletin 17), , Lausanne: fib, 2002
- [fib 22 (2003)] Monitoring and safety evaluation of existing concrete structures (fib-Bulletin 22), Lausanne: fib 2003
- [fib 51 (2009)] Structural Concrete. Textbook behaviour, design and performance. Second Edition. Volume 1 (fib-Bulletin 51), Lausanne: fib, 2009
- [fib 65 (2012)] Model Code 2010. Final draft. Volume 1, (fib bulletin 65), Lausanne: fib, 2012
- [Fiessler et al. 1979] Fiessler, B. / Neumann, H.J. / Rackwitz, R.: Quadratic Limit States in Structural Reliability, in: Journal of the Engineering Mechanics Division 105, No. EM4/1979, S. 661-676
- [Fingerloos 2008] Fingerloos, F.: Bauen im Bestand . Zuordnung historischer Betonfestigkeiten, in: Beton- und Stahlbetonbau 103, Heft 4/ 2008, S. 214-220
- [Fingerloos/Schnell 2008] Fingerloos, F. / Schnell, J.: Standsicherheit und Brandschutz von Bestandsbauwerken – besondere Herausforderung für die Planung, in: Beton- und Stahlbetonbau 103, Heft 11/ 2008, S. 714-722
- [Fingerloos 2009] Fingerloos, F. (Hrsg.): Historische Technische Regelwerke für den Beton-, Stahlbeton- und Spannbetonbau. Bemessung und Ausführung, Berlin: Ernst&Sohn 2009
- [Fingerloos/Schnell 2009] Fingerloos, F. / Schnell, J: Tragwerksplanung im Bestand, in: Beton-Kalender 2009. Teil II, Berlin: Ernst&Sohn, 2009, S. 3-51
- [Fingerloos et al. 2012] Fingerloos, F. / Hegger, J. / Zilch, K.: Eurocode 2 für Deutschland. Kommentierte Fassung, Berlin: Beuth, 2012
- [Fiorato 1973] Fiorato, A. E.: Geometric Imperfections in Concrete Structures, Stockholm: National Swedish Institute for Building Research, 1973
- [Fischer, A. 2011] Fischer, A.: Bestimmung modifizierter Teilsicherheitsbeiwerte zur semiprobabilistischen Bemessung von Stahlbetonkonstruktionen im Bestand, Dissertation, Kaiserslautern: Technische Universität, 2011
- [Fischer, L. 1995] Fischer, L.: Bestimmung des 5%-Quantils im Zuge der Bauwerksprüfung, in: Bautechnik 72, Heft 11/1995, S. 712-722
- [Fischer, L. 2001] Fischer, L.: Das neue Sicherheitskonzept im Bauwesen. Ein Leitfaden für Bauingenieure, Architekten und Studenten, Bautechnik Spezial 2001, Berlin: Ernst&Sohn, 2001
- [Fischer, L. 2003] Fischer, L.: Charakteristische Werte – ihre Bedeutung und Berechnung. Diskussion einiger aktueller Sachverhalte zur neuen Normengeneration, in: Bauingenieur 78, Heft April 2003, S. 179-186
- [Frangopol et al. 2001] Frangopol, D.M. / Kong, J.S. / Gharaibeh, E.S.: Reliability-Based Life-Cycle Management of Highway Bridges, in: Journal of Computing in Civil Engineering 15, No. 01/2001, S. 27-34
- [Galambos 1981] Galambos, T.V.: The AISC Load and Resistance Factor Design Criteria, in: T. Moan / M. Shinozuka (Ed.): Structural Safety and Reliability. Proceedings of ICOSSAR '81. 3<sup>rd</sup> Conference on Structural Safety and Reliability, Trondheim 1981, Amsterdam / Oxford / New York: Elsevier, 1981, S. 615-525
- [Gehlen 2001] Gehlen, C.: Lebensdauerbemessung - Zuverlässigkeitsberechnungen zur wirksamen Vermeidung von verschiedenartig induzierter Bewehrungskorrosion, in: Beton- und Stahlbetonbau 96, Heft 07/2001, S. 478-487
- [Gerstner 1980] Gerstner, H.: Zum Nachweis der Betonfestigkeit und der Rohdichteklasse nach TGL 33411/02, in: Bauplanung – Bautechnik 34, Heft 11/1980, S. 514-520
- [Giannini et al. 1991] Giannini, R. / Pinto, P.E. / Rackwitz, R.: Action Scenarios and Logic Trees, JCSS Working Document, Zürich: ETH, 1991
- [Glowienka 2007] Glowienka, S.: Zuverlässigkeit von Mauerwerkswänden aus großformatigen Steinen. Probabilistische Analyse von großformatigem Mauerwerk aus Kalksandstein und Porenbeton mit Dünnbettvermörtelung, Dissertation, Darmstadt: Technische Universität, 2007

- [Gollwitzer 1986] Gollwitzer, S. : Zuverlässigkeit redundanter Strukturen bei stofflich und geometrisch nichtlinearem Tragverhalten, in: Berichte zur Sicherheitstheorie der Bauwerke, Abschlußkolloquium SFB 96, München: Technische Universität, 1986, S. 43-49
- [Goris/Voigt 2009] Goris, A. / Voigt, J.: Werterhaltung – Bauwerksüberwachung, Sanierung und Ertüchtigung, in: Aktuelle Entwicklungen im Bauwesen. 6. Giessener Bauforum 2009, Hrsg. Jens Minnert, Aachen: Shaker, 2009
- [Goris/Voigt 2012] Goris, A. / Voigt, J.: Verbundeigenschaften von glattem Betonstahl. Festlegungen in Normen und Regelwerken. Vorschläge für Nachrechnungen von bestehenden Tragwerken, Siegen: Universität Siegen, LS Massivbau, 2012 (nicht veröffentlichter Bericht)
- [Gornig/Hagedorn 2011] Gornig, M. / Hagedorn, H.: Bauwirtschaft: Stagnation nach starkem Wachstum, in: DIW-Wochenbericht 78, No. 48/2011, S. 3-13
- [Gränzer/Riemann 1980] Gränzer, M. / Riemann, H.: Statistische Auswertung langjähriger Schneemessungen zur Ermittlung der Schneelastverteilung im Bundesgebiet. Schlußbericht, Tübingen: Landesstelle für Baustatik Baden-Württemberg, 1980
- [Grasser/Kraemer 1973] Grasser, E./ Kraemer, U.: Die Auswirkungen streuender Einflussparameter auf die Schnittgrößen und Formänderungen in Bürogebäuden, in: Sicherheit von Betonbauten. Beiträge zur Arbeitstagung Berlin 7./8. Mai 1973, Hrsg.: Deutscher Betonverein e.V., Wiesbaden/DBV, 1973, S. 151-161
- [Greig 1992] Greig, G.L.: An Assessment of High-Order Bounds for Structural Reliability, in: Structural Safety 11, 1992, S. 213-225
- [Grimmelt/Schuëller 1982] Grimmelt, M. / Schuëller, G.: Benchmark Study on Methods to Determine Collapse Failure Probabilities of Redundant Structures, in: Structural Safety 1, 1982, S. 93-106
- [Grimmelt 1984] Grimmelt, M.: Eine Methode zur Berechnung der Zuverlässigkeit von Tragsystemen unter kombinierten Belastungen, Dissertation, München: Technische Universität, 1984
- [Grimmelt/Schuëller 1986] Grimmelt, M. / Schuëller, G.: Über den Fehlerbaumansatz bei redundanten Tragwerken, in: Berichte zur Sicherheitstheorie der Bauwerke, Abschlußkolloquium SFB 96, München: Technische Universität, 1986, S. 51-55
- [Grübl et al. 2001] Grübl, P. / Weigler, H. / Karl, S.: Beton. Arten, Herstellung, Eigenschaften; Berlin: Ernst&Sohn, 2001
- [Grünberg 2004] Grünberg, J.: Grundlagen der Tragwerksplanung – Sicherheitskonzept und Bemessungsregeln für den konstruktiven Ingenieurbau. Erläuterungen zu DIN 1045-100, Berlin: Beuth, 2004
- [Haegermann et al. 1964] Haegermann, G. / Huberti, G. / Möll, H.: Vom Caementum zum Spannbeton. Beiträge zur Geschichte des Betons, Band I, Wiesbaden/Berlin: Bauverlag, 1964
- [Haimovici 1918] Haimovici, E.: Der Eisenbetonbau, 2. Auflage, Leipzig / Berlin: Teubner, 1918
- [Hansen 2004] Hansen, M.: Zur Auswirkung von Überwachungsmaßnahmen auf die Zuverlässigkeit von Betonbauteilen, Berichte des Instituts für Massivbau der Leibniz Universität Hannover H.2, Stuttgart: Fraunhofer-IRB, 2004
- [Hansen 2005] Berücksichtigung von Überwachungsmaßnahmen im Rahmen der Zuverlässigkeitsanalyse von Betonbauteilen, in: 3rd Probabilistic Workshop Technische Systeme + Naturgefahren, Wien: Universität für Bodenkultur, 2005, S. 79-88
- [Hasofer/Lind 1974] Hasofer, A.M. / Lind, N.: Exact and Invariant Second-Moment Code Format, in: Journal of the Engineering Mechanics Division, in: Journal of the Engineering Mechanics Division 100, No. EM1/1974, S. 111-121
- [Hausmann 2007] Hausmann, G.: Verformungsvorhersage vorgespannter Flachdecken unter Berücksichtigung der stochastischen Eigenschaften, Dissertation, Darmstadt: Technische Universität, 2007
- [Hegger/Görtz 1999] Hegger, J. / Görtz, S.: Querkrafttragfähigkeit von monolithischen und nachträglich ergänzten Bauteilen mit und ohne Querkraftbewehrung, in: Abschlußbericht für das DIBT-Forschungsvorhaben IV 1-5-876/98: „Überprüfung und Vereinheitlichung der Bemessungsansätze für querkraftbeanspruchte Stahlbeton- und Spannbetonbauteile aus normalfestem und hochfestem Beton nach DIN 1045-1, RWTH Aachen (Teilbericht), 1999

- [Heilmann 1969] Heilmann, H. G.: Beziehungen zwischen Zug- und Druckfestigkeit des Betons, in: Beton, Heft 2/1969, S. 68-70
- [Helbig 1987] Helbig, S.: Systemzuverlässigkeit von Konstruktionen im Maschinenbau und Bauwesen auf der Theorie der monotonen Systeme, Karl-Marx-Stadt: Akademie der Wissenschaften, Institut für Mechanik, 1987
- [Henkel 1939] Henkel, O. / Gröninger, F.: Der Eisenbetonbau. Teil II: Konstruktion und Berechnung einfacher Eisenbetonbauten, 5. Auflage, Leipzig: Degener, 1939
- [Henzel/Grube 1966] Henzel, J. / Grube, H.: Festigkeitsuntersuchungen an Bauwerksbeton und zugehörigen Gütewürfeln, in: Bauingenieur 41, Heft 12/1966, S. 487-491
- [Hohenbichler 1984] Hohenbichler, M.: Mathematische Grundlagen der Zuverlässigkeitsmethode erster Ordnung und einige Erweiterungen, Berichte zur Zuverlässigkeitstheorie der Bauwerke, Heft 72/1984, München: Technische Universität, 1984
- [Hohenbichler et al. 1987] Hohenbichler, M. / Gollwitzer, S. / Kruse, W. / Rackwitz, R.: New Light on First- and Second-Order Reliability Methods, in: Structural Safety 4, 1987, S. 267-284
- [Hohenbichler/Rackwitz 1981] Hohenbichler, M. / Rackwitz, R.: Non-Normal Dependent Vectors in Structural Safety, in: Journal of the Engineering Mechanics Division 107, No. EM6/1981, S. 1227-1238
- [Hohenbichler/Rackwitz 1983] Hohenbichler, M. / Rackwitz, R.: First-Order Concepts in System Reliability, in: Structural Safety, No.1/1983, S. 177-188
- [Holický 2008] Holický, M.: Reliability and production quality of reinforced concrete structures, in: Graubner / Schmidt / Proske (Ed.): Proceedings of the 6<sup>th</sup> International Probabilistic Workshop, Darmstadt: Technische Universität, 2008, S. 207-218
- [Holický et al. 2008] Holický, M. / Markova, J. / Sykora, M.: Partial Factors for Assessment of Existing Reinforced Concrete Bridges, in: Graubner / Schmidt / Proske (Ed.): Proceedings of the 6<sup>th</sup> International Probabilistic Workshop, Darmstadt: Technische Universität, 2008, S. 117-131
- [Hosser 1978] Hosser, D.: Tragfähigkeit und Zuverlässigkeit von Stahlbetondruckgliedern. Vereinfachte Nachweise bei beliebigen Einwirkungen und Randbedingungen, Berlin, München / Düsseldorf: Ernst&Sohn, 1978
- [Hosser/Gensel 1993] Hosser, D. / Gensel, B.: Kriterien zur Beurteilung und Prüfung der Betondeckung von Stahlbetonbauteilen, in: Beton- und Stahlbetonbau 88, Heft 4/1993, S. 89-95
- [Hosser/Gensel 1996] Hosser, D. / Gensel, B.: Einflüsse auf die Betondeckung von Stahlbetonbauteilen – statistische Analyse von Messungen an Wänden, Stützen und Unterzügen, in: Beton- und Stahlbetonbau 91, Heft 10/1996, S. 229-235
- [IP Bau 1994] Impulsprogramm IP Bau (Bundesamt für Konjunkturfragen, Schweiz): Beurteilung und Verstärkung von Tragwerken. Tragsicherheit, Nutzungsänderung, Alterung, Bern: Bundesamt für Konjunkturfragen, 1994
- [Jäniche/Wascheidt 1961] Jäniche, W. / Wascheidt H.: Zur Entwicklung eines Sonderbetonrippenstahls (Rippen-Torstahl), in: Beton- und Stahlbetonbau 56, Heft 1/1961, S. 6-10
- [Jäniche 1968] Jäniche, W.: Werkstoffprüfung im Dienste der Qualitätssicherung und -verbesserung, in: Berg- und Hüttenmännische Monatshefte 113, Heft 3/1968, S. 73-83
- [Jungwirth et al. 1986] Jungwirth, D. / Beyer, E. / Grübl, P.: Dauerhafte Betonbauwerke: Substanzerhaltung und Schadensvermeidung in Forschung und Praxis, Düsseldorf: Beton-Verlag, 1986
- [JCSS 1996] Background Documentation Eurocode 1 (ENV 1991). Part 1: Basis of Design. Working Document, Brüssel: ECCS 1996
- [JCSS 2001] JCSS-Probabilistic Model Code, Joint Committee on Structural Safety, 2001 (<http://www.jcss.byg.dtu.dk>, letzter Aufruf 26.08.2013)
- [JCSS 2001-01] Probabilistic Model Code. Part 1 - Basis of Design, JCSS, 2001
- [JCSS 2001-02] Probabilistic Model Code. Part 2 - Load Models, JCSS, 2001
- [JCSS 2001-03] Probabilistic Model Code. Part 3 - Resistance Models, JCSS, 2001
- [JCSS 2001-04] Diamantidis, D. (Ed.): Probabilistic Assessment of Existing Structures. a publication of the Joint Committee on Structural Safety (JCSS), Cachan: RILEM Publications, 2001

- [JCSS 2008] Faber, M. H. (Ed.): Risk Assessment in Engineering, Principles, System Representation Risk Criteria, Joint Committee on Structural Safety, 2008 (<http://www.jcss.byg.dtu.dk>, letzter Aufruf 26.08.2013)
- [Johannis 1999] Johannis, A.: Zur Zuverlässigkeit und Wirtschaftlichkeit nichtlinear bemessener Stahlbetontragwerke, Dissertation, Berichte aus dem konstruktiven Ingenieurbau 2/99, München: Technische Universität, 1999
- [Johansson/Warris 1969] Johansson, A. / Warris, B.: Deviations in the Location of Reinforcement, Proceedings Nr. 40, Stockholm: Swedish Cement and Concrete Institute at the Royal Institute of Technology, 1969
- [Kautsch 2010] Kautsch, R.: Beitrag zur Nachweisführung von querkräftbewehrten Stahlbeton- und Spannbetonquerschnitten unter kombinierter Biege- und Schubbeanspruchung auf Grundlage der Erweiterten Technischen Biegelehre, Dissertation, Kaiserslautern: Technische Universität, 2010
- [Kavel/Scheer 1973] Kavel, G. / Scheer, O.: Statistische Auswertung von Prüfergebnissen im Beton- und Stahlbetonbau, in: Beton-Informationen, Nr. 3 /1973, S. 30-49
- [Kersken-Bradley et al. 1985] Kersken-Bradley, M. / Diamantidis, D.: Sicherheit von Baukonstruktionen, in: Handbuch der Sicherheitstechnik. Bd. 1, Hrsg. Olaf Peters / Arno Meyna, München / Wien: Carl Hanser, 1985, S. 253-333
- [Kersken-Bradley/Rackwitz 1991] Kersken-Bradley, M. / Rackwitz, R.: Stochastic Modelling of Material Properties and Quality Control, JCSS Working Document, Zürich: ETH, 1991
- [Klingmüller/Bourgund 1992] Klingmüller, O. / Bourgund, U.: Sicherheit und Risiko im Konstruktiven Ingenieurbau, Wiesbaden: Vieweg, 1992
- [König/Heunisch 1972] König, G. / Heunisch, M.: Zur statistischen Sicherheitstheorie im Stahlbetonbau, Mitteilungen aus dem Institut für Massivbau der Technischen Hochschule Darmstadt 16; Berlin: Ernst&Sohn, 1972
- [König et al. 1982] König, G. / Hosser, D. / Schobbe, W.: Sicherheitsanforderungen für die Bemessung von baulichen Anlagen nach den Empfehlungen des NABau – eine Erläuterung, in: Bauingenieur 57, 1982, S. 69-78
- [König/Hosser 1982] König, G. / Hosser, D.: Praktische Beispiele und Hinweise zur Festlegung von Sicherheitsanforderungen für bauliche Anlagen nach den Empfehlungen des NABau, in: Bauingenieur 57, 1982, S. 459-467
- [König et al. 1998] König, G. / Soukhov, D. / Jungwirth, F.: Sichere Betonproduktion für Stahlbetontragwerke. Schlußbericht (DBV-Nr. 199), Stuttgart: Fraunhofer IRB, 1998
- [König et al. 1999] König, G. / Dehn, F. / Kliver, J. / Schenck, G.: Tragfähigkeit von Bauteilen ohne Querkraftbewehrung nach DIN 1045-1, in: Abschlußbericht für das DIBT-Forschungsvorhaben IV 1-5-876/98: „Überprüfung und Vereinheitlichung der Bemessungsansätze für querkräftbeanspruchte Stahlbeton- und Spannbetonbauteile aus normalfestem und hochfestem Beton nach DIN 10451, Universität Leipzig (Teilbericht), 1999
- [Krell 1956] Krell, K.-H.: Maßabweichungen bei Stahlbetonfertigteilen, in: Bauplanung Bautechnik, 10. Jg. Heft 2 1956, S. 66-74
- [Kraus 2004] Kraus, O.: Systemzuverlässigkeit von Hallenrahmen aus Stahl unter zeitvarianten Belastungen, Schriftenreihe Stahlbau RWTH Aachen, Heft 51, Aachen: Shaker, 2004
- [Kudzys 1992] Kudzys, A.: Probability Estimation of Reliability and Durability of Reinforced Concrete Structures, Vilnius: Technical University, 1992
- [Kupfer 2000] Kupfer, H.: Entwicklungen im Betonbau seit 1920, in: Bauingenieur, Bd. 75, 08/2000, S. 342-353
- [Leonhardt/Mönning (I) 1984] Leonhardt, F. / Mönning, E.: Vorlesungen über Massivbau. Teil 1: Grundlagen zur Bemessung im Stahlbetonbau, 3. Auflage, Berlin, Springer, 1984
- [Lewandowski 1971] Lewandowski, R.: Beurteilung von Bauwerksfestigkeiten an Hand von Betongütewürfeln und –bohrproben. Beitrag zur Abschätzung der Festigkeitsverteilung in Betonbauwerken, Düsseldorf: Werner, 1971
- [Li 1997] Li Longfei: Rotationsfähigkeit von plastischen Gelenken im Stahl- und Spannbetonbau, in: Deutscher Ausschuss für Stahlbeton. Heft 484, Berlin: Beuth, 1997, S. 43-126
- [Lind 1994] Lind, N. C.: Target reliability levels from social indicators, in: Structural Safety & Reliability. Vol. 3. Proceedings of ICOSSAR '93 -6<sup>th</sup> Int. Conference on Structural Safety and Reliability, Innsbruck 1993, Ed. Schuëller / Shinozuka / Yao, Rotterdam: Balkema, 1994, S. 1897-1904

- [Lindorf 2010] Lindorf, A.: Woher kommen die Bemessungswerte der Verbundspannung? in: Beton- und Stahlbetonbau 105, Heft 01/2010, S. 53-59
- [Löser 1953] Löser, B. / Löser, H.: Bemessungsverfahren. Zahlentafeln und Zahlenbeispiele zu den Bestimmungen des Deutschen Ausschusses für Stahlbeton, 14. Auflage, Berlin: Ernst&Sohn, 1953
- [Luy/Rackwitz 1978] Luy, H. / Rackwitz, R.: Darstellung und Auswertung von Schneehöhenmessungen in der Bundesrepublik Deutschland, Berichte zur Zuverlässigkeitstheorie der Bauwerke, Heft 31/1978, München: Technische Universität, 1978
- [Maaß et al. 1976-1] Maaß, G. / Rackwitz, R. / Müller, K. F. / Karner, G. / Materna, H.: Statistische Untersuchungen von geometrischen Abweichungen an ausgeführten Stahlbetonbauteilen. Teil I: Geometrische Imperfektionen bei Stahlbetonstützen, Berichte zur Sicherheitstheorie der Bauwerke, Heft 11/1976, München: Technische Universität, 1976
- [Maaß et al. 1976-2] Maaß, G./ Müller, K.F./ Rackwitz, R.: Zur Autokorrelationsstruktur von Beton im Bauwerk, in: Studien für ein stochastisches Modell der Betondruckfestigkeit. Teil I, Berichte zur Sicherheitstheorie der Bauwerke, Heft 13/1976, München: Technische Universität, 1976, S. 26-41
- [Maaß 1978] Maaß, G.: Statistische Untersuchungen von geometrischen Abweichungen an ausgeführten Stahlbetonbauteilen. Teil II: Meßergebnisse geometrischer Abweichungen bei Stützen, Wänden, Balken und Decken des Stahlbetonbaus, Berichte zur Zuverlässigkeitstheorie der Bauwerke, Heft 28/1978, München: Technische Universität, SFB 96, 1978
- [Maaß/Rackwitz 1980] Maaß, G. / Rackwitz, R.: Maßabweichungen bei Ortbetonbauten, in Beton- und Stahlbetonbau, Heft 1 1980, S. 9-13
- [Madsen et al. 2006] Madsen, H. O. / Krenk, S. / Lind, N. C.: Methods of Structural Safety, Reprint, Mineola / New York: Dover Publications, 2006
- [Marek et al. 1998] Marek, P. / Guštar, M. / Bathon, L.: Tragwerksbemessung von deterministischen zu probabilistischen Verfahren, Prag: Acadmia, 1998
- [Martin 1982] Martin, H.: Bond Performance of Ribbed Bars (Pull-Out-Tests) – Influence of Concrete Composition and Consistency, in: : Bond in Concrete: Proceedings of the International Conference on Bond in Concrete, Paisley College of Technology Scotland 14.-16.06.1982, Ed. P. Bartos, London: Advanced Science Publishers, 1982, S. 289-295
- [Martin 1984] Martin, H.: Einfluss der Betonzusammensetzung auf das Verbundverhalten von Bewehrungsstählen, in: Fortschritte im konstruktiven Ingenieurbau, Hrsg. R. Eligehausen / D. Rußwurm, Berlin: Ernst, 1984, S. 161-166
- [Mathieu 1991] Mathieu, H.: Structural Reliability Differentiation. Developments in relation with the CEB/FIP-Model Code 90, in: Reliability of Concrete Structures. Final report of Permanent Commission I, Lausanne: CEB, 1991, S. 15-36
- [Matousek/Schneider 1983] Matousek, M. / Schneider, J.: Gewährleistung der Sicherheit im Bauwesen – Ein alle Bereiche des Bauprozesses erfassendes Konzept, Basel: Birkhäuser, 1983
- [Matthies et al. 1997] Matthies, H. / Brenner, C. / Bucher, G. / Soares, C.: Uncertainties in probabilistic numerical analysis of structures and solids – stochastic finite elements, in: Structural Safety 19, No. 3, S. 283-336
- [Mayer 1926] Mayer, M.: Die Sicherheit der Bauwerke und ihre Berechnung nach Grenzzuständen anstatt nach zulässigen Spannungen, Berlin: Springer, 1926
- [Melchers/Tang 1984] Melchers, R.E. / Tang, L.K.: Dominant Failure Modes in Stochastic Structural Systems, in: Structural Safety 2, 1984, S. 127-143
- [Melchers 1987] Melchers, R. E.: Structural Reliability. Analysis and Prediction, Chichester: Ellis Horwood, 1987
- [Melchers 1999] Melchers, R. E.: Structural Reliability – Analysis and Prediction, 2nd Ed., Chichester: Wiley, 1999
- [Melchers 2007] Melchers, R. E.: Structural reliability and existing infrastructure – Some research issues, in: Faber/Vrouwenvelder/Zilch (Hrsg.): Aspects of Structural Reliability, München: Utz, 2007
- [Meyna/Pauli 2003] Meyna, A. / Pauli, B.: Taschenbuch der Zuverlässigkeits- und Sicherheitstechnik. Quantitative Bewertungsverfahren, München / Wien: Hanser, 2003

- [Mirza/MacGregor 1979-1] Mirza, A. / MacGregor, J. G.: Variations in dimensions of reinforced concrete members, in: Journal of the structural division, Vol. 105, No. ST4, 1979, S. 751-766
- [Mirza/MacGregor 1979-2] Mirza, A. / MacGregor, J. G.: Variability of mechanical properties of reinforcing bars, in: Journal of the structural division, Vol. 105, No. ST5, 1979, S. 921-937
- [Mirza et al. 1979] Mirza, A. / Hatzinikolas, M. / MacGregor, J. G.: Statistical Descriptions of Strength of concrete, in: Journal of the structural division, Vol. 105, No. ST6, 1979, S. 1021 - 1037
- [Möller et al. 2000] Möller, B. / Graf, W. / Schneider, R.: Probabilistische Sicherheitsbeurteilung von Stahlbeton-Konstruktionen. Anwendung der Zuverlässigkeitstheorie erster Ordnung, in: Bautechnik 77, Heft 06/2000, S. 399-404
- [Mörsch 1950]  
[Mörsch 1950 – Tafelband] Mörsch, E.: Die Bemessung im Eisenbetonbau auf Grund der Bestimmungen des Deutschen Ausschusses für Stahlbeton, DIN 1045 vom Jahr 1943, Textband + Tafelband; 5. Auflage, Stuttgart: Wittwer, 1950
- [Moses 1982] Moses, F.: System Reliability Developments in Structural Engineering, in: Structural Safety 1, 1982, S. 3-13
- [Müller/Rackwitz 1973] Müller, K.F. / Rackwitz, R.: Einige Überlegungen zur wirklichkeitsnahen Erfassung von Schneebelastungen, in: Sicherheit von Betonbauten. Beiträge zur Arbeitstagung Berlin 7./8. Mai 1973, Hrsg.: Deutscher Betonverein e. V., Wiesbaden: DBV, 1973, S. 129-139
- [Murdock 1953] Murdock, J. L.: The Control of Concrete Quality, in: Proceedings of the Institution of Civil Engineers 2, No. 4/1953, S. 426-453
- [Murotsu et al. 1981] Murotsu, Y. / Okada, H. / Yonezawa, M. / Taguchi, K.: Reliability Assessment of Redundant Structure, in: in: T. Moan / M. Shinozuka (Ed.): Structural Safety and Reliability. Proceedings of ICROSSAR '81. 3<sup>rd</sup> Conference on Structural Safety and Reliability, Trondheim 1981, Amsterdam / Oxford / New York: Elsevier, 1981, S.315-340
- [Murotsu et al. 1984] Murotsu, Y. / Okada, H. / Taguchi, K. / Grimmelt, M. / Yonezawa, M.: Automatic Generation of Stochastically Dominant Failure Modes of Frame Structures, in: Structural Safety 2, 1984, S. 17-25
- [NABau 1981] Grundlagen zur Festlegung von Sicherheitsanforderungen für bauliche Anlagen, Hrsg.: DIN Dt. Institut für Normung e.V., Normenausschuß Bauwesen (NABau); Berlin / Köln: Beuth, 1981
- [Naumann 2002] Naumann, J.: Die Brückenerhaltung ist für Ingenieure eine neue Herausforderung, in: Der Prüferingenieur, Heft Oktober 2002, S. 46-52
- [Naumann 2010] Naumann, J.: Eine neue Strategie für die Ertüchtigung alter Straßenbrücken, Der Prüferingenieur, Heft April 2010, S. 55-66
- [Neuenhofer 1993] Neuenhofer, A.: Zuverlässigkeitsanalysen ebener Stabwerke aus Stahlbeton mit nichtlinearem Tragverhalten, Dissertation, Aachen: RWTH, 1993
- [Noakowski 1988] Noakowski, P.: Nachweisverfahren für Verankerung, Verformung, Zwangsbeanspruchung und Rißbreite. Kontinuierliche Theorie der Mitwirkung des Betons auf Zug. Rechenhilfen für die Praxis, Deutscher Ausschuss für Stahlbeton. Heft 394, Berlin/Köln: Beuth, 1988
- [Nowak/Lind 1979] Nowak, A. S. / Lind, N.C.: Practical Bridge Code Calibration, in: Journal of the structural division, Vol. 105, No. ST12, 1979, S. 2497-2510
- [Nowak/Szerszen 1998] Nowak, A. / Szerszen, M.: Bridge load and resistance models, in: Engineering Structures 20, No. 11/1998, S. 985-990
- [Nowak/Szerszen 2003] Nowak, A. / Szerszen, M.: Calibration of Design Code for Buildings (ACI 318): Part 1 – Statistical Models for Resistance, in: ACI Structural Journal, May-June 2003, S. 377-382
- [ONR 24009 (2013)] ONR 24009: Bewertung der Tragfähigkeit bestehender Hochbauten, Technische Regel, Ausgabe 05/2013
- [Östlund 1991] Östlund, L.: An Estimation of  $\gamma$ -Values, in: Reliability of Concrete Structures. Final report of Permanent Commission I, Lausanne: CEB, 1991, S. 37-97
- [Paté-Cornell 1994] Paté-Cornell, M. E.: Quantitative Safety goals for risk management of industrial facilities, in: Structural Safety 13, 1994, S. 145-157
- [Papula 2001] Papula, L.: Mathematik für Ingenieure und Naturwissenschaftler. Band 3, 4. Auflage, Braunschweig/Wiesbaden: Vieweg, 2001

- [Pauser 1994] Pauser, A.: Eisenbeton 1850-1950: Idee – Versuch – Bemessung – Realisierung unter Berücksichtigung des Hochbaus in Österreich, Wien: Manz, 1994
- [Pech et al. 2008] Pech, A. / Kobitsch, A. / Zach, F.: Baukonstruktionen: Tragwerke, Wien: Springer, 2008
- [Peck et al. 2008] Peck, M. / Hersel, O. / Kind-Barkauskas, F. / Klose, N. / Richter, T. / Schäfer, W.: Stahlbetonoberflächen. Schützen, Erhalten, Instandsetzen, 8. Auflage, Düsseldorf: Bau+Technik, 2008
- [Perinorm 2013] Bibliografische Datenbank Perinorm (Internationalen Normen und technische Regelwerke) des Beuth-Verlags Berlin, online-Version [www.perinorm.com](http://www.perinorm.com)
- [Petryna 2004] Petryna, Y.: Schädigung, Versagen und Zuverlässigkeit von Tragwerken des Konstruktiven Ingenieurbaus, Habilitationsschrift Institut für Konstruktiven Ingenieurbau Ruhr-Universität Bochum, Aachen: Shaker, 2004
- [Peir/Cornell 1973] Peir, J. C. / Cornell, C. A.: Spatial and Temporal Variability of Live Loads, in: Journal of the structural division, Vol. 99, No. ST5, 1973, S. 903-922
- [Pinglot et al. 1995] Pinglot, M. / Duprat, F. / Lorrain, M.: An Analysis of Model Uncertainties: Ultimate Limit State of Buckling, in: Model uncertainties; concrete barriers for environmental protection. Reports by CEB Task Groups 1.2 and 1.3 (CEB Bulletin 224), ed. Taerwe, L. / Wörner, J.D., Lausanne: CEB, 1995, S. 9-48
- [Plate 1993] Plate, E. J.: Statistik und angewandte Wahrscheinlichkeitslehre für Bauingenieure, Berlin: Ernst&Sohn, 1993
- [Pottharst 1977] Pottharst, R.: Zur Wahl eines einheitlichen Sicherheitskonzepts für den Konstruktiven Ingenieurbau, Mitteilungen aus dem Institut für Massivbau der TU Darmstadt 22, Berlin: Ernst&Sohn, 1977
- [Popovics 1998] Popovics, S.: Strength and Related Properties of Concrete – a Quantitative Approach, New York: Wiley, 1998
- [prEN 1992-1 (2001)] Eurocode 2: Design of concrete structures – Part 1: General rules and rules for buildings, final draft 10/2001
- [Preußische Bestimmungen (1907)] Bestimmungen des Königlich Preußischen Ministeriums der öffentlichen Arbeiten für die Ausführung von Konstruktionen aus Eisenbeton bei Hochbauten, 05/1907
- [Proske 2004] Proske, D.: Katalog der Risiken, Risiken und ihre Darstellung, Dresden: Dirk Proske, 2004 (3-00-014396-3)
- [Quade/Tschötschel 1993] Quade, J. / Tschötschel, M.: Experimentelle Baumechanik. Meß- und Belastungstechnik. Modell- und Originalversuche. In-situ Versuche, Düsseldorf: Werner, 1993
- [Rackwitz/Müller 1976] Rackwitz, R. / Müller, K. F.: Zum Qualitätsangebot von Beton nach DIN 1045 bzw. DIN 1084, in: Studien für ein stochastisches Modell der Betondruckfestigkeit. Teil I, Berichte zur Sicherheitstheorie der Bauwerke, Heft 13/1976, München: Technische Universität, 1976, S. 42-56
- [Rackwitz 1981-1] Rackwitz, R.: Implementation of Probabilistic Safety Concepts in Design and Organisational Codes, in: T. Moan / M. Shinozuka (Ed.): Structural Safety and Reliability. Proceedings of ICOSAR '81. 3<sup>rd</sup> Conference on Structural Safety and Reliability, Trondheim 1981, Amsterdam / Oxford / New York: Elsevier, 1981, S. 593-614
- [Rackwitz 1981-2] Rackwitz, R.: Zur Statistik von Eignungs- und Zulassungsversuchen für Bauteile, in: Bauingenieur 56 (1981), S: 103-107
- [Rackwitz 1982] Rackwitz, R.: Response Surfaces in Structural Reliability, Berichte zur Zuverlässigkeitstheorie der Bauwerke, Heft 67/1982, München: Technische Universität, 1982
- [Rackwitz 1985] Rackwitz, R.: Analytische Verfahren 4 (Baukonstruktionen), in: Handbuch der Sicherheitstechnik. Bd. 1, Hrsg. Olaf Peters / Arno Meyna, München / Wien: Carl Hanser, 1985, S. 797-861
- [Rackwitz 1996] Rackwitz, R.: Einwirkungen auf Bauwerke, in: Der Ingenieurbau. Bd. Tragwerkszuverlässigkeit, Einwirkungen, Hrsg. Gerhard Mehlhorn, Berlin: Ernst&Sohn, 1996, S. 73-416
- [Rackwitz 2001-1] Rackwitz, R.: Zuverlässigkeit von Tragwerken, in: Zilch / Diederichs / Katzenbach (Hrsg.): Handbuch für Bauingenieure, Berlin: Springer, 2001, S. 1-217 - 1-260

- [Rackwitz 2001-02] Rackwitz, R.: A New Approach for Setting Target Reliabilities, in: Safety, Risk and Reliability – Trends in Engineering. Int. Conference Malta 21.-23.03.2001, Zürich: IABSE, 2001, S. 531- 536
- [Rakowsky 2002] Rakowsky, U. K.: System-Zuverlässigkeit: Terminologie, Methoden, Konzepte, Hagen: Life-Long Learning, 2002
- [Raupach/Orlowsky 2008] Raupach, M. / Orlowsky, J.: Erhaltung von Betonbauwerken. Baustoffe und ihre Eigenschaften, Wiesbaden: Vieweg+Teubner, 2008
- [Rehm/Russwurm 1977] Rehm, G. / Russwurm, D.: Anmerkungen zur Güte von Betonstählen, in: Betonwerk + Fertigteil-Technik, Heft 1+2/1977, S. 28-34, 66-68
- [Rehm et al. 1968] Rehm, G. / Martin, H. / Müller: Ausziehversuche mit Betonstahlhaken, Materialprüfungsamt für das Bauwesen der Technischen Hochschule München, Bericht Nr. 1975, 8.4.1968
- [Rehm 1969] Rehm, G.: Kriterien zur Beurteilung von Bewehrungsstäben mit hochwertigem Verbund, in: Berichte aus Forschung und Praxis. Hubert Rüscher gewidmet, Hrsg. G. Knittel, Berlin: Ernst, 1969, S. 79-96
- [Reineck 1999] Reineck, K.-H.: Querkraftbemessung von Bauteilen mit und ohne Querkraftbewehrung in DIN 1045-1 – Erläuterungen und Vergleiche mit Versuchen, in: Abschlußbericht für das DIBT-Forschungsvorhaben IV 1-5-876/98: „Überprüfung und Vereinheitlichung der Bemessungsansätze für querkraftbeanspruchte Stahlbeton- und Spannbetonbauteile aus normalfestem und hochfestem Beton nach DIN 10451, Universität Stuttgart (Teilbericht), 1999
- [Reineck 2001] Reineck, K.-H.: Hintergründe zur Querkraftbemessung in DIN 1045-1 für Bauteile aus Konstruktionsbeton mit Querkraftbewehrung, in: Bauingenieur 76, Heft 4/2001, S. 168-179
- [Reul 2007] Reul, H.: Handbuch Bautenschutz und Bausanierung: Schadensursachen, Diagnoseverfahren, Sanierungsmöglichkeiten, 5. Auflage, Köln: Müller, 2007
- [Riechers et al. 1988] Riechers, H.-J. / Hoffmann, G. / Holzapfel, F.: Güteüberwachung von Betonstählen, in: Bautechnik 65, Heft 7/198, S. 233-242
- [Rosenblueth 1974] Rosenblueth, E.: Safety and Structural Design, in: Reinforced Concrete Engineering. Vol.1: Materials, Structural Elements, Safety; Ed. B. Bresler, New York: Wiley, 1974, S. 407-516
- [Rosenblueth/Mendoza 1971] Rosenblueth, E. / Mendoza, E.: Reliability Optimization in isostatic Structures, in: Journal of the Engineering Mechanics Division 97, No. EM6/1971, S. 1625-1642
- [Rüscher 1964] Rüscher, H.: Zur statistischen Qualitätskontrolle des Betons, in: Materialprüfung 6, Heft 11/1964, S. 387-394
- [Rüscher 1969] Rüscher, H.: Die Streuung der Eigenschaften von Schwerbeton, in: Vorbericht zum IBVH-Symposium „Über neue Aspekte der Tragwerkssicherheit und ihre Berücksichtigung in der Bemessung“ London 1969 (Berichte der Arbeitskommissionen. Bd. 3), Zürich: IBVH, 1969, S. 63-73
- [Rüscher 1975] Rüscher, H.: Die Ableitung der charakteristischen Werte der Betonzugfestigkeit, in: Beton, Heft 2/1975, S. 55-58
- [Rußwurm 1988] Rußwurm, D.: Teilsicherheitsbeiwerte für Werkstoffwiderstände, in: Betonwerk+Fertigteiltechnik, Heft 10/1988, S. 30-36
- [Rußwurm 1993] Rußwurm, D.: Betonstähle für den Stahlbetonbau. Eigenschaften und Verwendung, Wiesbaden/Berlin: Bauverlag, 1993
- [Rußwurm 2000] Rußwurm, D.: Entwicklung der Betonstähle, München: Institut für Stahlbetonbewehrung e.V., 2000
- [Saliger 1949] Saliger, R.: Der Stahlbetonbau. Werkstoff, Berechnung und Gestaltung, 7. Auflage, Wien: Deuticke, 1949
- [Santa/Bergmeister 2006] Santa, U. / Bergmeister, K.: Zustandsüberwachung und Bewertung von Betontragwerken, in: Beton- und Stahlbetonbau Spezial, Sonderheft, 2005, S. 82-88
- [Sarras 1990] Sarras, T. A.: Zur Zuverlässigkeitsberechnung von statisch beanspruchten Tragwerken mit unsicheren Systemeigenschaften, Berichte zur Sicherheitstheorie der Bauwerke, Heft 88, München: Technische Universität, 1990



- [Sarveswaran/Roberts 1999] Sarveswaran, V. / Roberts, M. B.: Reliability analysis of deteriorating structures – the experience and needs of practising engineers, in: Structural Safety (21), 1999, S. 357-372
- [Schäper 2002] Schäper, M.:  $E_{cm}$  – Der E-Modul ist keine feste Größe, in: Beton- und Stahlbetonbau 97, Heft 5/2002, S. 225-232
- [Scheuermann 2002] Scheuermann, G.: Beitrag zur Kombination klimatischer Lasten, Dissertation RWTH Aachen, Aachen: Shaker, 2002
- [Schickert/Rackwitz 1977] Schickert, G. / Rackwitz, R.: Statistische Untersuchungen zum Qualitätsangebot bei Beton für vorwiegend kleine und mittelgroße Baustellen, in: Beton, Heft 7/1977, S. 277-281
- [Schießl 1982] Schießl, P.: Interaction Between Anchorage of Bond, Hooks And Welded Transverse Bars; Basis for the Design in the German Code DIN 1045 and CEB-FIP Model Code, in: Bond in Concrete: Proceedings of the International Conference on Bond in Concrete, Paisley College of Technology Scotland 14.-16.06.1982, Ed. P. Bartos, London: Advanced Science Publishers, 1982, S. 424 - 433
- [Schneider 1990] Schneider, J.: Beurteilung der Tragsicherheit bestehender Bauwerke, in: Schweizer Ingenieur und Architekt 108, Heft 46/1990, S. 1328-1332
- [Schneider 1996] Schneider, J.: Sicherheit und Zuverlässigkeit im Bauwesen. Grundwissen für Ingenieure, 2. Auflage, Zürich: VdF / Stuttgart: Teubner, 1996
- [Schneider 1999] Schneider, J.: Zur Dominanz der Lastannahmen im Sicherheitsnachweis, in: Festschrift zum 60. Geburtstag von Prof. Dr. Edoardo Anderheggen, Institut für Baustatik und Konstruktion ETH Zürich, Zürich: IBK, 1999, S. 31-36
- [Schneider, R. 2001] Schneider, R.: Massivbau, in: Zilch / Diederichs / Katzenbach (Hrsg.): Handbuch für Bauingenieure, Berlin: Springer, 2001, S.3.127-3.219
- [Schnell et al. 2008] Schnell, J. / Fischer, A. / Loch, M.: Anwendung von Teilsicherheitsfaktoren auf Bestandsbauten im Hochbau, (Abschlußbericht 2008), Stuttgart: IRB, 2009
- [Schnell/Loch 2009] Schnell, J. / Loch, M.: Umrechnung historischer Baustoffkennwerte auf charakteristische Werte, in: Der Prüferingenieur, Heft April 2009, S. 50-61
- [Schnell/Fischer 2008] Schnell, J. / Fischer, A.: Determination of Partial Safety Factors for Existing Structures, in: Graubner / Schmidt / Proske (Ed.): Proceedings of the 6<sup>th</sup> International Probabilistic Workshop, Darmstadt: Technische Universität, 2008, S. 133-146
- [Schnell/Fischer 2009] Schnell, J. / Fischer, A.: Häufige Fehlerquellen beim Bauen im Bestand, Berlin: DBV 2009
- [Schnell et al. 2011] Schnell, J. / Bindseil, P. / Loch, M.: Tragwerksplanung für das Bauen im Bestand, in: Stahlbetonbau aktuell 2011, Hrsg. A. Goris / J. Hegger, Berlin: Bauwerk, 2010
- [Schröder/Drigert 1993] Schröder, K. / Drigert, K.-A.: Neues Sicherheitskonzept in der europäischen Normung. Entwicklung der Berechnungsverfahren im Bauwesen, Düsseldorf: Werner, 1993
- [Schröder 2009] Schröder, M.: Schutz und Instandsetzung von Stahlbeton, 5.Auflage, Renningen: expert, 2009
- [Schuëller 1981] Schuëller, G. I.: Einführung in die Sicherheit und Zuverlässigkeit von Tragwerken, Berlin / München: Ernst, 1981
- [Schuëller 1996] Schuëller, G. I.: Tragwerkszuverlässigkeit, in: Der Ingenieurbau. Bd. Tragwerkszuverlässigkeit, Einwirkungen, Hrsg. Gerhard Mehlhorn, Berlin: Ernst&Sohn, 1996
- [Schuhbauer 1989] Schuhbauer, A.: Betondeckung der Bewehrung und Karbonatisierungstiefe – Zur statistischen Auswertung der Untersuchungsergebnisse, in: Beton- und Stahlbetonbau 84, Heft 6/1989, S. 141 - 146
- [Schwabach 1985] Schwabach, G.: Statistische Auswertung der Betonfestigkeits-Güteprüfung im Raum Nürnberg, in: Betonwerk+Fertigteiletechnik, Heft 6/1985, S. 409-414
- [Seim 2007] Seim, W.: Bewertung und Verstärkung von Stahlbetontragwerken, Berlin: Ernst&Sohn, 2007
- [SIA 269 (2011)] SIA 269 : 2011: Grundlagen der Erhaltung von Tragwerken, Zürich: Schweizerischer Ingenieur- und Architektenverein, 01/2011
- [SIA 269/1 (2011)] SIA 269/1 : 2011: Erhaltung von Tragwerken – Einwirkungen, Zürich: Schweizerischer Ingenieur- und Architektenverein, 01/2011

- [SIA 269/2 (2011)] SIA 269/2 : 2011: Erhaltung von Tragwerken – Betonbau, Zürich: Schweizerischer Ingenieur- und Architektenverein, 01/2011
- [Six 2003] Six, M.: Sicherheitskonzept für nichtlineare Traglastverfahren im Betonbau, Deutscher Ausschuss für Stahlbeton. Heft 534, Berlin: Ernst&Sohn, 2003
- [Somerville 2008] Somerville, G.: Management of Deteriorating Concrete Structures, London: Taylor&Francis, 2008
- [Sorensen et al. 2001] Sorensen, J. D. / Hansen, S. O. / Nielsen, T. A.: Partial Safety Factors and Target Reliability Level in Danish Codes, in: Safety, Risk and Reliability – Trends in Engineering. Int. Conference Malta 21.-23.03.2001, Zürich: IABSE, 2001, S.179-184
- [Soretz 1974] Soretz, S.: Verbund zwischen Stahleinlagen und Beton als Prüf- und Verwendungseigenschaft, Sonderdruck aus Zement und Beton, Heft 75, Juni/Juli 1974, Luxembourg: Tor-Isteg Steel Corp., 1974
- [Soroka 1971] Soroka, I.: On compressive strength variation in concrete, in: Materials and Structures 4, No. 3/1971, S. 155-161
- [Soukhov 1998] Soukhov, D.: The Probability Distribution Function for Snow Load in Germany, in: LACER, Heft 3/1998, Leipzig: Univ., Wirtschaftliche Fakultät, 1998, S. 263-274
- [Spaethe 1974] Spaethe, G.: Wahrscheinlichkeitstheoretische Analyse der Tragwerkssicherheit. Methoden und Anwendungen, Berlin: Bauakademie d. DDR - Bauinformation, 1974
- [Spaethe 1983] Spaethe, G.: Sicherheitsfaktoren in Berechnungsvorschriften auf zuverlässigkeitstheoretischer Grundlage, Bauforschung – Baupraxis 114, Berlin: Bauinformation, 1983
- [Spaethe 1987] Spaethe, G.: Die Sicherheit tragender Baukonstruktionen, Berlin: Verlag für Bauwesen, 1987
- [Spaethe 1988] Spaethe, G.: Zuverlässigkeitskonzeption für tragende Baukonstruktionen, Bauforschung – Baupraxis 227, Berlin: Bauinformation, 1988
- [Spaethe 1992] Spaethe, G.: Die Sicherheit tragender Baukonstruktionen, 2. Auflage, Wien / New York: Springer, 1992
- [Stahlwerks-Verband 1913] Stahlwerks-Verband AG Düsseldorf (Hrsg.): Eisen im Hochbau, 4. Auflage, Berlin: Springer, 1913
- [Statis Bau 2011] Statistisches Bundesamt: Bauen und Wohnen. Baugenehmigungen / Baufertigstellungen. Lange Reihen ab 1949, Wiesbaden: Statistisches Bundesamt, 2012
- [Stauder et al. 2012] Stauder, F. / Wolbring, M. / Schnell, J.: Bewehrungs- und Konstruktionsregeln des Stahlbetonbaus im Wandel der Zeit, in: Bautechnik 89, Heft 1/2012, S. 3-14
- [Stahr 2011] Stahr, M.: Beton- und Stahlbeton, in: Bausanierung. Erkennen und Beheben von Bauschäden, 5. Auflage, Wiesbaden: Vieweg+Teubner, 2011
- [Steenbergen/Vrouwenvelder 2010] Steenbergen, R.D.J.M / Vrouwenvelder, A.C.W.M.: Safety philosophy for existing structures and partial factors for traffic loads on bridges, in: Heron, Vol. 55, Stevin Laboratory of the Faculty of Civil Engineering, Delft University of Technology, 2010
- [Steffens 2002] Steffens, K.: Experimentelle Tragsicherheitsbewertung von Bauwerken. Grundlagen und Anwendungsbeispiele, Berlin: Ernst&Sohn, 2002
- [Steward 1995] Steward, M.: Workmanship and its Influence on Probabilistic Models of Concrete Compressive Strength, in: ACI Materials Journal 92, No.4, Jul.-Aug. 1995, S. 361-372
- [Strauss et al. 2006] Strauss, A. / Zdanek, K. / Bergmeister, K. / Hoffmann, S. / Novák, D.: Technologische Eigenschaften von Stählen im Europäischen Vergleich, in: Stahlbau 75, Heft 1/2006, S. 55-60
- [Strohbusch 2010] Strohbusch, J.: Beitrag zur Verformungsberechnung im Stahlbetonbau mit kritischer Bewertung bestehender Regelungen, Dissertation, Siegen: Universität Siegen, 2010
- [Struck 1981] Struck, W.: Die traditionelle Praxis der experimentellen Bauteilprüfung aus der Sicht des probabilistischen Sicherheitskonzepts, in: Bautechnik, Heft 2/ 1981, S. 47-51
- [Strurel Manual] STRUREL – A Structural Reliability Analysis Program-System. Comrel&Sysrel Users Manual, RCP Consult, 2003

- [Taerwe 1995] Taerwe, L.: Model uncertainties in reliability formats for concrete structures, in: Model uncertainties; concrete barriers for environmental protection. Reports by CEB Task Groups 1.2 and 1.3 (CEB Bulletin 224), ed. Taerwe, L. / Wörner, J.D., Lausanne: CEB, 1995, S. 5-8
- [Teigen et al. 1991-1] Teigen, J. G. / Frangopol D. M. / Sture, S. / Felippa, C.A.: Probabilistic FEM for Non Linear Concrete Structures. I: Theory . II: Applications, in: Journal of Structural Engineering 117, 9/1991, S. 2674-2689, 2690-27007
- [Thielen 1975] Thielen, G.: Deterministische und stochastische Analyse des Tragverhaltens von Stahlbetonbauteilen unter Last- und Zwangbeanspruchungen, Dissertation, München: Technische Universität, 1975
- [Thoft-Christensen/Baker 1982] Thoft-Christensen, P. / Baker, M.: Structural Reliability Theory and Its Applications, Murotsu, Yoshisada: Application of structural system reliability theory, Berlin / Heidelberg / New York: Springer, 1982
- [Thoft-Christensen/Murotsu 1986] Thoft-Christensen, P. / Murotsu, Y.: Application of structural system reliability theory, Berlin / Heidelberg / New York: Springer, 1986
- [Tichý/Vorlicek 1972] Tichý, M. / Vorliček, M.: Statistical Theory of Concrete Structures, Prag: Academia, 1972
- [Tichý 1979 – 1] Tichý, M.: Dimensional Variations, in: Controle de qualite des structures en beton: 17 au 21 juin 1979, (RILEM), Stockholm: Swedish Cement and Concrete Research Inst., 1979, S. 171-180
- [Tichý 1979 – 2] Tichý, M.: Variability of Dimensions of Concrete Elements, in: Controle de qualite des structures en beton: 17 au 21 juin 1979, (RILEM), Stockholm: Swedish Cement and Concrete Research Inst., 1979, S. 225-227
- [Tiltmann 1977] Tiltmann, K. O.: Mathematisch statistische Überlegungen zur Definition des Toleranzbegriffs im Stahlbetonfertigungsbau, in: Betonwerk+Fertigteil-Technik, Heft 1/1977, S. 35-38
- [Tue et al. 2005] Tue, N. V. / Schwarz, J. / Schenck, G.: Statistische Auswertung der Betondruckfestigkeit. in: LACER, Heft 10/2005, Leipzig: Univ., Wirtschaftliche Fakultät, 2005, S. 341-356
- [Tworuschka 1998] Tworuschka, H.: Physikalisch nichtlineare Zuverlässigkeitsanalysen für Stahlbetontragwerke, Dissertation, Wuppertal: Bergische Universität GH, 1998
- [Val et al. 1997] Val, D. / Bljucer, F. / Yanelevsky, D.: Reliability evaluation in nonlinear analysis of reinforced concrete structures, in: Structural Safety (19), No. 2/1997, S. 203-217
- [VDI 6200 (2010)] VDI-Richtlinie 6200: Standsicherheit von Bauwerken: Regelmäßige Überprüfung, Februar 2010
- [Vismann 1995] Vismann, U.: Zuverlässigkeitstheoretische Verifikation von Bemessungskriterien im Stahlbetonbau, Berichte aus dem Konstruktiven Ingenieurbau 4/95, München: Technische Universität, 1995
- [Voigt 2009 -1] Voigt, J.: Tragwerksplanung im Bestand, Master-Thesis, Universität Siegen, FB Bauingenieurwesen, LS Massivbau, 2009
- [Voigt 2009 -2] Voigt, J.: Tragwerksplanung im Bestand, in: Bauen mit Betonfertigteilen. Bauen im Bestand, 13. Massivbauseminar 24.09.2009, Tagungsband, Siegen: Universität, 2009
- [Vorläufige Leitsätze (1904)] Vorläufige Leitsätze für die Vorbereitung, Ausführung und Prüfung von Eisenbetonbauten, DBV, 1904
- [Vrouwenvelder 1993] Vrouwenvelder, T.: Codes of Practice for the Assessment of Existing Structures, in: Remaining structural capacity. IABSE Colloquium Copenhagen 1993, Zürich: IABSE, 1993, S. 5-16
- [Vrouwenvelder 1997] Vrouwenvelder, T.: The JCSS probabilistic model code, in: Structural Safety, Vol. 19, No.3, S. 245-251
- [Vrouwenvelder 2007] Vrouwenvelder, T.: Fatigue modeling according to the JCSS Probabilistic Model Code, in: Faber/Vrouwenvelder/Zilch (Hrsg.): Aspects of Structural Reliability, München: Utz, 2007
- [Vrouwenvelder/Scholten 2010] Vrouwenvelder, T- / Scholten, N.: Assessment Criteria for Existing Structures, in: Structural Engineering International, 01/2010, S. 62-65
- [Vrouwenvelder/Siemes 1987] Vrouwenvelder, A.C.W.M. / Siemes, A.J.M.: Probabilistic Calibration procedure for the derivation of partial safety factors for the Netherlands building Codes", in: Heron, Vol. 32, Stevin Laboratory of the Faculty of Civil Engineering, Delft University of Technology, 1987

## Verzeichnisse: Literatur

---

- [Wagner/Scheler-Stöhr] Wagner, K. / Scheler-Stöhr, W.: Stahlbetonbau: Bemessungs- und Konstruktionsbeispiele. Teil 1+2, 2. Auflage, Düsseldorf: Werner, 1986
- [Wapenhans 2005] Wapenhans, W. (Hrsg.): Tragwerksplanung im Bestand. Bd.1, Stuttgart: Fraunhofer IRB, 2005
- [Weber 2009] Weber, S.: Betoninstandsetzung. Baustoff, Schadensfeststellung, Instandsetzung, Wiesbaden: Vieweg+Teubner, 2009
- [Weese 1913] Weese : Zahlentafeln für Platten, Balken und Platten-Balken aus Eisenbeton, 2. Auflage, Berlin: Verlag Tonindustrie-Zeitung, 1913
- [Weinhold/Meyer 1961] Weinhold, J. / Meyer, H.-G.: Streuung der Betonfestigkeit am Bauwerk, in: Beton- und Stahlbetonbau 56, Heft 8/1961, S. 200-201
- [Winterstein/Bjerager 1987] Winterstein, S. / Bjerager, P.: The Use of Higher Moments in Reliability Estimation, in: Reliability and Risk Analysis in Civil Engineering 2, Proceedings of ICASP5, Vancouver, 24.-19.5. 1987, S. 1027-1036
- [Wesche 1 1996] Wesche, K.: Baustoffe für tragende Bauteile. Band 1: Grundlagen, 3. Auflage, Wiesbaden / Berlin: Bauverlag, 1996
- [Wesche 2 1993] Wesche, K. / Schubert, P.: Baustoffe für tragende Bauteile. Band 2: Beton, Mauerwerk; 3. Auflage, Wiesbaden / Berlin: Bauverlag, 1993
- [WTA 5-6-90 (1990)] WTA-Merkblatt 5-6-90: Schadensdiagnose an Betonbauwerken, Hrsg. Wissenschaftlich-Technische Arbeitsgemeinschaft für Bauwerkserhaltung und Denkmalpflege, München: WTA, 1990
- [WTA 5-7-99/D (1999)] WTA-Merkblatt 5-7-99/D: Prüfen und Warten von Betonbauwerken, Hrsg. Wissenschaftlich-Technische Arbeitsgemeinschaft für Bauwerkserhaltung und Denkmalpflege, München: WTA, 1999
- [WTA 5-1-99/D (2003)] WTA-Merkblatt 5-1-99/D: Wartung von Betontragwerken: Musterwartungsvertrag, Hrsg. Wissenschaftlich-Technische Arbeitsgemeinschaft für Bauwerkserhaltung und Denkmalpflege, München: WTA, 2003
- [Zensus 2011-01] Zensus 2011: Gebäude und Wohnungen Bundesrepublik Deutschland am 9. Mai 2011, Ergebnisse Stand Mai 2013, Wiesbaden: Statistisches Bundesamt, 2013
- [Zensus 2011-02] Zensus 2011: Ausgewählte Ergebnisse, Tabellenband zur Pressekonferenz am 31. Mai 2013, Wiesbaden: Statistisches Bundesamt, 2013
- [Zilch/Schießl 1999] Zilch, K. / Schießl, A.: Practical Aspects, in: Structural Concrete. Textbook on Behaviour, Design and Performance. Updated Knowledge of the CEB/FIP Model Code 1990. Volume 3 (fib-Bulletin 3); Lausanne: fib, 1999, S. 237-269]
- [Zilch/Staller 1999] Zilch, K. / Staller, M.: Ermittlung von charakteristischen Werten und von Bemessungswerten für die Durchstantragfähigkeit und die Querkrafttragfähigkeit ohne Querkraftbewehrung, in: Abschlußbericht für das DIBT-Forschungsvorhaben IV 1-5-876/98: „Überprüfung und Vereinheitlichung der Bemessungsansätze für querkraftbeanspruchte Stahlbeton- und Spannbetonbauteile aus normalfestem und hochfestem Beton nach DIN 10451, Technische Universität München (Teilbericht), 1999
- [Zilch/Zehetmaier 2010] Zilch, K. / Zehetmaier, G.: Bemessung im konstruktiven Betonbau nach DIN 1045-1 (Fassung 2008) und EN1992-1-1, 2. Auflage, Berlin / Heidelberg / New York: Springer, 2010
- [Zimmermann et al. 1992] Zimmermann, J. J. / Corotis, R.B. / Ellis, J.H.: Collapse mechanism identification using a system-based objective, in: Structural Safety 11, 1992, S. 157-171
- Software**
- [COMREL] STRUREL: Comrel 8.10 (Componental Reliability Analysis), RCP Consult GmbH, 2010
- [SYSREL] STRUREL: Sysrel 9.60 (System Reliability Analysis), RCP Consult GmbH, 2011

**Anhang A: Tabellen zum Bauen im Bestand**

**Tabelle A.1: Zulässige Betonspannung bei der Biegebemessung 1904 bis 1972 (aus [Voigt 2009-1])**

Best. von...	Kriterien zur Festlegung der zulässigen Spannungen	zulässige Biege-Druckspannungen $\sigma_b$					Anmerkung	
1904	allgemein zul. Biegespannung Bedingung: $W_{b28} = 180-200 \text{ kg/cm}^2$	kg/cm <sup>2</sup> = 10N/mm <sup>2</sup>	zul $\sigma_b = 40$					
1907			zul $\sigma_b = 1/6$ der Druckfestigkeit					
1916	zul. Biegespannung in Abhängigkeit von Bauteil und Beanspruchungsart Bedingung: $W_{b28} \geq 150$ , $W_{b45} \geq 180$ (hier nur Angabe d. Hochbau-Werte)	kg/cm <sup>2</sup> = 10N/mm <sup>2</sup>	zul $\sigma_b = 40$				Hochbau allgemein	
			zul $\sigma_b = 35$				Platten $d < 10\text{cm}$ , Bauteile m. Stößen, Erschütterungen	
1925	zul. Biegespannung abhängig von Zementgüte, Würfel Festigkeit und Bauteil	kg/cm <sup>2</sup> = 10N/mm <sup>2</sup>	Handelszement $W_{b28} \geq 100$	hochw. Zement $W_{b28} \geq 130$	bes. Fälle <sup>2)</sup>	max. für $W_{b28} \geq v \cdot \sigma_{zul}$		
			a)	50	60	$\frac{W_{b28}}{2}$	70	Balken, Plattenbalken, Pilzdecken, Rahmen, Bögen, Stützen, $d \geq 20 \text{ cm}^1$ )
			b)	40	50	$\frac{W_{b28}}{2,5}$	60	Platten $d \geq 10 \text{ cm}^1$ , ohne wesentliche Erschütterungen, Balken, Plattenbalken, Stützen (außer a), Stützen für c
			c) <sup>3)</sup>	35	40	$\frac{W_{b28}}{3,5}$	45	Platten $d < 10 \text{ cm}^1$ , Hochbauten mit Erschütterungen Platten, Träger v. Straßenbrücken / Durchfahrten
			d) <sup>3)</sup>	--	--	$\frac{W_{b28}}{5}$	40	Balken-Brücken (Eisenbahn)
1932	zul. Biegedruck-Spannung abh. von Zementgüte, Würfel Festigkeit, für bestimmte Bauteile sind mögliche Erhöhungen von zul $\sigma_b$ geregelt	kg/cm <sup>2</sup> = 10N/mm <sup>2</sup>	Handelszement $W_{b28} \geq 120$	hochw. Zement $W_{b28} \geq 160$	bes. Fälle <sup>2)</sup>	max. für $W_{b28} \geq 195$	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Reduktion um 10<sup>4)</sup></li> <li>▪ Erhöhung um 10<sup>5)</sup></li> <li>▪ weitere Erhöhung<sup>6)</sup></li> </ul>	
			40	50	$\frac{W_{b28}}{3}$	65		
1937	wie 1932, höhere zul. Spannungen ab $W_{b28} \geq 160$ jedoch an erhöhte Sorgfalt bei Berechnung, Konstruktion, Ausführung geknüpft, besondere Unternehmerqualifikation und Bauüberwachung erforderlich; dann galten auch für bestimmte Bauteile weiter erhöhte zul. Spannungen							
1943	zul. Biegedruck-Spannung abhängig von Beton-Güteklasse (nach Mittelwert Würfel Festigkeit), Beanspruchung, Bauteilart und -abmessungen, für Biegung und Längskraft weitere Erhöhung gemäß <sup>7)</sup> möglich	kg/cm <sup>2</sup> = 10N/mm <sup>2</sup>	B 120	B 160	B 225	B 300		
			Biegung	40	50	70	90	Rechteckquerschnitte $d \leq 8 \text{ cm}^1$ )
				40	60	80	100	Rechteckquerschnitte $d > 8 \text{ cm}^1$ )
				40	50	70	90	Plattenbalken, Rippendecken, $\sigma_b$ in Platte berücksichtigt
				50	70	90	110	Stege v. Plattenbalken/ Rippendecken bei neg. Momenten
			Biegung + Längskraft	--	70	90	110	Rechteckquerschn., einachs. Biegung
				--	80	100	120	Rechteckquerschn. zweiachs. Biegung
--	60	80		100	Plattenbalken, $\sigma_b$ in Platte berücksichtigt			
1952	i. W. wie 1943, Erhöhung zul $\sigma$ für <sup>8)</sup>	kg/cm <sup>2</sup> = 10N/mm <sup>2</sup>	s. o.					
1959	wie 1952, neue Einheit	kp/cm <sup>2</sup> = 10N/mm <sup>2</sup>						

1)  $d$  = Bauteildicke (heute:  $h$ )      2) bei Nachweis der Würfel Festigkeit  $W_{b28}$   
 3) berücksichtigt Stoßzuschlag von 50 %      4) für Platten mit  $d < 8 \text{ cm}$  (gilt nicht für Druckzone von Rippendecken)  
 5) a) Stege von Platten / Rippendecken bei negativen Momenten      c) Pilzdecken, kreuzweise bewehrte Platten  
 b) Rahmen, Bögen, Stützen      d) Fertigteile (bei ständiger Überwachung der Herstellung)  
 6) bei 5)b, mit behördlicher Genehmigung und  $W_{b28} \gg 225 \text{ kg/cm}^2$  und  $\sigma_{b,zug} \leq \frac{1}{4} \sigma_{b,druck}$ :  

$$\sigma_{zul} = 75 + \frac{W_{b28} - 225}{9}$$
  
 7) wenn  $W_{28} > 350 \text{ kg/cm}^2$  und  $\sigma_{b,zug} \leq \frac{1}{4} \sigma_{b,druck}$  mit behördlicher Genehmigung:  

$$\sigma_{zul} = \sigma_{zul}(B300) + \frac{W_{28} - 300}{6}$$
  
 8) Balken mit Rechteckquerschnitt, zweiachsige Biegung ohne N,  $d > 8 \text{ cm}$ : Erhöhung zul  $\sigma$  um 10 kg/cm<sup>2</sup>

**Tabelle A.2: Zulässige Stahl-Spannungen bei der Biegebemessung 1904-1972 (aus [Voigt 2009-1])**

Best. von...	Kriterien zur Festlegung der zulässigen Spannungen	zulässige Stahlspannungen $\sigma_e$				Anmerkung											
1904	allg. f. Zugfestigkeit 3.800-4.000	kg/cm <sup>2</sup> = 10 /mm <sup>2</sup>	zul $\sigma_e$ = 1000		0)												
1907	allg. zul. Eisenspannung festgelegt		zul $\sigma_e$ = 1000														
1916	zul $\sigma_e$ nach Bauteil+Beanspruchung (hier nur Hochbau-Werte) für Eisen <sup>1)</sup> mit Zugfestigkeit 3700 kg/cm <sup>2</sup> und Bruchdehnung 20%	kg/cm <sup>2</sup> = 10 /mm <sup>2</sup>	zul $\sigma_e$ = 1200		Hochbau allgemein  Platten $d < 10$ cm, Bauteile m. Stößen, Erschütterungen												
			zul $\sigma_e$ = 1000														
1925	zul. Spannung abhängig von Eisen- bzw. Stahlsorte und Bauteil,  Handelseisen: Mindest-Zugfestigkeit 3.700 kg/cm <sup>3</sup>  Stahl St48 („Hochwertiger Stahl“): Zugfestigkeit 4.800-5.800 kg/cm <sup>2</sup> Bruchdehnung 18%	kg/cm <sup>2</sup> = 10 /mm <sup>2</sup>	Handelseisen	St 48	Balken, Plattenbalken, Pilzdecken, Rahmen, Bögen, Stützen, $d \geq 20$  Platten $d \geq 10$ cm, ohne wesentl. Erschütterungen, Balken, Plattenbalken, Stützen  Platten $d < 10$ cm, Hochbauten m. Erschütterungen, Platten, Träger v. Straßenbrücken  Balken-Brücken (Eisenbahn)												
			1.200	1.500 <sup>2)</sup>													
			1.200	1.500 <sup>2)</sup>													
			1.000	1.250 <sup>2)</sup>													
1932	zul $\sigma_e$ nach Eisen- bzw. Stahlsorte,	kg/cm <sup>2</sup> = 10 /mm <sup>2</sup>	St 37.12	St 52	3) 4) 5)												
			1.200	1.500													
1937	Zulässige Spannung nach Eisen- bzw. Stahlsorte, zudem abh. von Bauteil, Betonfestigkeit, Stabdurchmesser (hier nur Angabe der Hochbau-Werte)	kg/cm <sup>2</sup> = 10 /mm <sup>2</sup>	St 37.12		hochwertiger Betonstahl <sup>6)</sup>												
				Platten Rechteck	Platten-Balken	Platten Rechteck	Platten-Balken										
			Hochbau allg.	$W_{b28} \geq 120$ 1.200	$W_{b28} \geq 120$ 1.200	$W_{b28} \geq 225$ 1.800	$W_{b28} \geq 225$ 1.500	Hochbau allgemein									
			$d \geq 7$ cm, $\varnothing \leq 26$ mm	$W_{b28} \geq 160$ 1.400	$W_{b28} \geq 160$ 1.400	$W_{b28} \geq 160$ 1.800	$W_{b28} \geq 160$ 1.500	Hochbau allgemein, nicht f. Platten < 7cm, vorw. ruhende Last, keine Witterung									
						$W_{b28} \geq 225$ 2.000 (Platten) 1.800 (Rechteck)	$W_{b28} \geq 225$ 1.800	Hochbau allgemein, nicht f. Platten < 7cm, vorw. ruhende Last, keine Witterung, $\varnothing \leq 26$ mm									
1943 1952 1959	zulässige Spannung abh. von der Kombination Stahlsorte und Betongüte sowie von Bauteilart, -abmessungen, Beanspruchung, Stabdurchmesser <sup>9)</sup>  [kg/cm <sup>2</sup> = 10N/mm <sup>2</sup> ] bis 1959 [kp/cm <sup>2</sup> = 10N/mm <sup>2</sup> ] ab 1959	kg/cm <sup>2</sup> = 10 /mm <sup>2</sup>	St	B 120	B 160	B 225	B 300	<table border="1"> <tr> <td rowspan="4">Platten</td> <td>9)</td> <td>max<math>\varnothing</math></td> </tr> <tr> <td>B160</td> <td>30 mm</td> </tr> <tr> <td>B 225</td> <td>40 mm</td> </tr> <tr> <td>B 300</td> <td>50 mm</td> </tr> </table>	Platten	9)	max $\varnothing$	B160	30 mm	B 225	40 mm	B 300	50 mm
Platten			9)	max $\varnothing$													
			B160	30 mm													
			B 225	40 mm													
			B 300	50 mm													
Biegung			I	1.200	1.400	1.400	1.400										
			II	--	2.000	2.000	2.000										
			III	--	2.200	2.200 <sup>7)</sup>	2.200 <sup>7)</sup>										
			IV	--	2.200	2.400	2.400										
Balken			I	1.200	1.400	1.400	1.400										
			II	--	1.800	1.800	1.800										
			III	--	--	2.000 <sup>8)</sup>	2.000 <sup>8)</sup>										
			IV	--	--	2.000	2.000										
Plattenbalken Rippendecken			I	1.200	1.400	1.400	1.400										
			II	--	1.800	1.800	1.800										
	III	--	--	2.000	2.000												
	IV	--	--	2.000	2.000												
Biegung + Längskraft	I	--	1.400	1.400	1.400												
	II	--	2.000	2.000	2.000												
	III	--	2.200	2.200 <sup>7)</sup>	2.200 <sup>7)</sup>												
	IV	--	2.200	2.400	2.400												
	Platten	I	--	1.400	1.400	1.400											
		II	--	1.800	1.800	1.800											
		III	--	--	2.000	2.000											
		IV	--	--	2.000	2.000											
andere Bauteile	I	--	1.400	1.400	1.400												
	II	--	1.800	1.800	1.800												
	III	--	--	2.000	2.000												
	IV	--	--	2.000	2.000												

- 0) bei höherer Zugfestigkeit höhere zul. Spannungen möglich
- 1) Mindestanforderungen wie Eisen im Hochbau gemäß „Vorschriften für die Lieferung von Eisen und Stahl“, Verein deutscher Eisenhüttenleute 1911
- 2) Anwendung nur bei Platten und höheren Würfelfestigkeiten des Betons (hochwertiger Zement)
- 3) höhere Stahlspannung (St 52) nur in Verbindung mit Beton-Würfelfestigkeiten  $W_{b28} \geq 225 \text{ kg/cm}^2$  möglich
- 4) Handelseisen St 37.12 (DIN 1612), Mindest-Zugfestigkeit  $3700 \text{ kg/cm}^2$
- 5) Stahl St 52 (hochwertiger Stahl), Streckgrenze  $\geq 3.600 \text{ kg/cm}^2$  (ab  $d > 18 \text{ cm}$   $3.500 \text{ kg/cm}^2$ )  
Zugfestigkeit  $5.200\text{-}6.200 \text{ kg/cm}^2$ , Bruchdehnung  $\geq 20 \%$
- 6) gegenüber 1932 differenzierteres Anforderungsprofil, i.W. jedoch vergleichbar
- 7) für Platten mit  $d > 8 \text{ cm}$  Erhöhung von  $zul\sigma_b$  um  $200 \text{ kg/cm}^2$  möglich
- 8) ab 1952, bei vorwiegend ruhender Last für Betonrippenstahl höhere zulässige Spannungswerte gemäß Zulassung möglich
- 9) für Stabdurchmesser  $> \max\varnothing$  ist  $zul\sigma_b$  um  $200 \text{ kg/cm}^2$  zu reduzieren
- 10) Klammerwerte gelten für kaltverformte Stähle

**Tabelle A.3: Zulässige Beton-Druckspannung (mittiger Druck, ohne Knickgefahr) 1904-1972 (aus [Voigt 2009-1])**

Best. von...	Kriterien zur Festlegung der zulässigen Spannungen	zulässige Druckspannungen $\sigma_b$					Anmerkung	
1904	allgemein zul. Druckspannung	kg/cm <sup>2</sup> = 10 /mm <sup>2</sup>	zul $\sigma_b$ = 35				1)	
1907	Bedingung: $W_{b28} = 180\text{-}200 \text{ kg/cm}^2$		zul $\sigma_b$ = 1/10 der Druckfestigkeit					
1916	Druckspannung sowohl allgemein als auch spezifisch für Einbauort festgelegt Bedingung: $W_{b28} \geq 150, W_{b45} \geq 180$	kg/cm <sup>2</sup> = 10 /mm <sup>2</sup>	zul $\sigma_b$ = 35				Hochbau allgemein	
			zul $\sigma_b$ = 25				Stützen im DG	
			zul $\sigma_b$ = 30				Stützen unter DG	
			zul $\sigma_b$ = 35				Stützen darunter	
			zul $\sigma_b$ = 30				Brücken <sup>2)</sup>	
1925	zul. Druckspannung abhängig von Zementgüte, Hoch-/Brückenbau	kg/cm <sup>2</sup> = 10 /mm <sup>2</sup>	Handelszement $W_{b28} \geq 100$	hochw. Zement $W_{b28} \geq 130$	bes. Fälle <sup>2)</sup>	max. für $W_{b28} \geq 1 \cdot \sigma_{zul}$		
			35	45	$\frac{W_{b28}}{3}$	60		Hochbau
			30	40	$\frac{W_{b28}}{4}$	50		Brückenbau
1932	Festlegung der zul. Druckspannung wie zul. Biege-Druckspannung	kg/cm <sup>2</sup> = 10N/mm <sup>2</sup>	Handelszement $W_{b28} \geq 120$	hochw. Zement $W_{b28} \geq 160$	bes. Fälle <sup>2)</sup>	max. für $W_{b28} \geq 195$	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Erhöhung um 10 kg/cm<sup>2</sup> für<sup>3)</sup></li> <li>▪ weitere Erhöhung für<sup>4)</sup></li> </ul>	
1937	wie 1932, höhere zul. Spannungen ab $W_{b28} \geq 160$ jedoch an erhöhte Sorgfalt bei Berechnung, Konstruktion, Ausführung geknüpft, besondere Unternehmerqualifikation und Bauüberwachung erforderlich							
1943	zul. Druckspannung in Stützen entspricht $\frac{1}{3}$ der Prismenfestigkeit $K_b$ , abhängig von Beton-Güteklasse (nach Mittelwert Würfelfestigkeit)	kg/cm <sup>2</sup> = 10N/mm <sup>2</sup>	B 120	B 160	B 225	B 300		
1952			$\frac{1}{3} \cdot 108 = 36$	$\frac{1}{3} \cdot 144 = 53,3$	$\frac{1}{3} \cdot 195 = 65$	$\frac{1}{3} \cdot 240 = 80$		
1959	wie 1943, neue Einheit	kp/cm <sup>2</sup> = 10N/mm <sup>2</sup>						

- 1) Für höhere Würfelfestigkeiten konnte die zulässige Druckspannung auf  $50 \text{ kg/cm}^2$  erhöht werden.
- 2) Die Baubehörden konnten für Brücken eine 1,5fache Annahme der Verkehrslast verlangen. Dann galt  $zul\sigma_b = 40 \text{ kg/cm}^2$
- 3) a) Stege von Platten / Rippendecken bei negativen Momenten c) Pilzdecken, kreuzweise bewehrte Platten  
b) Rahmen, Bögen, Stützen d) Fertigteile (bei ständiger Überwachung der Herstellung)
- 4) bei 3)b, mit behördlicher Genehmigung und  $W_{b28} \gg 225 \text{ kg/cm}^2$  und  $\sigma_{b,zug} \leq \frac{1}{4} \sigma_{b,druck}$ :  $\sigma_{zul} = 75 + \frac{W_{b28} - 225}{9}$

**Tabelle A.4: Zulässige Schubspannungswerte  $\tau_0$  und  $\max \tau$  bei der Schubbemessung bis 1972 (aus [Voigt 2009-1])**

ab ...	... 1904 [kg/cm <sup>2</sup> ]	... 1916 [kg/cm <sup>2</sup> ]	... 1925 [kg/cm <sup>2</sup> ]	... 1932 [kg/cm <sup>2</sup> ]	... 1943 bzw. ... 1959 [kg/cm <sup>2</sup> ] bzw. [kp/cm <sup>2</sup> ]			
Grundwert	$\tau = \frac{Q}{b \cdot z} = \frac{Q}{b \cdot \left(h - \frac{x}{3}\right)}$							
zul $\tau_0$	4,5	4,0	4,0 Handelszement	4,0 bei Balken	4,0   6,0   7,0   8,0 allgemein			
			5,5 hochw. Zement	6,0 bei Platten	6,0   8,0   9,0   10,0 bei Platten			
max $\tau$	---	14,0	14,0	14,0 ... 16,0	14,0	16,0	18,0	20,0
wenn ...	1904-1916	1916 bis 1972						
... $\tau < \tau_0$	→ keine Schubdeckung							
... $\tau > \tau_0$	→ Schubdeckung für ...							
	$\Delta \tau = \tau - \tau_0$	$\tau$						
... $\tau > \max \tau$	→ Querschnitt vergrößern							

(Einheiten: 10 kg/cm<sup>2</sup> = 10 kp/cm<sup>2</sup> = 1 N/mm<sup>2</sup>)

**Tabelle A.5: Vergleich von Sicherheitskonzepten im Stahlbetonbau seit 1904 (nach [Voigt 2009-1])**

	bis 1972	1972-2001	seit 2001
<b>Konzept</b>	zulässige Spannungen	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ <i>M, N</i>: globale Sicherheit</li> <li>▪ <i>Q</i>: zulässige Spannungen</li> </ul>	semi-probabilistisches Sicherheitskonzept
<b>Bezug zur Bauweise</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Konzept auch in anderen Bauarten verwendet</li> <li>▪ zulässige Spannungswerte spezifisch für Stahlbeton</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ spezifisch Stahlbeton</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ bauartübergreifendes Konzept regelt [DIN 1055-100 (2001)]* bzw. [DIN EN 1990 (2010)]</li> <li>▪ TSF für Bauteilwiderstände gemäß [DIN 1045-1]* bzw. [DIN EN 1992-1-1 (2011)]</li> </ul>
<b>Bruchzustand</b>	nicht definiert	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ <i>M / N</i>: Erreichen der Grenzdehnungen:</li> <li>▪ Stahl: 5 ‰, Beton: -3,5 ‰</li> <li>▪ <i>Q</i>: indirekt definiert über Schubspannungsgrenzen</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ <i>M / N</i>: Erreichen der Grenzdehnungen:</li> <li>▪ Stahl: 25 ‰, Beton: -3,5 ‰</li> <li>▪ <i>V</i>: definierte Tragfähigkeit von Druck- und Zugstrebe</li> </ul>
<b>Parameter E und R</b>	determiniert	Einwirkung determiniert Festigkeit aus Häufigkeitsverteilung	<i>E</i> und <i>R</i> aus Häufigkeitsverteilungen
<b>Sicherheit gegen ...</b>	Baustoffversagen	Tragwerkversagen	Tragwerkversagen
<b>über ...</b>	beanspruchungsabhängige Sicherheitsabstände	Globaler Sicherheitsfaktor	Teilsicherheitsfaktoren
<b>wie ...</b>	Abgrenzen der zulässigen Spannung gegen Versuchsfestigkeit	Abgrenzen des Gebrauchszustandes vom Bruchzustand	Nachweis im Grenzzustand unter Berücksichtigung von Teilsicherheiten bei Einwirkungen + Widerständen
<b>abhängig von ...</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Bauteilart</li> <li>▪ Materialfestigkeit</li> <li>▪ Art der Spannung</li> <li>▪ Art der Belastung</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Versagensart: mit / ohne Vorankündigung</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Art der Einwirkung</li> <li>▪ Art des Materials</li> <li>▪ Kombinationsregeln (z. B. aus Nutzung)</li> </ul>
<b>Nachweis</b>	NW Gebrauchszustand vorh $\sigma \leq$ zul $\sigma$	Bemessung für $S_u = \gamma_{\text{Global}} \cdot S \leq R_u$	Nachweis im Grenzzustand $E_d \leq R_d$

\*) bis 2012

mit: *S* = Beanspruchung (Gebrauchszustand), *S<sub>u</sub>* = Beanspruchung (Bruchzustand)  
*R<sub>u</sub>* = Beanspruchbarkeit aus Rechenwerten der Baustofffestigkeit



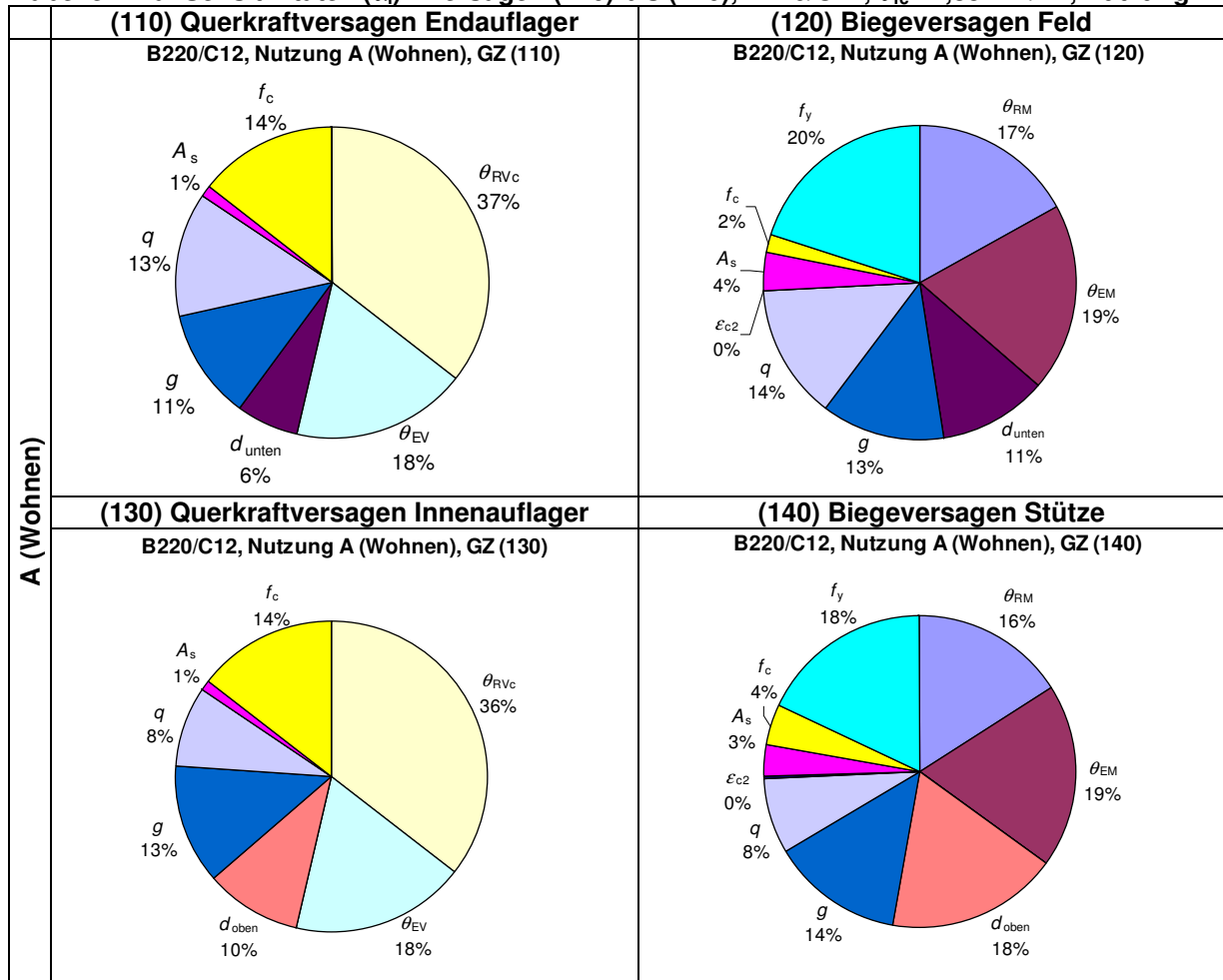
**Anhang B: Ergänzende Tabellen zu Kapitel 7**

**B.1 Sensitivitäten der Basisvariablen bezogen auf das Elementversagen**

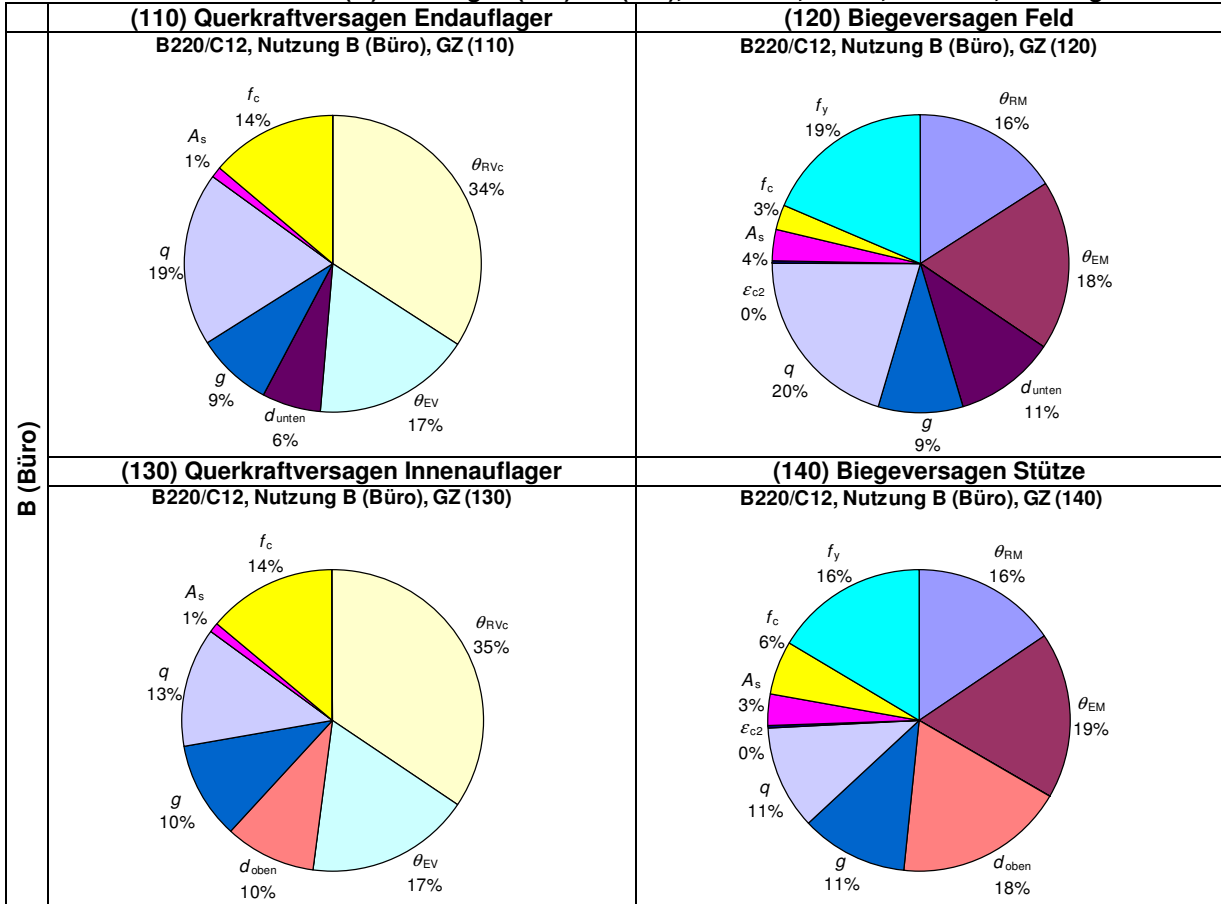
Zum Vergleich mit den Sensitivitäten der Basisvariablen in Bezug auf das Systemversagen werden hier ausgewählte Sensitivitäten in Bezug auf das Elementversagen dargestellt. Einzelne Parameter ohne nennenswerten Einfluss auf das Systemversagen können für das Elementversagen durchaus von Bedeutung sein (vgl. Abschnitt 7.3). Für die Materialkombinationen B220/C12 und B500/C30 werden die Elemente des Erstversagens (110) bis (140) getrennt nach den Nutzungskategorien dargestellt.

**Kombination B220/C12**

**Tabelle B.1a: Sensitivitäten ( $\alpha_i$ )<sup>2</sup>: Versagen (110) bis (140), B220/C12,  $\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2$ , Nutzung A**



**Tabelle B.1b: Sensitivitäten ( $\alpha$ )<sup>2</sup>: Versagen (110) bis (140), B220/C12,  $\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2$ , Nutzung B**



**Tabelle B.1c: Sensitivitäten ( $\alpha$ )<sup>2</sup>: Versagen (110) bis (140), B220/C12,  $\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2$ , Nutzung C**

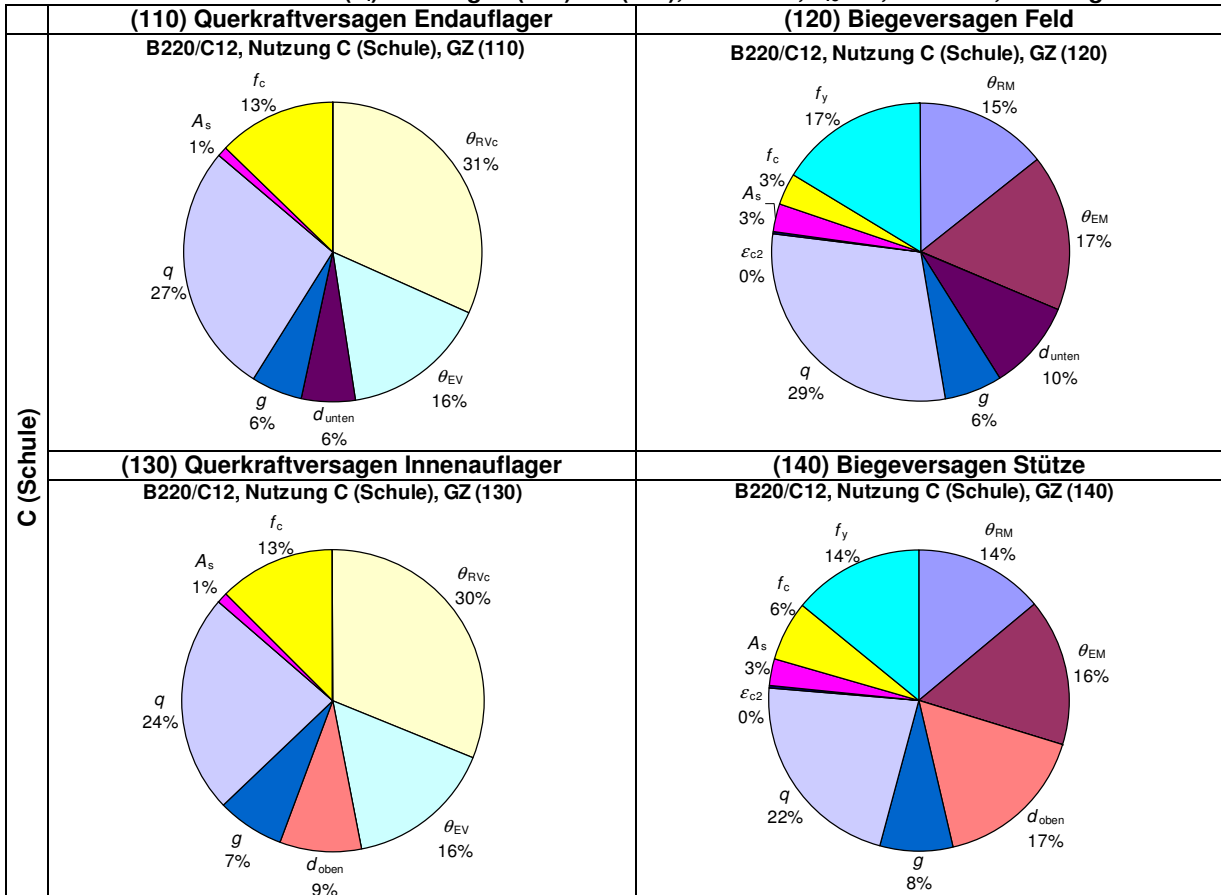
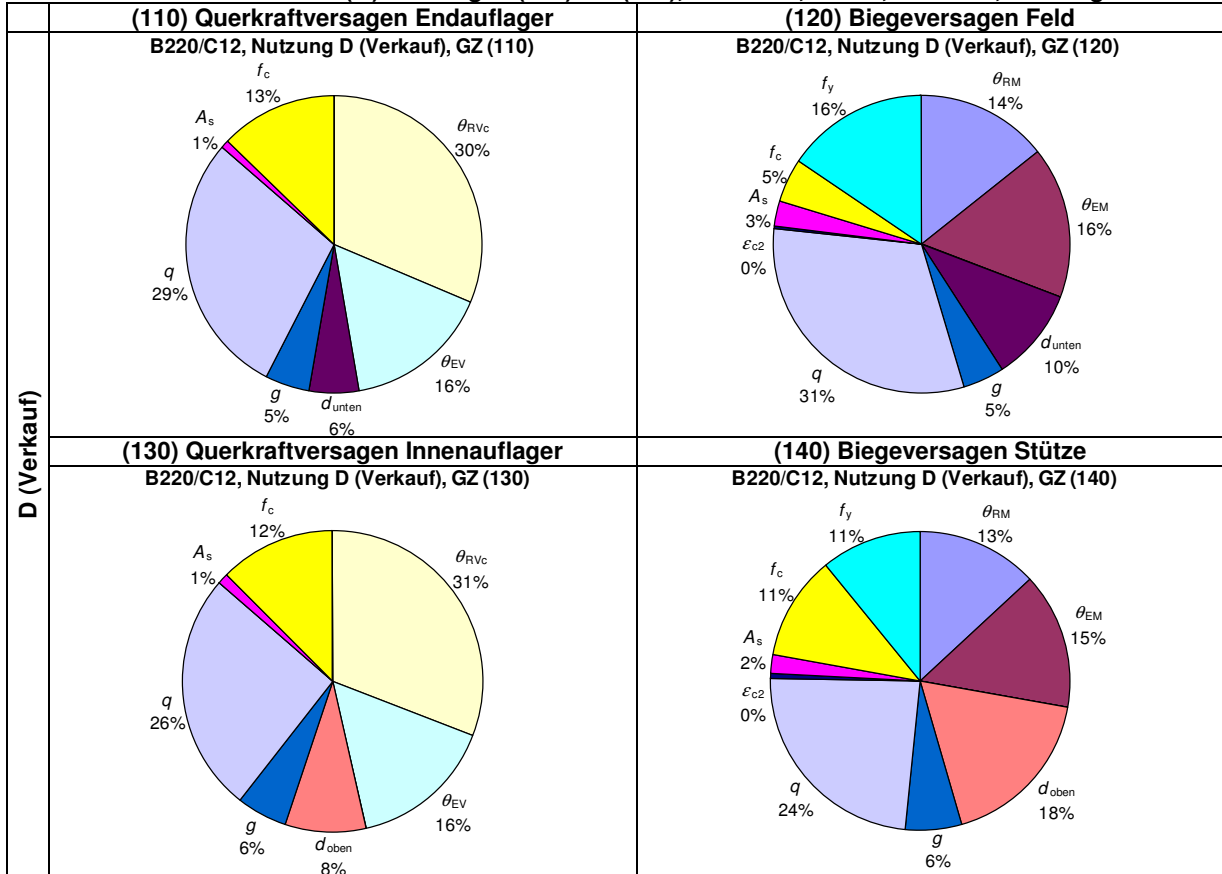
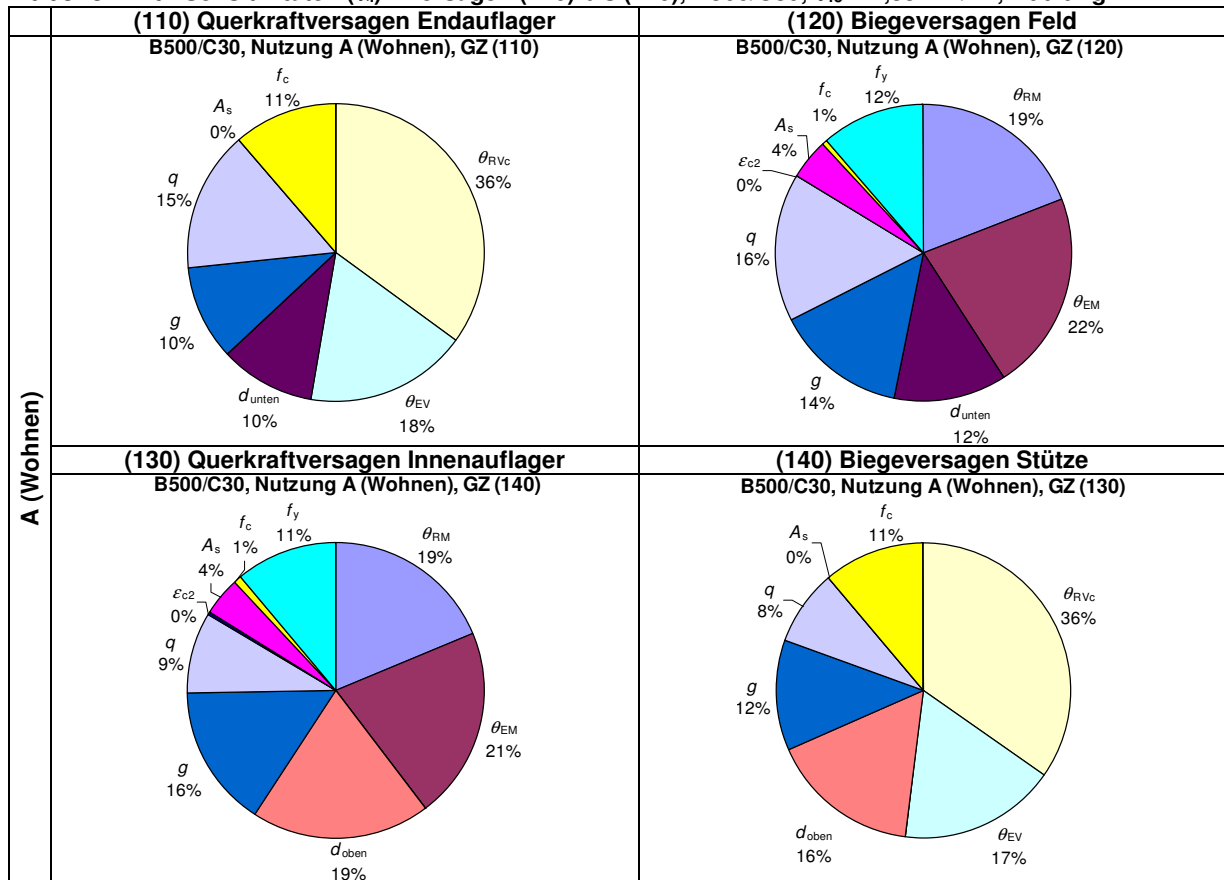


Tabelle B.1d: Sensitivitäten ( $\alpha$ )<sup>2</sup>: Versagen (110) bis (140), B220/C12,  $\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2$ , Nutzung D

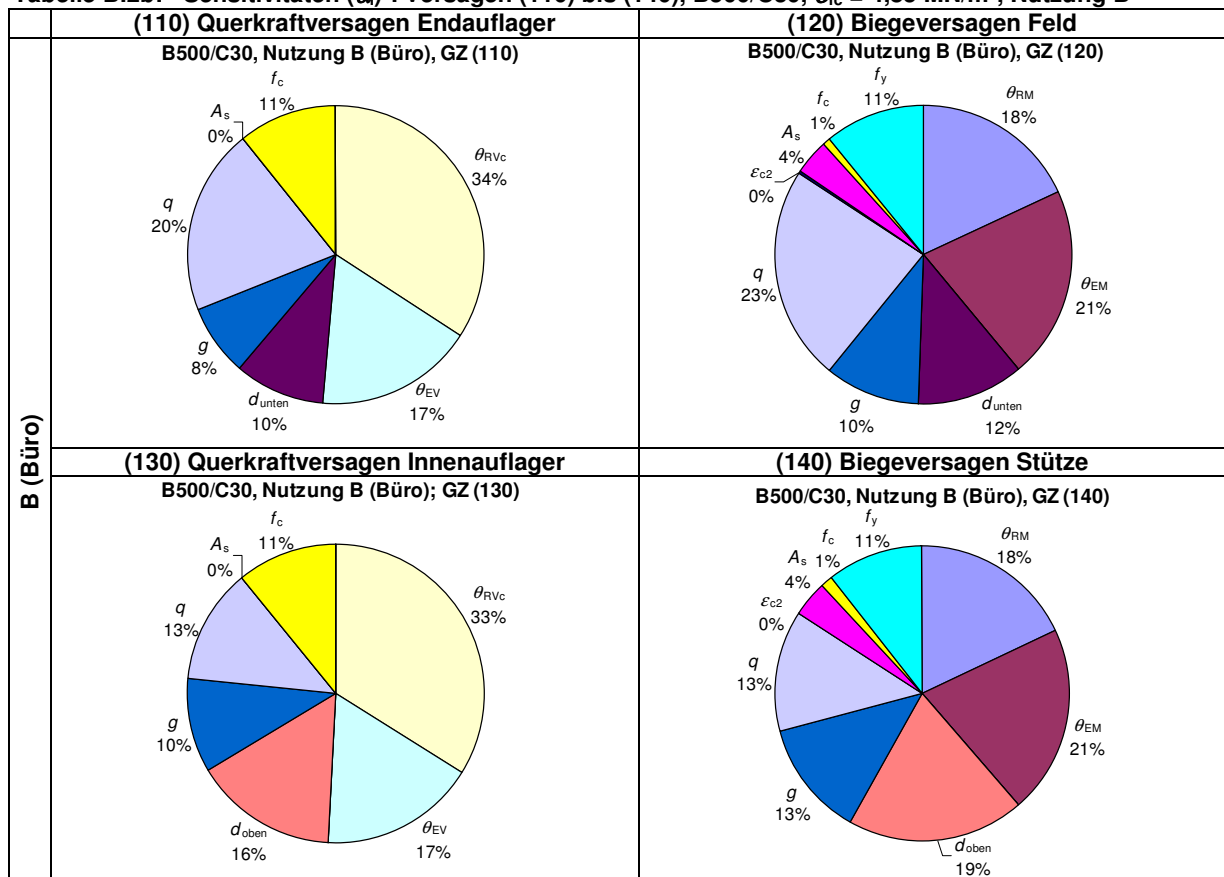


**Kombination B500/C30**

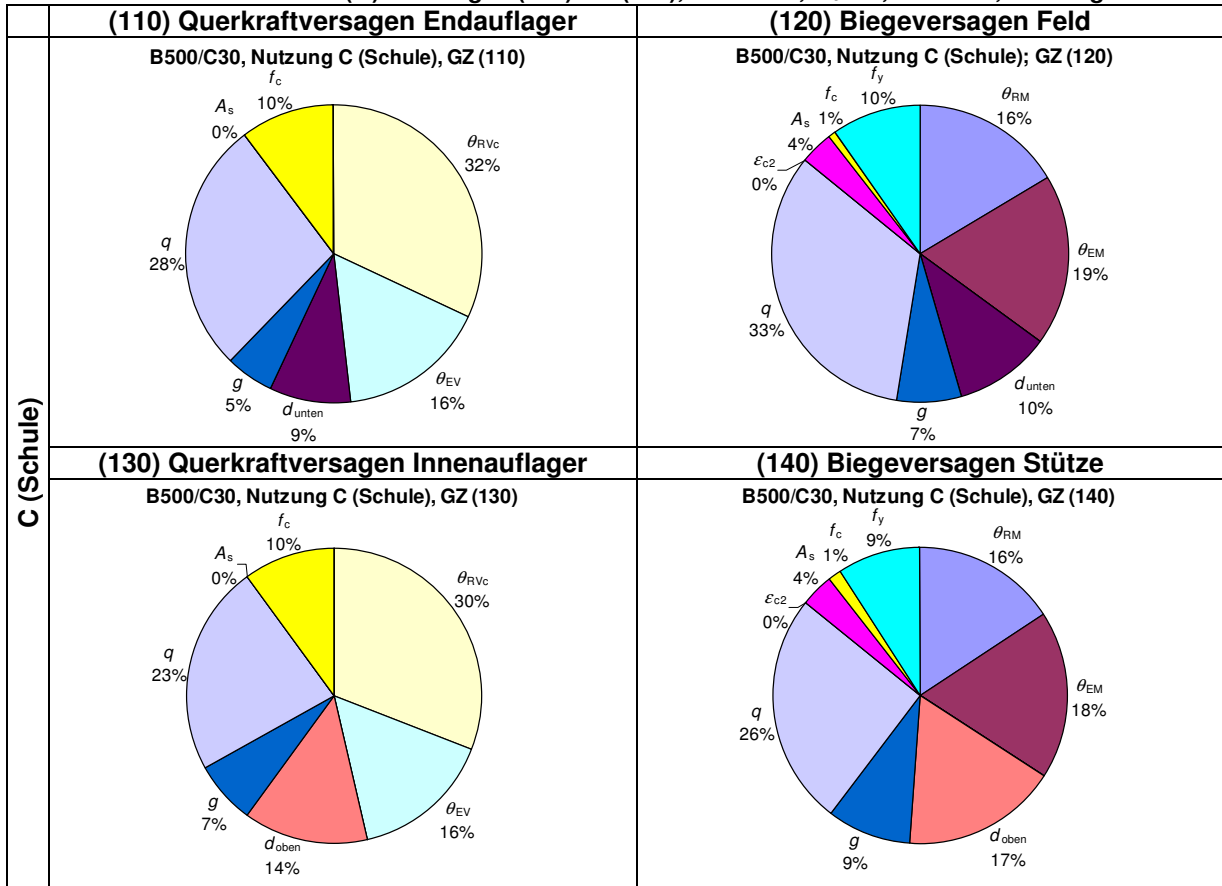
**Tabelle B.2a: Sensitivitäten ( $\alpha$ )<sup>2</sup>: Versagen (110) bis (140), B500/C30,  $\sigma_{tc} = 4,85 \text{ MN/m}^2$ , Nutzung A**



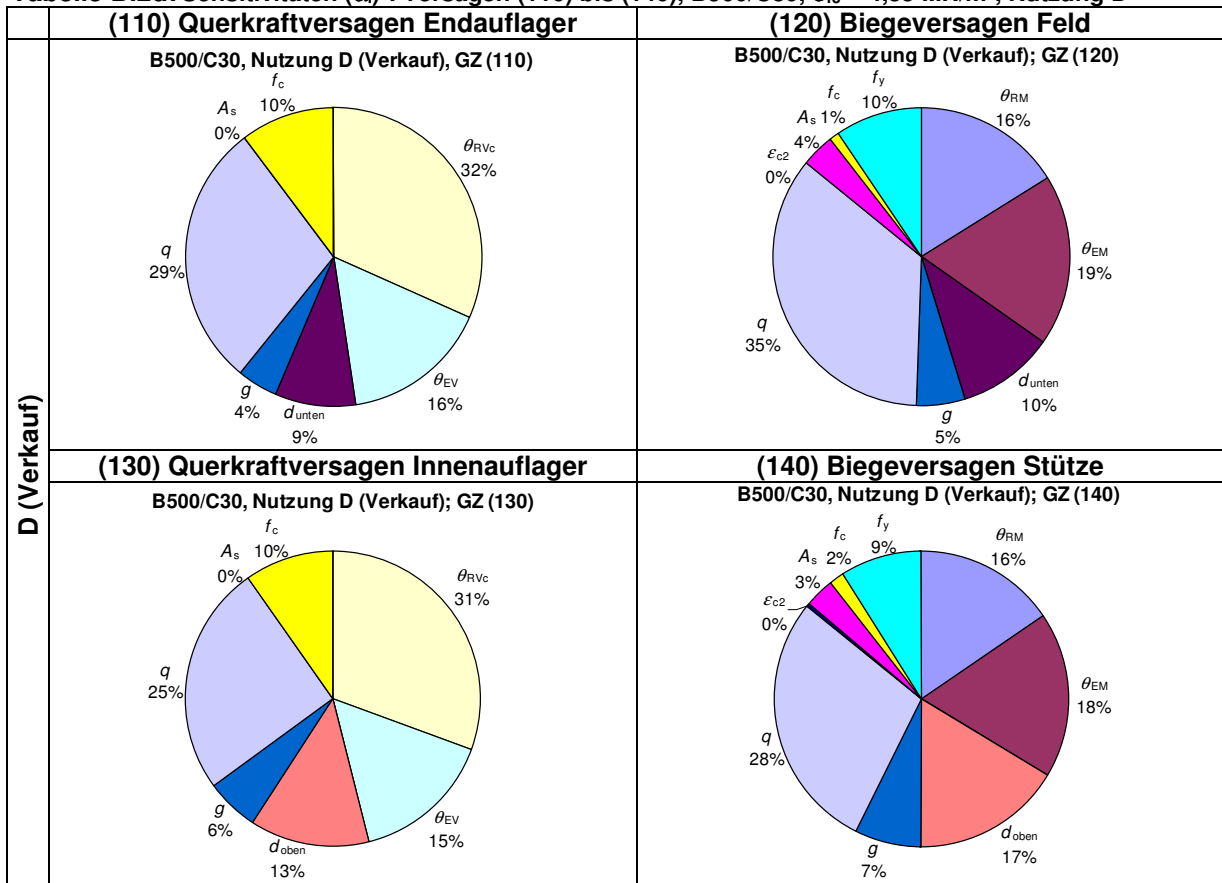
**Tabelle B.2b: Sensitivitäten ( $\alpha$ )<sup>2</sup>: Versagen (110) bis (140), B500/C30,  $\sigma_{tc} = 4,85 \text{ MN/m}^2$ , Nutzung B**



**Tabelle B.2c: Sensitivitäten ( $\alpha$ )<sup>2</sup>: Versagen (110) bis (140), B500/C30,  $\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2$ , Nutzung C**



**Tabelle B.2d: Sensitivitäten ( $\alpha$ )<sup>2</sup>: Versagen (110) bis (140), B500/C30,  $\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2$ , Nutzung D**



**B.2 Sensitivitäten der Versagenselemente bezogen auf das Systemversagen**

**Tabelle B.3: Sensitivitäten  $(\alpha_{GZ})^2$  der Versagenselemente (B420,  $\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2$ )**

	<b>B420/C12</b>	<b>B420/C50</b>
<b>A (Wohnen)</b>	<p><b>B420/C12, Nutzung A (Wohnen), <math>\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2</math></b></p> <p>(120) 0%</p> <p>(242) 39%</p> <p>(140) 60%</p> <p>(226) 0%</p>	<p><b>B420/C50, Nutzung A (Wohnen), <math>\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2</math></b></p> <p>(120) 1%</p> <p>(242) 41%</p> <p>(140) 58%</p> <p>(226) 1%</p>
<b>B (Büro)</b>	<p><b>B420/C12, Nutzung B (Büro), <math>\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2</math></b></p> <p>(120) 0%</p> <p>(242) 39%</p> <p>(140) 61%</p> <p>(224) 0%</p>	<p><b>B420/C50, Nutzung B (Büro), <math>\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2</math></b></p> <p>(120) 1%</p> <p>(242) 40%</p> <p>(140) 59%</p> <p>(224) 0%</p>
<b>C (Schule)</b>	<p><b>B420/C12, Nutzung C (Schule), <math>\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2</math></b></p> <p>(120) 1%</p> <p>(242) 42%</p> <p>(140) 57%</p> <p>(224) 1%</p>	<p><b>B420/C50, Nutzung C (Schule), <math>\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2</math></b></p> <p>(120) 8%</p> <p>(242) 38%</p> <p>(140) 49%</p> <p>(224) 5%</p>
<b>D (Verkauf)</b>	<p><b>B420/C12, Nutzung D (Verkauf), <math>\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2</math></b></p> <p>(120) 1%</p> <p>(130) 0%</p> <p>(242) 43%</p> <p>(140) 56%</p> <p>(224) 0%</p>	<p><b>B420/C50, Nutzung D (Verkauf), <math>\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2</math></b></p> <p>(120) 11%</p> <p>(242) 37%</p> <p>(140) 46%</p> <p>(224) 6%</p>

Tabelle B.4: Sensitivitäten  $(\alpha_{GZ})^2$  der Versagenselemente (B500,  $\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2$ )

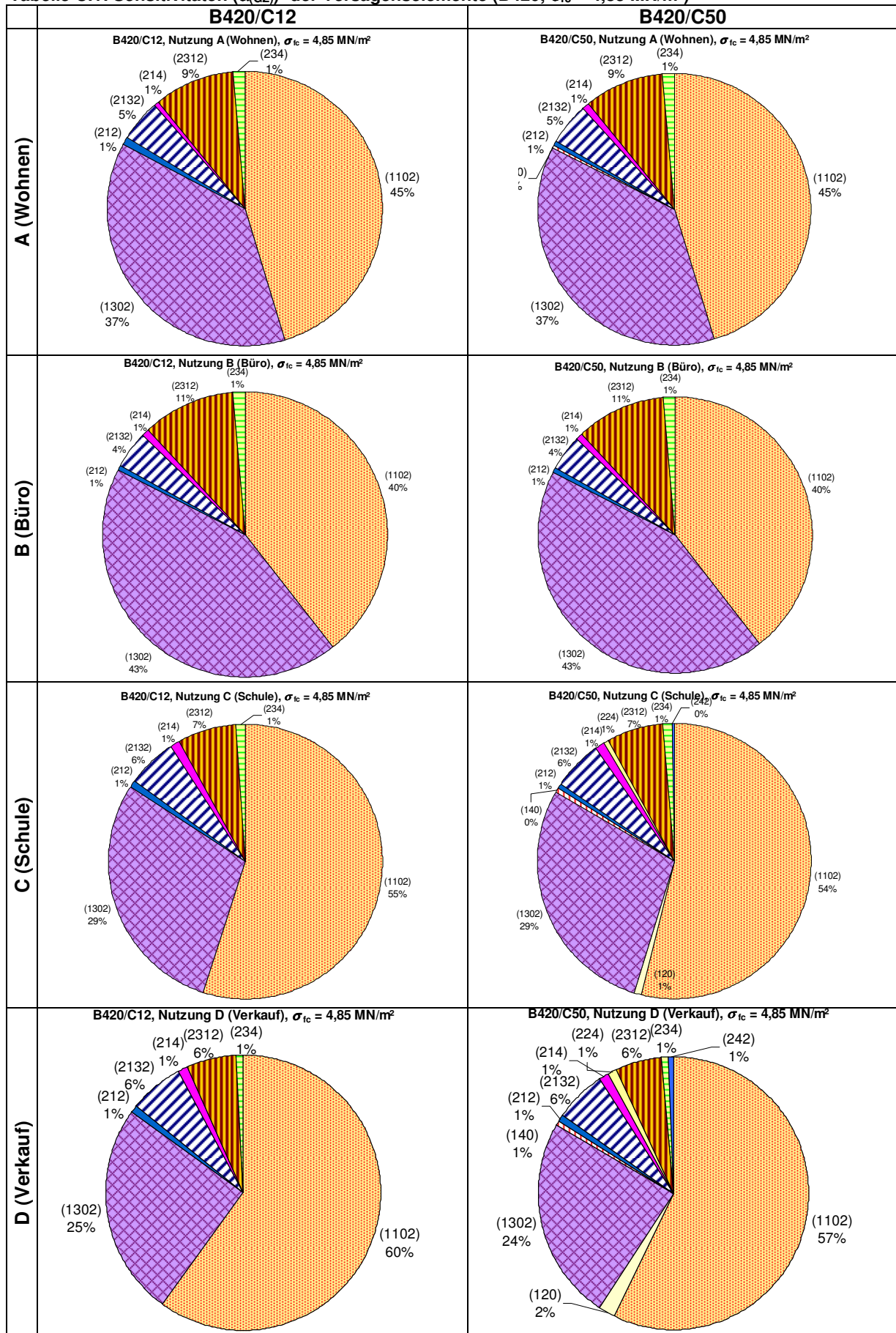
	B500/C12	B500/C50
<b>A (Wohnen)</b>	<p><b>B500/C12, Nutzung A (Wohnen), <math>\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2</math></b></p> <p>(120) 0% (242) 39% (140) 61% (226) 0%</p>	<p><b>B500/C50, Nutzung A (Wohnen), <math>\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2</math></b></p> <p>(120) 1% (242) 40% (140) 59% (226) 0%</p>
<b>B (Büro)</b>	<p><b>B500/C12, Nutzung B (Büro), <math>\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2</math></b></p> <p>(120) 0% (130) 0% (242) 39% (140) 61% (224) 0%</p>	<p><b>B500/C50, Nutzung B (Büro), <math>\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2</math></b></p> <p>(120) 1% (242) 40% (140) 59% (224) 0%</p>
<b>C (Schule)</b>	<p><b>B500/C12, Nutzung C (Schule), <math>\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2</math></b></p> <p>(120) 1% (242) 42% (140) 57% (224) 1%</p>	<p><b>B500/C50, Nutzung C (Schule), <math>\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2</math></b></p> <p>(120) 8% (242) 37% (140) 49% (224) 5%</p>
<b>D (Verkauf)</b>	<p><b>B500/C12, Nutzung D (Verkauf), <math>\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2</math></b></p> <p>(120) 1% (130) 1% (242) 42% (140) 55% (231) 0% (224) 0%</p>	<p><b>B500/C50, Nutzung D (Verkauf), <math>\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2</math></b></p> <p>(120) 11% (242) 36% (140) 46% (226) 0% (224) 6%</p>



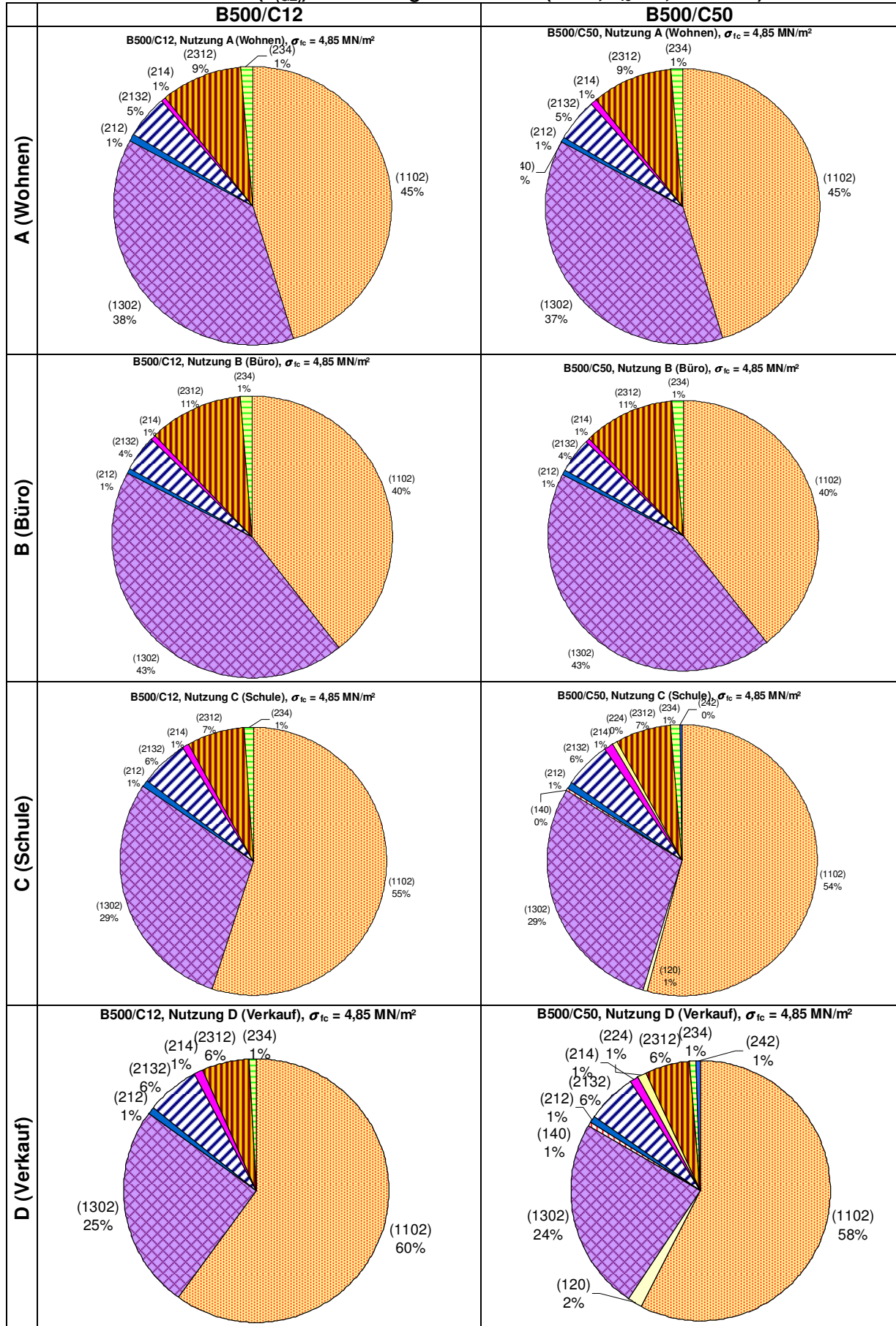


**Anhang C: Ergänzende Tabellen zu Kapitel 8**

**Tabelle C.1: Sensitivitäten  $(\alpha_{GZ})^2$  der Versagenselemente (B420,  $\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2$ )**



**Tabelle C.2: Sensitivitäten  $(\alpha_{GZ})^2$  der Versagenselemente (B500,  $\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2$ )**



## Anhang D: Ergänzende Tabellen zu Kapitel 9

### D.1 Randbedingungen zu Tragfähigkeitsvergleichen in Abschnitt 9.1.3.2

Tabelle D.1: Randbedingungen zum Vergleich Querkrafttragfähigkeit (Bilder 9.5, 9.6) (aus [Voigt 2009-1])

Allgemein:				
<b>Bauteil:</b>	Balken	→ zur Betrachtung der ganzen Bandbreite der Querkraft-Beanspruchung		
<b>Belastung</b>	Biegung, N~0	→ $\sigma_{cd} = 0$		
<b>Bemessungswert V</b>	Querkraft – Bemessungswert einheitlich betrachtet	→ unterschiedliche Abminderungen werden hier vernachlässigt		
<b>Druckstrebe</b>	$\cot \theta = \frac{1,425 \cdot \tau_0}{f_{yd} \cdot \rho}$	→ mit $\tau_0$ aus $V_{Ek}$		
<b>Zugstrebe</b>	$\alpha = 90^\circ$	→ lotrechte Bügelbewehrung		
<b>Normen</b>	DIN 1045 (1943, 1972) DIN 1045-1	→ zur Betrachtung vergleichbarer Materialien		
<b>Sicherheit</b>	$\gamma = 1,425$	→ mittlerer Sicherheitsfaktor für Einwirkungen		
	$\gamma_c = 1,5, \gamma_s = 1,15$	→ Sicherheitsfaktoren Widerstände gem. 1045-1		
<b>Material:</b>	<b>DIN 1045 (1943)</b>	<b>DIN 1045 (1972)</b>	<b>DIN 1045-1</b>	<b>Zuordnung <math>f_k</math></b>
Beton	B 300	B 25	C 20/25	$f_{ck} = 20 \text{ N/mm}^2$
Betonstahl	BSt IV → zul $\sigma_s = 200 \text{ N/mm}^2$	BSt IV → $\beta_s = 500 \text{ N/mm}^2$	BSt 500	$f_{yk} = 500 \text{ N/mm}^2$
<b>Grenzwerte:</b>	<b>DIN 1045 (1943)</b>	<b>DIN 1045 (1972)</b>	<b>DIN 1045-1</b>	
Unterer Grenzwert	zul $\tau = 0,8 \text{ N/mm}^2$	$\tau_{01} = 0,75 \text{ N/mm}^2$	$V_{Rd,ct} = 0,1 \cdot \kappa \cdot (100 \cdot \rho_1 \cdot f_{ck})^{1/3} \cdot b \cdot d$	
		$\tau_{02} = 1,80 \text{ N/mm}^2$		
Oberer Grenzwert	max $\tau = 2,0 \text{ N/mm}^2$	$\tau_{03} = 3,00 \text{ N/mm}^2$	$V_{Rd,max} = 0,75 \cdot f_{cd} \cdot b \cdot z \cdot \frac{1}{\tan \theta + \cot \theta}$ max. Druckstreben­tragfähigkeit für $\cot \theta = 1,0$ → $\tau \text{ max} = 4,18/1,425 = 2,982 \text{ N/mm}^2$	
<b>Bemessung:</b>	<b>DIN 1045 (1943)</b>	<b>DIN 1045 (1972)</b>	<b>DIN 1045-1</b>	
<b>Mindestbewehrung</b>	für $\tau < \text{zul } \tau$ sind Bügel gefordert, min $a_{sw}$ ist jedoch nicht genau definiert	für $\tau < \tau_{01}$ Bemessung $a_{sw}$ für $\tau = 0,4 \tau_0$	min $\rho = 0,7 \text{ ‰}$ für $f_{ck} = 20 \text{ N/mm}^2$	
<b>Bemessung</b>	$\tau_0 = \frac{V}{b \cdot z}$	$\tau_0 = \frac{V}{b \cdot z}$	$\left( \tau_0 = \frac{V_{Ek}}{b \cdot z} \right)$	
	$a_{sw} = \frac{b \cdot \tau}{\text{zul } \sigma_s}$	$a_{sw} = \frac{b \cdot \tau}{\beta_s / 1,75}$	$a_{sw} = \frac{V_{Ed}}{f_{yd} \cdot z \cdot \cot \theta}$	
<b>Bewehrungsgrad</b>	$\rho_{(43)} = \frac{\tau_0}{\text{zul } \sigma_s}$ $\rho = \frac{a_{sw}}{b}$	$\rho_{(72)-1} = \frac{0,4 \cdot \tau_0}{\beta_s / 1,75}$ $\rho_{(72)-2} = \frac{1}{\tau_{02}} \cdot \frac{\tau_0^2}{\beta_s / 1,75}$ $\rho_{(72)-3} = \frac{\tau_0}{\beta_s / 1,75}$	$\rho_{(01)} = \frac{1,425 \cdot \tau_0}{f_{yd} \cdot \cot \theta}$ $\rho_{(01)} = \frac{1,425 \cdot \tau_0 - 0,24 \cdot f_{ck}^{1/3}}{1,2 \cdot f_{yd}}$	$\cot \theta = \frac{1,2}{1 - V_{Rd,c} / V_{Ed}}$ $V_{Rd,c} = 0,24 \cdot f_{ck}^{1/3} \cdot b \cdot z$ $V_{Ed} = 1,425 \cdot \tau_0 \cdot b \cdot z$ $\cot \theta = \frac{1,2}{1 - \frac{0,24 \cdot f_{ck}^{1/3}}{1,425 \cdot \tau_0}}$
	mit: zul $\sigma_s$ gem. Tab. 21	mit: $\tau =$ Bemessungswert gemäß Schubbereich (s. Tabelle D.2) $\beta_s / 1,75 \leq 240 \text{ N/mm}^2$	mit: $V_{Ed} = \gamma \cdot V_{Ek} = 1,425 \cdot V_{Ek}$ $f_{yd} = f_{yk} / \gamma_s$	

Tabelle D.2: Grenzwerte der Schubspannung bei der Schubbemessung 1972-2001 (DIN 1045)

DIN 1045 ('78 / '88)	Grenzwerte der Schubspannung							Schubbereich
	max $\tau_0$	[MN/m <sup>2</sup> ] = [N/mm <sup>2</sup> ]	B 15	B 25	B 35	B 45	B 55	
Platten	$\tau_{01}$	bei gestaffelter Längsbewehrung	0,25	0,35	0,40	0,50	0,55	1
		bei durchgehender Längsbewehrung	0,35	0,50	0,60	0,70	0,80	
	$\tau_{02}$		1,20	1,80	2,40	2,70	3,00	2
Balken	$\tau_{012}$		0,50	0,75	1,00	1,10	1,25	1
	$\tau_{02}$		1,20	1,80	2,40	2,70	3,00	2
	$\tau_{03}$	für $d \geq 45 \text{ cm}$ und Rippenstahl	2,00	3,00	4,00	4,50	5,00	3
entspr. '72			Bn 150	Bn 250	Bn 350	Bn 450	Bn 550	

**D.2 Probabilistisch bestimmte Zielbewehrungsgrade der Platte**

**Tabelle D.3: Platte: Zielbewehrungsgrade  $\mu$  bei Streuung der Druckfestigkeit  $\sigma_c = 4,85 \text{ MN/m}^2$**

<b>Betonstahl B220</b>		<b>Betonqualität: Norm (<math>\sigma = 4,85 \text{ MN/m}^2</math>), <math>\beta_{\text{Ziel(System)}} = 4,70</math></b>								
$\mu_{fc}$ [MN/m <sup>2</sup> ]		20	24	28	33	38	43	48	53	58
A	Wohnen	0,8649E-02	0,8514E-02	0,8431E-02	0,8363E-02	0,8316E-02	0,8282E-02	0,8255E-02	0,8234E-02	0,8217E-02
B	Büro+TW	0,1010E-01	0,9902E-02	0,9785E-02	0,9692E-02	0,9627E-02	0,9580E-02	0,9544E-02	0,9515E-02	0,9492E-02
C	Schule+TW	0,1124E-01	0,1100E-01	0,1086E-01	0,1075E-01	0,1067E-01	0,1062E-01	0,1057E-01	0,1054E-01	0,1051E-01
D	Verkauf+TW	0,1402E-01	0,1361E-01	0,1338E-01	0,1320E-01	0,1308E-01	0,1300E-01	0,1293E-01	0,1288E-01	0,1284E-01
<b>Betonstahl B220</b>		<b>Betonqualität: Norm (<math>\sigma = 4,85 \text{ MN/m}^2</math>), <math>\beta_{\text{Ziel(System)}} = 4,20</math> (Vorschlag Bestand)</b>								
$\mu_{fc}$ [MN/m <sup>2</sup> ]		20	24	28	33	38	43	48	53	58
A	Wohnen	0,7746E-02	0,7644E-02	0,7580E-02	0,7527E-02	0,7489E-02	0,7462E-02	0,7440E-02	0,7424E-02	0,7410E-02
B	Büro+TW	0,9019E-02	0,8873E-02	0,8784E-02	0,8709E-02	0,8658E-02	0,8619E-02	0,8591E-02	0,8568E-02	0,8549E-02
C	Schule+TW	0,9890E-02	0,9716E-02	0,9609E-02	0,9523E-02	0,9463E-02	0,9419E-02	0,9386E-02	0,9359E-02	0,9337E-02
D	Verkauf+TW	0,1220E-01	0,1192E-01	0,1175E-01	0,1161E-01	0,1152E-01	0,1146E-01	0,1141E-01	0,1137E-01	0,1133E-01
<b>Betonstahl B420</b>		<b>Betonqualität: Norm (<math>\sigma = 4,85 \text{ MN/m}^2</math>), <math>\beta_{\text{Ziel(System)}} = 4,70</math></b>								
$\mu_{fc}$ [MN/m <sup>2</sup> ]		20	24	28	33	38	43	48	53	58
A	Wohnen	0,4630E-02	0,4547E-02	0,4497E-02	0,4456E-02	0,4428E-02	0,4407E-02	0,4392E-02	0,4379E-02	0,4369E-02
B	Büro+TW	0,5421E-02	0,5299E-02	0,5229E-02	0,5172E-02	0,5134E-02	0,5106E-02	0,5084E-02	0,5067E-02	0,5054E-02
C	Schule+TW	0,6102E-02	0,5955E-02	0,5871E-02	0,5804E-02	0,5759E-02	0,5726E-02	0,5701E-02	0,5681E-02	0,5665E-02
D	Verkauf+TW	0,7658E-02	0,7402E-02	0,7264E-02	0,7157E-02	0,7087E-02	0,7036E-02	0,6998E-02	0,6968E-02	0,6944E-02
<b>Betonstahl B420</b>		<b>Betonqualität: Norm (<math>\sigma = 4,85 \text{ MN/m}^2</math>), <math>\beta_{\text{Ziel(System)}} = 4,20</math> (Vorschlag Bestand)</b>								
$\mu_{fc}$ [MN/m <sup>2</sup> ]		20	24	28	33	38	43	48	53	58
A	Wohnen	0,4177E-02	0,4114E-02	0,4076E-02	0,4044E-02	0,4022E-02	0,4005E-02	0,3993E-02	0,3983E-02	0,3975E-02
B	Büro+TW	0,4872E-02	0,4783E-02	0,4729E-02	0,4685E-02	0,4654E-02	0,4632E-02	0,4615E-02	0,4601E-02	0,4590E-02
C	Schule+TW	0,5391E-02	0,5286E-02	0,5223E-02	0,5172E-02	0,5136E-02	0,5111E-02	0,5091E-02	0,5075E-02	0,5063E-02
D	Verkauf+TW	0,6684E-02	0,6510E-02	0,6411E-02	0,6331E-02	0,6277E-02	0,6239E-02	0,6209E-02	0,6186E-02	0,6167E-02
<b>Betonstahl B500</b>		<b>Betonqualität: Norm (<math>\sigma = 4,85 \text{ MN/m}^2</math>), <math>\beta_{\text{Ziel(System)}} = 4,70</math></b>								
$\mu_{fc}$ [MN/m <sup>2</sup> ]		20	24	28	33	38	43	48	53	58
A	Wohnen	0,3921E-02	0,3849E-02	0,3805E-02	0,3770E-02	0,3746E-02	0,3728E-02	0,3715E-02	0,3704E-02	0,3695E-02
B	Büro+TW	0,4592E-02	0,4487E-02	0,4426E-02	0,4377E-02	0,4344E-02	0,4320E-02	0,4302E-02	0,4287E-02	0,4275E-02
C	Schule+TW	0,5178E-02	0,5051E-02	0,4979E-02	0,4921E-02	0,4882E-02	0,4854E-02	0,4832E-02	0,4815E-02	0,4802E-02
D	Verkauf+TW	0,6506E-02	0,6283E-02	0,6164E-02	0,6072E-02	0,6011E-02	0,5968E-02	0,5935E-02	0,5909E-02	0,5889E-02
<b>Betonstahl B500</b>		<b>Betonqualität: Norm (<math>\sigma = 4,85 \text{ MN/m}^2</math>), <math>\beta_{\text{Ziel(System)}} = 4,20</math> (Vorschlag Bestand)</b>								
$\mu_{fc}$ [MN/m <sup>2</sup> ]		20	24	28	33	38	43	48	53	58
A	Wohnen	0,3540E-02	0,3486E-02	0,3453E-02	0,3425E-02	0,3406E-02	0,3392E-02	0,3381E-02	0,3373E-02	0,3366E-02
B	Büro+TW	0,4131E-02	0,4054E-02	0,4007E-02	0,3969E-02	0,3943E-02	0,3924E-02	0,3909E-02	0,3897E-02	0,3888E-02
C	Schule+TW	0,4577E-02	0,4486E-02	0,4432E-02	0,4388E-02	0,4358E-02	0,4336E-02	0,4319E-02	0,4306E-02	0,4295E-02
D	Verkauf+TW	0,5680E-02	0,5529E-02	0,5444E-02	0,5375E-02	0,5329E-02	0,5296E-02	0,5270E-02	0,5250E-02	0,5234E-02

Tabelle D.4: Platte: Zielbewehrungsgrade  $\rho$  bei Streuung der Druckfestigkeit  $\sigma_{fc} = 6,00 \text{ MN/m}^2$ 

Betonstahl B220		Betonqualität: schlecht (1) ( $\sigma = 6,00 \text{ MN/m}^2$ ), $\beta_{\text{Ziel(System)}} = 4,70$								
$\mu_{fc}$ [MN/m <sup>2</sup> ]		20	24	28	33	38	43	48	53	58
A	Wohnen	0,8685E-02	0,8528E-02	0,8439E-02	0,8367E-02	0,8319E-02	0,8283E-02	0,8256E-02	0,8235E-02	0,8218E-02
B	Büro+TW	0,1016E-01	0,9925E-02	0,9797E-02	0,9697E-02	0,9630E-02	0,9582E-02	0,9545E-02	0,9516E-02	0,9493E-02
C	Schule+TW	0,1132E-01	0,1103E-01	0,1088E-01	0,1076E-01	0,1068E-01	0,1062E-01	0,1058E-01	0,1054E-01	0,1051E-01
D	Verkauf+TW	0,1419E-01	0,1366E-01	0,1340E-01	0,1321E-01	0,1309E-01	0,1300E-01	0,1293E-01	0,1288E-01	0,1284E-01
Betonstahl B220		Betonqualität: schlecht (1) ( $\sigma = 6,00 \text{ MN/m}^2$ ), $\beta_{\text{Ziel(System)}} = 4,20$ (Bestand)								
$\mu_{fc}$ [MN/m <sup>2</sup> ]		20	24	28	33	38	43	48	53	58
A	Wohnen	0,7769E-02	0,7654E-02	0,7586E-02	0,7530E-02	0,7491E-02	0,7463E-02	0,7441E-02	0,7424E-02	0,7410E-02
B	Büro+TW	0,9057E-02	0,8889E-02	0,8792E-02	0,8714E-02	0,8660E-02	0,8622E-02	0,8592E-02	0,8569E-02	0,8550E-02
C	Schule+TW	0,9934E-02	0,9734E-02	0,9620E-02	0,9528E-02	0,9466E-02	0,9421E-02	0,9387E-02	0,9359E-02	0,9338E-02
D	Verkauf+TW	0,1229E-01	0,1195E-01	0,1176E-01	0,1162E-01	0,1153E-01	0,1146E-01	0,1141E-01	0,1137E-01	0,1133E-01
Betonstahl B420		Betonqualität: schlecht (1) ( $\sigma = 6,00 \text{ MN/m}^2$ ), $\beta_{\text{Ziel(System)}} = 4,70$								
$\mu_{fc}$ [MN/m <sup>2</sup> ]		20	24	28	33	38	43	48	53	58
A	Wohnen	0,4656E-02	0,4557E-02	0,4502E-02	0,4458E-02	0,4429E-02	0,4408E-02	0,4392E-02	0,4380E-02	0,4369E-02
B	Büro+TW	0,5465E-02	0,5315E-02	0,5236E-02	0,5176E-02	0,5136E-02	0,5107E-02	0,5085E-02	0,5068E-02	0,5054E-02
C	Schule+TW	0,6154E-02	0,5974E-02	0,5880E-02	0,5808E-02	0,5761E-02	0,5727E-02	0,5702E-02	0,5682E-02	0,5666E-02
D	Verkauf+TW	0,7778E-02	0,7437E-02	0,7280E-02	0,7165E-02	0,7091E-02	0,7039E-02	0,7000E-02	0,6969E-02	0,6945E-02
Betonstahl B420		Betonqualität: schlecht (1) ( $\sigma = 6,00 \text{ MN/m}^2$ ), $\beta_{\text{Ziel(System)}} = 4,20$ (Bestand)								
$\mu_{fc}$ [MN/m <sup>2</sup> ]		20	24	28	33	38	43	48	53	58
A	Wohnen	0,4192E-02	0,4121E-02	0,4079E-02	0,4046E-02	0,4023E-02	0,4006E-02	0,3993E-02	0,3983E-02	0,3975E-02
B	Büro+TW	0,4898E-02	0,4793E-02	0,4734E-02	0,4687E-02	0,4656E-02	0,4633E-02	0,4616E-02	0,4602E-02	0,4591E-02
C	Schule+TW	0,5420E-02	0,5297E-02	0,5229E-02	0,5175E-02	0,5138E-02	0,5112E-02	0,5092E-02	0,5076E-02	0,5063E-02
D	Verkauf+TW	0,6744E-02	0,6531E-02	0,6421E-02	0,6336E-02	0,6280E-02	0,6241E-02	0,6210E-02	0,6187E-02	0,6167E-02
Betonstahl B500		Betonqualität: schlecht (1) ( $\sigma = 6,00 \text{ MN/m}^2$ ), $\beta_{\text{Ziel(System)}} = 4,70$								
$\mu_{fc}$ [MN/m <sup>2</sup> ]		20	24	28	33	38	43	48	53	58
A	Wohnen	0,3944E-02	0,3857E-02	0,3810E-02	0,3772E-02	0,3747E-02	0,3729E-02	0,3715E-02	0,3704E-02	0,3696E-02
B	Büro+TW	0,4633E-02	0,4501E-02	0,4433E-02	0,4380E-02	0,4346E-02	0,4321E-02	0,4302E-02	0,4288E-02	0,4276E-02
C	Schule+TW	0,5224E-02	0,5067E-02	0,4986E-02	0,4925E-02	0,4884E-02	0,4855E-02	0,4833E-02	0,4816E-02	0,4802E-02
D	Verkauf+TW	0,6613E-02	0,6314E-02	0,6178E-02	0,6079E-02	0,6015E-02	0,5970E-02	0,5937E-02	0,5910E-02	0,5889E-02
Betonstahl B500		Betonqualität: schlecht (1) ( $\sigma = 6,00 \text{ MN/m}^2$ ), $\beta_{\text{Ziel(System)}} = 4,20$ (Bestand)								
$\mu_{fc}$ [MN/m <sup>2</sup> ]		20	24	28	33	38	43	48	53	58
A	Wohnen	0,3554E-02	0,3492E-02	0,3456E-02	0,3427E-02	0,3407E-02	0,3393E-02	0,3382E-02	0,3373E-02	0,3366E-02
B	Büro+TW	0,4154E-02	0,4063E-02	0,4012E-02	0,3971E-02	0,3944E-02	0,3924E-02	0,3910E-02	0,3898E-02	0,3888E-02
C	Schule+TW	0,4603E-02	0,4497E-02	0,4437E-02	0,4391E-02	0,4359E-02	0,4337E-02	0,4320E-02	0,4306E-02	0,4295E-02
D	Verkauf+TW	0,5732E-02	0,5548E-02	0,5452E-02	0,5380E-02	0,5332E-02	0,5297E-02	0,5271E-02	0,5251E-02	0,5235E-02

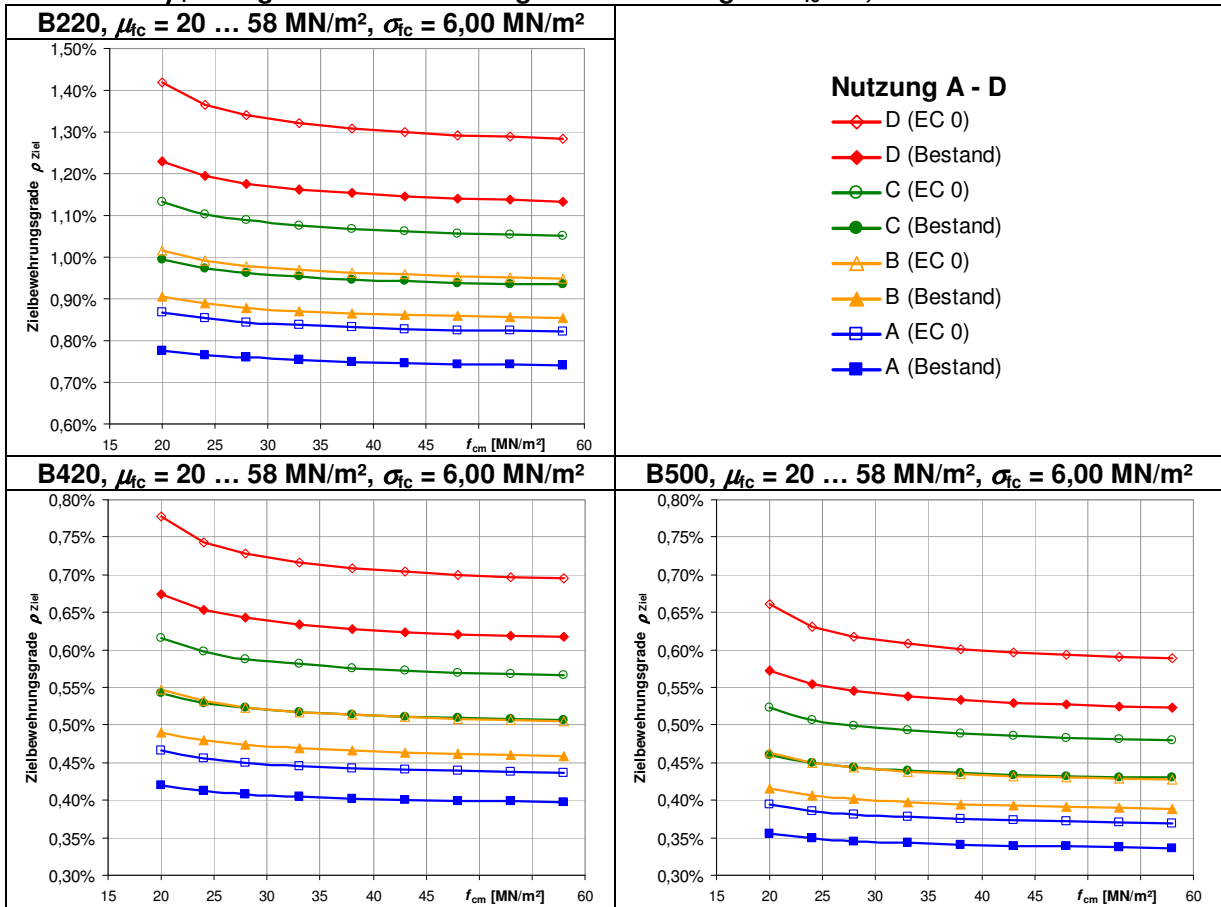
**Tabelle D.5: Platte: Zielbewehrungsgrade  $\rho$  bei Streuung der Druckfestigkeit  $\sigma_{fc} = 8,00 \text{ MN/m}^2$**

Betonstahl B220		Betonqualität: schlecht (2) ( $\sigma = 8,00 \text{ MN/m}^2$ ), $\beta_{\text{Ziel(System)}} = 4,70$							
$\mu_{fc}$ [MN/m <sup>2</sup> ]	20	24	28	33	38	43	48	53	58
A Wohnen			0,8457E-02	0,8376E-02	0,8324E-02	0,8286E-02	0,8258E-02	0,8236E-02	0,8219E-02
B Büro+TW			0,9825E-02	0,9711E-02	0,9638E-02	0,9587E-02	0,9548E-02	0,9518E-02	0,9494E-02
C Schule+TW			0,1091E-01	0,1077E-01	0,1069E-01	0,1063E-01	0,1058E-01	0,1054E-01	0,1052E-01
D Verkauf+TW			0,1347E-01	0,1324E-01	0,1310E-01	0,1301E-01	0,1294E-01	0,1288E-01	0,1284E-01
Betonstahl B220		Betonqualität: schlecht (2) ( $\sigma = 8,00 \text{ MN/m}^2$ ), $\beta_{\text{Ziel(System)}} = 4,20$ (Bestand)							
$\mu_{fc}$ [MN/m <sup>2</sup> ]	20	24	28	33	38	43	48	53	58
A Wohnen			0,7598E-02	0,7536E-02	0,7495E-02	0,7465E-02	0,7443E-02	0,7425E-02	0,7411E-02
B Büro+TW			0,8810E-02	0,8723E-02	0,8666E-02	0,8625E-02	0,8595E-02	0,8571E-02	0,8551E-02
C Schule+TW			0,9642E-02	0,9539E-02	0,9472E-02	0,9425E-02	0,9389E-02	0,9361E-02	0,9339E-02
D Verkauf+TW			0,1180E-01	0,1164E-01	0,1154E-01	0,1147E-01	0,1141E-01	0,1137E-01	0,1134E-01
Betonstahl B420		Betonqualität: schlecht (2) ( $\sigma = 8,00 \text{ MN/m}^2$ ), $\beta_{\text{Ziel(System)}} = 4,70$							
$\mu_{fc}$ [MN/m <sup>2</sup> ]	20	24	28	33	38	43	48	53	58
A Wohnen			0,4514E-02	0,4464E-02	0,4433E-02	0,4410E-02	0,4394E-02	0,4381E-02	0,4370E-02
B Büro+TW			0,5255E-02	0,5185E-02	0,5141E-02	0,5110E-02	0,5087E-02	0,5069E-02	0,5055E-02
C Schule+TW			0,5902E-02	0,5819E-02	0,5767E-02	0,5731E-02	0,5704E-02	0,5684E-02	0,5667E-02
D Verkauf+TW			0,7320E-02	0,7183E-02	0,7100E-02	0,7044E-02	0,7003E-02	0,6972E-02	0,6946E-02
Betonstahl B420		Betonqualität: schlecht (2) ( $\sigma = 8,00 \text{ MN/m}^2$ ), $\beta_{\text{Ziel(System)}} = 4,20$ (Bestand)							
$\mu_{fc}$ [MN/m <sup>2</sup> ]	20	24	28	33	38	43	48	53	58
A Wohnen			0,4087E-02	0,4050E-02	0,4025E-02	0,4007E-02	0,3994E-02	0,3984E-02	0,3975E-02
B Büro+TW			0,4746E-02	0,4693E-02	0,4659E-02	0,4635E-02	0,4617E-02	0,4603E-02	0,4591E-02
C Schule+TW			0,5243E-02	0,5182E-02	0,5142E-02	0,5114E-02	0,5093E-02	0,5077E-02	0,5064E-02
D Verkauf+TW			0,6445E-02	0,6348E-02	0,6287E-02	0,6244E-02	0,6213E-02	0,6189E-02	0,6169E-02
Betonstahl B500		Betonqualität: schlecht (2) ( $\sigma = 8,00 \text{ MN/m}^2$ ), $\beta_{\text{Ziel(System)}} = 4,70$							
$\mu_{fc}$ [MN/m <sup>2</sup> ]	20	24	28	33	38	43	48	53	58
A Wohnen			0,3820E-02	0,3778E-02	0,3750E-02	0,3731E-02	0,3716E-02	0,3705E-02	0,3696E-02
B Büro+TW			0,4449E-02	0,4388E-02	0,4350E-02	0,4324E-02	0,4304E-02	0,4289E-02	0,4277E-02
C Schule+TW			0,5005E-02	0,4934E-02	0,4889E-02	0,4858E-02	0,4835E-02	0,4817E-02	0,4803E-02
D Verkauf+TW			0,6213E-02	0,6095E-02	0,6023E-02	0,5975E-02	0,5940E-02	0,5913E-02	0,5891E-02
Betonstahl B500		Betonqualität: schlecht (2) ( $\sigma = 8,00 \text{ MN/m}^2$ ), $\beta_{\text{Ziel(System)}} = 4,20$ (Bestand)							
$\mu_{fc}$ [MN/m <sup>2</sup> ]	20	24	28	33	38	43	48	53	58
A Wohnen			0,3463E-02	0,3430E-02	0,3409E-02	0,3394E-02	0,3383E-02	0,3374E-02	0,3366E-02
B Büro+TW			0,4022E-02	0,3977E-02	0,3947E-02	0,3926E-02	0,3911E-02	0,3899E-02	0,3889E-02
C Schule+TW			0,4450E-02	0,4397E-02	0,4363E-02	0,4339E-02	0,4321E-02	0,4307E-02	0,4296E-02
D Verkauf+TW			0,5474E-02	0,5390E-02	0,5337E-02	0,5301E-02	0,5274E-02	0,5253E-02	0,5236E-02

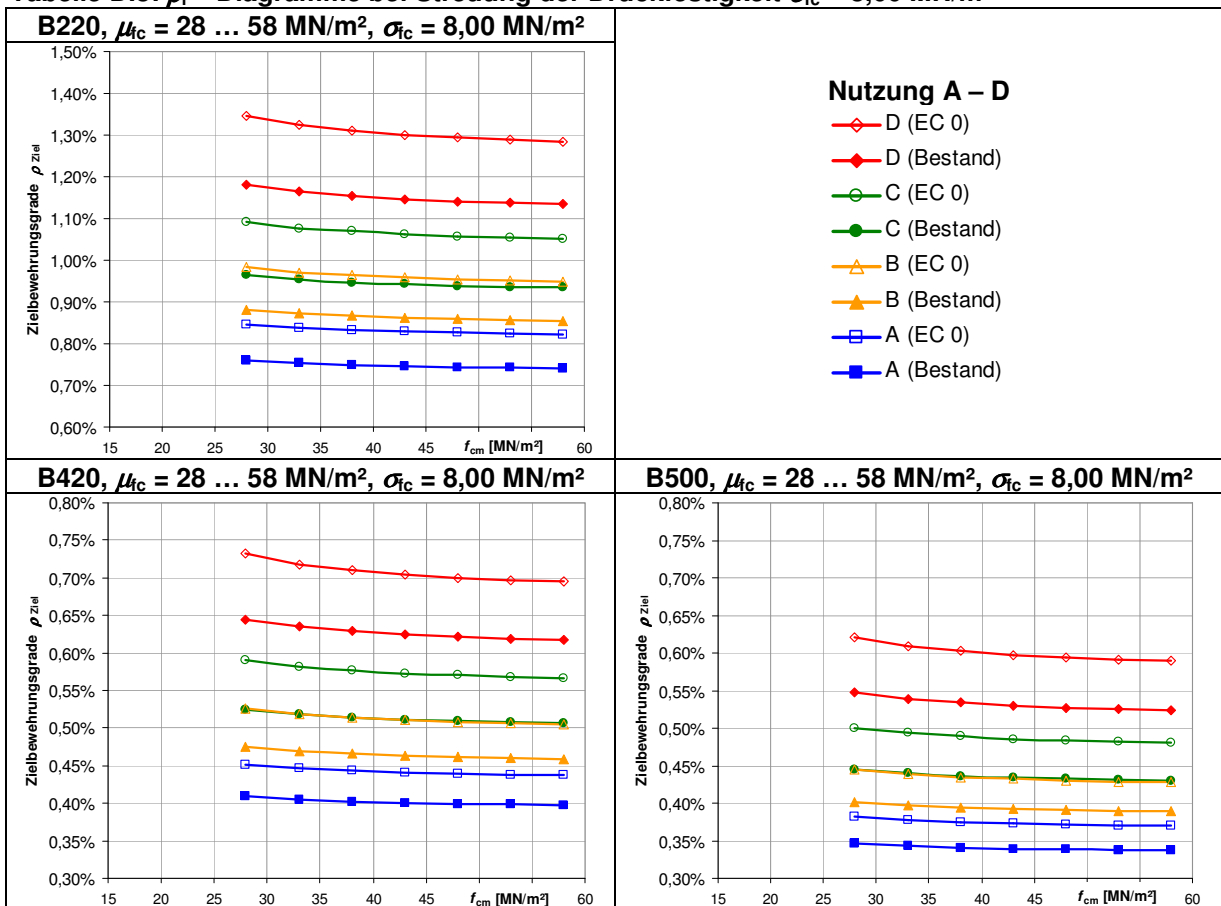
Tabelle D.6: Platte: Zielbewehrungsgrade  $\rho$  bei Streuung der Druckfestigkeit  $\sigma_{fc} = 10,00 \text{ MN/m}^2$ 

Betonstahl B220		Betonqualität: schlecht (3) ( $\sigma = 10,00 \text{ MN/m}^2$ ), $\beta_{\text{Ziel(System)}} = 4,70$							
$\mu_{fc}$ [MN/m <sup>2</sup> ]	20	24	28	33	38	43	48	53	58
A Wohnen			0,8482E-02	0,8388E-02	0,8331E-02	0,8291E-02	0,8261E-02	0,8238E-02	0,8220E-02
B Büro+TW			0,9866E-02	0,9729E-02	0,9648E-02	0,9593E-02	0,9552E-02	0,9521E-02	0,9496E-02
C Schule+TW			0,1096E-01	0,1079E-01	0,1070E-01	0,1063E-01	0,1058E-01	0,1055E-01	0,1052E-01
D Verkauf+TW			0,1356E-01	0,1328E-01	0,1312E-01	0,1302E-01	0,1295E-01	0,1289E-01	0,1285E-01
Betonstahl B220		Betonqualität: schlecht (3) ( $\sigma = 10,00 \text{ MN/m}^2$ ), $\beta_{\text{Ziel(System)}} = 4,20$ (Bestand)							
$\mu_{fc}$ [MN/m <sup>2</sup> ]	20	24	28	33	38	43	48	53	58
A Wohnen			0,7615E-02	0,7544E-02	0,7500E-02	0,7468E-02	0,7445E-02	0,7427E-02	0,7412E-02
B Büro+TW			0,8837E-02	0,8736E-02	0,8673E-02	0,8630E-02	0,8598E-02	0,8573E-02	0,8553E-02
C Schule+TW			0,9673E-02	0,9554E-02	0,9481E-02	0,9430E-02	0,9393E-02	0,9364E-02	0,9341E-02
D Verkauf+TW			0,1186E-01	0,1167E-01	0,1155E-01	0,1147E-01	0,1142E-01	0,1137E-01	0,1134E-01
Betonstahl B420		Betonqualität: schlecht (3) ( $\sigma = 10,00 \text{ MN/m}^2$ ), $\beta_{\text{Ziel(System)}} = 4,70$							
$\mu_{fc}$ [MN/m <sup>2</sup> ]	20	24	28	33	38	43	48	53	58
A Wohnen			0,4532E-02	0,4473E-02	0,4437E-02	0,4413E-02	0,4395E-02	0,4382E-02	0,4370E-02
B Büro+TW			0,5285E-02	0,5197E-02	0,5147E-02	0,5114E-02	0,5090E-02	0,5071E-02	0,5056E-02
C Schule+TW			0,5935E-02	0,5833E-02	0,5775E-02	0,5735E-02	0,5707E-02	0,5686E-02	0,5668E-02
D Verkauf+TW			0,7320E-02	0,7208E-02	0,7114E-02	0,7052E-02	0,7008E-02	0,6975E-02	0,6949E-02
Betonstahl B420		Betonqualität: schlecht (3) ( $\sigma = 10,00 \text{ MN/m}^2$ ), $\beta_{\text{Ziel(System)}} = 4,20$ (Bestand)							
$\mu_{fc}$ [MN/m <sup>2</sup> ]	20	24	28	33	38	43	48	53	58
A Wohnen			0,4099E-02	0,4055E-02	0,4028E-02	0,4009E-02	0,3995E-02	0,3985E-02	0,3975E-02
B Büro+TW			0,4764E-02	0,4702E-02	0,4664E-02	0,4638E-02	0,4619E-02	0,4604E-02	0,4592E-02
C Schule+TW			0,5263E-02	0,5191E-02	0,5147E-02	0,5117E-02	0,5096E-02	0,5079E-02	0,5065E-02
D Verkauf+TW			0,6445E-02	0,6364E-02	0,6296E-02	0,6250E-02	0,6216E-02	0,6191E-02	0,6170E-02
Betonstahl B500		Betonqualität: schlecht (3) ( $\sigma = 10,00 \text{ MN/m}^2$ ), $\beta_{\text{Ziel(System)}} = 4,70$							
$\mu_{fc}$ [MN/m <sup>2</sup> ]	20	24	28	33	38	43	48	53	58
A Wohnen			0,3836E-02	0,3785E-02	0,3754E-02	0,3733E-02	0,3718E-02	0,3706E-02	0,3697E-02
B Büro+TW			0,4475E-02	0,4399E-02	0,4356E-02	0,4327E-02	0,4306E-02	0,4290E-02	0,4278E-02
C Schule+TW			0,5035E-02	0,4946E-02	0,4896E-02	0,4862E-02	0,4838E-02	0,4819E-02	0,4804E-02
D Verkauf+TW			0,6273E-02	0,6118E-02	0,6035E-02	0,5982E-02	0,5944E-02	0,5915E-02	0,5893E-02
Betonstahl B500		Betonqualität: schlecht (3) ( $\sigma = 10,00 \text{ MN/m}^2$ ), $\beta_{\text{Ziel(System)}} = 4,20$ (Bestand)							
$\mu_{fc}$ [MN/m <sup>2</sup> ]	20	24	28	33	38	43	48	53	58
A Wohnen			0,3473E-02	0,3435E-02	0,3412E-02	0,3396E-02	0,3384E-02	0,3374E-02	0,3367E-02
B Büro+TW			0,4038E-02	0,3984E-02	0,3951E-02	0,3929E-02	0,3913E-02	0,3900E-02	0,3890E-02
C Schule+TW			0,4467E-02	0,4405E-02	0,4367E-02	0,4342E-02	0,4323E-02	0,4308E-02	0,4297E-02
D Verkauf+TW			0,5507E-02	0,5404E-02	0,5345E-02	0,5305E-02	0,5277E-02	0,5255E-02	0,5237E-02

**Tabelle D.7:  $\rho$  – Diagramme bei Streuung der Druckfestigkeit  $\sigma_{fc} = 6,00 \text{ MN/m}^2$**



**Tabelle D.8:  $\rho$  – Diagramme bei Streuung der Druckfestigkeit  $\sigma_{fc} = 8,00 \text{ MN/m}^2$**





### D.3 Lokale und globale Optima der Teilsicherheitsbeiwerte der Platte

#### D.3.1 Betonqualität: Norm ( $\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2$ )

Tabelle D.9: lokale und globale Optima  $\gamma_c$  und  $\gamma_s$  bei  $\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2$ , Betonstahl B220

B220		Betonqualität: Norm ( $\sigma = 4,85 \text{ MN/m}^2$ ), $\beta_{\text{Ziel(System)}} = 4,70$										
Nutzung		$\mu_{fc}$ [MN/m <sup>2</sup> ]	lokales Optimum								globales Optimum	
			20	24	28	33	38	43	48	53	58	
A	Wohnen	$\gamma_c$	1,07	1,45	1,65	1,50	1,38	1,13	1,14	1,15	1,66	1,00
		$\gamma_s$	1,15	1,13	1,13	1,15	1,16	1,17	1,17	1,17	1,17	1,16
B	Büro+TW	$\gamma_c$	1,24	1,09	1,58	1,50	1,66	1,04	1,38	1,79	1,07	1,07
		$\gamma_s$	1,01	1,05	1,02	1,04	1,04	1,07	1,06	1,05	1,07	1,07
C	Schule+TW	$\gamma_c$	1,01	1,24	1,41	1,02	1,07	1,80	1,15	1,52	1,22	1,00
		$\gamma_s$	1,02	1,01	1,01	1,05	1,05	1,02	1,05	1,04	1,05	1,06
D	Verkauf+TW	$\gamma_c$	1,04	1,14	1,10	1,21	1,17	1,25	1,72	1,62	1,45	1,00
		$\gamma_s$	1,00	1,01	1,03	1,03	1,04	1,04	1,02	1,03	1,04	1,06

B220		Betonqualität: Norm ( $\sigma = 4,85 \text{ MN/m}^2$ ), $\beta_{\text{Ziel(System)}} = 4,20$ (Bestand)										
Nutzung		$\mu_{fc}$ [MN/m <sup>2</sup> ]	lokales Optimum								globales Optimum	
			20	24	28	33	38	43	48	53	58	
A	Wohnen	$\gamma_c$	1,07	1,38	1,41	1,15	1,79	1,64	1,34	1,40	1,44	1,00
		$\gamma_s$	1,03	1,02	1,03	1,05	1,03	1,04	1,05	1,05	1,05	1,05
B	Büro+TW	$\gamma_c$	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
		$\gamma_s$	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
C	Schule+TW	$\gamma_c$	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
		$\gamma_s$	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
D	Verkauf+TW	$\gamma_c$	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
		$\gamma_s$	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00

Tabelle D.10: lokale und globale Optima  $\gamma_c$  und  $\gamma_s$  bei  $\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2$ , Betonstahl B420

B420		Betonqualität: Norm ( $\sigma = 4,85 \text{ MN/m}^2$ ), $\beta_{\text{Ziel(System)}} = 4,70$										
Nutzung		$\mu_{fc}$ [MN/m <sup>2</sup> ]	lokales Optimum								globales Optimum	
			20	24	28	33	38	43	48	53	58	
A	Wohnen	$\gamma_c$	1,03	1,36	1,51	1,08	1,09	1,72	1,08	1,50	1,19	1,09
		$\gamma_s$	1,18	1,16	1,16	1,19	1,19	1,17	1,19	1,18	1,02	1,19
B	Büro+TW	$\gamma_c$	1,01	1,40	1,59	1,33	1,23	1,28	1,32	1,36	1,39	1,01
		$\gamma_s$	1,07	1,04	1,04	1,07	1,08	1,08	1,08	1,08	1,08	1,08
C	Schule+TW	$\gamma_c$	1,16	1,35	1,54	1,49	1,11	1,59	1,46	1,21	1,59	1,00
		$\gamma_s$	1,03	1,03	1,03	1,05	1,08	1,06	1,07	1,08	1,07	1,09
D	Verkauf+TW	$\gamma_c$	1,17	1,13	1,65	1,61	1,67	1,33	1,20	1,70	1,27	1,00
		$\gamma_s$	1,01	1,05	1,00	1,03	1,04	1,07	1,08	1,06	1,08	1,09

B420		Betonqualität: Norm ( $\sigma = 4,85 \text{ MN/m}^2$ ), $\beta_{\text{Ziel(System)}} = 4,20$ (Bestand)										
Nutzung		$\mu_{fc}$ [MN/m <sup>2</sup> ]	lokales Optimum								globales Optimum	
			20	24	28	33	38	43	48	53	58	
A	Wohnen	$\gamma_c$	1,43	1,48	1,20	1,08	1,41	1,49	1,16	1,65	1,18	1,00
		$\gamma_s$	1,02	1,04	1,07	1,08	1,07	1,07	1,08	1,07	1,08	1,09
B	Büro+TW	$\gamma_c$	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
		$\gamma_s$	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
C	Schule+TW	$\gamma_c$	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
		$\gamma_s$	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
D	Verkauf+TW	$\gamma_c$	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
		$\gamma_s$	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00

**Tabelle D.11: lokale und globale Optima  $\gamma_c$  und  $\gamma_s$  bei  $\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2$ , Betonstahl B500**

B500		Betonqualität: Norm ( $\sigma = 4,85 \text{ MN/m}^2$ ), $\beta_{\text{Ziel(System)}} = 4,70$										
		$\mu_{fc}$ [MN/m <sup>2</sup> ]	lokales Optimum									globales Optimum
Nutzung			20	24	28	33	38	43	48	53	58	
A	Wohnen	$\gamma_c$	1,19	1,23	1,78	1,26	1,05	1,03	1,76	1,42	1,44	1,05
		$\gamma_s$	1,17	1,18	1,15	1,19	1,20	1,20	1,18	1,19	1,19	1,20
B	Büro+TW	$\gamma_c$	1,50	1,20	1,32	1,19	1,18	1,48	1,56	1,63	1,29	1,00
		$\gamma_s$	1,00	1,07	1,07	1,13	1,09	1,08	1,08	1,08	1,09	1,10
C	Schule+TW	$\gamma_c$	1,16	1,19	1,64	1,49	1,29	1,15	1,18	1,21	1,58	1,00
		$\gamma_s$	1,04	1,06	1,03	1,06	1,08	1,09	1,09	1,09	1,08	1,10
D	Verkauf+TW	$\gamma_c$	1,25	1,26	1,42	1,06	1,67	1,67	1,41	1,48	1,28	1,00
		$\gamma_s$	1,00	1,04	1,04	1,09	1,05	1,06	1,08	1,08	1,09	1,10
B500		Betonqualität: Norm ( $\sigma = 4,85 \text{ MN/m}^2$ ), $\beta_{\text{Ziel(System)}} = 4,20$ (Bestand)										
Nutzung		$\mu_{fc}$ [MN/m <sup>2</sup> ]	lokales Optimum									globales Optimum
A	Wohnen	$\gamma_c$	1,42	1,59	1,35	1,05	1,08	1,45	1,10	1,11	1,10	1,09
		$\gamma_s$	1,03	1,04	1,07	1,09	1,09	1,08	1,09	1,09	1,09	1,11
B	Büro+TW	$\gamma_c$	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
		$\gamma_s$	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
C	Schule+TW	$\gamma_c$	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
		$\gamma_s$	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
D	Verkauf+TW	$\gamma_c$	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
		$\gamma_s$	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00

**D.3.2 Betonqualität: schlecht (1) ( $\sigma_{fc} = 6,00 \text{ MN/m}^2$ )**

**Tabelle D.12: lokale und globale Optima  $\gamma_c$  und  $\gamma_s$  bei  $\sigma_{fc} = 6,00 \text{ MN/m}^2$ , Betonstahl B220**

B220		Betonqualität: schlecht (1) ( $\sigma = 6,00 \text{ MN/m}^2$ ), $\beta_{\text{Ziel(System)}} = 4,70$										
		$\mu_{fc}$ [MN/m <sup>2</sup> ]	lokales Optimum									globales Optimum
Nutzung			20	24	28	33	38	43	48	53	58	
A	Wohnen	$\gamma_c$	1,66	1,47	1,36	1,51	1,39	1,78	1,15	1,15	1,15	1,00
		$\gamma_s$	1,08	1,13	1,15	1,15	1,16	1,15	1,17	1,17	1,17	1,18
B	Büro+TW	$\gamma_c$	1,15	1,31	1,22	1,51	1,67	1,58	1,69	1,44	1,50	1,08
		$\gamma_s$	1,03	1,03	1,05	1,04	1,04	1,05	1,05	1,06	1,06	1,07
C	Schule+TW	$\gamma_c$	1,05	1,09	1,43	1,77	1,09	1,80	1,18	1,52	1,22	1,00
		$\gamma_s$	1,02	1,03	1,01	1,00	1,05	1,02	1,05	1,04	1,05	1,06
D	Verkauf+TW	$\gamma_c$	1,09	1,03	1,29	1,10	1,18	1,25	1,72	1,62	1,45	1,00
		$\gamma_s$	1,00	1,03	1,01	1,04	1,04	1,04	1,02	1,03	1,04	1,06
B220		Betonqualität: schlecht (1) ( $\sigma = 6,00 \text{ MN/m}^2$ ), $\beta_{\text{Ziel(System)}} = 4,20$ (Bestand)										
Nutzung		$\mu_{fc}$ [MN/m <sup>2</sup> ]	lokales Optimum									globales Optimum
A	Wohnen	$\gamma_c$	1,10	1,13	1,76	1,16	1,80	1,29	1,76	1,40	1,44	1,00
		$\gamma_s$	1,03	1,04	1,01	1,05	1,03	1,05	1,04	1,05	1,05	1,06
B	Büro+TW	$\gamma_c$	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,00
		$\gamma_s$	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,00
C	Schule+TW	$\gamma_c$	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,00
		$\gamma_s$	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,00
D	Verkauf+TW	$\gamma_c$	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,00
		$\gamma_s$	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,00

Tabelle D.13: lokale und globale Optima  $\gamma_c$  und  $\gamma_s$  bei  $\sigma_{fc} = 6,00 \text{ MN/m}^2$ , Betonstahl B420

B420		Betonqualität: schlecht (1) ( $\sigma = 6,00 \text{ MN/m}^2$ ), $\beta_{\text{Ziel(System)}} = 4,70$										
Nutzung		$\mu_{fc}$ [MN/m <sup>2</sup> ]	lokales Optimum								globales Optimum	
			20	24	28	33	38	43	48	53	58	
A	Wohnen	$\gamma_c$	1,00	1,50	1,07	1,19	1,19	1,42	1,08	1,51	1,02	1,10
		$\gamma_s$	1,19	1,15	1,19	1,09	1,10	1,18	1,19	1,18	1,19	1,19
B	Büro+TW	$\gamma_c$	1,26	1,43	1,36	1,67	1,24	1,01	1,63	1,36	1,39	1,02
		$\gamma_s$	1,04	1,04	1,06	1,05	1,08	1,09	1,07	1,08	1,08	1,09
C	Schule+TW	$\gamma_c$	1,15	1,53	1,45	1,50	1,30	1,60	1,46	1,53	1,60	1,00
		$\gamma_s$	1,04	1,01	1,04	1,05	1,07	1,06	1,07	1,07	1,07	1,09
D	Verkauf+TW	$\gamma_c$	1,23	1,16	1,59	1,18	1,54	1,34	1,41	1,24	1,55	1,00
		$\gamma_s$	1,01	1,05	1,01	1,07	1,05	1,07	1,07	1,08	1,07	1,09
B420		Betonqualität: schlecht (1) ( $\sigma = 6,00 \text{ MN/m}^2$ ), $\beta_{\text{Ziel(System)}} = 4,20$ (Bestand)										
Nutzung		$\mu_{fc}$ [MN/m <sup>2</sup> ]	lokales Optimum								globales Optimum	
			20	24	28	33	38	43	48	53	58	
A	Wohnen	$\gamma_c$	1,46	1,50	1,38	1,09	1,42	1,50	1,16	1,65	1,18	1,00
		$\gamma_s$	1,02	1,04	1,06	1,08	1,07	1,07	1,08	1,07	1,08	1,09
B	Büro+TW	$\gamma_c$	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
		$\gamma_s$	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
C	Schule+TW	$\gamma_c$	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
		$\gamma_s$	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
D	Verkauf+TW	$\gamma_c$	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
		$\gamma_s$	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00

Tabelle D.14: lokale und globale Optima  $\gamma_c$  und  $\gamma_s$  bei  $\sigma_{fc} = 6,00 \text{ MN/m}^2$ , Betonstahl B500

B500		Betonqualität: schlecht (1) ( $\sigma = 6,00 \text{ MN/m}^2$ ), $\beta_{\text{Ziel(System)}} = 4,70$										
Nutzung		$\mu_{fc}$ [MN/m <sup>2</sup> ]	lokales Optimum								globales Optimum	
			20	24	28	33	38	43	48	53	58	
A	Wohnen	$\gamma_c$	1,00	1,26	1,36	1,06	1,06	1,04	1,76	1,42	1,46	1,06
		$\gamma_s$	1,20	1,18	1,18	1,20	1,20	1,20	1,18	1,19	1,19	1,20
B	Büro+TW	$\gamma_c$	1,00	1,23	1,34	1,63	1,80	1,49	1,56	1,64	1,30	1,00
		$\gamma_s$	1,09	1,07	1,07	1,06	1,06	1,08	1,08	1,08	1,09	1,10
C	Schule+TW	$\gamma_c$	1,42	1,53	1,01	1,50	1,65	1,59	1,70	1,21	1,58	1,00
		$\gamma_s$	1,00	1,02	1,09	1,06	1,06	1,07	1,07	1,09	1,08	1,10
D	Verkauf+TW	$\gamma_c$	1,24	1,46	1,02	1,52	1,68	1,51	1,00	1,25	1,28	1,00
		$\gamma_s$	1,02	1,01	1,09	1,05	1,05	1,07	1,10	1,09	1,09	1,10
B500		Betonqualität: schlecht (1) ( $\sigma = 6,00 \text{ MN/m}^2$ ), $\beta_{\text{Ziel(System)}} = 4,20$ (Bestand)										
Nutzung		$\mu_{fc}$ [MN/m <sup>2</sup> ]	lokales Optimum								globales Optimum	
			20	24	28	33	38	43	48	53	58	
A	Wohnen	$\gamma_c$	1,37	1,73	1,53	1,73	1,66	1,11	1,12	1,11	1,10	1,12
		$\gamma_s$	1,04	1,03	1,06	1,06	1,07	1,09	1,09	1,09	1,09	1,09
B	Büro+TW	$\gamma_c$	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
		$\gamma_s$	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
C	Schule+TW	$\gamma_c$	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
		$\gamma_s$	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
D	Verkauf+TW	$\gamma_c$	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
		$\gamma_s$	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00

**D.3.3 Betonqualität: schlecht (2) ( $\sigma_{fc} = 8,00 \text{ MN/m}^2$ )****Tabelle D.15: lokale und globale Optima  $\gamma_c$  und  $\gamma_s$  bei  $\sigma_{fc} = 8,00 \text{ MN/m}^2$ , Betonstahl B220**

B220		Betonqualität: schlecht (2) ( $\sigma = 8,00 \text{ MN/m}^2$ ), $\beta_{\text{Ziel(System)}} = 4,70$									
Nutzung	$\mu_{fc}$	lokales Optimum									globales Optimum
	[MN/m <sup>2</sup> ]	20	24	28	33	38	43	48	53	58	
A Wohnen	$\gamma_c$			1,55	1,73	1,41	1,15	1,16	1,16	1,67	<b>1,16</b>
	$\gamma_s$			1,14	1,14	1,16	1,17	1,17	1,17	1,16	<b>1,17</b>
B Büro+TW	$\gamma_c$			1,51	1,20	1,48	1,34	1,07	1,80	1,07	<b>1,08</b>
	$\gamma_s$			1,03	1,06	1,05	1,06	1,07	1,05	1,07	<b>1,07</b>
C Schule+TW	$\gamma_c$			1,46	1,05	1,11	1,39	1,18	1,52	1,62	<b>1,0</b>
	$\gamma_s$			1,01	1,05	1,05	1,04	1,05	1,04	1,04	<b>1,06</b>
D Verkauf+TW	$\gamma_c$			1,16	1,59	1,34	1,44	1,33	1,62	1,45	<b>1,00</b>
	$\gamma_s$			1,03	1,00	1,03	1,03	1,04	1,03	1,04	<b>1,06</b>
B220		Betonqualität: schlecht (2) ( $\sigma = 8,00 \text{ MN/m}^2$ ), $\beta_{\text{Ziel(System)}} = 4,20$ (Bestand)									
Nutzung	$\mu_{fc}$	lokales Optimum									globales Optimum
	[MN/m <sup>2</sup> ]	20	24	28	33	38	43	48	53	58	
A Wohnen	$\gamma_c$			1,28	1,18	1,54	1,30	1,77	1,40	1,45	<b>1,00</b>
	$\gamma_s$			1,04	1,05	1,04	1,05	1,04	1,05	1,05	<b>1,06</b>
B Büro+TW	$\gamma_c$			1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	<b>1,00</b>
	$\gamma_s$			1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	<b>1,00</b>
C Schule+TW	$\gamma_c$			1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	<b>1,00</b>
	$\gamma_s$			1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	<b>1,00</b>
D Verkauf+TW	$\gamma_c$			1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	<b>1,00</b>
	$\gamma_s$			1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	<b>1,00</b>

**Tabelle D.16: lokale und globale Optima  $\gamma_c$  und  $\gamma_s$  bei  $\sigma_{fc} = 8,00 \text{ MN/m}^2$ , Betonstahl B420**

B420		Betonqualität: schlecht (2) ( $\sigma = 8,00 \text{ MN/m}^2$ ), $\beta_{\text{Ziel(System)}} = 4,70$									
Nutzung	$\mu_{fc}$	lokales Optimum									globales Optimum
	[MN/m <sup>2</sup> ]	20	24	28	33	38	43	48	53	58	
A Wohnen	$\gamma_c$			1,72	1,34	1,65	1,11	1,10	1,07	1,03	<b>1,21</b>
	$\gamma_s$			1,15	1,18	1,17	1,19	1,19	1,19	1,19	<b>1,19</b>
B Büro+TW	$\gamma_c$			1,53	1,21	1,26	1,30	1,64	1,37	1,40	<b>1,06</b>
	$\gamma_s$			1,05	1,08	1,08	1,08	1,07	1,08	1,08	<b>1,09</b>
C Schule+TW	$\gamma_c$			1,28	1,53	1,32	1,17	1,47	1,54	1,25	<b>1,00</b>
	$\gamma_s$			1,06	1,05	1,07	1,08	1,07	1,07	1,08	<b>1,09</b>
D Verkauf+TW	$\gamma_c$			1,40	1,65	1,42	1,35	1,42	1,49	1,28	<b>1,01</b>
	$\gamma_s$			1,04	1,03	1,06	1,07	1,07	1,07	1,08	<b>1,09</b>
B420		Betonqualität: schlecht (2) ( $\sigma = 8,00 \text{ MN/m}^2$ ), $\beta_{\text{Ziel(System)}} = 4,20$ (Bestand)									
Nutzung	$\mu_{fc}$	lokales Optimum									globales Optimum
	[MN/m <sup>2</sup> ]	20	24	28	33	38	43	48	53	58	
A Wohnen	$\gamma_c$			1,74	1,35	1,14	1,51	1,17	1,19	1,18	<b>1,00</b>
	$\gamma_s$			1,04	1,07	1,08	1,07	1,08	1,08	1,08	<b>1,09</b>
B Büro+TW	$\gamma_c$			1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	<b>1,00</b>
	$\gamma_s$			1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	<b>1,00</b>
C Schule+TW	$\gamma_c$			1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	<b>1,00</b>
	$\gamma_s$			1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	<b>1,00</b>
D Verkauf+TW	$\gamma_c$			1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	<b>1,00</b>
	$\gamma_s$			1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	<b>1,00</b>

Tabelle D.17: lokale und globale Optima  $\gamma_c$  und  $\gamma_s$  bei  $\sigma_{fc} = 8,00 \text{ MN/m}^2$ , Betonstahl B500

B500		Betonqualität: schlecht (2) ( $\sigma = 8,00 \text{ MN/m}^2$ ), $\beta_{\text{Ziel(System)}} = 4,70$										
Nutzung		$\mu_{fc}$ [MN/m <sup>2</sup> ]	lokales Optimum								globales Optimum	
			20	24	28	33	38	43	48	53	58	
A	Wohnen	$\gamma_c$			1,70	1,10	1,35	1,06	1,77	1,44	1,46	1,22
		$\gamma_s$			1,16	1,20	1,19	1,20	1,18	1,19	1,19	1,20
B	Büro+TW	$\gamma_c$			1,51	1,34	1,22	1,25	1,27	1,65	1,31	1,11
		$\gamma_s$			1,06	1,08	1,09	1,09	1,09	1,08	1,09	1,10
C	Schule+TW	$\gamma_c$			1,17	1,80	1,32	1,17	1,71	1,22	1,24	1,00
		$\gamma_s$			1,08	1,04	1,08	1,09	1,07	1,09	1,09	1,10
D	Verkauf+TW	$\gamma_c$			1,71	1,55	1,00	1,01	1,23	1,01	1,29	1,02
		$\gamma_s$			1,01	1,05	1,10	1,10	1,09	1,10	1,09	1,10
B500		Betonqualität: schlecht (2) ( $\sigma = 8,00 \text{ MN/m}^2$ ), $\beta_{\text{Ziel(System)}} = 4,20$ (Bestand)										
Nutzung		$\mu_{fc}$ [MN/m <sup>2</sup> ]	lokales Optimum								globales Optimum	
			20	24	28	33	38	43	48	53	58	
A	Wohnen	$\gamma_c$			1,09	1,75	1,40	1,12	1,13	1,61	1,10	1,13
		$\gamma_s$			1,07	1,06	1,08	1,09	1,09	1,08	1,09	1,09
B	Büro+TW	$\gamma_c$			1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
		$\gamma_s$			1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
C	Schule+TW	$\gamma_c$			1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
		$\gamma_s$			1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
D	Verkauf+TW	$\gamma_c$			1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
		$\gamma_s$			1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00

D.3.4 Betonqualität: schlecht (3) ( $\sigma_{fc} = 10,00 \text{ MN/m}^2$ )Tabelle D.18: lokale und globale Optima  $\gamma_c$  und  $\gamma_s$  bei  $\sigma_{fc} = 10,00 \text{ MN/m}^2$ , Betonstahl B220

B220		Betonqualität: schlecht (3) ( $\sigma = 10,00 \text{ MN/m}^2$ ), $\beta_{\text{Ziel(System)}} = 4,70$										
Nutzung		$\mu_{fc}$ [MN/m <sup>2</sup> ]	lokales Optimum								globales Optimum	
			20	24	28	33	38	43	48	53	58	
A	Wohnen	$\gamma_c$			1,60	1,15	1,56	1,50	1,56	1,17	1,17	1,18
		$\gamma_s$			1,14	1,17	1,04	1,16	1,16	1,17	1,17	1,17
B	Büro+TW	$\gamma_c$			1,08	1,06	1,07	1,08	1,41	1,46	1,51	1,10
		$\gamma_s$			1,01	1,07	1,07	1,87	1,06	1,06	1,06	1,07
C	Schule+TW	$\gamma_c$			1,40	1,38	1,13	1,39	1,18	1,23	1,62	1,00
		$\gamma_s$			1,02	1,03	1,05	1,04	1,05	1,05	1,04	1,06
D	Verkauf+TW	$\gamma_c$			1,31	1,40	1,65	1,10	1,55	1,15	1,18	1,00
		$\gamma_s$			1,02	1,02	1,01	1,05	1,03	1,05	1,05	1,06
B220		Betonqualität: schlecht (3) ( $\sigma = 10,00 \text{ MN/m}^2$ ), $\beta_{\text{Ziel(System)}} = 4,20$ (Bestand)										
Nutzung		$\mu_{fc}$ [MN/m <sup>2</sup> ]	lokales Optimum								globales Optimum	
			20	24	28	33	38	43	48	53	58	
A	Wohnen	$\gamma_c$			1,66	1,44	1,69	1,67	1,78	1,42	1,46	1,17
		$\gamma_s$			1,02	1,04	1,15	1,04	1,04	1,05	1,05	1,17
B	Büro+TW	$\gamma_c$			1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
		$\gamma_s$			1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
C	Schule+TW	$\gamma_c$			1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
		$\gamma_s$			1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
D	Verkauf+TW	$\gamma_c$			1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
		$\gamma_s$			1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00

**Tabelle D.19: lokale und globale Optima  $\gamma_c$  und  $\gamma_s$  bei  $\sigma_{fc} = 10,00 \text{ MN/m}^2$ , Betonstahl B420**

B420		Betonqualität: schlecht (3) ( $\sigma = 10,00 \text{ MN/m}^2$ ), $\beta_{\text{Ziel(System)}} = 4,70$										
		$\mu_{fc}$ [MN/m <sup>2</sup> ]	lokales Optimum								globales Optimum	
Nutzung			20	24	28	33	38	43	48	53	58	
A	Wohnen	$\gamma_c$			1,04	1,77	1,42	1,46	1,11	1,09	1,03	1,26
		$\gamma_s$			1,20	1,16	1,18	1,18	1,19	1,19	1,19	1,19
B	Büro+TW	$\gamma_c$			1,36	1,08	1,49	1,58	1,66	1,39	1,41	1,23
		$\gamma_s$			1,07	1,09	1,07	1,07	1,07	1,08	1,08	1,09
C	Schule+TW	$\gamma_c$			1,01	1,28	1,70	1,19	1,49	1,24	1,61	1,11
		$\gamma_s$			1,09	1,07	1,05	1,08	1,07	1,08	1,07	1,09
D	Verkauf+TW	$\gamma_c$			1,40	1,79	1,02	1,37	1,63	1,50	1,57	1,03
		$\gamma_s$			1,04	1,02	1,09	1,07	1,06	1,07	1,07	1,09
B420		Betonqualität: schlecht (3) ( $\sigma = 10,00 \text{ MN/m}^2$ ), $\beta_{\text{Ziel(System)}} = 4,20$ (Bestand)										
Nutzung		$\mu_{fc}$ [MN/m <sup>2</sup> ]	lokales Optimum								globales Optimum	
			20	24	28	33	38	43	48	53	58	
A	Wohnen	$\gamma_c$			1,13	1,38	1,73	1,53	1,60	1,20	1,18	1,20
		$\gamma_s$			1,08	1,07	1,06	1,07	1,07	1,08	1,08	1,08
B	Büro+TW	$\gamma_c$			1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
		$\gamma_s$			1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
C	Schule+TW	$\gamma_c$			1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
		$\gamma_s$			1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
D	Verkauf+TW	$\gamma_c$			1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
		$\gamma_s$			1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00

**Tabelle D.20: lokale und globale Optima  $\gamma_c$  und  $\gamma_s$  bei  $\sigma_{fc} = 10,00 \text{ MN/m}^2$ , Betonstahl B500**

B500		Betonqualität: schlecht (3) ( $\sigma = 10,00 \text{ MN/m}^2$ ), $\beta_{\text{Ziel(System)}} = 4,70$										
		$\mu_{fc}$ [MN/m <sup>2</sup> ]	lokales Optimum								globales Optimum	
Nutzung			20	24	28	33	38	43	48	53	58	
A	Wohnen	$\gamma_c$			1,48	1,15	1,12	1,41	1,05	1,45	1,47	1,47
		$\gamma_s$			1,18	1,20	1,20	1,19	1,20	1,19	1,19	1,19
B	Büro+TW	$\gamma_c$			1,09	1,22	1,65	1,76	1,59	1,65	1,32	1,33
		$\gamma_s$			1,10	1,09	1,07	1,07	1,08	1,08	1,09	1,09
C	Schule+TW	$\gamma_c$			1,13	1,70	1,17	1,19	1,48	1,23	1,25	1,25
		$\gamma_s$			1,09	1,05	1,09	1,09	1,08	1,09	1,09	1,09
D	Verkauf+TW	$\gamma_c$			1,56	1,04	1,32	1,21	1,03	1,02	1,30	1,08
		$\gamma_s$			1,04	1,10	1,08	1,09	1,10	1,10	1,09	1,10
B500		Betonqualität: schlecht (3) ( $\sigma = 10,00 \text{ MN/m}^2$ ), $\beta_{\text{Ziel(System)}} = 4,20$ (Bestand)										
Nutzung		$\mu_{fc}$ [MN/m <sup>2</sup> ]	lokales Optimum								globales Optimum	
			20	24	28	33	38	43	48	53	58	
A	Wohnen	$\gamma_c$			1,12	1,78	1,70	1,50	1,56	1,61	1,67	1,15
		$\gamma_s$			1,09	1,06	1,07	1,08	1,08	1,08	1,08	1,09
B	Büro+TW	$\gamma_c$			1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
		$\gamma_s$			1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
C	Schule+TW	$\gamma_c$			1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
		$\gamma_s$			1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
D	Verkauf+TW	$\gamma_c$			1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
		$\gamma_s$			1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00

## D.4 Auswahlwerte aus globalen Optima der Teilsicherheitsbeiwerte der Platte

Tabelle D.21: Auswahlwerte modifizierte Teilsicherheitsbeiwerte  $\gamma_c$  und  $\gamma_s$  bei  $\sigma_{fc} = 4,85 \text{ MN/m}^2$ 

Nutzung		TSF	Betonqualität: Norm ( $\sigma = 4,85 \text{ MN/m}^2$ )						$\beta_{Ziel} = 4,7 \text{ (EC0)}$	
			B220		B420		B500			
			globales Optimum	Vorschlag Wertepaar	globales Optimum	Vorschlag Wertepaar	globales Optimum	Vorschlag Wertepaar		
A Wohnen	$\gamma_c$	1,00	1,00	1,09	1,00	1,05	1,05	$\beta_{Ziel} = 4,7 \text{ (EC0)}$		
	$\gamma_s$	1,18	1,20	1,19	1,20	1,20	1,20			
B Büro+TW	$\gamma_c$	1,07	1,00	1,01	1,00	1,00	1,00			
	$\gamma_s$	1,07	1,10	1,09	1,10	1,10	1,10			
C Schule+TW	$\gamma_c$	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00			
	$\gamma_s$	1,06	1,10	1,09	1,10	1,10	1,10			
D Verkauf+TW	$\gamma_c$	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00			
	$\gamma_s$	1,06	1,10	1,09	1,10	1,10	1,10			
Nutzung		TSF	Betonqualität: Norm ( $\sigma = 4,85 \text{ MN/m}^2$ )						$\beta_{Ziel} = 4,2 \text{ (Bestand)}$	
			B220		B420		B500			
			globales Optimum	Vorschlag Wertepaar	globales Optimum	Vorschlag Wertepaar	globales Optimum	Vorschlag Wertepaar		
A Wohnen	$\gamma_c$	1,00	1,00	1,00	1,00	1,09	1,00	$\beta_{Ziel} = 4,2 \text{ (Bestand)}$		
	$\gamma_s$	1,06	1,10	1,09	1,10	1,11	1,10			
B Büro+TW	$\gamma_c$	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00			
	$\gamma_s$	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00			
C Schule+TW	$\gamma_c$	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00			
	$\gamma_s$	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00			
D Verkauf+TW	$\gamma_c$	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00			
	$\gamma_s$	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00			

Tabelle D.22: Auswahlwerte modifizierte Teilsicherheitsbeiwerte  $\gamma_c$  und  $\gamma_s$  bei  $\sigma_{fc} = 6,00 \text{ MN/m}^2$ 

Nutzung		TSF	Betonqualität: schlecht (1) ( $\sigma = 6,00 \text{ MN/m}^2$ )						$\beta_{Ziel} = 4,7 \text{ (EC0)}$	
			B220		B420		B500			
			globales Optimum	Vorschlag Wertepaar	globales Optimum	Vorschlag Wertepaar	globales Optimum	Vorschlag Wertepaar		
A Wohnen	$\gamma_c$	1,00	1,00	1,10	1,00	1,06	1,10	$\beta_{Ziel} = 4,7 \text{ (EC0)}$		
	$\gamma_s$	1,18	1,20	1,19	1,20	1,20	1,20			
B Büro+TW	$\gamma_c$	1,08	1,00	1,02	1,00	1,00	1,00			
	$\gamma_s$	1,07	1,10	1,09	1,10	1,10	1,10			
C Schule+TW	$\gamma_c$	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00			
	$\gamma_s$	1,06	1,10	1,09	1,10	1,10	1,10			
D Verkauf+TW	$\gamma_c$	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00			
	$\gamma_s$	1,06	1,10	1,09	1,10	1,10	1,10			
Nutzung		TSF	Betonqualität: schlecht (1) ( $\sigma = 6,00 \text{ MN/m}^2$ )						$\beta_{Ziel} = 4,2 \text{ (Bestand)}$	
			B220		B420		B500			
			globales Optimum	Vorschlag Wertepaar	globales Optimum	Vorschlag Wertepaar	globales Optimum	Vorschlag Wertepaar		
A Wohnen	$\gamma_c$	1,00	1,00	1,00	1,00	1,12	1,00	$\beta_{Ziel} = 4,2 \text{ (Bestand)}$		
	$\gamma_s$	1,06	1,10	1,09	1,10	1,09	1,10			
B Büro+TW	$\gamma_c$	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00			
	$\gamma_s$	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00			
C Schule+TW	$\gamma_c$	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00			
	$\gamma_s$	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00			
D Verkauf+TW	$\gamma_c$	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00			
	$\gamma_s$	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00			

**Tabelle D.23: Auswahlwerte modifizierte Teilsicherheitsbeiwerte  $\gamma_c$  und  $\gamma_s$  bei  $\sigma_{fc} = 8,00 \text{ MN/m}^2$**

Nutzung		TSF	Betonqualität: schlecht (2) ( $\sigma = 8,00 \text{ MN/m}^2$ )						$\beta_{Ziel} = 4,7 \text{ (EC0)}$
			B220		B420		B500		
			globales Optimum	Vorschlag Wertepaar	globales Optimum	Vorschlag Wertepaar	globales Optimum	Vorschlag Wertepaar	
A Wohnen	$\gamma_c$	1,16	1,00	1,21	1,15	1,22	1,25	$\beta_{Ziel} = 4,7 \text{ (EC0)}$	
	$\gamma_s$	1,17	1,20	1,19	1,20	1,20	1,20		
B Büro+TW	$\gamma_c$	1,08	1,00	1,06	1,00	1,11	1,15		
	$\gamma_s$	1,07	1,10	1,09	1,10	1,10	1,10		
C Schule+TW	$\gamma_c$	1,0	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00		
	$\gamma_s$	1,06	1,10	1,09	1,10	1,10	1,10		
D Verkauf+TW	$\gamma_c$	1,00	1,00	1,01	1,00	1,02	1,05		
	$\gamma_s$	1,06	1,10	1,09	1,10	1,10	1,10		
Nutzung		TSF	Betonqualität: schlecht (2) ( $\sigma = 8,00 \text{ MN/m}^2$ )						$\beta_{Ziel} = 4,2 \text{ (Bestand)}$
			B220		B420		B500		
			globales Optimum	Vorschlag Wertepaar	globales Optimum	Vorschlag Wertepaar	globales Optimum	Vorschlag Wertepaar	
A Wohnen	$\gamma_c$	1,00	1,00	1,00	1,00	1,13	1,00	$\beta_{Ziel} = 4,2 \text{ (Bestand)}$	
	$\gamma_s$	1,06	1,10	1,09	1,10	1,09	1,10		
B Büro+TW	$\gamma_c$	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00		
	$\gamma_s$	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00		
C Schule+TW	$\gamma_c$	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00		
	$\gamma_s$	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00		
D Verkauf+TW	$\gamma_c$	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00		
	$\gamma_s$	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00		

**Tabelle D.24: Auswahlwerte modifizierte Teilsicherheitsbeiwerte  $\gamma_c$  und  $\gamma_s$  bei  $\sigma_{fc} = 10,00 \text{ MN/m}^2$**

Nutzung		TSF	Betonqualität: schlecht (3) ( $\sigma = 10,00 \text{ MN/m}^2$ )						$\beta_{Ziel} = 4,7 \text{ (EC0)}$
			B220		B420		B500		
			globales Optimum	Vorschlag Wertepaar	globales Optimum	Vorschlag Wertepaar	globales Optimum	Vorschlag Wertepaar	
A Wohnen	$\gamma_c$	1,18	1,00	1,26	1,15	1,47	1,30	$\beta_{Ziel} = 4,7 \text{ (EC0)}$	
	$\gamma_s$	1,17	1,20	1,19	1,20	1,19	1,20		
B Büro+TW	$\gamma_c$	1,10	1,00	1,23	1,15	1,33	1,25		
	$\gamma_s$	1,07	1,10	1,09	1,10	1,09	1,10		
C Schule+TW	$\gamma_c$	1,00	1,00	1,11	1,05	1,25	1,20		
	$\gamma_s$	1,06	1,10	1,09	1,10	1,09	1,10		
D Verkauf+TW	$\gamma_c$	1,00	1,00	1,03	1,00	1,08	1,10		
	$\gamma_s$	1,06	1,10	1,09	1,10	1,10	1,10		
Nutzung		TSF	Betonqualität: schlecht (3) ( $\sigma = 10,00 \text{ MN/m}^2$ )						$\beta_{Ziel} = 4,2 \text{ (Bestand)}$
			B220		B420		B500		
			globales Optimum	Vorschlag Wertepaar	globales Optimum	Vorschlag Wertepaar	globales Optimum	Vorschlag Wertepaar	
A Wohnen	$\gamma_c$	1,17	1,00	1,20	1,00	1,15	1,10	$\beta_{Ziel} = 4,2 \text{ (Bestand)}$	
	$\gamma_s$	1,17	1,20	1,08	1,10	1,09	1,10		
B Büro+TW	$\gamma_c$	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,05		
	$\gamma_s$	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00		
C Schule+TW	$\gamma_c$	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00		
	$\gamma_s$	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00		
D Verkauf+TW	$\gamma_c$	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00		
	$\gamma_s$	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00		



